

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Навчально-науковий інститут економіки, бізнесу та менеджменту
Кафедра економічної кібернетики

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА БАКАЛАВРА

на тему «ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ РИНКУ КРИПТОВАЛЮТ»

Виконав студент 4 курсу, групи ЕК-81а

(номер курсу)

(шифр групи)

Спеціальності 051 «Економіка»

(Економічна кібернетика)

Оліхненко К.О.

(прізвище, ініціали студента)

Керівник доцент, к.ф.-м.н. Коломієць С.В.

(посада, науковий ступінь, прізвище, ініціали)

Суми – 2022 рік

РЕФЕРАТ

кваліфікаційної роботи бакалавра на тему

«ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ РИНКУ КРИПТОВАЛЮТ»

студента Оліхненко Катерини Олександрівни

(прізвище, ім'я, по батькові)

Актуальність теми, обраної для дослідження, визначається тим, що об'єктивні цивілізаційні зміни та тенденції розвитку сучасної цифрової економіки потребують нових підходів до моделювання та дослідження фінансових ринків, зокрема ринків криптовалют.

Головна мета аналізу фінансових часових рядів полягає у побудові економіко-математичних моделей, які адекватно описують статистичні дані, з метою прогнозування. Побудові адекватної моделі має передувати аналіз структури початкових статистичних даних, що дозволить зробити правильний вибір та ідентифікувати модель. Одним з методів аналізу структури часового ряду є фрактальний аналіз.

Мета кваліфікаційної роботи бакалавра полягає у проведенні фрактального аналізу часових рядів курсу криптовалюти Bitcoin та побудови ARIMA-моделі для прогнозування динаміки курсу криптовалюти Bitcoin.

Об'єкт дослідження є часові ряди курсу криптовалюти Bitcoin.

Предмет дослідження є фрактальний аналіз часових рядів.

У відповідності до поставлених завдань було здійснено: аналіз сучасних підходів до моделювання та прогнозування фінансового ринку, зокрема ринку криптовалюти, дослідження основних понять теорії фракталів, різних підходів до визначення фрактальної розмірності; дослідження методів фрактального аналізу часових рядів, аналіз методик розрахунку показника Херста; реалізацію R/S-аналізу за допомогою табличного процесора MS Excel. Побудована модель для прогнозування динаміки курсу Bitcoin з використанням пакету прикладних програм Statistica.

Одержані результати можуть бути використані для проведення R/S-аналізу фінансових часових рядів, зокрема часових рядів курсу криптовалют, для прогнозування динаміки курсу криптовалют.

Ключові слова: фрактал, фрактальний аналіз, часові ряди, показник Херста, R/S-аналіз, модель ARIMA, криптовалюта.

Зміст кваліфікаційної роботи бакалавра викладено на 49 сторінках. Список використаних джерел із 41 найменування, розміщений на 7 сторінках. Робота містить 1 таблицю, 17 рисунків, а також 2 додатків, розміщених на 7 сторінках.

Рік виконання кваліфікаційної роботи – 2022 рік.

Рік захисту роботи – 2022 рік.

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Навчально-науковий інститут економіки, бізнесу та менеджменту
Кафедра економічної кібернетики

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
д.е.н., професор
_____ О.В. Кузьменко
“ ___ ” _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ БАКАЛАВРА
(спеціальність 051 Економіка «Економічна кібернетика»)
студентці 4 курсу, групи ЕК-81а

_____ Оліхненко Катерина Олександрівна

(прізвище, ім'я, по батькові студента)

1. Тема роботи Фрактальний аналіз ринку криптовалют
затверджена наказом по університету від «9» 05 2022 року № 0324-VI
2. Термін подання студентом закінченої роботи «9» 06 2022 року
3. Мета кваліфікаційної роботи проведення фрактального аналізу часових рядів динаміки курсу криптовалюти Bitcoin
4. Об'єкт дослідження часові ряди курсу криптовалюти Bitcoin
5. Предмет дослідження фрактальний аналіз часових рядів
6. Кваліфікаційна робота виконується на матеріалах часових рядів курсу криптовалюти Bitcoin
7. Орієнтовний план кваліфікаційної роботи, терміни подання розділів керівникові та зміст завдань для виконання поставленої мети

Розділ 1 Фрактальний аналіз часових рядів

(назва – термін подання)

У розділі 1 охарактеризувати сучасну парадигму моделювання та прогнозування фінансового ринку, зокрема ринку криптовалюти, розглянути основні поняття теорії фракталів та особливості фрактального аналізу часових рядів

(зміст конкретних завдань до розділу, які повинен виконати студент)

Розділ 2 Фрактальний аналіз динаміки курсу криптовалюти Bitcoin

(назва – термін подання)

У розділі 2 провести R/S аналіз часового ряду курсу криптовалюти Bitcoin за

допомогою табличного процесора MS Excel, на основі значення показника Херста зробити висновок щодо вхідних даних, за допомогою ПП Statistica побудувати ARIMA-модель для оцінки курсу Bitcoin на короткостроковий період

(зміст конкретних завдань до розділу, які має виконати студент)

8. Консультації з роботи:

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
1			
2			
3			

9. Дата видачі завдання: «04» 04 2022 року

Керівник кваліфікаційної роботи _____
(підпис)

С.В. Коломієць
(ініціали, прізвище)

Завдання до виконання одержав _____
(підпис)

К. О. Оліхненко
(ініціали, прізвище)

ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
1 ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ.....	9
1.1 Поняття про фрактали	9
1.2 Фрактальна розмірність.....	10
1.3 Фрактальні процеси на фінансовому ринку.....	14
1.4 Фрактальний R/S аналіз.....	15
1.5 Сучасний стан ринку криптовалют	21
2 ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІКИ КУРСУ КРИПТОВАЛЮТИ	
BITCOIN.....	23
2.1 Реалізація R/S аналізу часового ряду	23
2.2 Реалізація ARIMA-моделі	25
ВИСНОВКИ	37
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	38
ДОДАТКИ	42
ДОДАТОК А.....	43
ДОДАТОК Б	44

ВСТУП

В сучасних умовах цифрової економіки традиційний фінансовий ринок зазнав великих змін, найбільш значна серед яких – поява нового ринку криптовалют.

Ринок криптовалют характеризується надшвидкими змінами, появою нових видів криптовалют, кризовими явищами тощо. За вказаних умов використання традиційних методів моделювання, зокрема гіпотези ефективного ринку, не надає можливості отримати ефективні прогнози щодо стану та розвитку ринку криптовалют.

Однією з головних задач економіко-математичного моделювання фінансового ринку є дослідження фінансових часових рядів. Довгий час при дослідженні фінансового ринку науковці виходили з припущення про нормальний закон розподілу фінансових активів та їхню повну непередбачуваність. Використання нових підходів до моделювання фінансового ринку показало, що реальні фінансові часові ряди не лише не є випадковими, але й мають довгу пам'ять, тобто події минулих періодів сильно впливають на майбутні доходності фінансових активів. Одним з перспективних методів дослідження часових рядів є фрактальний аналіз, який поряд з глобальними характеристиками часового ряду дозволяє дослідити їхню локальну структуру. Отже, використання фрактального аналізу при дослідженні фінансових часових рядів, зокрема часових рядів курсу криптовалют, є актуальною задачею.

Об'єктом дослідження є часові ряди курсу криптовалюти Bitcoin.

Предметом дослідження є фрактальний аналіз часових рядів.

Мета дослідження полягає у проведенні фрактального аналізу часових рядів динаміки курсу криптовалюти Bitcoin.

Мета роботи обумовила наступні завдання:

- охарактеризувати сучасну парадигму моделювання та прогнозування фінансового ринку, зокрема ринку криптовалюти;
- розглянути основні поняття теорії фракталів;
- дослідити різні підходи до визначення фрактальної розмірності;
- провести аналіз існуючих методів фрактального аналізу часових рядів;
- ознайомитись з методиками розрахунку показника Херста;
- реалізувати R/S-аналіз за допомогою програмних засобів;
- побудувати ARIMA-модель для курсу криптовалюти Bitcoin залежно від отриманих результатів R/S-аналізу.

Для виконання поставлених завдань були використані методи системного аналізу, методи аналізу часових рядів, R/S-аналізу, методи комп'ютерного моделювання.

1 ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЧАСОВИХ РЯДІВ

1.1 Поняття про фрактали

Поняття фрактал широко застосовується в сучасному економіко-математичному моделюванні. Слово фрактал походить від латинських слів: *fractus* – зламаний, розбитий, дробовий та відповідного дієслова *frangere* – ламати, розламувати, тобто створювати фрагменти неправильної форми.

Появу фрактальної геометрії пов'язують з іменем французького математика Бенуа Мандельброта, який відкрив новий погляд на природу та світ у цілому. Головна ідея Мандельброта полягала в тому, що різноманітну безліч фігур можна отримати із простих конструкцій за допомогою всього двох операцій – копіювання та масштабування. Повторюваним формам, окрема частина яких, подібна до цілого, Мандельброт у 1975 році дав назву – фрактали, ставши засновником нового розділу математики – фрактальної геометрії [1].

З точки зору фрактальної геометрії, фрактал – геометрична фігура, що має властивість самоподібності, тобто об'єкт наближено чи точно збігається з частиною себе. Це означає, що ціле має таку саму форму, як і одна чи більше його частин.

Головна особливість фракталів полягає у тому, що їх розмірність не відповідає звичайним геометричним уявленням. В теорії фракталів використовується спеціальне поняття фрактальної розмірності, введене Ф. Хаусдорфом та А. Безиковичем. Розмірність фракталів не є цілим числом, характерним для звичайних геометричних об'єктів.

Прикладом самоподібного фрактала є сніжинка Коха, побудова якої починається з правильного трикутника, довжина сторони якого дорівнює 1. Вона однаково сконструйована в будь-якому масштабі, тобто маленькі

фрагменти фрактала повністю повторюють великі (рисунок 1.1). Ще один приклад фрактала – килим Серпинського (рисунок 1.2),

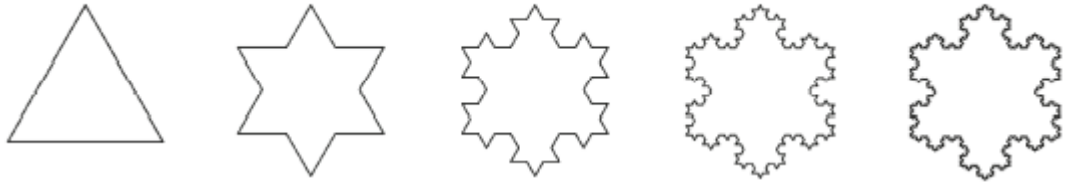


Рисунок 1.1 – Перші п'ять поколінь сніжинки Коха

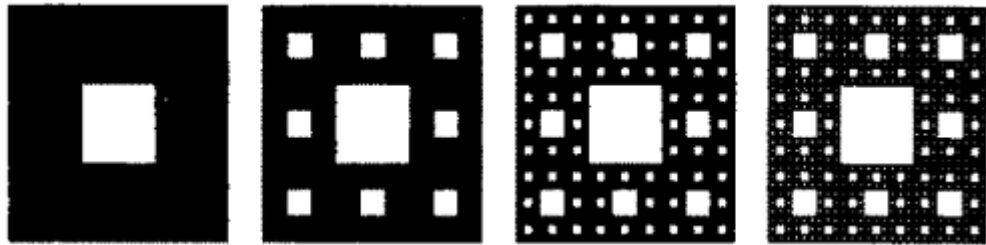


Рисунок 1.2 – Килим Серпинського на перших чотирьох кроках ітерації

Властивість самоподібності характерна лише для регулярних фракталів (штучні математичні об'єкти). Якщо замість детермінованого способу побудови в алгоритм їхнього створення включити деякий елемент випадковості, то виникнуть так звані випадкові фрактали. Основна відмінність випадкових фракталів від регулярних полягає у тому, що властивість самоподібності справедлива тільки після відповідного усереднення за всіма статистично незалежним реалізацій об'єкту. При цьому збільшена частина фракталу неточно ідентична початковому фрагменту, проте їх статистичні характеристики збігаються [2, с. 61].

1.2 Фрактальна розмірність

Важлива властивість фракталів – їхня дробова розмірність. Евклідова

розмірність геометричної фігури – це мінімальне число параметрів, що необхідні для опису положення точки в просторі. Зокрема, положення точки на лінії визначається однією координатою, на площині – двома координатами, у тривимірному просторі – трьома.

Для будь-якої множини можна визначити топологічну розмірність. Загальний підхід до визначення топологічної розмірності [2, с. 59–69]:

- порожній множині приписується розмірність $D_T = -1$;

- розмірність будь-якої не порожньої множини відмінна від -1 . Якщо деяку множину можна розділити на незв'язані одна з одною частини за допомогою множини розмірності D_T , то її топологічна розмірність дорівнює $D_T + 1$. Зокрема, точка має розмірність $D_T = 0$, оскільки можна вважати, що дві точки розділені порожньою множиною. Зчисленна множина точок також має розмірність $D_T = 0$. Пряма має розмірність $D_T = 1$, оскільки її можна розділити точкою на дві непересічні частини. Площину можна розділити лінією, тому розмірність площині $D_T = 2$. Топологічна розмірність сфери дорівнює двом, кулі – трьом. Отже, топологічна розмірність може бути лише цілим числом. Топологічна розмірність n -мірного евклідового простору дорівнює $D_T = n$.

