

УДК 537.624
УКПП
№ держреєстрації 0119U100772
Інв. №

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
(СумДУ)

40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2;
тел. (0542) 33 41 08, факс (0542) 33 40 49

ЗАТВЕРДЖУЮ
Проректор з наукової роботи
д-р фіз.-мат. наук, проф.
_____ А. М. Чорноус

ЗВІТ
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ
СПРЯМОВАНИЙ ТРАНСПОРТ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ В
СИСТЕМАХ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК І
МАГНІТНИХ СКІРМІОНІВ
(остаточний)

Керівник НДР
д-р фіз.-мат. наук, проф.

С. І. Денисов

(22.12.2021)

2021

Рукопис завершено 22 грудня 2021 р.

Результати роботи розглянуті на засідання наукової ради СумДУ, протокол від 23 грудня 2021 р. № 7

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР, голов. наук. співроб. д-р фіз.-мат. наук, проф.	22.12.2021	С. І. Денисов (реферат, вступ, розділи 5, 6, 7, 8 висновки)
Старш. наук. співроб. канд. фіз. -мат. наук, доцент	22.12.2021	Т. В. Лютий (реферат, розділи 1, 2, 3, 4)
Старш. наук. співроб. канд. фіз. - мат. наук, доцент	22.12.2021	О. С. Денисова (підрозділи 4.2, 5.2, 6.1, 7.1)
Мол. наук. співроб.	22.12.2021	Ю. С. Бистрик (підрозділи 6.2, 8.2)
Мол. наук. співроб.	22.12.2021	Б. О. Педченко (підрозділи 2.3, 3.1)
Мол. наук. співроб.	22.12.2021	В. В. Рева (підрозділи 1.3, 2.2, 2.4, 3.2)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 110 с., 32 рис., 80 джерел.

РОЗБАВЛЕНІ ФЕРОРІДИНИ, ОДНОДОМЕННІ НАНОЧАСТИНКИ, ГРАДІЄНТНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ, РІВНЯННЯ БАЛАНСУ, ТРАНСЛЯЦІЙНА ТА ОБЕРТАЛЬНА ДИНАМІКА, ПОГЛИНАННЯ ЕНЕРГІЇ.

Предмет дослідження – умови існування спрямованого транспорту зазначених об'єктів та залежність швидкості їх дрейфу і потужності втрат енергії від величини чисел Рейнольдса, характеристик зовнішнього магнітного поля, ступеню спінової поляризації струму, дипольної взаємодії, величини поля магнітної анізотропії, дефектної структури плівки, температури та інших параметрів.

Об'єкт дослідження – спрямований транспорт (дрейф) феромагнітних наночастинок і магнітних скірміонів, причиною якого є реакція середовища, і енергетичні процеси в них.

Мета дослідження – розвиток теорії спрямованого транспорту феромагнітних наночастинок у в'язкій рідині та магнітних скірміонів у феромагнітних плівках, а також визначення потужності втрат енергії в таких системах.

Методи дослідження – методи мікромагнетизму, математичної фізики, чисельні методи.

Теоретично вивчається детерміністична динаміка однодомених феромагнітних наночастинок у розбавлених ферорідинах, що знаходяться під впливом стаціонарного або періодичного у часі градієнтного магнітного поля. Класифіковано прецесні режими сумісної магнітної та механічної динаміки та казано вплив режимів на потужність поглинання. Побудовано теорію динаміки невзаємодіючих частинок зі скінченою анізотропією. Визначено потужність енергетичних втрат як функцію параметрів системи. У наближенні, коли магнітні моменти наночастинок “вморожені” в них, побудовано детерміністичну теорію дрейфу таких частинок. Показано, що оскільки градієнтне магнітне поле генерує як трансляційний, так і обертальний рухи частинок, ці рухи пов'язані між собою. Встановлено, що в залежності від початкового положення зважених феромагнітних наночастинок існує чотири режими їх спрямованого транспорту в стаціонарному градієнтному магнітному полі.

Результати НДР можуть бути використані в біомедицині та процесах сепарації наночастинок.

ЗМІСТ

ВСТУП	6
1 МОДЕЛЬ ТА ОСНОВНІ РІВНЯННЯ СУМІСНОЇ МАГНІТНОЇ ТА МЕХАНІЧНОЇ ДИНАМІКИ НАНОЧАСТИНКИ	11
1.1 Внутрішня магнітна динаміка	12
1.2 Рух наночастинки як цілого	13
1.3 Зв'язана динаміка магнітного моменту і наночастинки як цілого .	14
2 КУТОВІ ТРАЄКТОРІЇ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ	17
2.1 Внутрішня магнітна динаміка	17
2.2 Рух наночастинки як цілого	20
2.3 Зв'язана динаміка наночастинки, зваженої в рідині, та її магнітно- го моменту	21
2.4 Режими прецесійного руху для наночастинки зі скінченною анізо- тропією	25
3 КУТОВІ ТРАЄКТОРІЇ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ	32
3.1 Зв'язана динаміка наночастинки, зваженої в рідині, та її магнітно- го моменту	32
3.2 Режими прецесійного руху для наночастинки зі скінченною анізо- тропією	37
4 СТАЛЕ У ЧАСІ ГРДІЄНТНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ	43
4.1 Рівняння руху	43
4.1.1 Випадок малих чисел Рейнольдса	45
4.2 Динаміка наночастинок	46
4.2.1 Динаміка наночастинок при $H_{\perp} = 0$	46
4.2.2 Динаміка наночастинок при $H_{\perp} \neq 0$	52
5 ЗМІННЕ У ЧАСІ ГРАДІЄНТНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ	58

5.1	Особливості моделі.....	58
5.2	Теоретичний аналіз	59
5.2.1	Точні результати.....	59
5.2.2	Динаміка наночастинок при $\nu \ll 1$	62
6	КЕРУВАННЯ ТРАНСПОРТОМ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК У ГРАДІЄНТОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОСТІЙНОГО ПОЛЯ.....	67
6.1	Фізична модель та рівняння балансу	67
6.2	Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} = 0$ і $\nu_{\parallel} = 0$	70
6.2.1	Окремі аналітичні розв'язки.....	71
6.2.2	Деякі точні співвідношення.....	71
6.2.3	Наближені розв'язки.....	73
6.2.4	Чисельна перевірка аналітичних результатів.....	74
7	ДРЕЙФ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК ПРИ НАЯВНОСТІ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЇ КОМПОНЕНТИ ОДНОРІДНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ.....	78
7.1	Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} > 0$ і $\nu_{\parallel} = 0$	78
7.1.1	Явище дрейфу: попередні результати та визначення.....	78
7.1.2	Динаміка наночастинок в околі початку координат.....	79
7.1.3	Швидкість дрейфу на великих відстанях від початку координат.....	83
7.1.4	Явище дрейфу: чисельні результати.....	84
8	ДРЕЙФ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК ЗА НАЯВНОСТІ ПАРАЛЕЛЬНОЇ КОМПОНЕНТИ ОДНОРІДНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ.....	88
8.1	Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} = 0$ і $\nu_{\parallel} > 0$	88
8.2	Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} > 0$ і $\nu_{\parallel} > 0$	89
	ВИСНОВКИ	94
	ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	101

ВСТУП

Феромагнітні наночастинки завдяки своїм цікавим фізичним властивостям привертають велику увагу в таких різних областях, як прикладна фізика, мікро- та нанотехнології та медицина. Крім розвитку традиційних напрямків, таких як розробка нових засобів запису та збереження інформації з високою щільністю і виробництва «розумної рідини» для амортизаторів і електромагнітно-керованих динамічних ущільнень у високоточних двигунах, в даний момент ФНЧ широко використовуються як магніто-контрастні середовища, що розширюють можливості томографії [1, 2], у перспективному методі магнітної гіпертермії онкологічних захворювань [3, 4], як носії для спрямованої доставки лікарських препаратів до уражених тканин [5, 6], як основа біосенсорів та методів сепарації клітин і макромолекул [7–9]. Феромагнітні наночастинки також використовуються в якості одного з ключових елементів активних змішувачів для т.з. «мікро-рідин» з малим значенням числа Рейнольдса [10]. Кілька наночастинок, закріплених на еластичному полімері, утворюють штучний «джгутик», який може приводитися у рух зовнішнім магнітним полем і використовується в якості двигуна для «мікро-ботів» і «м'яких» роботів [11]. Нарешті, також слід звернути увагу на високопродуктивні мікрохвильові поглиначі з комплексною структурою, що базуються в тому числі на феро-гелях [12–16]. Такі матеріали мають значення як для захисту від мікрохвильового випромінювання, так і для стелс-технологій для літальних апаратів та реактивних снарядів.

Ці застосування базуються на конкретних фізичних властивостях, які головним чином зумовлені магнітною та механічною (як поступальною, так і обертовою) динамікою таких наночастинок. Ось чому важливо правильно послуговуватись верифікованою методологією опису, зокрема у частині рівнянь руху. За великим рахунком, важливо знати відгук феромагнітної наночастинки на зовнішні поля. Під поняттям відгуку ми маємо на увазі в першу чергу два аспекти. По перше, поглинання наночастиною енергії зовнішнього змінного поля з подальшим нагріванням середовища але без спрямованого трансляційного руху наночастинок. А, по друге, спрямований транспорт наночастинок в системі зовнішніх полів спеціальної форми, параметри якого визначаються параметрами системи. Що стосується нагрі-

вання, тут енергія поля перетворюється в теплову як за рахунок в'язкого обертання ФНЧ, так і завдяки внутрішній загасаючій динаміці намагніченості в кристалічній решітці частинки. Можливі ж втрати потужності за рахунок індукційних струмів провідності в наночастинках надто малі і ними, як правило, нехтують. Один з найбільш відомих, простих та ефективних методів визначення властивостей таких систем описується в квазірівноважному наближенні та у рамках теорії лінійного відгуку на змінне поле [17]. Розгляд базується на концепції часів релаксації для магнітної та механічної підсистем та розгляді паралельної дії двох означених каналів дисипації. Незважаючи на простоту та очевидність цієї концепції, область її застосування обмежена. Як свідчать останні експерименти [18–23, 23–25], мають місце сильні відхилення від прогнозів даної спрощено моделі внаслідок більш складного характеру теплової та колективної поведінки.

Та один з найнадійніших методів, запропонованих для виведення цих рівнянь, базується на концепції загального імпульсу частинки, що включає кутову та спінову частини імпульсу. В рамках цього підходу було виведено та проаналізовано рівняння зв'язаного механічного руху та намагніченості частинки, зокрема для знаходження її кутової швидкості. Основи такого опису були закладені ще Цеберсом [26] послідовний аналіз відгуку наночастинки зі скінченою анізотропією, що зважена у рідині на змінні зовнішні поля до написання технічного завдання до даної НДР здійснено не було. Результати, що маються в літературі засвідчують лише частковий прогрес у цьому напрямку. Так, використовуючи лінеаризацію рівняння Лагранжа в деяких конкретних випадках, втрата потужності була розрахована в роботі [27]. Оскільки рівняння руху не використовувались, цей підхід не може застосовуватися для чисельного моделювання. Спрощені рівняння руху були використані в роботі [28], але питання поглинання енергії не розглядалось. Ґрунтуючись на коректній моделі, динаміка зв'язаних наночастинок досліджувалась за допомогою лінійного наближення [29]. Але у даному наближенні доданок, що відповідає за в'язке тертя був опущений в кінцевому підсумку. Нарешті, обертальні траєкторії та вирази для втрати потужності були отримані у випадку малих обертальних коливань [30–32] та у випадку прецесійного руху під дією обертового поля [33].

Саме тому перша мета даної НДР полягає у теоретичному і чисель-

ному дослідженні динаміки нерівноважних ансамблів взаємодіючих феромагнітних наночастинок, що збуджуються періодичним магнітним полем. Увага спрямована на питання формування та динаміки нестационарних станів і поглинання енергії магнітного поля у цих станах з подальшим виділенням тепла як функції параметрів поля і самої наночастинок. Розроблені інструменти загалом дозволяють оптимізувати реальні методи застосування ферорідин. Результати ж дозволяють прогнозувати нові ефекти та стани ферорідин. Зазначена мета реалізується через виконання таких завдань. 1) Чисельне моделювання динаміки ФНЧ у детерміністичному наближенні, отримання великої бази даних результатів та її обробка. 2) Аналітичний розгляд обертової та коливальної сумісної магнітної та механічної динаміки наночастинок в рідині в окремих випадках 3) Комплексний аналіз залежності результатів від параметрів моделі та визначення їх оптимальних (з точки зору енергетичних втрат) значень.

Для випадку великої енергії анізотропії порівняно з іншими енергетичними величинами, вектор намагніченості наночастинок доцільно розглядати як «вморожений» в її кристалічну решітку [34, 35]. Такий підхід ще називається моделлю жорсткого диполя. Переваги від її використання очевидні: динаміка наночастинок повністю описує динаміку намагніченості і, відповідно, магнітні властивості таких систем. Це наближення було застосовано, в тому числі, для дослідження ролі магнітної дипольної взаємодії та теплових флуктуацій в процесі розсіювання енергії [36–38], утворення кластерів внаслідок взаємодії [39–41], прецесії феромагнітних наночастинок у детерміністичному та стохастичному випадках [42–44] та низки інших явищ. Саме тому для реалізації другої мети НДР - вивчення транспортних властивостей ансамблів наночастинок - для спрощення первинного аналізу низки досить комплексних явищ, використовується модель жорсткого диполя.

В рамках наших попередніх розвідок, послуговуючись даною моделлю, було теоретично та чисельно вивчено вплив спрямованого транспорту (дрейфу) феромагнітних наночастинок, індукованого силою Магнуса [45–47]. Зокрема, було встановлено, що частинки, рух яких у в'язкій рідині являє собою синхронізовані поступальні коливання (викликані гармонічною рушійною силою) та неоднорідна прецесія (викликана неоднорідним

магнітним полем, що обертається), здійснюють ненульовий у середньому поступальний рух (т.з. дрейф) у визначеному напрямку зі сталою середньою швидкістю. Як величину, так напрямок швидкості такого дрейфу можна досить просто контролювати і змінювати шляхом коригування зовнішніх параметрів, цей ефект має перспективи використання, зокрема, під час адресної доставки лікарських препаратів та сепарації макромолекул та вірусів. Однак, співвідношення швидкості дрейфу до швидкості наночастинок, спричиненої рушійною силою, що має неосцилювальний характер, пропорційне до числа Рейнольдса (для випадку обертання), яке для нанорозмірних частинок є порівняно невеликим. Саме тому швидкість частинок, що знаходяться під дією неосцилювальної рушійної сили, як правило, істотно перевищує відповідну швидкість дрейфу.

Однак, найрозповсюдженішим способом генерування рушійної сили, що діє на магнітні наночастинки, є магнітне поле, що змінюється у просторі, або градієнтне поле. І тому друга мета даної НДР буде реалізовуватися саме через аналіз дії на феромагнітні наночастинки саме градієнтного зовнішнього поля. Не зважаючи на те, що вплив такого поля на магнітні наночастинки добре вивчений з точки зору магнітної сепарації макромолекул та вірусних частинок (див., наприклад, [48, 49]), повний аналіз їх спрямованого транспорту при застосуванні градієнтного та однорідних магнітних полів, наскільки відомо станом на сьогодні, ще не виконано. Оскільки рівномірне поле сильно впливає на орієнтацію намагніченості, очікується, що це поле може бути використано для контролю та управління спрямованим транспортом зважених феромагнітних наночастинок, індукованим градієнтним магнітним полем. Тому в цій НДР ми досліджуємо динаміку таких наночастинок з особливим акцентом на їх транспортні властивості та можливі застосування.

Розвиваючи запропонований підхід далі ми розглядаємо дію градієнтного поля, що змінюється періодично. Це надає можливість комбінувати процеси концентрації наночастинок з процесами їх нагрівання. Також періодичний характер градієнтного поля генерує керовані додатковими стаціонарними полями нові режими транспорту та нові можливості прецизійного керування рухом наночастинок. В цій частині НДР ми також показуємо важливість одночасної дії однорідного поля. А саме: вплив на тип стаціо-

нарного режиму має взаємна орієнтація градієнтного та однорідного полів. Так, якщо присутня лише паралельна компонента відбуваються коливання наночастинок вздовж спільного напрямку обох полів, а час досягнення стаціонарного режиму визначається модулем однорідного поля. Наявна ж перпендикулярна компонента однорідного поля може зумовлювати спрямований дрейф наночастинок. Тобто, результуюче зміщення наночастинок в середньому на періоді коливання градієнтного поля буде ненульовим внаслідок взаємозалежності обертального та поступального рухів.

Для виконання окремих завдань даної НДР були залучені кошти білатерального Україно-німецького проекту №0121U114633 (Ф81/41894) «Коллективна динаміка феромагнітних наночастинок зі скінченною анізотропією у в'язкій рідині», що зазначено у розділах Acknowledgements кожної статті, які оприлюднюють зазначені результати.

Результати НДР опубліковані у роботах [50–53, 53–56].

1 МОДЕЛЬ ТА ОСНОВНІ РІВНЯННЯ СУМІСНОЇ МАГНІТНОЇ ТА МЕХАНІЧНОЇ ДИНАМІКИ НАНОЧАСТИНКИ

Ми розглядаємо однорідну сферичну однодоменну феромагнітну наночастинку радіусом R_p , намагніченністю \mathbf{M} ($|\mathbf{M}| = M = \text{const}$), та з густиною ρ . Ця частинка здійснює сферичний рух (або рух навколо фіксованого центра маси) вісно рідини в'язкості η . Далі, припускаємо, що наночастинка знаходиться під дією циркулярно-поляризованого зовнішнього магнітного поля

$$\mathbf{H}(t) = \mathbf{e}_x H \cos(\Omega t) + \mathbf{e}_y \rho H \sin(\Omega t), \quad (1.1)$$

де \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , \mathbf{e}_z є одиничними векторами декартової системи координат, H – амплітуда поля, Ω – частота поля t час, та ρ фактор, що визначає напрямок поляризації ($\rho = \pm 1$).

Магнітна енергія наночастинки задається виразом

$$W = -\frac{H_a V}{2M} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n})^2 - V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}(t) - V H_z \mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_z, \quad (1.2)$$

де H_a – величина одноосьової магнітної анізотропії, \mathbf{n} – одиничний вектор, що визначає напрямок осі анізотропії, H_z – величина додаткового постійного поля вздовж вісі z . Враховуючи дію на намагніченість наночастинки її кристалічної решітки, ефективне магнітне поле, що діє на неї, можна записати як

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -V^{-1} \frac{\partial W}{\partial \mathbf{M}} = H_a M^{-1} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n} + \mathbf{H}(t) + \mathbf{e}_z H_z. \quad (1.3)$$

Рух наночастинки супроводжується розсіюванням її енергії W , що перетворюється у теплоту. У відповідності до [57], втрати потужності визначаються як $Q = \lim_{\tau \rightarrow \infty} (1/\tau) \int_0^\tau dt q$, де $q = -\dot{W}$ – це миттєві втрати потужності, τ – час спостереження, а крапка угорі позначає похідну за часом. За рівняння (1.2) можна записати питомі втрати потужності як $q = V \mathbf{H}_{\text{eff}} \cdot \dot{\mathbf{M}}$. Тоді в безрозмірному вигляді втрати потужності мають вигляд $\tilde{Q} = Q / (H_a V M \Omega_0)$ (Ω_0 є деяка характерна частота, яка визнача-

ється в рамках модельного підходу, що застосовується)

$$\tilde{Q} = \lim_{\tilde{\tau} \rightarrow \infty} \frac{1}{\tilde{\tau}} \int_0^{\tilde{\tau}} d\tilde{t} \mathbf{h}_{\text{eff}} \cdot \mathbf{m}. \quad (1.4)$$

Тут, $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}}/H_a$ – безрозмірне ефективне поле, $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M$ – одиничний вектор, який представляє напрям намагніченості наночастинок, $\tilde{t} = \Omega_0 t$ – безрозмірний час, $\tilde{\tau} = \Omega_0 \tau$ – безрозмірна величина загального часу спостереження. Важливо відзначити, що рівняння (1.4) підходить як для подальшої аналітичного, так і для чисельного вивчення проблеми розсіювання енергії.

Як зазначено вище, для аналітичного опису існує три підходи до динаміки наночастинок: 1) сама наночастинка вважається фіксованою, і магнітний момент може обертатися навколо її вісі анізотропії; 2) магнітний момент фіксується всередині наночастинок, що в'язко пов'язана із зовнішнім рідким середовищем 3) як тіло наночастинок, так і її магнітний момент виконують обертання одночасно. Всі ці підходи будуть детально досліджені.

Але спочатку нагадаємо коротко обґрунтування детерміністичного наближення, наведене в [32], для випадку, коли дією термостата нехтують. В оцінці використовуються два параметри: співвідношення між магнітною енергією та тепловою енергією та співвідношення між періодом поля та характерними часами релаксації Брауна та Неєля. Якщо магнітна енергія істотно перевищує теплову, то флуктуації можуть лише незначним чином розмити детерміністичні траєкторії. Тому вплив термостату в цьому випадку можна вважати незначним. З іншої сторони, коли період поля значно більший за час релаксації, то великі відхилення можуть відбуватися лише один раз на сотні або тисячі польових періодів. Тому ймовірність істотного коливання за один період поля буде вкрай незначною і, знову, це є підставою для нехтування тепловими флуктуаціями. Ці дві умови можуть бути абсолютно реалістичним для реальних магнітних наночастинок радіусом ~ 20 нм.

1.1 Внутрішня магнітна динаміка

У разі високих частот, достатньо великих частинок та / або значній в'язкості рідини-носія, а, також, не надто великій анізотропії, рух нано-

частинки як цілого незначний. Тут слід розглядати лише динаміку магнітного моменту. Для цих цілей може бути використане відоме рівняння Ландау-Ліфшица-Гілберта

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha M^{-1} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}}. \quad (1.5)$$

Де, $\gamma(> 0)$ гіромагнітне відношення, $\alpha(> 0)$ безрозмірний параметр загасання.

У безрозмірній формі, рівняння (1.5) можна переписати як

$$\dot{\mathbf{m}} = -\Omega_r \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} + \alpha \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}}. \quad (1.6)$$

Використовуючи рекурсивну підстановку та враховуючи властивості векторного добутку, легко показати що рівняння (1.6) є еквівалентним

$$(1 + \alpha^2) \dot{\mathbf{m}} = -\Omega_r \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} - \alpha \Omega_r \mathbf{m} \times \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}, \quad (1.7)$$

яке є багато зручнішим для чисельного аналізу. Після стандартних перетворень та розрахунків рівняння (1.1) можна перетворити на набір скалярних рівнянь відносно полярного ϑ і азимутального φ кутів вектора \mathbf{m}

$$\begin{aligned} (1 + \alpha^2) \Omega_r^{-1} \dot{\vartheta} &= \alpha h \cos \vartheta f + h f_\varphi - \alpha \sin \vartheta (\cos \vartheta + h_z), \\ (1 + \alpha^2) \Omega_r^{-1} \dot{\varphi} &= \alpha h \csc \vartheta f_\varphi - h \cot \vartheta f + \cos \vartheta + h_z, \end{aligned} \quad (1.8)$$

де $h = H/H_a$, $h_z = H_z/H_a$,

$$f = \cos \varphi \cos(\Omega t) + \varrho \sin \varphi \sin(\Omega t), \quad (1.9)$$

і $f_\varphi = \partial f / \partial \varphi$.

1.2 Рух наночастинки як цілого

У разі сильної анізотропії або слабкого зв'язку з навколишнім середовищем внутрішня магнітна динаміка може бути незначною. Тоді динаміка наночастинок описується моделлю жорсткого диполя, коли намагніченість

розглядається як закріплена на осі анізотропії. Ця модель представлена в роботі [58] і успішно використовується до цих пір. Основна особливість аналітичного опису – наявність двох векторних рівнянь. Перше рівняння, власне, є умовою обертання абсолютно жорсткого тіла, а друге – де факто, є другим законом Ньютона для обертального руху

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{n}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}, \\ J\dot{\boldsymbol{\omega}} &= VM\mathbf{n} \times \mathbf{H} - 6\eta V\boldsymbol{\omega}.\end{aligned}\tag{1.10}$$

Тут $\boldsymbol{\omega}$ – кутова швидкість наночастинок, $J(= 8\pi\rho R_p^5/15)$ – момент інерції наночастинок, V – об'єм наночастинок, і крапки над символами являють собою похідні за часом. Коли розмір частинки досить малий, її моментом інерції можна знехтувати. Тоді рівняння (1.10) набуває більш простої форми

$$\dot{\mathbf{n}} = -\Omega_{cr}\mathbf{n} \times (\mathbf{n} \times \mathbf{h}),\tag{1.11}$$

Тут $\Omega_{cr} = MH_a/(6\eta)$ характерна частота рівномірного механічного обертання. Після стандартних перетворень та розрахунків з рівняння (1.1) можна отримати множину скалярних рівнянь відносно полярного θ і азимутального ϕ кутів вектора \mathbf{n} у вигляді

$$\begin{aligned}\Omega_{cr}^{-1}\dot{\theta} &= h \cos \theta \cos(\varrho\Omega t - \phi) - h_z \sin \theta, \\ \Omega_{cr}^{-1}\dot{\phi} &= h \csc \theta \sin(\varrho\Omega t - \phi).\end{aligned}\tag{1.12}$$

1.3 Зв'язана динаміка магнітного моменту і наночастинок як цілого

Як детально показано у роботі [31], пов'язані магнітна динаміка та механічний рух не можуть бути описані простою суперпозицією цих двох типів руху через значні зміни у основних рівняннях. Зрештою, було показано, що зв'язана динаміка підкоряється наступній парі рівнянь:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{n}} &= \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{n}, \\ J\dot{\boldsymbol{\omega}} &= \gamma^{-1}V\dot{\mathbf{M}} + VM \times \mathbf{H} - 6\eta V\boldsymbol{\omega},\end{aligned}\tag{1.13}$$

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha M^{-1} (\mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}). \quad (1.14)$$

Якщо, як і раніше, знехтувати інерційним доданком, рівняння (1.13) можна перетворити на більш зручний аналог. Далі, шляхом перетворень рівнянь для внутрішньої магнітної динаміки (1.14) з метою розділення доданків, що містять похідні за часом, отримуємо

$$\begin{aligned} \Omega_{cr}^{-1} \dot{\mathbf{n}} &= \dot{\mathbf{m}} \times \mathbf{n} / \Omega_r + (\mathbf{m} \times \mathbf{h}) \times \mathbf{n}, \\ (1 + \alpha_1^2) \Omega_{r1}^{-1} \dot{\mathbf{m}} &= -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}^1 - \alpha_1 \mathbf{m} \times \mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}}^1, \end{aligned} \quad (1.15)$$

Тут $\beta = \alpha M / 6\gamma\eta$, $\Omega_{r1} = \Omega_r / (1 + \beta)$, $\alpha_1 = \alpha / (1 + \beta)$,

$$\mathbf{h}_{\text{eff}}^1 = (\mathbf{e}_x h \cos \Omega t + \mathbf{e}_y \rho h \sin \Omega t) (1 + \beta) + (\mathbf{m}\mathbf{n}) \mathbf{n}. \quad (1.16)$$

Після стандартних перетворень та розрахунків з рівнянням (1.1), ми можемо написати набір скалярних рівнянь відносно полярного θ і азимутальним ϕ кутами вектора \mathbf{n} , а також відносно полярного ϑ і азимутального φ кутів вектора \mathbf{m}

$$\begin{aligned} (1 + \alpha_1^2) \Omega_{r1}^{-1} \dot{\vartheta} &= f_1 + \alpha_1 f_2, \\ (1 + \alpha_1^2) \Omega_{r1}^{-1} \dot{\varphi} &= \csc \vartheta (\alpha_1 f_1 - f_2), \\ \Omega_{r1}^{-1} \dot{\theta} &= \beta \alpha^{-1} (\omega_y \cos \phi - \omega_x \sin \phi), \\ \Omega_{r1}^{-1} \dot{\phi} &= \beta \alpha^{-1} [\omega_z - \cot \theta (\omega_y \sin \phi \\ &\quad + \omega_x \cos \phi)], \end{aligned} \quad (1.17)$$

Тут

$$\begin{aligned}
f_1 &= [h(1 + \beta) \sin(\varrho\Omega t - \phi) - F \sin \theta \sin(\varphi - \phi)], \\
f_2 &= \cos \vartheta [h(1 + \beta) \cos(\varrho\Omega t - \phi) \\
&\quad + F \sin \theta \cos(\varphi - \phi)] - \sin \vartheta [(1 + \beta)h_z \\
&\quad + F \cos \theta], \\
F &= \cos \theta \cos \vartheta + \cos(\varphi - \phi) \sin \theta \sin \vartheta (= \mathbf{mn}) \\
\omega_x &= \dot{\vartheta} \cos \vartheta \cos \varphi + \dot{\varphi} \sin \vartheta \sin \varphi \\
&\quad - (1 + \beta) [h_z \sin \vartheta \sin \varphi + h \cos \vartheta \cos(\Omega t)], \\
\omega_y &= \dot{\vartheta} \cos \vartheta \sin \varphi + \dot{\varphi} \sin \vartheta \cos \varphi \\
&\quad - (1 + \beta) [h_z \sin \vartheta \cos \varphi + h \cos \vartheta \sin(\varrho\Omega t)], \\
\omega_z &= (1 + \beta)h \sin(\varrho\Omega t - \varphi) \sin \vartheta - \dot{\vartheta} \sin \vartheta.
\end{aligned} \tag{1.18}$$

Ми хочемо тут підкреслити, що система рівняння (1.17) разом із позначеннями рівняння (1.18) підходять для подальшої чисельної обробки.

Таким чином, модельні рівняння, отримані вище, дозволяють провести дослідження прецесійного руху наночастинки, індукованого зовнішнім циркулярно-поляризованим полем. Ми використовуємо підхід, який нехтує температурними коливаннями, обґрунтованість якого обговорюється в [32, 57]. Вимушений стохастичний рух у спрощених випадках жорстко фіксованої наночастинки і моделі жорсткого диполя розглядалась в роботах [59, 60] і [38, 43] відповідно. Стохастичний рух у випадку зв'язаної магнітної динаміки та механічного обертання ще не вивчений повністю. Деякі питання обговорюються в [61, 62].

2 КУТОВІ ТРАЄКТОРІЇ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ

2.1 Внутрішня магнітна динаміка

Якщо частинка вважається нерухомою, існує два режими стабільної динаміки магнітного моменту \mathbf{m} під дією зовнішнього поля типу (1.1) [63–65]. Перший режим є рівномірне обертання або однорідна прецесія, яке виконується синхронно із зовнішнім полем. Другий - неоднорідне обертання, коли період магнітного моменту \mathbf{m} не співпадає з періодом поля $\mathbf{H}(t)$. З аналітичної точки зору, режим однорідної прецесії характеризується постійною прецесією та кутами відставання, ϑ_1 and φ_1 , де $\varphi_1 = \varphi - \varrho\Omega t$. Як впливає з рівнянь (1.8), кут прецесії задовольняє рівнянню [66]

$$h^2 = \frac{1 - \cos^2 \vartheta_1}{\cos^2 \vartheta_1} \left[\left(\cos \vartheta_1 + h_z - \frac{\varrho\tilde{\Omega}}{1 + \alpha^2} \right)^2 + \left(\frac{\alpha\tilde{\Omega} \cos \vartheta_1}{1 + \alpha^2} \right)^2 \right], \quad (2.1)$$

а кут відставання пов'язаний з кутом прецесії як

$$\sin \varphi_1 = -\varrho \frac{\alpha\tilde{\Omega}}{h(1 + \alpha^2)} \sin \vartheta_1. \quad (2.2)$$

Тут використано такі позначення $\Omega_0 = \Omega_r$, $\tilde{\Omega} = \Omega/\Omega_r$. Після інтегрування частинами рівняння (1.4), ми отримуємо загальний вираз для безрозмірних втрат потужності у випадку однорідного або періодичного режиму

$$\tilde{Q} = \alpha \frac{\tilde{\Omega}^2}{(1 + \alpha^2)^2} \sin^2 \vartheta_1. \quad (2.3)$$

У неоднорідному режимі полярний кут ϑ вектора \mathbf{m} періодично змінюється в часі з періодом, який не збігається з періодом поля. Подібні коливання демонструються також азимутальним кутом φ разом з лінійним зростанням у часі. Ця динаміка супроводжується втратами потужності, які можна досліджувати лише чисельним способом. Різнична схема для

чисельного обчислення втрат потужності тут записується як

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[h_{xi}(\cos \vartheta_i \cos \varphi_i \Delta \vartheta_i - \sin \vartheta_i \sin \varphi_i \Delta \phi_i) \right. \\ \left. + h_{yi}(\cos \vartheta_i \sin \varphi_i \Delta \theta_i + \sin \vartheta_i \cos \varphi_i \Delta \varphi_i) \right. \\ \left. - h_{zi} \sin \vartheta_i \Delta \vartheta_i \right], \end{aligned} \quad (2.4)$$

де $N = \tilde{\tau} / \Delta \tilde{t}$ ($\tilde{\tau} = \tau \Omega_r$ і в нашому випадку приймається рівним 10^5 в процесі моделювання) – кількість часових кроків на один періоді зовнішнього поля, $\Delta \tilde{t} (\ll 1/\tilde{\Omega})$ – значення кроку часу в процедурі чисельного розрахунку, $\vartheta_i = \vartheta(\tilde{t}_i)$, $\varphi_i = \varphi(\tilde{t}_i)$, $\Delta \vartheta_i = \frac{\partial \vartheta(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $\Delta \varphi_i = \frac{\partial \varphi(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $h_{xi} = h \cos(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$, $h_{yi} = h \sin(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$, $h_{zi} = h_z + \cos \vartheta_i$.

Результати серії моделювання проілюстровані на рисунку 2.1. Для рівномірного режиму ці результати чудово узгоджуються з результатами, отриманими від рівняння (2.3). Різкі зміни величини \tilde{Q} пов'язані зі змінами режимів прецесії, про які докладно йдеться в роботах [57, 64, 65]. Коли амплітуда поля вважається постійною, найскладніший випадок, що відповідає частотам біля резонансної, реалізується наступним чином (див. криві для значень $h = 0.21$ and $h = 0.35$). Для початку втрати потужності збільшуються зі збільшенням частоти поля в рівномірному режимі, див. злами кривих з трикутними маркерами. Потім різке збільшення \tilde{Q} викликається переорієнтацією або переходом у стан "вниз див. злами кривих круглими маркерами. Після цього починає формуватися неоднорідний режим, про що свідчить різкий стрибок залежності $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$, див. маркери у вигляді зірок. Тут важливо, що умова $\vartheta < \pi/2$ виконується майже завжди. З точки зору мінімізації енергії, цей режим генерується для того, щоб зменшити втрати потужності, що зрозуміло з рисунка. Нарешті, подальше різке збільшення \tilde{Q} є наслідком переходу в знову у однорідний режим див. злами кривих з квадратними маркерами.

