Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет

Зайцев О. В.

ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА

Підручник

Суми
Сумський державний університет
2022

УДК 336(075.8)
З-17

Рецензенти:

Т. А. Васильєва — доктор економічних наук, професор, директор навчально-наукового інституту бізнесу, економіки та менеджменту Сумського державного університету;

О. М. Шубалий — доктор економічних наук, професор, завідувач кафедри економіки Луцького національного технічного університету.

Зайцев О. В.

З-17 Фінансова математика : підручник / О. В. Зайцев. – Суми : Сумський державний університет, 2022. – 610 с.

ISBN 978-966-657-916-7

Підручник охоплює найбільш важливі напрямки фінансових розрахунків. Основні принципи розрахунків ілюструються за допомогою модельних прикладів із детальними розв'язками. Кожний розділ завершується основними розрахунковими формулами. Особлива увага приділяється термінологічній коректності фінансових обчислень.

Підручник стане в пригоді не лише студентам і викладачам, які вивчають фінансові дисципліни, адже фінансові розрахунки є складовою частиною прикладних економічних дисциплін, менеджменту й маркетингу. Підручник об'єднує достатньо матеріалу для окремого навчального курсу «Фінансова математика», а також може використовуватись як додаткове джерело для більшості дисциплін фінансового та економічного напрямів.

УДК 336(075.8)

ISBN 978-966-657-916-7

ЗМІСТ

ВСТУП

Необхідність опанування механізмів та методів фінансових розрахунків стає дедалі більш невідкладною потребою для майбутніх фахівців, діяльність яких буде пов’язана з економікою взагалі та фінансами зокрема. У матеріалах багатьох економічних і, особливо, фінансових дисциплін вивчають окремі теми та розглядають проблеми, які можна віднести до сфери фінансових обчислень. Цей підручник є систематизованим виданням щодо фінансових розрахунків, об’єднаних загальною методологією і, що не менш важливо, загальною термінологією. У підручнику наведена послідовна характеристика методів фінансового обчислення, також читач ознайомиться з основними механізмами практичного застосування кількісних показників у межах певних напрямків фінансового аналізу та фінансового менеджменту.

Усвідомлюючи необхідність уведення в навчальний процес окремої дисципліни розрахунково-фінансового напряму, й виникла об’єктивна потреба у виданні такого підручника. З іншого боку, в Сумському державному університеті до навчального процесу на рівні підготовки бакалавра за спеціальностями 051 «Економіка», 072 «Фінанси, банківська справа та страхування», 073 «Менеджмент», 076 «Підприємництво, торгівля та біржова діяльність» введено навчальну дисципліну «Фінансова математика», основним матеріалом до якої й є цей підручник.

Запропонований до Вашої уваги підручник «Фінансова математика» за формою викладення, а також у пізнавальному застосуванні є лекційним матеріалом з елементами практикуму за циклом дисциплін фінансового напряму. Застосування методів фінансових розрахунків є складовою частиною таких дисциплін, як насамперед «Гроші та кредит», а також «Фінанси», «Фінанси підприємств», «Інвестування», «Фінансовий ринок», «Страхові послуги», «Банківські операції», «Ринок фінансових послуг», «Фінансовий аналіз», «Фінансовий менеджмент» тощо, і, отже, матеріал підручника може активно використовуватися студентами та викладачами під час засвоєння навчального матеріалу цих дисциплін. Підручник за своїм змістом є необхідним навчальним джерелом не лише для вищезгаданих дисциплін, а й для переважної більшості суто економічних дисциплін.

До Вас — шановний читачу! Ви замислювалися над тим, за допомогою яких «знаків», якого «алфавіту з чисел» проводилися звичайні математичні розрахунки в Європі, наприклад, двісті років тому? Звісно! За допомогою арабських, а насправді — індійських чисел. Але так було не завжди. Арабські числа з'явилися в Європі близько п'ятисот років тому, за епохи Відродження. А якими числами користувалися до введення арабських? Римськими. Математичні дії додавання та віднімання з використанням римських чисел загалом нескладні, але дії множення й ділення за допомогою римських чисел набагато складніші, ніж із застосуванням арабських. Дії піднесення до ступеня або добування коренів римськими числами — майже недосяжні пізнанню операції. Але й римські числа існували не завжди. Задовго до появи системи римського числення існувала давньогрецька культура, з надр якої вийшли математики — Архімед, Піфагор, Евклід, інші, праці яких є надбанням усього людства. Якими числами користувалися вони?

Ставлю такі риторичні запитання до Вас, шановний читачу, щоб довести до Вашого відома простий факт — усі математичні принципи, положення і, звертаю Вашу увагу, математичні розрахунки до початку XVIII століття в Європі проводили переважно мовними виразами, тобто не числами, а сло-ва-ми. У XVIII—XIX століттях математика стає загальновживаною завдяки використанню в розрахунках арабських (тобто індійських) чисел, а не римських, а математика стає символьно-формалізованою. Така «числово-математична уніфікація» дозволила, по-перше, ввести в математиці термінологічну однозначність, не лише числову та символьну, а й мовну, по-друге, – стислість математичного запису. Тобто в математиці стало можливим оприлюднювати максимум інформації в мінімумі запису.

Проте на відміну від математики у фінансах до цього часу переважають мовні формули, а не математичні. Перегляньте економічні й фінансові підручники. У них мова йде, переважно, про розрахунки грошових показників, але моделі їх розраховування описані мовними виразами. Можна констатувати: на початку XXI століття фінансові розрахунки описують так, як писали математику до XVIII століття, ─ мовними формулюваннями механізмів числового розрахунку. Отже, одним із завдань цього підручника є проблема однозначності фінансової термінології, що дасть можливість фінансистам розуміти один одного без побоювань, що вони говорять не про одне й те саме. З іншого боку, термінологічна однозначність разом із широким використанням фінансових формул значно скоротить текстові обсяги навчальних джерел без втрат їх змістовного наповнення.

Після ознайомлення з цією книгою Ви будете згодні з висловом: ЯКЩО ПОВТОРЕННЯ ─ МАТИ НАВЧАННЯ, ТО ВИЗНАЧЕНІСТЬ ТЕРМІНІВ ─ БАТЬКО НАВЧАННЯ.

У тексті підручника вперше виділені правила, якими користуються фінансисти всього світу, але особливо на них не акцентується. Такі правила в підручнику названі неоголошеними правилами, вони розміщені в тексті та зібрані окремо в кінці підручника.

Бажаю успіху Вам в опануванні теорії й практики фінансових розрахунків, **Шановний допитливий читачу.**

Частина 1
ПРИНЦИПИ ФІНАНСОВИХ РОЗРАХУНКІВ

Розділ 1 ПЕРЕДМОВА ДО РОЗРАХУНКОВИХ ОПЕРАЦІЙ У ФІНАНСАХ

1.1 Теоретичні основи та термінологічні особливості фінансових розрахунків

Економічні дисципліни містять у своєму арсеналі низку методів, які є інструментарієм аналітичних або синтетичних кількісних розрахунків. Із переліку економічних наук усі дисципліни фінансового спрямування беруть за основу у своїх кількісних розрахунках грошові показники. Гроші як явище суспільно-економічних відносин надають особливих рис загальноматематичному апарату розрахунків. Тому економічні і насамперед фінансові розрахунки мають свої особливості, і ці особливості перетворюють розрахунки, де об'єктом є гроші та їх рух у часі, в специфічні розрахунки, які є частково відмінними від математичних, — у фінансові розрахунки.

У зв'язку з тим, що об'єктивно кількісною основою розрахунків є гроші, теоретичні підходи до розуміння основ розрахунків у фінансовій сфері почнемо з визначення грошей. На сьогодні не має однозначної відповіді на запитання, що ж таке гроші. Визначення, які не викликали сумнівів в одних суспільних умовах, зі зміною останніх вступали в суперечність з реальною дійсністю і відкидалися. Цьому є пояснення — сутність грошей змінюється адекватно змінам характеру суспільних відносин, в яких вони функціонують. Отже, для вирішення завдань кількісного характеризування процесів фінансово-економічного спрямування необхідне «своє» визначення.

З досить великого за обсягом переліку існуючих визначень сутності грошей для досліджень особливостей фінансових розрахунків найбільш придатним є таке визначення.

Гроші ─ це специфічний товар, що має властивість обмінюватися на будь-який інший товар та виконує функцію загального еквівалента.

У наведеному визначенні звертаємо увагу на першу частину визначення, а саме: **«Гроші ─ це … товар, …».** Саме цей аспект характеристики грошей, що гроші ─ це товар, ─ вказує на одну із форм використання грошей.

Якщо товар ─ продукт праці, який виробляють для обміну, тобто товар ─ це річ або послуга , яка купується чи продається, то й гроші використовують як товар, тобто гроші і продають, і купують.

Сучасне суспільство у межах сфери обігу грошей має такий вид діяльності, що вирішує завдання перерозподілу грошей на основі нееквівалентного повернення взятої в тимчасове користування суми грошей, і в рамках цього перерозподілу у суспільстві функціонує обмін грошима у формах купівлі та продажу грошей. Саме банки є спеціалізованими суб'єктами економічних відносин, що купують та продають гроші.

Специфічність (від лат. *specificus* ─ особливий) грошового товару в тому, що гроші мають виняткову, притаманну тільки їм властивість, а саме: **обмінюватися на будь-який інший товар.** Ні один товар не має такої істотної ознаки. А якщо в майбутньому з'явиться річ або будь-що інше, на що охоче будуть обмінювати всі (саме всі!) інші товари, то це й будуть гроші.

Довідкова інформація

Те, що зараз ми називаємо банківською справою, зародилося на півночі Італії у XV сторіччі, коли лихварі надавали позики грошима чи коштовностями, сидячи на «своєму робочому місці» ─ на лавках, які італійською мають назву «banka». Багато хто з перших банкірів були ювелірами і мали справу з коштовностями, в тому числі і з золотом, і поступово їх «платіжні зобов'язання» (векселі) набули визнання як самостійна міра обміну. Звідси *походить назва «банкнота» (від англ. «bank-notes» ─ банківські мітки, або більш вживаний вільний переклад ─ банківські білети). Якщо такого банкіра ловили на шахрайстві, його оголошували неспроможним, майно конфісковували та виганяли з банківських рядів, а його лавку розламували. Італійською мовою (або латинською) стан покараного несумлінного банкіра має назву «банкрут», від італійської «bankrupt», що означає ─ зламана лавка.*

Маленька історична довідочка в попередньому абзаці про походження слова «банк» надана не випадково. У банківській справі, а також загалом у фінансах багато італійських (латинських) слів-термінів, вони стали загальновживаними у фінансовій сфері багатьох країн світу, в тому числі і в Україні.

Отже, гроші ─ це товар, а банки є організаціями, що купують та продають гроші. Звідси банки ─ це юридичні особи, установи, метою діяльності яких є одержання прибутку, і тому вони є комерційними банками. **Комерційні банки** (далі ─ КБ) ─ це фінансові установи, що здійснюють універсальні банківські операції та надають різноманітні банківські послуги фізичним та юридичним особам усіх галузей суспільної та економічної діяльності.

Продаж грошей комерційними банками і взагалі будь-якими банками має італійську назву ─ кредитування, що походить від латинського слова «*credo*», що означає «вірю», «довіряю». Така «довірча» сутність операції з продажу грошей виникає тому, що банк повинен так «довіряти» клієнту, якому продає гроші, щоб бути впевне-ним, що клієнт через обумовлений строк не тільки поверне взяту суму грошей, але й ще «додасть» зазначену на початку операції кредитування суму «зверху». Ця сума грошей «зверху» є платою за тимчасове користування взятими у КБ грошовими коштами і у фінансах має назву ─ процент.

Розглянемо детальніше операцію кредитування з двох позицій: з позиції клієнта КБ, який бере кредит, та з позиції КБ, який надає кредит.

Для клієнта КБ операція купівлі грошей (клієнт бере кредит) має такий грошово-часовий вигляд: наприклад, клієнт бере в борг, або в кредит (купує у КБ), суму 1 000 000 грн строком на 1 рік, а повертає через 1 рік більше грошей, ніж брав, наприклад, 1 300 000 грн. У цій поверненій сумі загальною кількістю 1 млн 300 тис. грн, ─ 1 млн грн ─ це взята клієнтом у кредит сума, яка латинською має назву «*positio*» (у перекладі ─ початкова форма, початковий стан), українською ─ «позика», польською ─ «позичка», а 300 тис. грн ─ це плата клієнта за користування одним мільйоном упродовж 1 року, або річна ціна купівлі одного мільйона гривень. Сума 300 тис. грн має назву «процент».

Для КБ операція продажу грошей (КБ надає кредит) має таку грошову характеристику: банк надає в борг, або кредитує (продає клієнту), суму 1 000 000 грн строком на один рік, а одержує через 1 рік більше грошей, ніж давав на початку операції, наприклад, одержує 1 300 000 грн. У цій поверненій сумі загальною кількістю 1 млн 300 тис. грн, ─ 1 млн грн ─ це надана банком у кредит сума, тобто сума, яка є власністю банку (сума позики), а 300 тис. грн ─ це сума, яку стягує банк із клієнта за користування упродовж зазначеного одного року взятим мільйоном гривень, тобто процент.

Виникає доречне запитання. Звідки банки беруть гроші, які потім пропонують для продажу? Свої власні грошові кошти КБ, як правило, має, це *статутний фонд банку*, але його розміру катастрофічно недостатньо для тривалої та стабільної роботи банку.

Статутний фонд банку ─ це, як правило, грошові кошти або майно, які внесли в банк його засновники (або акціонери) які, таким чином, стали власниками банку. Статутний фонд банку формується, як правило, за вимогою *законів, має мінімальний розмір і не обмежується максимальним розміром та використовується банком у будь-яких його операціях.*

Довідкова інформація

Майже кожна заможна людина скаже, що вона своїм успіхом зобов'язана грошам, які вона брала в борг (а точніше — купувала) для досягнення своєї ділової мети. Деякі фірми фінансують себе зі своїх власних доходів. Але це не фінансова діяльність. А зовсім інше. Це — комерція. Правило бізнесмена-фінансиста: щоб у майбутньому МАТИ ***СВОЇ*** *ВЕЛИКІ ГРОШІ, треба спочатку , а краще завжди ВИКОРИСТОВУВАТИ* ***ЧУЖІ*** *ВЕЛИКІ ГРОШІ. Якщо можна одержати в тимчасове користування гроші і за це не платити процент, це найкращий варіант. Але, якщо ні, тоді треба гроші позичати під процент, тобто — за плату.*

Комерційні банки купують гроші у тих, хто бажає їх продати банку. Купівля банками грошей має свою специфіку. Коли банк купує гроші, це не означає, що куплені гроші стають власністю банку. Купівля банком грошей означає, що банк бере гроші в борг на визначений час і повертає взяту суму в кінці строку. Для «народження» бажання у потенційних продавців передати свої гроші у тимчасове користування банку банк пропонує такі умови. Усім юридичним та фізичним особам, які мають тимчасово вільні грошові кошти, пропонується передати банку певні суми грошей, які вони забажають, на визначений строк. Після закінчення строку банк повертає взяті в борг гроші, але в сумі більшій, ніж брав.

Довідкова інформація

Може виникнути запитання. Чому суб'єкти грошового ринку, які мають тимчасово вільні гроші, продають їх через посередників, а саме через банки, а не прямо тим хто має потребу в грошах?

У будь-якій державі право торгівлі грошима надається не всім суб'єктам підприємницької діяльності, а лише окремим. В основному функцію купівлі-продажу грошей більшість держав земної кулі законом закріпили за банками. Іншим суб'єктам ринку проводити торговельні операції з грошима категорично заборонено. При проведенні таких операцій попри заборону до порушників застосовують як фінансову, так і кримінальну відповідальність.

Розглянемо операцію купівлі банком грошей із двох точок зору: з точки зору клієнта КБ, який передає банку певну суму грошей у тимчасове користування, та з точки зору КБ, який бере ці гроші на визначений строк.

Для клієнта КБ операція «продажу», а точніше передачі грошей у тимчасове користування (клієнт вкладає гроші в банк, а, можна сказати, кредитує банк), має такий фінансовий вигляд: наприклад, клієнт надає в борг банку суму 1 000 000 грн строком на 1 рік, а одержує від банку через один рік більше грошей, ніж давав, наприклад, суму ─ 1 200 000 грн. У цій поверненій клієнту сумі загальною кількістю 1 млн 200 тис. грн 1 млн грн ─ це надана до банку клієнтом сума, яка латинською мовою має назву «*deposit*», або «*depositio*» (у перекладі ─ вклад, внесок, здане на зберігання), іншими мовами можуть бути будь-які інші найменування, а 200 тис. грн ─ це плата банку клієнтові за користування одним мільйоном упродовж одного року, або ціна одного мільйона гривень, що також має назву «процент».

На практиці в банківській діяльності операції вкладу грошей у банк мають назву депозитних операцій.

Для КБ операція «купівлі» грошей (КБ приймає від клієнта вклад) має таку грошову характеристику: банк бере у клієнта в борг, тобто на депозит, суму 1 000 000 грн строком на один рік, а повертає через рік більше грошей, ніж одержав на початку операції: наприклад, повертає клієнтові 1 200 000 грн. У цій поверненій сумі 1 млн 200 тис.

грн 1 млн грн ─ це одержана банком сума депозиту, тобто сума, яка є власністю клієнта (сума вкладу), а 200 тис. грн ─ це сума, яку надає банк клієнту за користування впродовж 1-го року його грошима (його одним мільйоном гривень), тобто процент.

Практично, в діяльності банку депозитні та кредитні операції проходять або одночасно, або не збігаються у часі, але можливість надавати кредити існує тільки тоді, коли існують кошти для позик (фінансовою мовою ─ позичковий капітал), тобто грошові кошти депозитних вкладів передують кредитним операціям та є основою кредитних операцій.

Тому надалі розглянемо діяльність КБ на прикладі з депозитною та кредитною операціями в їх взаємозв’язку.

<u>Приклад 1.1</u>

Банк одержав на депозит 1 млн грн на строк 1 рік та домовився повернути вкладнику через рік його 1 млн грн і 200 тис. грн процентів. У той самий день, коли було отримано депозит, банк суму цього депозиту надав в позику (в кредит) на умовах, що боржник поверне суму взятого кредиту через 1 рік, а також через1 рік боржник передасть банку плату за користування кредитом у сумі 300 тис грн. Розглянемо результат вищенаведених операцій для банку.

Операції ─ депозитну та кредитну, які проведено на початковій стадії, ─ умовно назвемо ─ «сьогодні», показано схематично на рис. 1.1.

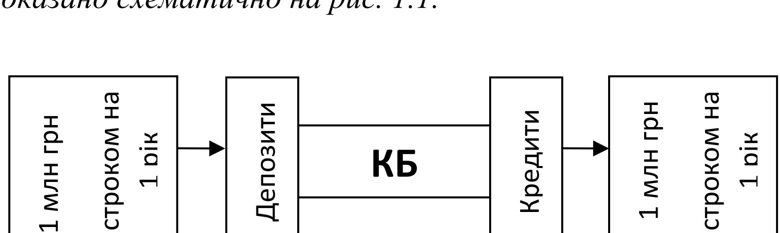

Рисунок 1.1 ─ Початкові депозитно-кредитні операції

Операції, які згідно з попередніми депозитними та кредитними домовленостями проведено через 1 рік, умовно назвемо «в майбутньому», показано схематично на рис. 1.2.

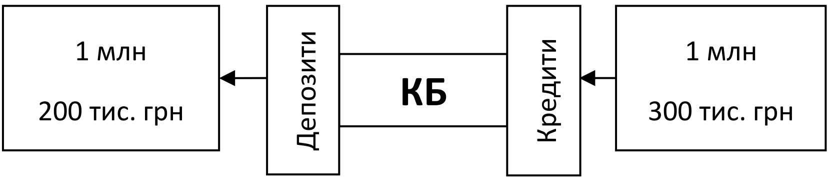

Рисунок 1.2 ─ Завершальні депозитно-кредитні операції

Через 1 рік (за умовами прикладу 1.1) до банку повернуто позику в розмірі 1 млн грн і сплачено процент за позику в сумі 300 тис. грн. Разом, за кредитною операцією банк отримує 1300 тис. грн. Цього ж дня банк повертає вклад (депозитний вклад) клієнту в сумі 1200 тис. грн. У результаті банк отримує дохід (прибуток) у розмірі 100 тис. грн (1300 тис. грн ─ 1200 тис. грн).

На завершення цього коротенького експрес-розгляду діяльності КБ зазначимо, що операції комерційних банків поділяють на:

а) пасивні, пов’язані із залученням грошових коштів (вкладів) у банк (депозитні);

б) активні ─ за розміщенням залучених коштів, у тому числі за наданням позик (кредитні);

в) комісійно-посередницькі (власне посередницькі, довірчі, лізингові, факторингові, трансфертні та ін.)

Загалом ринку купівлі-продажу грошей властиві усі елементи звичайного ринку ─ попит, пропозиція, ціна. Проте специфіка товару грошового ринку, ─ а таким товаром є гроші, визначає особливий характер кожного з цих елементів: попит має форму попиту на позики, пропозиція має форму пропозиції позик, а ціна ─ форму процента на позичені кошти.

1.2 Процент, його суть та види

Процент ─ плата, яку сплачує позичальник за користування позиченими коштами.

У математиці під словом «процент» (від латинського «*pro centum*» – на сотню) або під словом «відсоток» розуміють соту частину будь-якого числа, взятого за ціле.

У фінансах (на відміну від математики) ПІД КАТЕГОРІЄЮ «**ПРОЦЕНТ**» РОЗУМІЮТЬ **СУМУ ГРОШЕЙ** (ПЛАТУ **В ГРОШОВИХ ОДИНИЦЯХ**), ЩО ВИПЛАЧУЄ БОРЖНИК ЗА КОРИСТУВАННЯ ГРОШИМА, ВЗЯТИМИ В БОРГ, тобто за користування позикою (позичковим капіталом) або за користування депозитами.

Процентна плата виникає на базі різноманітних фінансових операцій: процент сплачується за державними цінними паперами і споживчим кредитом, корпоративними облігаціями і банківськими депозитами, заставами під нерухомість і міжнародними позиками тощо. Але, незважаючи на кількість форм процента, він має єдину природу і єдине джерело.

Природа, або **суть процента,** полягає в тому, що процент ─ один із видів доходу, який відображає специфічний тип виробничих відносин ─ відносин між власником позичкового капіталу, який надає грошовий капітал у тимчасове користування (кредитором), і особою, яка застосовує цей капітал (позичальником).

З позиції кредитора процент є ціною позичкового капіталу. Але таке трактування сутності процента (а саме, що процент є ціною) є одностороннім і тому поверховим. Ціна є грошовим відображенням майбутнього доходу кредитора за умови, що позичальник візьме певну суму позичкового капіталу та поверне її, а також передасть кредитору «зверху» ще визначену на початку операції суму ─ процент. Такий дохід «зверху» кредитор називає ціною.

З позиції позичальника він платить процент (суму грошей «зверху») кредитору не за «певну суму позичкового капіталу», а за реальну можливість мати свій дохід, який він отримає від використання взятої «певної суми позичкового капіталу». Позичальник оплачує кредитору споживчу вартість (корисність), яка має здатність давати прибуток, як правило, за умови успішного застосування позичальником взятої суми позичкового капіталу.

Для позичальника також, як і для кредитора, процент є винагородою за право використання грошового капіталу. Для них обох процент — це правові відносини у сфері перерозподілу вартості. Кредитор надає право позичальнику використати «певну суму позичкового капіталу», а позичальник використовує це право.

У фінансовій сфері здатність грошей давати дохід у вигляді процента настільки зрощується з позичковим капіталом, що має вигляд його природної властивості. При цьому у фінансистів може зникати зв'язок із дійсним джерелом виникнення процента. Здається, що процент народжується капіталом (особливо грошовим), що процент є плодом капіталу самого по собі, є плодом власності (права) на капітал, є «природний продукт» капіталу незалежно від процесу виробництва. Але фактичною основою, джерелом процента є додана вартість, що створюється в процесі виробничого використання позичкового капіталу.

Процент як грошове відображення доданої вартості розподіляється між двома учасниками позичкової операції: одна частина стає власністю позичальника, а інша — передається позичальником кредитору у вигляді плати за взятий позичковий капітал.

Отже, **процент — це сума грошей, яка має форму плати, яку сплачує позичальник кредитору за користування позиченими коштами.**

Мовний вираз «відсоток» у розумінні як «сума грошей» не є фінансово коректним.

Термінологія у фінансовій сфері, яка відображається українською мовою, має, порівняно з російською мовою, таку відмінність: якщо вживаємо в україномовному фінансовому сенсі термін «процент», то мова йде про певну суму грошей; якщо використовується українською мовою фінансовий термін «відсоток», то мова йде про математичний знак «%», який означає соту частину будь-якого числа (об`єкта) , взятого за ціле (за 100 %).

Може здаватися, що термінологічні некоректності не мають великого значення і тому не слід на це звертати уваги. Але в україномовній фінансовій літературі існує термінологічна неузгодженість. Наприклад, у підручнику [5] за загальною редакцією М. І. Савлука, стор. 501, читаємо: «Процент ... ─ сота частка будь якого числа, що взяте за ціле. В українській мові його синонімом є слово «відсоток»». Мовна ідентичність не завжди збігається з науково-предметною. У математиці слова «процент» і «відсоток» за сутністю розрахунків збігаються, тобто є словами (термінами) ─ синонімами. У фінансових розрахунках, що викладаються українською мовою, терміни «процент» і «відсоток» мають відмінну один від одного суттєву завантаженість. Так, в Податковому кодексі України (закон № 2755-VI від 02. 12. 2010 р.) підпункт 14.1.206, пункту 1, статті 14, чітко визначено, як трактувати термін «проценти».

«14.1.206. ***проценти*** *─ дохід, який сплачується (нараховується) позичальником на користь кредитора як плата за використання залучених на визначений або невизначений строк коштів або майна.*

До процентів включаються:

а) платіж за використання коштів або товарів (робіт, послуг), отриманих у кредит;

б) платіж за використання коштів, залучених у депозит;

в) платіж за придбання товарів у розстрочку;

г) платіж за користування майном згідно з договором фінансового лізингу (оренди) (без урахування частини лізингового платежу, що надається в рахунок компенсації частини вартості об'єкта фінансового лізингу);

ґ) винагорода (дохід) орендодавця як частина орендного платежу за договором оренди житла з викупом, сплачено фізичною особою платнику податку, на користь якого відступлено право на отримання таких платежів».

Отже, *згідно з Податковим кодексом України* ***термін «процент» — це «дохід, який сплачується…», «платіж …», «винагорода…», тобто сума грошей.***

Також, у цьому Податковому кодексі, коли мова йде про показники, які означено терміном «відсоток», такі як, наприклад, частина статутного фонду (пункт 141.2), норми амортизації (підпункт 145.1.5, пункту 148.5), ставки податку (стаття 151), такі показники встановлюються у ***відсотках*** *стосовно відповідної базової величини. Звернемо увагу, що законодавець в тексті Податкового кодексу майже не використовував позначку «%», а зафіксував її (тобто позначку «%») словом-терміном «відсоток».*

Отже, термін «відсоток» — числовий показник із позначкою «%».

Як форма ціни грошей процент істотно відрізняється від ціни на звичайні товари. Розмір процента (в розумінні ціни грошей) визначається не стільки величиною вартості, яку несуть в собі позичені гроші, а ще й їх можливостями у часі — здатністю доставити позичальнику потрібні блага в даний момент або за даний проміжок часу. Тому розмір процентного платежу залежить не тільки від розміру позики, а й від строку її використання.

Приклад 1.2

Підприємство має намір взяти кредит 100 тис. грн. За користування цим кредитом воно повинно сплатити банку суму процентів. Якщо підприємство буде користуватися кредитом 1 рік, то сума процентів (за умовами кредитної угоди) буде дорівнювати 10 тис. грн, якщо буде користуватися 6 місяців, процент буде 5,0 тис. грн., якщо буде користуватися 3 місяці, процент буде 2,5 тис. грн.

Оскільки на грошовому ринку існують різні способи купівлі-продажу грошей, існують і різні **види процента**: банківський, позичковий, депозитний, міжбанківський, обліковий, ломбардний, облігаційний тощо. Кожний з них має своє призначення і вирішує свої специфічні завдання.

Банківський процент ─ узагальнена назва процентів за операціями банків.

Загалом в Україні комерційний банк може проводити понад 34 видів операцій. На ведення кожної операції банк повинен придбати ліцензію, яку надає Національний банк України (НБУ). При веденні будь-якої з цих операцій банк стягує з клієнтів плату, яка може мати форму процента. Про дві операції КБ уже йшла мова (див. *приклад 1.1*), це кредитні та депозитні операції. Отже, існують відповідні їм проценти.