Існують інші підходи до визначення розмірності, зокрема геометричний об'єкт характеризується мінімальним числом шаблонів (відрізок, квадрат, круг, тощо), необхідних для покриття об'єкта. Терміном «шаблон» називають будь-який елемент покриття. В цьому випадку розмірність об'єкта – показник степеня у співвідношенні, що зв'язує число шаблонів $N(\delta)$ і характерний розмір шаблону δ (довжина відрізка, сторона квадрату, діаметр кола тощо):

$$N(\delta) = \frac{C}{\delta^D}, \text{ де } C = \text{const}.$$

Розмірність об'єкта – число, що визначає швидкість зростання кількості шаблонів, які покривають дану множину при зменшенні розміру шаблону.

Якщо застосувати аналогічний підхід до фрактальних об'єктів, при

Якщо застосувати аналогічний підхід до фрактальних об'єктів, при

досить малих значеннях δ , отримаємо

$$N(\delta) = \frac{const}{\delta^D}, \quad (1.1)$$

де D – фрактальна розмірність (або ємність) множини.

Логарифмуючи співвідношення (1.1) та перейшовши до границі за умови $\delta \rightarrow 0$, отримаємо

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{\ln C}{\ln \delta} - \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta} \right) \quad (1.2)$$

Враховуючи, що $\delta \rightarrow 0$, маємо

$$D = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}. \quad (1.3)$$

Недолік вказаного підходу до визначення фрактальної розмірності полягає у тому, що покриття фрактальної множини проводиться шаблонами однакового розміру та їх підрахунок є досить грубим засобом вимірювання.

Більш точний спосіб можна отримати, якщо множина покривається шаблонами довільної форми і розміру, з тим обмеженням, що діаметр окремого шаблону не перевищує заданої величини. Вказаний підхід приводить до розмірності Хаусдорфа D_H . Фрактальну розмірність Хаусдорфа використовують для множин, які складають частину від топологічної множини, на основі дробової міри.

Розмірність Хаусдорфа розглядається для множини, розмір якої $N(r)$ визначається кількістю куль радіуса r , які покривають вказану множину. Для обчислення розмірності Хаусдорфа використовують формулу

$$D_H = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln(1/r)}, \quad (1.4)$$

Узагальнення розмірності Хаусфорда на випадок необмеженої множини називається розмірністю Хаусфорда-Безиковича. Досить часто для знаходження розмірності Хаусфорда-Безиковича множини точок покривають не кулями одиничного радіуса, а клітинками, сторона яких дорівнює 1.

З точки зору математичної теорії, під фрактальною розмірністю розуміють дробову розмірність Хаусфорда-Безиковича.

Розмірність Хаусфорда-Безиковича D_{HB} – це критична розмірність, при якій міра множини $N(r)$ змінює своє значення з нуля на нескінченність [3, с.19]

$$N(r) = \begin{cases} 0, & D > D_{HB} \\ \infty, & D < D_{HB} \end{cases}. \quad (1.5)$$

Абстрактне поняття розмірності Хаусфорда-Безиковича має важливе теоретичне значення, але на практиці його не використовують. Це пов'язано як зі складністю обчислення D_{HB} , так із тим, що для окремих фракталів $D = D_{HB}$.

Слід зазначити, що топологічна розмірність і розмірність Хаусфорда-Безиковича відносяться до самого об'єкту, а евклідова розмірність – до простору в котрому розміщено об'єкт.

Розмірність Хаусфорда-Безиковича є дробовим числом і завжди більше за топологічну розмірність. Цю властивість використовував Бенуа Мандельброт для визначення поняття «фрактал». Фрактал – це множина, для якої розмірність Хаусфорда-Безиковича завжди більше топологічної розмірності $D_{HB} > D_T$.

Слід зазначити, що наявність степеневого закону (1.1) є джерелом

створення самоподібних структур, зокрема фрактальних множин, оскільки степеневі залежності є масштабно-інваріантними: якщо $g(x) = x^\alpha$, то $g(\lambda x) = (\lambda x)^\alpha = \lambda^\alpha x^\alpha = \lambda^\alpha g(x)$. Отже, при змінюванні одиниць вимірювання функція $g(x)$ залишається незмінною з точністю до множника.

1.3 Фрактальні процеси на фінансовому ринку

Зазвичай фрактал розглядають як фігуру, малі частини якої в довільному збільшенні є подібними до неї самої. Серед основних властивостей – самоподібність та дробова розмірність. Однак в дослідженні динаміки фінансових ринків фрактали здебільшого використовуються в сенсі розподілу за степеневим законом.

В 60-70 роках ХХ століття основними моделями фінансових ринків вважалися модель оптимального інвестиційного портфеля Г. Марковица, модель САМР Шарпа, модель ціноутворення опціонів Блека-Шоулза. Вони базуються на припущенні Луї Башельє, зробленому ще в 1900 році, що динаміка фінансових ринків описується законом нормального розподілу – законом Гаусса. закону нормального або гаусівського розподілу.

Ймовірнісні моделі адекватно моделювали динаміку ринку до обвалу американського ринку 1987 року. На той час аналітики вважали, що це – малоймовірна подія, яка, відповідно до закону Гаусса, наступного разу може з'явитись лише через кілька мільйонів років. Аналітики запевняли, що це рідкісна подія, згідно з нормальним розподілом, наступного разу щось подібне може наступити через кілька мільйонів років. Кризи 1992, 1995, 1998, 2008 років спростували це твердження. Це суперечило всім теоретичним постулатам ймовірнісного підходу. Відповідь на це питання знайшов основоположник теорії фракталів Бенуа Мандельброт, який виявив явище, що

назвав «товсті хвости». Його суть полягає в тому, що крива розподілу ймовірностей зміни ринкових котирувань відрізняється від нормальної кривої. Цей результат вчені отримали досліджуючи динаміку цін на бавовну, котирування акцій великих американських компаній та фондових індексів за період понад сто років. Отримані криві розподілу ймовірностей відрізнялися від кривої Гаусса. Мандельброт припустив, що динаміка фондових ринків описується не кривою Гаусса, а деякою степеневою функцією [4].

Подальше розвинення ідея використання теорії фракталів з метою дослідження фінансових ринків знайшла у роботах багатьох вчених, зокрема [5–16]. Сучасні дослідження фрактальних методів розвивають інструменти фрактального аналізу, адаптують їх до дослідження часових рядів.

1.4 Фрактальний R/S аналіз

Фрактальними називають еволюційні процеси, часові ряди показників яких мають довготривалу пам'ять. До їхнього числа здебільшого належать природні часові ряди та часові ряди основних показників еволюційних процесів.

Фрактальний аналіз часових рядів сформувався на базі теорії фрактальних ринків, яка стверджує, що розвиток ринкових процесів у майбутньому залежить від ретроспективних змін. Вважають, що процес ціноутворення загалом глобально детермінований і залежить від початкових умов. Локально цей процес випадковий. Згідно з принципами фрактального аналізу часові ряди мають фрактальну розмірність $1 < D_{HB} < 2$, мають властивості масштабної інваріантності (самоподібності) та пам'ятають свої початкові стани. Під час дослідження часових рядів, які відображають розвиток економічних процесів, роблять припущення, що вони мають фрактальну структуру. Фрактальна розмірність визначає «зазубренність»

часового ряду [17]. $0 \leq H \leq 1$.

На практиці фрактальну розмірність замінюють показником Херста, який визначається на основі фрактальної розмірності $H = 2 - D_{HB}$, де Показник Херста пов'язують із коефіцієнтом нормованого розмаху $\frac{R}{S}$, де R – «розмах» часового ряду, – стандартне відхилення. Херст експериментально виявив, що для багатьох часових рядів виконується рівність [18]

$$\frac{R}{S} = (\alpha N)^H, S \quad (1.6)$$

де H – показник Херста;

S – середньоквадратичне відхилення ряду спостережень;

R – розмах накопиченого відхилення;

N – число періодів спостереження;

α – додатне число.

З формули (1.6) отримаємо

$$H = \frac{\log(R/S)}{\log(\alpha n)}. \quad (1.7)$$

Вказаний метод аналізу стійкості тенденції часового ряду називають методом нормованого розмаху (R/S-аналізу). R/S-аналіз (метод нормованого розмаху) – це сукупність статистичних методів аналізу часових рядів, що дозволяють визначити важливі характеристики рядів, зокрема наявність неперіодичних циклів, пам'яті тощо.

За допомогою R / S - аналізу можна показати, що ефект довготривалої пам'яті існує та є ознакою фрактальності (циклічності, повторюваності) ряду; за цим методом можна відрізнити випадковий ряд від не випадкового, навіть якщо випадковий ряд не є гауссівським. Коефіцієнт Херста H – один з базових

показників фрактального аналізу [13].

Показник Херста – це число $H \in [0;1]$, яке характеризує відношення складової функції тренда до білого шуму і може використовуватись для класифікації часових рядів: не випадкових часових рядів зі стійким трендом та випадкових часових рядів (зокрема негауссових) [17].

Завдяки своїй стійкості, показник Херста широко використовується при аналізі часових рядів. Значення показника Херста надають можливість класифікувати часові ряди та розрізнити випадкові (гаусові) та не випадкові ряди. Оскільки показник Херста пов'язаний із фрактальною розмірністю, то він характеризує ступінь згладженості графіка, побудованого на основі часового ряду.

Є три різні класифікації для показника Херста [19]:

- $H = 0,5$ – часовий ряд є випадковим ($H = 0,5$ для броунівського руху), теперішній стан процесу не впливає на майбутній, не буде жодної кореляції між ретроспективними даними і прогнозними;

- $0 \leq H < 0,5$ – часовий ряд є антиперсистентним або ергодичним рядом. Якщо система демонструє «зростання» у попередній період, то, скоріш за все, у наступному періоді почнеться спад. І навпаки, якщо був спад, то ймовірний близький підйом. Стійкість такої антиперсистентної поведінки залежить від того, наскільки показник Херста наближається до нуля. Такий тип систем називають «поверненням до середнього». H

- $0,5 < H < 1$ – часовий ряд є персистентним або трендостійким. Припускається, що події не є випадковими і якщо існує чітка тенденція часового ряду до зростання чи спадання, то вона з великою ймовірністю збережеться і надалі. Чим ближче значення показника Херста наближаються до 0,5, тим менш виражений тренд ряду.

Існує ще одна класифікація Херста: $H > 1$. В цьому випадку розглядають статистику Леві, часовий ряд є рядом з фрактальним часом, існують точки розриву похідної часового ряду. Це означає, що відбуваються

незалежні стрибки амплітуди, розподілені за законом Леві, за час, який визначається величиною стрибка і зростає разом зі зростанням величини стрибка .

Методом R/S-аналізу також можна виявити максимальну довжину інтервалу (цикл), на якому значення зберігають інформацію про початкові дані системи (довготривала пам'ять).

Як підкреслюється в [20] існує декілька алгоритмів для обчислення показника Херста, найпоширенішими є алгоритми запропоновані в роботах [4,5]. Вказані емпіричні способи не можуть однозначно визначати показник Херста через різні припущення та попередні перетворення початкових даних. Результати можуть відрізнятись у різних дослідників.

Розглянемо алгоритми для обчислення показника Херста запропоновані в роботах [4,5].

Розглянемо часовий ряд $y(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t)\}$, де n – кількість рівнів.

1. Необхідно обчислити середнє значення $\bar{y}(t)$ та середньоквадратичне відхилення S .
2. Для кожного рівня ряду обчислити відхилення від середнього значення: $y_i(t) - \bar{y}(t)$.
3. З послідовності отриманих відхилень, за допомогою послідовного накопичення суми, утворити кумулятивний ряд за формулою

$$Z = \sum_{i=1}^n (y_i(t) - \bar{y}(t)). \quad (1.8)$$

4. Для кумулятивного ряду (1.8) визначити розмах за формулою

$$R = \max Z - \min Z. \quad (1.9)$$

5. Визначити показник Херста за допомогою логарифмування

емпіричної формули $\frac{R}{S} = \left(\frac{N}{2}\right)^H$:

$$H = \frac{\log(R/S)}{\log(n/2)}. \quad (1.10)$$

Для більшості природних процесів показник Херста H наближено є симетрично розподіленим навколо середнього значення 0,73 з стандартним відхиленням приблизно 0,09.

У роботі будемо використовувати також інший алгоритм розрахунку показника Херста.