Тут ми хочемо звернути вашу увагу на наступні моменти. По-перше, згадане перемикання відбувається тоді, коли стаціонарний розв'язок рівняння (1.8) стає нестабільним. Це суто динамічне явище широко досліджене та описане раніше, див., наприклад, [63–65, 67]. Також це явище було підтверджено в реальних експериментах, див., наприклад, [68]. В інших

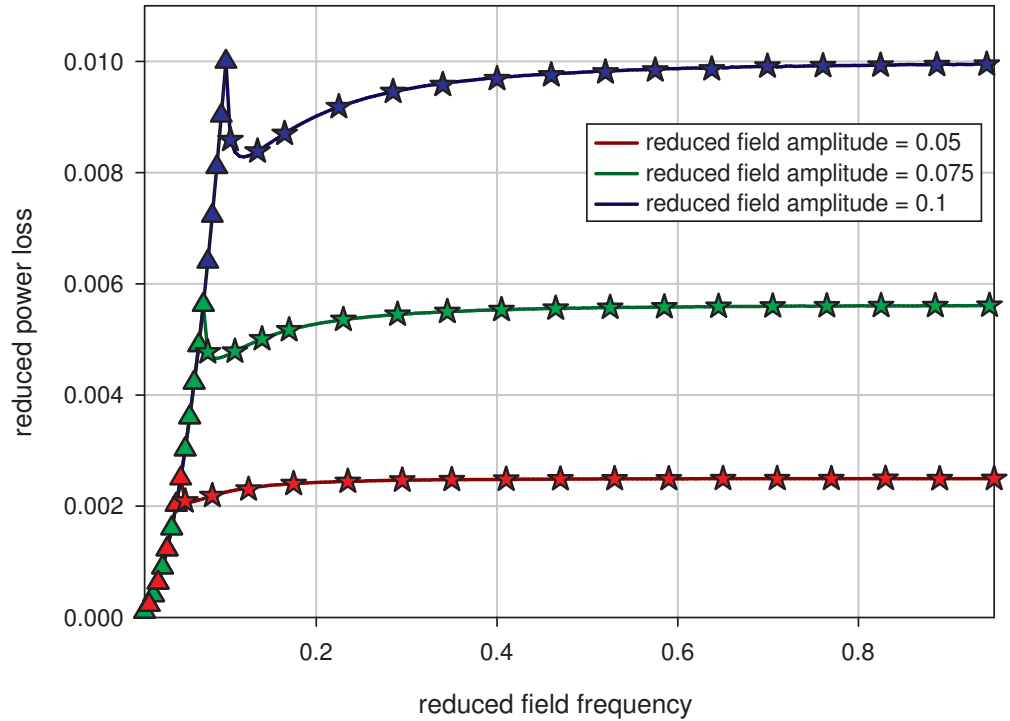


Рисунок 2.1 – Модель нерухомої наночастинки: найбільш типові залежності втрати потужності від частот поля для різних амплітуд поля. Значення системних параметрів такі: $\alpha = 0.1$, $\rho = +1$, $h_z = 0$. Трикутні маркери позначають однорідну прецесію у верхньому стані; кругові маркери позначають рівномірну прецесію після переходу намагніченості у нижньому стані; маркери-зірки позначають неоднорідну прецесію; квадратні маркери позначають знову однорідну прецесію у нижньому стані.

модельних випадках, особливо у випадку зв'язаного руху наночастинки з кінцевою анізотропією, такий ефект також повинен мати місце. По-друге, теплові коливання можуть змінювати поведінку магнітного моменту. Але, як було показано в дослідженні середнього часу досягнення випадковим процесом заданого рівня [60], якісна різниця, викликана різними режимами прецесії, може залишатися в стохастичній динаміці вектора \mathbf{m} .

2.2 Рух наночастинки як цілого

Якщо магнітний момент наночастинок зафіксований всередині, також можна реалізувати рівномірний і неоднорідний режими прецесії. Перший з них - природний розв'язок рівняння (1.12). Цей режим характеризується постійним кутом відставання $\phi_1 = \phi - \varrho\Omega t$ і постійним кутом конусу прецесії θ_1 . Підстановкою даного розв'язку у рівняння (1.12), ми знаходимо систему алгебраїчних рівнянь для обчислення ϕ_1 and θ_1

$$\begin{aligned}\cos \theta_1 h \cos \phi_1 &= h_z \sin \theta_1, \\ \tilde{\Omega} \sin \theta_1 &= h \sin \phi_1.\end{aligned}\tag{2.5}$$

Тут, $\Omega_0 = \Omega_{cr}$ and $\tilde{\Omega} = \Omega/\Omega_{cr}$. Середнє значення втрат потужності в цьому випадку легко знайти. Прості розрахунки з використанням рівнянь (2.5) та (1.4) дають

$$\tilde{Q} = \tilde{\Omega}^2 \sin^2 \theta_1.\tag{2.6}$$

Зробимо два зауваження По перше, рівняння (2.6) для малого кута прецесії конус збігається з результатами, отриманими у роботі [69] у лінійному наближенні. По друге, у випадку відсутності постійного поля вздовж вісі z ($h_z = 0$), справедливими є вирази $\theta_1 = \pi/2$, $\sin \phi_1 = \tilde{\Omega}/h$, and $\tilde{Q} = \tilde{\Omega}^2$.

Для опису поведінки втрат потужності у всьому діапазоні параметрів та візуалізації даних тут також вимагається чисельне моделювання. Різни-

чна схема для чисельного обчислення втрат потужності записується як

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[h_{xi}(\cos \theta_i \cos \phi_i \Delta \theta_i - \sin \theta_i \sin \phi_i \Delta \phi_i) \right. \\ \left. + h_{yi}(\cos \theta_i \sin \phi_i \Delta \theta_i + \sin \theta_i \cos \phi_i \Delta \phi_i) \right. \\ \left. - h_z \sin \theta_i \Delta \theta_i \right], \end{aligned} \quad (2.7)$$

де $N = \tilde{\tau} / \Delta \tilde{t}$ ($\tilde{\tau} = \tau \Omega_{cr}$ вибирається значення 10^5 під час моделювання) – кількість часових кроків на період зовнішнього поля, $\Delta \tilde{t} (\ll 1/\tilde{\Omega})$ – значення кроку за часом у процедурі чисельного розрахунку, $\theta_i = \theta(\tilde{t}_i)$, $\phi_i = \phi(\tilde{t}_i)$, $\Delta \theta_i = \frac{\partial \theta(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $\Delta \phi_i = \frac{\partial \phi(\tilde{t}_i)}{\partial \tilde{t}} \Delta \tilde{t}$, $h_{xi} = h \cos(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$, $h_{yi} = h \sin(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i)$.

Як впливає з аналітичних результатів, обговорених вище, коли $h > \tilde{\Omega}$, наночастинка обертається рівномірно, і весь внесок в втрату потужності пов'язані з цим обертанням. Це підтверджується серією моделювань, результати яких показані на рисунку 2.2, дивіться трикутні маркери. В той самий час, коли $h < \tilde{\Omega}$ and $h \sim \tilde{\Omega}$, динаміка стає неоднорідною, дивіться маркери у вигляді зірок. Подібно до попереднього випадку, тут \mathbf{n} виконує обертання одночасно з коливаннями більшого періоду. Оскільки неоднорідна прецесія характеризується меншою миттєвою кутовою швидкістю наночастинки, спостерігається зменшення втрат потужності. Це виражається в вираженому падінні величини $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$ для фіксованої амплітуди h (див. Рис. 2.2). Є дві особливості, які слід підкреслити в цьому плані. По-перше, при зростанні частоти поля середня кутова швидкість прямує до нуля, частота коливань при цьому прямує до частоти поля $\tilde{\Omega}$, а амплітуда коливань прямує до насичених значень, передбачених рівнянням (34) в роботі [32]. По-друге, результуюча втрата потужності в неоднорідному режимі залежить від початкового положення наночастинки.

2.3 Зв'язана динаміка наночастинки, зваженої в рідині, та її магнітного моменту

У випадку сумісної динаміки магнітного моменту наночастинки та її легкої вісі, стаціонарний розв'язок системи рівнянь (1.13), (1.14) може бути отриманий у вигляді $\varphi = \varrho \Omega t - \varphi_1$, $\vartheta = \vartheta_1$, $\phi = \varrho \Omega t - \phi_1$, $\theta = \theta_1$ (див. Рис. 3.1). Щоб знайти невідомі константи φ_1 , ϕ_1 and ϑ_1 , θ_1 , ми використали

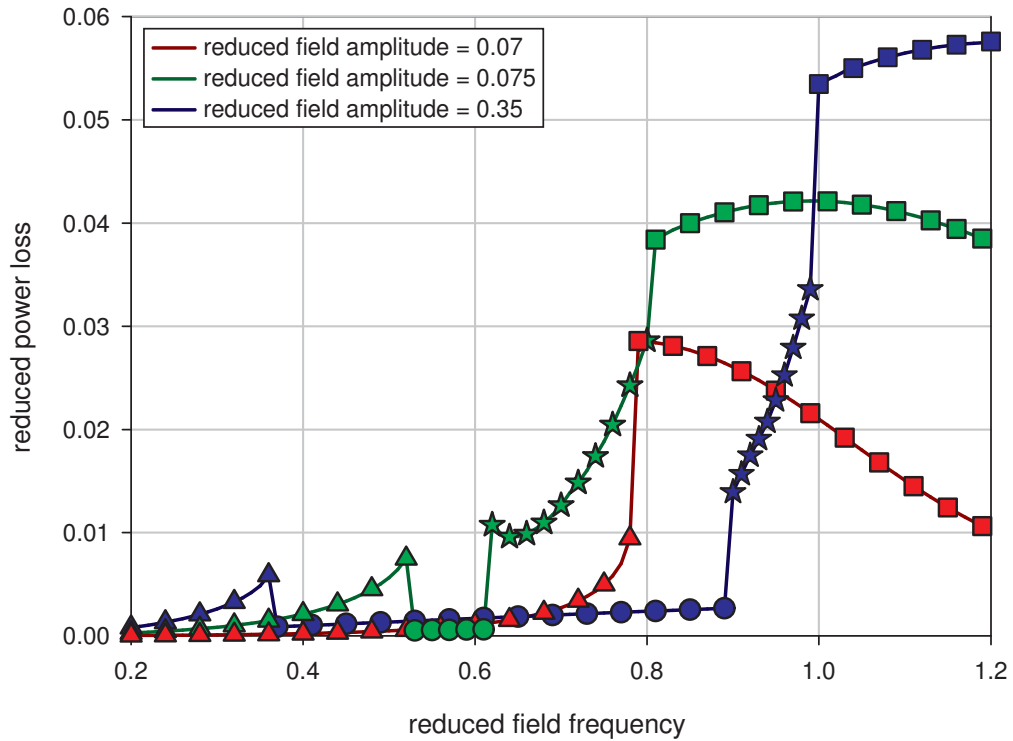


Рисунок 2.2 – Модель нерухомої намагніченості, або жорсткого диполя: найбільш типові залежності втрати потужності від частот поля для різних амплітуд поля. Значення параметрів системи такі: $\eta = 0.05 P$, $\varrho = +1$, $h_z = 0$, початкові умови задаються як $\theta_0 = 0.01$. Трикутні маркери позначають однорідну прецесію; зіркові маркери позначають неоднорідну прецесію.

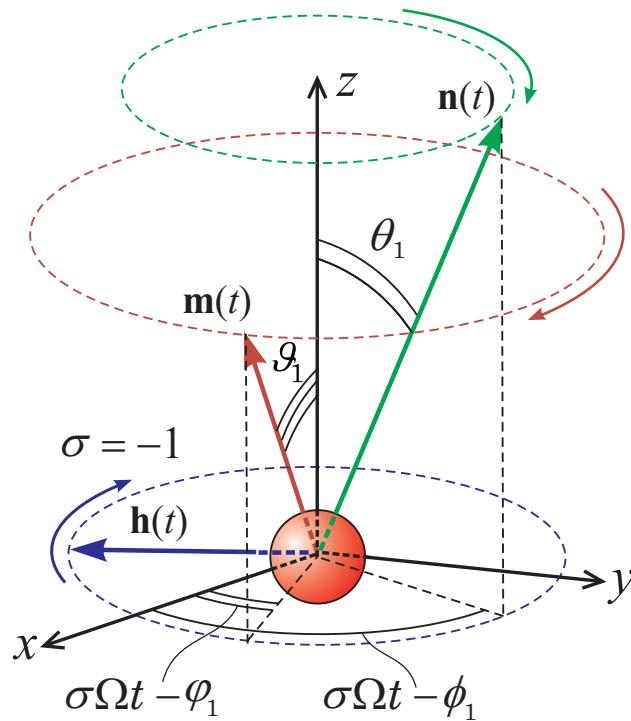


Рисунок 2.3 – Схематичне зображення поведінки векторів \mathbf{n} , \mathbf{m} та систем координат, що використовуються для опису режиму прецесії

умову відсутності руху магнітного моменту відносно кристалічної решітки наночастинок

$$\dot{\mathbf{m}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{m} = 0. \quad (2.8)$$

Після підстановки рівняння (3.1) в друге рівняння системи (1.13) та нехтування моментом інерції, отримуємо

$$0 = \Omega_{cr}(\mathbf{m} \times \mathbf{n})(\mathbf{m}\mathbf{n}) + \boldsymbol{\omega}. \quad (2.9)$$

Потім введемо нову систему координат $x''y''z''$, яка обертається разом із зовнішнім полем, як показано на рисунку 3.1. У цій новій системі кутова швидкість має дуже просту форму

$$\boldsymbol{\omega}'' = (-\rho\Omega \sin \theta_1, 0, 0). \quad (2.10)$$

оскільки вираз (1.14) не може бути легко представлена в новій координатній системі, нам потрібно записати явну форму всіх векторів в лабораторній системі координат. Для виконання необхідних перетворень нам слід

використовувати матрицю повороту

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \Phi_1 & -\sin \Phi_1 & \sin \theta_1 \cos \Phi_1 \\ \cos \theta_1 \sin \Phi_1 & \cos \Phi_1 & \sin \theta_1 \sin \Phi_1 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}, \quad (2.11)$$

де $\Phi_1 = \varrho\Omega t - \phi_1$. Використаємо такі позначення

$$F_1 = \sin \theta_1 \sin \vartheta_1 \cos(\phi_1 - \varphi_1) + \cos \theta_1 \cos \vartheta_1 \quad (2.12)$$

та замінимо вектори $\boldsymbol{\omega}$, \mathbf{m} і \mathbf{n} в лабораторній системі використовуючи матрицю повороту (3.4). Це дозволяє нам прямо отримати множину алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} -\sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 \left(\frac{\varrho\Omega}{\Omega_r} - h_z \right) &= \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \phi_1 \frac{\varrho\Omega}{\Omega_{cr}}, \\ h \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 &= \sin^2 \theta_1 \frac{\varrho\Omega}{\Omega_{cr}}, \\ F_1 \sin(\vartheta_1 - \theta_1) \sin \varphi_1 &= \sin \vartheta_1 \left(\frac{\varrho\Omega}{\Omega_r} - h_z \right), \\ F_1 \sin \theta_1 \sin(\varphi_1 - \phi_1) &= h \sin \varphi_1. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Пряме інтегрування рівнянь (1.4) з врахуванням подання векторів $\dot{\mathbf{m}}$ та \mathbf{n} у сферичних координатах

$$\dot{\mathbf{m}} = (-\varrho\Omega \sin \vartheta_1 \sin \Psi_1, \varrho\Omega \sin \vartheta_1 \cos \Psi_1, 0), \quad (2.14)$$

$$\mathbf{n} = (\sin \theta_1 \cos \Phi_1, \sin \theta_1 \sin \Phi_1, \cos \theta_1), \quad (2.15)$$

де $\Psi_1 = \varrho\Omega t - \varphi_1$, отримуємо

$$\tilde{Q} = 2\varrho\tilde{\Omega} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1. \quad (2.16)$$

Тут, $\tilde{\Omega} = \Omega/\Omega_{r1}$. Важливо відзначити, що рівняння (3.9) аналогічне до рівняння (2.3) коли врахувати вираз (2.2).

Використовуючи співвідношення (1.4) та подання векторів \mathbf{m} and \mathbf{n} у сферичних координатах можна отримати вираз для чисельного обчислення втрат потужності. Це відповідає виразу (2.7) з тією різницею що: $\tilde{\tau} = \tau\Omega_{r1}$

(обрано таким, що дорівнює 10^5 під час моделювання),

$$\begin{aligned} h_{xi} &= h \cos(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i) + F_i \sin \theta_i \cos \phi_i, \\ h_{yi} &= h \sin(\varrho \tilde{\Omega} \tilde{t}_i) + F_i \sin \theta_i \sin \phi_i, \\ h_{zi} &= h_z + F_i \cos \theta_i, \end{aligned} \tag{2.17}$$

$$F_i = F(\tilde{t}_i), \quad \theta_i = \theta(\tilde{t}_i), \quad \phi_i = \phi(\tilde{t}_i).$$

Додатковий ступінь свободи зумовлює більш цікаву та складну поведінку динаміки наночастинок. По-перше, як і в попередніх випадках, формується звичайний неоднорідний режим, який характеризується коливаннями кутів прецесії, або нутаціями. Нагадаємо, що період цих коливань не збігається з періодом поля та не кратний йому. По-друге, як і у випадку нерухомої наночастинок, може відбуватися т.з. перемикання між двома однорідними режимами, що характеризується різними орієнтаціями наночастинок у просторі, або напрямками її магнітного моменту. Більше того, реалізується ще один цікавий режим. Він характеризується іммобілізованою наночастиною, тоді як магнітний момент здійснює коливання: кути ϑ і φ вектора \mathbf{m} змінюються синхронно разом із зовнішнім полем без дрейфу, який може бути виявлений, при цьому кути θ і ϕ вектора \mathbf{n} залишаються практично постійними, з невеликим дрейфом. Такий тип руху досить поширений. Він виникає і в нижньому, і у верхньому положенні наночастинок, і в околі площини поляризації зовнішнього поля. Переходи між обговорюваними типами руху демонструються у стрибках у залежності $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$. Зрештою, робимо висновок, що перемикання між однорідним та неоднорідним режимами супроводжується різким збільшенням втрат потужності. Перемикання між двома однорідними режимами з переорієнтацією наночастинок призводить, щонайменше, до зменшення втрат потужності на один порядок. Найбільш типові залежності $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$ зображені на рисунку 3.2.

2.4 Режими прецесійного руху для наночастинок зі скінченною анізотропією

І кути прецесії, і кути відставання зростають з частотою та амплітудою. Тому однорідна прецесія може стати нестабільною. Магнітний момент

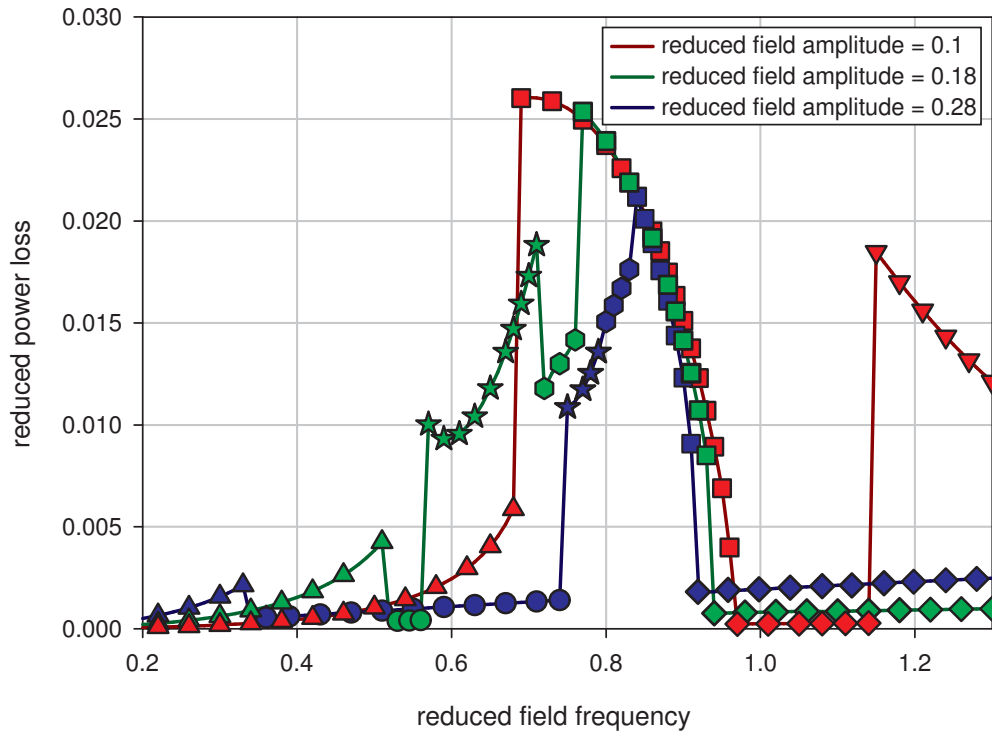


Рисунок 2.4 – Модель наночастинки в рідині зі скінченною анізотропією: найбільш типові залежності втрат потужності від частот поля для різних амплітуд поля. Значення системних параметрів такі: $\alpha = 0.1$, $\eta = 0.006P$, $M = 338G$, $\varrho = +1$, $h_z = 0$. Моделювання у вибраному діапазоні параметрів поля не чутливе до початкових умов. Трикутні маркери позначають однорідну прецесію у верхньому стані; круглі маркери позначають однорідну прецесію після переходу в нижній стан; зіркові маркери позначають неоднорідну прецесію; квадратні, шестикутні та трикутні маркери позначають неоднорідний режим з "імобілізованою" легкою віссю; маркери-діаманти позначають неоднорідний режим з "імобілізованою" легкою віссю.

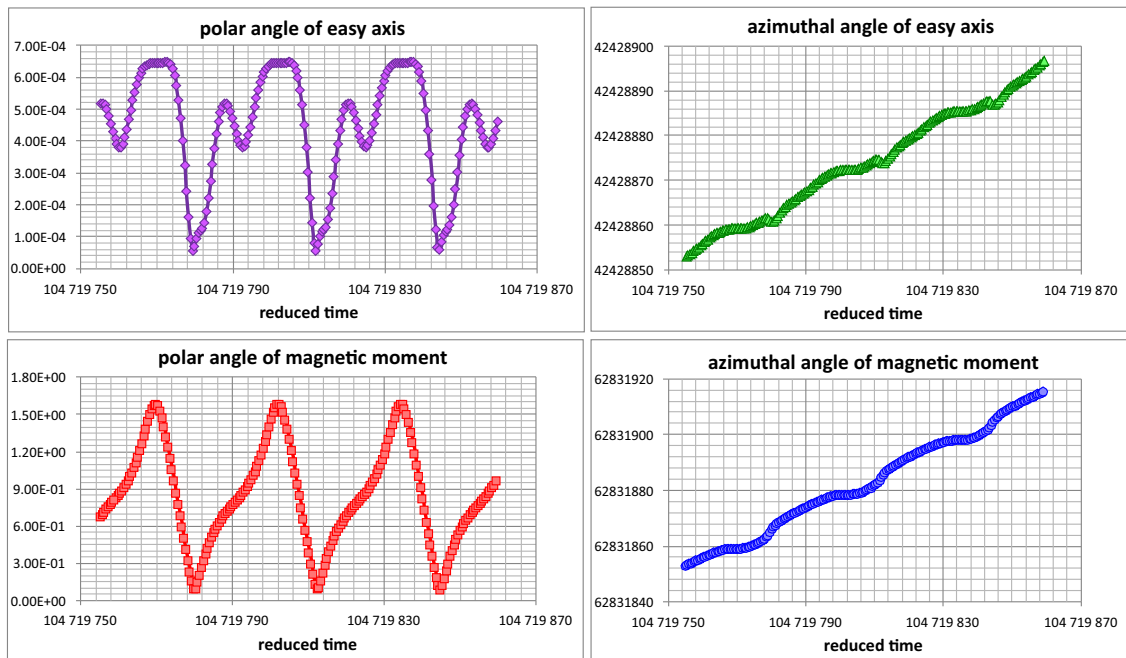


Рисунок 2.5 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.6$. Частоти обертання для магнітного моменту та легкої осі відрізняються між собою та не є кратними.

\mathbf{m} намагається наздогнати вектор \mathbf{h} , тому він виходить за межі площини прецесії та виконує коливання, подібні так званим нутаціям. Ці коливання мають досить велику амплітуду, і їх частота не кратна частоті поля. Тобто, коливання відбуваються асинхронно з полем. У випадку фіксованої наночастинки така ж поведінка була описана у роботі [65], умови генерації такого режиму обговорені у роботі [63]. Для випадку жорсткого диполя дані питання вичерпно описані у [70]. Коли ж і легка вісь, і магнітний момент не фіксовані жорстко, такі коливання відбуваються з певними особливостями. По-перше, для реалістичної системи параметри амплітуди коливань легкої осі та середні значення їх значно менші, ніж для \mathbf{m} . По-друге, як видно з масштабів осі в (див. Рис. 3.3), частота обертання \mathbf{n} менша, ніж для \mathbf{m} . Різні частоти обертання в неоднорідному режимі є цікавим результатом, оскільки для однорідної прецесії це не спостерігається.

З подальшим збільшенням частоти середнє положення вектора \mathbf{n} демонструє дрейф, який може відбуватися по-різному. Природно, що завдяки анізотропії вектор \mathbf{m} також бере участь у дрейфі. Перший сценарій дрейфу є чисто хаотичним, коли і середнє положення, і коливання навколо середнього положення є нерегулярні. При цьому швидкість дрейфу набага-

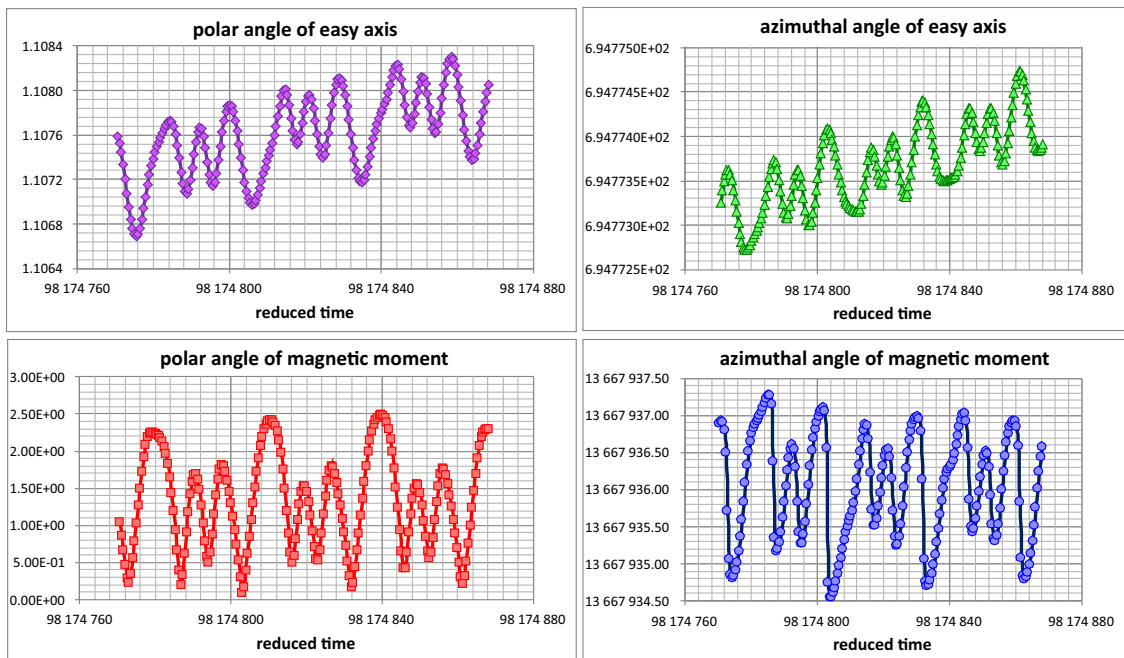


Рисунок 2.6 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.64$. Цей режим є чисто хаотичним через повільний хаотичний дрейф усередненого положення магнітного моменту і легкої осі та нерегулярних коливань магнітного моменту навколо легкої вісі.

то менша, ніж частота коливань. Цей режим зображений на рисунку (3.4). Тут порушення детерміністичного характеру сценарію особливо виражене для часової еволюції азимутального кута магнітного моменту. Таку хаотичну картину раніше спостерігали у чисельних дослідженнях для фіксованої наночастинки та внутрішньої магнітної динаміки [71–73].

Для більших частот відбувається трансформація типу руху. Тут тренди векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} залишаються хаотичними, але коливання стають практично регулярними, а їх частоти збігаються з частотою поля, див. Рис. 3.5 Масштаб графіків рисунка не дає бачити, що дрейф середніх положень векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} виконується в широкому діапазоні координат, і можна розрахувати, що ці середні положення дуже близькі один до одного.

Наступний режим є регулярним, хоча зберігає деякі властивості попередніх двох режимів. Тут повільний дрейф має місце лише для азимутальних кутів векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} , тоді як полярні кути демонструють лише коливання. Дрейф вектора \mathbf{n} добре простежується з рисунка 3.6, в той час як дрейф \mathbf{m} не помітний у масштабі рисунка. Тим не менш, він існує через анізотропний зв'язок анізотропії. Цей режим типовий близько до резонан-

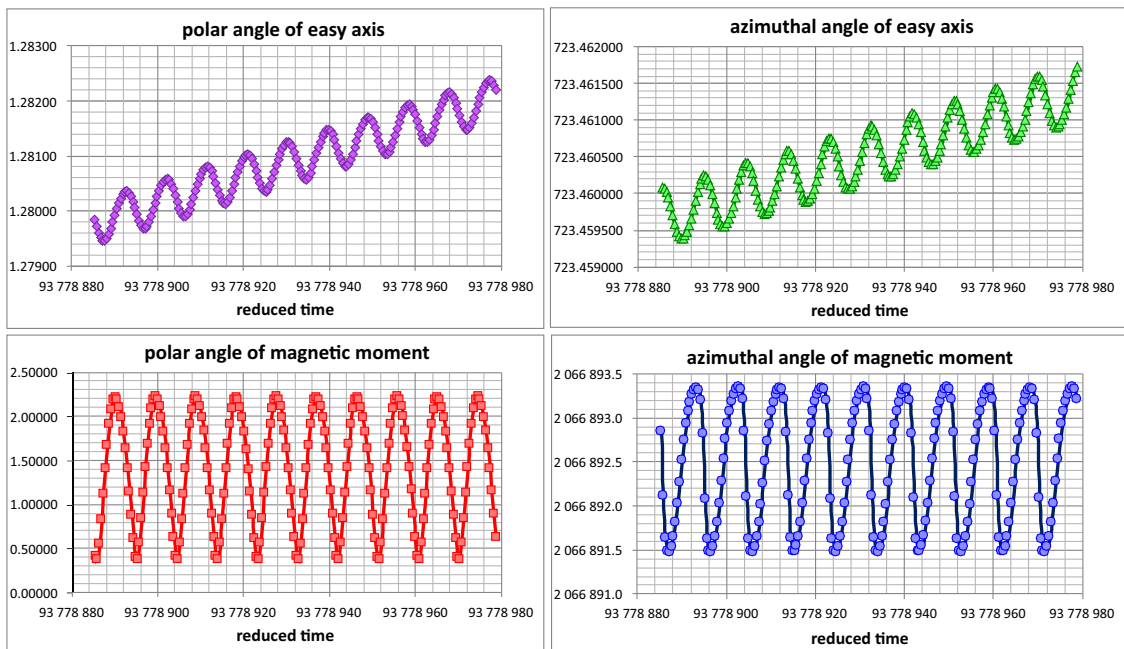


Рисунок 2.7 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.67$. Цей режим є хаотичним через повільний хаотичний дрейф усередненого положення магнітного моменту та легкої осі.

сної частоти. У разі обраних параметрів для безрозмірної амплітуди поля 0.14 вона реалізується в діапазоні безрозмірних частот 0.77-0.96. Залежності від початкових умов та значення кроку за часом не спостерігалось. Це дозволяє нам констатувати, що цей режим є регулярним.

Характер останніх режимів пов'язаний з переорієнтацією векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} під дією обертового поля. Незважаючи на початкові умови вибору полярних кутів, близьких до нуля, стабільні режими прецесії існують лише в околицях π . Тобто, полярний кут магнітного моменту долає шлях, близький до π . Природно, що однорідна прецесія тут є стабільною. Однак, завдяки вузьким прецесійним конусам, легка вісь може уникнути обертання і натомість виконує лише коливання, див. Рис. 3.7. Схоже, що цей режим є дуже тривалим перехідним процесом, але навіть у цьому випадку з практичної точки зору, доцільно трактувати таку ситуацію як певний окремий режим. Нарешті, чистий режим однорідної прецесії можна досягти швидше на більшій частоті, див. Рис. 3.8. Зауважимо, що порівняно з попереднім випадком тут залишкові коливання, що є наслідком перехідного процесу, на порядок менші. Це підтверджує обґрунтованість припущення про існування додаткового нелінійного режиму перед звичним лінійним – режимом

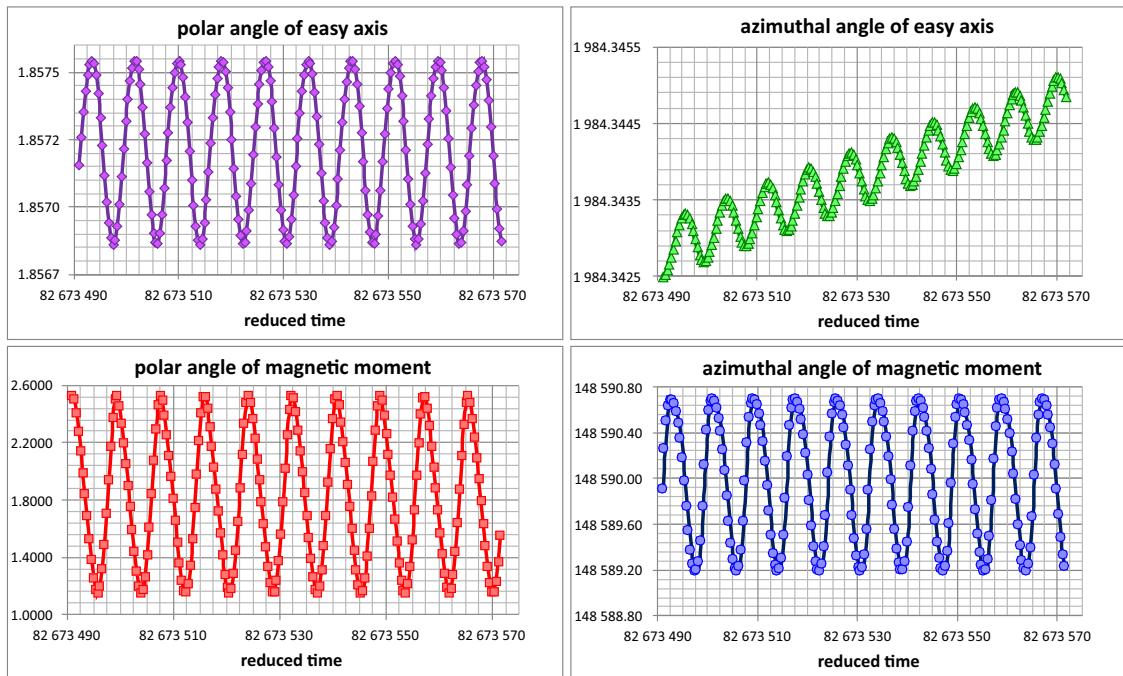


Рисунок 2.8 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 0.76$. Цей режим регулярний. Повільний дрейф усередненого положення магнітного моменту та легкої осі відбувається лише за азимутальними кутами.

однорідної прецесії.

Нарешті, останнім спостережуваним прикладом нелінійної поведінки є так званий проміжний або режим вторинної однорідної прецесії. Він генерується завдяки відновленню стійкості. Власне кажучи, весь нелінійний тип руху виникає тоді, коли однорідна прецесія не задовольняє критеріям стійкості в деяких діапазонах значень частоти та амплітуди поля. І діапазони, де однорідна прецесія стабільна, можуть чергуватися з нестабільними діапазонами. Цей ефект добре відомий і для нерухомої частинки був описаний у роботі [65]. Перехід до вторинного однорідного режиму прецесії відбувається різко при найменшій зміні параметрів поля поблизу точки переходу. У нашому випадку для обраних параметрів точка переходу знаходиться поблизу від $h = 0.14$ і $\tilde{\Omega} = 0.63$, а вторинна однорідна прецесія межує з неоднорідними та хаотичними режимами. Але можна припустити, що можливий перехід у вторинний однорідний режим із звичайної однорідної прецесії. У такому випадку перехід супроводжується стрибками кутів прецесії.