Позичковий процент ─ сума грошей, яку стягує банк зі своїх клієнтів за надання їм грошових коштів (позики) на визначений строк. У побутовому розумінні позичковий процент можуть називати «кредитний процент», або «процент за кредитом», але в економічній літературі за процентом за взятими кредитами закріплено термін «позичковий процент».

Депозитний процент ─ сума грошей, яку надає банк своїм клієнтам за тимчасове користування їхніми грошовими коштами (депозитами, вкладами, внесками). Депозитний процент повинен бути нижчим за позичковий процент, оскільки за рахунок цієї різниці між позичковим та депозитним процентами, що називається **валовою маржею**, банки одержують дохід і формують прибуток.

Також не заборонено будь-якому банку позичати гроші в інших банків. **Міжбанківський процент ─ сума грошей, яку сплачує банк іншому банку за тимчасове користування грошовими коштами, взятими у борг в іншому банку.**

Комерційні банки можуть брати позики (кредити) у Національному банку України. При такій операції плата за позику має назву «обліковий процент». **Обліковий процент ─ сума грошей, яку стягує центральний банк (в Україні ─ НБУ) із комерційних банків за позики, видані під заклад комерційних векселів.** Докладніше про механізм функціонування облікового процента буде пояснено в підрозділі 1.3 «Ставка процента: її суть, форми та види» у пункті 1.3.2 (див. *додаткову інформацію*).

Позичковий, депозитний, міжбанківський, обліковий ─ це види банківських процентів. Певна річ, що перелік банківських процентів значно ширший, але для розуміння основ фінансових розрахунків достатньо перелічених.

Ломбардний процент ─ сума грошей, яку стягує ломбард зі своїх клієнтів за надання їм грошових коштів на визначений строк під заставу рухомого і нерухомого майна, в т. ч. коштовностей.

Ломбарди ─ кредитні установи, які надають грошові позики під заставу. Ломбарди на відміну від банків не мають права проводити депозитні операції, але їм надано право користуватися для розвитку своїх операцій банківським кредитом.

Ломбардна операція ─ операція фізичних чи юридичних осіб з отримання коштів від юридичної особи, кваліфікованої як фінансова установа згідно із законодавством України, під заставу товарів або валютних цінностей. Ломбардні операції є різновидом кредиту під заставу.

Облігаційний процент ─ сума грошей, яку надає емітент інвесторам за облігаційними цінними паперами (облігаціями, сертифікатами тощо). Щоб зрозуміти це визначення, треба «розшифрувати» три «нові» терміни: емітент, інвестор, облігація.

Емітент (від лат. *emitto* ─ випускаю, *emissio* ─ випуск) ─ суб'єкт підприємницької діяльності, який випускає в обіг гроші або цінні папери.

Інвестор (англ. *investor*, від лат. *investo* ─ одягаю, наділяю) ─ той, хто купив цінні папери, а в більш широкому розумінні ─ той, хто робить довгострокові вкладення капіталу (коштів) у різні галузі економіки.

Облігація, або облігаційний цінний папір, ─ детальне висвітлення цього терміна надано в наступній додатковій інформації.

Додаткова інформація

У світі в обіг випускається (імітується) велика кількість різноманітних видів цінних паперів. Вони можуть мати будь-які, навіть неочікувані форми і назви. Щоб не потонути в цьому океані цінних паперів, щоб «мати над ними владу», щоб управляти ними, є простий та ефективний метод, це ─ класифікація.

Усі види цінних паперів можна поділити (класифікувати) на дві великі групи:

─ цінні папери, які функціонують (тобто діють, працюють) як акції;

─ цінні папери, які функціонують як облігації.

Подальшу інформацію про цінні папери розглянемо з точки зору такої класифікації.

Цінні папери ─ це свідоцтво про участь їх власників у капіталі акціонерного товариства (це характеристика акції) або в наданні позики (це характеристика облігації) .

Цінні папери передбачають зобов'язання емітентів виплачувати власникам цінних паперів доходи у вигляді дивідендів (акції) або процентів (облігації).

В юридичному розумінні цінний папір — це майнове право, що засвідчується цим цінним папером та реалізується у порядку, який зазначено в ньому (стосується і акцій, і облігаційних цінних паперів).

Загалом можна сформулювати такі визначення.

***Цінні папери** — грошові документи, що засвідчують право володіння (акція) чи відносини позики (облігація), визначають взаємовідносини між особою, яка їх випустила (емітент), та їх власником (інвестор) і здебільшого передбачають виплату доходу у вигляді дивідендів (за акціями) або процентів (за облігаціями), а також можливість передачі грошових та інших прав, що випливають із цих документів, іншим особам.*

***Акція** — цінний папір без установленого строку обігу, що засвідчує пайову участь у статутному фонді акціонерного (публічного) товариства, підтверджує членство в акціонерному товаристві та право на участь в управлінні ним, дає право його власникові на одержання частини прибутку у вигляді дивіденду, а також на участь у розподілі майна в разі ліквідації акціонерного товариства.*

***Облігація** — цінний папір, що засвідчує внесення власником грошових коштів і підтверджує зобов'язання відшкодувати йому номінальну вартість цього цінного паперу в передбачений у ньому строк з виплатою фіксованого процента (якщо інше не передбачено умовами випуску).*

Звертаємо увагу, що будь-який цінний папір «працює» тільки так і «обіцяє» тільки те, що написано на ньому. Для бажаючих попрацювати з цінними паперами треба запам'ятати правило: особисто прочитати цінний папір, зрозуміти, як він працює — як акція чи як облігація, — і не довіряти іншій випадковій інформації (рекламі, порадам знайомих і не знайомих, інформації інших усних і письмових джерел).

Незважаючи на різні економіко-правові форми облігаційних цінних паперів, в аспекті фінансових розрахунків достатньо пам'ятати, що облігаційний папір — це зобов'язання емітента щодо виплати фіксованих сум грошей (процента) у фіксовані моменти часу у майбутньому.

Облігаційний процент повинен забезпечити зацікавленість інвесторів, у т. ч. банків, вкладати гроші в цінні папери, іншими словами, купувати цінні папери. Тому цей процент має бути вищим, ніж процент за банківськими депозитами, оскільки останні більш ліквідні, ніж цінні папери. Проте розмір облігаційного процента може істотно коливатися залежно від виду цінних паперів, рейтингу їх емітента, строку тощо.

У фінансовому світі облігаційний та депозитний проценти заслуговують на особливу увагу. Вони несуть інформацію про первинну ціну, яку мають гроші на початковому етапі надходження на грошовий ринок.

Отже, можемо підбити попередній підсумок та зазначити, що вищенаведені теоретичні положення із урахуванням практичних реалій привели до обґрунтування визначення терміна «процент» у його фінансовому розумінні. Тепер розглянемо сутність виразу «норма процента».

Норма (від лат. *norma* — зразок, взірець) в широкому розумінні — обмеження, якому підпорядковано певний процес чи його результати. Також це суспільно-історично визначена міра, яка є результатом реалізації тієї чи іншої ситуації, процесу, операції тощо. Термін «норма» поширено в багатьох науках. У фінансах термін «норма процента» має своє ексклюзивне визначення.

У фінансах для узагальнюючого відображення фактичного розміру і динаміки процента відносним грошовим показником є показник — норма процента. Звертаємо увагу, що норма процента — це:

─ показник, який характеризує ситуації, процеси, операції за фактом, тобто коли операції, процеси завершено і результати вже існують як здійснений факт (результативний показник);

─ відносний грошовий показник, тобто показник, що характеризує процеси, грошові операції, але сам не вимірюється одиницями грошей (грошовими сумами);

─ розрахунковий показник, тобто показник, що є результатом розрахунково-математичних операцій з грошовими сумами.

Норма процента розраховується (за визначений проміжок часу) як відношення суми грошей, сплачених у вигляді процента, до суми грошей або капіталу, наданих у позику.

Приклад 1.3

Якщо, за користування позикою 100 тис. грн упродовж одного року позичальник сплатив 5 тис. грн, то норма процента за 1 рік становить

$$\frac{5\ тис.\ грн}{100\ тис.\ грн} = 0{,}05,$$

або у відсотках ─ 5 % за 1 рік .

Можуть бути ніші умови користування позикою. Наприклад, за користування позикою 100 тис. грн упродовж року позичальник сплатив 2,5 тис. грн у першому півріччі і 3,5 тис. грн у другому півріччі, то річна норма процента становить

$$\frac{2{,}5\ тис.\ грн + 3{,}5\ тис.\ грн}{100\ тис.\ грн} = 0{,}06,$$

або у відсотках ─ 6 % за 1 рік .

При розрахунку норми процента береться до уваги розмір **фактично сплаченої суми процента** позичальником, а не сума процента, яку очікував кредитор і на яку на початку операції погоджувався позичальник.

Приклад 1.4

При укладанні кредитної угоди за користування позикою 100 тис. грн строком на 1 рік позичальник зобов'язався сплатити кредитору 6 тис. грн процентів і сплату провести в кінці строку. Після закінчення строку угоди (через 1 рік) позичальник зміг сплатити лише 4 тис. грн процентів, на що кредитор погодився. Навіть, якщо б кредитор і не погодився, а сплата процентів позичальником становила б фактично 4 тис. грн, ***норма процента розраховувалася б з фактично сплаченої суми процента.*** *Тобто до розрахунку включається процент в сумі 4 тис. грн (за фактом), а не 6 тис. грн (що повинно бути за початковою умовою). Отже, річна норма процента в наведеному прикладі дорівнює 4, а не 6 %.*

Норма процента відіграє певну роль при прийнятті економічних рішень. Норма процента є мінімальним показником економічної ефективності будь-якої підприємницької діяльності. У цьому її важлива практична роль. Жоден підприємець не наважиться вкладати свої кошти «в справу», яка дасть йому *норму прибутку*, нижчу ніж норма процента. (*Норма прибутку (англ. profit rate, або rate of return, або rate of profit) ─ відношення маси прибутку до обсягу вкладеного капіталу, що забезпечив її одержання.*) У такому випадку вигідніше внести ці кошти в банк на депозит чи купити цінні папери і без особливих турбот одержати більший дохід у вигляді процентів. Саме тому рівень і динаміка норми процента істотно впливають на процеси накопичення та інвестування капіталу.

Центральний банк (ЦБ) може регулювати норму процента. Утримуючи норму процента на незмінному рівні, ЦБ стабілізує ціну грошей і, як наслідок, ціни товарів, що, у свою чергу, є важливою передумовою прийняття виважених рішень усіма суб'єктами господарювання.

Відрізняють **типи** норми процента: ринкову та середню.

Ринкова норма процента є нормою, яка складається в кожний обраний період на ринку позик або депозитів. Вона коливається упродовж обраного більш тривалого періоду, ніж обраний для ринкової норми період.

Середня норма процента (англ. *average rate*) **є нормою в середньому за весь більш тривалий період порівняно з періодом ринкової норми процента.**

Середня та ринкова норми процента відрізняються між собою і в той самий час пов'язані. Ринкова норма процента відображає динаміку середньої норми в середині періоду, за який розрахована середня норма процента.

Приклад 1.5

Банк надавав позики строком на квартал. Результати кредитної діяльності за 1 рік:

Період	*1-й квартал*	*2-й квартал*	*3-й квартал*	*4-й квартал*	*Разом за рік*
Позика, тис. грн	*800*	*1200*	*900*	*1300*	*4200*
Процент, тис. грн	*240*	*420*	*225*	*520*	*1405*

Середня норма процента за 1 рік: 1405/4200 = 0,335, або 33,5 %.

Ринкова норма процента за 1–й квартал: 240/800 = 0,3, або 30 %.

Ринкова норма процента за 2–й квартал: 420/1200 = 0,35, або 35 %.

Ринкова норма процента за 3–й квартал: 225/900 = 0,25, або 25 %.

Ринкова норма процента за 4–й квартал: 520/1300 = 0,4, або 40 %.

У *прикладі 1.5* показано, що ринкові норми процента є складовою середньої норми процента, є своєрідною «внутрішньою наповненістю» середньої норми, але обчислювальні операції, метою яких є розрахунок середньої норми процента з використанням розмірів ринкових норм процента, неможливі. Якщо є сумніви, спробуйте провести розрахунок річної середньої норми процента, яка дорівнює 33,5 %, використовуючи тільки показники квартальних ринкових норм ─ 30 %, 35 %, 25 %, 40 %.

Ринкова норма процента є опосередкованим показником стосовно середньої норми процента. Це означає, що стосовно середньої норми процента розрахунок ринкової норми процента має чисельно іншу базу, ніж чисельна база середньої норми процента, а якісно їх бази збігаються, тобто їх якісною базою є суми грошей або капіталу, наданих у позику.

1.3 Ставка процента: її суть, форми та види

У підрозділі 1.2 визначено термін «процент» у його фінансовому розумінні. Тепер розглянемо сутність виразу «ставка процента».

Слово «ставка» походить від давнього слов’янського слова *«стать»*, яке зберегло своє первісне значення до наших днів. Серед багатьох слів, які «народилися» від слова *«стать»*, є похідне дієслово ─ становити (наголос на букву «о») або іменник ─ становлення. Жіночий рід слова «становлення» є ставка. У такому розумінні слово «ставка» має значення: становлення, встановлення, будування, творіння, творення, створення. Слово «ставка» за своєю етимологічною сутністю є «жіночість, що народжує», а тому вислів «ставка процента» розуміємо як «те, що народжує процент». Тоді вислів «ставка процента» має значення ─ встановлення процента, творення процента, створення процента. Це показник, за допомогою якого знаходять розмір (суму) процента.

Довідкова інформація

Ми вже згадували, що багато термінів у фінансах мають італійське (латинське) походження. Починаючи з XVIII і до середини XX сторіччя, у світі була створена одна *з найвеличніших імперій — Британська імперія. Вона стала відігравати провідну роль у світовій економіці, і саме тому багато фінансових термінів є англомовними.*

У сучасних світових фінансах поряд з італійськими термінами функціонують англійські терміни. Англійська традиція при вживанні фінансових термінів взагалі не вимагала розроблення жорстких, чітких, однозначних визначень термінів. Головне, щоб сторони розуміли, про що йде мова. До речі, такий самий підхід властивий і слов'янським мовам. А в німецькомовній традиції — чітка термінологічна однозначність — це основа взаєморозуміння. Отже, в сучасних фінансах досить широко використовують італійські та англійські терміни. Якщо англійські терміни перекладати українською мовою, можуть виникати протилежні за суттю визначення, і таке явище досить поширене в україномовній фінансовій літературі. Саме тому в цьому підручнику приділяється багато уваги удосконаленню саме україномовної фінансової термінології поряд із уживанням латинської та англійської.

З огляду на поширеність англомовних термінів будемо наводити їх англійські варіанти. Зазначимо, що англійською процент на капітал позначається словом *interest* на відміну від сотої частини числа — *per cent*.

Під узагальнюючим терміном «**ставка процента»** (англ. *rate per cent* — розмірність, рейтинговість процента у відсотках) **у фінансах розуміють показник для розрахунку розміру (суми) процента.** Таке розуміння є і сутністю, і характеристикою фінансового терміна «**ставка процента»**.

У побутовому мовленні часто використовують категоріальні терміни, або категорії, що означає узагальнення. Наприклад, термін «людина» — це категорія, або узагальнення. Указати на будь-кого і пояснити, що це є людина, — це майже нічого не сказати про того на кого вказано. У реальності, якщо вказують на людину, обов'язково укажуть на одну з двох конкретних форм людини ─ або на чоловіка, або на жінку (якщо не брати до уваги віковий стан: дитина, молодий, молода чи літній, літня тощо). Таке ж співвідношення існує між категоріальним терміном «ставка процента» і його конкретними формами ─ «процентна ставка» та «облікова ставка».

«Ставка процента» ─ це лише узагальнення, це загальна назва, яка об'єднує лише своєю характеристикою всі показники для розрахунку процента.

«Ставка процента» ─ це категоріальний термін, що в реальності (в практиці фінансових розрахунків) має лише дві конкретні форми: процентна ставка та облікова ставка.

Отже, **у фінансових (і в економічних) розрахунках існують і використовуються на практиці дві форми ставок процента: процентні ставки та облікові ставки.**

Принципова різниця між процентними ставками та обліковими ставками в тому, що вони функціонально призначені для різних баз розрахунку.

Під **процентною ставкою** (далі по тексту позначка **«*i*»**) у фінансах розуміють показник для розрахунку розміру (суми) процента, для якого за базу розрахунку береться сума, яка в часовому вимірі існує на початку фінансової операції або на початку періоду нарахування процента.

Під **обліковою ставкою** (далі по тексту позначка **«*d*»**) у фінансах розуміють показник для розрахунку розміру (суми) процента, для якого за базу розрахунку береться сума, яка з часової точки зору очікується в кінці фінансової операції або в кінці періоду нарахування процента.

Надалі про ці відмінності ще буде йти мова (див. розділи 2, 3, 4 та 5).

Кожна з форм ставок процента має свої види. **Вид ставки процента** характеризується залежно від використання в розрахунках механізму нарахування процентів. Найбільш поширено на практиці використовують два механізми нарахування процентів, а саме: 1) механізм простого нарахування процентів (див. підрозділ 2.1) та 2) механізм складного нарахування процентів (див. підрозділ 2.2). Тому **існують чотири види ставок процента**: два види процентних ставок ─ проста процентна ставка «$i_{пр}$» та складна процентна ставка «$i_{скл}$» та два види облікових ставок ─ проста облікова ставка «$d_{пр}$» та складна облікова ставка «$d_{скл}$». Також **кожний вид ставок процента має декілька типів**, наприклад, проста процентна ставка «$i_{пр}$» може бути за типом: або номінальною, або середньою, або реальною, або еквівалентною, або ефективною тощо. Щоб мати цілісне уявлення про взаємопідпорядкованість категорії «ставка процента», її форм, видів і типів, надаємо схему у вигляді таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 ─ Форми, види і типи ставок процента

Ставка процента: (назва, яка є узагальненням, категорією)				
Форма	процентна ставка		облікова ставка	
Вид	Проста процентна ставка «$i_{пр}$»	Складна процентна ставка «$i_{скл}$»	Проста облікова ставка «$d_{пр}$»	Складна облікова ставка «$d_{скл}$»
Тип	Номінальна. Середня. Реальна. Еквівалентна. Ефективна тощо	Номінальна. Середня. Реальна. Еквівалентна. Ефективна тощо	Номінальна. Середня. Реальна. Еквівалентна. Ефективна тощо	Номінальна. Середня. Реальна. Еквівалентна. Ефективна тощо

Кожна з форм ставок процента, тобто процентна і облікова ставки, в практичних розрахунках розглядаються як самостійне явище, що обслуговує свій окремий сектор грошового ринку. Це дає можливість розглядати процентні ставки або облікові ставки як узагальнення (категорію) і в межах такого узагальнення виділити конкретні форми процентної ставки, а також і конкретні форми облікової ставки.

Якщо існує визначений процент, то існує і відповідна йому форма ─ конкретна процентна ставка і також існує відповідна йому інша форма ставки процента ─ конкретна облікова ставка.

1.3.1 Форми процентної ставки (англ. *interest rate*)**.**

У підрозділі 1.2 згадувалися банківські проценти, отже, існують відповідні їм **банківські процентні ставки** (англ. *bank rate*).

Існує позичковий процент, отже, існує позичкова процентна ставка, або, що одне й те саме, кредитна процентна ставка, або, що одне й те саме, процентна ставка за кредитам. **Позичкова (кредитна) процентна ставка** (англ. *rate of interest*, або *loan rate*) **─ це показник для розрахунку позичкового процента (процента за кредитом).**

Існує депозитний процент, отже, існує депозитна процентна ставка, або, що одне те саме, процентна ставка за вкладами в банк, або, що одне й те саме, процентна ставка за депозитами. **Депозитна (за вкладами) процентна ставка** (англ. *banker's deposit rate*) **─ це показник для розрахунку депозитного процента (процента за вкладами).**

Існує міжбанківський процент, отже, існує міжбанківська процентна ставка, або, що одне й те саме, процентна ставка за банківськими позиками, наданими іншим банкам. **Міжбанківська процентна ставка ─ це показник для розрахунку міжбанківського процента.**

Також відповідно існують **ломбардні процентні ставки і облігаційні процентні ставки** (англ. *bond rate*)**.**

Існують і інші форми процентних ставок (за їх типами).

Номінальна процентна ставка (*nominal rate of interest*) **— показник процентної ставки, що фактично склався на ринку в даний момент часу для конкретної фінансової операції.**

Номінальна процентна ставка — це ставка, що **застосовується** на ринку в даний момент часу для конкретної фінансової операції. Таким чином, маємо: номінальні позичкові (кредитні) процентні ставки, номінальні депозитні процентні ставки, номінальні міжбанківські та ломбардні процентні ставки та інші.

Номінальна процентна ставка за облігаційними цінними паперами також існує і при фінансових обчисленнях облігаційних показників має англомовну назву **— купонна ставка** (англ. *coupon rate*).

Реальна процентна ставка (англ. *real interest rate*) **— це показник, в якому номінальна процентна ставка скоригована на рівень інфляції.**

Детальніше про механізм коригування — у розділі 10.

Середня процентна ставка. Якщо розглядати середню процентну ставку за результатами минулих фінансових операцій, то це є середня норма процента. Якщо обчислювати середню процентну ставку на поточний момент або на момент у майбутньому, або на період від поточного моменту до майбутнього, то розрахунок середньоарифметичного або середньозваженого, або розрахованого іншим методом показника в результаті надасть лише дуже приблизне значення ставки, що складеться в реальності. У результаті розрахунку отримаємо попередній показник (англ. *provisional rate*).

Першокласна процентна ставка (англ. *prime-rate*) **—** пільгова ставка, яка встановлюється комерційними банками для надання позик найбільш солідним та фінансово стійким (частіше, особливо крупним) позичальникам, з якими пов’язаний найменший рівень ризику.

Базова ставка (англ. *base rate*, або *basic rate*) **─ ставка, яку банки використовують для встановлення процентних ставок за позиками.**

Орієнтиром для розміру базової ставки, як правило, є облікова ставка центрального банку. Іноді її називають базовою ставкою, але це неточність. **Базова ставка, як правило, має вигляд процентної ставки.** Для України, якщо облікову ставку НБУ перерахувати в еквівалентну їй процентну ставку, то це й буде базова ставка за позиками, що надаються в національній валюті.

Банк має право надавати позики в валютах інших країн. Процентна ставка для позик в іноземній валюті не встановлюється кожним банком «вільно, як забажається». Процентна ставка для позик в іноземній валюті кожним банком розраховується. Основою для розрахунку є базова ставка за кожною з валют. Про розмір базової ставки за кожною з валют інформує банк, який розміщений у Лондоні і має назву The London Interbank Offered Rate. За першими літерами назви банку ставки за валютами мають узагальнюючу назву ─ ставки LIBOR.

Ставка LIBOR ─ лондонська міжбанківська ставка, за якою провідні банки пропонують валютні позики один одному в даний момент і на визначений строк. Абревіатура ставки може бути і кирилицею ─ ставка ЛІБОР.

Ставка ЛІБОР ─ процентна ставка, що застосовується на лондонському ринку банками першої категорії для сплати їх взаємних депозитів.

У міру розширення міжнародного ринку позичкових капіталів в окремих країнах з'являлись аналогічні ЛІБОР свої базові ставки: ПІБОР (Париж), ФІБОР (Франкфурт-на-Майні), БІБОР (Бахрейн), НІБОР (Нісау, Нью-Йорк, Норвегія), ЛЮКСІБОР (Люксембург), СІБОР (Сінгапур), ТІБОР (Токіо) тощо.

Фіксовані процентні ставки є незмінними за весь період фінансової операції.

«Плаваючі» (змінні) ─ процентні ставки, величина яких змінюється залежно від обумовлених заздалегідь чинників, наприклад, від зміни рівня інфляції, облікової ставки центрального банку, зміни вартості кредитних ресурсів тощо. У разі застосування «плаваючої» процентної ставки встановлюється не сама процентна ставка, а її складові: базова ставка і розмір надбавки до неї ─ спред (*spread*).

Можливе комбінування ставок, наприклад, застосування фіксованої процентної ставки на частину платежів і змінної ─ на решту.

1.3.2 Форми облікової ставки (англ. *rate of discount*)**.**

У підрозділі 1.2 мова йшла про обліковий процент, отже, в практиці фінансових розрахунків існує і облікова ставка.

Облікова ставка ─ це показник для розрахунку облікового процента.

Додаткова інформація

Нагадуємо визначення, наведене в підрозділі 1.2 ***«Обліковий процент ─ сума грошей, яку стягує центральний банк (в Україні ─ НБУ) з комерційних банків за позики, видані під заклад комерційних векселів».*** *Для розуміння цього визначення потрібно розкрити механізм надання позик НБУ комерційним банкам, який міститься в цьому визначенні.*

Комерційний банк може залучати кошти на депозит від фізичних осіб, від юридичних осіб, у тому числі позичати гроші в інших банків, а також, взяти позику в НБУ.

Коли КБ надає або приймає кошти, він, як правило, укладає з клієнтами договори ─ депозитні чи кредитні. Але коли КБ хоче взяти позику в НБУ, то механізм одержання позики від НБУ оформлюється не договором. У цьому випадку задіяний інший механізм. НБУ за надання позики вимагає від комерційного банку комерційні векселі.

Вексель ***—*** *цінний папір, який засвідчує безумовне грошове зобов'язання векселедавця сплатити після настання строку зазначеному у векселі суму грошей тому, хто пред'явить цей вексель як власник (векселевласник). Випускаються два види векселів: простий і переказний.*

Власне сам КБ «створити» комерційний вексель не може. Векселі, які емітує (випускає) КБ, є фінансовими векселями, а НБУ вимагає від КБ комерційні векселі. Є ще одна особливість: на векселях не зазначено, комерційні вони чи фінансові. Тому комерційний вексель визначається за ознаками.

Комерційний вексель ***—*** *це боргове зобов'язання юридичних осіб із позитивною кредитною історією, виключно промислових підприємств, що стабільно працюють, випускають продукцію (товар), з успіхом його продають і одержують стабільний прибуток. Комерційний вексель має товарне покриття на відміну від фінансових, які його не мають.*

Щоб стати власником комерційного векселя, КБ надає позики не через оформлення договорів позики, а через одержання від позичальника переказного векселя (звичайно обирається позичальник, що підпадає під ознаки комерційного векселедавця).

Облік векселів — *купівля банком (або будь-яким іншим суб'єктом) векселів до закінчення їх строку дії.*

Приклад 1.6

Наприклад, промислове підприємство отримало 01.07.2020 р. від КБ позику в розмірі 100 млн грн строком на 1 рік, а банку передало переказний вексель, в якому зазначено, що пред'явнику цього векселя у визначену дату, а саме 01.07.2021 р., промислове підприємство поверне 130 млн грн. На момент 01.07.2020 р. власником цього векселя стає комерційний банк. У цей самий день КБ пропонує цей вексель НБУ як заставу під позику, яку бере КБ від НБУ. НБУ в цей самий день після перевірки векселя (перевіркою *визнано — вексель комерційний) погоджується його купити, або фінансовою мовою — обліковує вексель. Облік векселя (тобто купівлю векселя) НБУ проводить за обліковою ставкою, яка діє на той момент. Розмір облікової ставки, що діє на 01.07.2010 р. (умовно у цьому прикладі), становить 10 %.*

*Ціна купівлі векселя (**облік векселя**) розраховується за два етапи. **1-й етап** — розраховується розмір (сума) облікового процента: 130 млн грн · 10 % / 100 % = = 13 млн грн. **2-й етап** — власне обчислення ціни купівлі векселя: 130 млн грн — 13 млн грн = 117 млн грн. Отже, НБУ купує у КБ вексель промислового підприємства за 117 млн грн. Дата купівлі векселя НБУ — 01.07.2020 р. З цієї дати власником векселя стає НБУ, а КБ одержує 117 млн грн і ніколи не поверне їх до НБУ. КБ стає власником 117 млн грн і знову може надавати їх в позику під процент. НБУ, віддавши комерційному банку 117 млн грн, буде зберігати вексель у себе 1 рік і 01.07.2021 р. пред'явить його промисловому підприємству та одержить за ним 130 млн грн.*

За допомогою *прикладу 1.6* показано механізм надання позик НБУ комерційним банкам під заставу комерційних векселів. У цьому механізмі пропонуємо звернути увагу на розрахунок облікового процента (див. у *прикладі 1.6* останній абзац: — *...(**облік векселя**)... **1-й етап** ... **2-й етап**...* та далі в тексті *прикладу 1.6*). За базу в механізмі розрахунку облікового процента береться сума зазначена у векселі, яка з часової точки зору очікується в кінці фінансової операції. А облікова ставка (10 %) використовується як коефіцієнт, як пайова частка, за допомогою якої розраховується процент, який є у складі суми 130 млн грн.