1. Знайти логарифмічні відношення наступного значення до поточного, тобто утворити новий ряд $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_{n-1}\}$, де

$$z_i = \log\left(\frac{y_{i+1}(t)}{y_i(t)}\right), i = 1, 2, \dots, n-1. \quad (1.11)$$

2. Розбити вихідний ряд (1.11) на k суміжних інтервалів довжиною m_1, m_2, \dots, m_k , де $m_{k+1} = m_k + \Delta$, де Δ – величина інтервалу, $\max m_k \leq \left[\frac{n}{2}\right]$. Максимальна величина інтервалу m_k має забезпечити поділ часового ряду $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_{n-1}\}$ на два інтервали з однаковою кількістю рівнів. Е. Петерс [5] емпірично визначив, що $m_k \geq 10$, $k \geq 5$ та запропонував обирати лише значення m_k , які є дільниками числа $n-1$, тобто кількість рівнів у інтервалі m_k має бути кратна $(n-1)$.

3. Для кожного інтервалу визначити середнє значення \bar{z}_k та стандартне відхилення S_k .

4. Для кожного інтервалу $z^k(m_k)$ утворюють ряд накопичених відхилень

$$z_k^* = \sum_{j=1}^{m_k} (z_j^k - \bar{z}_k), \quad (1.12)$$

де $j = 1, 2, \dots, m_k$.

Отже, від кожного рівня z_j^k в інтервалі $z^k(m_k)$ віднімається середнє значення \bar{z}_k , і це відхилення додається до суми попередніх відхилень, тобто будується послідовність сум, які є елементами кумулятивного ряду z_k^* для даного інтервалу $z^k(m_k)$.

5. Визначити розмах елементів кумулятивного ряду z_k^* за формулою

$$R_k = \max z_{jk}^* - \min z_{jk}^*. \quad (1.13)$$

6. Нормувати значення розмаху (1.13) діленням на стандартне відхилення, обчислити середнє всіх k нормованих розмахів

$$\frac{R}{S} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{R_k}{S_k} \right). \quad (1.14)$$

7. Для кожного k обчислюють логарифм довжини інтервалу m_k , який є абсцисою точки $\log(m_k)$, і логарифм нормованого розмаху $\log(R/S)$, який є ординатою точки для побудови графіка регресії $\log(R/S) = f(\log(m_k))$ в подвійних логарифмічних координатах.

8. Розбити початковий ряд $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_{n-1}\}$ на декілька інтервалів з

іншою кількістю даних m та повторити процедуру.

Параметри рівняння регресії $\log(R/S)_n = \log c + H \log n$ знаходять методом найменших квадратів. Для перевірки значущості рівняння в цілому використовують критерій Фішера, для перевірки значущості показника Херста H використовують критерій Стьюдента.

1.5 Сучасний стан ринку криптовалют

Сучасні соціально-економічні процеси, які є нестійкими та нестаціонарними, відбуваються в принципово новій технологічній реальності – в умовах цифрової економіки.

Згідно з [21, с. 8], цифрова економіка – діяльність по створенню, поширенню та використанню цифрових технологій і пов'язаних з ними продуктів і послуг. Цифрові технології – технології пошуку, збору, зберігання, обробки, передачі і представлення даних в електронному вигляді.

Серед сучасних цифрових технологій особливе місце займають цифрові технології у фінансовій сфері, зокрема впровадження блокчейн-технологій, на платформі яких розробляють та запроваджують в обіг криптографічні валюти.

Блокчейн технології – алгоритми і протоколи децентралізованого зберігання і обробки транзакцій, структурованих у вигляді послідовності пов'язаних блоків без можливості їх подальшої зміни [21, с. 10].

В економічній науці активні теоретичні та прикладні наукові дослідження криптовалют розпочалися в останнє десятиріччя. Питанням функціонування криптовалют, дослідженню економічної сутності криптовалют, перспективам розвитку приділяють значну увагу зарубіжні та вітчизняні науковці, зокрема В. Бауер, П. Вінья, М. Кейсі, С. Корбет, Н. Попер, К. Рогофф, М. Свон, П. Томас, С. Аржевітіна, О. Береславська, В. Іванюк, Ю. Солодковський, Н. Даценко та інші науковці [22–36].

На думку дослідників, коливання курсової вартості, рівня капіталізації провідних криптовалют за останні кілька років, невизначеність правового статусу у різних країнах призводять до дискусій щодо доцільності використання криптовалют в умовах цифрової економіки – від заборони діяльності криптобірж до визнання криптовалют рівноправними платіжними засобами разом з національними валютами.

Як підкреслюється в [30], ринок криптовалют характеризується постійною та надшвидкою появою нових видів валют, значною волатильністю, курсовими коливаннями, кризовими явищами, складністю застосування адміністративних методів регулювання тощо. За вказаних обставин, використання традиційних методів моделювання для цього ринку є неефективним. Застосування інструментарію фрактального аналізу дозволяє здійснювати постійний моніторинг стану ринку та прогнозування динаміки криптовалют різного ступеня капіталізації.

Застосування фрактального та рекурентного аналізу є достатньо ефективним для дослідження динаміки ринку криптовалют. На переконання науковців [16], використання зазначених методів дозволяє зробити висновок про персистентність часових рядів досліджених криптовалют. Це свідчить про чітку визначеність тенденцій на ринку, а також про те, що більш стабільними криптовалютами є валюти з найбільшою ринковою капіталізацією.

Аналіз літературних джерел показав, що питанням моделювання ринку криптовалют приділено значно менше уваги, ніж дослідженню інших фінансових інструментів, що зумовило вибір теми дослідження, її мету та методи дослідження.

2 ФРАКТАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ДИНАМІКИ КУРСУ КРИПТОВАЛЮТИ BITCOIN

2.1 Реалізація R/S аналізу часового ряду

Для проведення фрактального аналізу динаміки курсу криптовалюти Bitcoin було використано статистику цін на Bitcoin по відношенню до курсу USD. Статистичні дані взято з ресурсу для здійснення торгівлі Investing.com [38]. Період дослідження склав 9 місяців: з 1 вересня 2021 року по 31 травня 2022 року. Для проведення аналізу отримано часовий ряд, що містить 273 рівня.

В роботі для проведення R/S аналізу часового ряду використовується алгоритми, запропоновані в роботах [4,5].

Використання формул (1.8) – (1.10) дозволило знайти значення показника Херста $H \approx 0,52$, що дозволяє зробити висновок про персистентність або трендостійкість часового ряду.

Результати розрахунку показника Херста представлені на рисунку 2.1. Проміжні етапи виконання алгоритму (1.8) – (1.10) наведено в додатку Б (рисунок Б1 – Б2).

Інший підхід до обчислення показника Херста запропоновано в роботі [5], методика застосування вказаного алгоритму представлена в роботі [20].

Відповідно до алгоритму (1.11) – (1.14), в якості m_k обрано значення $m_k = 16, 17, 34, 68, 136$. В процесі аналізу було проведено 5 ітерацій, в результаті отримано 5 значень R/S необхідних для побудови рівняння регресії $\log(R/S) = f(\log(m_k))$.

Bt cp	45,66280586
R	4,90203E+57
S	3,74449E+56
R/S	13,09131684
ln(R/S)	2,571949174
ln(n/2)	4,916324615
H	0,523144702

Рисунок 2.1 – Результати розрахунку показника Херста за алгоритмом (1.8) – (1.10)

Результати розрахунків для всіх значень m_k представлені в додатку Б (рисунок Б3 – Б8). Проведені розрахунки дозволили отримати статистичні дані для побудови рівняння регресії $\log(R/S)_n = \log c + H \log n$. Відповідні статистичні дані представлені в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Результати R/S аналізу

№	mk	R/S	(R/S)/k	ln(R/S)/k	ln(mk)
1	16	58,00652862	3,625408039	1,287966844	2,772588722
2	17	57,56021322	3,597513326	1,280242864	2,833213344
3	34	33,84312299	1,990771941	0,688522474	3,526360525
4	68	24,97878824	0,734670242	-0,30833353	4,219507705
5	136	13,94675109	0,205099281	-1,584261121	4,912654886

Для побудови рівняння регресії застосовано надбудову MS Excel «Аналіз даних», «Регресія». Фрагмент розрахунків представлено на рисунку 2.2. Аналіз результатів використання інструменту «Регресія» показує, що показник Херста $H \approx 0,592$. Рівняння регресії є статистично значущим в цілому ($0,001 < 0,05$), параметри рівняння регресії також є статистично значущими (p -значення менше ніж $0,05$). Отримана регресійна модель є адекватною, значення показника Херста більше ніж $0,05$, що дозволяє побудувати ARIMA-модель для заданого часового ряду динаміки криптовалюти Bitcoin.

854	Вывод итогов								
855									
856	Регрессионная статистика								
857	Множественный R	0,987053815							
858	R-квадрат	0,974275234							
859	Нормированный R-квадрат	0,965700312							
860	Стандартная ошибка	0,226914134							
861	Наблюдения	5							
862									
863	Дисперсионный анализ								
864		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
865	Регрессия	1	5,850252131	5,850252131	113,6191374	0,001764824			
866	Остаток	3	0,154470073	0,051490024					
867	Итого	4	6,004722204						
868									
869		<i>Коэффициенты</i>	<i>Стандартная ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>Верхние 95%</i>	<i>Нижние 95,0%</i>	<i>Верхние 95,0%</i>
870	Y-пересечение	5,08509455	0,462729453	10,98934706	0,00161346	3,612482914	6,557706187	3,612482914	6,557706187
871	Переменная X 1	0,59173952	0,123591997	-10,6592278	0,001764824	-1,710720143	-0,924070355	-1,710720143	-0,924070355
872									

Рисунок 2.2 – Результаты роботи інструменту «Регресія»

2.2 Реалізація ARIMA-моделі

Одним з практичних застосувань фрактального аналізу є його використання для дослідження взаємозв'язків рівнів часових рядів. В цій області розроблено досить багато моделей, що використовують як зовнішні по відношенню до цінового ряду чинники (наприклад, економічні показники), так і минулі значення часового ряду, або його похідних (наприклад, моделі ARMA, ARIMA, ARCH, GARCH, EGARCH). Більшість із них базується на моделях авторегресії і ковзного середнього. Модель ARIMA є однією з найбільш популярних моделей для побудови короткострокових прогнозів. Для опису даної моделі використовуються три групи параметрів: p, d, q – цілі невід'ємні числа, що характеризують порядок для частин моделі (відповідно авторегресійної, інтегрованої і ковзної середньої) [39]. В процесі аналізу часових рядів першим кроком є, як правило, оцінка стаціонарності та визначення порядку інтегрованості ряду (параметр d процесу ARIMA (p, d, q)). Даний параметр d встановлюють рівним 0 або 1. Випадок $d = 0$ відповідає короткій пам'яті ряду, тоді як при $d = 1$ можна зробити висновок про нескінченну пам'ять. Нескінченна пам'ять означає, що кожен шок впливає

на поведінку ряду нескінченно довго. Існування короткої пам'яті означає, що наслідки шоку зникають досить швидко. Процеси ARMA (p, q) і ARIMA (p, d, q) є частковими випадками цього процесу при $d=0$ і $d=1$ відповідно [40].

Модифікацією даної моделі є дрібно-інтегрована модель авторегресії і ковзного середнього ARFIMA. На відміну від ARIMA, де порядок інтегрованості процесу може набувати тільки цілих значень, в моделі ARFIMA дане обмеження відсутнє. Це дає можливість більш точно описати реальний неперервний процес шляхом його перетворення в дискретний за допомогою розбиття процесу на більш дрібні компоненти, ніж при цілочисельному диференціюванні. Враховуючи попередні зауваження, можна припустити, що модель ARFIMA має більш широкі можливостями для опису фінансових ринків, отримані результати повинні бути більш достовірними в порівнянні з іншими моделями.

Методологія побудови моделі для часового ряду:

- ідентифікація пробної моделі;
- оцінювання параметрів моделі та діагностична перевірка адекватності моделі;
- використання моделі для прогнозування.

Побудова коректної моделі часових рядів вимагає їх стаціонарності. Стаціонарний часовий ряд у широкому сенсі – це процес, для якого математичне сподівання та дисперсія є сталими величинами, які не змінюються в часі, а автокореляційна функція залежить лише від різниці між двома моментами часу $\tau = t_2 - t_1$ та не залежить від конкретного періоду часу. Якщо процес є стаціонарним, то існує можливість тестувати гіпотези та будувати оптимальні прогнози. Для перевірки стаціонарності ряду рекомендують проводити аналіз автокореляційної функції та часткової автокореляційної функції. Якщо вихідні ряди не є стаціонарними, необхідно застосувати процедуру приведення розглянутих рядів до стаціонарного виду.

Зазвичай для цього застосовують оператор взяття послідовних різниць, тим самим визначається значення параметра d .

Для побудови моделі авторегресії-ковзного середнього ARIMA в роботі використано програмний пакет для статистичного аналізу STATISTICA. Цей пакет використовується для аналізу, добування, прогнозування, контролю якості та візуалізації вхідних даних.

Першим кроком є побудова графіку вхідних даних (Y) – курсу криптовалюти Bitcoin. Ряд містить 273 рівні (рисунок 2.2).