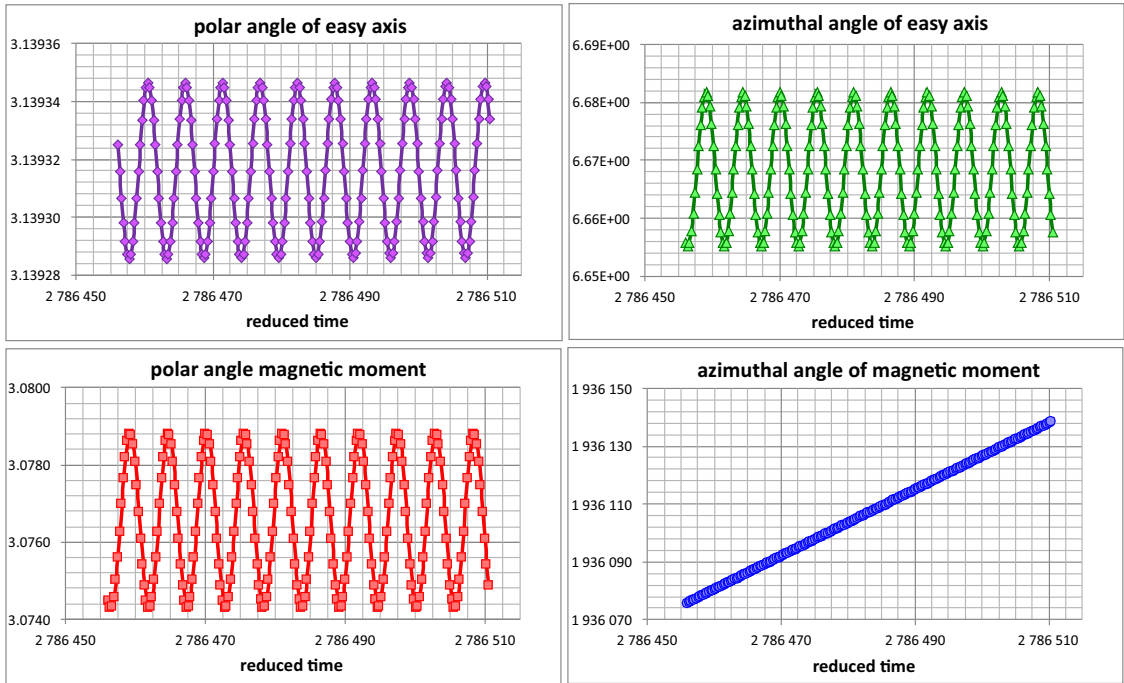


Рисунок 2.9 – Часові еволюції куткових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 1.15$. Магнітний момент здійснює однорідну прецесію, тоді як легка вісь здійснює лише коливання. Це може бути тривалий перехідний процес.

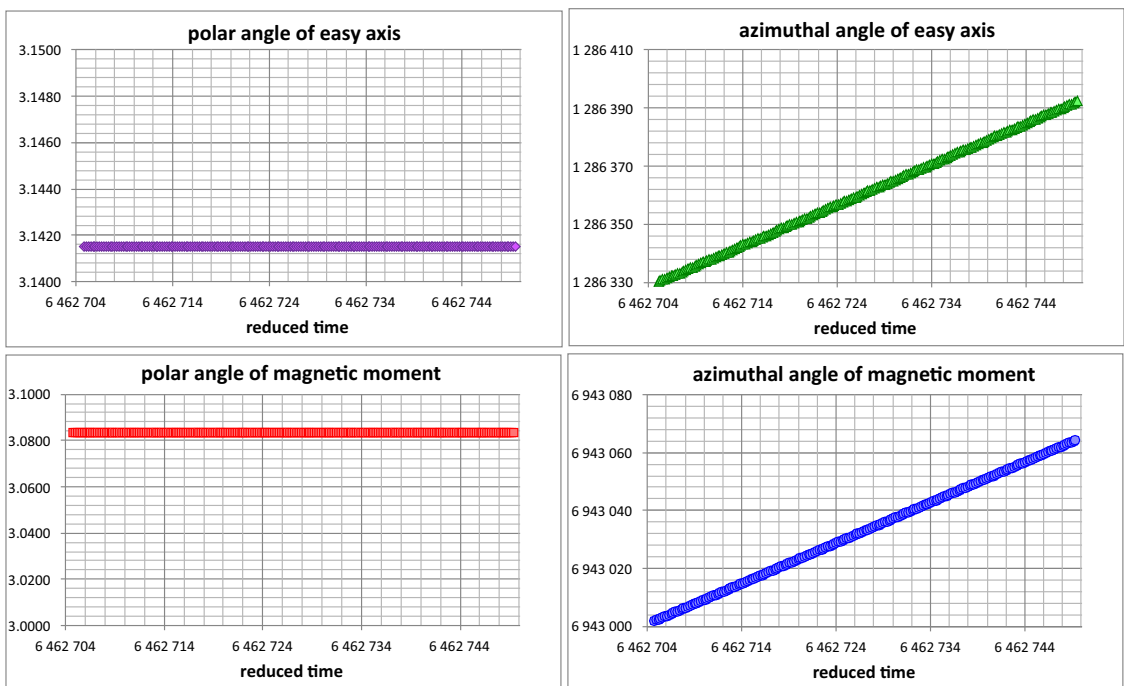


Рисунок 2.10 – Часові еволюції куткових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 1.45$. Магнітний момент та легка вісь здійснюють однорідну прецесію у нижньому стані.

3 КУТОВІ ТРАЄКТОРІЇ ТА ДИСИПАЦІЯ ЕНЕРГІЇ

3.1 Зв'язана динаміка наночастинки, зваженої в рідині, та її магнітного моменту

Коли трансляційний рух наночастинки відсутній, як у випадку фіксованої наночастинки, так і у випадку жорсткого диполя існує два режими сталої динаміки магнітного моменту \mathbf{m} , індукованих зовнішнім полем вигляду (1.1) [63–65]. Перший режим - це однорідна прецесія, коли магнітний момент (або легка вісь) обертаються слідом за вектором поля з певним сталим кутом відставання та кутом прецесії. Другий режим - це неоднорідна прецесія, за якого магнітний момент обертається з частотою не кратною зовнішній, а кут прецесії зазнає періодичних змін. Є підстави припускати, що подібний стан речей збережеться і у випадку сумісної динаміки магнітного моменту наночастинки та її легкої вісі. Проте, є також і підстави сподіватися на виявлення нових прецесійних режимів, зокрема, хаотичних, як це, наприклад, має місце під час дії лінійно-поляризованого поля на фіксовану наночастинку [57].

То розпочинати варто з перевірки існування найпростішого режиму - режиму однорідної прецесії. Якщо він існує, тоді стаціонарний розв'язок системи рівнянь (1.13), (1.14) можна подати у такій формі $\varphi = \varrho\Omega t - \varphi_1$, $\vartheta = \vartheta_1$, $\phi = \varrho\Omega t - \phi_1$, $\theta = \theta_1$ (див. Рис. 3.1). Щоб віднайти невідомі константи φ_1 , ϕ_1 and ϑ_1 , θ_1 , що репрезентують кути прецесії та відставання, було використано умову відсутності руху магнітного моменту відносно кристалічної решітки наночастинок у вигляді

$$\dot{\mathbf{m}} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{m} = 0. \quad (3.1)$$

Якщо підставити рівняння (3.1) у друге рівняння системи (1.13) та знехтувати доданком, що відповідає за момент інерції, нескладно отримати

$$0 = \Omega_{cr}(\mathbf{m} \times \mathbf{n})(\mathbf{m}\mathbf{n}) + \boldsymbol{\omega}. \quad (3.2)$$

Далі, коли ввести до розгляду нову координатну систему $x''y''z''$, що здійснює обертання разом із зовнішнім полем, як це схематично проілюстровано

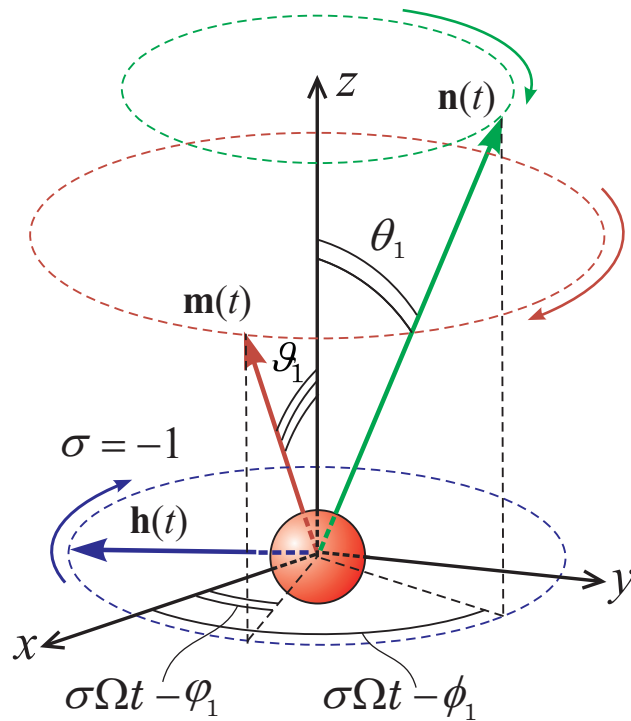


Рисунок 3.1 – Схематичне зображення поведінки векторів \mathbf{n} , \mathbf{m} та систем координат, що використовуються для опису режиму прецесії

но на рисунку 3.1, то подання кутової швидкості буде напрочуд простим

$$\boldsymbol{\omega}'' = (-\varrho\Omega \sin \theta_1, 0, 0). \quad (3.3)$$

Однак це породжує іншу проблему: вираз для динаміки магнітного моменту (1.14) не може бути так само легко поданим у зазначеній новій системі координат. Тому потрібно записати явну форму всіх векторів, що входять у рівняння (1.14) лабораторній системі координат. І складність виникає саме із явним виглядом кутової швидкості, або пошуку нового вигляду (3.3). Для виконання необхідних перетворень використовують матрицю повороту у вигляді

$$\mathbf{C}^{-1} = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \cos \Phi_1 & -\sin \Phi_1 & \sin \theta_1 \cos \Phi_1 \\ \cos \theta_1 \sin \Phi_1 & \cos \Phi_1 & \sin \theta_1 \sin \Phi_1 \\ -\sin \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

де $\Phi_1 = \varrho\Omega t - \phi_1$. Далі введемо таке позначення

$$F_1 = \sin \theta_1 \sin \vartheta_1 \cos(\phi_1 - \varphi_1) + \cos \theta_1 \cos \vartheta_1 \quad (3.5)$$

та за його допомогою перепишемо компоненти векторів $\boldsymbol{\omega}$, \mathbf{m} і \mathbf{n} в лабораторній системі використовуючи матрицю повороту (3.4). У такий спосіб отримаємо систему алгебраїчних рівнянь

$$\begin{aligned} -\sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 \left(\frac{\varrho \Omega}{\Omega_r} - h_z \right) &= \sin \theta_1 \cos \theta_1 \cos \phi_1 \frac{\varrho \Omega}{\Omega_{cr}}, \\ h \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1 &= \sin^2 \theta_1 \frac{\varrho \Omega}{\Omega_{cr}}, \\ F_1 \sin(\vartheta_1 - \theta_1) \sin \varphi_1 &= \sin \vartheta_1 \left(\frac{\varrho \Omega}{\Omega_r} - h_z \right), \\ F_1 \sin \theta_1 \sin(\varphi_1 - \phi_1) &= h \sin \varphi_1. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Далі, пряме інтегрування рівнянь (1.4) з врахуванням подання векторів \mathbf{m} та \mathbf{n} у сферичних координатах

$$\dot{\mathbf{m}} = (-\varrho \Omega \sin \vartheta_1 \sin \Psi_1, \varrho \Omega \sin \vartheta_1 \cos \Psi_1, 0), \quad (3.7)$$

$$\mathbf{n} = (\sin \theta_1 \cos \Phi_1, \sin \theta_1 \sin \Phi_1, \cos \theta_1), \quad (3.8)$$

де $\Psi_1 = \varrho \Omega t - \varphi_1$, отримуємо вираз для потужності втрат для режиму однорідної прецесії

$$\tilde{Q} = 2\varrho \tilde{\Omega} \sin \vartheta_1 \sin \varphi_1. \quad (3.9)$$

Тут, $\tilde{\Omega} = \Omega / \Omega_{r1}$.

Вираз для чисельного обчислення втрат потужності, який дозволить верифікувати аналітичні розрахунки (3.9) отримується також з використанням співвідношення (1.4) та подання векторів \mathbf{m} and \mathbf{n} у сферичних координатах. Введемо параметр $\tilde{\tau} = \tau \Omega_{r1}$ (який потім буде вибраний як 10^5 під час моделювання) і перепишемо виразі для компонент поля в дискретні моменти часу, або у вигляді так званої різничної схеми

$$\begin{aligned} \tilde{Q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[h_{xi} (\cos \vartheta_i \cos \varphi_i \Delta \vartheta_i - \sin \vartheta_i \sin \varphi_i \Delta \phi_i) \right. \\ \left. + h_{yi} (\cos \vartheta_i \sin \varphi_i \Delta \theta_i + \sin \vartheta_i \cos \varphi_i \Delta \varphi_i) \right. \\ \left. - h_{zi} \sin \vartheta_i \Delta \vartheta_i \right], \end{aligned} \quad (3.10)$$

де $N = \tilde{\tau} / \Delta \tilde{t}$ – кількість часових кроків на один періоді зовнішнього поля,

$\Delta\tilde{t}(\ll 1/\tilde{\Omega})$ – значення кроку часу в процедурі чисельного розрахунку, $\vartheta_i = \vartheta(\tilde{t}_i)$, $\varphi_i = \varphi(\tilde{t}_i)$, $\Delta\vartheta_i = \frac{\partial\vartheta(\tilde{t}_i)}{\partial\tilde{t}}\Delta\tilde{t}$, $\Delta\varphi_i = \frac{\partial\varphi(\tilde{t}_i)}{\partial\tilde{t}}\Delta\tilde{t}$,

$$\begin{aligned} h_{xi} &= h \cos(\varrho\tilde{\Omega}\tilde{t}_i) + F_i \sin\theta_i \cos\phi_i, \\ h_{yi} &= h \sin(\varrho\tilde{\Omega}\tilde{t}_i) + F_i \sin\theta_i \sin\phi_i, \\ h_{zi} &= h_z + F_i \cos\theta_i, \end{aligned} \tag{3.11}$$

тут $F_i = F(\tilde{t}_i)$, $\theta_i = \theta(\tilde{t}_i)$, $\phi_i = \phi(\tilde{t}_i)$.

Наявність додаткового ступеня вільності забезпечує більш цікавий та складний характер магнітної динаміки наночастинки. По-перше, як і для моделей фіксованої наночастинки, так і для моделі жорсткого диполя, для випадку наночастинки зі скінченною анізотропією буде формуватися звичайний неоднорідний або квазіперіодичний режим, який характеризується змінами кутів прецесії з частотою, що не кратна частоті поля. Такий тип руху ще називають або нутаціями. По-друге, як і у випадку фіксованої наночастинки, може відбуватися т.з. перемикання між двома однорідними режимами, що характеризується різними орієнтаціями напрямку її магнітного моменту. На додачу, реалізується ще один цікавий режим. коли він реалізується, наночастинка як ціле майже не рухається, тоді як магнітний момент здійснює коливання: кути ϑ і φ вектора \mathbf{m} змінюються синхронно разом із зовнішнім полем без постійної складової, що може бути виявленою, кути ж θ і ϕ вектора \mathbf{n} при цьому практично дорівнюють константам, з незначним результуючим рухом в напрямку обертання зовнішнього поля. Такий тип руху досить поширений і реалізується в широкому діапазоні параметрів поля. Він виникає і в нижньому, і у верхньому положенні наночастинки, і в околі площини поляризації зовнішньої поля. Переходи між зазначеними типами руху проявляються у стрибкоподібних змінах залежності потужності втрат $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$. Так, наприклад, перемикання між двома однорідними режимами з переорієнтацією наночастинок призводить до зменшення втрат потужності, щонайменше, на один порядок. Найбільш типові залежності $\tilde{Q}(\tilde{\Omega})$ показані на рисунку 3.2.

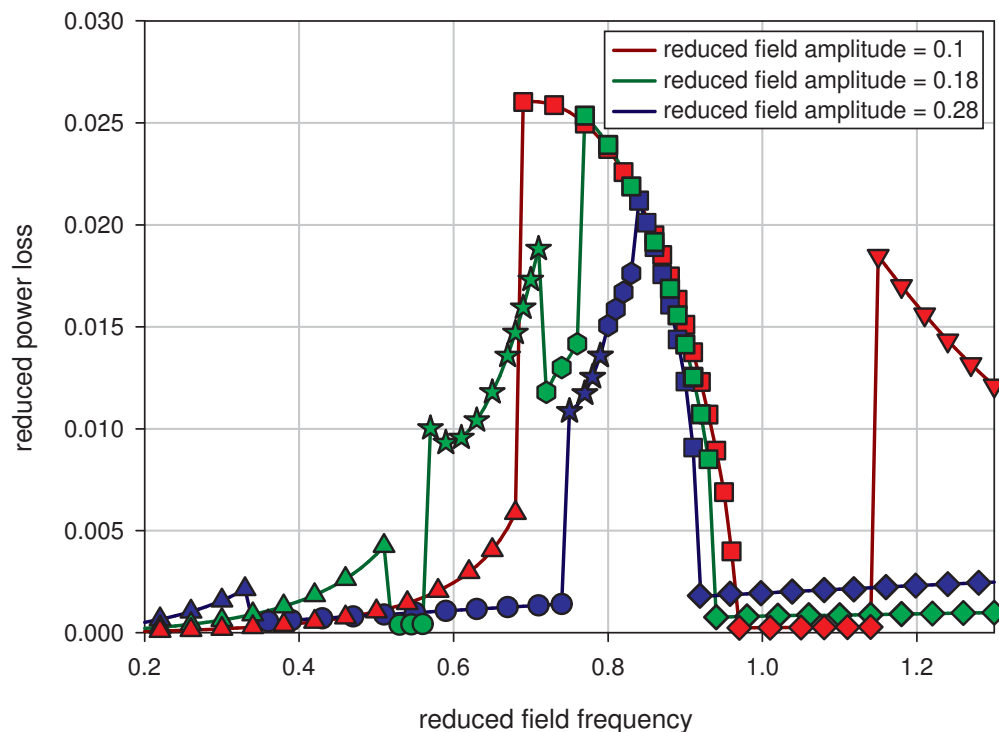


Рисунок 3.2 – Нагрівання наночастинок: типові залежності величини втрат потужності від частоти поля для визначених амплітуд. Значення параметрів системи наступні: $\alpha = 0.1$, $\eta = 0.006P$, $M = 338G$, $\varrho = +1$, $h_z = 0$. Чисельні розрахунки у вибраному діапазоні параметрів поля не залежать від початкових умов моделювання. Трикутними маркерами відмічені ділянки, що репрезентують однорідну прецесію у верхньому стані; круглими маркерами відмічені ділянки, що репрезентують однорідну прецесію після переходу в нижній стан; маркери-зірки репрезентують ділянки з неоднорідною прецесією; квадратні, шестикутні та трикутні маркери репрезентують неоднорідний режим з "нерухомою" легкою віссю.

3.2 Режими прецесійного руху для наночастинки зі скінченною анізотропією

Як кути прецесії, так і кути відставання зростають з частотою та амплітудою зовнішнього поля. Тому однорідна прецесія, яка генерується для малих частот та порівняно малих амплітуд має втрачати стабільний характер. І реалізується механізм, який можна вербалізувати так. Магнітний момент \mathbf{m} намагається наздогнати вектор зовнішнього поля \mathbf{h} , як наслідок, виходить за межі конусу прецесії та починає виконувати коливання змінюючи кут прецесії періодично. Ці коливання мають досить велику амплітуду, і вони відбуваються асинхронно із обертанням зовнішнього поля. У випадку фіксованої наночастинки подібне явище детально описувалось у роботі [65], а умови генерації такого режиму також детально пояснені у [63]. Для моделі ж жорсткого диполя такий режим вичерпано охарактеризований у роботі [70]. Якщо ж і вісь анізотропії, і магнітний момент не фіксовані жорстко та можуть здійснювати сумісний рух, неоднорідний режим реалізується з деякими особливостями. По-перше, для реальних значень параметрів системи, амплітуди коливань легкої осі та середнє значення її положення значно менші, ніж для магнітного моменту \mathbf{m} . По-друге, як видно з масштабів (див. Рис. 3.3), частота обертання вісі анізотропії \mathbf{n} менша, ніж для \mathbf{m} . Різні частоти обертання намагніченості та легкої осі наночастинки в неоднорідному режимі є нетривіальним результатом, оскільки у випадку однорідної прецесії дані частоти цілком збігаються.

З подальшим збільшенням частоти поля середнє положення вектора магнітного моменту \mathbf{n} починає зміщуватися, або дрейфувати за полем, що може відбуватися по-різному. Завдяки анізотропії вектор \mathbf{m} також буде брати участь у такому дрейфі. Перший сценарій дрейфу є хаотичним, за якого і середнє положення кожного вектору, і коливання навколо середніх положень векторів будуть нерегулярними. Зауважимо, що При цьому для кожного вектору швидкість дрейфу середнього положення є набагато меншою порівняно з частотою коливань навколо цього положення. Саме такий прецесійний режим показаний на рисунку (3.4). Тут порушення регулярного характеру руху особливо виражене для азимутального кута φ магнітного моменту \mathbf{m} . Зауважимо, що подібну хаотичну динаміку раніше спостерігали у чисельних дослідженнях для внутрішньої магнітної динамі-

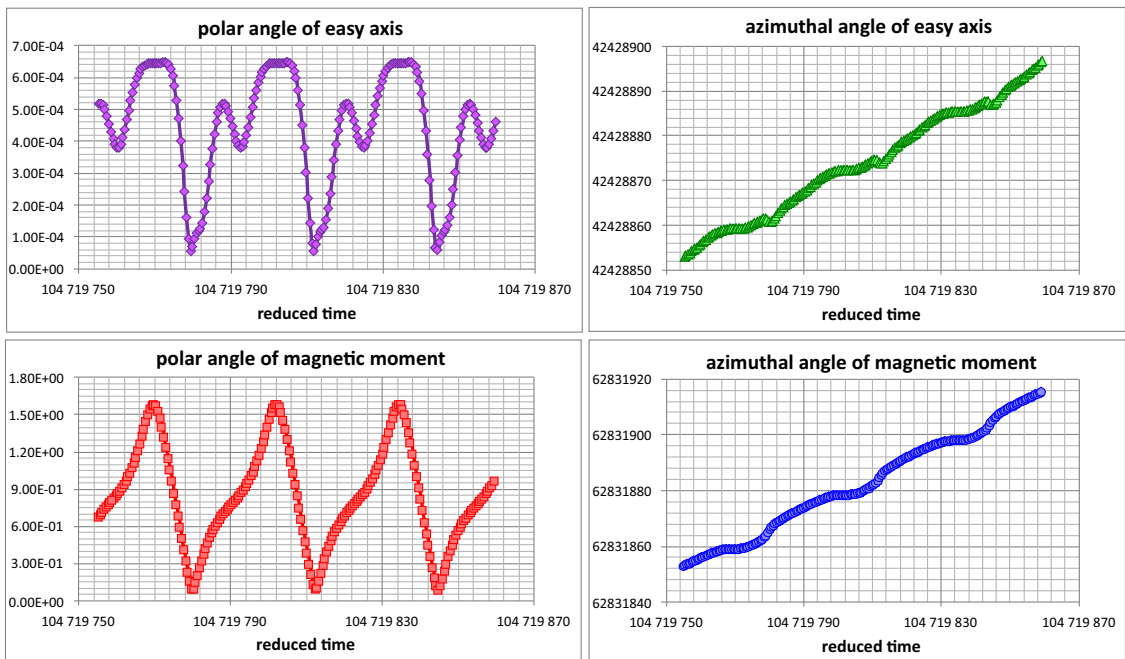


Рисунок 3.3 – Часові залежності кутових координат магнітного моменту та осі анізотропії наночастинки, під дією циркулярно поляризованого поля виду (1.1) з приведеною амплітудою $h = 0.14$ і приведеною амплітудою частотою $\tilde{\Omega} = 0.6$. Частоти обертання для магнітного моменту та легкої осі відрізняються між собою та не є кратними, що видно з масштабів вертикальних осей графіків праворуч.

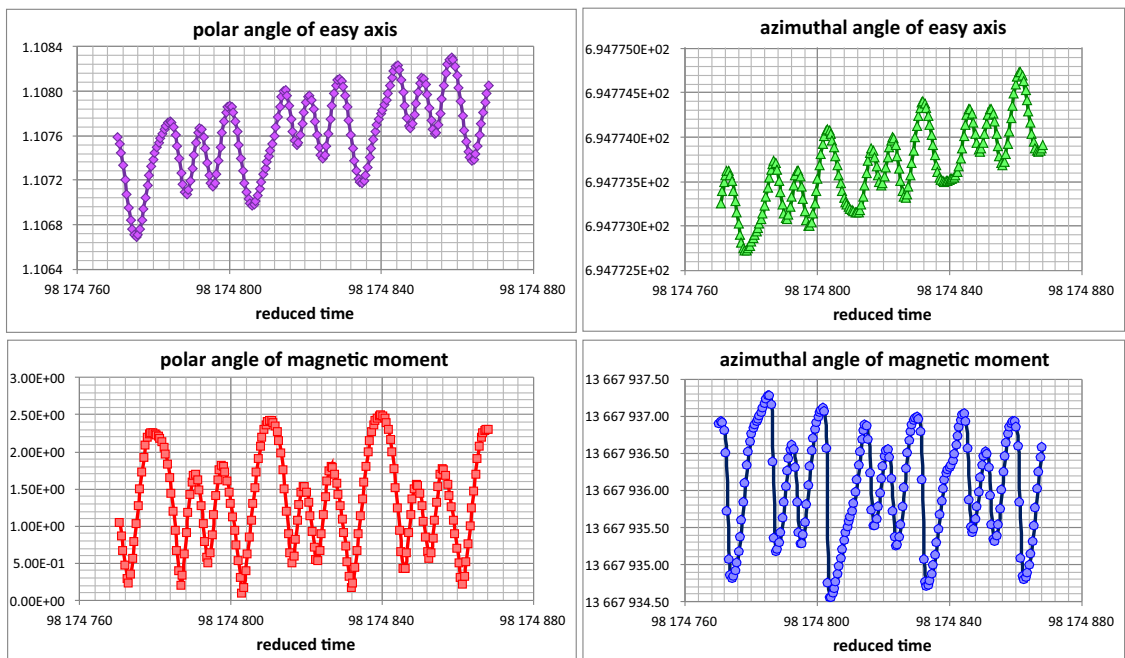


Рисунок 3.4 – Часові залежності кутових координат магнітного моменту та осі анізотропії наночастинки, під дією циркулярно поляризованого поля виду (1.1) з приведеною амплітудою $h = 0.14$ і приведеною частотою $\tilde{\Omega} = 0.64$. Цей режим є виключно хаотичним через повільний хаотичний дрейф усереднених положень і магнітного моменту, і осі анізотропії, а також, через нерегулярні коливання магнітного моменту навколо осі анізотропії.

ки фіксованої наночастинки, (див. роботи [71–73]).

Під час зростання частоти відбувається наступна трансформація характеру руху. І далі тренди або середні положення векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} залишаються хаотичними, але коливання стають практично регулярними, а їх частоти збігаються з частотою поля, див. Рис. 3.5. Нажаль, масштаб графіків рисунка не дозволяє розпізнати, що дрейф трендів векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} має місце для широкого діапазону координат, і можна розрахувати, що ці середні положення будуть досить сильно корельовані.

Наступний режим прецесії, напроти, є знову регулярним, хоча і зберігає при цьому деякі властивості попередніх двох режимів. Тут повільний дрейф тренду спостерігається лише для азимутальних кутів векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} , але при цьому їх полярні кути виконують лише коливання. Дрейф вектора осі анізотропії \mathbf{n} добре видно з рисунка 3.6, в той час як дрейф магнітного моменту \mathbf{m} не помітний у масштабі осей на рисунку. Тим не менш, він зобов'язаний існувати через анізотропний зв'язок магнітної та механічної підсистем. Цей режим характерний для резонансних частот та близьких до них. Для приведеної амплітуди поля вибраної на рівні 0.14 він реалізується в діапазоні приведених частот 0.77 – 0.96. Залежності від початкових умов та значення кроку дискретизації за часом не спостерігалися. Таким чином, можна стверджувати, що описаний режим є регулярним.

Характер останніх детектованих режимів генерується завдяки переорієнтації векторів магнітного моменту \mathbf{m} та осі анізотропії \mathbf{n} під дією циркулярно поляризованого поля. Незалежно від вибору початкових умов щодо полярних кутів, стабільні режими прецесії для певних значень амплітуд та частот існують лише в околицях прецесійного кута π . Тобто, полярний кут магнітного моменту може подолати шлях, близький до π потягом перехідного процесу задля досягнення стаціонарної траєкторії. І хоч однорідна прецесія тут є стабільною, завдяки надто вузькому конусу прецесії в околі π , вісь анізотропії може досить довго не досягати прецесійної та здійснювати лише коливання, див. Рис. 3.7. Є підстави вважати, що цей режим є перехідним процесом великої тривалості, але з практичної точки зору логічно розглядати такий тип руху як окремий режим. За збільшення частоти зовнішнього поля зазначений перехідний процес завершується швидше і стаціонарний розв'язок являє собою "чистий" режим однорідної

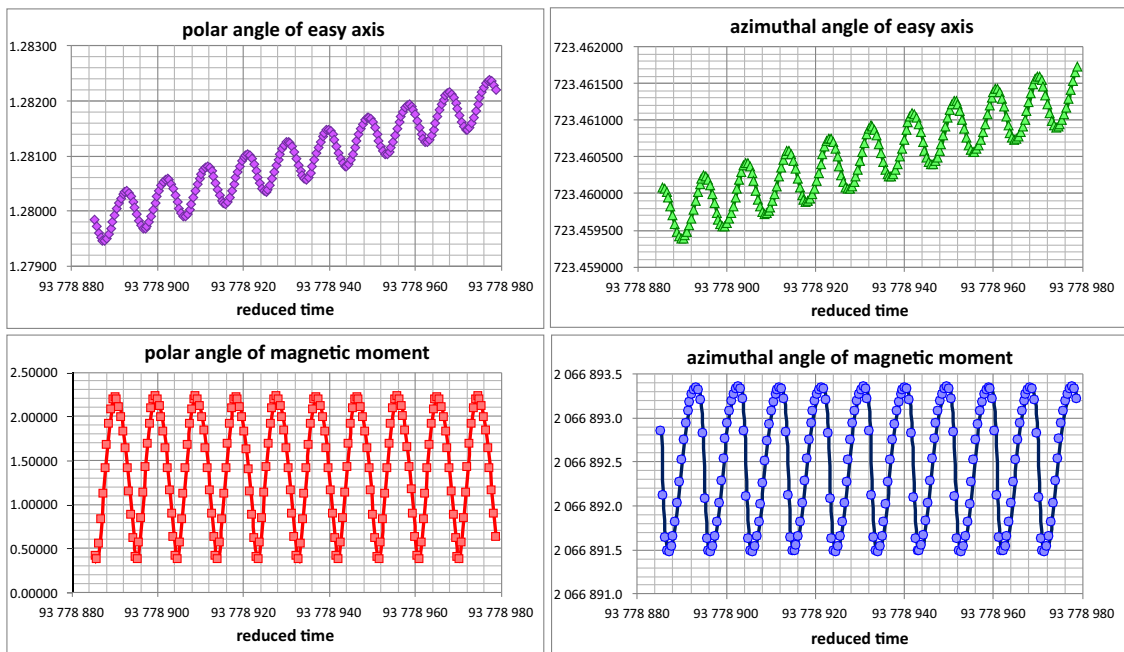


Рисунок 3.5 – Часові залежності кутових координат магнітного моменту та осі анізотропії наночастинки, під дією циркулярно поляризованого поля виду (1.1) з приведеною амплітудою $h = 0.14$ та приведеною частотою $\tilde{\Omega} = 0.67$. Даний режим є хаотичним, оскільки спостерігається повільний хаотичний дрейф усереднених положень (трендів) і магнітного моменту і осі анізотропії.

прецесії, див. Рис. 3.8. Але і в цьому випадку, як і раніше, до прецесії додаються залишкові коливання. Щоправда, тут даний наслідок перехідного процесу на порядок менше виражений. І це ще один аргумент на користь припущення про існування поміжного нелінійного режиму перед звичним лінійним – режимом однорідної прецесії.

Нарешті, останнім спостережуваним прикладом нелінійної поведінки є так званий проміжний або режим вторинної однорідної прецесії. Він генерується завдяки відновленню стійкості після зростання частоти або амплітуди поля. Всі нелінійні режими динаміки виникають внаслідок того, що критерії стійкості для однорідної прецесії перестають бути справедливими в певних інтервалах значень частоти та амплітуди зовнішнього поля. Тому інтервали, де реалізується однорідна прецесія можуть чергуватися з інтервалами різних нелінійних режимів. Подібний ефект для магнітної динаміки фіксованої наночастинки добре відомий і раніше описувався у роботі [65]. Перехід від звичайного прецесійного режиму до вторинного однорідного режиму прецесії відбувається раптово за найменшої зміни параметрів поля поблизу точки переходу. У нашому моделюванні для обраних параметрів

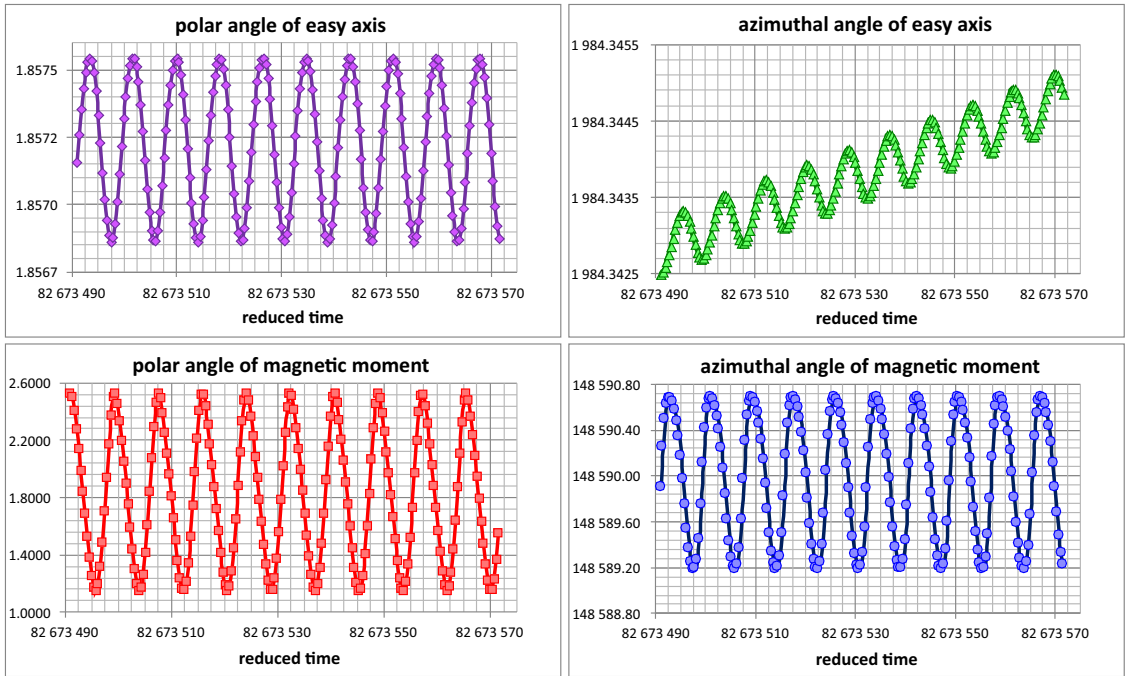


Рисунок 3.6 – Часові залежності куткових координат магнітного моменту та осі анізотропії наночастинки, під дією циркулярно поляризованого поля виду (1.1) з приведеною амплітудою $h = 0.14$ і приведеною частотою $\tilde{\Omega} = 0.76$. Даний режим є регулярним. Повільний дрейф усередненого положення магнітного моменту та осі анізотропії здійснюється лише за азимутальними кутами.