Ставка облікового процента займає особливе місце серед видів та форм ставок процента. Облікова ставка встановлюється центральним банком на основі ретельного вивчення стану грошового ринку (*табл. 1.2*). Вона є своєрідним барометром цього ринку та орієнтиром для визначення розміру процентних ставок за всіма іншими видами операцій на грошовому ринку.

Використання облікової ставки центральним банком під час видачі позик комерційним банкам, тобто на початку надходження грошей в обіг, перетворює її на офіційний норматив ціни грошей, на який орієнтуються всі суб'єкти грошового ринку. Тому рух ринкових ставок за всіма формами процентів певною мірою повторює коливання ставки облікового процента, проте повністю з ним не збігається.

Довідкова інформація

Таблиця 1.2 – Офіційні розміри облікової ставки Національного банку України, або ставка рефінансування (англ. official rate of discount), 1999–2022 рр.

Дата введення	*Розмір*	*Дата введення*	*Розмір*
з 24.05.1999 р.	*45,0 %*	*з 09.06.2004 р.*	*7,5 %*
з 01.02.2000 р.	*35,0 %*	*з 07.10.2004 р.*	*8,0 %*
з 24.03.2000 р.	*32,0 %*	*з 09.11.2004 р.*	*9,0 %*
з 10.04.2000 р.	*29,0 %*	*з 10.08.2005 р.*	*9,5 %*
з 15.08.2000 р.	*27,0 %*	*з10.06.2006 р.*	*8,5 %*
з 10.03.2001 р.	*25,0 %*	*з 01.06.2007 р.*	*8,0 %*
з 07.04.2001 р.	*21,0 %*	*з 01.01.2008 р.*	*10,0 %*
з 11.06.2001 р.	*19,0 %*	*з 30.04.2008 р.*	*12,0 %*
з 09.08.2001 р.	*17,0 %*	*з 15.06 2009 р.*	*11,0 %*
з 10.09.2001 р.	*15,0 %*	*з 12.08.2009 р.*	*10,25 %*
з 10.12.2001 р.	*12,5 %*	*з 08.06.2010 р.*	*9,5 %*
з 11.03.2002 р.	*11,5 %*	*з 08.07.2010 р.*	*8,5 %*
з 04.04.2002 р	*10,0 %*	*з 10.08.2010 р.*	*7,75 %*
з 05.07.2002 р.	*8,0 %*	*з 23.03.2012 р.*	*7,5 %*
з 05.12.2002 р.	*7,0 %*	*з 10.06.2013 р.*	*7,0 %*

Продовження таблиці 1.2

Дата введення	*Розмір*	*Дата введення*	*Розмір*
з 13.08.2013 р.	*6,5 %*	*з 15.12.2017 р.*	*14,5 %*
з 15.04. 2014 р.	*9,5 %*	*з 26.01.2018 р.*	*16,0 %*
з 17.07.2014 р.	*12,5 %*	*з 02.03.2018 р.*	*17,0 %*
з 13.11.2014 р.	*14,0 %*	*з 03.07.2018 р.*	*17,5 %*
з 06.02.2015 р.	*19,5 %*	*з 07.09.2018 р.*	*18,0 %*
з 04.03.2015 р.	*30,0 %*	*з 25.04.2019 р.*	*17,5 %*
з 28.08.2015 р.	*27,0 %*	*з 18.07.2019 р.*	*17,0 %*
з 25.09.2015 р.	*22,0 %*	*з 06.09.2019 р.*	*16,5 %*
з 22.04.2016 р.	*19,0 %*	*з 25.10 2019 р.*	*15,5 %*
з 27.05.2016 р.	*18,0 %*	*з 13.12.2019 р.*	*13,5 %*
з 24.06.2016 р.	*16,5 %*	*з 31.01.2020 р.*	*11,0 %*
з 28.07.2016 р.	*15,5 %*	*з 13.03.2020 р.*	*10,0 %*
з 16.09.2016 р	*15,0 %*	*з 24.04.2020 р.*	*8,0 %*
з 28.10.2016 р.	*14,0 %*	*з 12.06.2020 р.*	*6,0 %*
з 14.04.2017 р.	*13,0 %*	*з 05.03.2021 р.*	*6,5 %*
з 25.05.2017 р.	*12,5 %*	*з 23.07.2021 р.*	*8,0 %*
з 07.07.2017 р.	*12,5 %*	*з 10.09.2021 р.*	*8,5 %*
з 03.08.2017 р.	*12, %5*	*з 09.12.2021 р.*	*9,0 %*
з 14.09.2017 р.	*12,5 %*	*з 21.01.2022 р.*	*10,0 %*
з 27.10.2017 р.	*13,5 %*	*з 03.06.2022 р.*	*25,0 %*

Теоретично, для будь-якої банківської операції або для будь-якої іншої фінансової операції існує відповідна їм облікова ставка. Теоретично кількість форм облікових ставок така сама, як і процентних. Проте на практиці так склалося, що обліковою ставкою користуються переважно під час обліку векселів. І також обліковою ставкою користуються центральні банки, з операційних позицій яких облікова ставка є обліковою ставкою за позиками, що надають центральні банки комерційним.

Необхідно зазначити, що облікову ставку НБУ активно використовують в Україні у сфері оподаткування.

1.4 Показники вимірювання ставок і норм процента

Ставки процента, тобто усі види ставок процента, у всіх їх формах функціонують, як правило, у відсотках за один рік (або за певний проміжок часу, відмінний від одного року). Наприклад: 10 % річних, 4 % за місяць, 8 % за квартал, 46 % за 1,5 року. Таким самим чином вимірюють і показники норм процентів.

Доречно ще раз нагадати, що змістовність термінів у фінансовій сфері, яка відображається українською мовою, має свою особливість: якщо вживаємо в україномовному фінансовому розумінні термін «процент», то мова йде про певну суму грошей; якщо використовується українською мовою фінансовий термін «відсоток», то мова йде про математичний знак «%», що означає соту частину будь-якого числа (об'єкта) , взятого за ціле (за 100 %).

Але у фінансах, як і в будь-яких інших науках, числовий показник з позначкою « % », наприклад: 10 %, 4 %, 8 %, 46 %, сам по собі нічого не відображає. Будь-який кількісний показник функціонує як показник певних якісних характеристик. Саме форми ставок процента ─ процентна ставка і облікова ставка, а також їх види і типи ─ це показники характерних якостей, і їх кількісний вимір має в собі частку їх якості. Тому будь-який числовий показник одержує свою назву від якісних характеристик, а не від кількісних вимірювачів. Показник має назву «депозитна процентна ставка» і вимірюється, наприклад, так: 10 % або показник має назву «облікова ставка НБУ» і вимірюється, наприклад, так: 9,5 %, але називати ці показники «відсотковими ставками», за показником кількісного вимірювання, ─ це все одно, що називати людей за кількісним показником їх зросту або ваги. ***Мовний вираз «відсоткова ставка», або «ставка відсотків», не є фінансово і загалом науково коректним.***

У фінансах та економіці існують й інші терміни, які мають вигляд числового показника з позначкою «%», наприклад: рентабельність, квота, ставка податку та ін., але ніхто не характеризує їх як «відсоткова рентабельність», або «рентабельність відсотків», або «відсоткова квота».

Показники вимірювання ставок процента і норм процента функціонують, як правило, у відсотках за 1 рік (або за певний проміжок часу, відмінний від 1 року).

У практиці фінансових розрахунків існують декілька специфічних правил, які всі знають, усі виконують, але відкрито про них не говорять. У цьому підручнику їх названо «НЕОГОЛОШЕНІ ПРАВИЛА».

НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО

У фінансах взято за правило вважати, ЯКЩО ПІСЛЯ ПОКАЗНИКА СТАВКИ ПРОЦЕНТА (АБО НОРМИ), ПРОМІЖОК ЧАСУ, У ЯКОМУ ВОНА ДІЄ, НЕ ЗАЗНАЧЕНО, ТО ТАКА СТАВКА – **РІЧНА** (НАПРИКЛАД, СТАВКА 10 % ОЗНАЧАЄ: СТАВКА 10 % РІЧНИХ). В ІНШИХ ВИПАДКАХ ПРОМІЖОК ЧАСУ ОБОВ'ЯЗКОВО ЗАЗНАЧАЄТЬСЯ (НАПРИКЛАД, СТАВКА 4 % ЗА 1 МІСЯЦЬ).

Відносно розпізнавання видів ставок процентів (яка ставка ─ процентна чи облікова) існує таке неоголошене правило.

НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО

ЯКЩО НЕ ОБУМОВЛЕНО, ЯКА СТАВКА ПРОЦЕНТІВ ─ ПРОЦЕНТНА ЧИ ОБЛІКОВА, ─ ТО МАЄТЬСЯ НА УВАЗІ, ЩО ЦЕ **ПРОЦЕНТНА СТАВКА**.

Треба звернути увагу ще на два терміни, які досить часто вживають у фінансах, коли характеризують показники вимірювання ставок або норм процента. Мова йтиме про визначення термінів «темп» і «рівень».

Додаткова інформація

Темп (італ. tempo ─ швидкість, від лат. tempus ─ час) ступінь змін у часі, показник зміни ─ збільшення або зменшення за певний часовий період. У фінансах темп ─ це, по-перше, безрозмірний показник, по-друге, ─ це відносний показник, який дорівнює відношенню приросту (збільшення) або убування (зменшення) за розглянутий період до базового показника.

Рівень (від укр. рівний; сучасна форма від давньоруського «ровьнъ», що означає «вровень, наравне») ─ вказує на ознаку рівності, однаковості в характеристиці показників. Наприклад, маємо перелік показників: 10 %, 20 %, 30 %. Вони відрізняються між собою чисельно і в той самий час мають певну рівність, а саме спільну ознаку, що їх ставить «урівень» ─ позначку «%». Саме на таку характеристику вказує термін «рівень». Отже, рівень ─ темп, виражений у відсотках.

Темп ─ безрозмірний показник, який дорівнює відношенню приросту (збільшення) або убування (зменшення) за розглянутий період до базового показника.

Рівень ─ темп, виражений у відсотках.

1.5 Складові теорії змінності вартості грошей у часі

Здійснення різноманітних фінансово-економічних розрахунків пов’язано з рухом грошових коштів у часі.

Концепція вартості грошей у часі (*Time Value of Money, TVM*). Основні теоретичні положення цієї концепції були сформульовані у 1930 році Ірвіном Фішером (*Irving Fisher*) у праці «Теорія процента: як визначити реальний дохід у процесі інвестиційних рішень» (*The Theory of Interest: as Determined by impatience to Spend Income and Opportunity to Invest*). Згодом ─ у 1958 році ─ більш розгорнутий механізм цієї концепції був розглянутий Джоном Хіршлейфером (*John Hirshleifer*) у праці «Теорія оптимального інвестиційного рішення» (*On the Theory of Optimal Investment Decision*). Сутність цієї концепції в тому, що майбутня вартість грошей є більшою за їх теперішню (поточну) вартість у зв'язку з альтернативною можливістю їх інвестування, а також впливом факторів інфляції та ризику.

Зміна вартості грошей у часі відіграє ключову роль у фінансових розрахунках. Концепція такої вартості ґрунтується на тому, що вартість грошей із часом змінюється під впливом зміни норми прибутку на грошовому ринку, роль якої, як правило, відіграє норма позичкового процента. Ураховуючи, що процес використання грошей тривалий у часі, на практиці часто необхідно порівнювати вартість грошей на початку їх «шляху» з вартістю грошей при їх поверненні у вигляді майбутнього прибутку або початкової суми разом із прибутком тощо. Порівнюючи вартість грошових коштів при їх вкладенні та поверненні прийнято використовувати два основні терміни:

─ майбутня вартість грошей;

─ теперішня вартість грошей.

Майбутня вартість грошей ─ це та сума грошей, у яку перетворяться внесені у теперішній час кошти через певний період часу з урахуванням визначеної ставки процента.

Визначення майбутньої вартості грошей пов'язане з процесом нарощування вартості, що являє собою поетапне збільшення початкової суми шляхом приєднання до її первісного розміру суми процента. Ця сума процента розраховується за допомогою процентної ставки.

Теперішня вартість грошей, або сучасна вартість грошей, ─ це початкова сума грошових надходжень або видатків, базова сума (база), з якої починається фінансова операція.

Отже, грошові кошти, що беруть участь у будь-якій фінансовій операції, мають часове навантаження. Вартість (англ. – *value*) грошей змінюється впродовж часу. Вартість грошей у даний момент, тобто в момент часу, обраний у розрахунку як теперішній, позначимо символом **PV** (англ. *Present Value* – теперішня, сучасна вартість). Вартість грошей у майбутньому, тобто в момент часу, обраний у розрахунку як майбутнє, позначимо **FV** (англ. *Future Value* – майбутня вартість).

Тоді при фінансових розрахунках депозитно-кредитних операцій будемо розуміти під:

PV – сучасна вартість (теперішня вартість), поточна вартість, основна сума, базова величина, внесок (депозит), позика, позичка, сума виданого кредиту, сума вкладеного депозиту, сума боргу та ін.

FV – майбутня вартість, нарощена сума, сума повернення, сума виданого кредиту разом із процентами, сума повернутого депозиту разом із процентами та ін.

(FV ─ PV) ─ різниця між майбутньою та теперішньою вартостями – приріст (нарощення), дохід, маржа, процент.

Маржа (від фр. *marge* ─ край) ─ різниця між ціною купівлі та продажу; плата при укладанні ф'ючерсних контрактів; різниця між процентними ставками за депозитами та виданими кредитами; сума процента від ринкової вартості цінних паперів, яку позичальник повинен сплатити банку при отриманні позики на придбання цих цінних паперів, різниця між ціною купівлі та ціною продажу валюти.

Приклад 1.7

Банк видав кредит у 100 тис. грн строком на 1 рік. Клієнт зобов'язаний повернути банку через рік 140 тис. грн.

У даному прикладі PV = 100 тис. грн, FV = 140 тис. грн, дохід, отриманий банком у результаті такої кредитної операції, дорівнює FV – PV = 40 тис. грн.

В українській фінансовій літературі поряд із зазначеними використовують інші відповідні PV та FV умовні позначки. Для PV ─ відповідно P або S_0, для FV ─ відповідно S, показник (FV–PV) позначають I (укр.: Савлук [5], Бакаєв [1], Михайловська [12], рос.: Четиркін [15], Мелкумов [11], Медведєв [10], Кутуков [8]). Зрозуміло, що сама суть фінансових розрахунків від виду позначки не змінюється, але, на думку автора, у фінансах назріла необхідність в уніфікації термінології і позначок. Уведення в практику фінансового обчислення подвійних англомовних умовних позначок є однією із складових такої уніфікації.

Наступний показник, що є атрибутом фінансових операцій, ─ показник часу, впродовж якого функціонує операція. Цей показник має назву «**строк»,** позначимо ─ **Т**. В україномовних фінансових джерелах вживають синонім слова строк ─ термін. Але це слово, принаймні у фінансах, має подвійне значення: 1) слово або словосполучення, що виражає певне поняття; 2) строк, визначений час, що має свої межі, кордони. З метою уникнення подвійного тлумачення, з метою однозначності вживання фінансової термінології будемо завжди іменувати **часовий проміжок, упродовж якого діє фінансова операція, строком (Т)**.

У практиці фінансових розрахунків виникла необхідність визначитися з термінами, вживання яких надзвичайно поширене, це терміни «нарахування» і «нарощення». Іноді ці терміни вважають синонімами, іноді один термін пояснюють за допомогою іншого, іноді вважають, що це слова загального вживання і у фінансах не вживаються, як якісь особливі терміни. Безперечно, це загальномовні слова-терміни, але при використанні їх у розрахунках фінансової спрямованості наведені терміни набувають додаткових якісно-розрахункових ознак.

Надалі будемо розуміти під терміном **«нарощення» часову визначеність розрахунку, а саме: спрямованість розрахунку у часі: від сьогодні до майбутнього (від PV до FV)** або від минулого до сьогодні, або від минулого до майбутнього. Часова спрямованість розрахунків «нарощення» збігається із спрямованістю плинності часу.

Визначеність, що є протилежною терміну «нарощення» (за часовою характеристикою), має свій термін — дисконтування. Докладніше про дисконтування в розділах 3, 4, а зараз визначаємо, що «**дисконтування» — часова визначеність розрахунку, а саме: спрямованість розрахунку у часі: від майбутнього до сьогодні (від FV до PV).** Часова спрямованість розрахунків, які характеризуються як «дисконтування», протилежна за спрямованістю плинності часу.

На відміну від термінів «нарощення» і «дисконтування» **термін «нарахування» —** це розрахункова дія, механізм розрахунку, які (механізм, дія) **не пов'язані з часовою спрямованістю**. Механізм розрахунку, що діє «як додавання», «як приєднання» і в результаті діє «як збільшення», «як зростання», розуміють у фінансах як безпосередньо нарахування. Але механізм розрахунку, що діє «як від'єднання», «як зменшення», «як знижка», також механізм розрахунку, тобто також нарахування. Нарахування, що дає результат «як зменшення» бази, з якої йде розрахунок, в бухгалтерських і податкових розрахунках має назву «утримання», але у фінансах розрахунки «на збільшення» і розрахунки «на зменшення» є механізмами розрахунку і узагальнено трактуються — нарахування.

Нарахування — це механізм розрахунку, який дає результат або «як збільшення», або «як зменшення» бази, з якої починається нарахування.

Існує ще один важливий показник, що відображає також часову характеристику фінансової операції, його назва: **період нарахування процента** (*running period*). Цей показник відіграє ключову роль у фінансових обчисленнях і жорстко пов'язаний з такими показниками, як норма процента або ставка процента. Види ставки процента, — процентна та облікова — завжди «діють», «працюють» в певних визначених часових межах. Отже, період нарахування процента — **це проміжок часу, в межах якого йде зростання (нарощення) або зменшення тієї грошової**

суми, що фіксується на початку періоду нарахування. Кількісним показником зростання в межах періоду нарахування процента є процентна та облікова ставки в будь-яких їх формах.

Важливим у механізмі фінансових розрахунків **є співвідношення між періодом нарахування процента і строком.** Варіантів співвідношення чотири.

1-й варіант ─ період нарахування процента збігається зі строком, тобто часова тривалість періоду нарахування процента і строку рівні між собою.

2-й варіант ─ період нарахування процента менший за строк, і при цьому тривалість періоду кратна строку, тобто строк має цілу кількість періодів. Наприклад, період нарахування ─ 1 рік, строк ─ 4 роки, отже, кількість періодів нарахування процентів у «кордонах» строку дорівнює 4.

3-й варіант ─ період нарахування процента менший за строк, і при цьому тривалість періоду не кратна строку, тобто строк має цілу кількість періодів і ще часинку наступного. Наприклад, період нарахування процента ─ річний, строк ─ 4 роки і 4 місяці, отже, кількість періодів нарахування процентів дорівнює 4 цілих і 4/12 (записується так: $4\frac{4}{12}$).

4-й варіант ─ період нарахування процента більший за строк. Наприклад, період нарахування процента ─ 1 рік, а строк ─ 4 місяці, отже, кількість періодів нарахування процентів дорівнює 4/12 (записується так: $\frac{4}{12}$).

Зазначені варіанти накладають свій відбиток на механізм фінансових розрахунків і «породжують» варіанти розрахунків відповідно до варіантів співвідношення між періодом нарахування процента і строком. Також з'являється новий показник, що показує, скільки разів упродовж строку фінансової операції нараховувалися проценти. Позначимо цей показник символом « ***n*** ».

________НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО ________

Якщо тривалість періоду нарахування процентів додатково не обумовлена, то у фінансах вважається, ЩО ПЕРІОД НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ ─ 1 РІК. Іншими словами, НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ ─ РІЧНЕ.

Повертаємося до показників **PV** та **FV** і за їх допомогою покажемо у формалізованому вигляді (тобто у вигляді формул) механізм розрахунку показника норми процента та сутність розрахунків ставок процента: процентних і облікових ставок.

Відображення показника «**норма процента**» у вигляді тотожності полягає в тому, що тотожність стає рівнянням, яке вибудовано у часовому форматі. Те, що стоїть у рівнянні до знака « = » (до знака «дорівнює»), інформує про те, що було в минулому, що вже відбулося і структуроване як відношення. Те, що стоїть після знака « = », показує те, що є результатом, що є фактом на момент закінчення операцій, операцій, які характеризувалися FV та PV. Механізм розрахунку норми процента має такий формалізований вигляд:

$$\frac{FV - PV}{PV} = r_i \,, \tag{1.1}$$

де r_i ─ норма процента (англ. *rate of interest*).

Розрахунок за формулою (1.1) дає результат, що характеризується як темп норми процента. Якщо показник темпу відобразити у відсотках, будемо мати рівень норми процента. Ще одна особливість формули (1.1). Строк фінансової операції від моменту PV до моменту FV стає періодом для r_i, тобто часова тривалість періоду, за який розраховано темп або рівень норми процента і тривалість строку, ─ це один і той самий часовий відрізок (характерна ознака 1-го варіанта співвідношення, див. стор. 53).

Якщо при відображенні показника «норма процента» часова характеристика за якістю є «від минулого до тепер» і чисельно є такою: те, що було, дорівнює тому, що сталося фактично, то часова спрямованість **процентної ставки** інша: «від сьогодні в майбутнє».

У подальших розрахунках процентна ставка буде позначатися символом ***« i »*** (англ. *interest rate*).

Для відображення рівнянням показника «процентна ставка» тотожність трансформується шляхом її часового форматування, іншими словами, структурування тотожності за часовою характерністю, а саме: виділення часового характеру, властивого процентній фінансовій операції, що й надає тотожності форми рівняння. Те, що стоїть у такому рівнянні до позначки « = » (до позначки «дорівнює» ─ ліва частина формули), відображає таке: якщо з моменту початку і впродовж строку фінансової операції будемо використовувати «інструмент, що нарощує» розміром *« i »,* то (після позначки «дорівнює») будемо в майбутньому мати результат, який розраховується так…(тут іде запис правої частини рівняння з використанням показників *FV* та *PV*). Механізм розрахунку ставки процента має такий формалізований вигляд:

─ темп процентної ставки

$$i = \frac{FV - PV}{PV}, \tag{1.2}$$

де i ─ процентна ставка;

─ рівень процентної ставки

$$d = \frac{FV - PV}{FV} \cdot 100\,\%. \tag{1.3}$$

________НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО_________

ТЕРМІНИ «РІВЕНЬ ПРОЦЕНТНОЇ СТАВКИ» І «ПРОЦЕНТНА СТАВКА» ВЖИВАЮТЬСЯ У ФІНАНСАХ ЯК СИНОНІМИ. Це пов’язано з тим, що показники вимірювання ставок процента, а відповідно, і «процентних ставок» функціонують, ЯК ПРАВИЛО, у відсотках, а показник «рівень процентної ставки» ЗАВЖДИ дається у відсотках.

У фінансах процентна ставка застосовується не лише як інструмент нарощування вартості грошових коштів, а й у ширшому розумінні: як вимірник ступеня дохідності фінансових або загалом економічних операцій. Показник «процентна ставка» з позицій грошової оцінки вказує на очікуваний розмір доходу (прибутку) від однієї грошової одиниці укладеної «у справу».

Також у формулах (1.2) і (1.3) часова тривалість періоду, за який розраховано темп або рівень процентної ставки і тривалість строку, ─ це один і той самий часовий відрізок (характерна ознака 1-го варіанта співвідношення, стор. 53).

Звертаємо увагу, що у формулах (1.1), (1.2) і (1.3) за базу розрахунку береться показник PV ─ сума, яка в часовому вимірі існує на початку фінансової операції, що й є якісною відмінністю процентної ставки від облікової ставки.

Обґрунтування рівняння, яке відображає сутність облікової ставки, залишимо поза увагою. Воно подібне до механізму відображення рівнянням показника «процентна ставка». Лише звернемо увагу на відмінність: якщо часова спрямованість розрахунку з використанням процентної ставки ─ «від сьогодні в майбутнє», то часова спрямованість розрахунку з використанням **облікової ставки ─** «з майбутнього до сьогодні».

Якісною ознакою показника «облікова ставка» є віднесення доходу до FV, тобто за базу розрахунку береться сума, яка з часової точки зору очікується в кінці фінансової операції.

У подальших розрахунках облікова ставка буде позначатися символом **«** $\boldsymbol{d}$ **»** (від англ. *discount rate*).

Механізм розрахунку облікової ставки має такий формалізований вигляд:

– темп облікової ставки

$$d = \frac{FV - PV}{FV}, \qquad (1.4)$$

де d – облікова ставка;

– рівень облікової ставки

$$d = \frac{FV - PV}{FV} \cdot 100\,\%. \qquad (1.5)$$

Показник «облікова ставка» з позицій грошової оцінки вказує на очікуваний розмір доходу (прибутку) від однієї грошової одиниці одержаної «в кінці справи».

НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО

ТЕРМІНИ «РІВЕНЬ ОБЛІКОВОЇ СТАВКИ» І «ОБЛІКОВА СТАВКА» ВЖИВАЮТЬСЯ У ФІНАНСАХ ЯК СИНОНІМИ. Це пов'язано з тим, що показники вимірювання ставок процента, а відповідно, і «облікових ставок» функціонують, ЯК ПРАВИЛО, у відсотках, а показник «рівень облікової ставки» ЗАВЖДИ надається у відсотках.

Приклад 1.7 (продовження)

1.7.1 Умови кредитної операції, з якої є можливим розрахунок норми процента.

«Банк видав кредит у розмірі 100 тис. грн строком на 1 рік. Минув 1 рік, і клієнт повернув банку 140 тис. грн. Знайти темп норми процента і рівень норми процента».

Використовуючи формулу (1.1), темп норми процента дорівнює

$$r_i = \frac{140 \text{ тис. грн} - 100 \text{ тис. грн}}{100 \text{ тис. грн}} = 0,4.$$

Рівень норми процента, або, що одне й те саме, норма процента, дорівнює

$$r_i = \frac{140 \text{ тис. грн} - 100 \text{ тис. грн}}{100 \text{ тис. грн}} \cdot 100\ \% = 40\ \%.$$

Нагадуємо, що розрахунок темпу і рівня норми процента є можливим, коли фінансова операція завершилася, тому у цьому прикладі під пунктом 1.7.1 умови кредитної операції записано у минулому часі.

1.7.2 Умови кредитної операції, з якої є можливим розрахунок процентної ставки та облікової ставки.

«Банк надає кредит у розмірі 100 тис. грн строком на 1 рік. Згідно з угодою, після закінчення 1 року клієнт повинен повернути банку 140 тис. грн. Знайти темп процентної та облікової ставок і рівень процентної та облікової ставок».

Використовуючи формулу (1.2), темп процентної ставки дорівнює

$$i = \frac{140 \; тис. \; грн - 100 \; тис. \; грн}{100 \; тис. \; грн} = 0,4 .$$

Використовуючи формулу (1.3), рівень процентної ставки, або, що одне й те саме, процентна ставка дорівнює

$$i = \frac{140 \; тис. \; грн - 100 \; тис. \; грн}{100 \; тис. \; грн} \cdot 100 \; \% = 40 \; \% .$$

Використовуючи формулу (1.4), темп облікової ставки дорівнює

$$d = \frac{140 \; тис. \; грн - 100 \; тис. \; грн}{140 \; тис. \; грн} = 0,2857 .$$

Використовуючи формулу (1.5), рівень облікової ставки, або, що одне й те саме, облікова ставка дорівнює

$$d = \frac{140 \; тис. \; грн - 100 \; тис. \; грн}{140 \; тис. \; грн} \cdot 100 \; \% = 28,57 \; \% .$$

Процентна ставка, що дорівнює 40 %, — річна, а також облікова ставка, що дорівнює 28,57 %, — річна, бо проміжок часу в прикладі дорівнює одному року.

Ще раз звертаємо увагу на відмінність: якщо часова спрямованість розрахунку з використанням процентної ставки — «від сьогодні в майбутнє», то часова спрямованість розрахунку з використанням облікової *ставки — «із майбутнього до сьогодні».*

У подальших фінансових розрахунках важливо розрізнювати та правильно використовувати показники «процентна ставка» й «облікова ставка».

Довідкова інформація

У математиці запис, в якому є знак «=», має назву «рівняння». Рівняння має дві частини, умовно — права і ліва, на які його поділяє знак «=».