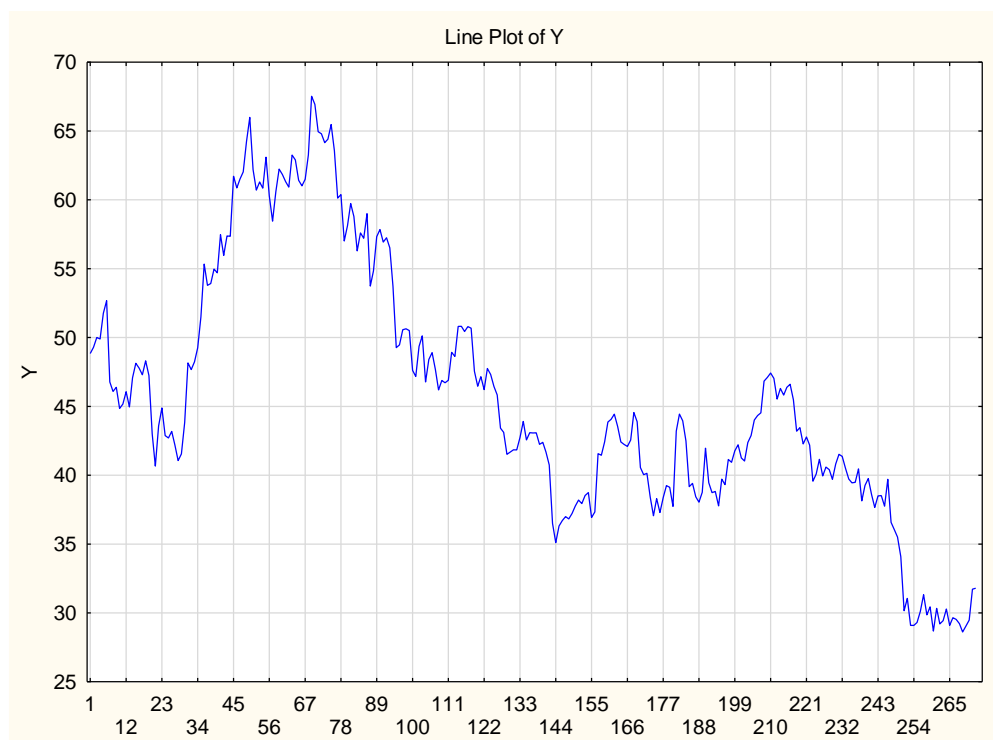


Рисунок 2.2 – Динаміка зміни курсу криптовалюти Bitcoin

Якщо тренд не є чітко вираженим і немає інших особливостей ряду, що вказують на нестационарність, то варто розглянути вибірккову автокореляційну функцію, тобто оцінку автокореляційної функції. У випадку, коли автокореляційна функція не має тенденції до загасання, можна зробити висновок про нестационарність ряду. Якщо ряд є стаціонарним, то можна перейти до визначення параметрів авторегресійної складової і ковзного середнього. У іншому випадку варто привести ряд до стаціонарного виду. Для

переходу до стаціонарного ряду традиційно застосовують оператор взяття послідовних різниць. Якщо необхідний для стаціонарності ряду ступінь різниці досягнутий, то автокореляційна функція буде мати тенденцію до спадання.

Аналізуючи перший графік, потрібно визначити чи є даний ряд стаціонарним, чи ні. На рисунку 2.2 можна побачити нерівномірність коливань, проте спостерігається поступове зменшення АКФ, що є умовою стаціонарності. Тобто можна дійти висновку, що можлива модель – це авторегресія другого порядку або потрібно перейти до ряду перших різниць для діагностики моделі.

Другим етапом побудови моделі є ідентифікації моделі та проведення розрахунку коефіцієнта автокореляцій та частинних автокореляцій.

Функція Autocorrelations (автокореляції) запускає процедуру оцінювання автокореляцій ряду для різних лагів. Аналогічно запускає процедуру оцінювання частинних автокореляцій для різних лагів Partial autocorrelations (частинна автокореляційна функція) (рисунк 2.3 – 2.4).

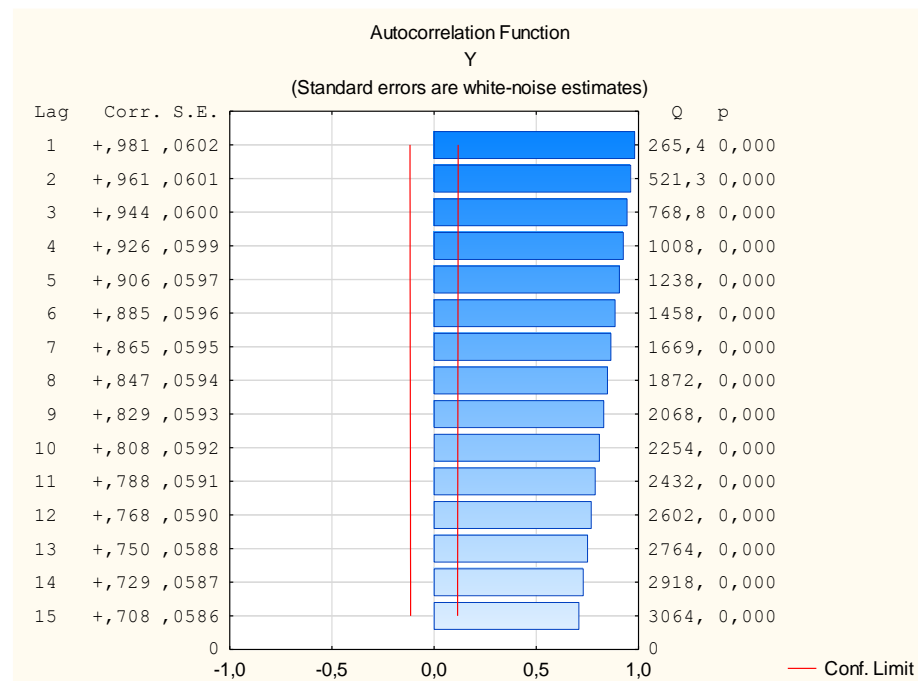


Рисунок 2.3 – Автокореляційна функція для змінної Bitcoin

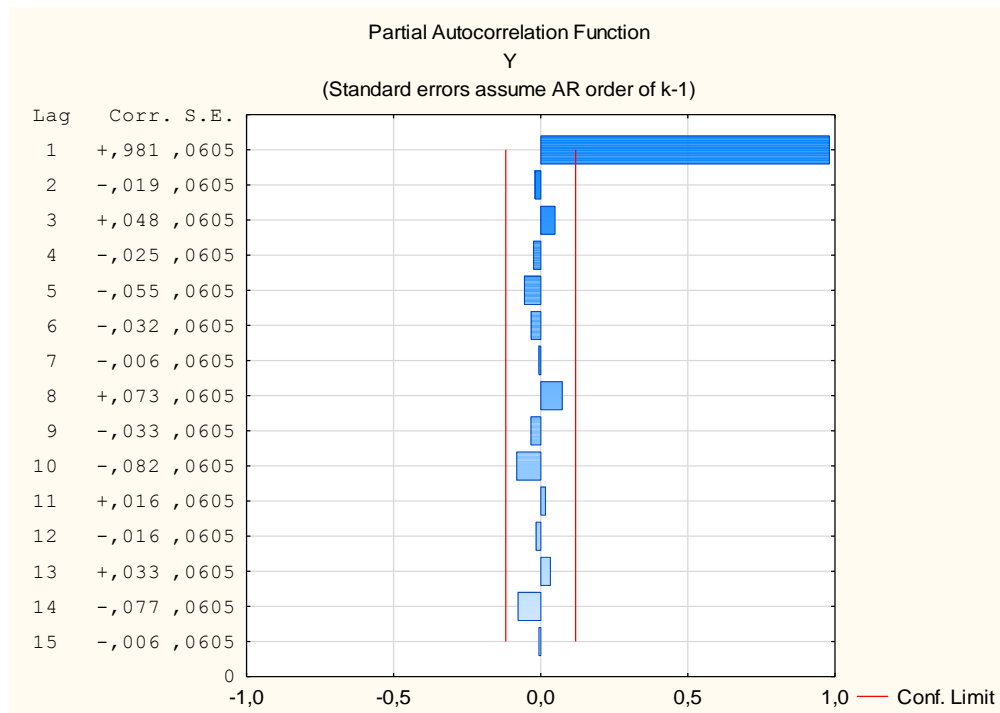


Рисунок 2.4 – Часткова автокореляційна функція для змінної Bitcoin

Корелограма автокореляційної функції показує сильну кореляційну залежність рівнів ряду (рисунок 2.3). Як можна побачити з графіка корелограми часткової автокореляційної функції (рисунок 2.4), всі коефіцієнти автокореляції, окрім першого, є статистично незначущими. Отримані корелограми говорять про те, що ряд містить тренд, тобто є нестационарним.

Для перевірки стаціонарності ряду застосовуються різні параметричні, непараметричні та напівпараметричні тести. Використаємо тест Дікі-Фулера для підтвердження гіпотези нестационарності даного ряду. З цією метою візьмемо перші різниці нашого ряду та розрахуємо параметри наступних рівнянь: рівняння тестової регресії без константи та тренду (2.1); рівняння регресії з константою, але без тренду (2.2); рівняння регресії з константою та лінійним трендом (2.3) [40]:

$$\Delta y_t = b \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

$$\Delta y_t = b_0 + b \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.2)$$

$$\Delta y_t = b_0 + b_1 \cdot t + b \cdot y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

де $\Delta y = y_t - y_{t-1}$;

y_t – часовий ряд фактичних даних;

y_{t-1} – часовий ряд, зсунутий на один крок;

b_0, b_1, b_2 – параметри регресії;

ε_t – випадкова похибка.

Для кожної з регресій існують свої критичні значення DF-статистики. Для знаходження параметрів для регресій скористаємося середовищем MS Excel. Так, було отримано наступні значення параметрів для регресії (рисунок 2.5).

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1														
2		Data	Value	k	l	k+1	k-1							
3		01.09.2021	48,844	-	-	-	-		c	23		табл.	1,96869162	
4		02.09.2021	49,291	0	0	0	0		b	-3				
5		03.09.2021	50,000	1	0	1	1		tc	4,522398		дисп1	2,792026789	
6		04.09.2021	49,899	0	0	0	0		td	0,931455		дисп2	3,220767547	
7		05.09.2021	51,762	1	0	1	1							
8		06.09.2021	52,676	1	0	1	1							
9		07.09.2021	46,778	0	1	1	-1							
10		08.09.2021	46,088	0	1	1	-1							
11		09.09.2021	46,389	0	0	0	0							
12		10.09.2021	44,852	0	1	1	-1							
13		11.09.2021	45,169	0	0	0	0							
14		12.09.2021	46,069	0	0	0	0							
15		13.09.2021	44,960	0	0	0	0							
16		14.09.2021	47,078	0	0	0	0							
17		15.09.2021	48,136	0	0	0	0							
18		16.09.2021	47,786	0	0	0	0							
19		17.09.2021	47,292	0	0	0	0							
20		18.09.2021	48,309	0	0	0	0							
21		19.09.2021	47,239	0	0	0	0							
22		20.09.2021	43,002	0	1	1	-1							
23		21.09.2021	40,664	0	1	1	-1							
24		22.09.2021	43,582	0	0	0	0							

Рисунок 2.5 – Проведення тесту Фостера-Стюарта в MS Excel

Аналіз отриманих результатів показує, що нульова гіпотеза про одиничний корінь приймається, тобто процес є нестационарним.

Для усунення залежності виконаємо диференціювання ряду з лагом 1, в результаті чого кожен елемент перетвореного ряду буде представляти різницю між своїм попереднім і наступним значеннями (рисунок 2.6).

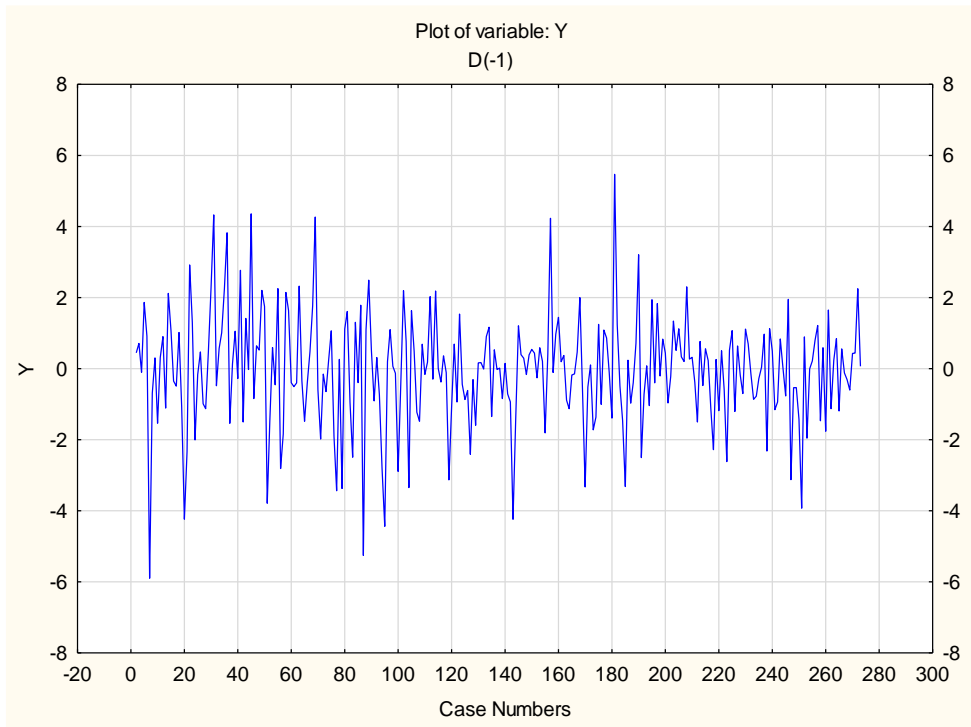


Рисунок 2.6 – Графік перших різниць

На рисунку 2.6 амплітуда коливань стала більш стабільною і ряд готовий для подальшого дослідження. Отже, розглянемо відповідні автокореляційні та часткові автокореляційні функції (рисунок 2.7 – 2.8).