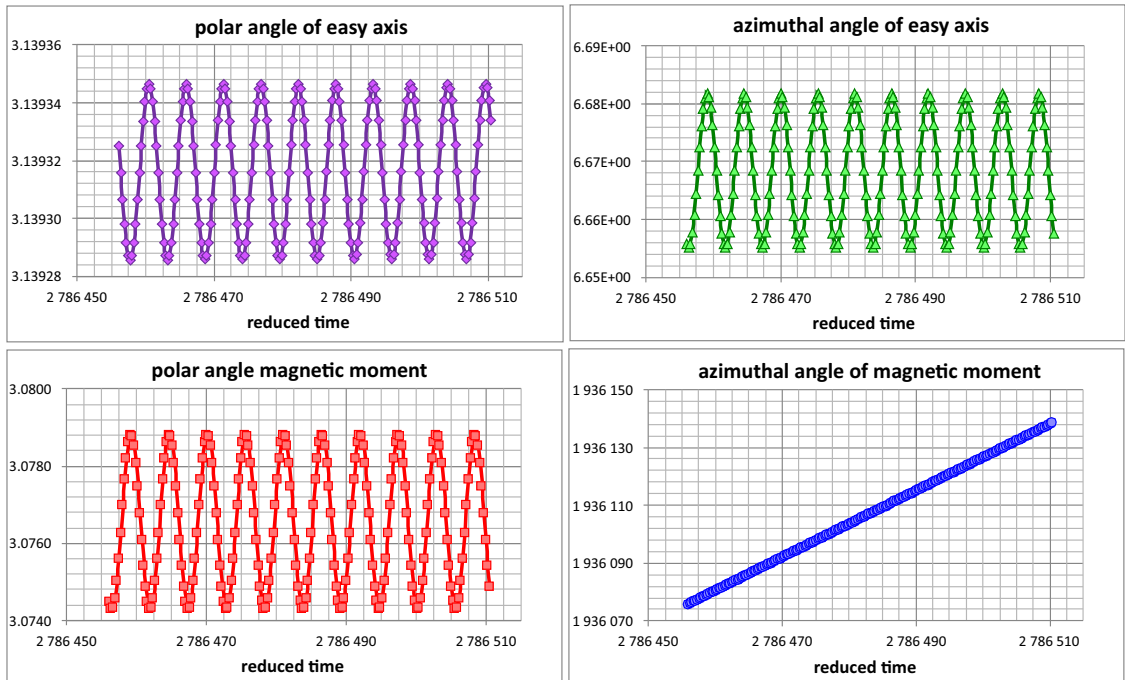


Рисунок 3.7 – Часові залежності куткових координат магнітного моменту та осі анізотропії наночастинки, під дією циркулярно поляризованого поля виду (1.1) з приведеною амплітудою $h = 0.14$ і приведеною частотою $\tilde{\Omega} = 1.15$. Магнітний момент здійснює однорідну прецесію, тоді як легка вісь здійснює лише коливання. Це може бути тривалий перехідний процес.

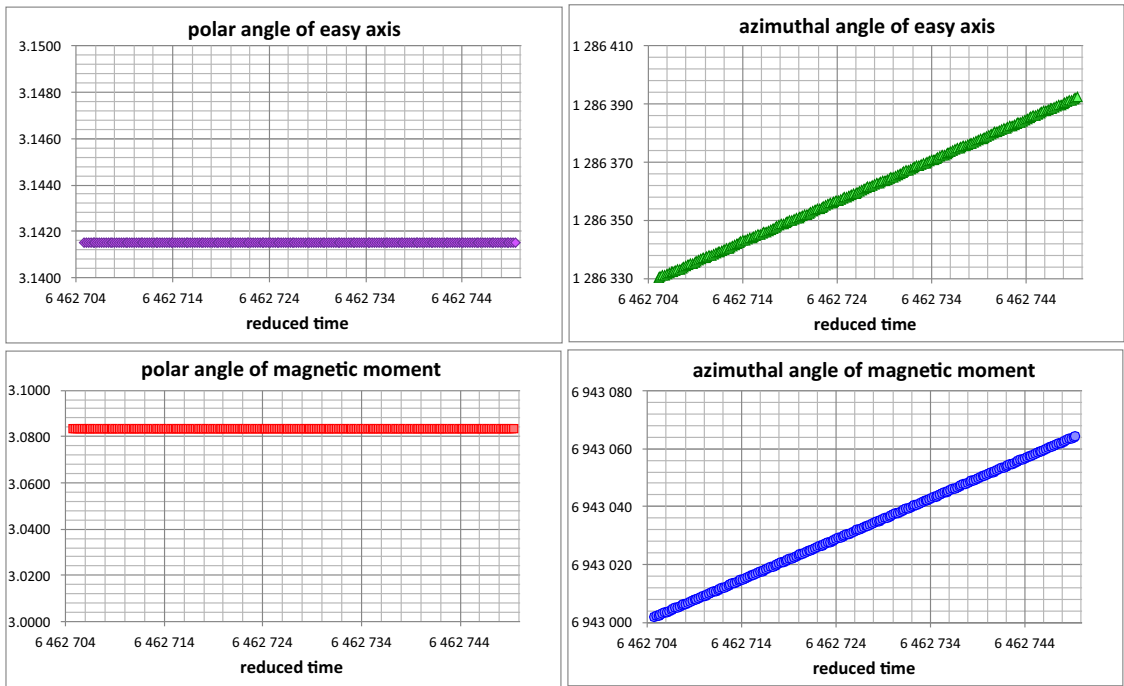


Рисунок 3.8 – Часові еволюції кутових координат наночастинки, збуджуваної обертовим полем виду (1.1) з безрозмірною амплітудою $h = 0.14$ і безрозмірною частотою $\tilde{\Omega} = 1.45$. Магнітний момент та легка вісь здійснюють однорідну прецесію у нижньому стані.

точка переходу знаходиться поблизу від $h = 0.14$ і $\tilde{\Omega} = 0.63$, і даний режим межує також з неоднорідними та хаотичними режимами. Однак також можливий перехід у вторинний однорідний режим із звичайної однорідної прецесії. Такий перехід супроводжується стрибками кутів прецесії.

4 СТАЛЕ У ЧАСІ ГРДІЄНТНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ

4.1 Рівняння руху

Ми вивчаємо спрямований транспорт феромагнітної наночастинки, яка має форму сфери радіусом a , зважена у в'язкій рідині, та має намагніченість $\mathbf{M} = \mathbf{M}(t)$, де $|\mathbf{M}| = M = \text{const}$. Радіус частинки покладається досить малим, для того, щоб її можна було вважати повністю однодоменною, і в той же час настільки великим, що можна знехтувати взаємодією з термостатом (для різних матеріалів справедливність та адекватність цих умов, проаналізовано у роботі [74] та у наведених посиланнях). На додачу, магнітне поле анізотропії припускається досить великим, для того, щоб частинка могла розглядатися в рамках моделі жорсткого диполя. У цьому наближенні намагніченість частинки вважається завжди спрямованою за напрямком легкої вісі частинки i , отже, намагніченість можна розглядати як змінну у відомому кінематичному рівнянні

$$\dot{\mathbf{M}} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}, \quad (4.1)$$

де $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t)$ – вектор кутової швидкості наночастинки, знак \times означає векторний добуток, а крапка над вектором означає похідну за часом t . Також робиться припущення, що радіус-вектор центру наночастинки $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t)$ змінюється дуже повільно, що похідна від намагніченості $\dot{\mathbf{M}}$ обчислюється як для фіксованого радіус-вектора \mathbf{R} .

Розглядається ситуація, коли частинка перебуває під впливом як сталого однорідного \mathbf{H}_\perp , так і змінного у просторі градієнтного \mathbf{H}_g магнітних полів:

$$\mathbf{H}_\perp = H_\perp \mathbf{e}_y, \quad \mathbf{H}_g = gR_x \sin(\Omega t + \phi) \mathbf{e}_x. \quad (4.2)$$

Тут $H_\perp (\geq 0)$ – величина напруженості однорідного магнітного поля, $g (> 0)$ – градієнтне магнітне поле \mathbf{H}_g , R_x – x компонента вектора \mathbf{R} , а \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y та \mathbf{e}_z – одиничні вектори вздовж відповідних осей декартової системи координат xyz . Варто зауважити, що стале у часті та просторі поле $\mathbf{H}_\parallel = H_\parallel \mathbf{e}_x$ разом із градієнтним полем \mathbf{H}_g діють як модифіковане (зміщене) градієнтне магнітне поле $g(R_x + H_\parallel/g) \mathbf{e}_x$, або \mathbf{H}_\parallel здійснює зсув позиції, у якій виконується умова $\mathbf{H}_g = \mathbf{0}$. Отже, без втрати загальності,

на цьому етапі цілком можна припустити, що $H_{\parallel} = 0$.

Щоб описати динаміку намагніченості у полях розглянутого вигляду вважається, що вектор намагніченості наночастинки \mathbf{M} знаходиться у площині xy :

$$\mathbf{M} = M(\cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \varphi \mathbf{e}_y), \quad (4.3)$$

де $\varphi = \varphi(t)$ є азимутальним кутом вектора \mathbf{M} . З кінематичного рівняння випливає зв'язок між цим кутом та кутовою швидкістю частинки визначається тривіальним виразом

$$\dot{\varphi} = \omega_z. \quad (4.4)$$

Далі записуються рівняння поступальної та обертальної динаміки наночастинки, що зважена у в'язкій рідині. Через малий розмір об'єкту інерційними властивостями доцільно знехтувати (дивись нижче). Отже, зберігаючи лише доданки, які відповідають за рух та наявне тертя, ці рівняння можна записати у вигляді рівняння балансу сил, $\mathbf{f}_d + \mathbf{f}_f = \mathbf{0}$, та балансу обертальних моментів, $\mathbf{t}_d + \mathbf{t}_f = \mathbf{0}$. Тут \mathbf{f}_d – рушійна сила, що виникає внаслідок градієнтного магнітного поля, \mathbf{f}_f – сила тертя, \mathbf{t}_d – рушійний момент, що утворюється результируючим магнітним полем $\mathbf{H}_{\perp} + \mathbf{H}_g$, а \mathbf{t}_f – момент сили тертя. З огляду на те, що як рушійна сила, так і обертальний момент можуть бути легко визначені як $\mathbf{f}_d = V(\mathbf{M} \cdot \partial/\partial \mathbf{R})\mathbf{H}_g$ ($V = 4\pi a^3/3$ – об'єм частинки, крапка позначає скалярний добуток) і $\mathbf{t}_d = V\mathbf{M} \times (\mathbf{H}_{\perp} + \mathbf{H}_g)$ та після здійснення необхідних обчислень за допомогою виразів (4.2) і (4.3), наведені вище рівняння можуть бути переписані як

$$MVg \cos \varphi \mathbf{e}_x + \mathbf{f}_f = \mathbf{0} \quad (4.5)$$

і

$$MV(H_{\perp} \cos \varphi - gR_x \sin \varphi) \mathbf{e}_z + \mathbf{t}_f = \mathbf{0}. \quad (4.6)$$

Оскільки явні вирази для \mathbf{f}_f і \mathbf{t}_f загалом невідомі, нижче ми розглядаємо лише випадок малих чисел Рейнольдса (для наночастинок ця умова не є занадто обмежувальною).

4.1.1 Випадок малих чисел Рейнольдса

Числа Рейнольдса для поступального та обертального рухів, визначаються відповідно як $\text{Re} = 2\rho a|\mathbf{v}|/\eta$ та $\text{Re}_\omega = \rho a^2|\boldsymbol{\omega}|/\eta$, відіграють найважливішу роль у знаходженні \mathbf{f}_f і \mathbf{t}_f . Тут ρ – густина рідини, $\mathbf{v} = \mathbf{v}(t)$ – поступальна швидкість частинки, а η – в'язкість рідини (динамічна). Якщо дані параметри вибрані таким чином, що $\text{Re} \ll 1$ і $\text{Re}_\omega \ll 1$, потік рідини, що обтікає частинку, та який, індукований її рухом, є ламінарним і, згідно з [75], $\mathbf{f}_f = -6\pi\eta a\mathbf{v}$ і $\mathbf{t}_f = -8\pi\eta a^3\boldsymbol{\omega}$. Скористаємося останнім виразом та з співвідношення (4.6) знаходимо $\boldsymbol{\omega} = \omega_z\mathbf{e}_z$, де

$$\omega_z = \frac{M}{6\eta}(H_\perp \cos \varphi - gR_x \sin \varphi). \quad (4.7)$$

Потім, підстановкою (6.6) у (6.11), можна отримати рівняння для азимутального кута вектора намагніченості:

$$\dot{\varphi} - \omega_\perp \cos \varphi + \omega_g r_x \sin \varphi = 0, \quad (4.8)$$

$$\omega_\perp = \frac{MH_\perp}{6\eta}, \quad \omega_g = \frac{Mga}{6\eta} \quad (4.9)$$

– характерні частоти, що виникають відповідно з однорідного та градієнтного магнітних полів. Не втрачаючи загальності, вважається, що азимутальний кут у початку відліку часу (початковий азимутальний кут) $\varphi(0) = \varphi_0$ задовольняє умові $\varphi_0 \in [0, \pi]$.

Одержане вище рівняння (4.5) з \mathbf{f}_f демонструє, що швидкість наночастинки \mathbf{v} має лише компоненту вздовж вісі x

$$v_x = v_0 \cos \varphi, \quad (4.10)$$

де

$$v_0 = \frac{2Mga^2}{9\eta} = \frac{4}{3}\omega_g a \quad (4.11)$$

– так звана характерна швидкість наночастинки. З використанням виразів (4.10) та (4.11), легко одержати

$$r_x = r_{x0} + \frac{4}{3}\omega_g \int_0^t \cos \varphi(t') dt' \quad (4.12)$$

з $r_{x0} = r_x(0)$, що єнічим іншим, як початковим положенням наночастинки.

Система рівнянь (4.8) та (6.33) у сукупності з початковими значеннями координат частинки φ_0 і r_{x0} повністю описує її обертальну та поступальну динаміку. Відповідно до (6.33), рівняння (4.8) є інтегрально-диференціальним (оскільки напруженість градієнтного магнітного поля, яке діє на частинки, змінюється під час їх поступального руху). Перепишавши його у формі

$$\frac{\dot{\varphi} - \omega_{\perp} \cos \varphi}{\sin \varphi} = -\omega_g r_x \quad (4.13)$$

і взявши похідну від часу від обох частин, рівняння (4.13) длоцільно привести до автономного диференціального рівняння другого порядку

$$\ddot{\varphi} \sin \varphi - \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \omega_{\perp} \dot{\varphi} + \frac{4}{3} \omega_g^2 \sin^2 \varphi \cos \varphi = 0. \quad (4.14)$$

Як показує (4.8), розв'язок (4.14) повинно задовольняти початковим умовам $\varphi(0) = \varphi_0$ і

$$\dot{\varphi}(0) = \omega_{\perp} \cos \varphi_0 - \omega_g r_{x0} \sin \varphi_0. \quad (4.15)$$

4.2 Динаміка наночастинок

Оскільки аналіз динаміки наночастинок у випадках відсутності та присутності однорідного магнітного поля H_{\perp} відрізняється, ми розглянемо ці випадки окремо.

4.2.1 Динаміка наночастинок при $H_{\perp} = 0$

Оскільки для випадку, що розглядається, $\omega_{\perp} = 0$, нелінійне диференціальне рівняння другого порядку (4.14) легко переписати у вигляді лінійного диференціального рівняння першого порядку для $q = \dot{\varphi}^2$. Справді, якщо подати q як функцію кутової координати φ , тобто $q = q(\varphi)$, і приймаючи до уваги, що $q'_{\varphi} = 2\dot{\varphi}$ ($q'_{\varphi} = dq/d\varphi$), вираз (4.14) можна переписати як

$$q'_\varphi \sin \varphi - 2q \cos \varphi + \frac{8}{3} \omega_g^2 \sin^2 \varphi \cos \varphi = 0 \quad (4.16)$$

Відповідно до виразу (4.15), розв'язок даного рівняння повинен задовольняти вищезазначеній умові $q(\varphi_0) = q_0$, де

$$q_0 = \omega_g^2 r_{x0}^2 \sin^2 \varphi_0. \quad (4.17)$$

Загальний розв'язок рівняння (4.16) записується у такому вигляді (дивись, наприклад, формулу (13.1.4) у [76]):

$$q = C \sin^2 \varphi - \frac{4}{3} \omega_g^2 \sin^2 \varphi \ln \sin^2 \varphi, \quad (4.18)$$

де C – деяка константа інтегрування, що потребує встановлення з умови (4.17),

$$C = \omega_g^2 r_{x0}^2 + \frac{4}{3} \omega_g^2 \ln \sin^2 \varphi_0, \quad (4.19)$$

та за допомогою (4.11), розв'язок рівняння (4.18) можна переписати у вигляді

$$q = \omega_g^2 \left(r_{x0}^2 - \frac{4}{3} \ln \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi_0} \right) \sin^2 \varphi. \quad (4.20)$$

З цього та рівняння (4.8), яке за умови $H_\perp = 0$ має розв'язком $q = \dot{\varphi}^2 = \omega_g^2 r_x^2 \sin^2 \varphi$, отримуємо, нарешті, співвідношення

$$r_x^2 = r_{x0}^2 - \frac{4}{3} \ln \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi_0}, \quad (4.21)$$

яке буде відігравати істотну роль в усьому подальшому аналізі динаміки наночастинки, зваженої в рідині під дією зовнішніх полів зазначених типів.

Варто почати аналіз із зауваження, що величина початкової кутової швидкості $\dot{\varphi}(0) = -\omega_g r_{x0} \sin \varphi_0$ визначається початковим положенням наночастинки r_{x0} . Разом із виразом (4.8), що відповідно до (4.21) та з урахуванням останнього факту, може бути подано як

$$\dot{\varphi} = -\operatorname{sgn}(r_x) \omega_g \left(r_{x0}^2 - \frac{4}{3} \ln \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi_0} \right)^{1/2} \sin \varphi \quad (4.22)$$

[$\text{sgn}(x) = \pm 1$, якщо $x \gtrless 0$], значить, що лінійна швидкість наночастинки $v_x = v_0 \cos \varphi$ за умови $t \neq 0$ також залежить від величини r_{x0} (у зв'язку з цим варто нагадати, що початкове значення швидкості $v_x(0) = v_0 \cos \varphi_0$ є однаковим для усіх початкових положень r_{x0}). Для визначеності припускаємо, що $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$, і тоді з (4.22) випливає, що азимутальний кут φ монотонно зменшується з часом від φ_0 до 0 (і тому v_x монотонно збільшується з $v_0 \cos \varphi_0$ до v_0), якщо $r_{x0} \geq 0$. Іншими словами, всі частинки з $r_{x0} \geq 0$ здійснюють рух праворуч зі швидкостями, які асимптотично прямують до v_0 . Крім того, чим більшим є значення початкового положення частинки, тим раніше швидкість наночастинки прямує до насиченого значення v_0 . З метою класифікації ми позначаємо динаміку наночастинок за $r_{x0} \geq 0$ динамічним режимом номер один.

Динамічний режим номер два має місце для наночастинок з $r_{x0} \in (-l, 0)$, де

$$l = \left(\frac{4}{3} \ln \frac{1}{\sin^2 \varphi_0} \right)^{1/2}. \quad (4.23)$$

У даному випадку всі частинки також рухаються праворуч. Однак, на відміну від вищеописаної ситуації, азимутальний кут намагніченості частинки φ на першому етапі збільшується від початкової величини φ_0 до деякого $\varphi_m < \pi/2$ (поки не буде досягнуто певного положення, що визначається як $r_x = 0$), а на другому етапі монотонно зменшується асимптотично до 0 з часом. У цьому випадку швидкість дрейфу наночастинки спочатку спадає від $v_0 \cos \varphi_0$ до $v_0 \cos \varphi_m$, але згодом починає зростати до v_0 .

Динамічні властивості коли $r_{x0} = -l$ відповідають третьому режиму, який, за великим рахунком, є граничним випадком режиму номер два. Тут, як і у попередньому випадку, частинка спочатку рухається праворуч, однак після досягнення положення, що характеризується $r_x = 0$ і $\varphi_m = \pi/2$ її рух зупиняється. Проте, варто зауважити, що цей стан нестійкий: через флуктуації частинка залишає околиці цієї точки і рухається або ліворуч, або праворуч.

Нарешті, динамічний режим номер чотири умовою реалізацією має $r_{x0} < -l$. Тут азимутальний кут φ збільшується монотонно з часом від

початкової величини φ_0 до π , і кожна частинка рухається праворуч лише у часовому інтервалі $(0, t_s)$, що залежить від r_{x0} . При $t = t_s$ частинка зупиняється [$v_x(t_s) = 0$, тобто $\varphi(t_s) = \pi/2$] в точці $r_x(t_s) = -(r_{x0}^2 - l^2)^{1/2}$, а потім (коли $t > t_s$) рухається ліворуч, досягаючи швидкості $-v_0$ на великих часових проміжках. Що стосується додатної величини початкової координати $r_{x0} > 0$, то чим більшим є значення $|r_{x0}|$, тим швидше досягається гранична величина швидкості $-v_0$.

Слід також зазначити, що в особливому випадку, коли $\varphi_0 = \pi/2$, лише два динамічні режими, перший і четвертий, можуть бути реалізовані відповідно при $r_{x0} > 0$ і $r_{x0} < 0$. Оскільки в цьому випадку $l = 0$, то другий і третій режими зводяться до стану $r_x = r_{x0} = 0$, який є нестабільним (частинка з $r_{x0} = 0$ рухається або вліво, або вправо).

Для того, щоб проілюструвати отримані теоретичні результати та підтвердити їх чисельно розглянемо наночастинки SmCo_5 , зважені у воді за кімнатної температури (295 К), які характеризуються параметрами $M = 1.36 \times 10^3 \text{ emu cm}^{-3}$, $\rho_n = 8.31 \text{ g cm}^{-3}$ - густина частинок, $\rho = 1 \text{ g cm}^{-3}$ і $\eta = 9.62 \times 10^{-3} \text{ P}$. Також вибирається $a = 2 \times 10^{-5} \text{ cm}$ (критичний діаметр однодоменного стану для цих частинок становить приблизно $7.5 \times 10^{-5} \text{ cm}$ [77]) та $g = 10^2 \text{ Oe cm}^{-1}$, знаходимо $v_0 = 1.26 \times 10^{-3} \text{ cm s}^{-1}$ і $\omega_g = 47.12 \text{ s}^{-1}$. За допомогою цих параметрів, із заміною $|\mathbf{v}|$ на v_0 і $|\boldsymbol{\omega}|$ на $MgR_x/6\eta$ з $|R_x| = 1 \text{ cm}$, визначення Re і Re_ω дають $\text{Re} = 5.24 \times 10^{-6}$ та $\text{Re}_\omega = 9.8 \times 10^{-2}$. Оскільки подання $\mathbf{t}_f = -8\pi\eta a^3 \boldsymbol{\omega}$ виконується навіть для $\text{Re}_\omega \lesssim 10$ [78], використане наближення малих чисел Рейнольдса є цілком виправданим. Варто нагадати, що в рамках використаної моделі було знехтувано інерційними доданками $\rho_n V \dot{\mathbf{v}}$ і $J \dot{\boldsymbol{\omega}}$ [$J = (2/5)\rho_n V a^2$ – момент інерції частинки] відповідно в рівняннях (4.5) та (4.6). Елементарний розрахунок показує, що підстави тому є, і цими доданками дійсно можна сміливо знехтувати коли $t \gg \max\{t_{tr}, t_r\}$, де

$$t_{tr} = \frac{2\rho_n a^2}{9\eta}, \quad t_r = \frac{\rho_n a^2}{15\eta} \quad (4.24)$$

– часи релаксації поступальної та обертальної динаміки. Оскільки, відповідно до виразу (4.24), $\max\{t_{tr}, t_r\} = t_{tr} = 7.68 \times 10^{-8} \text{ s}$, можна переконатися, що інерційні ефекти в динаміці наночастинок SmCo_5 є незначними вже при $t \gg 10^{-7} \text{ s}$. Нарешті, одночастинкове наближення, що

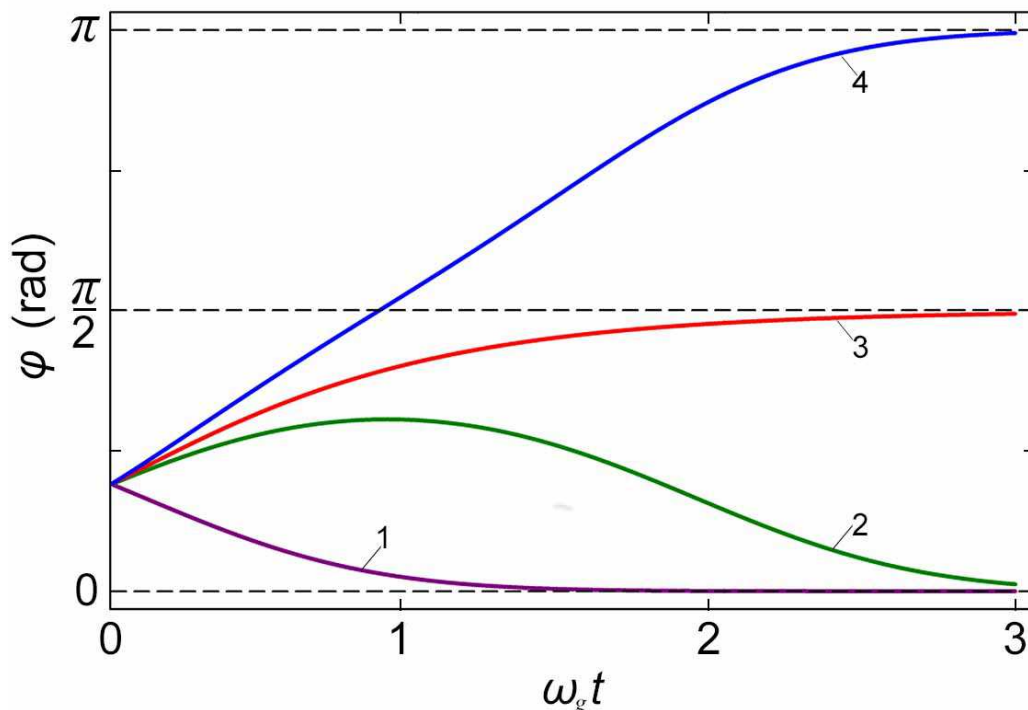


Рисунок 4.1 – Графіки залежності $\varphi = \varphi(t)$, отримані за допомогою чисельного розв’язання рівняння (4.14) для $H_{\perp} = 0$, $\varphi_0 = 0.6 \text{ rad}$ та різних значень початкового положення частинок r_{x0} . Оскільки, відповідно до (4.23), у цьому випадку $l = 1.235$, значення r_{x0} вибрані для відтворення всіх передбачуваних режимів динаміки наночастинок: $r_{x0} = 1.0$ (крива 1), $r_{x0} = -1.0$ (крива 2), $r_{x0} = -l$ (крива 3) і $r_{x0} = -1.5$ (крива 4).

використовується в нашій теоретичній моделі, є виправданим, тобто магнітною диполь-дипольною та гідродинамічною взаємодіями можна знехтувати, якщо середня відстань d між наночастинами досить велика. Зокрема, енергія диполь-дипольної взаємодії двох частинок, $(MV)^2/d^3$, є незначною порівняно з енергією частинок в градієнтному магнітному полі, $MV|\mathbf{H}_g|$, якщо $d \gg (4\pi M/3g|R_x|)^{1/3}a$. У той же час умова малості гідродинамічної взаємодії, яка виконується, коли об’ємна частка наночастинок мала, тобто $V/d^3 \ll 1$, не є настільки обмежувальною: $d \gg (4\pi/3)^{1/3}a$.

На рисунку 4.1 показано залежність азимутального кута φ намагніченості наночастинок від безрозмірного часу $\omega_g t$ для різних значень початкового положення r_{x0} .

Вони подають всі чотири вищеописані режими поведінки функції $\varphi = \varphi(t)$, за умови $r_{x0} \geq 0$ (режим номер один, крива 1), $r_{x0} \in (-l, 0)$ (режим номер два, крива 2), $r_{x0} = -l$ (режим номер три, крива 3) і $r_{x0} < -l$ (режим номер чотири, крива 4). Рисунок 4.2 ілюструє часову залежність

обезрозміреної координати частинки r_x за тих самих умов, що і на рисунку 4.1.

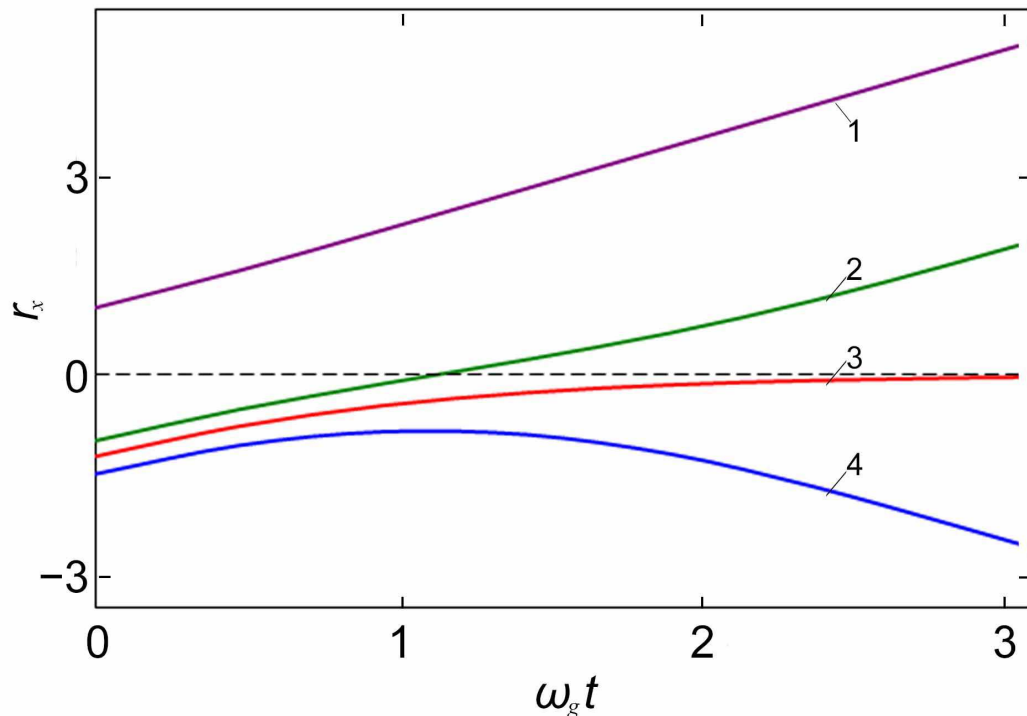


Рисунок 4.2 – Графіки залежності безрозмірного положення наночастинки $r_x = r_x(t)$, отримані з (6.33) розв'язком рівняння (4.14), для тих самих параметрів, що на рисунку 4.1.

Як видно, чисельні результати, подані на цих рисунках, підтверджують існування класифікованих режимів динаміки наночастинок. Нарешті, для перевірки теоретичного результату, висловленого співвідношенням (4.21) ми використали чисельні результати з рисунків 4.1 та 4.2 для обчислення величини $\Gamma = r_x^2 + (4/3) \ln(\sin^2 \varphi / \sin^2 \varphi_0)$ для двох моментів часу та різних значень початкового положення частинки r_{x0} . Порівняння отриманих даних з теоретичною залежністю $\Gamma = r_{x0}^2$, дивись рисунок 4.3, підтверджує їх достовірність.

Як було зазначено вище, магнітне поле виду \mathbf{H}_{\parallel} зміщує точку, в якій виконується умова $\mathbf{H}_g = \mathbf{0}$. Останнє означає, що \mathbf{H}_{\parallel} зсуває також і інтервали, в яких реалізуються зазначені режими динаміки наночастинок (наприклад, динамічний режим номер один реалізується за умови коли $r_{x0} > -H_{\parallel}/ga$). Треба зазначити, що, оскільки безрозмірне значення зсуву $|H_{\parallel}|/ga$ може бути достатньо великим навіть для досить незначних амплітуд H_{\parallel} (наприклад, у нашому випадку воно дорівнює 10^4 , коли

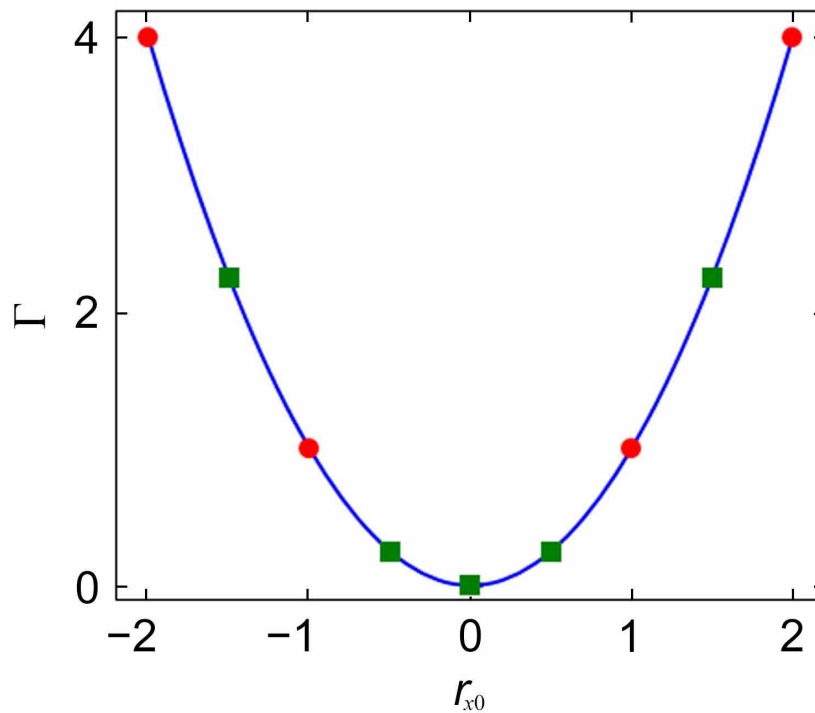


Рисунок 4.3 – Залежність величини Γ від безрозміреного початкового положення наночастинки r_{x0} . Числові дані позначені символами (кола і квадрати відповідають відповідно $\omega_g t = 1$ і $\omega_g t = 3$), а теоретичний результат $\Gamma = r_{x0}^2$ відображається суцільною кривою.

$H_{\parallel} = 20 \text{ Oe}$), зміна величини магнітного поля H_{\parallel} може бути доречним способом зміни режимів дрейфового руху.

4.2.2 Динаміка наночастинок при $H_{\perp} \neq 0$

Теоретичний аналіз транспортних властивостей наночастинок є більш складним у цьому випадку. Тому аналітичне вивчення проводиться лише для малих і великих значень часу. Для пошуку асимптотичних розв'язків за умови $t \rightarrow 0$ зручно використовувати рівняння (4.8) та (6.33), які у першому наближенні дозволяють отримати

$$\varphi = \varphi_0 + (\omega_{\perp} \cos \varphi_0 - \omega_g r_{x0} \sin \varphi_0) t \quad (4.25)$$

і

$$r_x = r_{x0} + \frac{v_0}{a} \cos \varphi_0 t. \quad (4.26)$$

Результат (4.26), як і для попереднього випадку характеризується тим, що всі наночастинки на початку відліку часу рухаються праворуч з одна-

ковою початковою швидкістю $v_0 \cos \varphi_0$ [варто нагадати, $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$]. На відміну від цього, обертання наночастинок в даному випадку має залежати не лише від r_{x0} , але й від H_\perp .

Проведений у даній НДР якісний аналіз демонструє, що аналогічно як і для $H_\perp = 0$, чотири режими динаміки наночастинок існують і для $H_\perp \neq 0$. Зазначені режими генеруються відповідно при $r_{x0} \geq l_1$, $r_{x0} \in (-l_2, l_1)$, $r_{x0} = -l_2$ і $r_{x0} < -l_2$. Відповідно до виразу (4.25), азимутальний кут φ зменшується монотонно з часом, тобто реалізується динамічний режим номер один, коли $r_{x0} \geq l_1$, де

$$l_1 = \frac{\omega_\perp}{\omega_g} \cot \varphi_0. \quad (4.27)$$

Цей результат узгоджується з результатом для $H_\perp = 0$ ($l_1 \rightarrow 0$ при $H_\perp \rightarrow 0$) і вказує, що магнітне поле H_\perp здатне істотно змінити значення l_1 (умову $l_1 \gg 1$ можна легко досягти).