Для тих, хто давно вивчав математику, нагадаємо метод, за допомогою якого проводиться розв'язування рівнянь, — це метод еквівалентних перетворень.

Для розв'язання рівняння важливими є такі властивості еквівалентності рівнянь.

Якщо обидві частини рівняння помножити або поділити на одне й те саме число, яке не є нуль, то будемо мати рівняння, еквівалентне даному.

Якщо будь-який доданок перенести з однієї частини рівняння в іншу, змінивши його знак на протилежний, то будемо мати рівняння, еквівалентне даному.

Якщо обидві частини рівняння піднести до одного й того самого степеня або з кожної частини добути один і той самий корінь, то будемо мати рівняння, еквівалентне даному.

Додаткова інформація

Виникає цікавий результат, якщо рівняння (1.2):

$$i = \frac{FV - PV}{PV} \qquad (1.2)$$

перетворити в еквівалентне йому рівняння відносно FV як невідомої величини.

Зробимо перетворення, використовуючи метод еквівалентних перетворень.

По-перше, помножимо праву і ліву частини рівняння на PV, одержимо

$$PV \cdot i = FV - PV.$$

По-друге, перенесемо з правої частини рівняння до лівої показник PV, змінивши при перенесенні знак, що стоїть при PV, з «–» на «+», одержимо

$$PV \cdot i + PV = FV.$$

По-третє, в лівій частині рівняння винесемо PV за дужки, маємо

$$PV \cdot (i + 1) = FV\,, \qquad (1.6)$$

або, що одне й те саме, рівняння (1.2) набирає вигляду

$$FV = PV \cdot (1 + i)\,. \qquad (1.6)$$

А якщо рівняння (1.4)

$$d = \frac{FV - PV}{FV} \qquad (1.4)$$

перетворити в еквівалентне йому рівняння відносно PV, як невідомої величини, то маємо таке.

По-перше, помножимо праву і ліву частини рівняння на FV , одержимо

$$FV \cdot d = FV - PV.$$

По-друге, перенесемо з правої частини рівняння до лівої показник FV, змінивши при перенесенні знак, що стоїть при FV, з «+» на «–», одержимо

$$FV \cdot d - FV = -\,PV.$$

По-третє, помножимо праву і ліву частини рівняння на показник «–1», одержимо

$$FV - FV \cdot d = PV.$$

По-четверте, в лівій частині рівняння виносимо FV за дужки і маємо

$$FV \cdot (1 - d) = PV, \qquad (1.7)$$

або, що одне й те саме, рівняння (1.4) набирає вигляду

$$PV = FV \cdot (1 - d). \qquad (1.7)$$

Рівняння, подібні (1.6), (1.7), відтепер будуть часто зустрічатися у фінансових розрахунках.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 1

Гроші — це товар, що купується і продається, а банки є організаціями, що купують та продають гроші.

У фінансах (на відміну від математики) під терміном «**процент»** розуміють **суму грошей** (плату **в грошових одиницях**), яку виплачує боржник за користування грошима, взятими в борг, тобто за користування позикою (позичковим капіталом) або за користування депозитами.

Термін «відсоток» — це числовий показник із позначкою «%».

Показник норми процента:

— відносний грошовий показник, тобто показник, що характеризує процеси, грошові операції, але сам не вимірюється одиницями грошей (грошовими сумами);

— розрахунковий показник, тобто показник, що є результатом розрахунково-математичних операцій з грошовими сумами.

Характеристика норми процента:

— це показник, який характеризує операції за фактом, тобто коли операції, процеси завершено і результати вже існують як здійснений факт (результативний показник).

Ставка процента

Під узагальнювальним терміном «**ставка процента»** у фінансах розуміють показник для розрахунку розміру (суми) процента.

У фінансових (і в економічних) розрахунках існують і використовуються на практиці **двi форми ставок**

процента:

— процентні ставки;

— облікові ставки.

Процентна ставка

Під **процентною ставкою** у фінансах розуміють показник для розрахунку розміру (суми) процента, де за базу розрахунку береться сума, яка в часовому вимірі існує на початку фінансової операції або на початку періоду нарахування процента.

Форми процентних ставок

Банківські процентні ставки:

— **позичкова (кредитна) процентна** ставка — це показник для розрахунку позичкового процента (процента за кредитом);

— **депозитна (за вкладами) процентна ставка** — це показник для розрахунку депозитного процента (процента за вкладами);

— **міжбанківська процентна ставка** — це показник для розрахунку міжбанківського процента.

Облігаційні процентні ставки — це показник для розрахунку розміру процента за облігаціями.

Облікова ставка

Під **обліковою ставкою** у фінансах розуміють показник для розрахунку розміру (суми) процента, де за базу розрахунку береться сума, яка з часової точки зору очікується в кінці фінансової операції або в кінці періоду нарахування процента.

Форми облікових ставок

Облікова ставка ─ це показник для розрахунку облікового процента. Теоретично, для будь-якої банківської операції або для будь-якої іншої фінансової операції існує відповідна їм облікова ставка. Теоретично кількість форм облікових ставок така ж, як і процентних ставок. Проте на практиці так склалося, що обліковою ставкою користуються в основному при обліку векселів. І також обліковою ставкою користуються центральні банки, з операційних позицій яких облікова ставка є обліковою ставкою за позиками, що надають центральні банки комерційним банкам.

Показники вимірювання ставок і норм процента

Показники вимірювання ставок і норм процента **функціонують, як правило, у відсотках за 1 рік** (або за певний проміжок часу, відмінний від 1 року).

Показники фінансової операції

Теперішня вартість грошей, або сучасна вартість грошей, — це початкова сума грошових надходжень або видатків, базова сума (база), з якої починається фінансова операція. Позначимо символом **PV** (англ. *Present Value* – теперішня, сучасна вартість).

Майбутня вартість грошей — це та сума грошей, на яку перетворяться внесені на цей час кошти через певний період часу з урахуванням визначеної ставки процента. Позначимо **FV** (англ. *Future Value* – майбутня вартість).

Показник часу, впродовж якого функціонує фінансова операція, має назву «**строк»,** позначимо **─ Т**.

У подальших розрахунках **процентна ставка** буде позначатися символом ***«i»*** (від англ. *interest rate*).

У подальших розрахунках **облікова ставка** буде позначатися символом ***«d»*** (від англ. *discount rate*).

Часова спрямованість розрахунку з використанням **процентної ставки** — «від сьогодні в майбутнє».

Часова спрямованість розрахунку з використанням **облікової ставки** — «з майбутнього до сьогодні».

Нарощення — часова визначеність розрахунку, а саме: спрямованість розрахунку у часі — від сьогодні до майбутнього (від *PV* до *FV*).

Дисконтування — часова визначеність розрахунку, а саме: спрямованість розрахунку у часі — від майбутнього до сьогодні (від *FV* до *PV)*.

Нарахування — це механізм розрахунку, який дає результат або «як збільшення», або «як зменшення» бази, з якої починається нарахування.

На відміну від термінів «нарощення» і «дисконтування» **термін «нарахування»** — це розрахункова дія, це механізм розрахунку, які (механізм, дія) **не пов'язані з часовою спрямованістю.**

Період нарахування процентів — це відрізок часу, в межах якого відбувається або зростання, або зменшення тієї грошової суми, з якої розпочинається фінансова операція. Кількісним показником зростання в межах періоду нарахування процента є процентна ставка, зменшення ─ облікова ставка в будь-яких їх формах.

У фінансах використовують показник, що відображає, скільки разів упродовж строку фінансової операції нараховувалися проценти, показує **кількість періодів нарахування процентів**. Позначимо цей показник символом «***n***».

Запитання для самостійної роботи

1. Дати одне з визначень грошей, яке дає можливість чисельно характеризувати гроші.
2. У чому полягає специфічність грошей?
3. Як розуміють термін «процент» в математиці?
4. Як розуміють термін «процент» у фінансах?
5. Види банківських процентів, їх характеристика.
6. Види банківських процентів, їх особливості.
7. Види небанківських процентів, їх характеристика та особливості.
8. Норми процента, ставки процента та форми і види ставок процента.
9. Показники вимірювання ставок і норм процента.
10. Пояснити сутність показників фінансової операції: теперішня вартість, майбутня вартість.
11. Пояснити сутність показників фінансової операції: процентна ставка, облікова ставка.
12. Пояснити сутність показників фінансової операції: строк, кількість періодів нарахування процентів.
13. Пояснити фінансову сутність терміна «нарощення».
14. Пояснити фінансову сутність терміна «нарахування».
15. Пояснити фінансову сутність терміна «дисконтування».
16. Чим відрізняється математичний термін «відсоток»

від фінансового терміна «процент»?

17. Чи використовують у фінансах термін «відсоток»?

18. Яка різниця між позичковим процентом і депозитним процентом?

19. Яка різниця між позичковим процентом і міжбанківським процентом?

20. Суть міжбанківського процента та його розмір порівняно з позичковим та депозитним процентами.

21. Дати характеристику небанківських процентів.

22. Загальна характеристика цінних паперів ─ облігацій.

23. Загальна характеристика цінних паперів ─ акцій.

24. Ринкова та середня норми процента. Їх порівняльна характеристика.

25. Форми та види процентних ставок.

26. Форми та види облікових ставок.

27. Базова ставка. Її характеристика та використання.

28. Ставка «ЛІБОР». Її виникнення та напрямки використання.

29. Нарощення та нарахування ─ сутність цих термінів.

30. Часова складова у фінансових розрахунках.

31. Якщо тривалість періоду нарахування процентів додатково не обумовлена, то яким вважається період нарахування процентів?

Розділ 2 НАРОЩЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОЦЕНТНИХ СТАВОК

2.1 Нарощення при застосуванні механізму простого нарахування процентів

Визначення майбутньої вартості при застосуванні механізму простого нарахування процентів пов'язане з процесом нарощування вартості, що передбачає, з одного боку, спрямованість розрахунку у часі, ─ від сьогодні в майбутнє (від *PV* до *FV*), а з іншого боку, передбачає застосування тільки простого механізму розрахунку, тобто такого нарахування, що являє собою обчислення процента тільки від початкової суми (від суми *PV*) та подальшого приєднання процента до неї в кожному з періодів нарахування процентів (просте нарахування) на відміну від обчислення процента від попередньої суми (складне нарахування). У розділі 2 розглянуто механізми нарощення із застосуванням лише процентних ставок.

2.1.1 Просте нарахування, яке має цілу кількість періодів нарахування процентів

Для розуміння і засвоєння механізму простого нарахування процентів (англ. *simple interest*) проаналізуємо й розв'яжемо **модельну задачу 1** (умова ─ **жирним шрифтом,** пояснення до задачі ─ звичайним).

Ви вклали в комерційний банк 1000 грн на строк 4 роки під 10 % річних на умові щорічного простого нарахування процентів.

Це означає, що наприкінці кожного року Ви одержите в банку процент, що дорівнює 100 грн (1000 грн помножені на 0,1). Цей процент Ви зобов'язані забрати з банку. Наприкінці четвертого року Вам повернуть 1000 грн, вкладені на початку першого року. Внесок грошей у банк називається депозитний вклад (внесок). **Потрібно знайти фактичну загальну суму грошей, що Ви одержите по закінченні чотирьох років.**

Розв'язання модельної задачі 1 включає розгляд фінансової операції **за періодами нарахування процентів**.

В умові задачі період нарахування процентів ─ 1 рік.

ПЕРІОД 1 (перший рік): на початку першого року Ви поклали на депозит 1000 грн; наприкінці першого року Ви маєте на депозитному рахунку 1100 грн:

─ розрахунок в періоді 1: 1000 грн + 1000 грн · 0,1 = = 1000 грн · (1+0,1) =1100 грн.

У періоді 1 дія: 1000 грн · 0,1 = 100 грн ─ це розрахунок Вашого процента за перший рік, який Ви одержуєте в банку на руки. Тому на початку другого року у Вас на депозитному рахунку залишається 1000 грн.

ПЕРІОД 2 (другий рік): наприкінці другого року Ви маєте на депозитному рахунку 1100 грн:

─ розрахунок періоду 2: 1000 грн + 1000 грн · 0,1 = = 1000 грн · (1+0,1) = 1100 грн.

100 грн ─ Ваш процент за другий рік, який Ви забираєте з банку. На початку наступного, третього, року у Вас на депозитному рахунку залишаються вкладені Вами на депозит 1000 грн.

ПЕРІОД 3 (третій рік): наприкінці третього року Ви маєте на депозитному рахунку 1100 грн:

─ розрахунок періоду 3: 1000 грн + 1000 грн · 0,1 = = 1000 грн · (1+0,1) = 1100 грн.

У кінці третього року сума 100 грн ─ Ваш процент за третій рік, який Ви одержуєте в банку на руки. На початку четвертого року у Вас на депозитному рахунку залишаються все ті ж 1000 грн.

ПЕРІОД 4 (четвертий рік): наприкінці четвертого року Ви маєте на депозитному рахунку 1100 грн:

─ розрахунок періоду 4: 1000 грн + 1000 грн · 0,1 = = 1000 грн · (1+0,1) = 1100 грн.

У кінці четвертого року Ви одержуєте з банку на руки 1100 грн, які складаються з 1000 грн, вкладених Вами на початку першого року й 100 грн ─ процент за четвертий період нарахування процентів.

Отже, на початку першого року Ви вклали 1000 грн, а по закінченні чотирьох років Ви одержали фактично 1400 грн, тобто Вам повернули вкладені Вами 1000 грн і нарахували та віддали Вам в кожному із чотирьох років проценти по 100 грн, що в сумі становило 400 грн процентів.

Базою для розрахунку процентів при механізмі простого нарахування процентів є сума вкладу (внеску), що є сумою на початку фінансової операції (*PV*). МЕХАНІЗМ ПРОСТОГО НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ МАЄ ЗА УМОВУ НЕЗМІННІСТЬ БАЗИ (БАЗА ─ *PV*), ВІД ЯКОЇ ЙДЕ НАРАХУВАННЯ.

У фінансах вираз «механізм простого нарахування процентів» може мати декілька виразів-синонімів: «нарощення за простою процентною ставкою», «нарахування простих процентів», «проста нарощена вартість», «прості проценти», «проста позика», будь-які інші.

Під простим процентом розуміємо операцію нарахування процентів на теперішню вартість (вкладу, позики тощо) в кінці кожного періоду нарахування процентів. Період нарахування процентів зазначається умовами фінансової операції (може бути ─ місяць, квартал, рік тощо).

_____НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО_(повторно)___

ЯКЩО НЕ ЗАЗНАЧЕНО тривалості періоду нарахування процентів, то ПЕРІОД НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ ─ ОДИН РІК.

У модельній задачі 1 вкладені Вами в банк на депозит 1000 грн ─ це *PV*, отримані Вами фактично 1400 грн ─ це *FV*, процентна ставка дорівнює 10% річних – це *і*. Крім цих, відомих раніше (див. підрозділ 2.1), показників, які позначені символами *PV, FV, i,* з'являється показник, що відображає, скільки разів упродовж строку фінансової операції нараховувалися проценти. Про нього вже йшла мова у підрозділі 1.6 і цей показник позначили символом «***n***».

Оскільки прості проценти нараховуються тільки на початкову суму, проценти, що нараховані в кожному періоді нарахування процентів, дорівнюють $PV \cdot i$.

Тому нарощена вартість грошей (*FV*) за *n* періодів нарахування процентів розраховується так:

$$FV = PV + \underbrace{PV \cdot i + \ldots + PV \cdot i}_{n-разів} = PV + PV \cdot i \cdot n = PV \cdot (1 + i \cdot n), \quad (2.1)$$

де $PV \cdot i \cdot n$ — сума процентів за *n* періодів нарахування.

З аналізу поступового розв'язку модельної задачі 1 (розв'язку за періодами нарахування процентів), а також керуючись розрахунком (2.1), можемо записати формулу простого нарахування процентів:

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n), \quad (2.2)$$

де *FV* – майбутня вартість у грошових одиницях (докладніше дивися початок підрозділу 1.6);

PV – початкова вартість у грошових одиницях (докладніше дивися початок підрозділу 1.6);

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів *n* (але у формулі (2.2) процентна ставка *i* стає показником, що не має розмірності, тобто у формулі показник *i* використовується не у відсотках, а в частках, «як темп»);

n – кількість періодів нарахування процентів упродовж часу (строку) застосування ставки *i*; також, у кожному із цих періодів процентні ставки відповідають періодам та рівні між собою.

У запису формули (2.2) показник $(1 + i \cdot n)$ в лексиці фінансових розрахунків має свою окрему назву — множник нарощення простих процентів, або англ. — *simple interest* *factor*, звідки стає зрозумілою позначка ─ f_{si}. Формулу (2.2) можемо записати у вигляді

$$FV = PV \cdot f_{si}. \qquad (2.3)$$

Як правило, у фінансах використовують формулу (2.2), а із (2.3) працюють за наявності фінансових таблиць.

Формула (2.2) відображає 2-й варіант співвідношення між періодом нарахування процента і строком (стор. 53), а саме, що період нарахування процента менший за строк, і при цьому тривалість періоду кратна строку, тобто строк має цілу кількість періодів. Проте формула (2.2) використовується не тільки, коли кількість періодів нарахування процентів n є кількісно цілим показником. Формула (2.2) універсальна і використовується, коли n має цілу і дробову частини або коли n має дробове значення (див. далі пункти 2.1.2 та 2.1.4).

У модельній задачі 1 період нарахування процентів ─ 1 рік, строк ─ чотири роки, кількість періодів нарахування процентів (n) дорівнює цілій кількості періодів ─ чотирьом. Отже, можемо використати формулу (2.2) в розв'язуванні модельної задачі 1.

Використовуючи (2.2), розв'язок модельної задачі 1 стає коротеньким:

$$FV = 1000 \text{ грн} \cdot (1 + 0{,}1 \cdot 4) = 1400 \text{ грн}.$$

Відповідь: у модельній задачі 1 фактична загальна сума грошей, що Ви одержите по закінченні чотирьох років, ─ буде **FV = 1400 грн.**

Формулу (2.2) використовують тоді і лише тоді, коли в кожному періоді нарахування процентів процентні ставки (*i*) рівні між собою (постійні ставки).

Коли процентні ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються, тобто якщо процентна ставка змінна, а саме:

─ впродовж n_1 періодів процентна ставка дорівнює i_1,

— впродовж n_2 періодів процентна ставка дорівнює i_2 ,

....

— впродовж n_k періодів процентна ставка дорівнює i_k ,
то формула простого нарахування процентів набирає вигляду

$$FV=PV\cdot(1+i_1\cdot n_1+i_2\cdot n_2+\ldots+i_k\cdot n_k)=PV\cdot(1+\sum_k i_k\cdot n_k). \quad (2.4)$$

Формула (2.4) — це формула для обчислення нарощеної суми грошей у разі використання схеми нарахування простих процентів при різних у періодах нарахування процентних ставках (змінних ставках).

Формула (2.4) відображає 2-й варіант співвідношення (див. стор. 53) між періодом нарахування процента і строком, а саме, що період нарахування процента менший за строк, і при цьому тривалість періоду кратна строку, тобто строк має цілу кількість періодів. Також вона працює і тоді, коли тривалість періоду нарахування процентів має дробовий показник або ціле число з дробом, тобто 3-й і 4-й варіанти співвідношення між періодом і строком.

2.1.2 Просте нарахування, яке має дробову кількість періодів нарахування процентів

Розглянемо варіант 4-й (див. стор. 53), коли період нарахування процента більший за строк фінансової операції.

Задано ставку i — річну і строк фінансової операції, що менший за 1 рік, виражений у днях або в місяцях, кварталами тощо.

У фінансовій звітності, а отже, і у фінансових розрахунках, як правило, за розрахунковий (звітний) період береться 1 рік.

Позначимо строк операції через t (*time*), тривалість року, виражену в тих самих одиницях, — через y (*year*). Тобто якщо t позначено місяцями, то і y позначається місяцями (y =12), а якщо t зазначено кількістю днів, то і y — кількість днів у році. У формулі (2.5) показник y фінансисти іноді називають часовою базою нарахування процентів (*time basis*). Тоді $n = t / y$, а формула (2.2) набирає вигляду

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot \frac{t}{y}). \qquad (2.5)$$

Якщо строк операції зазначено у днях, то у формулі (2.5) t і y можуть бути обчислені як точно, так і приблизно.

Для y застосовують дві часові бази: y = 360 днів (12 місяців по 30 днів) або y = 365, 366 днів. Якщо y = 360, то маємо ***звичайні,*** або ***комерційні,*** проценти (*ordinary interest*), а при використанні у розрахунках дійсної тривалості року (365, 366 днів) проводять розрахунок ***точних*** процентів (*exact interest*).

Показник t також можна вимірювати приблизно і точно. У першому випадку строк фінансової операції розраховується за умови, що в будь-якому місяці кількість днів дорівнює 30. А точна кількість днів розраховується шляхом підрахунку кількості днів між датою надання позики і датою її погашення. День видачі і день погашення вважаються за один день.

Залежно від вибору ступеня точності, що закладають у показники t і y, можуть бути різні способи розрахунків. У ряді країн існують такі способи розрахунків:

Англійська практика: t і y виміряні точно. Метод називається вирахуванням точних процентів із фактичним строком операції. Для визначення t користуються таблицею порядкових номерів днів у році, яка дає результат розрахунку кількості днів: з номера дня закінчення операції віднімають день її початку, при цьому день видачі і день погашення позики вважаються за один день. Тривалість року (y) ─ 365 (366) днів, а тривалість місяців року ─ згідно з календарним обчисленням. Цей метод дає найточніші результати. Він застосовується центральними банками багатьох країн, а також великими комерційними банками, наприклад, у Великобританії та США. У комерційних документах його позначають як 365/365 або АСТ/АСТ.

Французька практика: t виміряне точно, а y — приблизно. Метод називається нарахуванням звичайних (комерційних) процентів із фактичним строком операції. У цьому випадку проценти отримують більшими, ніж у першому, тому що знаменник (y) дробу дорівнює завжди 360 днів, а не 365 або 366, а чисельник (t) — тривалість місяців за днями — відповідає календарному обчисленню. Зазначимо, що при t більше 360 сума нарахованих процентів буде більшою, ніж передбачено річною ставкою. Наприклад, якщо $t = 365$, то $n = 365/360 = 1{,}01389$. Множник нарощення за 1 рік за умови, що $i = 20$ %, становитиме 1,20278. Як правило, за таким принципом проводять банківські операції і тому цей метод іноді називають ***банківським*** (*Banker's Rule*). Метод використовують комерційні банки в міждержавних операціях позики та на внутрішніх грошових ринках Франції, Бельгії, Швейцарії. Метод позначається як 365/360 або АСТ/360.

Німецька практика: t і y виміряні приблизно. Метод називається нарахуванням звичайних (комерційних) процентів із приблизним строком операції. Показник (y) дорівнює 360 днів, показник (t) дорівнює кількості днів із розрахунку 30 днів у кожному календарному місяці. Такий метод застосовують тоді, коли не вимагається великої точності, наприклад, при проміжних розрахунках із населенням. Він діє на практиці у комерційних банках Німеччини, Швеції, Данії. Метод позначається як 360/360.

Випадок, коли t виміряне приблизно, а y — точно, на практиці не використовується.

2.1.3 Українська практика простого нарахування з дробовою кількістю періодів нарахування процентів

В Україні на рівні інструктивних матеріалів НБУ розроблено, введено в дію та є обов'язковими до застосування методи простого нарахування процентів, причому при розрахунку цими методами не має значення тривалість строку фінансової операції. Звертаємо увагу, що цими методами проводять розрахунок кредитних і депозитних операцій банківські установи України. Щоб відрізняти «власне банківські методи» простого нарахування процентів від загальнофінансових розрахунків, будемо називати «власне банківські методи», що застосовуються в Україні, **ТОЧНИМ НАРАХУВАННЯМ ПРОЦЕНТІВ.**

Якщо необхідно розраховувати процент упродовж строку, як правило, що менше 1 року, то розраховується розмір точного процента. Точний процент обчислюється виходячи з точної кількості днів користування кредитом. В Україні нарахування точного процента за виданими кредитами (вкладеними депозитами) проводиться банками ЩОМІСЯЦЯ за формулою

$$P_н = Q_{кр} \cdot C_r \cdot [t / 365(360)], \qquad (2.6)$$

де $P_н$ – нараховані проценти за користування кредитом (депозитом);

$Q_{кр}$ – сума виданого кредиту (вкладеного депозиту);

C_r – річна процентна ставка, що обумовлена в договорі кредитування (у депозитному договорі);

t – кількість днів користування кредитом (депозитом) у минулому місяці.

НБУ в «Правилах бухгалтерського обліку процентних і комісійних доходів і видатків» від 25.09.97 року № 316 дотримується трьох методів визначення кількості днів для розрахунку процентів:

а) ***метод “факт/факт”:***

t – фактична кількість днів користування кредитом у минулому місяці;

365 (366) – фактична кількість днів у році;

б) ***метод “факт/360”:***

t – фактична кількість днів користування кредитом у минулому місяці;

360 – умовна кількість днів у році для нарахування процентів;

в*) метод “30/360”:*

t – кількість днів у якому-небудь ПОВНОМУ місяці користування кредитом умовно дорівнює 30, у НЕПОВНОМУ місяці кількість днів користування кредитом береться за фактом;

360 – умовна кількість днів у році для нарахування процентів.

УВАГА: при розрахунку процентів за формулою (2.6) будь-яким із трьох методів **ДЕНЬ ВИДАЧІ** КРЕДИТУ **ВКЛЮЧАЄТЬСЯ В РОЗРАХУНОК**, А **ДЕНЬ ПОГАШЕННЯ** КРЕДИТУ **─ НЕ ВКЛЮЧАЄТЬСЯ**.

Сплата розрахованих процентів проводиться відповідно до умов кредитного (депозитного) договору, в якому б, доречно було б, зафіксувати і метод.

Можливі такі варіанти:

─ сплата процентів розраховується й проводиться щомісяця;

─ сплата процентів розраховується й проводиться за обумовленими методами щокварталу або за півріччями;

─ сплата процентів розраховується й проводиться наприкінці строку кредитування.

Приклад 2.1

Розглянемо практичне застосування формули (2.6) на прикладі розв’язання задачі.

Задача

Ваше підприємство взяло в банку позику в розмірі 100 тис. грн на строк із 08.01.12 по 05.05.12 під 30 %. Проценти потрібно сплачувати щомісяця. Розрахувати розмір процентів методами «факт/факт» і «30/360».

Для розрахунку використаємо формулу (2.6) і розраховуємо суму процентів щомісячно.

Розв'язування задачі

Метод «факт/факт»:

Процент за січень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{24}{366} = 1{,}967 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за лютий:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{29}{366} = 2{,}377 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за березень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{31}{366} = 2{,}541 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за квітень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{30}{366} = 2{,}459 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за травень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{4}{366} = 0{,}329 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Метод «30/360»

Процент за січень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{24}{360} = 2{,}000 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за лютий:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{30}{360} = 2{,}500 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за березень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{30}{360} = 2{,}500 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за квітень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{30}{360} = 2{,}500 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

Процент за травень:

$$P_H = 100 \text{ } \textit{тис. грн} \cdot 0{,}3 \cdot \frac{4}{360} = 0{,}333 \text{ } \textit{тис. грн.}$$

2.1.4 Просте нарахування процентів, яке має цілу і дробову кількість періодів нарахування процентів

У цьому підрозділі мова йтиме про 3-й варіант (див. с. 53) співвідношення між періодом нарахування процента і строком.

Якщо процентні ставки i в кожному з n періодів нарахування рівні між собою, то формула простого нарахування процентів у разі, коли n має цілу і дробову кількість періодів нарахування процентів, є формулою (2.2). Наприклад, період нарахування процентів ─ 1 рік, а строк ─ 5 років і 5 місяців, таким чином, n дорівнює $5\frac{5}{12}$ періодів нарахування. Підставляючи такий показник n (число ціле з дробом) у формулу (2.2), одержимо майбутню вартість при простому нарахуванні процентів. Взагалі, формули (2.2) і (2.5) ─ це формули сестри-близнюки. Формула (2.5) по суті є формулою (2.2), тільки в ній $n = t / y$.

Якщо процентні ставки i в кожному з n періодів нарахування не рівні між собою, то формула простого нарахування процентів в операції, де n має цілу і дробову кількість періодів нарахування, є формулою (2.4). Підставляючи у формулу (2.4) показники n, що відповідають своїм ставкам, одержимо результат обчислення операції, де і ставки різні, і проміжки часу, де вони діють, теж відрізняються.