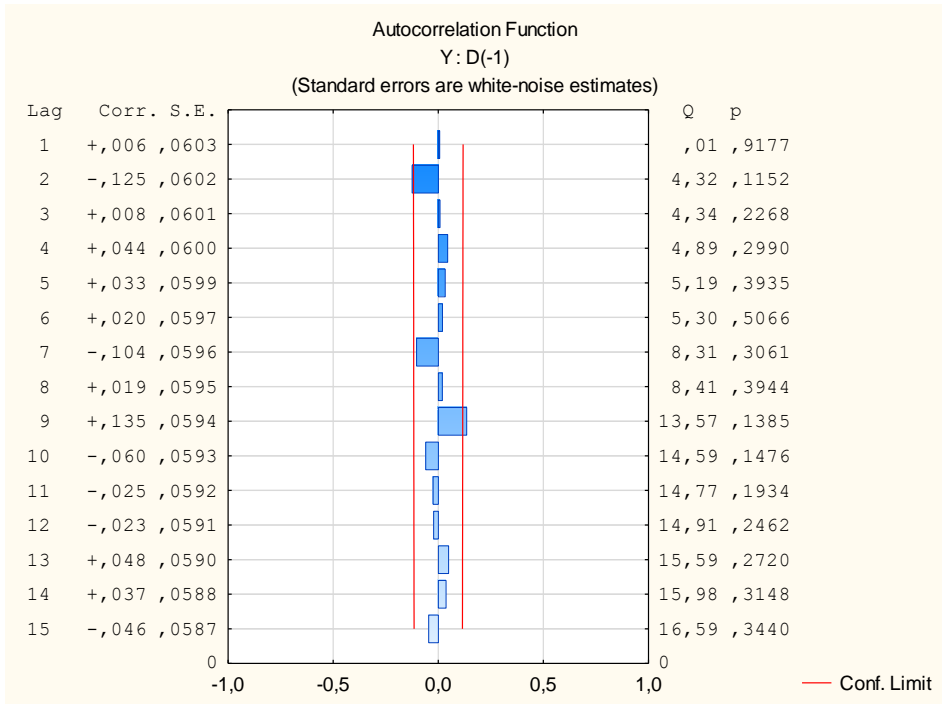


Рисунок 2.7 – Автокореляційна функція після взяття перших різниць

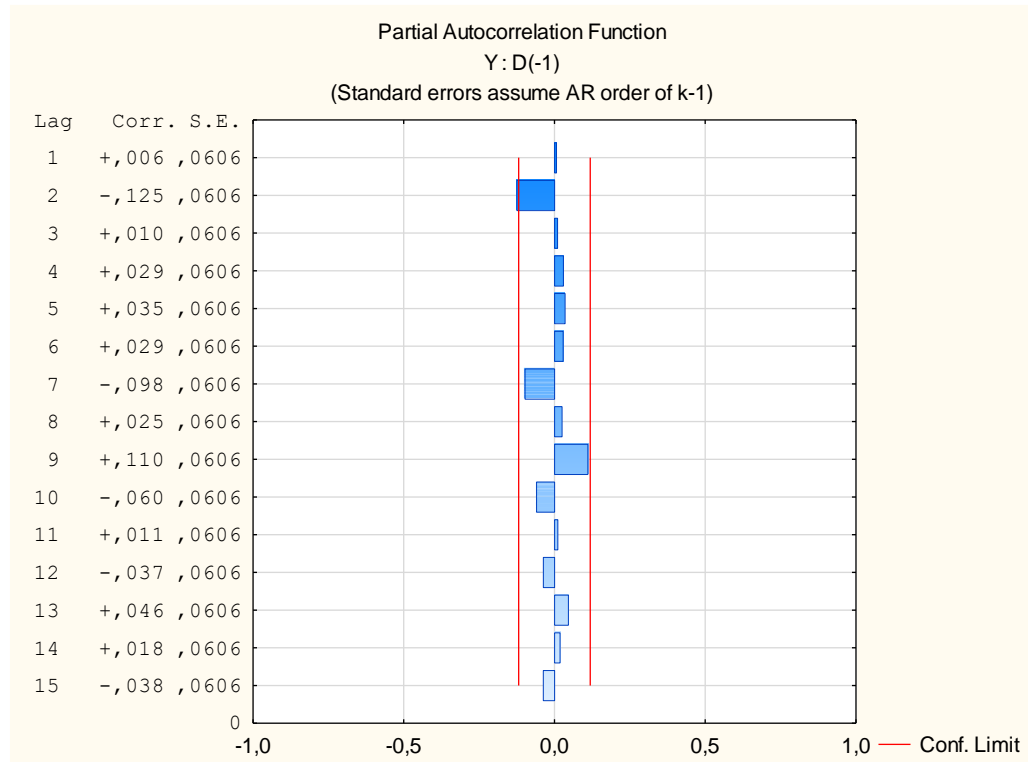


Рисунок 2.8 – Часткова автокореляційна функція після взяття перших різниць

Коррелограми показують, що трендову складову було усунуто з моделі, оскільки отримані значення автокореляційної функції наближаються до 0 та не є значущими, тобто ряд є стаціонарним. Отже, будуватимемо ARIMA-модель для ряду в перших різницях, для чого проведемо оцінку параметрів змінного середнього моделі ARIMA: d , p та q .

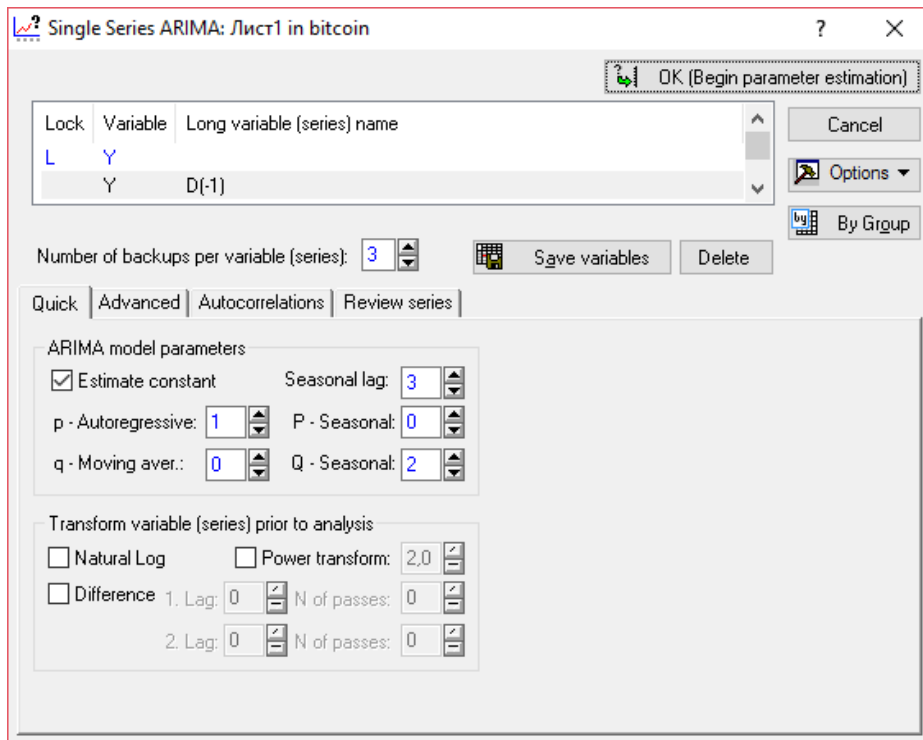


Рисунок 2.9 – Стартова панель діалогу ARIMA & autocorrelation functions -АРПСС і автокореляційні функції

Після запуску обчислювальної процедури можна переглянути результати оцінювання (рисунок 2.10 – 2.11).

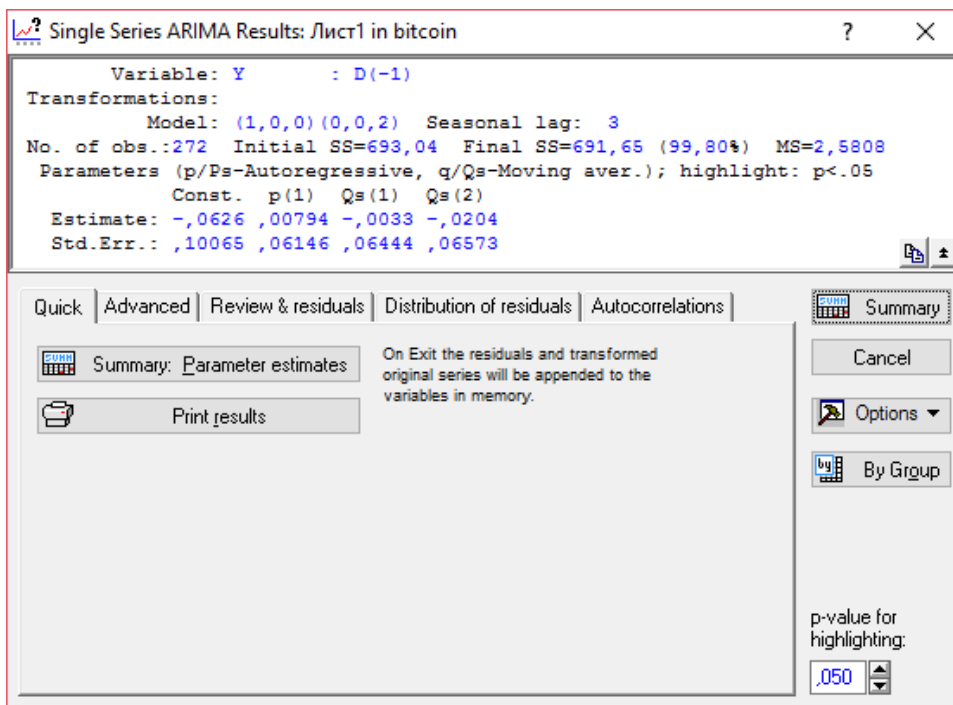


Рисунок 2.10 – Вікно результатів оцінювання

Input: Y : D(-1) (Лист1 in bitcoin)						
Transformations: none						
Model:(1,0,0)(0,0,2) Seasonal lag: 3 MS Residual= 2,5808						
Paramet.	Param.	Asympt. Std.Err.	Asympt. t(268)	p	Lower 95% Conf	Upper 95% Conf
Constant	-0,062551	0,100650	-0,621471	0,534818	-0,260717	0,135615
p(1)	0,007940	0,061463	0,129189	0,897305	-0,113071	0,128952
Qs(1)	-0,003253	0,064442	-0,050475	0,959782	-0,130130	0,123625
Qs(2)	-0,020391	0,065731	-0,310223	0,756633	-0,149807	0,109024

Рисунок 2.11 – Таблица оценок параметров ARIMA

Запишемо отримане рівняння:

$$Y = -0,063 + (1 - 0,008b)(1 + 0,003b^4 + 0,02b^8) \cdot \varepsilon_t$$

Оцінити якість моделі або ступінь її адекватності даним можна за допомогою аналізу залишків. У вікні Результати переглянемо корелограму (рисунок 2.12). Вибираємо вкладку Autocorrelations та натискаємо кнопку Autocorrelations.