З огляду на те, що пророблений аналіз є наближеним, неможливо записати точний вираз для величини l_2 . Однак, з використанням (4.25) та (4.26), існує можливість оцінити дану величину у наближений спосіб. Справді, шляхом вибору $r_{x0} = -l_2$ і та у припущенні, що $\varphi(t_s) = \pi/2$ і $r_x(t_s) = 0$ (варто нагадати, t_s – час зупинки), з (4.25) - (4.27) можна отримати

$$l_2 = \frac{1}{2} l_1 \left[\left(1 + \frac{8(\pi - 2\varphi_0)}{3l_1^2 \tan \varphi_0} \right)^{1/2} - 1 \right]. \quad (4.28)$$

Для $l_1 \ll 1$ ($H_\perp \ll ga \tan \varphi_0$) та $l_1 \gg 1$ ($H_\perp \gg ga \tan \varphi_0$) цей вираз дає

$$l_2|_{l_1 \ll 1} = \left(\frac{2(\pi - 2\varphi_0)}{3 \tan \varphi_0} \right)^{1/2} \quad (4.29)$$

і

$$l_2|_{l_1 \gg 1} = \frac{2}{3} (\pi - 2\varphi_0) \frac{ga}{H_\perp} \quad (4.30)$$

($l_2|_{l_1 \gg 1} \ll 1$). Варто наголосити на двох моментах відповідно отриманим результатам. По-перше, наближений вираз (4.29) повністю узгоджується з точним виразом (4.23) виключно у випадку $\pi/2 - \varphi_0 \ll 1$; різниця

між $l_2|_{l_1 \ll 1}$ і l зростає досить швидко зі зменшенням початкової кутової координати φ_0 . Дана ситуація стала наслідком того, що знайдені розв'язки (4.25) та (4.26) дійсні лише для $\omega_g t \ll 1$. По-друге, умову $l_1 \gg 1$ досить просто виконати, а, значить, магнітне поле H_\perp може також використовуватися в якості фактору управління транспортними властивостями наночастинок, зважених у рідині. Варто особливо зазначити, що H_\perp , на відміну від H_\parallel , неоднорідно зсуває області різних динамічних режимів.

За великих часів зручно ввести параметр σ , що для наночастинок, які рухаються праворуч або ліворуч, складає відповідно 1 або -1 . Якщо азимутальний кут намагніченості наночастинок φ прямує чи то до нуля, чи то до π , його можна подати як $\varphi = \pi(1 - \sigma)/2 + \sigma\varphi_1$ з $\varphi_1 \ll 1$. Якщо також взяти до уваги наступний результат лінійного наближення $\cos \varphi = \sigma$, $\sin \varphi = \varphi_1$ та, згідно з виразом (6.33), $r_x \sim \sigma(4/3)\omega_g t$ при $t \rightarrow \infty$, рівняння (4.8) на великих часових інтервалах

$$\dot{\varphi}_1 - \omega_\perp + \frac{4}{3}\omega_g^2 t \varphi_1 = 0. \quad (4.31)$$

Його асимптотичний розв'язок задається $\varphi_1 \sim 3\omega_\perp/(4\omega_g^2 t)$, тобто кутова координата φ обернено пропорційно до часу наближається до своїх граничних значень 0 і π . Якщо ж виконується умова $\omega_\perp = 0$, до даних граничних значень кутова координата φ прямує за експонентою: $\varphi_1 \sim \exp(-2\omega_g^2 t^2/3)$.

Чисельне вивчення динаміки наночастинок за умови $H_\perp \neq 0$ підтверджує як існування чотирьох динамічних режимів (подібних до режимів при $H_\perp = 0$), так і сильний вплив H_\perp на інтервалах r_{x0} , де реалізуються ці режими. На рисунку 4.4 ми показуємо залежність меж цих інтервалів, l_1 і l_2 , від співвідношення H_\perp/ga ($= \omega_\perp/\omega_g$). Оскільки, згідно (4.30), l_2 прямує до нуля зі збільшенням H_\perp , розмір $\Delta = l_1 + l_2$ інтервалу $(-l_2, l_1)$, де реалізується динамічний режим номер два, має порядок $l_1 (\gg 1)$ в тому числі для досить малих значень H_\perp (наприклад, $\Delta \approx l_1 = 731$ для $H_\perp = 1 \text{ Ое}$). У зв'язку з цим, варто нагадати, що $l_1|_{H_\perp=0} = 0$, $l_2|_{H_\perp=0} = l$ і тому $\Delta|_{H_\perp=0} = 1.235$. Як видно з відповідних залежностей, як чисельні, так і теоретичні результати для l_1 узгоджуються дуже добре. Окрім того, зауважимо, що, незважаючи на те, що теоретичний результат (4.28) був отриманий наближено, він також напрочуд добре співпадає з даними

числового моделювання для l_2 .

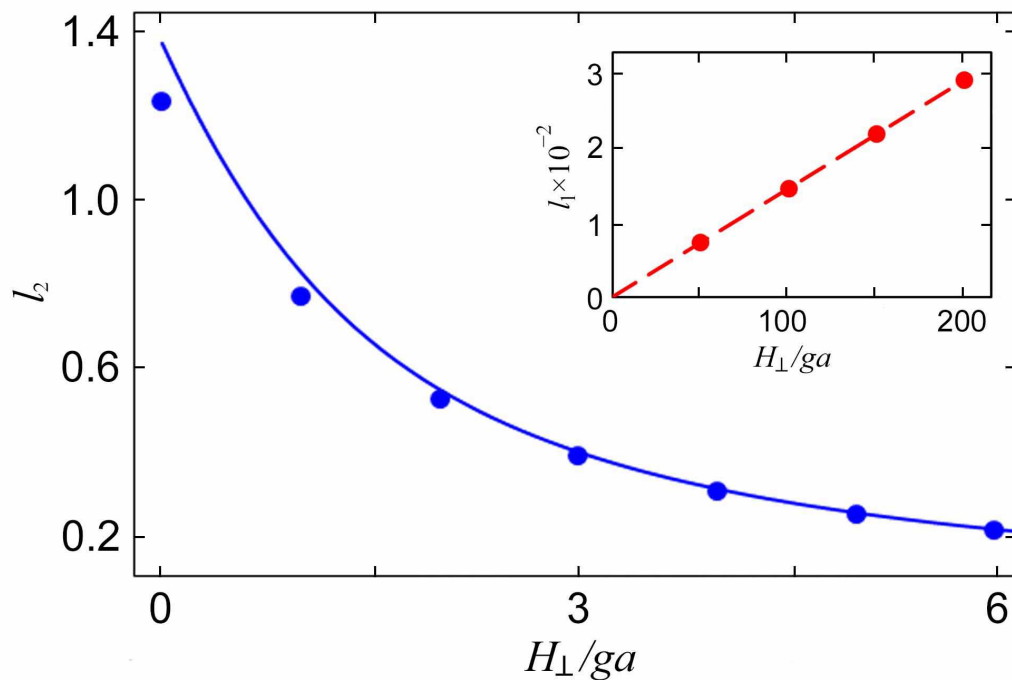


Рисунок 4.4 – Залежність l_2 і l_1 (на вставці) від безрозміреного магнітного поля H_{\perp}/ga для тих же параметрів, що й на рисунку 4.1. Чисельні дані для l_1 і l_2 , отримані розв'язанням рівняння (4.14), позначені круглими маркерами. Наближений вираз (4.28) і теоретичний результат (4.27) подані відповідно суцільною та пунктирною лініями.

Отже, на динаміку зважених у в'язкій рідині наночастинок ферромагнетика, що збуджується зовнішнім градієнтним магнітним полем значно впливають однорідні магнітні поля типу H_{\parallel} і H_{\perp} . Важливо зазначити, що хоч H_{\parallel} і зсуває лише початкове положення градієнтного поля, внесок величини H_{\perp} у динаміку наночастинок є комплексним. Є підстави стверджувати, що нетривіальні транспортні властивості даних наночастинок, що зумовлені спільною дією градієнтного та однорідного магнітних полів H_{\parallel} та H_{\perp} , можуть бути використані, наприклад, для прецезійної сепарації.

Щоб проілюструвати доцільність та ефективність процесу сепарації за допомогою градієнтним та однорідного магнітних полів, було оцінено час T повного розділення зважених наночастинок SmCo_5 (параметри яких було наведено вище) у прямокутному резервуарі, дивись рисунок 4.5. Для цього було зроблено припущення, що межі резервуара перпендикулярні вісьям координат, вісь x перетинає ліву та праву границі відповідно в точках $x = -L/2$ та $x = L/2$ (L – ширина резервуара вздовж вісі x), а кіль-

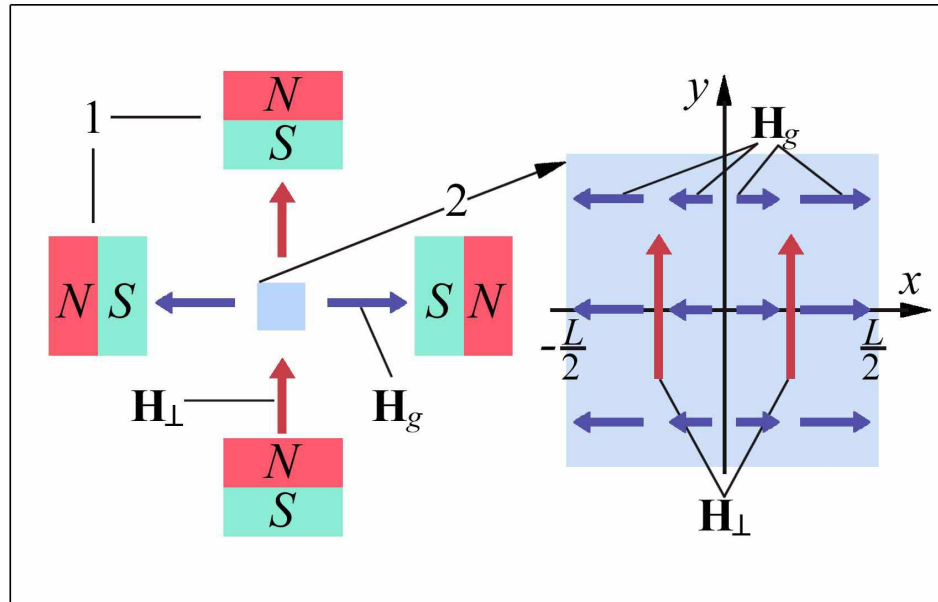


Рисунок 4.5 – Схематична діаграма системи та джерел для однорідного та градієнтного магнітних полів. Електромагніти, що генерують однорідне (\mathbf{H}_\perp) та градієнтне (\mathbf{H}_g) магнітні поля, та резервуар суспензії позначені відповідно цифрами 1 and 2.

кість зважених наночастинок у обмеженому резервуаром об'ємі дорівнює N . В межах визначеної топології в результаті ввімкнення градієнтного магнітного поля наночастинки починають концентруватися поблизу границь ліворуч та праворуч. Далі, зроблено припущення, що наночастинки розподілені у початковий момент часу $t = 0$ у однорідний спосіб і характерні швидкості v_0 і $-v_0$ будуть реалізовані у випадку $t \ll T$, можна зробити висновок, що якщо $H_\parallel = H_\perp = 0$, то повне розділення з $N_l \approx N/2$ і $N_r \approx N/2$ (N_l та N_r відповідно кількості наночастинок поблизу меж ліворуч та праворуч) реалізується за $T \approx L/2v_0$ (наприклад, $T \approx 6.6$ min при $L = 1$ cm). Однак, якщо $H_\parallel = gL/2$ і $H_\perp = 0$, тоді $N_l \approx 0$ і $N_r \approx N$ при $T \approx L/v_0 \approx 13.2$ min. Важливо підкреслити, що реальні суспензії містять наночастинок різного розміру. Оскільки характеристична швидкість v_0 залежить від розміру частинок, дивись (4.11), час розділення T є різним для різних наночастинок. Зокрема, для менших наночастинок SmCo_5 з $a = 10^{-5}$ cm маємо $v_0 = 3.15 \times 10^{-4}$ cm s $^{-1}$, і тому $T \approx 26.4$ min, якщо $H_\parallel = H_\perp = 0$, і $T \approx 52.8$ min, якщо $H_\parallel = gL/2$ і $H_\perp = 0$ відповідно, тоб-

то, чим менше розмір наночастинок, тим повільніше йде процес розділення. Також зауважимо, що профіль концентрації наночастинок при $t \in (0, T)$ та довільних H_{\parallel} та H_{\perp} можна легко розрахувати в рамках вищенаведеної теорії.

5 ЗМІННЕ У ЧАСІ ГРАДІЄНТНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ

5.1 Особливості моделі

Припустимо тепер, що градієнтне магнітне поле \mathbf{H}_g змінюється у часі, тобто $\mathbf{H}_g = \mathbf{H}_g(t)$, і має лише компоненту x . У цьому випадку, на відміну від (4.2), градієнтне поле \mathbf{H}_g в центрі наночастинок $\mathbf{R} = \mathbf{R}(t)$ можна записати у вигляді

$$\mathbf{H}_g = \mathbf{e}_x g R_x \sin(\Omega t + \phi). \quad (5.1)$$

Тут $g(> 0)$ - градієнт магнітного поля, $R_x = R_x(t)$ - x компонента \mathbf{R} , а Ω і $\phi \in (0, 2\pi)$ - відповідно частота та початкова фаза \mathbf{H}_g . Це поле індукує як поступальний рух частинки вздовж осі x , так і її обертальний рух. Якщо початкова намагніченість $\mathbf{M}(0)$ лежить, наприклад, у площині xy , тоді намагніченість $\mathbf{M}(t)$ залишається в цій площині для всіх $t > 0$ (цей результат справедливий для "замороженої" намагніченості):

$$\mathbf{M}(t) = M(\mathbf{e}_x \cos \varphi + \mathbf{e}_y \sin \varphi), \quad (5.2)$$

де $\varphi = \varphi(t)$ - кут між віссю x і вектором \mathbf{M} . З (5.2) та (6.1) випливає, що $\omega = \mathbf{e}_z \omega_z$ (частинка обертається навколо вісі z) і $\frac{d\varphi}{dt} = \omega_z$.

Для того, щоб отримати рівняння, які описують поступальний та обертальний рухи наночастинок під дією градієнтного магнітного поля (5.1), ми нехтуємо для простоти інерційними ефектами та використовуємо відповідні рівняння балансу. У нашому випадку, обчислюючи рушійну силу $\mathbf{f}_d = V(\mathbf{M} \cdot \partial / \partial \mathbf{R}) \mathbf{H}_g$ [V - об'єм наночастинок, символ \cdot позначає скалярний добуток] та рушійний момент $\mathbf{t}_d = V \mathbf{M} \times \mathbf{H}_g$, ми зводимо рівняння балансу сил $\mathbf{f}_d + \mathbf{f}_f = 0$ до

$$\mathbf{e}_x M V g \cos \varphi \sin(\Omega t + \phi) + \mathbf{f}_f = 0 \quad (5.3)$$

(\mathbf{f}_f - сила тертя) і рівняння балансу обертального момента $\mathbf{t}_d + \mathbf{t}_f = 0$ до

$$\mathbf{e}_z M V g R_x \sin \varphi \sin(\Omega t + \phi) + \mathbf{t}_f = 0 \quad (5.4)$$

(\mathbf{t}_f - обертальний момент тертя). Якщо динаміка частинок характе-

ризується малими поступальними та обертальними числами Рейнольдса, тоді (дивись, наприклад, посилання [79]) $\mathbf{f}_f = -\mathbf{e}_x 6\pi\eta a \frac{dR_x}{dt}$ (η - динамічна в'язкість рідини) і $\mathbf{t}_f = -\mathbf{e}_z 8\pi\eta a^3 \omega_z$. Нарешті, беручи до уваги, що $\omega_z = \frac{d\varphi}{dt}$, і вводячи безрозмірний час $\tau = \Omega t$, безрозмірне положення частинок $r_x = R_x/a$ і безрозмірну характеристичну частоту коливань частинок

$$\nu = \frac{Mga}{6\eta\Omega}, \quad (5.5)$$

з рівнянь (5.3) та (5.4) отримуємо наступну систему зв'язаних диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\dot{r}_x = (4/3)\nu \cos \varphi \sin(\tau + \phi), \quad (5.6)$$

$$\dot{\varphi} = -\nu r_x \sin \varphi \sin(\tau + \phi), \quad (5.7)$$

де крапка зверху позначає похідну за безрозмірним часом τ . Припускається, що розв'язок цих рівнянь, пара $\{r_x, \varphi\}$ функцій $r_x = r_x(\tau)$ та $\varphi = \varphi(\tau)$, задовольняє початковим умовам $r_{x0} = r_x(0)$ і $\varphi_0 = \varphi(0) \in (0, \pi)$.

5.2 Теоретичний аналіз

Незважаючи на їх зовнішню простоту, систему рівнянь (5.2.2) та (5.7) важко розв'язати аналітично. Тому тут ми представляємо лише деякі точні результати, що випливають з цієї системи рівнянь, а її наближений розв'язок отримаємо для $\nu \ll 1$, $|r_{x0}| \leq 1$ і $\nu \ll 1$, $\nu|r_{x0}| \geq 1$.

5.2.1 Точні результати

Нехай пара $\{r_x, \varphi\}$ є розв'язком рівнянь (5.2.2) та (5.7) для заданої множини $(r_{x0}, \varphi_0, \phi, \nu)$, r_{x0} початкових значень і параметрів φ_0 , ϕ and ν . Тоді можна безпосередньо перевірити, що пара $\{r_x, \pi - \varphi\}$ представляє розв'язок цих рівнянь для заданих параметрів $(r_{x0}, \pi - \varphi_0, \pi + \phi, \nu)$. Аналогічно можна перевірити, що розв'язки $\{-r_x, \pi - \varphi\}$ та $\{-r_x, \varphi\}$ відповідають наборам параметрів $(-r_{x0}, \pi - \varphi_0, \phi, \nu)$ та $(-r_{x0}, \varphi_0, \pi + \phi, \nu)$,

відповідно. Таким чином, якщо, наприклад, безрозмірне початкове положення частинки r_{x0} змінено на $-r_{x0}$, початкова фаза ϕ змінена на $\pi + \phi$, а інші параметри φ_0 і ν не змінюються, тоді розв'язок рівнянь (5.2.2) та (5.7) задається парою $\{-r_x, \varphi\}$.

Система рівнянь (5.2.2) та (5.7) також може бути представлена в іншому вигляді, зручному для теоретичного аналізу динаміки частинок. Щоб вивести це представлення ми множимо рівняння (5.2.2) на $\sin \varphi$, а рівняння (5.7) на $\cos \varphi$ і ділимо друге на перше. Після цього отримуємо

$$\frac{\dot{\varphi} \cos \varphi}{\sin \varphi} = -\frac{3}{4} r_x \dot{r}_x. \quad (5.8)$$

Оскільки за припущенням $\varphi_0 \in (0, \pi)$, очікується, що кут $\varphi = \varphi(\tau)$ також належить цьому інтервалу. Використовуючи цю умову та співвідношення $dr_x^2/d\tau = 2r_x \dot{r}_x$, рівняння (5.8) можна звести до

$$\frac{d}{d\tau} \ln \sin \varphi = -\frac{3}{8} \frac{d}{d\tau} r_x^2. \quad (5.9)$$

Нарешті, інтегруючи обидві сторони (5.9) за безрозмірним часом від 0 до τ , отримуємо рівняння

$$r_x^2 = r_{x0}^2 + \frac{8}{3} \ln \frac{\sin \varphi_0}{\sin \varphi}, \quad (5.10)$$

яке зв'язує r_x та φ і може розглядатися як перше рівняння для визначення розв'язку $\{r_x, \varphi\}$. Його важливою особливістю є те, що воно є алгебраїчним, а не диференціальним (воно виконується також для незалежного від часу градієнтного магнітного поля [54]). Друге рівняння, яке необхідне для знаходження $\{r_x, \phi\}$, може бути записано, наприклад, у формі (5.2.2), (5.7) або

$$\left(\frac{3\dot{r}_x}{4 \sin(\tau + \phi)} \right)^2 + \left(\frac{\dot{\varphi}}{r_x \sin(\tau + \phi)} \right)^2 = \nu^2. \quad (5.11)$$

Рівняння (5.10) дозволяє зробити деякі загальні висновки щодо характеру динаміки наночастинок. Дійсно, оскільки відповідно до (5.10) $r_x = r_x(\varphi)$, змінні φ і τ в (5.7) можна відокремити, отримуючи

$$\int_{\varphi_0}^{\varphi(\tau)} \frac{d\varphi}{r_x(\varphi) \sin \varphi} = -\nu F(\tau), \quad (5.12)$$

де для зручності введено позначення

$$F(\tau) = \cos \phi - \cos(\tau + \phi). \quad (5.13)$$

Звідси випливає, що кут φ є періодичною функцією часу (у всякому разі при достатньо великих τ), тобто $\varphi(\tau) = \varphi(\tau + 2\pi n)$ з $n = 1, 2, \dots$. Аналогічним чином, переписавши (5.10) у вигляді

$$\sin \varphi = \sin \varphi_0 \exp[-3(r_x^2 - r_{x0}^2)/8], \quad (5.14)$$

переконаємося, що $\varphi = \varphi(r_x)$. Тому, розділяючи змінні r_x та τ , із (5.2.2) знаходимо співвідношення

$$\int_{r_{x0}}^{r_x(\tau)} \frac{dr_x}{\cos \varphi(r_x)} = \frac{4}{3} \nu F(\tau), \quad (5.15)$$

яке показує, що може існувати періодичний розв'язок $r_x(\tau) = r_x(\tau + 2\pi n)$. Зазначимо також, що формальний стаціонарний розв'язок $\{0, \pi/2\}$ рівнянь (5.2.2) та (5.7) не може бути реалізований. Дійсно, при $r_x(\tau) = 0$ і $\varphi(\tau) = \pi/2$ точна умова (5.10) не може бути виконана для всіх початкових значень r_{x0} та φ_0 .

Використовуючи (5.10), також можна оцінити кутовий інтервал, в якому кут намагніченості φ коливається при $|r_{x0}| \leq r_{cr}$, де критичне значення початкового положення частинок визначається як

$$r_{cr} = 2 \left(\frac{2}{3} \ln \frac{1}{\sin \varphi_0} \right)^{1/2}. \quad (5.16)$$

З цим визначенням умова невід'ємності правої частини Eq. (5.10) може бути записана у наступному вигляді: $\sin \varphi \leq \exp[-3(r_{cr}^2 - r_{x0}^2)/8]$. Припускаючи, що $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$, з цієї умови отримуємо $\varphi \in (0, \varphi_{cr})$, де критичний кут φ_{cr} задається як

$$\varphi_{cr} = \arcsin \exp[-3(r_{cr}^2 - r_{x0}^2)/8]. \quad (5.17)$$

(зазначимо, що $\varphi_{cr} \geq \varphi_0$ і $\varphi_{cr} = \varphi_0$ при $r_{x0} = 0$, $\varphi_{cr} = \pi/2$ при

$|r_{x0}| = r_{cr}$). Подібний аналіз показує, що якщо $\varphi_0 \in (\pi/2, \pi)$, тоді $\varphi \in (\pi - \varphi_{cr}, \pi)$.

Цікавою особливістю критичного кута φ_{cr} є те, що він залежить лише від початкового положення частинки r_{x0} та початкового кута намагніченості φ_0 , а не від початкової фази ϕ та безрозмірної характеристичної частоти ν градієнтного магнітного поля. Як наслідок, кут намагніченості φ коливається в межах того самого кутового інтервалу $(0, \varphi_{cr})$ [якщо $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$] або $(\pi - \varphi_{cr}, \pi)$ [якщо $\varphi_0 \in (\pi/2, \pi)$] при довільних значеннях ϕ і ν . Це досить несподіваний результат, оскільки якщо, наприклад, $r_{x0} \in (0, r_{cr})$, $\varphi_0 \in (0, \pi/2)$ та $\phi = \pi$, тоді рівняння (5.7), на перший погляд, дає $\dot{\varphi} > 0$ для всіх $\tau \in (0, \pi)$. Якщо так, тоді φ може прямувати до π при $\tau \rightarrow \pi$, якщо безрозмірна частота ν досить велика, тобто φ може перевищувати φ_{cr} . Однак це міркування є некоректним, оскільки, згідно з (5.2.2), положення частинки r_x спочатку зменшується з τ , а якщо r_x змінює знак, тоді $\dot{\varphi}$ теж змінює знак. Таким чином, обмеження інтервалів, де кут намагніченості φ коливається при $|r_{x0}| \leq r_{cr}$, є прямим наслідком складної зв'язаної динаміки r_x і φ . Також зауважимо, що при $|r_{x0}| > r_{cr}$ наведений вище аналіз стає непридатним (у цьому випадку права частина (5.10) є позитивною).

На жаль, ми не можемо точно розв'язати систему рівнянь (5.2.2) та (5.7). Тому, щоб проілюструвати деякі важливі особливості динаміки наночастинок у градієнтному магнітному полі, що змінюється в часі, нижче ми знаходимо її наближені розв'язки.

5.2.2 Динаміка наночастинок при $\nu \ll 1$

Якщо характерна частота коливань частинок невелика, тобто $\nu \ll 1$, то, згідно з (5.2.2), всі частинки виконують невеликі поступальні коливання поблизу своїх початкових положень. Що стосується обертальних коливань, то їх амплітуда залежить від параметра νr_x і, отже, від νr_{x0} , дивись рівняння (5.7). Тому ми розглянемо окремо два випадки, коли умови 1) $|r_{x0}| \leq 1$ та 2) $\nu |r_{x0}| \geq 1$ виконуються разом з умовою $\nu \ll 1$.

Перший випадок. Представимо розв'язок $\{r_x, \varphi\}$ рівнянь (5.2.2) та (5.7) у вигляді $r_x = r_{x0} + r_{x1}$ і $\varphi = \varphi_0 + \varphi_1$, де невідомі функції $r_{x1} = r_{x1}(\tau)$ та $\varphi_1 = \varphi_1(\tau)$ задовольняють умовам $|r_{x1}| \sim \nu$, $|\varphi_1| \sim \nu$, $r_{x1}(0) = 0$ і

$\varphi_1(0) = 0$. Тоді, зберігаючи лише доданки порядку ν , ці рівняння можна звести до системи незв'язаних рівнянь

$$\dot{r}_{x1} = (4/3)\nu \cos \varphi_0 \sin(\tau + \phi). \quad (5.18)$$

$$\dot{\varphi}_1 = -\nu r_{x0} \sin \varphi_0 \sin(\tau + \phi). \quad (5.19)$$

Розв'язуючи їх з початковими умовами $r_{x1}(0) = 0$ та $\varphi_1(0) = 0$, переконуємось, що у довідковому випадку, коли $\nu \ll 1$ та $|r_{x0}| \leq 1$, часова залежність положення частинок описується формулою

$$r_x = r_{x0} + (4/3)\nu \cos \varphi_0 F(\tau), \quad (5.20)$$

а кут намагніченості формулою

$$\varphi = \varphi_0 - \nu r_{x0} \sin \phi_0 F(\tau). \quad (5.21)$$

Неважко перевірити, що розв'язки (5.20) та (5.21) задовольняють рівнянням (5.10) та (5.11) відповідно у лінійному та квадратичному наближеннях за параметром ν .

У відповідності до загального результату попереднього розділу, обидві змінні r_x і φ коливаються з періодом 2π . Як видно з (5.20) та (5.21), ці коливання відбуваються поблизу середніх значень

$$\langle r_x \rangle = r_{x0} + (4/3)\nu \cos \varphi_0 \cos \phi, \quad (5.22)$$

$$\langle \varphi \rangle = \varphi_0 - \nu r_{x0} \sin \varphi_0 \cos \phi, \quad (5.23)$$

визначених як $\langle (\cdot) \rangle = (1/2\pi) \int_0^{2\pi} (\cdot) d\tau$. Оскільки за припущенням $\nu \ll 1$, з (5.22) та (5.23) випливає, що середнє та початкове значення r_x та φ мало відрізняються.

Використовуючи (5.20), (5.21) та позначення (5.13), ми також можемо визначити максимальне, $\max r_x$, та мінімальне, $\min r_x$, значення положення частинки r_x

$$\left(\begin{array}{c} \max \\ \min \end{array}\right) r_x = r_{x0} + \frac{4}{3} \nu \cos \varphi_0 [\cos \phi + \left(\begin{array}{c} + \\ - \end{array}\right) \operatorname{sgn}(\cos \varphi_0)] \quad (5.24)$$

і максимальне, $\max \varphi$, та мінімальне, $\min \varphi$, значення кута намагніченості φ

$$\left(\begin{array}{c} \max \\ \min \end{array}\right) \varphi = \varphi_0 - \nu r_{x0} \sin \varphi_0 [\cos \phi - \left(\begin{array}{c} + \\ - \end{array}\right) \operatorname{sgn}(r_{x0})], \quad (5.25)$$

де знакова функція $\operatorname{sgn}(\cdot)$ позначає знак аргументу (\cdot) . У зв'язку з цим зазначимо, що кутові інтервали $(\min \varphi, \max \varphi)$, які відповідають $r_{x0} > 0$ і $r_{x0} < 0$, визначаються за формулою (5.25) набагато точніше, ніж ті, що використовували критичний кут φ_{cr} . Причина полягає в тому, що формула (5.17) (нагадаємо, що вона виконується при $|r_{x0}| \leq r_{cr}$) визначається для довільних значень параметрів ϕ та ν , і тому кутові інтервали $(0, \varphi_{cr})$ та $(\pi - \varphi_{cr}, \pi)$ не враховують специфічні особливості динаміки наночастинок при $\nu \ll 1$ та $|r_{x0}| \leq 1$. Підсумовуючи, можна зробити висновок, що в цьому випадку обертання та переміщення наночастинок відбуваються поблизу початкових значень φ_0 і r_{x0} .

Другий випадок. Якщо $\nu \ll 1$ і $\nu|r_{x0}| \geq 1$, тоді, як і раніше, ми можемо представити положення частинки у вигляді $r_x = r_{x0} + r_{x1}$, де, згідно з (5.2.2), $|r_{x1}| \sim \nu$. Остання умова показує, що доданок νr_x в (5.7) може бути приблизно замінений на νr_{x0} . Тому динаміку наночастинок у цьому випадку можна описати системою спрощених диференціальних рівнянь

$$\dot{r}_{x1} = (4/3)\nu \cos \varphi \sin(\tau + \phi), \quad (5.26)$$

$$\dot{\varphi} = -\nu r_{x0} \sin \varphi \sin(\tau + \phi). \quad (5.27)$$

На відміну від рівнянь (5.18) та (5.19) ці рівняння є зв'язаними, а оскільки $\nu|r_{x0}| \geq 1$, лише рівняння (5.2.2) містить малий параметр ν . Для того, щоб знайти розв'язок рівнянь (5.26) та (5.27) з початковими умовами $r_{x1}(0) = 0$ та $\varphi(0) = \varphi_0$, нам потрібно спочатку розв'язати рівняння (5.27), а потім, використовуючи отриманий розв'язок, розв'язати рівняння (5.26).

Рівняння (5.27) можна легко розв'язати методом відокремлення змінних. Дійсно, використовуючи табличний інтеграл

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x},$$

із (5.27) одразу отримуємо

$$\ln \frac{1 - \cos \varphi}{1 + \cos \varphi} - \ln \frac{1 - \cos \varphi_0}{1 + \cos \varphi_0} = -2\nu r_{x0} F(\tau). \quad (5.28)$$

Розв'язуючи рівняння (5.28) відносно $\cos \varphi$, після деяких простих обчислень можна отримати наступний вираз:

$$\cos \varphi = \frac{\cos \varphi_0 + \tanh[\nu r_{x0} F(\tau)]}{1 + \cos \varphi_0 \tanh[\nu r_{x0} F(\tau)]}. \quad (5.29)$$

Він показує, що оскільки $\nu |r_{x0}| \geq 1$, інтервал коливань φ , загалом, не малий.

Тепер підставляємо праву частину (5.29) у рівняння (5.28). Потім, інтегруючи обидві сторони цього рівняння по τ в інтервалі $(0, \tau)$ та враховуючи, що $r_{x1}(0) = 0$, ми можемо записати його розв'язок у вигляді

$$r_{x1} = \frac{4\nu F(\tau)}{3 \cos \varphi_0} - \frac{4 \sin^2 \varphi_0}{3 r_{x0} \cos \varphi_0} \int_0^{\nu r_{x0} F(\tau)} \frac{dx}{1 + \cos \varphi_0 \tanh x}. \quad (5.30)$$

Хоча інтеграл у (5.30) може бути обчислений аналітично для довільних значень φ_0 (дивись, наприклад, у посиланні [80] формулу 2.448), результат є досить громіздким. Тому тут ми аналізуємо лише три окремі випадки, коли $\varphi_0 = 0, \pi/2$ та π . Якщо $\varphi_0 = 0$ або π , то, згідно (5.29) та (5.30), отримуємо

$$\cos \varphi|_{\varphi_0=0,\pi} = \pm 1, \quad r_{x1}|_{\varphi_0=0,\pi} = \pm(4/3)\nu F(\tau), \quad (5.31)$$

де верхній та нижній знаки відповідають $\varphi_0 = 0$ та $\varphi_0 = \pi$. Ці умови показують, що наночастинки не обертаються ($\varphi = 0$ при $\varphi_0 = 0$ і $\varphi = \pi$ при $\varphi_0 = \pi$), а виконують лише малі поступальні коливання поблизу початкового положення r_{x0} ($r_x|_{\varphi_0=0,\pi} = r_{x0} + r_{x1}|_{\varphi_0=0,\pi}$). Якщо $\varphi_0 = \pi/2$, то формули (5.29) та (5.30) приводять до наступних умов:

$$\cos \varphi|_{\varphi_0=\pi/2} = \tanh[\nu r_{x0} F(\tau)], \quad r_{x1}|_{\varphi_0=\pi/2} = 0 \quad (5.32)$$

(щоб уникнути непорозуміння, ми вказуємо, що друга умова в (5.32) визначається як межа: $r_{x1}|_{\varphi_0=\pi/2} = \lim_{\varphi_0 \rightarrow \pi/2} r_{x1}$). Таким чином, на відміну від попереднього випадку, наночастинки виконують лише обертальні коливання, амплітуда яких, як це випливає з першої умови в (5.32), не є малою (оскільки $\nu|r_{x0}| \geq 1$).

6 КЕРУВАННЯ ТРАНСПОРТОМ ФЕРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК У ГРАДІЄНТОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ ЗА ДОПОМОГОЮ ПОСТІЙНОГО ПОЛЯ

6.1 Фізична модель та рівняння балансу

В моделі, яка буде використовуватись в цьому та наступному розділах, припускається, що феромагнітні наночастинки є сферичними (з радіусом a), однодоменними (тобто їх радіус менший критичного [74]) та невзаємодіючими (тобто середня відстань між наночастинками суттєво перевищує їх розмір). Якщо поле магнітної анізотропії в одноосних наночастинках значно більше, ніж зовнішні магнітні поля, тоді можна вважати, що напрямок намагніченості $\mathbf{M} = \mathbf{M}(t)$ ($|\mathbf{M}| = M = \text{const}$) в кожній частинці співпадає з напрямком осі анізотропії. В цій моделі, коли феромагнітні наночастинки розглядаються як жорсткі диполі, динаміка намагніченості і обертання наночастинки пов'язані кінематичним рівнянням

$$\frac{d}{dt}\mathbf{M} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M}, \quad (6.1)$$

де $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t)$ – кутова швидкість частинки, а символ \times позначає векторний добуток.

Градiєнтне магнітне поле \mathbf{H}_g , що змінюється з часом за гармонічним законом, та статичне однорідне магнітне поле \mathbf{H} обираються у вигляді

$$\mathbf{H}_g = gx \sin(\Omega t + \phi) \mathbf{e}_x, \quad \mathbf{H} = H_{\parallel} \mathbf{e}_x + H_{\perp} \mathbf{e}_y. \quad (6.2)$$

Тут $g(> 0)$, Ω і $\phi \in [0, \pi]$ – градієнт, кутова частота та початкова фаза градієнтного поля \mathbf{H}_g , відповідно, H_{\parallel} і $H_{\perp} (\geq 0)$ – напруженості паралельної і перпендикулярної компонент однорідного поля \mathbf{H} , а \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y і \mathbf{e}_z – одиничні вектори вздовж осей x , y і z декартової системи координат xyz . Той факт, що результуюче магнітне поле $\mathbf{H}_g + \mathbf{H}$ лежить в площині xy , дозволяє представити намагніченість наночастинки у вигляді

$$\mathbf{M} = M(\cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \varphi \mathbf{e}_y), \quad (6.3)$$

де $\varphi = \varphi(t) \in [0, \pi]$ – азимутальний кут вектора \mathbf{M} .

Оскільки радіус однодоменних наночастинок досить малий, при формулюванні рівнянь їх руху будемо нехтувати інерційними доданками. У цьому випадку динамічні рівняння руху наночастинок у в'язкій рідині зводяться до рівняння балансу сил, $\mathbf{f}_d + \mathbf{f}_f = 0$, і рівняння балансу моментів, $\mathbf{t}_d + \mathbf{t}_f = 0$, що діють на частинку з боку магнітних полів та рідини. Тут \mathbf{f}_d і \mathbf{t}_d – рушійна сила і рушійний обертальний момент, що породжуються градієнтним та однорідним магнітними полями, а \mathbf{f}_f і \mathbf{t}_f – сила тертя і момент тертя, що виникають внаслідок взаємодії наночастинок з в'язкою рідиною.