2.1.5 Розрахунок процента при застосуванні механізму простого нарахування процентів

Раніше згадувалося, що різницею між майбутньою та теперішньою вартостями є процент (позначимо його I від англ. *Interest*), і нагадуємо, що зазначили механізм його розрахунку як різницю ($FV – PV$).

У фінансових розрахунках може бути корисним розрахунок суми процента не за схемою ($FV – PV$), а за схемою, коли відомим є, поряд з кількістю періодів (n) та ставкою процента (i) , або тільки показник PV, або FV.

У цьому підрозділі розглядалася схема розрахунку — нарощення від *PV* до *FV*, при якому малося на увазі, що початкова сума *PV* — відома величина. У цьому випадку розрахунок суми процента з використанням відомих показників *PV*, *i*, *n* має вигляд

$$I_{si} = PV \cdot i \cdot n, \tag{2.7}$$

де I_{si} — процент (сума грошей), розрахований із використанням простої процентної ставки. Позначка I_{si} — від англ. *Interest of simple interest*. Формула (2.7) виникає, коли в схему (*FV* – *PV*) замість *FV* підставляємо вираз із формули (2.2).

Використовуючи формулу (2.4), маємо

$$I_{si} = PV \cdot (i_1 \cdot n_1 + i_2 \cdot n_2 + \ldots + i_k \cdot n_k) = PV \cdot \sum_k i_k \cdot n_k . \tag{2.8}$$

За допомогою формули (2.5) одержуємо

$$I_{si} = PV \cdot i \cdot \frac{t}{y} . \tag{2.9}$$

А формула (2.6) і є сама по собі формулою розрахунку процента з використанням простої процентної ставки:

$$I_{si} = P_H = Q_{kp} \times C_r \times [t : 365(360)]. \tag{2.6}$$

2.2 Нарощення при застосуванні механізму складного нарахування процентів

2.2.1 Складне нарахування, яке має цілу кількість періодів нарахування процентів.

Для розуміння і засвоєння механізму складного нарахування процентів (англ. *compound interest*) проаналізуємо й розв'яжемо **модельну задачу 2** (умова — **жирним шрифтом,** пояснення до задачі — звичайним).

Ви вклали в комерційний банк 1000 грн на строк 4 роки під 10 % річних на умові щорічного складного нарахування процентів. Внесок (вклад) грошей на відкритий у банку на своє ім'я рахунок має назву «депозит-ний вклад». Відкриття депозитного рахунку на умові щорічного складного нарахування процентів означає, що наприкінці кожного року Ви не будете одержувати у банку проценти. Ці проценти Ви будете залишати наприкінці кожного року на своєму рахунку, і на них будуть нараховуватися проценти таким же чином, як і на вкладені перші 1000 грн. Наприкінці четвертого року Вам повернуть Ваші 1000 грн, вкладені на початку першого року, та проценти, нараховані за всі 4 роки. **Потрібно знайти фактичну загальну суму грошей, що Ви одержите по закінченні чотирьох років.**

Розв'язання модельної задачі 2 включає розгляд фінансової операції **за періодами нарахування процентів**.

В умові задачі період нарахування процентів ─ рік.

ПЕРІОД 1 (перший рік): на початку першого року Ви поклали на депозит 1000 грн; наприкінці першого року Ви маєте на депозитному рахунку 1100 грн:

─ розрахунок в періоді 1: 1000 грн + 1000 грн · 0,1 = = 1000 грн · (1+0,1) =1100 грн.

Дія: 1000 грн · 0,1 = 100 грн ─ це розрахунок Вашого процента за перший рік. Ваш процент за перший рік залишається в банку на Вашому депозитному рахунку. На початку другого року у Вас на депозитному рахунку вже 1100 грн.

ПЕРІОД 2 (другий рік): наприкінці другого року Ви маєте на депозитному рахунку 1210 грн:

─ розрахунок періоду 2: 1100 грн + 1100 грн · 0,1 = = 1100 грн · (1+0,1) = 1210 грн.

Цей розрахунок можна провести інакше:

1000 грн · (1+0,1) · (1+0,1) = 1000 грн · $(1+0,1)^2$ = = 1000 грн · 1,21 = 1210 грн.

На початку третього року у Вас на депозитному рахунку вже 1210 грн.

ПЕРІОД 3 (третій рік): наприкінці третього року Ви маєте на депозитному рахунку 1331 грн:

— розрахунок періоду 3: 1210 грн + 1210 грн · 0,1 = = 1210 грн · (1+0,1) = 1331 грн.

Цей розрахунок можна провести інакше:

1000 грн·(1+0,1)·(1+0,1)·(1+0,1) = 1000 грн · $(1+0,1)^3$ = = 1000 грн ·1,331 = 1331 грн.

На початку четвертого року у Вас на депозитному рахунку вже 1331 грн.

ПЕРІОД 4 (четвертий рік): наприкінці четвертого року Ви маєте на депозитному рахунку 1464,1 грн:

— розрахунок періоду 4: 1331 грн + 1331 грн · 0,1 = = 1331 грн · (1+0,1) = 1464,1 грн.

Цей розрахунок можна провести інакше:

1000 грн · (1+0,1)·(1+0,1)·(1+0,1)·(1+0,1) =
= 1000 грн · $(1+0,1)^4$ = 1000 грн · 1,4641 = 1464,1 грн.

Наприкінці четвертого року Ви одержите з банку на руки 1464,1 грн, після чого депозитний рахунок закривається і фінансова операція закінчується.

Отже, на початку першого року Ви вклали 1000 грн, а по закінченні чотирьох років Ви одержали фактично 1464,1 грн, тобто Вам повернули вкладені Вами 1000 грн і нарахували в кожному із чотирьох років проценти за складною схемою (нарахування процентів на процент), що в сумі становило 464,1 грн процентів.

Розрахунок за механізмом складного нарахування процентів може мати інші назви-синоніми: такі, як «нарахування процентів на проценти», «нарощення за складною процентною ставкою», «нарахування складних процентів», «складна нарощена вартість», «складні проценти», «складна позика», будь-які інші.

Механізм нарахування складних процентів має послідовно змінну базу для розрахунку. Застосування змінної бази означає, що в наступному періоді за базу береться сума, отримана в попередньому періоді нарахування.

Процедура приєднання нарахованих процентів до попередньої суми може називатися їх ***реінвестуванням***, або ***капіталізацією***.

Нарощення з використанням механізму складного нарахування процентів може мати назву «**компаундінг»** або «**компандування»** (англ. *compound*), або «мультиплікація».

У модельній задачі 2 вкладені Вами на депозит 1000 грн – це PV, отримані Вами фактично 1464,1 грн – це FV, процентна ставка дорівнює 10 % річних – це *і*, кількість разів (кількість періодів) нарахування процентів – це *n*.

З аналізу етапів модельної задачі 2 можемо записати формулу складного нарахування процентів:

$$FV = PV \cdot (1 + i)^{n}, \qquad (2.10)$$

де FV – майбутня вартість у грошових одиницях (докладніше дивися початок підрозділу 1.6);

PV – початкова вартість у грошових одиницях (докладніше дивися початок підрозділу 1.6);

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів *n* (але у формулі (2.10) процентна ставка *і* стає показником, що не має розмірності, тобто у формулі показник *і* використовується не у відсотках, а в частках, «як темп»);

n – кількість періодів нарахування процентів упродовж часу (строку) застосування ставки *і*; також у кожному з цих періодів процентні ставки рівні між собою.

Показник $(1+ i \cdot n)$ у формулі (2.2) та показник $(1+ i)^{n}$ із формули (2.10) називаються в деяких українських навчальних виданнях *мультиплікуючими множниками.* В інших джерелах їх називають *коефіцієнтами*, або *множниками нарощення.* Їх чисельні показники для різних значень ставки *і* і числа періодів *n* табульовані (заздалегідь розраховані) і наводяться в так званих фінансових таблицях. Існують множники механізмів простого і склад-ного нарахування процентів. Про множник нарощення простих процентів уже мова йшла ─ формула (2.3). Показник $(1+i)^n$ на відміну від f_{si} по суті є множником нарощення за складними процентами, або англ. ─ *compound interest factor*, звідки і походить позначка множника ─ f_{ci}. Через множник складного нарощення формулу (2.10) можна переписати у вигляді

$$FV = PV \cdot f_{ci}. \tag{2.11}$$

Після цього досить лише виписати з фінансової таблиці значення множника і підставити у формулу (2.11).

Мультиплікуючий (мультиплікативний) множник при будь-якому механізмі нарахування процентів показує, у скільки разів збільшується початкова сума грошей при заданих процентній ставці i і кількості періодів нарощення процентів n. До сучасного широкого впровадження комп'ютерів і під час відсутності ручних калькуляторів таблиці цих множників користувалися широкою популярністю у фінансових установах. Тепер необхідність у них практично відпала.

Але використання множників може стати в пригоді при записі формули у випадку, якщо механізм нарахування процентів змінюється впродовж строку фінансової операції, також змінюється процентна ставка і, також, змінюється період нарахування процентів. У такому разі треба визначити свої множники нарощення f_{ci} або f_{si} на які потрібно помножити все, що отримано на попередньому етапі. У підсумку формула для визначення нарощеної суми при будь-якій зміні способів нарахування процентів, процентних ставок і періодів нарахування набирає вигляду

$$FV = PV \cdot f_{si_1} \cdot f_{si_2} \cdot \ldots \cdot f_{si_k} \cdot f_{ci_1} \cdot f_{ci_2} \cdot \ldots f_{ci_h}. \tag{2.12}$$

На практиці у фінансових обчисленнях в основному використовують формулу (2.10), а не (2.12).

На відміну від формули простого нарахування процентів (2.2), яка є прийнятною для всіх варіантів співвідношення між періодом нарахування процентів і строком, формула (2.10) відображає виключно тільки 2-й варіант співвідношення між періодом нарахування процента і строком (див. стор. 53), а саме, що період нарахування процента менший за строк, і при цьому тривалість періоду кратна строку, тобто строк має цілу кількість періодів.

При застосуванні механізму складного нарахування процентів за 3-м та 4-м варіантами (див. стор. 53), тобто, коли n має цілу і дробову частини або тільки дробову, в цих випадках використовують формули не у вигляді (2.10), а інші формули (див. пункти 2.2.2 та 2.2.3).

У модельній задачі 2 період нарахування процентів ─ 1 рік, строк ─ чотири роки, кількість періодів нарахування процентів (n) дорівнює цілій кількості періодів ─ чотирьом. Отже, можемо використати формулу (2.10) в розв’язуванні модельної задачі 2.

Використовуючи (2.10), розв’язання модельної задачі 2 набирає лаконічного вигляду

$$FV = 1000\ грн \cdot (1 + 0{,}1)^4 = 1464{,}1\ грн.$$

Відповідь: у модельній задачі 2 фактична загальна сума грошей, що Ви одержите по закінченні чотирьох років, буде FV = 1464,1 грн.

Формулу (2.10) використовують тоді, коли:

─ періоди нарахування процентів (*n*) рівні між собою;

─ у кожному періоді нарахування процентів (*n*), процентні ставки (*i*) рівні між собою (постійні ставки).

Коли процентні ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються, а періоди нарахування процентів згруповані за ознакою рівності між собою (n_1, n_2, …, n_k), тобто якщо процентна ставка змінна, а саме:

─ впродовж n_1 періодів процентна ставка дорівнює i_1,

─ впродовж n_2 періодів процентна ставка дорівнює i_2,

……………………………………………………………

─ впродовж n_k періодів процентна ставка дорівнює i_k,

то формула складного нарахування процентів набирає вигляду

$$FV = PV \cdot (1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot ... \cdot (1+i_k)^{n_k}\,, \qquad (2.13)$$

де $i_1, i_2, ..., i_k$ ─ процентні ставки за періоди $n_1, n_2, ...,$ n_k відповідно.

Приклад 2.2

Задача

Підприємство одержало кредит у сумі 100 млн грн строком на 6 років за схемою нарахування складних процентів на таких умовах :

─ за перший рік процентна ставка становить 10 %;

─ для другого і третього років передбачена надбавка до ставки в розмірі 2 %;

─ для четвертого і наступного років надбавка до ставки третього року ─ 3 %. Визначити суму боргу наприкінці строку позики.

Розв'язання задачі

Використовуємо формулу (2.10).

$$FV = 100 \cdot (1+0{,}1) \cdot (1+0{,}12)^2 \cdot (1+0{,}15)^3 = 209{,}85 \text{ (млн грн)}.$$

Відповідь: *розмір боргу наприкінці строку позики дорівнює 209,85 млн грн.*

Як видно з розв'язування **модельних задач 1** і **2**, застосування різних механізмів нарахування процентів (за всіх інших рівних умов) приводить при однакових розмірах внеску (сума внеску ─ 1000 грн) до зовсім різних кінцевих сум грошей. Схема простих процентів становить, у підсумку 1400 грн, а схема складних процентів ─ 1464,1 грн. Бачимо, що схема складних процентів дає більшу майбутню вартість.

________НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО________

У науковій та навчальній літературі, ЯКЩО НЕ ЗАЗНАЧЕНО (НЕ ОБУМОВЛЕНО) МЕХАНІЗМ НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ (СКЛАДНИЙ ЧИ ПРОСТИЙ), ТО ЗАВЖДИ РОЗРАХУНОК ПРОВОДЯТЬ ЗА **СКЛАДНОЮ СХЕМОЮ НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ**.

У науковій економічній та фінансовій літературі, а також і в навчальній цим правилом користуються завжди, АЛЕ В БАНКІВСЬКІЙ ДІЯЛЬНОСТІ, на практиці, при оформленні депозитних договорів, якщо не обумовлено механізм, то він простий, а при оформленні кредитних договорів може бути навпаки. При оформленні договорів (кредитних, депозитних) пропонується про цей момент домовитись і записати в текст договору.

Закріпимо отримані знання на прикладі розв'язання такої задачі (*приклад 2.3*).

Приклад 2.3

Задача

Розрахувати нарощену суму з початкової суми 2 млн грн при розміщенні її в банку на строк 10 років на умовах нарахування: а) простих і б) складних процентів, якщо ставка 15 %, а періоди нарощення (нарахування) такі: квартал, півріччя, один рік, 5 років, 10 років.

Підготовчий аналіз перед розв'язуванням задачі

Для вирішення поставленого завдання потрібно зробити 10 розрахунків і одержати 10 значень величини FV, п'ять розрахунків за механізмом простого нарахування процентів і п'ять – за механізмом складного (відповідно до кількості періодів нарахування). В умовах задачі не обумовлено, яка ставка: річна чи інша, процентна чи облікова? За неоголошеними правилами знаємо, що ставка 15 % – річна і процентна.

Розв'язування задачі

Механізм нарахування процентів ─ простий. *Використовуємо формулу (2.2):*

1) щоквартальне нарахування процентів:
спочатку підготуємо дані, що входять до формули (2.2), за умовами задачі PV = 2 млн грн, n розраховуємо знаючи, що рік має 4 квартали, а загальна кількість років 10. Отже, кількість періодів нарахування n = 40, процентна ставка в умові задачі дається, як річна, але для періоду нарахування ─ кварталу ─ процентна ставка i = 0,15/4. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.2):

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n) = 2 \text{ } \textit{млн грн} \cdot (1 + \frac{0{,}15}{4} \cdot 40) = 5 \text{ } \textit{млн грн};$$

2) піврічне нарахування процентів:
n розраховуємо знаючи, що рік має 2 півріччя, а загальна кількість років 10. Отже, кількість періодів нарахування (кількість кварталів) n = 20, процентна ставка в умові задачі дається як річна, отже, для півріччя процентна ставка i = 0,15/2. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.2), одержимо

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n) = 2 \text{ } \textit{млн грн} \cdot (1 + \frac{0{,}15}{2} \cdot 20) = 5 \text{ } \textit{млн грн};$$

3) річне нарахування процентів:
n = 10, i = 0,15. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.2), одержимо

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n) = 2 \text{ } \textit{млн грн} \cdot (1 + 0{,}15 \cdot 10) = 5 \text{ } \textit{млн грн};$$

4) нарахування процентів один раз на 5 років:
n розраховуємо знаючи, що в 10 роках вміщається два періоди по 5 років. Отже, кількість періодів нарахування n = 2, процентна ставка в умові задачі дається як річна, отже, для п'ятирічного періоду нарахування процентна ставка i = 0,15·5. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.2), одержимо

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n) = 2 \text{ млн грн} \cdot (1 + 0{,}15 \cdot 5 \cdot 2) = 5 \text{ млн грн.};$$

5) нарахування процентів один раз на 10 років:
n розраховуємо знаючи, що в 10 роках вміщується один період із 10 років. Отже, кількість періодів нарахування n = 1, процентна ставка в умові задачі дається як річна, отже, для десятирічного періоду процентна ставка i = 0,15·10. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.2), одержимо

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n) = 2 \text{ млн грн} \cdot (1 + 0{,}15 \cdot 10 \cdot 1) = 5 \text{ млн грн.}$$

Механізм нарахування процентів ─ складний.

Використовуємо формулу (2.10):

1) щоквартальне нарахування процентів:

Для початку підготуємо дані, що входять до формули (2.10), за умовами задачі PV = 2 млн грн, n розраховуємо знаючи, що рік має 4 квартали, а загальна кількість років 10. Отже, кількість періодів нарахування (кількість кварталів) n = 40, процентна ставка в умові задачі дається як річна, але для кварталу процентна ставка i = 0,15/4. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.10), одержимо

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n = 2 \text{ млн грн} \cdot (1 + \frac{0{,}15}{4})^{40} = 8{,}721 \text{ млн грн};$$

2) піврічне нарахування процентів:
n розраховуємо знаючи, що рік має 2 півріччя, а загальна кількість років 10. Отже, кількість періодів нарахування (кількість півріч) n = 20, процентна ставка в умові задачі дається як річна, отже, для півріччя процентна ставка i = 0,15/2. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.10), одержимо

$$FV = PV \cdot (1 + i)^n = 2 \text{ млн грн} \cdot (1 + \frac{0{,}15}{2})^{20} = 8{,}496 \text{ млн грн};$$

3) річне нарахування процентів:
n = 10, i = 0,15. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.10), одержимо

$$FV = PV\cdot(1+i)^n = 2 \text{ млн грн} \cdot (1+0{,}15)^{10} = 8{,}091 \text{ млн грн};$$

4) нарахування процентів один раз на 5 років:
n розраховуємо знаючи, що в 10 роках є два періоди по 5 років. Отже, кількість періодів нарахування n = 2, процентна ставка в умові задачі дається як річна, отже, для п'ятирічного періоду процентна ставка і = 0,15 · 5. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.10), одержимо

$$FV = PV\cdot(1+i)^n = 2 \text{ млн грн}\cdot(1+0{,}15\cdot 5)^2 = 6{,}125 \text{ млн грн};$$

5) нарахування процентів раз за 10 років:
n розраховуємо знаючи, що в 10 роках вміщується один період із 10 років. Отже, кількість періодів нарахування n = 1, процентна ставка в умові задачі дається як річна, отже, для десятилітнього періоду процентна ставка і = 0,15·10. Підготовлені значення підставимо у формулу (2.10), одержимо

$$FV = PV\cdot(1+i)^n = 2 \text{ млн грн}\cdot(1+0{,}15\cdot 10)^1 = 5{,}000 \text{ млн грн};$$

Аналізуючи розв'язок задачі з *прикладу 2.3*, який надано вище, можна зазначити таке: використання у фінансових розрахунках механізму простих і складних процентів дає неоднакові кінцеві результати.

ВИСНОВОК 1. При використанні механізму простого нарахування процентів поділ строку на більшу кількість періодів нарахування не впливає на розмір нарощеної суми. Нарощена сума *FV* не змінюється, якщо в межах строку *T* кількість періодів нарахування *n* збільшується або зменшується.

ВИСНОВОК 2. При використанні механізму складного нарахування процентів поділ строку на періоди нарахування впливає на розмір нарощеної суми. Поділ строку *T* на більшу кількість періодів нарахування при застосуванні механізму нарахування складних процентів забезпечує більший розмір нарощеної суми. Як бачимо із попередньої задачі, найбільшу «прибавку» в нарощенні дає перехід від $n = 1$ до $n = 2$. Подальше зростання n дає меншу суму нарощення стосовно попередньої.

ВИСНОВОК 3. Порівнюючи механізми простого та складного нарахувань процентів із позиції розрахованих результатів, можемо констатувати: механізм простого нарахування процентів завжди дає результат, який дорівнює результату за механізмом складного нарахування процентів при кількості періодів нарахування $n = 1$ (звісно, за умови тотожності показників PV, T, i, тривалості періодів нарахування процентів). Прогляньте у *прикладі 2.3* результати всіх розрахунків за механізмом простого нарахування процентів та порівняйте їх із останнім розрахунком, який проведено за механізмом складного нарахування процентів (розрахунок *5) нарахування процентів раз на 10 років*). Нарахування за механізмом простого нарахування процентів — це той самий розрахунок, що й за механізмом складного нарахування процентів за умови, що період нарахування процентів лише один і завжди один. Отже, можемо зазначити, що при механізмі простого нарахування процентів n охоплює та являє собою весь строк T, тобто що **при механізмі простого нарахування процентів $n = T$.** Тоді формула (2.2) $FV = PV{\cdot}(1+ i{\cdot}n)$ може мати і такий запис:

$$FV = PV{\cdot}(1+ i{\cdot}T), \qquad (2.14)$$

де FV – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – річна процентна ставка, яка застосовується та не змінюється впродовж строку T;

T – строк фінансової операції (в роках), або, що одне й те саме, строк (у роках) застосовування річної ставки i.

2.2.2 Складне нарахування процентів: ціла і дробова кількість періодів нарахування процентів.

Якщо період нарахування процентів менший за строк фінансової операції і при цьому тривалість періоду не кратна строку, тобто строк має цілу кількість періодів і ще часинку наступного (цілу і дробову) ─ (3-й варіант, див. с. 51), то застосовується не формула (2.10), а інша, що походить від (2.10), формула, яку далі будемо називати **«формула змішаного нарахування процентів»**.

При нарахуванні складних процентів за цілу й дробову кількість періодів нарахування процентів застосовується так звана змішана схема, що передбачає нарахування складних процентів за ціле число періодів нарахування й простих процентів за дробову частину періоду нарахування. Розглянемо механізм змішаного нарахування процентів за допомогою розв'язування модельної задачі 3.

Умови **модельної задачі 3.**

Банк видав позику (кредит) у розмірі 500 тис. грн на строк 2 роки й 4 місяці. Процентна ставка ─ 40 %. Яку суму поверне боржник банку наприкінці строку при періодах нарахування процентів: а) щорічних; б) за півріччями; в) щоквартальних?

Розв'язування модельної задачі 3.

Розглядаємо фінансову операцію **за періодами нарахування процентів**. Ставка – річна, механізм нарахування ─ складний (згідно з неоголошеними правилами).

Нарахування процентів щорічне.

ПЕРІОД 1 (перший рік): на початку першого року видано кредит 500 тис. грн; у кінці першого року у позичальника перед банком борг зростає на суму процента, розрахунок в періоді 1: 500 тис. грн + 500 тис. грн · 0,4 = = 500 тис. грн · (1+0,4) = 700 тис. грн.

У кінці першого періоду (першого року) борг перед банком 700 тис. грн, ця ж сума є базою для нарахування процентів у другому періоді.

ПЕРІОД 2 (другий рік): на початку другого року борг перед банком 700 тис. грн; у кінці другого року у позичальника перед банком борг зростає на суму процента, розрахованого від бази, ─ 700 тис. грн. Розрахунок у межах періоду 2: 700 тис. грн + 700 тис. грн · 0,4 = = 700 тис. грн · (1+0,4) = 980 тис. грн.

Вище проведений розрахунок можна записати інакше:

500 тис. грн·(1+0,4)·(1+0,4) = 500 тис. грн · $(1+0,4)^2$ = = 500 тис. грн · 1,96 = 980 тис. грн.

Отже, на кінець другого року борг перед банком 980 тис. грн. Розрахована сума є базою для розрахунку процента у наступному періоді.

ПЕРІОД 3 (третій рік): на початку третього року борг перед банком 980 тис. грн. Третій рік, (період нарахування) ─ неповний, а частина року ─ 4 місяці. Протягом 4 місяців нарахування процентів відбувається на суму 980 тис. грн. Звісно, якби період нарахування був повним, то розмір процента був би таким: 980 тис. грн × ×0,4 = 352 тис. грн, але період нарахування становить лише частину від повного періоду (року), а саме 4/12. Отже, за ці 4 місяці і процент буде не 352 тис. грн, а 4/12 від 352 тис. грн. Запис розрахунку процента за 4 місяці має такий вигляд: 980 тис. грн · 0,4 · 4/12 = 130,7 тис. грн. Тоді сума боргу перед банком на кінець строку становить: 980 тис. грн + 980 тис. грн · 0,4 · 4/12 = 1110,7 тис. грн.

Цей розрахунок можна записати інакше:

500 тис. грн·(1+0,4)·(1+0,4)·(1+0,4·4/12) = 1110,7 тис. грн.

Розрахунок можна записати також і так:

500 тис. грн · $(1+0,4)^2$ · (1+0,4·4/12) = 1110,7 тис. грн.

При щорічному нарахуванні процентів банк очікує на повернення 1110,7 тис. грн.

У проведеному розрахунку кількість періодів нарахування процентів становить *n* = 2 цілих 4/12 року. Використовуючи формулу (2.10), за умов третьої модельної задачі 3 розрахунок записується так:

$$FV = 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0,4)^{2\frac{4}{12}} = 1110,7 \text{ тис. грн.}$$

Нарахування процентів за півріччями

ПЕРІОД 1 (перше півріччя): на початку першого півріччя видано кредит 500 тис. грн; у кінці першого півріччя у позичальника перед банком борг зростає на суму процента, розрахунок у періоді 1: 500 тис. грн + + 500 тис. грн $\cdot$ 0,4/2 = 500 тис. грн$\cdot$(1+0,4/2) = 600 тис. грн.

У кінці першого періоду (першого півріччя) борг перед банком 600 тис. грн, ця ж сума є базою для нарахування процентів у другому періоді.

ПЕРІОД 2 (друге півріччя): на початку другого півріччя борг перед банком 600 тис. грн; у кінці другого півріччя у позичальника перед банком борг зростає на суму процента, розрахованого від бази, — 600 тис. грн. Розрахунок у межах періоду 2: 600 тис. грн + 600 тис. грн $\times$ $\times$0,4/2 = 600 тис. грн $\cdot$ (1+0,4/2) = 720 тис. грн.

Цей розрахунок можна записати інакше:

500 тис. грн. $\cdot$ (1+0,4/2) $\cdot$ (1+0,4/2) = 500 тис. грн $\times$ $\times$(1+0,4/2)^2 = 500 тис. грн $\cdot$ 1,44 = 720 тис. грн.

На кінець другого півріччя борг перед банком 720 тис. грн.

ПЕРІОД 3 (третє півріччя): на початку третього півріччя борг перед банком 720 тис. грн; у кінці третього півріччя у позичальника перед банком борг зростає на суму процента, розрахованого від бази, — 720 тис. грн. Розрахунок у межах періоду 3: 720 тис. грн + 720 тис. грн$\times$ $\times$ 0,4/2 = 720 тис. грн $\cdot$ (1+0,4/2) = 720 тис. грн.

Цей розрахунок можна записати інакше:

500 тис. грн $\cdot$ (1+0,4/2) $\cdot$ (1+0,4/2) $\cdot$ (1+0,4/2) = = 500 тис. грн$\cdot$(1+0,4/2)^3 = 500 тис. грн$\cdot$1,728 = 864 тис. грн.

На кінець третього півріччя борг 864 тис. грн.

ПЕРІОД 4 (четверте півріччя):

500 тис. грн $\cdot$ (1+0,4/2) $\cdot$ (1+0,4/2) $\cdot$ (1+0,4/2) $\cdot$ (1+0,4/2) = = 500 тис. грн $\cdot$ (1+0,4/2)^4 = 500 тис. грн $\cdot$ 2,0736 = = 1036,8 тис. грн.

На кінець четвертого півріччя борг перед банком 1036,8 тис. грн.

Чотири півріччя ─ це два роки. Залишилося 4 місяці наступного півріччя.