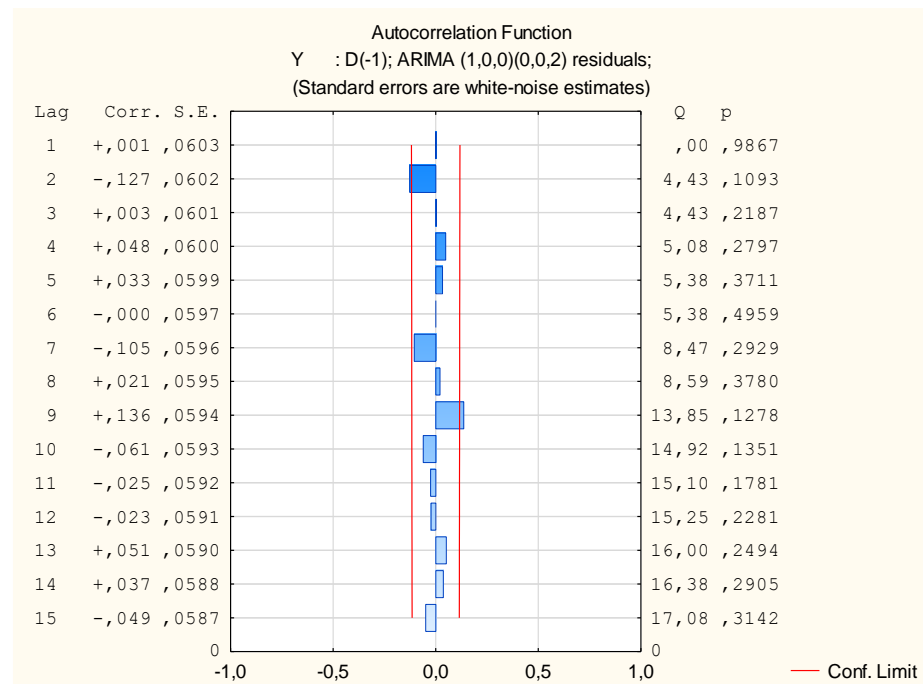


Рисунок 2.12 – Графік залишків ряду

З отриманої корелограми можемо зробити висновок про стаціонарність отриманого ряду залишків. Оскільки значення ймовірностей Q-статистики більше 0,05.

На рисунку 2.13 показано гістограму залишків. Розподіл залишків схожий на нормальний.

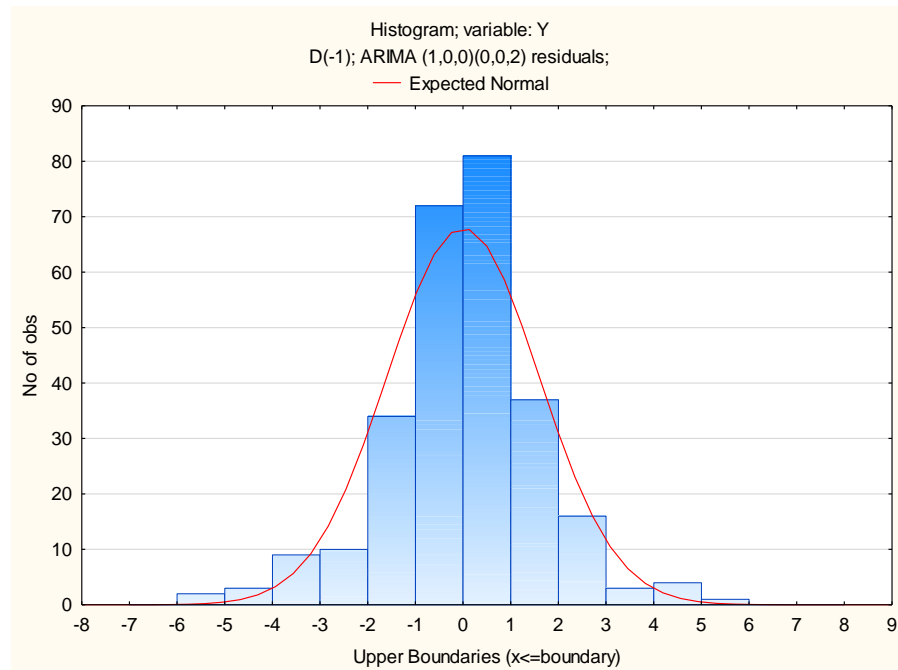


Рисунок 2.13 – Гістограма залишків

Побудуємо прогноз на наступний місяць, у якому 30 днів. У вкладці вибираємо Forecast cases з числом періодів 30 та рівнем довіри 0,95. Результати прогнозу представлені на рисунку 2.14 – 2.15.

Forecasts; Model:(1,0,0)(0,0,2) Seasonal lag: 3 (Лист1 in bitcoin) Input: Y : D(-1) Start of origin: 2 End of origin: 273				
CaseNo.	Forecast	Lower 90,0000%	Upper 90,0000%	Std.Err.
274	-0,064357	-2,71594	2,587228	1,606477
275	-0,066258	-2,71793	2,585410	1,606527
276	-0,052509	-2,70418	2,599160	1,606527
277	-0,051832	-2,70351	2,599851	1,606536
278	-0,015630	-2,66731	2,636052	1,606536
279	-0,059920	-2,71160	2,591762	1,606536
280	-0,062530	-2,71476	2,589703	1,606870
281	-0,062551	-2,71478	2,589683	1,606870
282	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
283	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
284	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
285	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
286	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
287	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
288	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
289	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
290	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
291	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
292	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
293	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
294	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
295	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
296	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
297	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
298	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870
299	-0,062551	-2,71478	2,589682	1,606870

Рисунок 2.14 – Прогнозні значення на 30 періодів

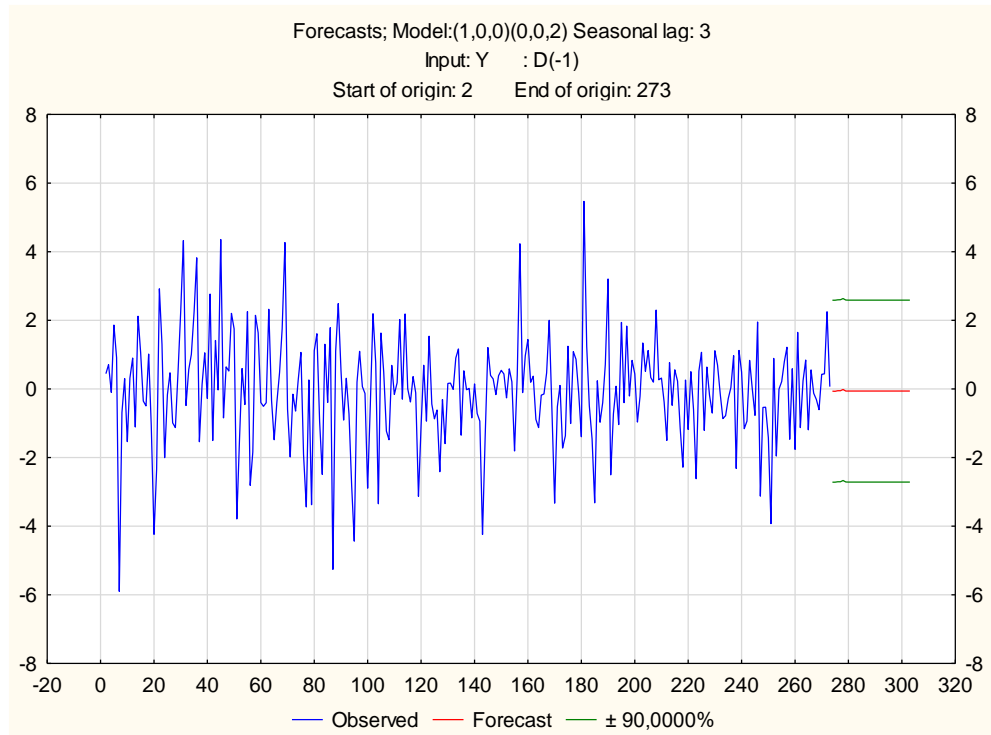


Рисунок 2.15 – Графік прогнозних значень

Отриману модель часового ряду можемо визнати адекватною вихідним даним. Усі коефіцієнти моделі статистично значимі, між залишками відсутня автокореляція, залишки мають нормальний розподіл. Також відзначимо наявність сезонної складової в аналізованому ряді, що свідчить про сезонність.

ВИСНОВКИ

Сучасні швидкозмінні та нелінійні умови функціонування фінансових ринків потребують зміни методів аналізу та моделювання фінансових часових рядів, зокрема часових рядів курсу криптовалют.

Одним з перспективних методів дослідження хаотичних часових рядів є фрактальний аналіз, як метод дослідження множин будь-якої природи, що базується на ідеях Б. Мандельброта. Методи фрактального аналізу дозволяють виявити стійкість тенденції часового ряду. Однією із складових фрактального аналізу є R/S аналіз та показник Херста, які широко застосовуються при дослідженні часових рядів будь-якої природи. Метод R/S аналізу саме за рахунок безрозмірного відношення розмаху до стандартного квадратичного відхилення дозволяє виключити вплив різних часових відрізків та класифікувати довільний часовий ряд, не залежно від його закону розподілу.

Показник Херста, який характеризує відношення сили тренду до рівня шуму (фактора випадковості), є універсальним критерієм перевірки часового ряду на персистентність (трендостійкість).

В роботі проведено аналіз сучасних методів моделювання та прогнозування фінансового ринку, зокрема ринку криптовалюти, дослідження основних понять теорії фракталів, різних підходів до визначення фрактальної розмірності; дослідження методів фрактального аналізу часових рядів, аналіз методик розрахунку показника Херста; реалізацію R/S-аналізу з за допомогою табличного процесора MS Excel. Результатом роботи є модель для прогнозування динаміки курсу Bitcoin, реалізована за допомогою ПП Statistica.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. Москва: Институт компьютерных исследований, 2002. 625 с.
2. Грінченко В. Т., Курилко О. Б., Маципура В. Т. Фрактальні властивості складних сигналів і випадкові хвилеві поля. Навчальний посібник. Київ : КНУ ім. Т. Шевченка, 2020. 239 с.
3. Сучасні методи дослідження нелінійних динамічних систем / О. О. Сердюк. Краматорськ : ДДМА, 2018. 120 с.
4. Mandelbrot B.B., Hudson R. L. The (mis)behavior of markets. A fractal view of risk, ruin and reward. New York : Basic Books, 2004. 328 p.
5. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков: Применение теории хаоса в инвестициях и экономике. Москва : Интернет-трейдинг, 2004. 304с.
6. Петерс Э. Порядок и хаос на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. Москва : Мир, 2000. 336 с.
7. Makletsov S.V., Opokina N.A., Shafigullin I.K. Application of fractal analysis method for studying stock market. *International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies*. 2020. Vol.11, № 1. P. 1–8.
8. Wang, H.Y., & Wang, T.T. Multifractal analysis of the Chinese stock, bond and fund markets. *Physica-Statistical mechanics and its applications*. 2018. Vol. 152. P. 280 –292.
9. Aslam, F., Ferreira, P., Ali, H., Kauser, S. Herding behavior during the Covid-19 pandemic: a comparison between Asian and European stock markets based on intraday multifractality. *Eurasian Economic Review*. 2022. Vol. 12. P. 333–359 <https://doi.org/10.1007/s40822-021-00191-4>.
10. Aslam, F., Mohti, W., & Ferreira, P. Evidence of Intraday Multifractality in European Stock Markets during the recent Coronavirus (COVID-19) Outbreak. *International Journal of Financial Studies*. 2020. Vol. 8(2). P. 1–13.
11. Tebyaniyana, H., Jahanshad. A., Heidarpoor, F. Analysis of Weak

- Performance Hypothesis, Multi-Fractality Feature and long-Term Memory of Stock Price in Tehran Stock Exchange. *Int. J. Nonlinear Anal. Appl.* (2020) Vol. 11, No. 2. P. 161–174.
12. Chen, C., & Wang, Y. Understanding the multifractality in portfolio excess returns. *Physica A*. 2017. Vol. 466. P. 346–355.
13. Гардер С. Є., Корніль Т. Л. Фрактальний аналіз та прогнозування тенденції фінансового часового ряду. *Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях*. 2018. № 3 (1279). С. 37–40.
14. Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем: монографія / Дербенцев В.Д., Сердюк О.А., Соловйов В.М., Шарапов О.Д. Черкаси : Брама-Україна, 2010. 287 с.
15. Соловйов В.М., Сердюк О.А., Данильчук Г.Б. Моделювання складних систем : Навчально-методичний посібник. Черкаси, 2016. 204 с.
16. Даценко Т.В. Система моделей оцінювання та прогнозування інноваційних фінансових інструментів (на прикладі криптовалют) : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.00.11. Київ, 2019. 24 с.
17. Берзлев О.Ю. Методика предпрогнозного фрактального аналізу часових рядів. *Управління розвитком складних систем*. 2013. № 16. С. 76–81.
18. Кравець Т. В., Гапоненко Т. О. Фрактальний аналіз валютного ринку за допомогою моніторингу показника Херста. *БІЗНЕСІНФОРМ*. 2015. № 11. С. 125–131.
19. Алексеева В.А. Анализ временных рядов : учебное пособие. УлГТУ, 2020. 147 с.
20. Нич Л. Я., Камінський Р. М. Визначення показника Герста за допомогою фрактальної розмірності, обчисленої клітинковим методом на прикладі коротких часових рядів. URL: <https://science.lpnu.ua/sites/default/files/journal-paper/2017/jun/2643/814ism2015min-100-111.pdf>.
21. Цифрова економіка : підручник / Т. І. Олешко та ін. Київ, 2022. 200 с.