Рушійний момент \mathbf{t}_d і рушійна сила \mathbf{f}_d визначаються наступним чином: $\mathbf{t}_d = V\mathbf{M} \times (\mathbf{H}_g + \mathbf{H})|_{x=R_x}$ і $\mathbf{f}_d = V(\mathbf{M} \cdot \nabla)\mathbf{H}_g|_{x=R_x}$, де $V = 4\pi a^3/3$ – об'єм частинки, ∇ – векторний диференціальний оператор набла, $R_x = R_x(t)$ – x -компонента центру частинки, а символ \cdot позначає скалярний добуток векторів. Використовуючи формули (6.2) та (6.3), неважко показати, що $\mathbf{t}_d = t_d \mathbf{e}_z$, де

$$t_d = MV[H_{\perp} \cos \varphi - H_{\parallel} \sin \varphi - gR_x \sin \varphi \sin(\Omega t + \phi)], \quad (6.4)$$

і $\mathbf{f}_d = f_d \mathbf{e}_x$, де

$$f_d = MVg \cos \varphi \sin(\Omega t + \phi). \quad (6.5)$$

Для знаходження моменту тертя \mathbf{t}_f і сили тертя \mathbf{f}_f будемо вважати, що обертальні та поступальні числа Рейнольдса, $Re_{\omega} = \rho a^2 |\boldsymbol{\omega}| / \eta$ та $Re = 2\rho a |\mathbf{V}| / \eta$, є малими у порівнянні з одиницею (внаслідок малого розміру наночастинок ці умови не є занадто обмежувальними). Тут ρ позначає щільність рідини, η – динамічну в'язкість рідини, а $\mathbf{V} = (dR_x/dt)\mathbf{e}_x$ – поступальну швидкість частинки. Згідно з [?], в цьому випадку $\mathbf{t}_f = -6\eta V \boldsymbol{\omega}$ і $\mathbf{f}_f = -6\pi\eta a \mathbf{V}$. Тому, використовуючи (6.4) і (6.5), із рівняння балансу моментів отримуємо $\boldsymbol{\omega} = \omega_z \mathbf{e}_z$, де

$$\omega_z = \frac{M}{6\eta} [H_{\perp} \cos \varphi - H_{\parallel} \sin \varphi - gR_x \sin \varphi \sin(\Omega t + \phi)], \quad (6.6)$$

а рівняння балансу сил зводиться до

$$\frac{d}{dt} R_x = \frac{2Mga^2}{9\eta} \cos \varphi \sin(\Omega t + \phi). \quad (6.7)$$

Нарешті, приймаючи до уваги співвідношення $\omega_z = d\varphi/dt$, яке впливає з (6.1) і (6.3), після введення безрозмірного часу $\tau = \Omega t$ і безрозмірної координати частинки $r_x = R_x/a$, рівняння (6.6) та (6.7) можуть бути записані у безрозмірному вигляді

$$\dot{\varphi} = \nu_{\perp} \cos \varphi - \nu_{\parallel} \sin \varphi - \nu_g r_x \sin \varphi \sin (\tau + \phi) \quad (6.8)$$

та

$$\dot{r}_x = \frac{4}{3} \nu_g \cos \varphi \sin (\tau + \phi), \quad (6.9)$$

відповідно. Тут крапка над φ і r_x позначає похідну за безрозмірним часом τ , а безрозмірні характерні частоти

$$\nu_{\perp} = \frac{MH_{\perp}}{6\eta\Omega}, \quad \nu_{\parallel} = \frac{MH_{\parallel}}{6\eta\Omega}, \quad \nu_g = \frac{Mga}{6\eta\Omega} \quad (6.10)$$

враховують вплив однорідного (ν_{\perp} , ν_{\parallel}) та градієнтного (ν_g) магнітних полів. Зазначимо, що рівняння (6.8) та (6.9) узагальнюють відповідні рівняння, отримані в [?] для випадку постійного градієнтного магнітного поля.

Рівняння (6.8) і (6.9) разом із початковими умовами $\varphi(0) = \varphi_0 \in [0, \pi]$ та $r_x(0) = r_{x0} \in (-\infty, \infty)$ описують спільну обертальну і поступальну динаміку наночастинок. Як видно із цих рівнянь, градієнтне магнітне поле безпосередньо впливає як на обертальний, так і поступальний рухи наночастинок. В той же час однорідне магнітне поле безпосередньо впливає лише на їх обертальний рух. Незважаючи на це однорідне поле може (оскільки існує динамічний зв'язок між φ і r_x) якісно змінювати поступальну динаміку наночастинок (див. розділ 7.1).

Зазначимо також, що система зв'язаних диференціальних рівнянь першого порядку (6.8) і (6.9) може бути зведена до двох незв'язаних рівняння для φ і r_x . Поклавши для спрощення $\nu_{\parallel} = 0$, після обчислення похідної \dot{r}_x із (6.8) і її підстановки в (6.9) отримуємо диференціальне рівняння другого порядку для кута намагніченості

$$\begin{aligned} & \ddot{\varphi} \sin \varphi + \dot{\varphi} [\nu_{\perp} - \sin \varphi \cot (\tau + \phi)] \\ & - \dot{\varphi}^2 \cos \varphi + \nu_{\perp} \sin \varphi \cos \varphi \cot (\tau + \phi) \\ & + \frac{4}{3} \nu_g^2 \sin^2 \varphi \cos \varphi \sin^2 (\tau + \phi) = 0, \end{aligned} \quad (6.11)$$

розв'язок якого має задовольняти початковим умовам

$$\varphi(0) = \varphi_0, \quad \dot{\varphi}(0) = \nu_{\perp} \cos \varphi_0 - \nu_g r_{x0} \sin \varphi_0 \sin \phi. \quad (6.12)$$

Аналогічно можна показати, що безрозмірна координата наночастинки описується диференціальним рівнянням другого порядку

$$\begin{aligned} \ddot{r}_x + \dot{r}_x [\nu_{\perp} \sin \varphi - \cot(\tau + \phi)] \\ - \frac{4}{3} \nu_g^2 r_x \sin^2 \varphi \sin^2(\tau + \phi) = 0, \end{aligned} \quad (6.13)$$

де

$$\sin \varphi = \left[1 - \left(\frac{3\dot{r}_x}{4\nu_g \sin(\tau + \phi)} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (6.14)$$

а початкові умови мають вигляд

$$r_x(0) = r_{x0}, \quad \dot{r}_x(0) = \frac{4}{3} \nu_g \cos \varphi_0 \sin \phi. \quad (6.15)$$

Підкреслимо ще раз, що наведені вище рівняння руху описують обертовий та поступальний рухи невзаємодіючих наночастинки. Тому ці рівняння застосовні тільки у випадку, коли середня відстань λ між наночастинками значно перевищує їх діаметр $d = 2a$: $\lambda \gg d$. Оскільки концентрація наночастинок c пропорційна λ^{-3} , остання умова може бути переписана у вигляді $c \ll d^{-3}$.

6.2 Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} = 0$ і $\nu_{\parallel} = 0$

Слід зазначити, що рівняння (6.8) та (6.9) з $\nu_{\perp} = 0$ і $\nu_{\parallel} = 0$ є окремим випадком рівнянь, використаних Массерою виключно для ілюстрації своєї теореми про існування періодичних розв'язків двовимірних звичайних диференціальних рівнянь з періодичними правими частинами [?]. Тут же ми розв'язуємо ці рівняння як аналітично, так і чисельно при різних умовах. Крім цього, на відміну від ілюстративних рівнянь Массери, кожне з рівнянь (6.8) і (6.9) має чіткий фізичний зміст.

6.2.1 Окремі аналітичні розв'язки

Система рівнянь (6.8) і (6.9) при $\nu_{\perp} = \nu_{\parallel} = 0$ описує обертальну та поступальну динаміку наночастинок у в'язкій рідині при умові, коли однорідне магнітне поле відсутнє. За цієї умови зазначені рівняння можуть бути легко розв'язані, якщо $\varphi_0 = 0$ або $\varphi_0 = \pi$. Шляхом прямого інтегрування для першого і другого випадку знаходимо

$$\begin{aligned} \varphi = 0, \quad r_x &= r_{x0} + \frac{4}{3}\nu_g f(\tau), \\ \varphi = \pi, \quad r_x &= r_{x0} - \frac{4}{3}\nu_g f(\tau), \end{aligned} \quad (6.16)$$

де

$$f(\tau) = \cos \phi - \cos(\tau + \phi). \quad (6.17)$$

6.2.2 Деякі точні співвідношення

Якщо $\varphi_0 \neq 0, \pi$, розв'язати систему рівнянь (6.8) і (6.9) аналітично ми не зуміли. Однак у цьому випадку можна встановити деякі точні співвідношення між φ та r_x . Для того щоб знайти їх, перепишемо спочатку ці рівняння у вигляді

$$\frac{d}{d\tau} \ln \sin \varphi = -\nu_g r_x \cos \varphi \sin(\tau + \phi) \quad (6.18)$$

та

$$\frac{d}{d\tau} r_x^2 = \frac{8}{3}\nu_g r_x \cos \varphi \sin(\tau + \phi). \quad (6.19)$$

Далі, розділивши (6.18) на (6.19), отримуємо рівняння

$$\frac{d}{d\tau} \left(\ln \sin \varphi + \frac{3}{8} r_x^2 \right) = 0, \quad (6.20)$$

яке після інтегрування по τ від 0 до τ дає алгебраїчне співвідношення

$$\ln \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_0} + \frac{3}{8} (r_x^2 - r_{x0}^2) = 0, \quad (6.21)$$

що буде використано далі.

Друге співвідношення ми отримаємо, розділивши рівняння (6.8) на

$\sin \varphi$ та проінтегрувавши його обидві сторони від 0 до τ . Скориставшись стандартним інтегралом

$$\int \frac{dx}{\sin x} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \quad (6.22)$$

та позначенням

$$Y(\tau) = \nu_g \int_0^\tau r_x(\tau') \sin(\tau' + \phi) d\tau', \quad (6.23)$$

знаходимо

$$\cos \varphi = \frac{\cos \varphi_0 + \tanh Y(\tau)}{1 + \cos \varphi_0 \tanh Y(\tau)}. \quad (6.24)$$

Далі, після множення рівняння (6.9) на r_x , підстановки в нього формули (6.24) і інтегрування від 0 до τ , отримуємо

$$r_x^2 - r_{x0}^2 = \frac{8}{3} \int_0^{Y(\tau)} \frac{\cos \varphi_0 + \tanh Y}{1 + \cos \varphi_0 \tanh Y} dY. \quad (6.25)$$

Нарешті, використовуючи стандартний інтеграл

$$\int \frac{\cos \varphi_0 + \tanh x}{1 + \cos \varphi_0 \tanh x} dx = \ln \cosh \left(x - \ln \tan \frac{\varphi_0}{2} \right), \quad (6.26)$$

співвідношення (6.21) може бути записано у вигляді

$$r_x^2 - r_{x0}^2 = \frac{8}{3} \ln \frac{\cosh \left(Y(\tau) - \ln \tan \frac{\varphi_0}{2} \right)}{\cosh \left(\ln \tan \frac{\varphi_0}{2} \right)}. \quad (6.27)$$

Простий аналіз показує, що асимптотичний ріст функції $|Y(\tau)|$ і, отже, правої частини (6.27) не може відбуватися швидше, ніж $\sim \tau$. З іншого боку, якщо існує дрейфовий рух наночастинок з деякою середньою швидкістю, тоді $r_x^2(\tau) \sim \tau^2$ при $\tau \rightarrow \infty$ (див. також розділ 7.1). Ця відмінність в асимптотичній поведінці лівої та правої частин точного співвідношення (6.27) свідчить про те, що при $\nu_\perp = \nu_\parallel = 0$ дрейфовий рух феромагнітних наночастинок відсутній. Можна очікувати, що у відповідності з теоремою Массери в цьому випадку кут намагніченості φ і координата частинки r_x періодично змінюються з часом.

6.2.3 Наближені розв'язки

Тепер знайдемо наближені розв'язки системи рівнянь (6.8) і (6.9) при умові, що $|r_x - r_{x0}| \ll 1$. У цьому випадку, замінивши в (6.8) $r_x(\tau')$ на r_{x0} та використавши інтеграл (6.22), отримуємо явний вираз для кута намагніченості φ як функцію безрозмірного часу τ

$$\varphi = \arccos \left(\frac{\cos \varphi_0 + \tanh [\nu_g r_{x0} f(\tau)]}{1 + \cos \varphi_0 \tanh [\nu_g r_{x0} f(\tau)]} \right). \quad (6.28)$$

Далі, підставивши (6.28) в (6.21) і приймаючи до уваги, що при $|r_x - r_{x0}| \ll 1$ має місце наближена рівність $r_x^2 - r_{x0}^2 = 2r_{x0}(r_x - r_{x0})$ (якщо $r_{x0} \neq 0$), після простих обчислень знаходимо залежну від часу координату наночастинки

$$r_x = r_{x0} + \frac{4}{3} \nu_g \ln [G(\tau)]^{\frac{1}{\nu_g r_{x0}}}, \quad (6.29)$$

де

$$G(\tau) = \cosh [\nu_g r_{x0} f(\tau)] + \cos \varphi_0 \sinh [\nu_g r_{x0} f(\tau)]. \quad (6.30)$$

Зазначимо, що згідно з (6.17) кут намагніченості (6.28) є періодичною функцією часу з безрозмірним періодом 2π . У загальному випадку координата частинки (6.29) також є періодичною функцією часу з тим же самим періодом. Але, як впливає з (6.17), (6.29) і (6.30), в особливому випадку, коли умови $\phi = \pi/2$ та $\varphi_0 = \pi/2$ задовольняються одночасно, період функції r_x дорівнює π .

Таким чином, функції (6.28) і (6.29) є розв'язком системи рівнянь (6.8) і (6.9) при $|r_x - r_{x0}| \ll 1$. Оскільки максимальна величина функції $[G(\tau)]^{\frac{1}{\nu_g r_{x0}}}$ має значення порядку декількох одиниць, з (6.29) випливає, що умова $|r_x - r_{x0}| \ll 1$ виконується лише при $\nu_g \ll 1$. Важливо підкреслити, що величина $|r_{x0}|$ може бути довільною: обертальні та поступальні рухи всіх частинок при $\nu_g \ll 1$ описуються тими самими формулами (6.28) і (6.29). Зокрема, для наночастинок поблизу початку координат, коли виконується умова $\nu_g |r_{x0}| \ll 1$, їх можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 - \nu_g r_{x0} \sin \varphi_0 f(\tau) - \frac{1}{4} \nu_g^2 r_{x0}^2 \sin (2\varphi_0) f^2(\tau), \\ r_x &= r_{x0} + \frac{4}{3} \nu_g \cos \varphi_0 f(\tau) + \frac{2}{3} \nu_g^2 r_{x0} \sin^2 \varphi_0 f^2(\tau). \end{aligned} \quad (6.31)$$

Ці результати, що отримані в квадратичному наближенні за малими параметрами ν_g і $\nu_g|r_{x0}|$, при $\varphi_0 = 0, \pi$ підтверджуються точними розв'язками (6.16). Зауважимо також, що згідно з (6.31), амплітуда коливань кута намагніченості зростає набагато швидше зі збільшенням $|r_{x0}|$, ніж амплітуда коливань координати.

Для наночастинок, які розташовані далеко від початку координат, тобто коли $\nu_g|r_{x0}| \gg 1$, формула (6.28) зводиться до 2π -періодичної ступеневої функції

$$\varphi = \begin{cases} 0, & r_{x0}f(\tau) > 0, \\ \varphi_0, & f(\tau) = 0, \\ \pi, & r_{x0}f(\tau) < 0. \end{cases} \quad (6.32)$$

Взагалі кажучи, часову залежність координати наночастинок у даному випадку можна визначити з формул (6.29) і (6.30). Однак для цієї мети зручніше використовувати інтегральну форму рівняння (6.9)

$$r_x = r_{x0} + \frac{4}{3}\nu_g \int_0^\tau \cos \varphi(\tau') \sin(\tau' + \phi) d\tau'. \quad (6.33)$$

Дійсно, підставляючи (6.32) у (6.33) та використовуючи умови $f(\tau) > 0$ [$f(\tau) < 0$] при $\tau \in (0, 2\pi - 2\phi)$ та $f(\tau) < 0$ [$f(\tau) > 0$] при $\tau \in (2\pi - 2\phi, 2\pi)$, які виконуються при $\phi \in (0, \pi/2)$ [$\phi \in (\pi/2, \pi)$], безпосередньо з (6.33) отримуємо

$$r_x = r_{x0} \pm \frac{4}{3}\nu_g |f(\tau)|, \quad (6.34)$$

де верхній та нижній знаки відносяться до $r_{x0} > 0$ і $r_{x0} < 0$, відповідно. Таким чином, у даному випадку наночастинок коливаються правіше (лівіше) початкової координати r_{x0} , якщо $r_{x0} > 0$ ($r_{x0} < 0$). Варто також наголосити, що період цих коливань стрибкоподібно зменшується від 2π до π , якщо $\phi = \pi/2$ (тобто умова $\varphi_0 = \pi/2$ не є необхідною при $\nu_g|r_{x0}| \rightarrow \infty$). Зазначимо також, що динаміка наночастинок при $\nu_g \sim 1$ та $|r_{x0}| \gg 1$ описується тими самими формулами (6.32) і (6.34).

6.2.4 Чисельна перевірка аналітичних результатів

Щоб отримати більш повне уявлення про сумісну оберտальну та поступальну динаміку наночастинок та перевірити отримані вище аналітичні

результати, рівняння (6.8) і (6.9) при $\nu_{\perp} = \nu_{\parallel} = 0$ були розв'язані чисельно. Чисельні результати представлені для SmCo_5 наночастинок, що рухаються у воді за кімнатної температури (295 К) та характеризується параметрами $M = 1.36 \times 10^3 \text{ emu cm}^{-3}$ і $\eta = 9.62 \times 10^{-3} \text{ P}$. Вибір SmCo_5 наночастинок зумовлений двома факторами. По-перше, енергія магнітної анізотропії у цьому матеріалі настільки велика, що використання умови "вмороженості" намагніченості в тіло наночастинок є цілком виправданим. По-друге, оскільки критичний діаметр $2a_{cr}$ для SmCo_5 наночастинок становить близько 10^3 nm [74], умова однодоменності $a < a_{cr}$ виконується навіть для досить великих наночастинок (ми обираємо $a = 10^2 \text{ nm}$). Градієнт g градієнтного магнітного поля обрано рівним 10^2 Oe cm^{-1} , а його кутова частота Ω обирається такою, щоб безрозмірна частота ν_g лежала в інтервалі від 10^{-3} ($\Omega \approx 2.36 \times 10^4 \text{ rad s}^{-1}$) до 10^{-1} ($\Omega \approx 2.36 \times 10^2 \text{ rad s}^{-1}$). Далі, у відповідності до попередніх припущень, фазу градієнтного магнітного поля ϕ та початковий кут намагніченості φ_0 обираємо з інтервалу $[0, \pi]$. В той же час, початкове положення наночастинок r_{x0} обмежене розміром системи. Тому, припускаючи, що суспензія розташована між паралельними площинами $x = \pm l$ ($l = 1 \text{ cm}$), отримуємо $|r_{x0}| \leq l/a = 10^5$.

Той факт, що умова $\nu_g |r_{x0}| \gg 1$ може виконуватись, викликає деякі технічні труднощі при чисельному розв'язку системи рівнянь (6.8) і (6.9) чисельно. Причина полягає в тому, що система наночастинок у цьому випадку характеризується двома дуже різними (безрозмірними) часовими масштабами τ_1 і τ_2 . Перший характеризує поступальну динаміку наночастинок під дією осцилюючого градієнтного магнітного поля; згідно з (6.34) його можна визначити як $\tau_1 = 1$. А другий характеризує інтервал часу, протягом якого кут намагніченості φ змінюється від 0 до π (або навпаки). Використовуючи (6.28) і (6.17), цей масштаб можна оцінити як $\tau_2 = (\nu_g |r_{x0}|)^{-1}$, тобто $\tau_2 \ll \tau_1$. Тому, оскільки крок за часом $\Delta\tau$ має задовольняти умову $\Delta\tau \ll \min\{\tau_1, \tau_2\}$, його величина може бути настільки малою, що чисельне розв'язання рівнянь (6.8) і (6.9) при $\nu_g |r_{x0}| \gg 1$ буде займати дуже багато часу. Ця проблема є загальною для всіх жорстких звичайних диференціальних рівнянь, і для її подолання був розроблений ряд методів (див., наприклад, [?]).

Використовуючи метод Рунге-Кутти четвертого порядку, були знайде-

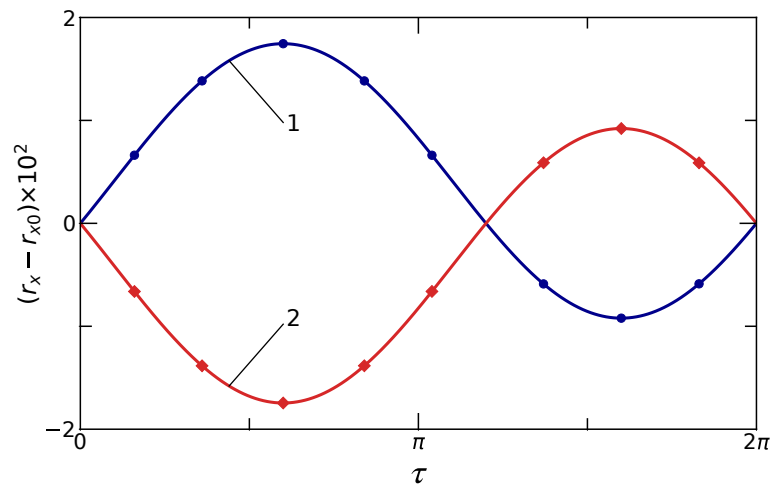


Рисунок 6.1 – Координата наночастинки r_x як функція безрозмірного часу τ для $\varphi_0 = 0$ (лінія 1) і $\varphi_0 = \pi$ (лінія 2). Значення інших параметрів: $\nu_g = 10^{-2}$, $\phi = 0.4\pi$, а початкове положення частинки r_{x0} є довільним. Суцільні лінії представляють точні результати (6.16), тоді як результати чисельного розв’язку рівнянь (6.8) і (6.9) представлені символами.

ні чисельні розв’язки системи рівнянь (6.8) і (6.9) та підтверджені всі теоретичні результати. На рисунку 6.1 показано, що аналітичні розв’язки (6.16) цих рівнянь повністю узгоджуються з чисельними. Рисунок (6.2) ілюструє правильність наближеного розв’язку, (6.28) і (6.29), рівнянь (6.8) і (6.9) при $\nu_g \ll 1$. Цей рисунок підтверджує також наше передбачення, що період функції r_x при $\varphi_0 = \phi = \pi/2$ вдвічі менший, ніж період функції φ . Нарешті випадок, коли $\nu_g |r_{x0}| \gg 1$, ілюструє рисунок (??). Як видно, наближені та чисельні розв’язки рівнянь (6.8) і (6.9) практично співпадають. Звернемо увагу на те, що відповідно до (6.32) і (6.34) подальше збільшення $|r_{x0}|$ не впливає на часову залежність $r_x - r_{x0}$ і φ . В той же час, внаслідок жорсткості системи рівнянь (6.8) і (6.9) їх чисельний розв’язок стає проблематичним.

Таким чином, аналітичні та чисельні результати однозначно свідчать про те, що при $\nu_{\perp} = \nu_{\parallel} = 0$ градієнтне магнітне поле, яке змінюється з часом за гармонічним законом, індукує лише періодичні рухи (поступальні та обертальні) наночастинок.

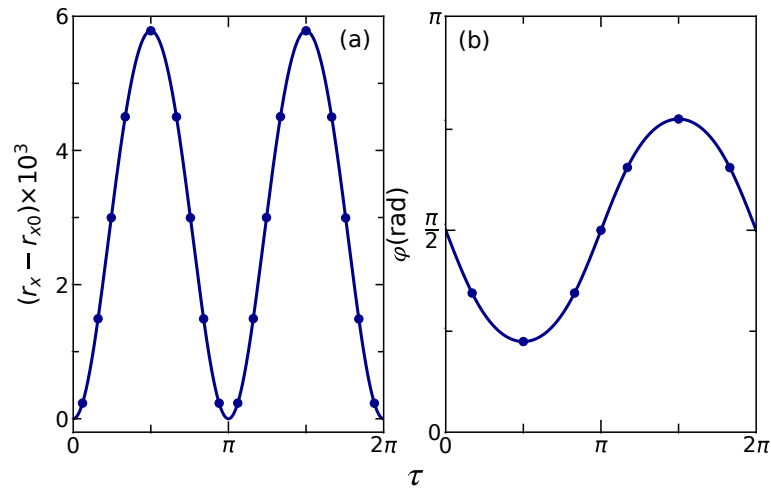


Рисунок 6.2 – Залежність координати наночастинки r_x (а) і кута намагніченості φ (б) від безрозмірного часу τ при $\nu_g = 10^{-2}$, $r_{x0} = 10^2$, $\varphi_0 = \pi/2$ і $\phi = \pi/2$. Суцільні лінії зображають наближені розв'язки (6.29) і (6.28) рівнянь (6.8) і (6.9) для r_x і φ , відповідно. Як і на рисунку (6.1), результати чисельного розв'язку цих рівнянь позначені символами.

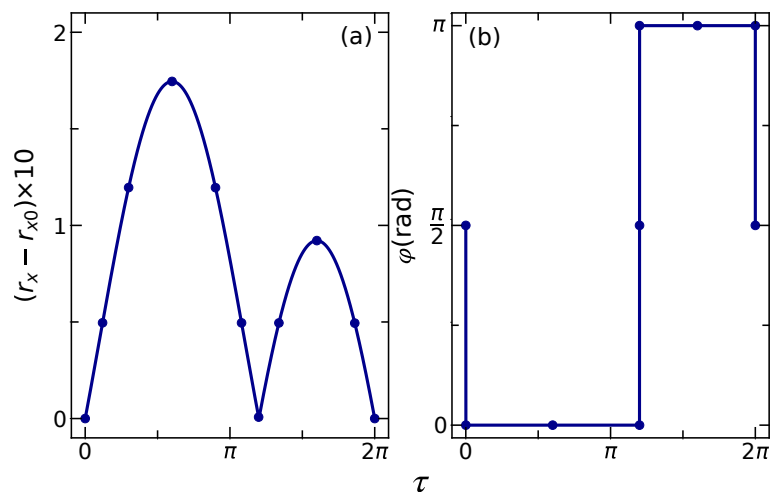


Рисунок 6.3 – Залежність координати частинки r_x (а) і кута намагніченості φ (б) від безрозмірного часу τ при $\nu_g = 10^{-1}$, $r_{x0} = 10^4$, $\varphi_0 = \pi/2$ і $\phi = 0, 4\pi$. Наближені розв'язки (6.34) і (6.32) рівнянь (6.8) і (6.9) показані суцільними лініями. Символи мають те саме значення, що й раніше.

7 ДРЕЙФ ФЕРРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК ПРИ НАЯВНОСТІ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЇ КОМПОНЕНТИ ОДНОРІДНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ

7.1 Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} > 0$ і $\nu_{\parallel} = 0$

7.1.1 Явище дрейфу: попередні результати та визначення

Ми починаємо аналіз динаміки наночастинок, що відбувається при наявності лише перпендикулярної компоненти однорідного магнітного поля (коли $\nu_{\perp} > 0$ і $\nu_{\parallel} = 0$), з узагальнення співвідношення (6.21). Діючи так само, як в розділі 6.2.2, і беручи до уваги, що

$$\frac{d}{d\tau} \left(\ln \sin \varphi + \frac{3}{8} r_x^2 \right) = \nu_{\perp} \frac{\cos^2 \varphi}{\sin \varphi}, \quad (7.1)$$

отримуємо інтегральну формулу

$$\ln \frac{\sin \varphi}{\sin \varphi_0} + \frac{3}{8} (r_x^2 - r_{x0}^2) = \nu_{\perp} \int_0^{\tau} \frac{\cos^2 \varphi(\tau')}{\sin \varphi(\tau')} d\tau', \quad (7.2)$$

яка узагальнює (6.21) на випадок, коли $\nu_{\perp} > 0$. Оскільки $\varphi \in [0, \pi]$, його права частина, $P(\tau)$, монотонно зростає з часом. Загалом, існує два режими зростання. Перший характеризується умовою $P(\infty) < \infty$, яка, згідно (6.8) та (6.9) може бути реалізована, якщо $\varphi \rightarrow \pi/2$ і $r_x \rightarrow 0$ при $\tau \rightarrow \infty$. Як випливає з (7.2), такий режим може існувати тільки для наночастинок, в яких початковий кут намагніченості φ_0 та їх початкова координата r_{x0} задовольняють умові

$$\ln \sin \varphi_0 + \frac{3}{8} r_{x0}^2 + P(\infty) = 0. \quad (7.3)$$

Другий режим реалізується, якщо $P(\tau)$ з часом прагне до нескінченності. У цьому випадку майже всі наночастинки з $r_{x0} > 0$ рухаються вправо ($r_x \rightarrow \infty$ при $\tau \rightarrow \infty$) і майже всі наночастинки з $r_{x0} < 0$ рухаються вліво ($r_x \rightarrow -\infty$ як $\tau \rightarrow \infty$), виконуючи при цьому коливальні рухи. Іншими словами, градієнтне магнітне поле, що змінюється з часом за гармонічним законом, індукує спрямований транспорт (дрейф) зважених у

в'язкій рідині феромагнітних наночастинок, якщо існує перпендикулярна компонента зовнішнього однорідного магнітного поля. На перший погляд це виглядає парадоксально, оскільки однорідне поле не генерує магнітної сили. Однак, згідно з (6.4), воно створює додатковий обертальний момент, який впливає на кут намагніченості φ і, отже, опосередковано змінює рушійну силу (6.5). Саме цей обертальний момент відповідає за появу дрейфового руху наночастинок (див. нижче).

В рамках нашої моделі будь-який параметр, що характеризує дрейфовий рух наночастинок, можна знайти, якщо розв'язок рівнянь (6.8) і (6.9) відомий. Одним з найважливіших параметрів є швидкість дрейфу, тобто середня швидкість наночастинок \bar{v} , яка визначається як зміщення частинки Δr_x (після перехідного часу τ_{tr}) протягом періоду 2π градієнтного магнітного поля: $\bar{v} = \Delta r_x / 2\pi$. Оскільки $\Delta r_x = r_x(2\pi + \tau_{tr}) - r_x(\tau_{tr})$, з (6.9) знаходимо наступний вираз для безрозмірної швидкості дрейфу:

$$\bar{v} = \frac{2\nu_g}{3\pi} \int_{\tau_{tr}}^{2\pi + \tau_{tr}} \cos \varphi(\tau) \sin(\tau + \phi) d\tau. \quad (7.4)$$

Зазначимо також, що розмірна швидкість дрейфу \bar{V} виражається через безрозмірну, як $\bar{V} = \Omega a \bar{v}$.

7.1.2 Динаміка наночастинок в околі початку координат

Оскільки, згідно з (6.10), $\nu_{\perp} / \nu_g = H_{\perp} / ga$, величина цього відношення зазвичай досить велика. Тому з урахуванням параметрів моделі, представлених у попередньому розділі, обмежемо наш аналіз тільки випадком, коли $\nu_{\perp} \gg 1$ і $\nu_g \ll 1$.

Почнемо вивчення явища дрейфу для наночастинок, розташованих поблизу початку координат. Більш точно, ми розглядаємо наночастинок, чії початкові положення задовольняють умові $1 \lesssim |r_{x0}| \ll \nu_{\perp} / \nu_g$. Для цих наночастинок існує два абсолютно різних динамічних режими. Перший реалізується при $0 \leq \tau \leq \tau_{tr}$ і характеризується швидкими змінами змінних φ і r_x , а другий, що існує при $\tau \geq \tau_{tr}$, характеризується значно повільнішою динамікою.

Наведені вище обмеження дозволяють приблизно визначити кут намагніченості φ у цих двох режимах. Справді, оскільки $\nu_{\perp} \gg 1$ і, як наслідок, $\tau_{tr} \ll 1$ (це буде доведено пізніше), функції $\cos \varphi$ і $\sin \varphi$ на часовому інтервалі $[0, \tau_{tr}]$ можуть бути лінійно апроксимовані наступним чином:

$$\begin{aligned}\cos \varphi &= \cos \varphi_0 + (\cos \varphi^{(0)} - \cos \varphi_0)\tau/\tau_{tr}, \\ \sin \varphi &= \sin \varphi_0 + (\sin \varphi^{(0)} - \sin \varphi_0)\tau/\tau_{tr}\end{aligned}\quad (7.5)$$

$[\varphi^{(0)} = \varphi(\tau_{tr})]$. Використовуючи цей результат і інтегруючи рівняння (6.8) за часом τ від 0 до τ_{tr} , отримуємо співвідношення

$$\begin{aligned}2(\varphi^{(0)} - \varphi_0) &= \nu_{\perp}(\cos \varphi^{(0)} + \cos \varphi_0)\tau_{tr} \\ &\quad - \nu_g r_{x0} \sin \phi (\sin \varphi^{(0)} + \sin \varphi_0)\tau_{tr},\end{aligned}\quad (7.6)$$

яке після обчислення $\varphi^{(0)}$ буде використане для визначення часу перехідного процесу τ_{tr} .

У другому динамічному режимі (коли $\tau \geq \tau_{tr}$) представимо кут намагніченості у вигляді

$$\varphi = \varphi^{(0)} + \varphi_1(\tau),\quad (7.7)$$

де $|\varphi_1(\tau)| \ll 1$ і $\varphi_1(\tau_{tr}) = 0$. Якщо τ обмежено декількома періодами градієнтного магнітного поля, тоді координату частинки r_x в (6.8) можна замінити її початковою координатою r_{x0} . За таких припущень (6.8) зводиться до лінійного рівняння

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_1(\tau) &= \nu_{\perp} \cos \varphi^{(0)} - \nu_{\perp} \sin \varphi^{(0)} \varphi_1(\tau) \\ &\quad - \nu_g r_{x0} \sin \varphi^{(0)} \sin(\tau + \phi),\end{aligned}\quad (7.8)$$

розв'язок якого можна представити у вигляді

$$\begin{aligned}\varphi_1(\tau) &= \cot \varphi^{(0)} + \frac{\nu_g r_{x0} \sin \varphi^{(0)}}{1 + \nu_{\perp}^2 \sin^2 \varphi^{(0)}} \\ &\quad \times (\cos(\tau + \phi) - \nu_{\perp} \sin \varphi^{(0)} \sin(\tau + \phi)).\end{aligned}\quad (7.9)$$

Залишивши в (7.9) члени порядку ν_g/ν_\perp , отримуємо

$$\varphi_1(\tau) = \cot \varphi^{(0)} - \frac{\nu_g}{\nu_\perp} r_{x0} \sin(\tau + \phi). \quad (7.10)$$

Звідси, використовуючи умову $\varphi_1(\tau_{tr}) = 0$ та формулу (7.7), знаходимо часову залежність кута φ у другому динамічному режимі

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\nu_g}{\nu_\perp} r_{x0} \sin(\tau + \phi). \quad (7.11)$$

Тепер визначимо час перехідного процесу τ_{tr} . Якщо припустити, що початковий кут намагніченості φ_0 не надто близький до $\pi/2$ і замінюючи, згідно з (7.11), $\varphi^{(0)}$ на $\pi/2$ (нагадаємо, що $\varphi^{(0)} = \varphi(\tau_{tr})$), з (7.6) отримуємо явну формулу для часу перехідного процесу

$$\tau_{tr} = \frac{\pi - 2\varphi_0}{\nu_\perp \cos \varphi_0}, \quad (7.12)$$

яка показує, що $\tau_{tr} \ll 1$. Якщо $\varphi_0 = \pi/2$, тоді співвідношення (7.6) разом з формулою

$$\varphi^{(0)} = \frac{\pi}{2} - \frac{\nu_g}{\nu_\perp} r_{x0} \sin \phi \quad (7.13)$$

(тут припускається, що $\phi \gg \tau_{tr}$) дає $\tau_{tr} = 2/\nu_\perp$. Таким чином, оскільки з (7.12) випливає, що $\tau_{tr} \rightarrow 2/\nu_\perp$ при $\varphi_0 \rightarrow \pi/2$, формула (7.12) завжди може бути використана для оцінки часу перехідного процесу.