ПЕРІОД 5 (п'яте півріччя): на початку п'ятого півріччя борг перед банком 1036,4 тис. грн. П'ятий період нарахування ─ неповний, а лише частина півріччя ─ чотири місяці з шести. Упродовж 4 місяців нарахування процентів відбувається на суму 1036,8 тис. грн. Звісно, якби період нарахування був повним, то розмір процента був би таким: 1036,8 тис. грн · 0,4/2 = 207,36 тис. грн, але період нарахування становить лише частину від повного періоду (півріччя), а саме 4/6. Отже, за ці 4 місяці і процент буде не 207,36 тис. грн, а 4/6 від 207,36 тис. грн. Запис розрахунку процента за 4 місяці має такий вигляд: 1036,8 тис. грн · 0,4/2 · 4/6 = 138,24 тис. грн. Тоді сума боргу перед банком на кінець строку становить:

1036,8 тис. грн. + 1036,8 тис. грн · 0,4/2 · 4/6 = = 1175,04 тис. грн.

Розрахунок можна записати інакше: 500 тис. грн × ×(1+0,4/2) · (1+0,4/2) · (1+0,4/2) · (1+0,4/2) · (1+0,4/2·4/6) = = 1175,04 тис. грн.

Розрахунок можна записати також і так:

$$500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0{,}4/2)^{4} \cdot (1+0{,}4/2 \cdot 4/6) = 1175{,}04 \text{ тис. грн.}$$

При піврічному нарахуванні процентів банк очікує на повернення 1175,04 тис. грн.

У проведеному розрахунку:

─ кількість періодів нарахування процентів становить n = 4 цілих 4/6 півріччя;

─ процентна ставка в кожному з періодів нарахування процентів i = 0,4/2.

За аналогією з (2.10) розрахунок записується

$$FV = 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0{,}4/2)^{4\frac{4}{6}} = 1175{,}04 \text{ тис. грн.}$$

Нарахування процентів щоквартальне

ПЕРІОД 1 (перший квартал): на початку першого кварталу видано кредит 500 тис. грн; у кінці першого кварталу у позичальника перед банком борг зростає на суму процента, розрахунок у періоді 1: 500 тис. грн + +500 тис. грн · 0,4/4 = 500 тис. грн ·(1+0,4/4) = 550 тис. грн.

У кінці першого періоду (першого кварталу) борг перед банком 550 тис. грн, ця ж сума є базою для нарахування процентів у другому періоді.

ПЕРІОД 2 (другий квартал): на початку другого кварталу борг перед банком 550 тис. грн; у кінці другого кварталу у позичальника перед банком борг зростає на суму процента, розрахованого від бази, — 550 тис. грн. Розрахунок у межах періоду 2: 550 тис. грн + 550 тис. грн× × 0,4/4 = 550 тис. грн · (1+0,4/4) = 605 тис. грн.

Цей розрахунок можна записати інакше:

500 тис. грн · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) = 500 тис. грн × × $(1+0{,}4/4)^2$ = 500 тис. грн · 1,21 = 605 тис. грн.

На кінець другого півріччя борг перед банком 605 тис. грн.

ПЕРІОД 3 (третій квартал), розрахунок:

500 тис. грн · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) = = 500 тис. грн · $(1+0{,}4/4)^3$ = 500 тис. грн · 1,331 = = 665,5 тис. грн.

На кінець третього півріччя борг — 665,5 тис. грн.

Загалом, у модельній задачі 3, яка розв'язується, за умови щоквартального нарахування процентів періодів нарахування процентів десять відповідно до кількості кварталів і в тому числі дев'ять повних (цілих) кварталів і один останній, десятий, не повний, який має один місяць із трьох (бо квартал, як відомо, має у своєму складі три місяці).

ПЕРІОД 9 (дев'ятий квартал), розрахунок за логікою попередніх періодів:

500 тис. грн · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) ×

$\times$ (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) = = 500 тис. грн · $(1+0,4/4)^9$ = 500 тис. грн · 2,357947691 = = 1178,974 тис. грн.

ПЕРІОД 10 (десятий квартал), розрахунок розглянемо знову детально. На початку десятого кварталу борг перед банком 1178,974 тис. грн. Десятий період нарахування ─ неповний, а лише частина кварталу ─ один місяць із трьох. Упродовж цього 1-го місяця нарахування процентів відбувається на суму 1036,8 тис. грн. Звичайно, якби період нарахування був повним (3 місяці), то розмір процента був би таким: 1178,974 тис. грн · 0,4/4 = 117,90 тис. грн, але період нарахування становить лише частину від повного періоду (кварталу), а саме 1/3. Отже, за один місяць процент буде не 117,90 тис. грн, а 1/3 від 117,90 тис. грн. Запис розрахунку процента за один місяць має такий вигляд: 1178,974 тис. грн × 0,4/4 · 1/3 = 39,30 тис. грн. Тоді сума боргу перед банком на кінець строку становить 1178,974 тис. грн + 1178,974 тис. грн · 0,4/4 · 1/3 = 1218,273 тис. грн.

Розрахунок можна записати інакше: 500 тис. грн × × (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) × × (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4) · (1+0,4/4·1/3) = = 1218,273 тис. грн.

Розрахунок можна записати також і так:

500 тис. грн · $(1+0,4/4)^9$ · (1+0,4/4·1/3) = 1218,273 тис. грн.

При щоквартальному нарахуванні процентів банк очікує на повернення 1218,273 тис. грн.

У проведеному розрахунку:

─ кількість періодів нарахування процентів становить n = 9 цілих 1/3 кварталу;

─ процентна ставка в кожному з періодів (кварталів) нарахування процентів i = 0,4/4.

Використовуючи формулу (2.10), розрахунок записується

$$FV = 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0{,}4/4)^{9\frac{1}{3}} = 1218{,}273 \text{ тис. грн.}$$

Всі три варіанти розв'язання модельної задачі 3 завершилися записом розрахунку у вигляді формули (2.10), у записі якої з'явилася особливість. Показник кількості періодів нарахування *n* має цілу і дробову частини. Позначимо цілу частину кількості періодів через ***k***, а дробову – через ***f***, тоді ***n = k + f***. При такому ***n*** формула (2.10) трансформується, перетворюється хоча і в споріднену до (2.10), але в іншу формулу, яка має назву «**ФОРМУЛА ЗМІШАНОГО НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ»:**

$$FV = PV \cdot (1+i)^{k+f} = PV \cdot (1+i)^{k} \cdot (1+f \cdot i), \quad (2.15)$$

де *FV, PV, i* – мають зміст той самий, що й у формулах (2.2), (2.10);

k – ціла частина кількості періодів нарахування;

f – дробова частина кількості періодів нарахування процентів.

Модельна задача 3 розв'язується за допомогою формули (2.15) стисло і швидко:

– нарахування процентів щорічне:

$$\text{FV} = 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0{,}4)^{2\frac{4}{12}} =$$

$$= 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0{,}4)^{2} \cdot (1+0{,}4 \cdot \frac{4}{12}) = 1110{,}7 \text{ тис. грн;}$$

– нарахування процентів за півріччями:

$$\text{FV} = 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0{,}4/2)^{4\frac{4}{6}} =$$

$$= 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+\frac{0{,}4}{2})^{4} \cdot (1+\frac{0{,}4}{2} \cdot \frac{4}{6}) = 1175{,}04 \text{ тис. грн;}$$

– нарахування процентів щоквартальне:

$$\text{FV} = 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+0{,}4/4)^{9\frac{1}{3}} =$$

$$= 500 \text{ тис. грн} \cdot (1+\frac{0{,}4}{4})^{9} \cdot (1+\frac{0{,}4}{4} \cdot \frac{1}{3}) = 1218{,}273 \text{ тис. грн.}$$

У підручнику навмисно подано детальне розв'язування модельної задачі 3. Автор не випадково витратив близько шести сторінок тексту, на яких проводилися розрахунки без використання відомих до цього моменту формул. Посилання на формулу з'явилося в кінці розрахунку, бо, безпосередньо, сам хід фінансових розрахунків приводив нас до запису розрахунку у формалізованому вигляді. Хід розрахунків «народжує» формулу, а не навпаки. Спочатку, на практиці, людство виконувало розрахунки, а потім, для полегшення розрахунків, винаходило формули. Такий підхід і така поетапна демонстрація розв'язку модельної задачі 3 дають можливість розвіяти деякі міфи відносно застосування формули (2.15).

Додаткова інформація

При застосуванні у фінансових розрахунках формули (2.15) звертають увагу на наступне.

Якщо загальна кількість періодів нарахування має ціле число (цілу кількість періодів) і залишок, то для цілого числа періодів використовується формула складних процентів, а для залишку — або формула складних, або формула простих процентів, однак останнє застосовується частіше. Таким чином, якщо k — ціла кількість, а f — частина неповного періоду нарахування, то формула (2.15) набирає вигляду:

— при застосуванні механізму простих процентів у частині неповного періоду нарахування

$$FV = PV \cdot (1+i)^{k+f} = PV \cdot (1+i)^{k} \cdot (1+f \cdot i);$$

— при застосуванні механізму складних процентів в частині неповного періоду нарахування

$$FV = PV \cdot (1+i)^{k+f} = PV \cdot (1+i)^{k} \cdot (1+i)^{f}.$$

Міф перший *полягає у тому, що для останнього не цілого періоду нарахування можливі два способи розрахунку: простий, що має вигляд $(1+f \cdot i)$, та складний, що має вигляд $(1+i)^{f}$.*

Це зовсім не так. Механізм розрахунку складного нарахування процентів показує, що складне нарахування —

це нарахування (перемноження) попередніх періодів нарахування на наступний, це нарощення періодами нарахування. Лише коли період нарахування закінчується тільки тоді база помножується на множник періоду нарахування (тобто зростає база). Складне нарахування процентів ─ це нарахування за періодами нарощення, умовно можна сказати, це нарахування між періодами нарощення, а ніяк не в межах, не в «середині», не в кордонах кожного окремо взятого періоду нарахування. У «межах кожного окремо взятого періоду нарахування», як це не дивно, механізм нарахування процентів завжди простий. Це є ще одним неоголошеним правилом.

З позиції внутрішнього механізму формування множника нарощення у формулі (2.15) останній не повний період нарахування нічим не відрізняється від попередніх. Якщо в «середині», в межах попередніх цілих періодів нарахування, зростання має просту схему, то чому в останньому періоді схема нарахування стає складною? Як правило, формування множників у кожному з періодів нарахування проходить за одним і тим самим механізмом ─ і не за складним, а за простим. Отже, випадок, коли у формулі (2.15) у «частині неповного періоду нарахування застосовують механізм складних процентів», не відповідає практичним реаліям фінансових розрахунків.

*Таким чином, **у формулі (2.15) для множника за неповний період нарахування** не існує двох способів розрахунку: простого, що має вигляд $(1+f \cdot i)$, та складного, що має вигляд $(1+i)^f$». **Існує лише один спосіб розрахунку, ─ простий, що має вигляд** $(1 + f \cdot i)$.*

***Міф другий.** Цілком справедливим є твердження, що у формулі (2.10) показник кількості періодів нарахування процентів «n» є показником степеня, степеня з математичної точки зору. Але у формулі (2.15) показник «n», що має цілу і дробову частини, не є показником степеня, як у математиці.*

Математика — це набір різноманітних інструментів. Для конкретної фінансової операції беруться не всі, а обираються з переліку лише потрібні інструменти. Дії з розрахунку конкретної фінансової операції вимагають застосування не всіх, а тільки відповідних до обчислення інструментальних математичних засобів. Дії з обчислення конкретної фінансової операції вказують на відповідний математичний інструмент і обирають цей інструмент для розрахунку, а не навпаки. Не математичні інструменти «головують» у фінансових розрахунках, а фінансові обчислення «обирають і одягають на себе» математичний інструментарій.

В економічних науках і особливо у фінансах часто-густо математична системність подавляє практичну обумовленість.

У ході фінансових розрахунків одержали випадок, коли у формулі (2.10) показник кількості періодів нарахування процентів «п» є в той самий час і одним із математичних інструментів — показником степеня. Проте автоматичне і необґрунтоване перенесення цієї властивості на формулу (2.15) є помилкою. Звичайно, формула (2.15) відображає механізм складного нарахування процентів, складність (а не простоту) механізму нарахування в цій формулі, як і у формулі (2.10), дає добуток множників, що розраховуються в дужках. Але розрахунок в останніх дужках формули (2.15) відрізняється від розрахунку в попередніх дужках.

Якщо у формулі (2.15) усі показники в дужках, крім останнього, чисельно рівні між собою, то виражати їх добуток показником степеня є цілком обґрунтованим. Остання дужка чисельно відрізняється від попередніх множників і не належить, а тому і не включається до попереднього степеневого ряду, а є окремим показником. У цього окремого і завжди в однині множника є свій окремий показник степеня — він за правилами математики не *позначається але завжди мається на увазі, що цей показник степеня дорівнює одиниці. Показником степеня останньої дужки у формулі (2.15) завжди є одиниця, але цю одиницю неможливо додати до показника степеня попередніх дужок тому, що в них різні основи.*

У формулі (2.15) позначку, що показує кількість періодів нарахування процентів, а саме (n = k + f), підставляють на місце показника степеня і тому виникає помилковий висновок, що це показник степеня, який має цілу k і дробову f частини, і що k ─ показник степеня, і f ─ також показник степеня. Але перебіг, логіка фінансових розрахунків показують, що при «і», рівних між собою, та при рівних між собою періодах нарахування процентів k стає показником степеня, а f ніколи не стане показником степеня. Запис n сумою k + f свідчить, що k та f мають спільну основу, але ця основа ─ не основа для показника степеня. Основи для k як показника степеня і для f як показника степеня різні. Залишається інша основа, за якою можливе додавання k + f , а саме, що це показник кількості періодів нарахування.

У формулі (2.15) показник «n», що має цілу і дробову частини, не є показником степеня, а є показником виключно тільки кількості періодів нарахування процентів.

Міф третій. *Формулюється так: формула змішаного нарахування процентів передбачає нарахування процентів за цілу кількість періодів за формулою складних процентів і за дробову частину періоду за формулою простих процентів.*

Не вдаючись до детального розгляду такого формулювання, зазначимо наступне. Формула змішаного нарахування процентів (2.15) не складається з двох формул і не «передбачає нарахування процентів за цілу кількість періодів за формулою складних процентів, і за дробову частину періоду за формулою простих процентів».

Формула лише нагадує своїми частинами дві інші формули, якщо умовно її поділити на частини. Наголошуємо, формула (2.15) «лише нагадує!» у випадку, якщо «умовно!» її «поділити». Поділити формулу не умовно, а на практиці цілком можливо, але виділені в результаті поділу формули вже будуть іншими формулами, відмінними від попередньої, не поділеної.

***Формула змішаного нарахування процентів є самостійною формулою**, відмінною по суті і за формою від формул складного і простого нарахувань процентів.*

У попередній *додатковій інформації* згадувалося ще про одне неоголошене правило. Визначимо його окремо.

________НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО_________

У МЕЖАХ КОЖНОГО ПЕРІОДУ НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТИ ЗРОСТАЮТЬ ВИКЛЮЧНО ЗА МЕХАНІЗМОМ ПРОСТОГО НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ.

2.2.3 Складне нарахування, яке має дробову кількість періодів нарахування процентів.

Розглядаємо варіант 4 (див. стор. 53), коли період нарахування процента більший за строк фінансової операції. Уже було доведено, що випадок, коли у формулі (2.15) в *«частині неповного періоду нарахування застосовують механізм складних процентів»,* не відповідає практичним реаліям фінансових розрахунків. У формулі (2.15) для множника за неповний період нарахування існує лише один спосіб розрахунку – простий, що має вигляд $(1+f{\cdot}i)$. Розглянемо випадок при застосуванні формули (2.15), ─ коли $k = 0$, а f є дробовим числом. У цій формулі k виконує функції показника степеня (на відміну від f, який «не працює» як показник степеня). Формула (2.15) стає такою:

$$FV = PV \cdot (1+i)^{0+f} = PV \cdot (1+i)^{0} \cdot (1+f{\cdot}i)\,. \quad (2.15.1)$$

Математика підказує, що завжди будь-яке число або його показник у нульовому степені дорівнює одиниці.

З фінансової точки зору показник степеня «0» означає, що нарахування процентів не проводилося.

Таким чином, формула (2.15.1) перетворюється у таку формулу (2.15.2):

$$FV = PV \cdot (1+i)^{f} = PV \cdot 1 \cdot (1+ f \cdot i) . \qquad (2.15.2)$$

Отже, маємо, що $(1+i)^{f} = (1+ f \cdot i)$, і таке рівняння у фінансах має місце завжди.

Варіант, що розглядається в цьому пункті (п. 2.2.3) і є випадком, коли період нарахування неповний, тобто дробовий, і це означає, що період усього один.

Механізм складного нарахування процентів є механізмом зростання суми з попереднього періоду за наявності наступного, тобто періодів нарахування повинно бути декілька (обов'язково два і більше), тоді і тільки тоді може йти мова про застосування механізму складного нарахування процентів. Але якщо період нарахування всього один, то зрозуміло, що немає на чому застосовувати механізм складного нарахування процентів. Саме тому, коли період нарахування процентів більший за строк операції, нарахування процентів завжди просте, складному нарахуванню немає на чому застосовувати свій механізм.

У фінансових розрахунках не може йти мова про застосування механізму складного нарахування процентів, коли існує тільки дробова кількість періодів нарахування процентів.

Дробова кількість періодів нарахування процентів завжди розраховується за механізмом простого нарахування процентів.

Інформація про механізм простого нарахування процентів із дробовою кількістю періодів нарахування подана в підрозділі 2.1, пункти 2.1.2, 2.1.3.

2.2.4 Розрахунок процента при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

Проведемо розрахунок суми складного процента за допомогою схем $(FV-PV)$, але коли відомими є кількість періодів (n), ставка процента (i) і показник PV.

Якщо в схему $(FV-PV)$ замість FV підставляємо вираз FV із формули (2.10), то формула розрахунку процента в цілому така:

$$I_{ci} = FV - PV = PV \cdot [(1+i)^{n} - 1], \qquad (2.16)$$

де I_{ci} – процент (сума грошей), розрахований при застосуванні механізму складного нарахування процентів. Позначка I_{ci} від англ. *Interest of compound interest*.

Використовуючи формулу (2.13), маємо

$$I_{ci} = PV \cdot [(1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1+i_k)^{n_k} - 1], \qquad (2.17)$$

де $i_1, i_2, \ldots, i_k$ – процентні ставки за періоди n_1, n_2, ..., n_k відповідно.

За допомогою формули змішаного нарахування процентів (2.15) одержуємо

$$I_{ci} = PV \cdot [(1+i)^{k} \cdot (1+f \cdot i) - 1], \qquad (2.18)$$

де *FV, PV, i* мають зміст той самий, що й у формулах (2.2), (2.10);

k – ціла частина кількості періодів нарахування;

f – дробова частина кількості періодів нарахування.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 2

Визначення майбутньої вартості грошей пов'язане з процесом нарощування вартості, що означає спрямованість розрахунку у часі: від сьогодні в майбутнє (від *PV* до *FV*), а також передбачає застосування тільки такого механізму розрахунку, тобто такого нарахування, що являє собою поетапне збільшення початкової суми (суми *PV*) шляхом приєднання процента до неї (просте нарахування) або до попередньої суми (складне нарахування).

2.1 Нарощення при застосуванні механізму простого нарахування процентів

Базою для розрахунку процентів при механізмі простого нарахування процентів є сума вкладу (внеску), що є сумою на початку фінансової операції (PV).

МЕХАНІЗМ ПРОСТОГО НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ МАЄ ЗА УМОВУ НЕЗМІННІСТЬ БАЗИ (БАЗА ─ PV), ВІД ЯКОЇ ЙДЕ НАРАХУВАННЯ.

Формула простого нарахування процентів

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot n), \qquad (2.2)$$

де *FV* – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – **процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів** *n* (у формулі (2.2) процентна ставка *i* стає показником, що не має розмірності, тобто у формулі показник *i* використовується не у відсотках, а в частках, в долях, «як темп»);

n – **кількість періодів нарахування процентів** упродовж часу (строку) застосування ставки *i*; також **у кожному з цих періодів процентні ставки** відповідають періодам та **рівні між собою**.

Коли процентні ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються, тобто якщо **процентна ставка змінюється (ставка «плаваюча»)**, то формула простого нарахування процентів набирає вигляду

$$FV = PV \cdot (1 + i_1 \cdot n_1 + i_2 \cdot n_2 + \ldots + i_k \cdot n_k) = PV \cdot (1 + \sum_k i_k \cdot n_k), \quad (2.4)$$

де $i_1, i_2, \ldots i_k$ – процентні ставки за періоди $n_1, n_2, \ldots, n_k$ відповідно.

Просте нарахування процентів, яке має дробову кількість періодів нарахування процентів.

Позначимо строк операції через t (*time*), а тривалість року, виражену в тих самих одиницях, ─ через y (*year*). Тоді $n = t / y$, а формула (2.2) набирає вигляду

$$FV = PV \cdot (1 + i \cdot \frac{t}{y}). \quad (2.5)$$

Точний процент обчислюється виходячи з точної кількості днів користування кредитом.

В Україні згідно з «Правилами бухгалтерського обліку процентних і комісійних доходів і видатків» від 25.09.97 року за № 316 нарахування точного процента за виданими кредитами (вкладеними депозитами) проводиться банками за формулою

$$P_H = Q_{kp} \times C_r \times [t : 365(360)], \quad (2.6)$$

де P_H – нараховані проценти за користування кредитом (депозитом);

Q_{kp} – сума виданого кредиту (вкладеного депозиту);

C_r – річна процентна ставка, що обумовлена в договорі кредитування (у депозитному договорі);

t – кількість днів користування кредитом (депозитом) у минулому місяці.

У формулі (2.6) дотримуються трьох методів визначення кількості днів для розрахунку процентів (показники в квадратних дужках):

а) ***метод “факт/факт”:***

t – фактична кількість днів користування кредитом у минулому місяці;

365(366) – фактична кількість днів у році;

б) ***метод “факт/360”:***

t – фактична кількість днів користування кредитом у минулому місяці;

360 – умовна кількість днів у році для нарахування процентів;

в***) метод “30/360”:***

t – кількість днів у якому-небудь ПОВНОМУ місяці користування кредитом умовно дорівнює 30, у НЕПОВНОМУ місяці – кількість днів користування кредитом береться за фактом;

360 – умовна кількість днів у році.

УВАГА: при розрахунку процентів за формулою (2.6) будь-яким із трьох методів **ДЕНЬ ВИДАЧІ** КРЕДИТУ **ВКЛЮЧАЄТЬСЯ В РОЗРАХУНОК**, А **ДЕНЬ ПОГАШЕННЯ** КРЕДИТУ **─ НЕ ВКЛЮЧАЄТЬСЯ.**

Розрахунок процента при застосуванні механізму простого нарахування процентів. Розрахунок суми процента з використанням показників PV, i, n має вигляд

$$I_{si} = PV \cdot i \cdot n; \qquad (2.7)$$

де I_{si} ─ процент (сума грошей), розрахований із використанням простої процентної ставки.

2.2 Нарощення при застосуванні механізму складного нарахування процентів

Механізм нарахування складних процентів має послідовно змінну базу для розрахунку.

ЗАСТОСУВАННЯ ЗМІННОЇ БАЗИ ОЗНАЧАЄ, ЩО В НАСТУПНОМУ ПЕРІОДІ ЗА БАЗУ БЕРЕТЬСЯ СУМА, ОТРИМАНА ЯК РЕЗУЛЬТАТ У ПОПЕРЕДНЬОМУ ПЕРІОДІ НАРАХУВАННЯ.

Формула складного нарахування процентів

$$FV = PV \cdot (1 + i)^{n}, \qquad (2.10)$$

де FV – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – **процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів** n (у формулі (2.10) процентна ставка i стає показником, що не має розмірності, тобто у формулі показник i використовується не у відсотках, а десятковим дробом, у частках, «як темп»);

n – **кількість періодів нарахування процентів** упродовж часу (строку) застосування ставки i; також у кожному з цих періодів **процентні ставки** відповідають періодам та **рівні між собою** (постійні ставки).

Коли процентні ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються, а періоди нарахування процентів згруповані за ознакою рівності між собою (n_1, n_2, …, n_k), тобто, **якщо процентна ставка змінна**, формула складного нарахування процентів набирає вигляду

$$FV = PV \cdot (1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1+i_k)^{n_k}, \qquad (2.13)$$

де $i_1, i_2, \ldots, i_k$ – процентні ставки за періоди $n_1, n_2, \ldots, n_k$ відповідно.

При нарахуванні складних процентів за ціле й дробове число періодів нарахування процентів застосовується змішана схема, що передбачає нарахування складних процентів за ціле число періодів нарахування й простих процентів за дробову частину періоду нарахування. Будемо називати таку змішану схему механізмом змішаного нарахування процентів, а формулу – **формулою змішаного нарахування процентів**.

Формула змішаного нарахування процентів

$$FV = PV \cdot (1+i)^{k+f} = PV \cdot (1+i)^{k} \cdot (1+ f \cdot i), \quad (2.15)$$

де *FV, PV, i* мають зміст той самий, що й у формулах (2.2), (2.7);

k – ціла частина кількості періодів нарахування;

f – дробова частина кількості періодів нарахування процентів.

У фінансових розрахунках не може йти мова про застосування механізму складного нарахування процентів, коли існує тільки дробова кількість періодів нарахування процентів. **Дробова кількість періодів нарахування процентів завжди розраховується за механізмом простого нарахування процентів** (формули 2.5, 2.6, 2.15).

Розрахунок процента при застосуванні механізму складного нарахування процентів. Якщо в схему $(FV - PV)$ замість FV підставляємо вираз FV із формули (2.10), то формула розрахунку процента в цілому така:

$$I_{ci} = FV - PV = PV \cdot [(1+i)^{n} - 1], \quad (2.16)$$

де I_{ci} – процент (сума грошей), розрахований за механізмом складного нарахування процентів.

Запитання для самостійної роботи

1. Розкрити сутність механізму простого нарахування процентів.

2. Розкрити сутність механізму складного нарахування процентів.

3. Вивести формулу розрахунку нарощеної суми за схемою простого нарахування процентів.

4. Вивести формулу розрахунку нарощеної суми за схемою складного нарахування процентів.

5. Написати та роз'яснити формулу розрахунку нарощеної суми за механізмом простого нарахування процентів, якщо процентна ставка змінюється, тобто ставка «плаваюча».

6. Написати та пояснити формулу простого нарахування процентів, яка має дробову кількість періодів нарахування процентів.

7. Точний процент. Механізми його розрахунку в країнах Європи.

8. Точний процент. Механізми його розрахунку в Україні.

9. Розрахунок процента при застосуванні механізму простого нарахування процентів.

10. Написати та пояснити формулу розрахунку нарощеної суми за механізмом складного нарахування процентів, якщо процентна ставка змінюється, тобто ставка «плаваюча».

11. Формула змішаного нарахування процентів: написати, пояснити, продемонструвати використання формули в розрахунку на власному прикладі.

12. Навести розрахунок процента при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

13. Порівняти просте та складне нарахування.

14. Особливості складного нарахування при дробовій кількості періодів нарахування процентів.

Розділ 3 ПРИВЕДЕНА ВАРТІСТЬ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ПРОЦЕНТНИХ СТАВОК

3.1 Дисконтування при застосуванні механізму простого нарахування процентів

При розрахунку майбутньої вартості знаходимо відповідь на запитання, наприклад, таке: «Скільки грошей буде у Вас через 10 років, якщо сьогодні Ви вкладете 1000 грн під 15 % річних?». Відповідь: при простому нарахуванні FV = 2500 грн. (Перевірте, може не так).

А якщо Ви хочете знати, скільки треба покласти на депозит сьогодні, щоб досягти запланованої суми у визначену дату в майбутньому. Наприклад, якщо вам потрібно 10 000 $ для того, щоб заплатити за навчання Вашої дитини, у вищому навчальному закладі через десять років, то скільки Ви повинні покласти на банківський депозит зараз? Для того щоб знайти відповідь на це запитання, Вам необхідно розрахувати **ПРИВЕДЕНУ ВАРТІСТЬ** цієї майбутньої суми.

Розрахунок приведеної вартості може проводитися з використанням двох видів ставок процента та двох механізмів нарахування:

– процентної ставки (простий і складний);

– облікової ставки (також при простому і складному механізмах нарахування процентів).

Отже, існують чотири розрахунки приведеної вартості.

Термінологічні визначення цих чотирьох варіантів розрахунків приведеної вартості у кожного українського автора підручника або посібника свої і відрізняються між собою. Найпоширенішою назвою розрахунку приведеної вартості є термін **«дисконтування»** (як протилежне від компаундингу, від компандування, від нарощення).

Визначення фінансової термінології

Термін «дисконтування» вживається в декількох поняттях (тлумаченнях).