22. Береславська О.І. Криптовалюти центральних банків: бути чи не бути.
URL:
https://ir.kneu.edu.ua/bitstream/handle/2010/34713/3_Ep629.pdf?sequence=1.
23. He D., Ross L., Vikram H., Tommaso M., Nigel J., Mikari K., Tanai K., Céline R., and Hervé T. Fintech and Financial Services: Initial Considerations// IMF Staff Discussion Note 17/05, International Monetary Fund, Washington, DC.2017. URL: <https://www.imf.org/~media/Files/.../2017/sdn1705.ashx>.
24. Павлова К. І. Переваги та ризики використання криптовалют у сучасній цифровій економіці. *БІЗНЕСІНФОРМ*. 2018. № 7. С. 229- 233.
25. Галушка Є. О., Пакон О. Д. Сутність криптовалют та перспективи їх розвитку. *Молодий вчений*. 2017. № 4. С. 634– 639. URL: <http://molodyvcheny.in.ua/files/journal/2017/4/147.pdf>
26. Cryptocurrency. URL: <http://www.investopedia.com/terms/c/cryptocurrency.asp>
27. Офіційний сайт Біткойн-асоціації. URL: [https:// bitcoinfoundation.org/](https://bitcoinfoundation.org/)
28. Курс bitcoin до гривні. URL: <https://minfin.com.ua/currency/crypto/bitcoin-uah/>
29. Ліхачов М. Скромна чарівність біткойна: українські реалії використання криптовалют. URL: <http://forbes.net.ua/ua/opinions/1428255-skromna-charivnist-bitkoina-ukrayinskirealiyi-vikoristannya-kriptovalyut>
30. Данильчук Г.Б., Кібальник Л.О., Ковтун О.А. Моделювання та аналіз сучасного стану ринку криптовалют. URL: https://lib.iitta.gov.ua/723691/1/tezy_Kovtun_1_1.pdf
31. Безкоровайний В. С., Дербенцев В. Д. Моделювання динаміки ринку криптовалют. URL: https://ir.kneu.edu.ua/bitstream/handle/2010/32011/mise_18_96_2.pdf
32. Soloviev, V., Semerikov, S. and Solovieva, V. Lempel-Ziv Complexity and Crises of Cryptocurrency Market. III International Scientific Congress Society of Ambient Intelligence 2020 (ISC-SAI 2020). Atlantis Press. Advances in Economics, Business and Management Research. Vol. 129. 2020. pp. 299 – 306.

33. Danylchuk H., Kovtun O., Kibalnyk L. and Sysoiev O. Monitoring and modelling of cryptocurrency trend resistance by recurrent and R/S-analysis. The International Conference on Sustainable Futures: Environmental, Technological, Social and Economic Matters (ICSF 2020), E3S Web Conf. Vol. 166. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202016613030>.
34. Kristjanpoller W., Bouri E. and Takaishi T. Cryptocurrencies and equity funds: Evidence from an asymmetric multifractal analysis. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. Vol. 545. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physa.2019.123711>.
35. Kyriazis N.A., Daskalou K., Arampatzis M., Prassa P. and Papaioannou E. Estimating the volatility of cryptocurrencies during bearish markets by employing GARCH models. Heliyon. Vol. 5. Issue 8. 2019. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02239>.
36. Katsiampa P. An empirical investigation of volatility dynamics in the cryptocurrency market. Research in International Business and Finance. Research in International Business and Finance. Vol. 50. 2019. pp. 322–335. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2019.06.004>
37. Статистика індексів світового фондового ринку URL: <http://finance.yahoo.com>.
38. Биткоин – Bitcoin. URL: <https://ru.investing.com/crypto/bitcoin/historical-data>
39. Чумаченко Д. І. Математичні моделі та методи прогнозування епідемічних процесів: монографія. Харків, 2020. 180 с.
40. Метод Фостера. URL: https://studme.org/163308269278/ekonomika/metod_fostera_styuarta
41. Орехова Я.В. Прогнозування динаміки курсу Bitcoin на основі фрактального аналізу : кваліфікаційна магістерська робота. Суми : Сумський державний університет, 2020. 63 с.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А
(обов'язковий)

SUMMARY

Olihenko K.O. Fractal analysis of the cryptocurrency market. Qualifying bachelor's thesis. Sumy State University, Sumy, 2021.

The peculiarities of modeling and forecasting of the financial market, in particular the cryptocurrency market, are investigated in the paper. The analysis of different approaches to determining the fractal dimension and methods of calculating the Hers index is performed in the paper. R/S analysis of the dynamics of the cryptocurrency rate Bitcoin using MS Excel. Using Statistica software built a model for predicting the dynamics of Bitcoin.

Keywords: fractal, fractal analysis, time series, Hirst index, R / S-analysis, ARIMA model, cryptocurrency.

АНОТАЦІЯ

Оліхненко К.О. Фрактальний аналіз ринку криптовалют. – Кваліфікаційна робота бакалавра. Сумський державний університет, Суми, 2022.

У роботі досліджено особливості моделювання та прогнозування фінансового ринку, зокрема ринку криптовалют, проведено аналіз різних підходів до визначення фрактальної розмірності множини; методик розрахунку показника Херста. Проведено R/S-аналіз динаміки курсу криптовалюти Bitcoin за допомогою табличного процесора MS Excel. За допомогою ППП Statistica побудована модель для прогнозування динаміки курсу Bitcoin.

Ключові слова: фрактал, фрактальний аналіз, часові ряди, показник Херста, R/S-аналіз, модель ARIMA, криптовалюта.

ДОДАТОК Б (Довідковий)

Фрагменти розрахунку показника Херста в програмному середовищі
Excel

	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
1	t	Bt	Bt-Bt cp	Z=CVM (Bt-Bt cp)					
2	1	48,844	3,181194139	3,181194139			Bt cp	45,66280586	
3	2	49,291	3,628194139	6,809388278			R	4,90203E+57	
4	3	50	4,337194139	14,32777656			S	3,74449E+56	
5	4	49,899	4,236194139	25,37335897			R/S	13,09131684	
6	5	51,762	6,099194139	45,80032967			ln(R/S)	2,571949174	
7	6	52,676	7,013194139	78,18688278			ln(n/2)	4,916324615	
8	7	46,778	1,115194139	125,1024066			H	0,523144702	
9	8	46,088	0,425194139	203,7144835					
10	9	46,389	0,726194139	329,5430842					
11	10	44,852	-0,810805861	532,4467619					
12	11	45,169	-0,493805861	861,4960403					
13	12	46,069	0,406194139	1394,348996					
14	13	44,96	-0,702805861	2255,142231					
15	14	47,078	1,415194139	3650,906421					
16	15	48,136	2,473194139	5908,521846					
17	16	47,786	2,123194139	9561,551462					
18	17	47,292	1,629194139	15471,7025					
19	18	48,309	2,646194139	25035,90016					
20	19	47,239	1,576194139	40509,17885					
21	20	43,002	-2,660805861	65542,41821					
22	21	40,664	-4,998805861	106046,5983					

Рисунок Б1 – Розрахунок показника Херста за першим методом

Продовження додатку Б

№	P	Q	R	S	T	U	V	W
1	t	Bt	Bt-Bt cp	Z=CVM (Bt-Bt cp)				
2	1	48,844	=Q2-SWS2	=R2			Bt cp	=CP3HAЧ(Q2:Q274)
3	2	49,291	=Q3-SWS2	=SSS2+R3			R	=МАКС(S2:S274-МИН(S2:S274))
4	3	50	=Q4-SWS2	=CYMM(S2:S3;R4)			S	=СТАНДОТКЛОН.Г(S2:S274)
5	4	49,899	=Q5-SWS2	=CYMM(S3:S4;R5)			R/S	=W3/W4
6	5	51,762	=Q6-SWS2	=CYMM(S4:S5;R6)			ln(R/S)	=LN(W5)
7	6	52,676	=Q7-SWS2	=CYMM(S5:S6;R7)			ln(n2)	=LN(273/2)
8	7	46,778	=Q8-SWS2	=CYMM(S6:S7;R8)			H	=W6/W7
9	8	46,088	=Q9-SWS2	=CYMM(S7:S8;R9)				
10	9	46,389	=Q10-SWS2	=CYMM(S8:S9;R10)				
11	10	44,852	=Q11-SWS2	=CYMM(S9:S10;R11)				
12	11	45,169	=Q12-SWS2	=CYMM(S10:S11;R12)				
13	12	46,069	=Q13-SWS2	=CYMM(S11:S12;R13)				
14	13	44,96	=Q14-SWS2	=CYMM(S12:S13;R14)				
15	14	47,078	=Q15-SWS2	=CYMM(S13:S14;R15)				
16	15	48,136	=Q16-SWS2	=CYMM(S14:S15;R16)				
17	16	47,786	=Q17-SWS2	=CYMM(S15:S16;R17)				
18	17	47,292	=Q18-SWS2	=CYMM(S16:S17;R18)				
19	18	48,309	=Q19-SWS2	=CYMM(S17:S18;R19)				
20	19	47,239	=Q20-SWS2	=CYMM(S18:S19;R20)				
21	20	43,002	=Q21-SWS2	=CYMM(S19:S20;R21)				
22	21	40,664	=Q22-SWS2	=CYMM(S20:S21;R22)				
23	22	43,582	=Q23-SWS2	=CYMM(S21:S22;R23)				
24	23	44,882	=Q24-SWS2	=CYMM(S22:S23;R24)				
25	24	42,878	=Q25-SWS2	=CYMM(S23:S24;R25)				
26	25	42,711	=Q26-SWS2	=CYMM(S24:S25;R26)				
27	26	43,18	=Q27-SWS2	=CYMM(S25:S26;R27)				

Рисунок Б.2 – Фрагменти розрахунку показника Херста за першим методом

№	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	t	Bt	Bt-1/Bt	Ln(Bt-1/Bt)	mk=16	mk cp	Sk	zk -z cp	Z=CVM (zt-zt cp)	Rk	Sk	Rk/Sk
2	1	48,844	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3	2	49,291	1,009151585	0,009109963	0,009109963			0,011128113	0,011128113			
4	3	50	1,014383965	0,014281497	0,014281497			0,016299647	0,027427759			
5	4	49,899	0,99798	-0,002022043	-0,002022043			-3,89308E-06	0,027423866			
6	5	51,762	1,037335418	0,036655327	0,036655327			0,038673477	0,066097343			
7	6	52,676	1,017657741	0,017503655	0,017503655			0,019521804	0,085619147			
8	7	46,778	0,888032501	-0,118746937	-0,118746937			-0,116728787	-0,03110964			
9	8	46,088	0,985249476	-0,014860394	-0,014860394			-0,012842245	-0,043951884			
10	9	46,389	1,008530984	0,00650975	0,00650975	-0,00201815	0,037578341	0,0085279	-0,035423985	0,152719164	0,04318173	3,536661556
11	10	44,852	0,966867145	-0,033694182	-0,033694182			-0,031676032	-0,067100017			
12	11	45,169	1,007067689	0,00704283	0,00704283			0,00906098	-0,058039036			
13	12	46,069	1,01992517	0,019729262	0,019729262			0,021747412	-0,036291625			
14	13	44,96	0,975927413	-0,024367067	-0,024367067			-0,022348917	-0,058640542			
15	14	47,078	1,047108541	0,046032595	0,046032595			0,048050745	-0,010589797			
16	15	48,136	1,022473342	0,022224537	0,022224537			0,024242687	0,01365289			
17	16	47,786	0,992728935	-0,007297628	-0,007297628			-0,005279478	0,008373412			
18	17	47,292	0,989662244	-0,010391562	-0,010391562			-0,008373412	0			
19	18	48,309	1,021504694	0,021276731	0,021276731			0,020032381	0,020032381			
20	19	47,239	0,977850918	-0,022398056	-0,022398056			-0,023642406	-0,003610024			
21	20	43,002	0,910307161	-0,093973196	-0,093973196			-0,095217546	-0,09882757			
22	21	40,664	0,945630436	-0,055903446	-0,055903446			-0,057147796	-0,155975366			
23	22	43,582	1,071758804	0,069301041	0,069301041			0,068056691	-0,087918674			
24	23	44,882	1,029828828	0,029392602	0,029392602			0,028148253	-0,059770421			
25	24	42,878	0,955349583	-0,04567795	-0,04567795			-0,046922299	-0,10669272			
26	25	42,711	0,996105229	-0,003902376	-0,003902376			-0,005146725	-0,111839445			
27	26	43,18	1,010980778	0,010920927	0,010920927	0,001244349	0,046191688	0,009676577	-0,102162868	0,176007747	0,058271133	3,020496375
28	27	42,191	0,977095878	-0,023170497	-0,023170497			-0,024414846	-0,126577715			
29	28	41,064	0,973288142	-0,027075103	-0,027075103			-0,028319452	-0,154897167			
30	29	41,551	1,011859536	0,011789763	0,011789763			0,010545414	-0,144351753			
31	30	43,83	1,054848259	0,053396926	0,053396926			0,052152577	-0,092199177			
32	31	48,157	1,098722336	0,094147992	0,094147992			0,092903643	0,000704466			

Рисунок Б3 – Розрахунок показника Херста за другим методом ($m_k = 16$)