Нарешті, використовуючи (6.9) і отримані вище результати, можна описати і поступальний рух наночастинок. Визначимо спочатку переміщення наночастинки $r_x^{(0)} - r_{x0}$ [$r_x^{(0)} = r_x(\tau_{tr})$] протягом перехідного часу τ_{tr} . Для цього підставимо $\cos \varphi$ з (7.5) у рівняння (6.9) і проінтегруємо його за часом τ від 0 до τ_{tr} . В результаті, використовуючи (7.12) і (7.13), для переміщення наночастинки отримуємо формулу

$$r_x^{(0)} - r_{x0} = \frac{2\nu_g}{3\nu_\perp} \frac{\pi - 2\varphi_0}{\cos \varphi_0} \sin \phi \left(\frac{\nu_g}{\nu_\perp} r_{x0} \sin \phi + \cos \varphi_0 \right). \quad (7.14)$$

Вона показує, що переміщення наночастинок дуже сильно залежить від

початкових умов. Зокрема, якщо $|\cos \varphi_0| \gg (\nu_g/\nu_\perp)|r_{x0}| \sin \phi$, тоді

$$r_x^{(0)} - r_{x0} = \frac{2\nu_g}{3\nu_\perp}(\pi - 2\varphi_0) \sin \phi, \quad (7.15)$$

а при $\varphi_0 = \pi/2$ формула (7.14) дає

$$r_x^{(0)} - r_{x0} = \frac{4\nu_g^2}{3\nu_\perp^2} r_{x0} \sin^2 \phi. \quad (7.16)$$

Для опису поступального руху наночастинок у другому динамічному режимі будемо використовувати рівняння (6.9), в якому кут φ визначається за формулою (7.11). Інтегруючи це рівняння за часом в інтервалі $[\tau_{tr}, \tau]$, де, як і раніше, $\tau (\geq \tau_{tr})$ обмежено декількома періодами градієнтного магнітного поля, неважко отримати наступну формулу для координати наночастинок:

$$r_x = r_x^{(0)} + \frac{\nu_g^2}{3\nu_\perp} r_{x0} \left[2(\tau - \tau_{tr}) - \sin 2(\tau + \phi) + \sin 2(\tau_{tr} + \phi) \right]. \quad (7.17)$$

У відповідності з цим результатом наночастинок рухаються коливальним чином праворуч (якщо $r_{x0} > 0$) або ліворуч (якщо $r_{x0} < 0$). Це підтверджує наше передбачення про те, що градієнтне магнітне поле, яке змінюється з часом за гармонічним законом, генерує спрямований транспорт наночастинок, тільки якщо $\nu_\perp > 0$. Використовуючи визначення швидкості дрейфу $\bar{v} = [r_x(2\pi + \tau_{tr}) - r_x(\tau_{tr})]/2\pi$ та формулу (7.17), для середньої швидкості дрейфу наночастинок в околі початку координат, $\bar{v}_1 = \bar{v}|_{|r_{x0}| \ll \nu_\perp/\nu_g}$, знаходимо наступну формулу:

$$\bar{v}_1 = \frac{2\nu_g^2}{3\nu_\perp} r_{x0}. \quad (7.18)$$

Той факт, що \bar{v}_1 лінійно залежить від r_{x0} означає, що координата наночастинок $r_x(2\pi n)$ експоненційно зростає з числом n ($n = 1, 2, \dots$) періодів осцилюючого градієнтного магнітного поля, якщо виконується умова

$|r_x(2\pi n)| \ll \nu_\perp/\nu_g$. Дійсно, в цьому випадку

$$r_x(2\pi n) = r_x(2\pi n - 2\pi) \left(1 + \frac{4\pi\nu_g^2}{3\nu_\perp} \right) \quad (7.19)$$

і, як наслідок,

$$r_x(2\pi n) = r_{x0} \exp \left[n \ln \left(1 + \frac{4\pi\nu_g^2}{3\nu_\perp} \right) \right]. \quad (7.20)$$

Щоб уникнути плутанини, акцентуємо увагу на двох моментах, пов'язаних з цим результатом. По-перше, оскільки $|r_x(2\pi n)| \ll \nu_\perp/\nu_g$ і $4\pi\nu_g^2/3\nu_\perp \ll 1$, координата частинки $r_x(2\pi n)$ зростає експоненційно з дискретним часом $2\pi n$ тільки в тому випадку, якщо

$$n \ll n_{\max} = \frac{3\nu_\perp}{4\pi\nu_g^2} \ln \frac{\nu_\perp}{\nu_g|r_{x0}|}. \quad (7.21)$$

Іншими словами, формула (7.20) справедлива при $\tau_{tr} < \tau \ll 2\pi n_{\max}$ для наночастинок, чиї початкові координати задовольняють умові $|r_{x0}| \ll \nu_\perp/\nu_g$. І по-друге, згідно з (7.17) координата частинки $r_x(\tau)$ (на відміну від $r_x(2\pi n)$) зростає (або спадає) з часом τ коливальним чином.

7.1.3 Швидкість дрейфу на великих відстанях від початку координат

Визначемо тепер швидкість дрейфу наночастинок, які знаходяться на великих відстанях від початку координат, тобто коли виконується умова $|r_x| \gg \nu_\perp/\nu_g$. У цьому випадку час перехідного процесу $\tau_{tr} \sim (\nu_g|r_x|)^{-1}$ малий ($\tau_{tr} \ll \nu_\perp^{-1}$) і, відповідно до (6.8), кут намагніченості φ і координата частинки r_x пов'язані між собою співвідношенням

$$\cot \varphi - \frac{\nu_g r_x}{\nu_\perp} \sin(\tau + \phi) = 0. \quad (7.22)$$

Зідси при $\nu_g |r_x| / \nu_\perp \rightarrow \infty$ отримуємо

$$\cos \varphi = \operatorname{sgn}(r_x) \begin{cases} 1, & 0 < \tau < \pi - \phi, \\ -1, & \pi - \phi < \tau < 2\pi - \phi, \\ 1, & 2\pi - \phi < \tau < 2\pi, \end{cases} \quad (7.23)$$

де $\operatorname{sgn}(x)$ – знакова функція. Підставивши цей результат у загальну формулу (7.4) і виконавши просте інтегрування, знаходимо середню швидкість дрейфу наночастинок $\bar{v}_2 = \bar{v}|_{|r_x| \gg \nu_\perp / \nu_g}$ на великих відстанях від початку координат (щоб підкреслити цей факт, дану швидкість дрейфу будемо позначати також як \bar{v}_∞)

$$\bar{v}_2 = \operatorname{sgn}(r_x) \frac{8\nu_g}{3\pi}. \quad (7.24)$$

Зазначимо також, що якщо початкова координата частинки r_{x0} не надто близька до початку координат, тоді $\operatorname{sgn}(r_x)$ можна замінити на $\operatorname{sgn}(r_{x0})$ (див. розділ 7.1.1).

Оскільки швидкість дрейфу таких наночастинок однакова (тобто не залежить від $|r_{x0}|$), їх координати лінійно зростають (якщо $r_{x0} > 0$) або спадають (якщо $r_{x0} < 0$) із збільшенням дискретного часу $2\pi n$. Порівнюючи (7.24) та (7.18), бачимо, що $|\bar{v}_2| \gg |\bar{v}_1|$. Дивно, але згідно із (7.24) розмірна середня швидкість дрейфу $|\bar{V}_2| = 4Mga^2/9\pi\eta$, яка досягається в осцилюючому градієнтному магнітному полі, близька до швидкості рівномірного руху наночастинок $|V| = 2Mga^2/9\eta$ у разі незалежного від часу градієнтного магнітного поля [54].

7.1.4 Явище дрейфу: чисельні результати

Щоб перевірити теоретичні результати отримані в розділах 7.1.2 і 7.1.3, система рівнянь (6.8) і (6.9) була чисельно розв’язана при $\nu_\perp \gg 1$. На рисунку (7.1) показані теоретичні і чисельні залежності від часу координати r_x і кута намагніченості φ для наночастинок в околі початку координат. Як можна бачити, чисельні результати (символи) дуже добре узгодені з теоретичними результатами. Зокрема, функції r_x і φ у друго-

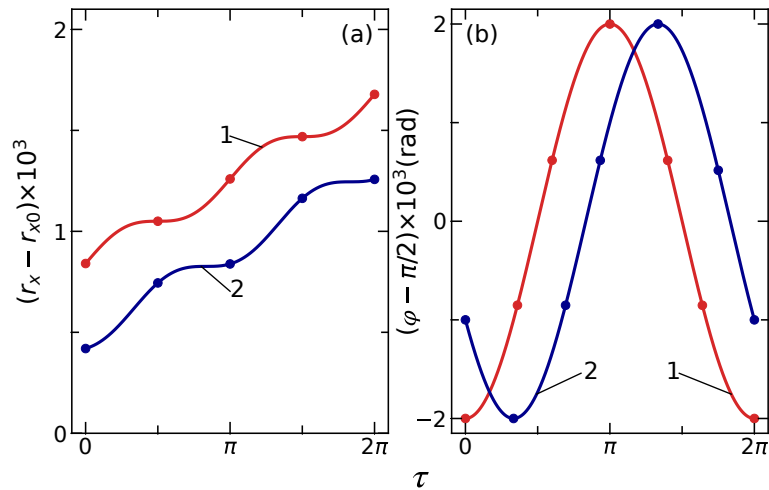


Рисунок 7.1 – Залежності координати частинки r_x (а) і кута намагніченості φ (б) від безрозмірного часу τ для наночастинок в околі початку координат. Обрані параметри моделі: $\nu_g = 10^{-1}$, $\nu_{\perp} = 10^2$, $r_{x0} = 2$ і $\varphi_0 = 0.3\pi$. Суцільні лінії (1) і (2) представляють теоретичні результати (7.17) і (7.11) для $\phi = \pi/2$ і $\phi = \pi/6$, відповідно. Символами показані результати, отримані шляхом чисельного розв'язання рівнянь (6.8) і (6.9).

му динамічному режимі описуються формулами (7.17) та (7.11), а умови $r_x(2\pi + \tau) = 2\pi\bar{v}_1 + r_x(\tau)$ і $\varphi(2\pi + \tau) = \varphi(\tau)$ виконуються, якщо час τ не надто великий. Більш того, числові значення $r_x^{(0)}$ та $\varphi^{(0)}$ знаходяться у повній відповідності до даних, отриманих з формули (7.14) ($r_x^{(0)} - r_{x0} = 8.41 \times 10^{-4}$ для $\phi = \pi/2$ і $r_x^{(0)} - r_{x0} = 4.20 \times 10^{-4}$ для $\phi = \pi/6$) та формули (7.13) ($\varphi^{(0)} - \pi/2 = -2 \times 10^{-3}$ для $\phi = \pi/2$ та $\varphi^{(0)} - \pi/2 = -10^{-3}$ для $\phi = \pi/6$). Чисельна швидкість дрейфу також добре узгоджується з теоретичним результатом (7.18) (для обраних параметрів моделі маємо $\bar{v}_1 = 1.33 \times 10^{-4}$).

Числові результати, що підтверджують теоретичну формулу (7.24) для середньої швидкості наночастинок на великих відстанях від початку координат, наведені на рисунку (7.2). На рисунку (7.2b) прямі суцільні лінії представляють граничну середню швидкість $\bar{v}_2 = \bar{v}_{\infty}$ як функцію параметра ν_g при $r_{x0} > 0$ і $r_{x0} < 0$. Символи відповідають швидкості $\bar{v}_2 = [r_x - r_{x0}]/2\pi$, розрахованій з числових результатів, показаних на рисунку 7.2а. Підкреслимо, що, оскільки теоретичний результат (7.24) отримано за умови $|r_{x0}| \gg \nu_{\perp}/\nu_g$, лінійна залежність \bar{v}_2 від ν_g має місце, тільки якщо параметр ν_g не надто малий. Відзначимо також, що розмірна середня швидкість цих наночастинок досить велика: $|\bar{V}_2| = 2 \times 10^3 \text{ nm s}^{-1}$.

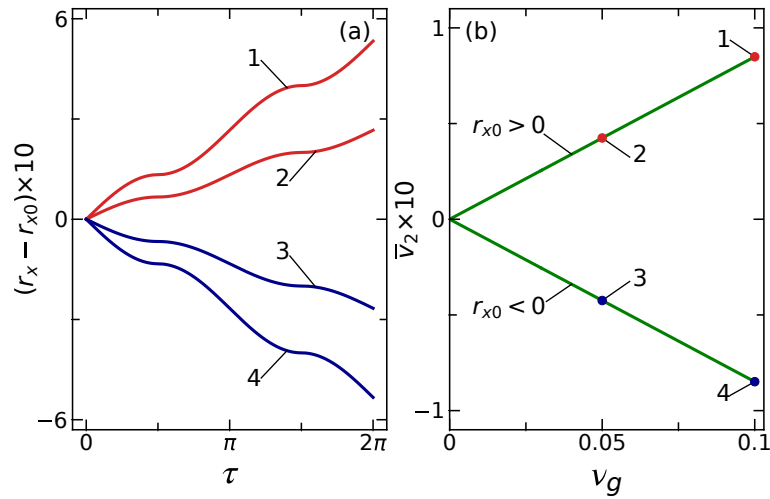


Рисунок 7.2 – Залежність координати наночастинки r_x від безрозмірного часу τ (a) та залежність граничної середньої швидкості \bar{v}_2 від параметра ν_g (b) при $|r_{x0}| \gg \nu_{\perp}/\nu_g$. Чисельні результати для r_x наведені для $\nu_g = 10^{-1}$ і $r_{x0} = 10^5$ (лінія 1), $\nu_g = 5 \times 10^{-2}$ і $r_{x0} = 10^5$ (лінія 2), $\nu_g = 5 \times 10^{-2}$ і $r_{x0} = -10^5$ (лінія 3), і $\nu_g = 10^{-1}$ і $r_{x0} = -10^5$ (лінія 4). Інші параметри: $\nu_{\perp} = 10^2$, $\varphi_0 = \pi/2$ і $\phi = \pi/2$. Теоретичні залежності \bar{v}_2 від ν_g обчислюються за формулою (7.24) (вони представлені прямими лініями), а чисельні значення \bar{v}_2 зображені символами.

Нарешті, рисунок (7.3) ілюструє поведінку наночастинки (з $r_{x0} = 10^2$) на великому часовому інтервалі. Відповідно до результатів проведеного аналізу наночастинка рухається вправо, а її середня координата

$$\bar{r}_x = \frac{1}{2\pi} \int_{\tau}^{\tau+2\pi} r_x(\tau') d\tau' \quad (7.25)$$

наближається на великих часах до лінійного режиму, див. рисунок (7.3)а. Як було встановлено, на малих часах кут намагніченості є майже періодичною функцією τ . Проте, оскільки $|r_x|$ росте з τ , можна зробити висновок, що $\max \varphi$ ($\min \varphi$) зростає до π (зменшується до 0) зі збільшенням τ . Цей факт проілюстровано на рисунку (7.3б). Часова залежність середньої швидкості частинок $\bar{v} = d\bar{r}_x/d\tau$ показана на рисунку (7.3с). Мінімальне та максимальне значення середньої швидкості, $\bar{v}_1 = 6.67 \times 10^{-3}$ і $\bar{v}_2 = 8.49 \times 10^{-2}$, повністю узгоджуються з теоретичними значеннями, отриманими з (7.18) і (7.24), відповідно. Коди Python, які використовувалися для отримання чисельних результатів, депоновані в Mendeley Data [?].

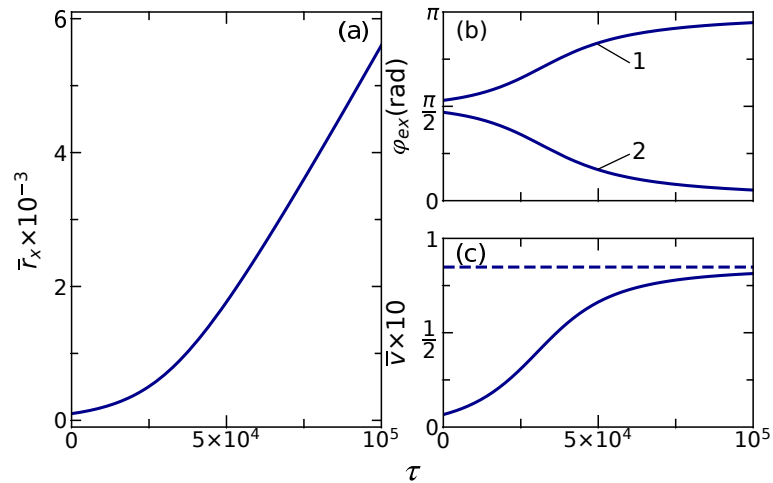


Рисунок 7.3 – Чисельні результати для середньої координати частинки \bar{r}_x (a), екстремальні значення φ_{ex} кута намагніченості (b) і середньої швидкості частинки \bar{v} (c) в залежності від безрозмірного часу τ . Параметри моделі: $\nu_g = 10^{-1}$, $\nu_{\perp} = 10^2$, $r_{x0} = 10^2$, $\varphi_0 = \pi/2$ і $\phi = \pi/2$. Лінії 1 і 2 представляють функції $\max \varphi$ і $\min \varphi$, відповідно, а пунктирна горизонтальна лінія відповідає граничній середній швидкості частинки \bar{v}_2 .

Результати цього розділу показують, що явище дрейфу виникає лише за наявності однорідного магнітного поля ($H_{\perp} > 0$). Це поле впливає на кут намагніченості і, внаслідок цього, змінює рушійну силу, яка створюється осцилюючим градієнтним магнітним полем. Спільна дія цих полів призводить до якісних змін в обертальному та поступальному рухах наночастинок. Зокрема, кут намагніченості, який описує обертальний рух, коливається з часом в інтервалі $[0, \pi]$, але амплітуда коливань повільно зростає з часом. Поступальний рух наночастинок також змінюється коливальним чином, але протягом кожного періоду градієнтного поля вони злегка зміщуються вправо (якщо $r_{x0} > 0$) або вліво (якщо $r_{x0} < 0$). Саме ці зміщення відповідальні за дрейфовий рух наночастинок, індукований однорідним і градієнтним магнітним полем, що змінюється у часі.

8 ДРЕЙФ ФЕРРОМАГНІТНИХ НАНОЧАСТИНОК ЗА НАЯВНОСТІ ПАРАЛЕЛЬНОЇ КОМПОНЕНТИ ОДНОРІДНОГО МАГНІТНОГО ПОЛЯ

8.1 Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} = 0$ і $\nu_{\parallel} > 0$

Почнемо аналіз динаміки наночастинок при наявності лише паралельної компоненти однорідного магнітного поля, тобто коли $\nu_{\perp} = 0$ і $\nu_{\parallel} \neq 0$. Рівняння (6.8) і (6.9) дозволяють знайти зв'язок між їх розв'язком $\{\varphi, r_x\}_{\nu_{\parallel}}$ при фіксованому ν_{\parallel} і їх розв'язком $\{\tilde{\varphi}, \tilde{r}_x\}_{\tilde{\nu}_{\parallel}}$ при фіксованому $\tilde{\nu}_{\parallel} = -\nu_{\parallel}$. Будемо вважати, що ці розв'язки задовольняють початковим умовам $\{\varphi_0, r_{x0}\}_{\nu_{\parallel}}$ і $\{\tilde{\varphi}_0, \tilde{r}_{x0}\}_{\tilde{\nu}_{\parallel}}$, відповідно. Тоді, обираючи $\tilde{\varphi} = \pi - \varphi$ з $\tilde{\varphi}_0 = \pi - \varphi_0$ і $\tilde{r}_x = -r_x$ з $\tilde{r}_{x0} = -r_{x0}$, неважко перевірити, що $\{\tilde{\varphi}_0, \tilde{r}_{x0}\}_{\tilde{\nu}_{\parallel} = -\nu_{\parallel}}$ – також розв'язок рівнянь (6.8) і (6.9). Тому подальший аналіз можна обмежити випадком, коли $\nu_{\parallel} > 0$ (випадок $\nu_{\parallel} = 0$ вже розглянуто у попередньому розділі).

Чисельний аналіз показав, що в цьому випадку дрейфовий рух наночастинок також відсутній. Однак паралельна складова однорідного магнітного поля якісно змінює динаміку наночастинок. Найбільш істотні зміни, що відбуваються при $\nu_{\parallel} > 0$, полягають у тому, що розв'язок рівнянь (6.8) і (6.9) наближається з часом до стаціонарного розв'язку $\{\varphi_{st}, r_{xst}\}$, де φ_{st} та r_{xst} визначаються за формулами

$$\varphi_{st} = 0, \quad r_{xst} = \frac{4}{3}\nu_g f(\tau) \quad (8.1)$$

або

$$\varphi_{st} = \pi, \quad r_{xst} = -\frac{4}{3}\nu_g f(\tau) \quad (8.2)$$

(відповідь на питання про те, який саме розв'язок реалізується, залежить від початкових умов). Звернемо увагу на те, що, на відміну від (8.1) і (8.2), розв'язки (6.16) є точними. Але вони були отримані при $\nu_{\perp} = \nu_{\parallel} = 0$ і відповідають початковим умовам $\varphi_0 = 0, \pi$. Якщо ж $\varphi_0 \neq 0, \pi$, тоді як r_x , так і φ є періодичними функціями часу (цей факт проілюстровано на рисунку (8.1)).

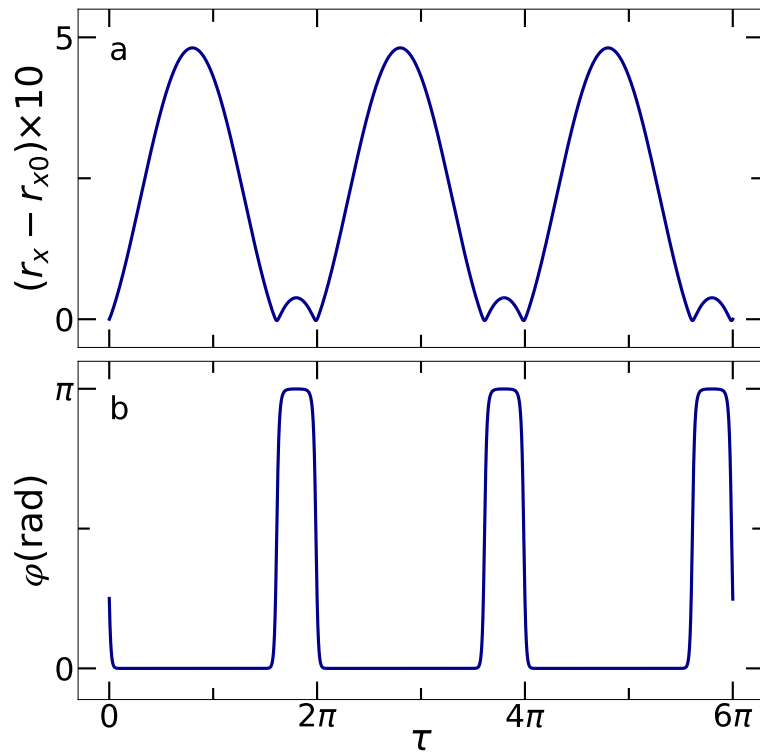


Рисунок 8.1 – Часові залежності координати частинки r_x (а) і кута намагніченості φ (б) при $\nu_{\perp} = \nu_{\parallel} = 0$ і $\nu_g = 0.2$, $r_{x0} = 2 \times 10^2$, $\varphi_0 = \pi/4$, $\phi = \pi/5$.

Що ж стосується стаціонарних розв'язків (8.1) і (8.2) (звернемо увагу на те, що вони не залежать від r_{x0}), то вони встановлюються протягом деякого часу τ_{st} , яке сильно залежить від ν_{\parallel} . Зокрема, якщо значення ν_{\parallel} дуже мале, то стаціонарний розв'язок встановлюється протягом багатьох періодів градієнтного магнітного поля. Навпаки, $\tau_{st} \ll 1$, якщо значення ν_{\parallel} досить велике. Для ілюстрації цього факту на рисунку (8.2а) для $\nu_{\parallel} = 0.6$ показано залежність від часу координати частинки r_x отриману чисельно (суцільна лінія) і теоретичний результат для r_{xst} з (8.1) (пунктирна лінія). Залежність кута намагніченості φ від часу показана на рисунку (8.2б) для $\nu_{\parallel} = 0.6$ та $\nu_{\parallel} = 3$. Із результатів, представлених на рисунку (8.2), можна зробити висновок, що $\tau_{st} \sim 6\pi$ при $\nu_{\parallel} = 0.6$ та $\tau_{st} \ll 1$ при $\nu_{\parallel} = 3$.

8.2 Динаміка наночастинок при $\nu_{\perp} > 0$ і $\nu_{\parallel} > 0$

У цьому випадку, використовуючи результати проведеного раніше аналізу, можна очікувати, що явище дрейфу наночастинок існує, але його характеристики суттєво залежать від величини ν_{\parallel} . Ці очікування підтвер-

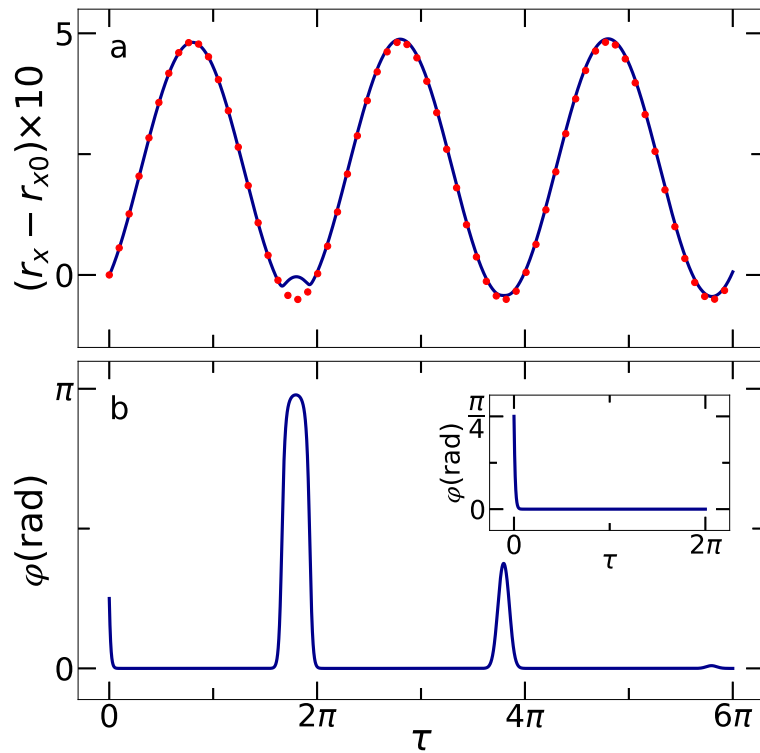


Рисунок 8.2 – Часові залежності координати частинки r_x (а) і кута намагніченості φ (б) при $\nu_{\parallel} = 0.6$. Інші параметри ті ж самі, що і на рисунку (8.1). Пунктирна лінія відповідає теоретичному результату (8.1) для r_{xst} . Вставка на рисунку (8.2б): залежність φ від τ при $\nu_{\parallel} = 3$.

джуються результатами чисельного розв'язку системи рівнянь (8.1) і (8.2). В якості приклада на рисунку (8.3) показані часові залежності (на відносно малому часовому інтервалі) координати r_x і кута φ при $\nu_{\perp} = 10$ і різних значеннях параметра ν_{\parallel} . Вони демонструють загальну тенденцію: збільшення паралельної складової однорідного магнітного поля (тобто збільшення ν_{\parallel}) зменшує ріст r_x . Щоб кількісно охарактеризувати це зменшення, введемо безрозмірну середню швидкість дрейфу наночастинок $\bar{v}_n = [r_x(2\pi n) - r_x(2\pi n - 2\pi)]/2\pi$ ($n = 1, 2, \dots, N$) на n -му періоді градієнтного магнітного поля. Оскільки умова $\bar{v}_n = \text{const}$ виконується, якщо величина N досить мала, середню швидкість дрейфу на часовому інтервалі $(0, 2\pi N)$ можна визначити за формулою $\bar{v} = [r_x(2\pi N) - r_{x0}]/2\pi N$. Таким чином, збільшення параметра ν_{\parallel} зменшує швидкість дрейфу наночастинок. Для даних з рисунку (8.3) (тут $N = 5$) знаходимо $\bar{v} = 3.1 \times 10^{-2}$ при $\nu_{\parallel} = 0$, $\bar{v} = 2.4 \times 10^{-2}$ при $\nu_{\parallel} = 5$ і $\bar{v} = 1.3 \times 10^{-2}$ при $\nu_{\parallel} = 10$.

Швидкість дрейфу кожної наночастинок залежить не тільки від параметрів задачі, а й від часу, протягом якого частинка рухається. Це від-

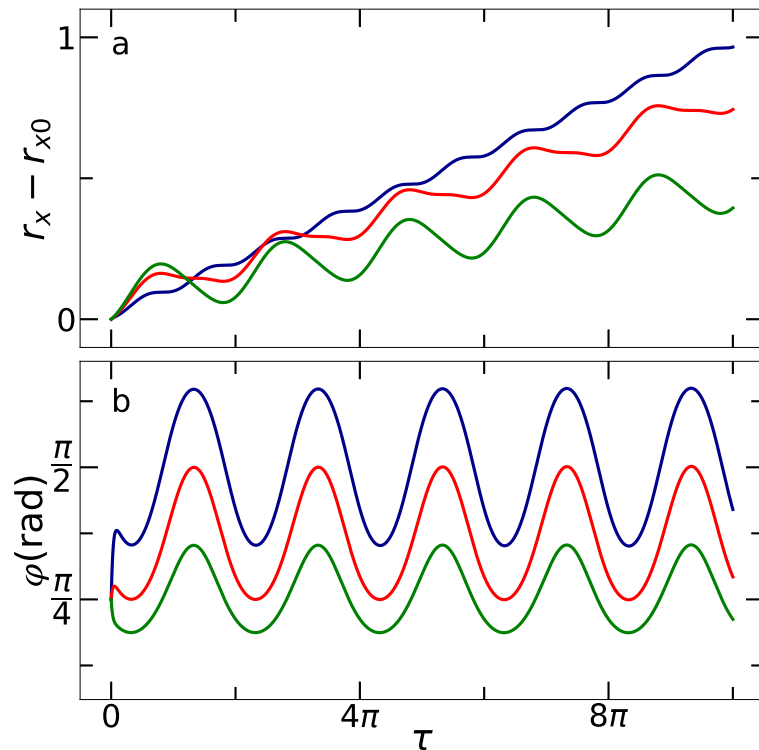


Рисунок 8.3 – Часові залежності координати частинки r_x (a) і кута намагніченості φ (b) при $\nu_g = 0.1$, $\nu_{\perp} = 10$, $r_{x0} = 50$, $\varphi_0 = \pi/4$, $\phi = \pi/5$ та $\nu_{\parallel} = 0$ (синя лінія), $\nu_{\parallel} = 5$ (червона лінія), $\nu_{\parallel} = 10$ (зелена лінія).

бувається тому, що частинка зміщується вправо або вліво (напрямок залежить від знаку r_{x0}) протягом кожного періоду градієнтного магнітного поля. Як наслідок, градієнтне поле, що діє на частинку, збільшується, а обертальні і трансляційні характеристики цієї частинки, включаючи її дрейфову швидкість, змінюються з часом. Цей висновок підтверджується чисельними результатами, представленими на рисунку (8.4). Той факт, що з ростом параметра ν_{\parallel} координата $r_x(2\pi N)$ даної частинки зменшується, проілюстровано на рисунку (8.4)а, де залежності $r_x(2\pi N)$ від N показані для $\nu_{\parallel} = 0$ (синя лінія) і $\nu_{\parallel} = 25$ (червона лінія). Графіки максимального та мінімального значень кута намагніченості на N -му періоді градієнтного магнітного поля, φ_{Nmax} та φ_{Nmin} , зображені на рисунку (8.4б). Тут $\varphi_{1max} = 2.0$ і $\varphi_{1min} = 1.1$ при $\nu_{\parallel} = 0$, та $\varphi_{1max} = 4.6 \times 10^{-1}$ і $\varphi_{1min} = 3.2 \times 10^{-1}$ при $\nu_{\parallel} = 25$. Якщо $N \rightarrow \infty$, тоді $\varphi_{Nmax} \rightarrow \pi$ і $\varphi_{Nmin} \rightarrow 0$ для будь-якого фіксованого однорідного магнітного поля. Нарешті, на рисунку (8.4с) показано середню швидкість дрейфу \bar{v}_N даної частинки на N -му періоді градієнтного магнітного поля. Для використа-

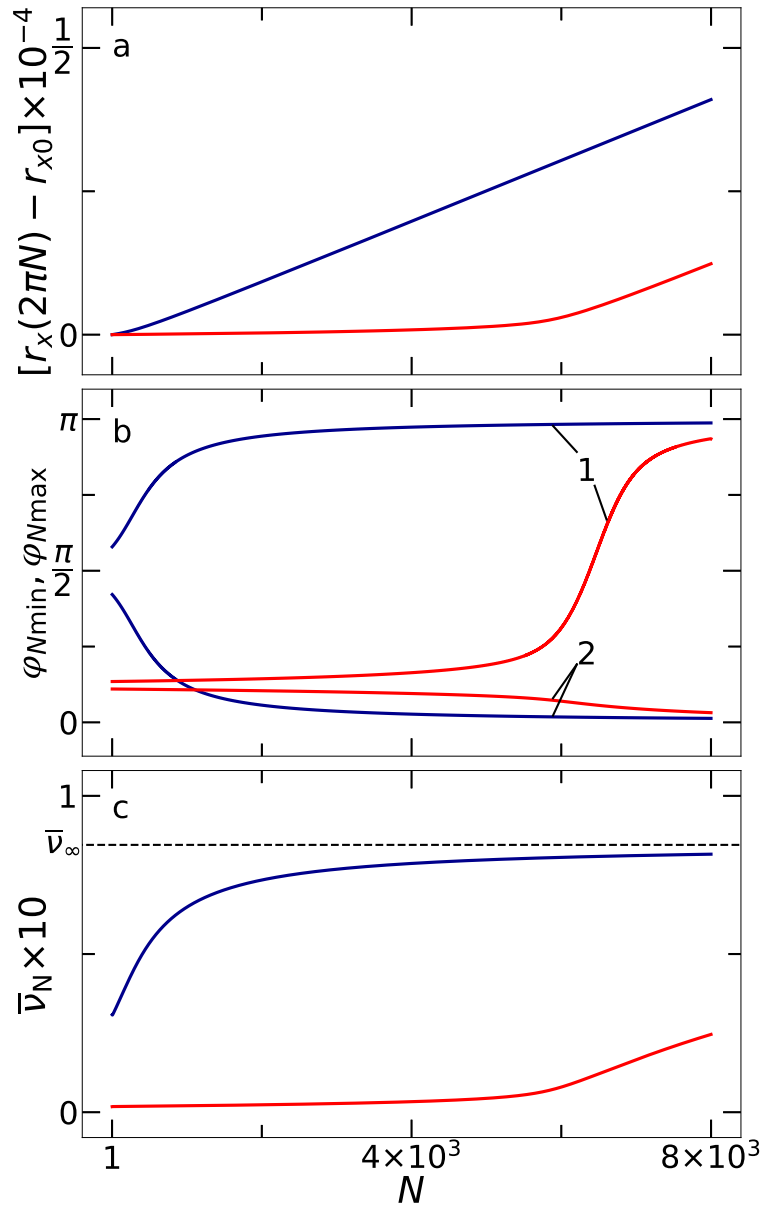


Рисунок 8.4 – Координата частинки $r_x(2\pi N)$ після N періодів градієнтного магнітного поля (а), максимальне φ_{Nmax} (лінія 1) та мінімальне φ_{Nmin} (лінія 2) значення кута намагніченості (б) і середня швидкість дрейфу N частинки на N -му періоді (с). Ці результати отримані при $\nu_g = 0.1$, $\nu_\perp = 10$, $r_{x0} = 50$, $\varphi_0 = \pi/4$, $\phi = \pi/5$ та $\nu_\parallel = 0$ (сині лінії) і $\nu_\parallel = 25$ (червоні лінії).