У широкому розумінні, тобто як узагальнення, як категорія — це засіб визначення вартісного показника відносно майбутнього показника на більш ранній момент часу. Такий захід і називають приведенням вартісного показника до певного, як правило, початкового, моменту часу. Приведення може бути здійснено на будь-який, в тому числі проміжний, момент часу.

У вузькому розумінні «дисконтування» — розрахунок приведеної вартості з використанням процентної ставки.

Також у деяких виданнях розрахунок приведеної вартості з використанням процентної ставки називається обліком, а процентну ставку, яку використовують у таких розрахунках, іноді називають ставкою дисконтування, або дисконтною ставкою. У цьому разі терміни «дисконтування» і «облік» є синонімами. Це вносить певну інформаційну плутанину тому, що (див. підрозділ 3.3) обліком також називають розрахунок приведеної вартості з використанням облікової ставки і вже облікову ставку називають ставкою дисконтування, або дисконтною ставкою.

Необхідно взяти до уваги, що під дисконтуванням у фінансах розуміють зовсім інше, ніж у роздрібній торгівлі. У торговельній діяльності цей термін означає зниження ціни (знижка) з метою продажу більшої кількості товарів. Нагадуємо, що у широкому розумінні у фінансах цей термін означає розрахунок приведеної вартості грошей, якщо виходити з певної суми грошей у майбутньому. Для того щоб розрізняти ці два види дисконтування у світі фінансових операцій, розрахунок приведеної вартості має назву «аналіз дисконтованих грошових потоків» (discounted cash flow (DCF) analysis), або «грошовий потік, приведений до одного моменту часу».

Також поширеним є розмежування методів розрахунку приведеної вартості залежно від виду ставок процента за такими термінами:

― ***математичне дисконтування*** ― *розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок (тобто з використанням ставок «нарощення»);*

― ***банківський (комерційний) облік*** ― *розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок (тобто з використанням ставок «зменшення»).*

У цьому підручнику терміни при розрахунку приведеної вартості чітко структуровані за визначенням, тобто мають за наповненням змістовну однозначність. З метою втілення у фінанси термінологічної однозначності будемо додержуватися такого неоголошеного правила. Якщо вживають термін «дисконтування» без подальших пояснень, то яке ж саме мають на увазі дисконтування? А саме: чи дисконтування (розрахунок приведеної вартості) з використанням процентних ставок, чи дисконтування (розрахунок приведеної вартості) з використанням облікових ставок?

________НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО_________

Вживання терміна «дисконтування» без подальшого пояснення, яке саме «дисконтування», означає, що **ДИСКОНТУВАННЯ** ― РОЗРАХУНОК ПРИВЕДЕНОЇ ВАРТОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ **ПРОЦЕНТНИХ СТАВОК**. А якщо буде ВИКОРИСТАННЯ **ОБЛІКОВИХ СТАВОК**, то такий розрахунок приведеної вартості будемо називати **ОБЛІКОВИМ ДИСКОНТУВАННЯМ**.

Дисконтування ― розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок (тобто з використанням ставок «нарощення»). Відповідно: **просте дисконтування** ― розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок при застосуванні механізму простого нарахування процентів; **складне дисконтування** ― розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

Облікове дисконтування — розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок (тобто з використанням ставок «зменшення»). Відповідно: **просте облікове дисконтування —** розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму простого нарахування процентів; **складне облікове дисконтування —** розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

Про облікове дисконтування — докладніше в розділі 4.

Від фінансової термінології повертаємося до теми розрахунку приведеної вартості.

У практиці фінансових розрахунків досить часто зіштовхуються із задачею, оберненою нарощенню процентів: за заданою наперед сумою *FV*, яку треба мати через певний проміжок часу *T*, необхідно знайти початкову суму *PV*. Такий випадок може виникнути, наприклад, під час розроблення умов контракту, або купівлі короткострокових зобов'язань (наприклад, векселів), оплата яких боржником повинна відбутися в майбутньому.

При **простому дисконтуванні,** або, що одне й те саме, математичному дисконтуванні з використанням простих процентних ставок, використовуємо (див. формулу (2.2)) формулу нарощення з використанням процентної ставки при простому механізмі нарахування процентів і маємо

$$PV = \frac{FV}{(1+i \cdot n)} = FV \cdot \frac{1}{(1+i \cdot n)} \ . \qquad (3.1)$$

Позначки *PV, FV, i, n* мають такі ж значення, як і в формулі (2.2).

Дріб $1/(1+i \cdot n)$ називають дисконтним, або дисконтуючим множником (*discount factor*). Назвемо його — **простим дисконтним множником**. Цей множник показує, у скільки разів *PV* менше від *FV*, і є показником, оберненим множнику нарощення.

Якщо взяти за основу формулу (2.4), то маємо

$$PV = \frac{FV}{(1 + \sum_k i_k \cdot n_k)}. \qquad (3.2)$$

Якщо взяти за основу формулу (2.5), маємо

$$PV = \frac{FV}{1 + i\frac{t}{y}}. \qquad (3.3)$$

Різницю ($FV - PV$) можемо розглядати не тільки як нарощення, не тільки як процент, нарахований на *PV*, а й як **дисконт** із суми *FV*. Показник «дисконт із суми *FV*» при використанні простої процентної ставки наділимо позначкою D_{si} (*Discount of simple interest*):

$$D_{si} = FV - PV = FV - \frac{FV}{(1 + i \cdot n)} = \frac{FV \cdot i \cdot n}{(1 + i \cdot n)}. \qquad (3.4)$$

Формула (3.4) має три модифікації свого запису:

$$D_{si} = FV \cdot \frac{i \cdot n}{(1 + i \cdot n)}, \qquad (3.4.1)$$

$$D_{si} = FV \cdot [1 - \frac{1}{(1 + i \cdot n)}], \qquad (3.4.2)$$

$$D_{si} = FV \cdot [1 - (1 + i \cdot n)^{-1}]. \qquad (3.4.3)$$

Формула (3.4) дає можливість розраховувати при простому дисконтуванні дисконт D_{si} (простий дисконтний процент) від *FV*, не обчислюючи *PV*.

При $FV = 1$ (1 грн, 1 $, одна грошова одиниця), $n = 1$ (один рік або один період нарахування) із формули (3.4) випливає, що

$$\frac{1}{1 + i} = 1 - \frac{i}{1 + i}. \qquad (3.5)$$

Таким чином, якщо за майбутню вартість взяти одиницю грошового вимірювання, то дисконтний множник 1/(1+*i*) є різницею між грошовою одиницею та її процентами за один рік (за один період нарахування).

Приклад 3.1

Задача 1

З якої суми грошей можна одержати 3,4 млн грн через три роки щоквартальним нарощенням за простими процентами при ставці 12 %?

Використовуючи формулу (3.3), де FV=3,4; n=12; i=0,12/4, одержимо

$$PV = \frac{3{,}4}{1 + \frac{0{,}12}{4} \cdot 12} = 2{,}5 \textit{ млн грн.}$$

Задача 2

Через півроку після закінчення фінансової угоди про одержання кредиту боржник зобов'язаний заплатити 2,14 тис. грн. Якою є початкова сума кредиту, якщо його надано під 14 % річних і нараховуються звичайні (прості) проценти методом «30/360».

Використовуємо формулу (3.3) та пояснення до формули (2.6):

$$PV = \frac{2{,}14}{1 + \frac{180}{360} \cdot 0{,}14} = 2 \textit{ тис. грн.}$$

3.2 Дисконтування при застосуванні механізму складного нарахування процентів

Дисконтування може проводитися з використанням не тільки простого механізму нарахування, а й з використанням складного механізму нарахування процентів.

На підставі формули (2.10) одержуємо формулу **складного дисконтування** або, що одне й те саме, математичного дисконтування з використанням складних процентних ставок:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}, \tag{3.6}$$

де FV – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів n (але у формулі (3.6) процентна ставка i є показником, що не має розмірності, тобто показник i використовується не у відсотках, а в частках);

n – кількість періодів нарахування процентів упродовж часу (строку T) застосування ставки i; також у кожному з цих періодів **процентні ставки відповідають періодам і рівні між собою**.

Формула (3.6), по суті, є формулою (2.10), що перетворена відносно невідомого показника PV, але у фінансах (3.6) вважають самостійною формулою.

Приклад 3.2

Задача

Банк пропонує 20 %. Яким повинен бути початковий внесок, щоб через 3 роки мати на рахунку 5 млн грн.

Підготовчий аналіз перед розв'язуванням задачі

Із умов задачі відомо, що FV = 5 млн грн. Механізм нарахування процентів у задачі не оговорено, отже, складний. Вид ставки також не оговорено, отже, ставка процентна і річна. Період нарахування процентів не зазначено, отже, нарахування процентів щорічне. Тоді i = 20 %, n = 3. Знайти величину PV.

Розв'язання задачі

Підставляємо дані в (3.6) та виконуємо розрахунок:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} = \frac{5\ \text{млн грн}}{(1+0{,}15)^3} = 2{,}894\ \text{млн грн.}$$

Відповідь: *для того щоб через 3 роки мати на рахунку 5 млн грн при процентній ставці 20 %, необхідно покласти в банк на рахунок 2,894 млн грн.*

Показник $\frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$ в літературі називають також, як і при простому дисконтуванні, дисконтним, або дисконтуючим, множником (*discount factor*). Ще можуть його називати обліковим множником. Така «вільна» термінологія чітко не виділяє, чи це множник із простими процентами чи зі складними, чи це множник із використанням процентної чи облікової ставки. Більш однозначним інформаційним терміном цього показника, на наш погляд, є вираз **«складний дисконтний множник»**.

Економічна суть складного дисконтного множника є такою: він показує «теперішню» ціну майбутньої однієї грошової одиниці (1 грн, 1 $ тощо), тобто чому дорівнює сьогодні одна грошова одиниця, що обертається у сфері бізнесу *n* періодів попереду від моменту сьогоднішнього розрахунку при заданій процентній ставці (дохідності) *i*.

У разі, коли **процентні ставки в періодах нарахування відрізняються,** а періоди нарахування процентів згруповані за ознакою рівності між собою (n_1, n_2, …, n_k), тобто, якщо процентна ставка змінна, а саме:

─ упродовж n_1 періодів процентна ставка дорівнює i_1;

─ упродовж n_2 періодів процентна ставка дорівнює i_2;

………………………………………………………………

─ упродовж n_k періодів процентна ставка дорівнює i_k,

то за формулою (2.10) формула складного дисконтування набирає вигляду

$$PV = \frac{FV}{(1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1+i_k)^{n_k}}, \tag{3.7}$$

де i_1, i_2, ..., i_k ─ процентні ставки за періоди n_1, n_2, …, n_k відповідно.

Нагадуємо, що при нарахуванні складних процентів за ціле й дробове числа періодів нарахування процентів береться **формула змішаного нарахування процентів** (2.15). За формулою (2.15) формула складного дисконтування набирає вигляду

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^k \cdot (1+ f \cdot i)}, \qquad (3.8)$$

де *FV*, *PV*, *i* мають зміст той самий, що й у формулах (2.2), (2.10), (3.6), (3.7);

k – ціла частина кількості періодів нарахування;

f – дробова частина кількості періодів нарахування процентів.

Раніше згадувалося, що різницю ($FV - PV$) можемо розглядати не тільки як нарощення, не тільки як процент, нарахований на *PV*, а й як **дисконт** із суми *FV*. Показник «дисконт із суми *FV*» при використанні складної процентної ставки наділимо позначкою D_{ci} (*Discount of compound interest*):

$$D_{ci} = FV - \frac{FV}{(1+i)^n} = FV \cdot \left[1-(1+i)^{-n}\right]. \qquad (3.9)$$

Формула (3.9) може мати інший вигляд:

$$D_{ci} = FV \cdot [\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n}]. \qquad (3.9^*)$$

Формула (3.9), (3.9*) дає можливість розраховувати при складному дисконтуванні дисконт D_{ci} (складний дисконтний процент) від *FV*, не обчислюючи *PV*.

Цікавим є момент, що при *FV* = 1 (1 грн, 1 $, одна грошова одиниця), *n* = 1 (один рік або один період нарахування) з формули (3.9) випливає той самий результат, що і з формули (3.4), а саме формула (3.5).

Приведена вартість є однією з багатьох і в той самий час однією з основних характеристик фінансового аналізу.

Розрахунок приведеної вартості має свої особливості:

– зростання «*n*» зменшує розмір приведеної вартості;

– збільшення «*i*» також зменшує розмір приведеної вартості.

Розрахунок приведеної вартості має у фінансах велику кількість напрямів застосування.

Розкриємо один із напрямів застосування розрахунку приведеної вартості на прикладі модельної задачі 4.

Модельна задача 4

Умови. Яка сума грошей більша при ставці 9 %: $1000 сьогодні чи $2000 через 8 років?

Підготовчий аналіз перед розв'язуванням задачі

Із двох грошових сум ─ $1000 сьогодні та $2000 через 8 років ─ треба визначити, яка з них більша. Проблема визначення більшої з вищезазначених сум полягає в тому, що ці суми перебувають у різному часі. $1000 перебуває у теперішньому часі, тобто зараз, сьогодні, а $2000 перебуває у майбутньому, тобто через 8 років.

У зв'язку з тим, що ВАРТІСТЬ ГРОШЕЙ ЗМІНЮЄТЬСЯ В ЧАСІ, ПОРІВНЮВАТИ $1000 (що є сьогодні) й $2000 (що є через 8 років) МОЖЛИВО ТІЛЬКИ ЗА УМОВИ, ЩО ПОРІВНЮВАНІ СУМИ ПЕРЕБУВАЮТЬ В ОДНОМУ ЧАСОВОМУ МОМЕНТІ.

Умови задачі можна відобразити графічно (рис. 3.1).

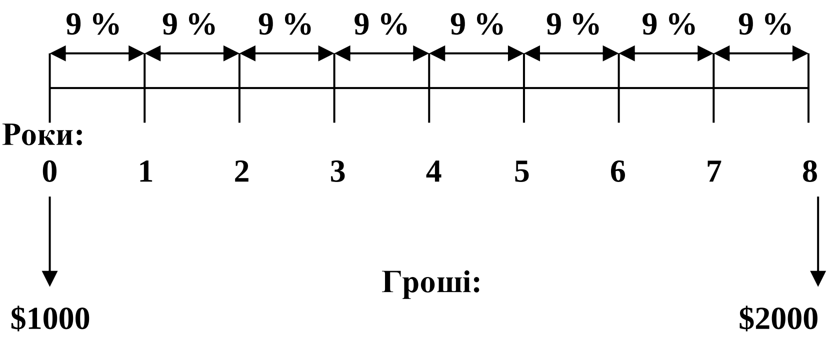

Рисунок 3.1 – Графічне зображення умов модельної задачі 4

На рис.1 зображена часова вісь. Точка 0 позначає початок першого року (це в задачі «сьогодні»), точка 1 ─ кінець першого року й початок другого, точка 2 ─ кінець 2-го року й початок 3-го і так само надалі. Точка 8 ─ кінець 8-го року (це в задачі «майбутнє»).

За умов задачі: ставка — процентна, нарахування процентів — щорічне (згідно з неоголошеними правилами).

Стратегія розв`язання

Для з'ясування питання, яка із сум більше — $1000 сьогодні чи $2000 через 8 років — механізм розрахунку такий: $1000 сьогодні ми перераховуємо в майбутній час — на кінець 8-го року і після такого перерахування майбутню вартість $1000 порівнюємо із $2000, тобто з'ясовуємо, яка із цих сум більша в майбутньому моменті часу.

Розв'язання задачі

Знаходимо вартість $1000 через 8 років. Інакше кажучи, знаходимо, якою сумою стане $1000, якщо її покласти в банк на строк 8 років під 9 % річних із щорічним складним нарахуванням процентів.

Використаємо формулу (2.10):

$FV = PV \cdot (1 + i)^n$, $FV_{1000} = \$1000 \cdot (1+0{,}09)^8 = \$1992{,}56$.

Розрахунок показує, що майбутня вартість $1000 через 8 років буде дорівнювати $1992,56. Суму грошей $1992,56 можемо порівнювати із сумою $2000, тому що ці суми грошей перебувають в одному часовому моменті, отже, $2000 більше від $1992,56, а тому $2000 через 8 років більше, ніж $1000 сьогодні, звичайно, якщо умови, зазначені в задачі, не зміняться.

Цю саму задачу можна розв'язати іншим способом.

Знаходимо вартість $2000 сьогодні. Інакше кажучи, яку суму треба було б мати сьогодні, щоб, поклавши її в банк на 8 років під 9 % річних із щорічним складним нарахуванням процентів, одержати через 8 років $2000.

Для розв'язання цього питання використаємо формулу (3.6):

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n},$$

$$PV_{2000} = \frac{\$2000}{(1+0{,}09)^8} = \$1003{,}73 \quad .$$

Розрахунок показує, що теперішня вартість $2000 дорівнює $1003,73. Сума $1003,73 може порівнюватися із сумою $1000 тому, що ці суми грошей перебувають в одному часовому моменті – тепер, сьогодні. Отже, $2000 через 8 років більше, ніж $1000 сьогодні, звичайно, якщо умови, зазначені в задачі, не зміняться.

Відповідь: $2000 через 8 років більше, ніж $1000 сьогодні.

При розв’язуванні модельної задачі 4 спочатку ми **ПЕРЕ**ВОДИЛИ (перераховували) вартість $1000 сьогоднішню в майбутню вартість, а при розв’язуванні іншим способом майбутню вартість $2000 **ПРИ**ВОДИЛИ (перераховували) у вартість сьогоднішню, теперішню, або, як її називають фінансисти, приведену, поточну, сучасну. Саме від слова-дії ─ «приводити» виникає український фінансовий термін «приведена вартість». «Вартість із майбутнього ПРИВОДЯТЬ в теперішній час». Загалом можна зробити висновок, що ПЕРЕВЕДЕННЯ вартості та ПРИВЕДЕННЯ вартості – це ПЕРЕРАХУНКИ ВАРТОСТЕЙ, що обчислюються за формулами (2.10), (2.13), (2.15), (3.6), (3.7), (3.8) відповідно завданням перерахунку.

Термінологічну різноманітність перерахунку вартостей можна пов’язати з англійським терміном *compound*, що означає складний механізм нарахування, і саме нарахування як нарощення, як збільшення, як перерахування сьогоднішньої вартості в майбутню вартість. При використанні процентної ставки може використовуватися термін «процентний компаундинг», або «процентне компандування», або «компандування».

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 3

Розрахунок приведеної вартості: – за заданою наперед сумою *FV*, яку треба мати через певний проміжок часу *T*, необхідно знайти початкову суму *PV*.

Розрахунок приведеної вартості може проводитися з використанням двох форм ставок процента (процентна ставка, облікова ставка) та двох механізмів нарахування процентів (простий, складний).

Отже, існують **чотири варіанти** розрахунку приведеної вартості:

– розрахунок із використанням процентної ставки і при простому механізмі нарахування процентів;

– розрахунок із використанням процентної ставки і при складному механізмі нарахування процентів;

– розрахунок із використанням облікової ставки і при простому механізмі нарахування процентів;

– розрахунок із використанням облікової ставки і при складному механізмі нарахування процентів.

Найпоширенішим узагальненням розрахунку приведеної вартості є термін **«дисконтування»,** як протилежне від компаундингу, або нарощення.

Дисконтування – розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок (тобто з використанням ставок «нарощення»). Відповідно: **просте дисконтування** – розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок при застосуванні механізму простого нарахування процентів, **складне дисконтування** – розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

3.1 Дисконтування при застосуванні механізму простого нарахування процентів

При **простому дисконтуванні (тобто, у разі застосування механізма простого дисконтування)** формула розрахунку приведеної вартості з використанням процентної ставки і при простому механізмі нарахування процентів має вигляд

$$PV = \frac{FV}{(1+i\cdot n)}, \quad або \quad PV = FV\frac{1}{(1+i\cdot n)}, \qquad (3.1)$$

позначки *PV, FV, i, n* мають такі самі значення, що і в формулі (2.2);

де *FV* – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – **процентна ставка у кожному з періодів дисконтування процентів** *n* (у формулі (3.1) процентна ставка *i* стає показником, що не має розмірності, тобто у формулі показник *i* використовується не у відсотках, а в частках, «як темп»);

n – **кількість періодів дисконтування процентів** упродовж часу (строку) приведення за ставкою *i*; також **у кожному з цих періодів процентні ставки** відповідають періодам та **рівні між собою**.

Дріб $\frac{1}{(1+i\cdot n)}$ називають дисконтним, або дисконтуючим множником (*discount factor*).

Назвемо його **простим дисконтним множником**.

Іноді в літературі його називають дисконт, або коефіцієнт дисконтування.

Цей множник показує, у скільки разів *PV* менше від *FV*, і є показником, оберненим множнику нарощення.

Коли процентні ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються, тобто якщо **процентна ставка змінюється**, то формула **простого дисконтування** набирає вигляду

$$PV = \frac{FV}{(1 + \sum_k i_k \cdot n_k)}, \qquad (3.2)$$

де i_1, i_2,..., i_k — процентні ставки за періоди n_1, n_2, ..., n_k відповідно.

Просте дисконтування, яке має **дробову кількість періодів дисконтування (нарахування) процентів:**

$$PV = \frac{FV}{1 + i\frac{t}{y}}, \qquad (3.3)$$

де *t* (*time*) — строк фінансової операції;

y (*year*) — тривалість року, виражена в тих самих одиницях, що й *t*.

Різницю ($FV - PV$) можемо розглядати не тільки як нарощення, не тільки як процент, нарахований на *PV*, а й як **дисконт** із суми *FV*. Показник «дисконт із суми *FV*» при використанні простої процентної ставки наділимо позначкою D_{si} (*Discount of simple interest*):

$$D_{si} = FV - PV = FV - \frac{FV}{(1 + i \cdot n)} = \frac{FV \cdot i \cdot n}{(1 + i \cdot n)}. \qquad (3.4)$$

3.2 Дисконтування при застосуванні механізму складного нарахування процентів

При **складному дисконтуванні** формула розрахунку приведеної вартості з використанням процентної ставки і при складному механізмі нарахування процентів має вигляд

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n}, \text{або} PV = FV\frac{1}{(1+i)^n}, \text{або} PV = FV \cdot (1+i)^{-n}, \quad (3.6)$$

де FV – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – **процентна ставка у кожному з періодів дисконтування (нарахування) процентів** n (у формулі (3.6) процентна ставка i є показником, що не має розмірності, тобто показник i використовується не у відсотках, а в частках);

n – **кількість періодів нарахування процентів** упродовж часу (строку T) застосування ставки i; також у кожному з цих періодів **процентні ставки** відповідають періодам та **рівні між собою**.

Показник $\frac{1}{(1+i)^n} = (1+i)^{-n}$ називають дисконтним, або дисконтуючим множником (*discount factor*).

Назвемо його на відміну від простого дисконтного множника **складним дисконтним множником**.

Економічна суть складного дисконтного множника є такою: він показує «теперішню» ціну майбутньої однієї грошової одиниці (1 грн, 1 $ тощо), тобто чому дорівнює сьогодні одна грошова одиниця, що буде обертатися у сфері бізнесу n періодів попереду (і стане розміром 1 грн, 1 $ тощо) від моменту сьогоднішнього розрахунку, при заданій процентній ставці (дохідності) i.

Коли процентні ставки в періодах нарахування (дисконтування) відрізняються, а періоди нарахування процентів згруповані за ознакою рівності між собою (n_1, n_2, …, n_k), тобто якщо **процентна ставка змінна**, то формула складного дисконтування набирає вигляду

$$PV = \frac{FV}{(1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1+i_k)^{n_k}}, \qquad (3.7)$$

де $i_1, i_2, \ldots, i_k$ — процентні ставки за періоди n_1, n_2, …, n_k відповідно.

Від формули (2.12) формула складного дисконтування за **ціле й дробове числа періодів** нарахування процентів набирає вигляду

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^k \cdot (1+f \cdot i)}, \qquad (3.8)$$

де *FV*, *PV*, *i* – мають зміст той самий, що й у формулах (2.2), (2.10), (3.6), (3.7);

k – ціла частина кількості періодів нарахування;

f – дробова частина кількості періодів нарахування процентів.

Різницю ($FV - PV$) можемо розглядати не тільки як нарощення, не тільки як процент, нарахований на *PV*, а й як **дисконт** із суми *FV*. Показник «дисконт із суми *FV*» при використанні складної процентної ставки наділимо позначкою D_{ci} (*Discount of compound interest*):

$$D_{ci} = FV - \frac{FV}{(1+i)^n} = FV \cdot \left[1 - (1+i)^{-n}\right]. \qquad (3.9)$$

Формула (3.9) дає можливість розраховувати при складному дисконтуванні дисконт D_{ci} (складний дисконт-ний процент) від *FV*, не обчислюючи *PV*.

Запитання для самостійної роботи

1. Провести розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок.
2. Провести розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок.
3. Провести за самостійним прикладом розрахунок приведеної вартості з використанням механізму простого нарахування процентів.
4. Провести за самостійним прикладом розрахунок приведеної вартості з використанням механізму складного нарахування процентів.
5. Пояснити терміни «просте дисконтування» та «складне дисконтування».
6. Спробувати вивести формулу приведеної вартості з використанням простої процентної ставки, якщо така ставка змінна (плаваюча).
7. Спробувати вивести формулу приведеної вартості з використанням складної процентної ставки, якщо така ставка змінна (плаваюча).
8. Розкрити спільне та відмінне між термінами «дисконтування» та «облікове дисконтування».
9. Назвати відмінності між термінами «математичне дисконтування» та «банківський (комерційний) облік».
10. Зробити порівняльний аналіз інтенсивності процесу приведення (дисконтування) за різними видами процентних ставок.
11. Чому з часом вартість грошей змінюється?
12. Чи може бути вартість грошей у майбутньому менша, ніж теперішня вартість?
13. Пояснити терміни «дисконт» і «дисконтний множник».
14. Чим можна вважати розрахунок приведеної вартості: нарахуванням чи перерахуванням процентів?
15. Розкрити сутність кожного із чотирьох варіантів розрахунку приведеної вартості.

Розділ 4 ПРИВЕДЕНА ВАРТІСТЬ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ОБЛІКОВИХ СТАВОК

Звертаємо увагу на таку відмінність: якщо часова спрямованість розрахунку з використанням процентної ставки «від сьогодні в майбутнє», то часова спрямованість розрахунку з використанням **облікової ставки** «із майбутнього до сьогодні».

Якісною ознакою показника «облікова ставка» є віднесення доходу до *FV*, тобто за базу розрахунку береться сума, яка з часової точки зору очікується в кінці фінансової операції.

Як вже було зазначено у підрозділі 3.1, з метою змістовної однозначності фінансових термінів визначаємо, що **облікове дисконтування** ─ це розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок (тобто з використанням ставок «зменшення»). Відповідно: **просте облікове дисконтування** ─ розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму простого нарахування процентів; **складне облікове дисконтування** ─ розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

4.1 Облікове дисконтування при застосуванні механізму простого нарахування процентів

Просте облікове дисконтування, або, що одне й те саме, простий банківський облік, або облік векселів (див. підрозділ 1.4, пункт 1.4.2). Сутність цієї операції полягає в такому.

Банк або інша фінансова установа до настання строку платежу (*date of maturity*) за векселем або іншим платіж-ним зобов'язанням купує його у власника за ціною, меншою від суми, що зазначена на векселі, тобто купує (обліковує) його зі «знижкою». Розмір знижки має назву «обліковий простий процент». Придбавши вексель, банк очікує до настання дати строку векселя. Після дати, зазначеної на векселі, банк одержує з емітента (з того, хто випустив вексель і є згідно з векселем боржником перед банком) суму, зазначену на векселі, і, таким чином, одержує процентний дохід у вигляді облікового процента. У свою чергу, емітент, або власник векселя, за допомогою його обліку (продажу) має можливість одержати певну суму грошей, меншу, ніж сума, зазначена на векселі, меншу за суму облікового процента, але одержати цю суму сьогодні.

При обліку векселя застосовують метод банківського або комерційного обліку. Згідно з цим методом проценти за користування позикою у формі дисконту нараховуються на суму, яку треба сплатити в кінці строку (*maturity value*), тобто проценти нараховуються на *FV*. При цьому застосовують облікову ставку *d*. Використання у фінансових розрахунках облікової ставки досить часто називають банківським дисконтуванням.

Базою для розрахунку облікових процентів при механізмі простого обліку є сума виплат (надходжень), що є сумою при завершенні фінансової операції, тобто *FV*. МЕХАНІЗМ ПРОСТОГО ОБЛІКУ МАЄ ЗА УМОВУ НЕЗМІННІСТЬ БАЗИ (БАЗА ─ *FV*), ВІД ЯКОЇ ЙДЕ НАРАХУВАННЯ.