Продовження додатку Б

B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Bt	Bt+1/Bt	Ln(Bt+1/Bt)	mk=16	mk cp	Sk	zk -z cp	Z=CVM (zt-zt cp)	Rk	Sk	Rk/Sk
48,844	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
49,291	=B3/B2	=LN(C3)	0,0091099626316011			=E3-SF53	=H3			
50	=B4/B3	=LN(C4)	0,0142814968257695			=E4-SF53	=H3+H4			
49,899	=B5/B4	=LN(C5)	-0,00202204295163851			=E5-SF53	=CVM(14;H5)			
51,762	=B6/B5	=LN(C6)	0,0366553268459891			=E6-SF53	=CVM(15;H6)			
52,678	=B7/B6	=LN(C7)	0,017503654525477			=E7-SF53	=CVM(16;H7)			
46,778	=B8/B7	=LN(C8)	-0,118746936919271			=E8-SF53	=CVM(17;H8)			
46,088	=B9/B8	=LN(C9)	-0,0148603944986202			=E9-SF53	=CVM(18;H9)			
46,389	=B10/B9	=LN(C10)	0,00650974973132113			=E10-SF53	=CVM(19;H10)			
44,852	=B11/B10	=LN(C11)	-0,0336941815627689			=E11-SF53	=CVM(20;H11)			
45,169	=B12/B11	=LN(C12)	0,00704283023525824			=E12-SF53	=CVM(21;H12)			
46,069	=B13/B12	=LN(C13)	0,0197292617789386			=E13-SF53	=CVM(22;H13)			
44,96	=B14/B13	=LN(C14)	-0,0243670670273953			=E14-SF53	=CVM(23;H14)			
47,078	=B15/B14	=LN(C15)	0,0460325950106997			=E15-SF53	=CVM(24;H15)			
46,136	=B16/B15	=LN(C16)	0,022245373119153			=E16-SF53	=CVM(25;H16)			
47,786	=B17/B16	=LN(C17)	-0,00729762834971177			=E17-SF53	=CVM(26;H17)			
47,292	=B18/B17	=LN(C18)	-0,010391561567472	=CP3HAC(E3;E18)	=СТАНДОТКЛОН.В(E3;E18)	=E18-SF53	=CVM(27;H18)	=МАКС(13;I18)-МИН(13;I18)	=СТАНДОТКЛОН.Г(13;I18)	=J3/K3
48,309	=B19/B18	=LN(C19)	0,0212767307031016			=E19-SF53	=H19			
47,239	=B20/B19	=LN(C20)	-0,0223980561001331			=E20-SF53	=S1519+H20			
43,002	=B21/B20	=LN(C21)	-0,0939731963639982			=E21-SF53	=CVM(20;H21)			
40,664	=B22/B21	=LN(C22)	-0,0599034460952358			=E22-SF53	=CVM(21;H22)			
43,582	=B23/B22	=LN(C23)	0,0693010409301282			=E23-SF53	=CVM(22;H23)			
44,882	=B24/B23	=LN(C24)	0,0293926024266549			=E24-SF53	=CVM(23;H24)			
42,878	=B25/B24	=LN(C25)	-0,0456779496176452			=E25-SF53	=CVM(24;H25)			
42,711	=B26/B25	=LN(C26)	-0,00990237558402122			=E26-SF53	=CVM(25;H26)			
43,18	=B27/B26	=LN(C27)	0,0109209267869428			=E27-SF53	=CVM(26;H27)			
42,191	=B28/B27	=LN(C28)	-0,023170496932186			=E28-SF53	=CVM(27;H28)			
41,064	=B29/B28	=LN(C29)	-0,0270751028964733			=E29-SF53	=CVM(28;H29)			
41,551	=B30/B29	=LN(C30)	0,0117897831425285			=E30-SF53	=CVM(29;H30)			
43,83	=B31/B30	=LN(C31)	0,0533969260301871			=E31-SF53	=CVM(30;H31)			
48,157	=B32/B31	=LN(C32)	0,0941479922707942			=E32-SF53	=CVM(31;H32)			
47,675	=B33/B32	=LN(C33)	-0,0109593552150292			=E33-SF53	=CVM(32;H33)			

Рисунок Б4 – Фрагменти розрахунку показника Херста за другим методом ($m_k = 16$)

	E	F	G	H	I	J	K	L
289	mk=17	mk cp	Sk	zk -z cp	Z=CVM (zt-zt cp)	Rk	Sk	Rk/Sk
290	-	-	-	-	-	-	-	-
291	0,00911			0,011128113	0,011128113			
292	0,0142815			0,016299647	0,027427759			
293	-0,002022			-3,8931E-06	0,027423866			
294	0,0366553			0,038673477	0,066097343			
295	0,0175037			0,019521804	0,085619147			
296	-0,1187469			-0,11672879	-0,03110964			
297	-0,0148604			-0,01284224	-0,04395188			
298	0,0065097			0,0085279	-0,03542398			
299	-0,0336942	-0,00064786	0,03682111	-0,03167603	-0,06710002	0,15271916	0,04234948	3,6061641
300	0,0070428			0,00906098	-0,05803904			
301	0,0197293			0,021747412	-0,03629162			
302	-0,0243671			-0,02234892	-0,05864054			
303	0,0460326			0,048050745	-0,0105898			
304	0,0222245			0,024242687	0,01365289			
305	-0,0072976			-0,00527948	0,008373412			
306	-0,0103916			-0,00837341	0			
307	0,0212767			0,020032381	0,020032381			
308	-0,0223981			-0,02364241	-0,00361002			
309	-0,0939732			-0,09521755	-0,09882757			
310	-0,0559034			-0,0571478	-0,15597537			
311	0,069301			0,068056691	-0,08791867			
312	0,0293926			0,028148253	-0,05977042			
313	-0,0456779			-0,0469223	-0,10669272			
314	-0,0039024			-0,00514673	-0,11183945			
315	0,0109209			0,009676577	-0,10216287			
316	-0,0231705	0,003771721	0,04737044	-0,02441485	-0,12657771	0,18567068	0,06049944	3,06896556
317	-0,0270751			-0,02831945	-0,15489717			
318	0,0117898			0,010545414	-0,14435175			
319	0,0533969			0,052152577	-0,09219918			
320	0,094148			0,092903643	0,000704466			
321	-0,0100594			-0,0113037	-0,01059924			
322	0,0118436			0,010599239	4,16334E-17			
323	0,0206992			0,002803697	0,002803697			
324	0,0447872			0,02689162	0,029695317			

Рисунок Б5 – Розрахунок показника Херста за другим методом ($m_k = 17$)

Продовження додатку Б

№	M	N	O	P	Q	R	S	T
289	mk=34	mk cp	Sk	zk-z cp	Z=CVM (zt-zt cp)	Rk	Sk	Rk/Sk
290	-	-	-	-	-	-	-	-
291	0,009109963			0,011128113	0,011128113			
292	0,014281497			0,016299647	0,027427759			
293	-0,002022043			-3,89308E-06	0,027423866			
294	0,036655327			0,038673477	0,066097343			
295	0,017503655			0,019521804	0,085619147			
296	-0,118746937			-0,116728787	-0,03110964			
297	-0,014860394			-0,012842245	-0,043951884			
298	0,00650975			0,0085279	-0,035423985			
299	-0,033694182			-0,031676032	-0,067100017			
300	0,00704283			0,00906098	-0,058039036			
301	0,019729262			0,021747412	-0,036291625			
302	-0,024367067			-0,022348917	-0,058640542			
303	0,046032595			0,048050745	-0,010589797			
304	0,022224537			0,024242687	0,01365289			
305	-0,007297628			-0,005279478	0,008373412			
306	-0,010391562			-0,008373412	0			
307	0,021276731	0,001561929	0,041837373	0,020032381	0,020032381	0,241594513	0,062069986	3,89229204
308	-0,022398056			-0,023642406	-0,003610024			
309	-0,093973196			-0,095217546	-0,09882757			
310	-0,055903446			-0,057147796	-0,155975366			
311	0,069301041			0,068056691	-0,087918674			
312	0,029392602			0,028148253	-0,059770421			
313	-0,04567795			-0,046922299	-0,10669272			
314	-0,003902376			-0,005146725	-0,111839445			
315	0,010920927			0,009676577	-0,102162868			
316	-0,023170497			-0,024414846	-0,126577715			
317	-0,027075103			-0,028319452	-0,154897167			
318	0,011789763			0,010545414	-0,144351753			
319	0,053396926			0,052152577	-0,092199177			
320	0,094147992			0,092903643	0,000704466			
321	-0,010059355			-0,011303705	-0,010599239			
322	0,011843588			0,010599239	4,16334E-17			
323	0,020699236			0,002803697	0,002803697			
324	0,044787159			0,02689162	0,029695317			
325	0,071596195			0,053700655	-0,016390205			

Рисунок Бб – Розрахунок показника Херста за другим методом ($m_k = 34$)

Продовження додатку Б

№	E	F	G	H	I	J	K	L
567	mk=68	mk cp	Sk	zk-z cp	Z=CVM (zt-zt cp)	Rk	Sk	Rk/Sk
568	-	-	-	-	-	-	-	-
569	0,00911	0,004762958	0,03704961	0,011128113	0,011128113	0,25766575	0,06206999	4,15121325
570	0,0142815			0,016299647	0,027427759			
571	-0,002022			-3,8931E-06	0,027423866			
572	0,0366553			0,038673477	0,066097343			
573	0,0175037			0,019521804	0,085619147			
574	-0,1187469			-0,11672879	-0,03110964			
575	-0,0148604			-0,01284224	-0,04395188			
576	0,0065097			0,0085279	-0,03542398			
577	-0,0336942			-0,03167603	-0,06710002			
578	0,0070428			0,00906098	-0,05803904			
579	0,0197293			0,021747412	-0,03629162			
580	-0,0243671			-0,02234892	-0,05864054			
581	0,0460326			0,048050745	-0,0105898			
582	0,0222245			0,024242687	0,01365289			
583	-0,0072976			-0,00527948	0,008373412			
584	-0,0103916			-0,00837341	0			
585	0,0212767			0,020032381	0,020032381			
586	-0,0223981			-0,02364241	-0,00361002			
587	-0,0939732			-0,09521755	-0,09882757			
588	-0,0559034			-0,0571478	-0,15397537			
589	0,069301			0,068056691	-0,08791867			
590	0,0293926			0,028148253	-0,05977042			
591	-0,0456779			-0,0469223	-0,10669272			
592	-0,0039024			-0,00514673	-0,11183945			
593	0,0109209			0,009676577	-0,10216287			
594	-0,0231705			-0,02441485	-0,12657771			
595	-0,0270751			-0,02831945	-0,15489717			
596	0,0117898			0,010545414	-0,14435175			
597	0,0533969			0,052152577	-0,09219918			
598	0,094148			0,092903643	0,000704466			
599	-0,0100594			-0,0113037	-0,01059924			

Рисунок Б7 – Розрахунок показника Херста за другим методом ($m_k = 68$)

Продовження додатку Б

№	M	N	O	P	Q	R	S	T
567	mk=136	mk cp	Sk	zk-z cp	Z=CVM (zt-zt cp)	Rk	Sk	Rk/Sk
568	-	-	-	-	-	-	-	-
569	0,009109963	-0,00092521	0,034455691	0,011128113	0,011128113	0,259920317	0,057616533	4,51121065
570	0,014281497			0,016299647	0,027427759			
571	-0,002022043			-3,89308E-06	0,027423866			
572	0,036655327			0,038673477	0,066097343			
573	0,017503655			0,019521804	0,085619147			
574	-0,118746937			-0,116728787	-0,03110964			
575	-0,014860394			-0,012842245	-0,043951884			
576	0,00650975			0,0085279	-0,035423985			
577	-0,033694182			-0,031676032	-0,067100017			
578	0,00704283			0,00906098	-0,058039036			
579	0,019729262			0,021747412	-0,036291625			
580	-0,024367067			-0,022348917	-0,058640542			
581	0,046032595			0,048050745	-0,010589797			
582	0,022224537			0,024242687	0,01365289			
583	-0,007297628			-0,005279478	0,008373412			
584	-0,010391562			-0,008373412	0			
585	0,021276731			0,020032381	0,020032381			
586	-0,022398056			-0,023642406	-0,003610024			
587	-0,093973196			-0,095217546	-0,09882757			
588	-0,055903446			-0,057147796	-0,155975366			
589	0,069301041			0,068056691	-0,087918674			
590	0,029392602			0,028148253	-0,059770421			
591	-0,04567795			-0,046922299	-0,10669272			
592	-0,003902376			-0,005146725	-0,111839445			
593	0,010920927			0,009676577	-0,102162868			
594	-0,023170497			-0,024414846	-0,126577715			
595	-0,027075103			-0,028319452	-0,154897167			
596	0,011789763			0,010545414	-0,144351753			
597	0,053396926			0,052152577	-0,092199177			
598	0,094147992			0,092903643	0,000704466			

Рисунок Б8 – Розрахунок показника Херста за другим методом ($m_k = 136$)