них параметрів маємо $\bar{v}_1 = 3.1 \times 10^{-2}$ при $\nu_{\parallel} = 0$ та $\bar{v}_1 = 1.7 \times 10^{-3}$ при $\nu_{\parallel} = 25$. Як видно, якщо число N не надто велике, тоді ν_{\parallel} сильно зменшує швидкість дрейфу. Але якщо $N \rightarrow \infty$, тоді швидкість дрейфу не залежить від ν_{\parallel} і прямує до $\bar{v}_{\infty} = 8.5 \times 10^{-2}$. Зауважимо, однак, що чим більше ν_{\parallel} , тим повільніше \bar{v}_N зростає зі збільшенням N .

ВИСНОВКИ

В ході виконання другого етапу даної НДР були отримані такі основні результати

Вимушена зв'язана динаміка наночастинки як цілого та її намагніченості розглянута в детерсіністичному наближенні. Підхід ґрунтується на рівнянні обертального моменту та рівнянні прецесії намагніченості у середовищі із зігасанням, які випливають із закону збереження повного моменту імпульсу. У цьому підході описано два режими руху під дією циркулярно-поляризованого поля. Якщо і вісь легкої осі наночастинки, і її магнітний момент виконують прецесію в межах поверхонь конусів з постійними кутами, ми називаємо це однорідним режимом. Якщо прецесія стає нестабільною і полярний кут, принаймні, для одного з векторів зазнає періодичних змін, ми називаємо це неоднорідним режимом. Щоб добре зрозуміти механізми розсіювання енергії, ми представляємо результати зв'язаного руху разом з результатами для випадків жорстко фіксованої наночастинки всередині твердої матриці та жорстко фіксованої намагніченості всередині незакріпленої жорстко наночастинки.

Оскільки розглядалася дія циркулярно-поляризованого зовнішнього поля, природно, що найпростішим типом вимушеного руху є однорідна прецесія. Цей тип руху характеризується постійними кутами прецесії та постійними кутами відставання, значення яких залежать від параметрів системи. Алгебраїчні рівняння для цих залежностей отримані для всіх розглянутих випадків. Встановлено такі основні властивості розв'язків відповідних алгебраїчних рівнянь для випадку зв'язаної динаміки. По-перше, магнітний момент наночастинок завжди становить менший кут із зовнішнім полем, ніж із віссю анізотропії. По-друге, прецесійна динаміка передбачає наявність деякого ефективного поля, перпендикулярного до площини поляризації поля, величина якого залежить від частоти змінного зовнішнього та напрямку поляризації. Для високих частот це ефективне поле є досить великим і може утримувати магнітний момент майже вздовж напрямку, який перпендикулярний до площині поляризації зовнішнього поля. Останній факт був підтверджений чисельно. Існування однорідного режиму прецесії було підтверджено чисельно. У випадку зв'язаного руху головною особливістю

є невеликий кут конусу прецесії для легкої осі, який передбачає слабке механічне обертання тіла наночастинок. Нарешті, вирази втрати потужності отримані для випадку в'язкого обертання наночастинок зі скінченною анізотропією та для спрощених випадків нерухомої наночастинок і нерухомої намагніченості.

Неоднорідний режим є ключовим питанням наших досліджень і був описаний чисельно. Цей режим полягає в періодичних змінах полярних кутів з періодом, який не збігається періодом поля. Активація неоднорідного режиму прецесії супроводжується змінами втрат електроенергії. Однак у разі руху наночастинок із зафіксованою всередині намагніченістю неоднорідна прецесія призводить до зниження втрат потужності. У той же час, у випадку магнітної динаміки всередині нерухомої наночастинок та у випадку зв'язаного руху наночастинок з кінцевою анізотропією у в'язкому носії неоднорідна прецесія пов'язана зі значним збільшенням втрат потужності. Зв'язаний рух демонструє інший тип неоднорідної прецесії, що часто переходить у хаотичний. Цей вид руху реалізований для досить широкого діапазону параметрів. Перемикання між ними та режимами інших типів також пов'язане з різкими модифікаціями втрат електроенергії.

Нарешті, ми спостерігали щонайменше два нові режими, які не існують для жорстко фіксованих випадків наночастинок та жорстких диполів під дією циркулярно-поляризованого поля. Перший новий режим - це хаотична прецесія, яка реалізується двома різними способами: чисто хаотичний, див. рис. 3.4 та повільний хаотичний дрейф легкої осі з "регулярними" коливаннями магнітного моменту навколо, див. рис. 3.5. Другий новий режим є регулярним, коли повільний дрейф реалізується азимутальними кутами векторів \mathbf{m} і \mathbf{n} , тоді як полярні кути цих векторів коливаються навколо осереднених значень.

Незважаючи на нелінійні ефекти в зв'язаній динаміці, все ще потрібно ретельно дослідити, повідомлені результати дозволяють констатувати наступне. Різкі переходи між різними режимами прецесії є важливим явищем для контролю процесу нагрівання в межах гіпертермії. З одного боку, його можна використовувати для вибору оптимальних параметрів терапії. З іншого боку, нам потрібно пам'ятати про це, щоб запобігти небезпечно-

му перегріванню. Хоча наш підхід не враховує термічного збудження та дипольної взаємодії між наночастинками, його актуальність очевидна. По-перше, як впливає з наближення фіксованої намагніченості, взаємодія та тепловий шум зменшують ці значення. Тому детермінований підхід встановлює граничні значення втрат електроенергії. По-друге, для досить великих наночастинок (~ 20 нм) та порівняно інтенсивних зовнішніх полів домінуюча регулярна складова в динаміці наночастинок. Отже, детерміністичний підхід дає результати, близькі до правильних.

Було встановлено та проаналізовано прецесійне обертання магнітно-ізотропних феромагнітних наночастинок у в'язкій рідині, викликане за рахунок обертового магнітного поля. Примітною особливістю цього явища є те, що воно виникає, коли зв'язок між магнітною та решітковою підсистемами, що виникає внаслідок магнітокристалічної анізотропії, відсутній. Ми чітко показали, що причиною цього обертання є викликаний дисипацією зв'язок між цими підсистемами.

Ми також обговорювали можливість експериментального виявлення обертання, викликаного дисипацією, ізотропних феромагнітних наночастинок обертовим магнітним полем. Оскільки пряме експериментальне спостереження за обертанням наночастинок видається проблематичним, ми очікуємо, що це явище можна перевірити, порівнюючи прогнозовані та експериментальні магнітні властивості цих систем. Така можливість впливає із сильного дисипаційного зв'язку між магнітною та решітковою підсистемами наночастинок у стаціонарному стані.

Також в рамках даної НДР досліджено динаміку зважених у в'язкій рідині сильно анізотропних феромагнітних наночастинок. У випадку, коли такі частинки знаходяться під дією як постійного за часом однорідного магнітного поля, так і градієнтного магнітного поля, що змінюється з часом за гармонічним законом, отримано мінімальну систему рівнянь, які описують їх обертальний та поступальний рухи. У наближенні безінерційних і невзаємодіючих наночастинок ця система рівнянь складається з двох зв'язаних між собою нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку для азимутального кута вектора намагніченості і координати центра частинки. Шляхом аналітичного та чисельного розв'язання цієї системи рівнянь ви-

значені обертальні та трансляційні властивості наночастинок, серед яких найбільш важливими є наступні.

Гradientне магнітне поле створює силу, яка діє на зважені в рідині феромагнітні наночастинок, викликає їх поступальний рух в напрямку gradientа поля. На противагу, зовнішнє однорідне магнітне поле не створює ніякої сили, і, тому, це поле не впливає безпосередньо на поступальний рух цих частинок. Однак якщо на частинки впливають як gradientне, так і однорідне магнітні поля, останнє може впливати на їх транспортні властивості. Причина полягає в тому, що сила, викликана gradientом магнітного поля, залежить від напрямку намагніченості частинки. Отже, хоч і не прямо, але змінюючи напрямок намагнічування, однорідне магнітне поле (разом з gradientним магнітним полем) може впливати на рух зважених феромагнітних наночастинок.

Для детального вивчення цього ефекту було застосовано мінімальний набір рівнянь, що описує пов'язану поступальну та обертальну динаміку зважених наночастинок під дією gradientних та однорідних магнітних полів. Шляхом аналітичного та чисельного розв'язання цих рівнянь було виявлено що наночастинок виявляють складну динамічну поведінку. Зокрема, встановлено, що в залежності від початкового положення частинок існують чотири різні режими спрямованого транспорту таких наночастинок. А саме, швидкість частинок у цих режимах (I) з часом збільшується, а потім насичується, (II) зменшується, а потім збільшується до значення насиченого, (III) зменшується до нуля, а (IV) зменшується до нуля, змінює знак і знову насичується. Також було показано, що зовнішнє однорідне магнітне поле суттєво змінює інтервали значень початкових положень частинок, де реалізуються ці режими. Виходячи з цих властивостей, було запропоновано використовувати gradientні та однорідні магнітні поля для керованого розділення зважених наночастинок. Є також підстави вважати, що спостережувані властивості спрямованого транспорту можуть бути корисними для таких біомедичних застосувань, зокрема для технології адресної доставки лікарських засобів та сепарації клітинних культур [9,81].

Також аналітично було вивчено поступальну, так і обертальну динаміку зважених феромагнітних наночастинок у нещільній ферорідині, під

дією градієнтного магнітного поля, яке змінюється в часі. Запропонований підхід базується на основних припущеннях, що в основному рівняння руху (6.1) нехтують інерційними ефектами, у зовнішній дії (5.1) ігнорують теплові коливання, а в магнітній динаміці наночастинки вектор намагніченості (5.2) вважається "вмороженим" в кристалічну решітку частинки. У межах цих наближень, які мають місце для відносно великих наночастинок із сильною одновісною анізотропією, було також виведено зв'язаний набір диференціальних рівнянь першого порядку, що описують поступальний та обертальний рух таких частинок.

Використовуючи ці рівняння, положення частинки, яке описує поступальний рух частинки вздовж градієнтного магнітного поля було виражено через кут, що утворює вектор намагніченості у процесі обертального руху. Було продемонстровано, що цей вираз відіграє важливу роль для подальшого теоретичного аналізу динаміки наночастинок. Зокрема, використовуючи цей вираз, було показано, що розв'язок похідного набору рівнянь руху завжди є періодичним (з періодом градієнтного поля) оцінені інтервали для кута намагнічування. Крім того, щоб отримати глибше розуміння динаміки наночастинок, було розв'язано цей набір рівнянь для частинок, близьких до початку відліку координатної вісі та для частинок, що віддалені від нього значним чином. При цьому припускалося, що характерна частота коливань частинок мала. Виявилось, що коли поступальні коливання малі для всіх частинок, то обертальні коливання малі лише для частинок, близьких до початку координат.

У випадку, коли однорідне магнітне поле відсутнє, градієнтне магнітне поле індукує лише нерівномірне обертання наночастинок навколо їх початкової орієнтації та поступальні коливання наночастинок в околі їх рівноважних положень. При цьому як нерівномірне обертання, так і поступальні коливання відбуваються з частотою градієнтного поля. Для наночастинок, що розташовані поблизу початку координат (де градієнтне магнітне поле дорівнює нулю), амплітуда кута обертання прямує до нуля, тоді як на далеких відстанях від нього кут обертання лежить в інтервалі $(0, \pi)$.

Якщо однорідне магнітне поле має лише компоненту, паралельну до напрямку градієнтного поля, тоді кут намагніченості і координата кожної

частинки прямують з часом до одного з двох стаціонарних станів. В цих станах намагніченість направлена вздовж (проти) напрямку градієнтного поля, а наночастинки виконують однакові поступальні коливання з частотою цього поля. Стаціонарні стани встановлюються протягом деякого часу, який сильно зменшується зі збільшенням величини паралельної компоненти однорідного магнітного поля.

Нарешті, найбільш вагомим результатом роботи є передбачення ефекту спрямованого транспорту або дрейфу зважених феромагнітних наночастинок. Його суть полягає у тому, що при наявності перпендикулярної компоненти однорідного поля виникає додаткове зміщення наночастинок протягом кожного періоду градієнтного поля, яке відбувається внаслідок динамічного зв'язку між їх обертальними і поступальними рухами. При цьому практично всі частинки дрейфують, віддаляючись від початку координат в протилежні сторони. Основна характеристика дрейфового руху наночастинок – середня швидкість дрейфу – визначена аналітично як для частинок поблизу початку координат, так і для частинок, що розташовані на далеких відстанях від початку координат.

Одержані у НДР результати, що стосуються енергетичних втрат в наночастинках, а також виявлених особливостей їх руху в зовнішніх магнітних полях, можуть бути корисними з точки зору практичного використання наноматеріалів в біомедицині. Так, наприклад, транспортні властивості наночастинок в градієнтних і однорідних магнітних полях можуть бути використані для сепарації клітин та адресної доставки ліків. Оскільки змінне у часі градієнтне магнітне поле призводить як до нагрівання наночастинок, так і до їх переміщення, отримані результати можуть бути корисними і в гіпертермії – перспективному методі лікування ракових захворювань.

Чітке розуміння поведінки кожної частинки є ключем до ефективного використання цих розроблених середовищ. Крім того, це найнадійніший спосіб значного покращення продуктивності застосувань ферорідин. По-перше, очікувані результати мають значення для розробки та вдосконалення техніки безпечної та добре керованої магнітної гіпертермії. Оскільки цей метод пов'язаний зі здоров'ям людини, питання ефективності та безпеки мають першочергове значення. Глибоке розуміння мікроскопічної поведін-

ки кожної магнітної частинки та їх колективної поведінки дозволяють нам виконати всі необхідні передбачення. У зв'язку з цим, основне значення має нелінійна реакція ансамблів частинок на зовнішні дії та її чутливість до внутрішніх параметрів. Деякі ефекти можуть бути небажаними, і в нашому дослідженні будуть запропоновані заходи для їх запобігання. Деякі з них, навпаки, можуть мати практичне значення і бути успішно використані в реальних технологіях. Наше дослідження має на меті запропонувати, як саме їх використовувати.

По-друге, очікувані результати корисні для виробництва високопродуктивних мікрохвильових композитних поглиначів. Такі матеріали можуть стати основою для антирадарного покриття для безпілотних літальних апаратів, броньованих машин, ракет для систем залпового вогню і тактичних балістичних ракет. Нелінійні та колективні ефекти слід враховувати для їх ефективного використання.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Gleich Bernhard, Weizenecker Jürgen. Tomographic imaging using the nonlinear response of magnetic particles // *Nature*. — 2005. — Vol. 435. — P. 1214 – 1217. — Access mode: <https://doi.org/10.1038/nature03808>.
2. Progress in applications of magnetic nanoparticles in biomedicine / Q A Pankhurst, N T K Thanh, S K Jones, J Dobson // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2009. — Vol. 42, no. 22. — P. 224001. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0022-3727/42/i=22/a=224001>.
3. Magnetic fluid hyperthermia: Focus on superparamagnetic iron oxide nanoparticles / Sophie Laurent, Silvio Dutz, Urs O. Hafeli, Morteza Mahmoudi // *Adv. Colloid Interface Sci.* — 2011. — Vol. 166, no. 1. — P. 8 – 23. — Access mode: <https://doi.org/10.1016/j.cis.2011.04.003>.
4. Fundamentals and advances in magnetic hyperthermia / E. A. Périgo, G. Hemery, O. Sandre et al. // *Appl. Phys. Rev.* — 2015. — Vol. 2, no. 4. — P. 041302. — Access mode: <https://doi.org/10.1063/1.4935688>.
5. Magnetic nanoparticles for drug delivery / Manuel Arruebo, Rodrigo Fernández-Pacheco, M. Ricardo Ibarra, Jesús Santamaría // *Nano Today*. — 2007. — Vol. 2, no. 3. — P. 22 – 32. — Access mode: [https://doi.org/10.1016/S1748-0132\(07\)70084-1](https://doi.org/10.1016/S1748-0132(07)70084-1).
6. Targeted Drug Delivery with Polymers and Magnetic Nanoparticles: Covalent and Noncovalent Approaches, Release Control, and Clinical Studies / Karel Ulbrich, Katerina Hola, Vladimir Subr et al. // *Chem. Rev.* — 2016. — Vol. 116, no. 9. — P. 5338–5431. — Access mode: <https://doi.org/10.1021/acs.chemrev.5b00589>.
7. Continuous microfluidic immunomagnetic cell separation / David W. Inglis, R. Riehn, R. H. Austin, J. C. Sturm // *Appl. Phys. Lett.* — 2004. — Vol. 85, no. 21. — P. 5093–5095. — Access mode: <https://doi.org/10.1063/1.1823015>.
8. Hejazian Majid, Li Weihua, Nguyen Nam-Trung. Lab on a chip for continuous-flow magnetic cell separation // *Lab*

- Chip. — 2015. — Vol. 15. — P. 959–970. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C4LC01422G>.
9. Dalili Arash, Samiei Ehsan, Hoorfar Mina. A review of sorting, separation and isolation of cells and microbeads for biomedical applications: microfluidic approaches // *Analyst*. — 2019. — Vol. 144. — P. 87–113. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C8AN01061G>.
 10. Effective mixing in a microfluidic chip using magnetic particles / Seung Hwan Lee, Danny van Noort, Ji Youn Lee et al. // *Lab Chip*. — 2009. — Vol. 9. — P. 479–482. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/B814371D>.
 11. Selective and directional actuation of elastomer films using chained magnetic nanoparticles / Sumeet R. Mishra, Michael D. Dickey, Orlin D. Velev, Joseph B. Tracy // *Nanoscale*. — 2016. — Vol. 8. — P. 1309–1313. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C5NR07410J>.
 12. Conducting ferrofluid: a high-performance microwave shielding material / Monika Mishra, Avanish Pratap Singh, B. P. Singh et al. // *J. Mater. Chem. A*. — 2014. — Vol. 2. — P. 13159–13168. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C4TA01681E>.
 13. Designing Of MWCNT/ Ferrofluid/ Flyash Multiphase Composite As Safeguard For Electromagnetic Radiation / Pradeep Sambyal, Avanish Pratap Singh, Meenakshi Verma et al. // *Adv. Mater. Lett.* — 2015. — Vol. 6. — P. 585–591. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.5185/amlett.2015.5807>.
 14. Microwave shielding properties of Co/Ni attached to single walled carbon nanotubes / B. P. Singh, D. K. Saket, A. P. Singh et al. // *J. Mater. Chem. A*. — 2015. — Vol. 3. — P. 13203–13209. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1039/C5TA02381E>.
 15. Varshney Swati, Dhawan S. K. Improved Electromagnetic Shielding Performance of Lightweight Compression Molded Polypyrrole/Ferrite Composite Sheets // *Journal of Electronic Materials*. — 2017. — Mar. — Vol. 46, no. 3. — P. 1811–1820.
 16. Varshney Swati, Dhawan S.K. Designing of Materials for EMI Shielding Applications // *Microwave Materials and Applications 2V*

- Set. — Hoboken, New Jersey, USA : John Wiley & Sons, Inc., 2017. — P. 575–602. — ISBN: 9781119208549. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1002/9781119208549.ch13>.
17. Rosensweig R.E. Heating magnetic fluid with alternating magnetic field // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2002. — Vol. 252. — P. 370 – 374. — Proceedings of the 9th International Conference on Magnetic Fluids. Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885302007060>.
 18. Effects of magnetic dipolar interactions on the specific time constant in superparamagnetic nanoparticle systems / N Iacob, G Schinteie, C Bartha et al. // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2016. — Vol. 49, no. 29. — P. 295001. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0022-3727/49/i=29/a=295001>.
 19. Relevant Parameters for Magnetic Hyperthermia in Biological Applications: Agglomeration, Concentration, and Viscosity / Y. Piñeiro, Z. Vargas-Osorio, M. Bañobre López et al. // *IEEE Transactions on Magnetics*. — 2016. — Vol. 52, no. 7. — P. 2300704. — Access mode: <http://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/7381656/>.
 20. Trisnanto Suko Bagus, Kitamoto Yoshitaka. Brownian particle-kinetics in a superparamagnetic ferrofluid subjected to static magnetic-field // *AIP Conference Proceedings*. — 2017. — Vol. 1807, no. 1. — P. 020021. — <http://aip.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.4974803>.
 21. Improving the magnetic heating by disaggregating nanoparticles / F. Arteaga-Cardona, K. Rojas-Rojas, R. Costo et al. // *Journal of Alloys and Compounds*. — 2016. — Vol. 663, no. Supplement C. — P. 636 – 644. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925838815315413>.
 22. Predictable Heating and Positive MRI Contrast from a Mesoporous Silica-Coated Iron Oxide Nanoparticle / Katie R. Hurley, Hattie L. Ring, Michael Etheridge et al. // *Molecular Pharmaceutics*. — 2016. — Vol. 13, no. 7. — P. 2172–2183. — PMID: 26991550. <http://dx.doi.org/10.1021/acs.molpharmaceut.5b00866>.
 23. Size-Dependent Heating of Magnetic Iron Oxide Nanoparticles / Sheng Tong, Christopher A. Quinto, Linlin Zhang et al. // *ACS*

- Nano. — 2017. — Vol. 11, no. 7. — P. 6808–6816. — PMID: 28625045.
<http://dx.doi.org/10.1021/acs.nano.7b01762>.
24. Effective heating of magnetic nanoparticle aggregates for in vivo nanotheranostic hyperthermia / C Wang, C H Hsu, Z Li et al. // Int. J. Nanomedicine. — 2017. — Aug. — Vol. 12. — P. 6273–6287. — Access mode: <https://doi.org/10.2147/IJN.S141072>.
25. Lee Sanghoon, Jeun Minhong. Size Dependence of Alternating Current Magnetically-Induced Heating Characteristics of Ferrimagnetic $MgFe_2O_4$ Nanoparticles in Powder and Fluidic States // Sci. Adv. Mater. — 2017. — May. — Vol. 9. — P. 804–809. — Access mode: <https://doi.org/10.1166/sam.2017.2948>.
26. Tsebers A. O. Simultaneous rotational diffusion of the magnetic moment and the solid matrix of a single-domain ferromagnetic particle // Magnetohydrodynamics. — 1975. — Vol. 11, no. 3. — P. 273–278. — Access mode: <http://mhd.sal.lv/contents/1975/3/MG.11.3.2.R.html>.
27. Precessional dynamics of single-domain magnetic nanoparticles driven by small ac magnetic fields / Haiwen Xi, Kai-Zhong Gao, Yiming Shi, Song Xue // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2006. — nov. — Vol. 39, no. 22. — P. 4746–4752. — Access mode: <https://doi.org/10.1088/0022-3727/39/22/002>.
28. Cīmurs J., Cēbers A. Dynamics of anisotropic superparamagnetic particles in a precessing magnetic field // Phys. Rev. E. — 2013. — Jun. — Vol. 87. — P. 062318. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.87.062318>.
29. Magnetomechanical coupling and ferromagnetic resonance in magnetic nanoparticles / Hedyeh Keshtgar, Simon Streib, Akashdeep Kamra et al. // Phys. Rev. B. — 2017. — Apr. — Vol. 95. — P. 134447. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.95.134447>.
30. Usov N.A., Liubimov B. Ya. Magnetic nanoparticle motion in external magnetic field // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2015. — Vol. 385. — P. 339 – 346. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885315002565>.
31. Usadel K. D., Usadel C. Dynamics of magnetic single domain particles

- embedded in a viscous liquid // *Journal of Applied Physics*. — 2015. — Vol. 118, no. 23. — P. 234303. — <http://dx.doi.org/10.1063/1.4937919>.
32. Lyutyi T. V., Hryshko O. M., Kovner A. A. Power loss for a periodically driven ferromagnetic nanoparticle in a viscous fluid: The finite anisotropy aspects // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2018. — Vol. 446, no. Supplement C. — P. 87 – 94. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885317310740>.
33. Precession of a Fine Magnetic Particle with Finite Anisotropy in a Viscous Fluid / T. V. Lyutyi, O. M. Hryshko, A. A. Kovner, E. S. Denisova // *J. Nano- Electron. Phys.* — 2016. — Vol. 8, no. 4. — P. 04086. — Access mode: [https://dx.doi.org/10.21272/jnep.8\(4\(2\)\).04086](https://dx.doi.org/10.21272/jnep.8(4(2)).04086).
34. Shliomis M I. Effective viscosity of magnetic suspensions // *Sov. Phys. JETP*. — 1972. — Vol. 34, no. 6. — P. 1291–1294. — <http://www.jetp.ac.ru/cgi-bin/e/index/r/61/6/p2411?a=list>.
35. W. T. Coffey Yu. P. Kalmykov, Waldron J. T. *The Langevin Equation: With Applications to Stochastic Problems in Physics, Chemistry and Electrical Engineering*. — 2nd ed. edition. — 2004. — 09.
36. Berkov D. V., Iskakova L. Yu., Zubarev A. Yu. Theoretical study of the magnetization dynamics of nondilute ferrofluids // *Phys. Rev. E*. — 2009. — Feb. — Vol. 79. — P. 021407. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.79.021407>.
37. Yu. L. Raikher, Stepanov V. I. Power losses in a suspension of magnetic dipoles under a rotating field // *Phys. Rev. E*. — 2011. — Feb. — Vol. 83. — P. 021401. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.83.021401>.
38. Lyutyi T. V., Reva V. V. Energy dissipation of rigid dipoles in a viscous fluid under the action of a time-periodic field: The influence of thermal bath and dipole interaction // *Phys. Rev. E*. — 2018. — May. — Vol. 97. — P. 052611. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.97.052611>.
39. Jäger S, Klapp S H L. Pattern formation of dipolar colloids in rotating fields: layering and synchronization // *Soft Matter*. — 2011. — Vol. 7. — P. 6606–6616.

40. Large-scale ferrofluid simulations on graphics processing units / A.Yu. Polyakov, T.V. Lyutyty, S. Denisov et al. // Computer Physics Communications. — 2013. — Vol. 184, no. 6. — P. 1483 – 1489. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010465513000337>.
41. Domingos J L C, Peeters F M, Ferreira W P. Self-assembly of rigid magnetic rods consisting of single dipolar beads in two dimensions // Phys. Rev. E. — 2017. — Vol. 96. — P. 012603.
42. Raible Martin, Engel Andreas. Langevin equation for the rotation of a magnetic particle // Applied Organometallic Chemistry. — 2004. — Vol. 18, no. 10. — P. 536–541. — <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/aoc.757>.
43. Rotational properties of ferromagnetic nanoparticles driven by a precessing magnetic field in a viscous fluid / T. V. Lyutyty, S. I. Denisov, V. V. Reva, Yu. S. Bystrik // Phys. Rev. E. — 2015. — Oct. — Vol. 92. — P. 042312. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.92.042312>.
44. Ilg P, Evangelopoulos A E A S. Magnetic susceptibility, nanorheology, and magnetoviscosity of magnetic nanoparticles in viscoelastic environments // Phys. Rev. E. — 2018. — Vol. 97. — P. 032610.
45. Denisov S. I., Pedchenko B. O. Drift of suspended ferromagnetic particles due to the Magnus effect // Journal of Applied Physics. — 2017. — Vol. 121, no. 4. — P. 043912. — <https://doi.org/10.1063/1.4975031>.
46. Exactly solvable model for drift of suspended ferromagnetic particles induced by the Magnus force / S.I. Denisov, B.O. Pedchenko, O.V. Kvasnina, E.S. Denisova // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2017. — Vol. 443. — P. 89 – 95. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885317316530>.
47. Temperature effects on drift of suspended single-domain particles induced by the Magnus force / S. I. Denisov, T. V. Lyutyty, V. V. Reva, A. S. Yermolenko // Phys. Rev. E. — 2018. — Mar. — Vol. 97. — P. 032608. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.97.032608>.
48. Svoboda J. Magnetic Techniques for the Treatment of Materials. — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.
49. Scientific and Clinical Applications of Magnetic Carriers / Ed. by Häfeli

- U, Schütt W, Teller J, Zborowski M. — Springer Science & Business Media, 2013. — ISBN: 9781475764826.
50. Forced Precession of a Ferromagnetic Nanoparticle with a Finite Anisotropy Suspended in a Liquid: Nonlinear Aspects / T. V. Lyutyy, V. V. Reva, N. S. Petrenko, M. O. Pavlyuk // J. Nano- Electron. Phys. — 2019. — Vol. 11, no. 5. — P. 05021. — Access mode: [https://doi.org/10.21272/jnep.11\(5\).05021](https://doi.org/10.21272/jnep.11(5).05021).
51. Lyutyy T. V., Denisov S. I., Hänggi P. Dissipation-induced rotation of suspended ferromagnetic nanoparticles // Phys. Rev. B. — 2019. — Oct. — Vol. 100. — P. 134403. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.100.134403>.
52. Lyutyy T.V., Hryshko O.M., Yakovenko M.Yu. Uniform and nonuniform precession of a nanoparticle with finite anisotropy in a liquid: Opportunities and limitations for magnetic fluid hyperthermia // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2019. — Vol. 473. — P. 198 – 204. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885318322868>.
53. Denisov S. I., Lyutyy T. V., Liutyi A. T. Dynamics of Suspended Nanoparticles in a Time-varying Gradient Magnetic Field: Analytical Results // J. Nano- Electron. Phys. — 2020. — Vol. 12, no. 6. — P. 06028. — Access mode: [https://doi.org/10.21272/jnep.12\(6\).06028](https://doi.org/10.21272/jnep.12(6).06028).
54. Denisov S I, Lyutyy T V, Pavlyuk M O. Directed transport of suspended ferromagnetic nanoparticles under both gradient and uniform magnetic fields // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2020. — jul. — Vol. 53, no. 40. — P. 405001. — Access mode: <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ab97da>.
55. Denisov S.I., Bystrik Yu.S. Exact stationary solutions of the Kolmogorov–Feller equation in a bounded domain // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2019. — Vol. 74. — P. 248–259. — Access mode: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1007570419300917>.
56. Denisov S I, Lyutyy T V, Liutyi A T. Drift of suspended single-domain nanoparticles in a harmonically oscillating gradient magnetic field // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2021. — oct. — Vol. 55, no. 4. — P. 045001. — Access mode: <https://doi.org/10.1088/1361-6463/ac2db6>.

57. Energy dissipation in single-domain ferromagnetic nanoparticles: Dynamical approach / T. V. Lyutyy, S. I. Denisov, A. Yu. Peletskyi, C. Binns // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Feb. — Vol. 91. — P. 054425. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.91.054425>.
58. Newman J. J., Yarbrough R. B. Motions of a Magnetic Particle in a Viscous Medium // *Journal of Applied Physics.* — 1968. — Vol. 39, no. 12. — P. 5566–5569. — <https://doi.org/10.1063/1.1656014>.
59. Denisov S. I., Lyutyy T. V., Hänggi P. Magnetization of Nanoparticle Systems in a Rotating Magnetic Field // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Nov. — Vol. 97. — P. 227202. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.227202>.
60. Denisov S. I., Polyakov A. Yu., Lyutyy T. V. Resonant suppression of thermal stability of the nanoparticle magnetization by a rotating magnetic field // *Phys. Rev. B.* — 2011. — Nov. — Vol. 84. — P. 174410. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.84.174410>.
61. Usadel Klaus D. Dynamics of magnetic nanoparticles in a viscous fluid driven by rotating magnetic fields // *Phys. Rev. B.* — 2017. — Mar. — Vol. 95. — P. 104430. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.95.104430>.
62. Weizenecker Jürgen. The Fokker-Planck Equation for Coupled Brown-Néel-Rotation // *Physics in Medicine and Biology.* — 2018. — Vol. 63, no. 3. — P. 035004. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0031-9155/63/i=3/a=035004>.
63. Bertotti Giorgio, Serpico Claudio, Mayergoyz Isaak D. Nonlinear Magnetization Dynamics under Circularly Polarized Field // *Phys. Rev. Lett.* — 2001. — Jan. — Vol. 86. — P. 724–727. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.724>.
64. Switching properties of ferromagnetic nanoparticles driven by a circularly polarized magnetic field / T V Lyutyy, A Yu Polyakov, A V Rot-Serov, C Binns // *Journal of Physics: Condensed Matter.* — 2009. — Vol. 21, no. 39. — P. 396002. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0953-8984/21/i=39/a=396002>.
65. Phase diagrams for the precession states of the nanoparticle mag-

- netization in a rotating magnetic field / S.I. Denisov, T.V. Lyutyy, C. Binns, P. Hanggi // *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*. — 2010. — Vol. 322, no. 9. — P. 1360 – 1362. — Proceedings of the Joint European Magnetic Symposia. Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885309009330>.
66. Dynamical and thermal effects in nanoparticle systems driven by a rotating magnetic field / S. I. Denisov, T. V. Lyutyy, P. Hänggi, K. N. Trohidou // *Phys. Rev. B*. — 2006. — Sep. — Vol. 74. — P. 104406. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.74.104406>.
67. Bertotti Giorgio, Mayergoyz Isaak D., Serpico Claudio. Chapter 6 - Magnetization Switching // *Nonlinear Magnetization Dynamics in Nanosystems* / Ed. by Giorgio Bertotti, Isaak D. Mayergoyz, Claudio Serpico. — Oxford : Elsevier, 2009. — Elsevier Series in Electromagnetism. — P. 127 – 152. — Access mode: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080443164000086>.
68. C.Thirion, W.Wernsdorfer, D.Mailly. Switching of magnetization by nonlinear resonance studied in single nanoparticles // *Nat Mater*. — 2003. — Vol. 2, no. 8. — P. 524–527. — <http://dx.doi.org/10.1038/nmat946>.
69. Precessional dynamics of single-domain magnetic nanoparticles driven by small ac magnetic fields / Haiwen Xi, Kai-Zhong Gao, Yiming Shi, Song Xue // *Journal of Physics D: Applied Physics*. — 2006. — Vol. 39, no. 22. — P. 4746. — Access mode: <http://stacks.iop.org/0022-3727/39/i=22/a=002>.
70. Lyutyy T. V. Dynamics and energy dissipation of a rigid dipole driven by the RF-field in a viscous fluid: Deterministic approach // *The European Physical Journal E*. — 2018. — Dec. — Vol. 41, no. 12. — P. 142. — Access mode: <https://doi.org/10.1140/epje/i2018-11756-x>.
71. Álvarez Luis Fernández, Pla Oscar, Chubykalo Oksana. Quasiperiodicity, bistability, and chaos in the Landau-Lifshitz equation // *Phys. Rev. B*. — 2000. — May. — Vol. 61. — P. 11613–11617. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.61.11613>.
72. Chaotic dynamics of a magnetic nanoparticle / J. Bragard, H. Pleiner, O. J. Suarez et al. // *Phys. Rev. E*. — 2011. — Sep. — Vol. 84. —

- P. 037202. — Access mode: <http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.84.037202>.
73. Vagin D. V., Polyakov O. P. Control of chaotic and deterministic magnetization dynamics regimes by means of sample shape varying // *Journal of Applied Physics*. — 2009. — Vol. 105, no. 3. — P. 033914. — <https://doi.org/10.1063/1.3075838>.
74. Guimarães A. P. *Principles of Nanomagnetism*. — 2nd edition. — Springer, New York, 2017. — Access mode: <https://www.springer.com/gp/book/9783642261114>.
75. Rubinow S. I., Keller Joseph B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid // *Journal of Fluid Mechanics*. — 1961. — Vol. 11, no. 3. — P. 447–459.
76. Polyanin A D, Zaitsev V F. *Handbook of Ordinary Differential Equations: Exact Solutions, Methods, and Problems*. — Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press, 2018.
77. Goya G F, Grazu V, Ibarra M R. Magnetic nanoparticles for cancer therapy // *Curr. Nanosci.* — 2008. — Vol. 4. — P. 1–16.
78. Dennis S C R, Singh S N, Ingham D B. The steady flow due to a rotating sphere at low and moderate Reynolds numbers // *J. Fluid Mech.* — 1980. — Vol. 101. — P. 257–279.
79. *Nanoparticles and their Biomedical Applications* / Ed. by A.K. Shukla. — Springer Singapore, 2020. — ISBN: 9789811503900. — Access mode: <https://doi.org/10.1007/978-981-15-0391-7>.
80. *Table of Integrals, Series, and Products, 8th Edition* / Ed. by D. Zwillinger. — Elsevier, 2014. — P. 1184. — ISBN: 9780123849335. — Access mode: <https://doi.org/10.1016/C2010-0-64839-5>.
81. *Targeted Drug Delivery with Polymers and Magnetic Nanoparticles: Covalent and Noncovalent Approaches, Release Control, and Clinical Studies* / Ulbrich K, Holá K, Šubr V et al. // *Chem. Rev.* — 2016. — Vol. 116, no. 9. — P. 5338–5431.