При **простому обліковому дисконтуванні** сума, на яку зменшується база, дорівнює $FV \cdot n \cdot d$ за умов, що *d* ─ річна облікова ставка та показник *n* такий, що вимірюється роками.

Таким чином,

$$PV = FV - FV \cdot n \cdot d = FV \cdot (1 - n \cdot d), \tag{4.1}$$

де *n* ─ кількість періодів дисконтування (нарахування) від дати закінчення операції до дати обліку; *d* ─ облікова ставка в кожному з періодів *n* нарахування (дисконтування) процентів; позначки *PV, FV* мають такі самі значення, як і в інших формулах.

Формулу (4.1) використовують тоді і лише тоді коли в кожному періоді обліку процентів облікові ставки (*d*) рівні між собою (постійні ставки).

Коли облікові ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються, тобто якщо облікова ставка змінюється, а саме:

– упродовж n_1 періодів облікова ставка дорівнює d_1,

– упродовж n_2 періодів облікова ставка дорівнює d_2,

……………………………………………………………

– упродовж n_k періодів облікова ставка дорівнює d_k,

то формула простого облікового дисконтування набирає вигляду

$$PV = FV \cdot (1 - d_1\ n_1 - d_2 - n_2\ \ldots - d_k\ n_k) = FV \cdot (1 - \sum_k d_k \cdot n_k). \quad (4.2)$$

Формула (4.2) – це формула для обчислення приведеної вартості грошей у разі використання схеми простого облікового дисконтування при різних у періодах нарахування облікових ставках (перемінних ставках).

Простий обліковий множник у формулі (4.1) дорівнює $(1 - d \cdot n)$. Його ще можуть називати «дисконтний множник», але таку саму назву має дріб $1/(1+ i \cdot n)$.

Простий обліковий множник показує, у скільки разів *PV* менше від *FV*. Із формули (4.1) випливає, що при $n > 1/d$ розмір дисконтного множника і відповідно суми *PV* стане від’ємним. Інакше кажучи, при відносно довгому строці векселя облік може привести до нульової і навіть від’ємної суми, що не є нісенітницею, а означає, що за таких умов ціна векселя для покупця дорівнює нулю. Наприклад, при d = 20 % достатньо п’ятирічного строку для того, щоб власник векселя нічого не отримав при його обліку.

Розглянемо варіант, коли задано ставку d – річну, а строк фінансової операції менше року, виражений у днях або в місяцях, кварталами тощо.

Позначимо строк операції через t (*time*), тривалість року, виражену в тих самих одиницях, через y (*year*). Тоді $n = t/y$, а формула (4.1) набере вигляду

$$PV = FV \cdot (1 - d \cdot \frac{t}{y}). \quad (4.3)$$

При простому обліковому дисконтуванні, коли кількість періодів нарахування дробова (формула 4.3), облік частіше за все здійснюється за методом *«факт / 360»* або за будь-яким іншим методом, за домовленістю. Також ці методи застосовуються для дробової частини показника n, якщо він буде мати цілу й дробову частини (у формулі 4.1).

Як уже раніше зазначалося, показник ($FV - PV$) можемо розглядати не тільки як нарощення, не тільки як процент, на який зростає PV, а й як **дисконт** із суми FV. Показник «дисконт із суми FV» при використанні облікової ставки будемо називати **обліковим дисконтом**, або, наголошуючи на тому, що механізм обліку (нарахування) простий, **простим обліковим дисконтом**, який наділимо позначкою D_{sd} (*Discount of simple discount*):

$$D_{sd} = FV - PV = FV \cdot n \cdot d. \quad (4.4)$$

Приклад 4.1

Задача 1

Тратту (переказний вексель) видано на суму 1 млн грн. Дата сплати за векселем ─ 17.11.10. Власник векселя провів його облік у банку 09.09.10 за обліковою ставкою 20 %.

Розв'язання

До дати погашення векселя залишилося 69 днів. Одержана власником векселя при обліку сума дорівнює (формула 4.3):

$$PV = 1\,000\,000 \text{ грн} \cdot (1 - 0{,}2 \cdot \frac{69}{360}) = 961666{,}67 \text{ грн.}$$

Простий обліковий дисконт становить 38333,33 грн.

Задача 2

Боргове зобов'язання в сумі 200 тис. грн обліковується за два роки і 167 днів до погашення. Знайти ціну купівлі (обліку) при механізмі простого обліку та обліковій ставці 11 %.

Розв'язання.

Облікова ставка — річна, нарахування (облік) процентів — щорічне (згідно з неоголошеними правилами).

Використовуємо формулу (4.1), де n = $2\frac{167}{360}$ *періодів обліку, або, що одне й те саме, періодів нарахування, і є одночасно кількістю років. Ціна купівлі дорівнює*

$$PV = 200\,000 \text{ грн} \cdot (1 - 0{,}11 \cdot 2\frac{167}{360}) = 145\,794 \text{ грн.}$$

4.2 Облікове дисконтування при застосуванні механізму складного нарахування процентів

Принцип облікового дисконтування при застосуванні механізму складного нарахування процентів (**складне облікове дисконтування**) аналогічний принципу нарощення при застосуванні механізму складного нарахування процентів, але не ідентичний. Відмінність обліку від нарощення, по-перше, в базі, з якої проводиться розрахунок. За базу розрахунку береться сума, яка з часової точки зору очікується в кінці фінансової операції (*FV*). По-друге, інша послідовність, періодичність, часова спрямованість облікового розрахунку: «з майбутнього до сьогодні».

Механізм облікового дисконтування за схемою складних процентів має послідовно змінну базу для розрахунку.

ЗАСТОСУВАННЯ ЗМІННОЇ БАЗИ ОЗНАЧАЄ, ЩО В НАСТУПНОМУ ПЕРІОДІ ЗА БАЗУ БЕРЕТЬСЯ СУМА, ОТРИМАНА ЯК РЕЗУЛЬТАТ У ПОПЕРЕДНЬОМУ ПЕРІОДІ НАРАХУВАННЯ. Треба пам'ятати, що в цьому визначенні «ПОПЕРЕДНІЙ ПЕРІОД НАРАХУВАННЯ» «майбутніший», тобто більш віддалений від PV, ніж «НАСТУПНИЙ ПЕРІОД», який є ближчим до PV. Це і є практичним проявом часової спрямованості облікового розрахунку: «з майбутнього до сьогодні».

Сутність механізму облікового дисконтування за схемою складних процентів полягає в такому: якщо після першого періоду обліку (n = 1) PV має такий розрахунок:

$$PV = FV - FV \cdot d = FV \cdot (1 - d),$$

то після обліку у наступному, другому, періоді PV розраховується так:

$$PV = FV \cdot (1 - d) \cdot (1 - d) = FV \cdot (1 - d)^2,$$

а після обліку у наступному, третьому, періоді

$$PV = FV \cdot (1 - d) \cdot (1 - d) \cdot (1 - d) = FV \cdot (1 - d)^3.$$

Таким чином, у загальному вигляді формула облікового дисконтування при застосуванні механізму складного нарахування процентів (а можна також сказати: при застосуванні механізму складного дисконтування), або, іншими словами, формула нарахування складних процентів при використанні облікової ставки, яку будемо називати в подальшому **складним обліковим дисконтуванням**, має вигляд

$$PV = FV \cdot (1 - d)^n, \qquad (4.5)$$

де n ─ кількість періодів дисконтування (нарахування) від дати закінчення операції (наприклад, від дати погашення векселя) до дати обліку ;

d ─ облікова ставка в кожному з періодів n нарахування (дисконтування) процентів; позначки PV, FV мають такі ж значення, як і в інших формулах.

Формулу (4.5) використовують тоді і лише тоді, коли:

─ періоди обліку процентів (*n*) рівні між собою;

─ у кожному періоді обліку процентів (*n*) облікові ставки (*d*) рівні між собою (постійні ставки).

Коли облікові ставки в кожному з періодів обліку, або, що одне й те саме, в кожному з періодів нарахування відрізняються, а періоди обліку (нарахування) процентів згруповані за ознакою рівності між собою ($n_1, n_2, \ldots, n_k$), тобто, якщо облікова ставка змінюється, а саме:

─ упродовж n_1 періодів облікова ставка дорівнює d_1,

─ упродовж n_2 періодів облікова ставка дорівнює d_2,

………………………………………………………

─ упродовж n_k періодів облікова ставка дорівнює d_k,

то формула складного облікового дисконтування набирає вигляду

$$PV = FV \cdot (1-d_1)^{n_1} \cdot (1-d_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1-d_k)^{n_k}, \quad (4.6)$$

де $d_1, d_2, \ldots, d_k$ ─ облікові ставки за періоди n_1, n_2, …, n_k відповідно.

При складному обліковому дисконтуванні за ціле й дробове числа періодів обліку процентів застосовують змішану схему, що передбачає застосування складного обліку за ціле число періодів обліку й простого обліку за дробову частину періоду.

Позначимо цілу частину кількості періодів через ***k***, а дробову ─ через ***f***, тоді кількість періодів дисконтування ***n*** = ***k*** + ***f***. При такому ***n*** формула (4.5) трансформується, перетворюється в споріднену до (4.5), але в зовсім іншу формулу, яка має назву «**ФОРМУЛА ЗМІШАНОГО ОБЛІКУ ПРОЦЕНТІВ**»:

$$PV = FV \cdot (1-d)^{k+f} = PV \cdot (1-d)^{k} \cdot (1-f \cdot d), \quad (4.7)$$

де *FV*, *PV*, *d* мають зміст той самий, що й у формулах (4.1), (4.5);

f ─ дробова частина кількості періодів обліку;

k ─ ціла частина кількості періодів обліку.

Нагадуємо, що в (4.7) дробова частина кількості періодів обліку завжди розраховується за схемою простого облікового дисконтування.

Складне облікове дисконтування тільки із дробовим числом періодів обліку.

У фінансових розрахунках не може йти мови про застосування механізму складного нарахування процентів коли існує тільки дробова кількість періодів нарахування процентів (пояснення див. п. 2.2.3). Це також справедливо і для облікового дисконтування.

Дробова кількість періодів дисконтування (нарахування) процентів завжди розраховується за механізмом простого нарахування процентів, адаптованого до формули (4.3) простого облікового дисконтування.

Інформація про механізм простого нарахування процентів із дробовою кількістю періодів нарахування подана в підрозділі 2.1, пункти 2.1.2, 2.1.3.

Розрахунок **дисконту** при складному обліковому дисконтуванні D_{cd} (*Discount of compound discount*):

$$D_{cd} = FV - PV = FV \cdot [1-(1-d)^{n}]. \tag{4.8}$$

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 4

Облікове дисконтування — це розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок (тобто з використанням ставок «зменшення»).

Відповідно: **просте облікове дисконтування** — розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму простого нарахування (дисконтування) процентів;

складне облікове дисконтування — розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму складного нарахування (дисконтування) процентів.

4.1 Облікове дисконтування при застосуванні механізму простого нарахування процентів

Базою для розрахунку облікових процентів при механізмі простого обліку є сума виплат (надходжень), що є сумою при завершенні фінансової операції, тобто *FV*. МЕХАНІЗМ ПРОСТОГО ОБЛІКУ МАЄ ЗА УМОВУ НЕЗМІННІСТЬ БАЗИ (БАЗА ─ *FV*), ВІД ЯКОЇ ЙДЕ НАРАХУВАННЯ (а точніше ─ ДИСКОНТУВАННЯ).

При **простому обліковому дисконтуванні,** коли в кожному періоді обліку процентів облікові ставки (d) рівні між собою (постійні ставки), а показник (n) може бути як цілим числом, так і цілим числом із дробовою частиною, **розрахунок проводять за формулою**

$$PV = FV \cdot (1 - n \cdot d), \qquad (4.1)$$

де n ─ кількість періодів дисконтування (нарахування) від дати закінчення операції до дати обліку ;

d ─ облікова ставка в кожному з періодів n нарахування (дисконтування) процентів; позначки *PV*, *FV* мають такі самі значення, як і в інших формулах.

Формула (4.2) ─ це формула для обчислення приведеної вартості грошей у разі використання схеми простого облікового дисконтування **при різних у періодах нарахування облікових ставках (перемінних ставках).**

$$PV = FV \cdot (1 - d_1 - n_1\ d_2 - n_2 \ldots - d_k\ n_k) = FV \cdot (1 - \sum_k d_k \cdot n_k), \qquad (4.2)$$

де $d_1, d_2, ..., d_k$ - облікові ставки за періоди $n_1, n_2, \ldots, n_k$.

Простий обліковий дисконт D_{sd} (*Discount of simple discount*):

$$D_{sd} = FV - PV = FV \cdot n \cdot d\,. \qquad (4.4)$$

При простому обліковому дисконтуванні коли **кількість періодів нарахування дробова:**

$$PV = FV \cdot (1 - d \cdot \frac{t}{y}), \qquad (4.3)$$

де t (*time*) ─ строк фінансової операції;

y (*year*) ─ тривалість року, виражена в тих самих одиницях що й t.

4.2 Облікове дисконтування при застосуванні механізму складного нарахування процентів

Механізм **складного облікового дисконтування** має послідовно змінну базу для розрахунку.

ЗАСТОСУВАННЯ ЗМІННОЇ БАЗИ ОЗНАЧАЄ, ЩО В НАСТУПНОМУ ПЕРІОДІ ЗА БАЗУ БЕРЕТЬСЯ СУМА, ОТРИМАНА ЯК РЕЗУЛЬТАТ У ПОПЕРЕДНЬОМУ ПЕРІОДІ НАРАХУВАННЯ. Треба пам'ятати, що в цьому визначенні «ПОПЕРЕДНІЙ ПЕРІОД НАРАХУВАННЯ» «майбутніший», тобто більш віддалений від *PV*, ніж «НАСТУПНИЙ ПЕРІОД», який є ближчим до *PV*. Це і є практичним проявом часової спрямованості облікового розрахунку: «з майбутнього до сьогодні».

Складне облікове дисконтування має вигляд

$$PV = FV \cdot (1 - d)^n, \qquad (4.5)$$

де n ─ кількість періодів дисконтування (нарахування) від дати закінчення операції (наприклад, від дати погашення векселя) до дати обліку ;

d ─ облікова ставка в кожному з періодів n нарахування (дисконтування) процентів; позначки *PV*, *FV* мають такі самі значення, як і в інших формулах.

Формулу (4.5) використовують тоді і лише тоді, коли:

— періоди обліку процентів (*n*) рівні між собою;

— у кожному періоді обліку процентів (*n*) облікові ставки (*d*) рівні між собою (постійні ставки).

Коли **облікові ставки** в кожному з періодів обліку, або, що одне й те саме, в кожному з періодів нарахування, **різні**, то формула складного облікового дисконтування набирає вигляду

$$PV = FV \cdot (1-d_1)^{n_1} \cdot (1-d_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1-d_k)^{n_k}, \qquad (4.6)$$

де $d_1, d_2, \ldots, d_k$ - облікові ставки за періоди n_1, n_2, …, n_k

При складному обліковому дисконтуванні за ціле й дробове числа періодів обліку процентів застосовують **ФОРМУЛУ ЗМІШАНОГО ОБЛІКУ ПРОЦЕНТІВ:**

$$PV = FV \cdot (1-d)^{k+f} = PV \cdot (1-d)^{k} \cdot (1-f \cdot d), \qquad (4.7)$$

де *FV, PV, d* мають зміст той самий, що й у формулах (4.1), (4.5);

k — ціла частина кількості періодів обліку;

f — дробова частина кількості періодів обліку.

Дробова кількість періодів дисконтування (нарахування) процентів завжди розраховується за механізмом простого нарахування процентів, адаптованого до формули (4.3) простого облікового дисконтування.

Розрахунок **дисконту** при складному обліковому дисконтуванні D_{cd} (*Discount of compound discount*):

$$D_{cd} = FV - PV = FV \cdot [1-(1-d)^{n}]. \qquad (4.8)$$

Запитання для самостійної роботи

1. Подати розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок.
2. Подати розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок та механізму простого нарахування процентів.
3. Подати розрахунок приведеної вартості з використанням облікових ставок та механізму складного нарахування процентів.
4. Пояснити термін «облікове дисконтування».
5. Вивести формулу приведеної вартості з використанням простої облікової ставки, якщо така ставка незмінна.
6. Спробувати вивести формулу приведеної вартості з використанням простої облікової ставки, якщо така ставка змінна (плаваюча).
7. Вивести формулу розрахунку приведеної вартості з використанням складної облікової ставки, якщо така ставка незмінна.
8. Спробувати вивести формулу приведеної вартості з використанням складної облікової ставки, якщо така ставка змінна (плаваюча).
9. Зробити порівняльний аналіз інтенсивності процесу приведення (дисконтування) по різних видах облікових ставок.
10. Зробити порівняльний аналіз інтенсивності процесу приведення (дисконтування) при різних механізмах нарахування процентів.
11. Пояснити на умовному прикладі механізм складного облікового дисконтування з дробовим числом періодів обліку.
12. Механізм дисконтних знижок, які застосовуються у сучасній торговельній мережі, ─ це механізм розрахунку за процентною чи обліковою ставкою. Обґрунтувати свій висновок.

Розділ 5 НАРОЩЕННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ОБЛІКОВИХ СТАВОК

Як уже зазначалося в попередніх розділах, часова спрямованість розрахунку з використанням облікової ставки ─ «з майбутнього до сьогодні». Але **за допомогою облікової ставки** можна виконувати розрахунки і в зворотному напрямку: «від сьогодні в майбутнє», тобто **розрахунки нарощення, розрахунки майбутньої вартості**. Задачі такого типу виникають, наприклад, при визначенні суми, яку необхідно написати у векселі, якщо відома сума боргу на поточний момент.

З метою змістовної однозначності фінансових термінів визначаємо, що **облікове нарощення ─** це розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок (тобто з використанням ставок «зменшення»). Відповідно **просте облікове нарощення ─** розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму простого нарахування процентів; **складне облікове нарощення ─** розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

5.1 Облікове нарощення при застосуванні механізму простого нарахування процентів

Просте облікове нарощення ─ це механізм, обернений банківському обліку. Наприклад, у результаті обліку (простого облікового дисконтування) невідомого за розміром капіталу FV із використанням облікової ставки d за кількість періодів нарахування n була отримана сума PV. Необхідно знайти суму FV. Використовуючи формулу (4.1), маємо

$$FV = \frac{PV}{1 - n \cdot d}\,. \tag{5.1}$$

Приклад 5.1

Задача 1

Облік векселя проведено за півтора року до строку погашення за простою обліковою ставкою 8 % і в момент обліку одержано 2,2 тис. грн. Розрахувати суму, зазначену на векселі.

Розв'язання

Оскільки PV = 2,2 тис. грн; n = 1,5; d = 0,08, то за допомогою (5.1) розраховуємо

$$FV = \frac{2.2}{1-1{,}5\cdot 0{,}08} = 2{,}5\,(\text{тис. грн}).$$

Коли облікові ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються, то з формули простого облікового дисконтування (4.2) можна записати

$$FV = \frac{PV}{1-\sum_k d_k \cdot n_k}. \tag{5.2}$$

Формула (5.1) відображає розрахунок нарощеної суми (*FV)* із використанням простої облікової ставки, а розрахунок безпосередньо нарощення, або прирощення, тобто процента, позначимо I_{sd} (*Interest of simple discount*) і можемо знайти за формулою

$$I_{sd} = FV - PV = \frac{PV}{1-n\cdot d} - PV = \frac{PV\cdot n\cdot d}{1-n\cdot d}. \tag{5.3}$$

Формула (5.3) має інші модифікації свого запису:

$$I_{sd} = PV\cdot\frac{n\cdot d}{1-n\cdot d}, \tag{5.3.1}$$

$$I_{sd} = PV\cdot\left[\frac{n\cdot d}{(1-n\cdot d)} - 1\right], \tag{5.3.2}$$

$$I_{sd} = PV\cdot\left[(1-n\cdot d)^{-1} - 1\right]. \tag{5.3.3}$$

Формула (5.3) дає можливість розраховувати при простому обліковому нарощенні процент I_{sd} (процент простого облікового нарощення) від *PV*, не обчислюючи *FV*.

Показник $1/(1 - n{\cdot}d)$ є **множником простого облікового нарощення**. Цей множник показує зростання капіталу *PV* за кількість періодів *n* при застосуванні простої облікової ставки *d*.

При *PV* = 1, *n* = 1 із формули (5.3) випливає, що

$$\frac{1}{1-d} = 1 + \frac{d}{1-d}, \qquad (5.4)$$

тобто, **коефіцієнт нарощення** $1/(1 - d)$ є величиною, наприклад, 1 грн, разом із нарахованим за один рік процентом.

Між нарощенням із використанням простої процентної ставки (*i*) та нарощенням із використанням простої облікової ставки (*d*) є суттєві відмінності.

При нарощенні з використанням простої процентної ставки (*i*) капітал *PV* , наприклад, щорічно збільшується на одну і ту саму суму $PV \cdot i$. При застосуванні нарощення з використанням простої облікової ставки (*d*) розмір нарахованих процентів із кожним періодом нарахування, наприклад із кожним роком, збільшується. За допомогою формули (5.3) запишемо розрахунок нарощення суми *PV* за кожний рік.

За перший рік (*n* = 1) *PV* збільшується на величину

$$I_{sd}^{(1)} = \frac{PV{\cdot}d}{1-d}.$$

За перший і за другий роки разом (*n* = 2) *PV* збільшиться на $2 \cdot PV \cdot d / (1 - 2 \cdot d)$, і, таким чином, нарощення тільки окремо за другий рік становитиме

$$I_{sd}^{(2)} = \frac{2{\cdot}PV{\cdot}d}{1-2d} - I_{sd}^{(1)} = \frac{2{\cdot}PV{\cdot}d}{1-2d} - \frac{PV{\cdot}d}{1-d} = \frac{PV{\cdot}d}{(1-d)(1-2d)}.$$

За перший, другий і третій роки разом (n = 3) PV збільшиться на 3 · PV · d / (1 – 3·d), і, таким чином, нарощення тільки окремо за третій рік становитиме

$I_{sd}^{(3)} = \frac{3 \cdot PV \cdot d}{1 - 3 \cdot d} - \frac{2 \cdot PV \cdot d}{1 - 2 \cdot d} = \frac{PV \cdot d}{(1 - 2 \cdot d) \cdot (1 - 3 \cdot d)}$ і так надалі.

Загалом за окремий k-й рік (1 ≤ k ≥ n) PV збільшиться на величину

$$I_{sd}^{(k)} = \frac{PV \cdot k \cdot d}{1 - k \cdot d} - \frac{PV \cdot (k-1) \cdot d}{1 - (k-1) \cdot d} = \frac{PV \cdot d}{[1 - (k-1) \cdot d] \cdot (1 - k \cdot d)}. \qquad (5.5)$$

З наведених рівнянь можемо побачити, що при (2≤ k≥ n)

$$I_{sd}^{(2)} = I_{sd}^{(1)} \cdot \frac{1}{1 - 2d}, I_{sd}^{(3)} = I_{sd}^{(2)} \cdot \frac{1 - d}{1 - 3d}, ..., I_{sd}^{(k)} = I_{sd}^{(k-1)} \cdot \frac{1 - (k-2) \cdot d}{1 - k \cdot d},$$

а також $I_{sd} = I_{sd}^{(1)} + I_{sd}^{(2)} + ... + I_{sd}^{(k)}$.

Приклад 5.2

Задача 1

На капітал 3 млн грн упродовж 5 років здійснюється нарощення механізмом простого нарахування за обліковою ставкою 12 %. Знайти прирощення початкового капіталу за кожний рік та загальну нарощену суму.

Загальна нарощена сума розраховується за формулою (5.1):

$$FV = \frac{3}{1 - 5 \cdot 0{,}12} = 7{,}5 (\text{млн грн}).$$

Прирощення капіталу I_{sd} *за п'ять років становитиме*

$$I_{sd} = FV - PV = 7{,}5 - 3 = 4{,}5 (\text{млн грн}).$$

Прирощення за кожен рік окремо дорівнює:

$$I_{sd}^{(1)} = \frac{3 \cdot 0{,}12}{1 - 0{,}12} = 0{,}409091 \ \textit{млн грн;}$$

$$I_{sd}^{(2)} = \frac{3 \cdot 0{,}12}{(1 - 0{,}12)(1 - 2 \cdot 0{,}12)} = 0{,}538277 \ \textit{млн грн;}$$

$$I_{sd}^{(3)} = \frac{3 \cdot 0{,}12}{(1 - 2 \cdot 0{,}12)(1 - 3 \cdot 0{,}12)} = 0{,}740132 \ \textit{млн грн;}$$

$$I_{sd}^{(4)} = \frac{3 \cdot 0{,}12}{(1 - 3 \cdot 0{,}12)(1 - 4 \cdot 0{,}12)} = 1{,}081731 \ \textit{млн грн;}$$

$$I_{sd}^{(5)} = \frac{3 \cdot 0{,}12}{(1 - 4 \cdot 0{,}12)(1 - 5 \cdot 0{,}12)} = 1{,}730769 \ \textit{млн грн.}$$

З метою перевірки додамо отримані величини: $I_{sd}^{(1)} + I_{sd}^{(2)} + I_{sd}^{(3)} + I_{sd}^{(4)} + I_{sd}^{(5)} = 4{,}5$ *млн грн, тобто, як і повинно бути, отримали* I_{sd}.

Формула (5.1) дає зрозумілий результат лише при $n < \frac{1}{d}$. При $n \geq \frac{1}{d}$ формула (5.1) приводить, здається, до нісенітниці. Так, при $d = 0{,}1$ та $n = 10$ (років) отримаємо $FV = \infty$, а при $n > 10$ отримаємо $FV < 0$, що, здавалося б, не має сенсу. Але при $n \geq \frac{1}{d}$ результат за формулою (5.1) має реальний фінансовий зміст, а саме $FV = 0$.

Порівняння результатів за формулами (5.1) і (2.1) показують, що проста облікова ставка d дає більш швидке зростання, ніж така ж чисельно, але проста процентна ставка i.

5.2 Облікове нарощення при застосуванні механізму складного нарахування процентів

Складне облікове нарощення — розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

Перетворення рівняння (4.5) відносно FV дає формулу

$$FV = \frac{PV}{(1-d)^n}, \quad (5.6)$$

де FV – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

d – облікова ставка у кожному з періодів нарощення процентів n;

n – кількість періодів нарощення процентів упродовж часу (строку T) застосування ставки d; також у кожному з цих періодів **облікові ставки відповідають періодам та рівні між собою**.

Приклад 5.3

Задача 1

За умовами фінансового контракту на депозит розміром 400 тис. грн, який вкладено на три роки, нараховуються проценти за складною обліковою ставкою 9 % річних. Знайти нарощену суму, якщо нарахування процентів: а) щорічне; б) за півріччями; в) щомісячне.

Розв'язання

а) PV = 400 тис. грн, n = 3, d = 0,09.

$$FV = \frac{400\,000}{(1-0{,}09)^3} = 530\,806\ (грн);$$

б) PV = 400 тис. грн, n = 3·2=6, d = 0,09/2.

$$FV = \frac{400\,000}{(1-\frac{0{,}09}{2})^6} = 527\,278\ (грн);$$

в) PV = 400 тис. грн, n = 3·12=36, d = 0,09/12.

$$FV = \frac{400\,000}{(1-\frac{0{,}09}{12})^{36}} = 524\,519\ (грн).$$

За допомогою *прикладу 5.3* звернемо увагу на таку особливість. Якби нарощення складними процентами здійснювалося за допомогою процентної ставки (наприклад, i = 9 %), то для варіантів а), б), в) одержали б за формулою (2.10) відповідно значення: 518 012 грн, 520 904 грн, 523 458 грн, тобто при зростанні в межах року кількості періодів нарахування процентів розмір нарощеної суми збільшується. Нарощення за складною обліковою ставкою дає протилежну тенденцію. При зростанні в межах року кількості періодів нарахування процентів при застосуванні складної облікової ставки нарощена сума зменшується. Якщо кількість періодів нарахування в межах року збільшувати, то різниця між майбутніми нарощеними сумами, розрахованими за складними процентними ставками і складними обліковими ставками, зменшується. Так, наприклад, якщо нарахування процентів буде щоденним, то застосування облікової ставки дає результат FV = 524 003 грн, а при такій самій чисельно процентній ставці FV = 523 968 грн, і різниця між цими сумами дорівнює всього 35 грн.

Ще одна особливість. Якщо облікова і процентна ставки чисельно рівні між собою, то складне нарощення за обліковою ставкою (5.6) є більш швидким (що є вигідним для кредитора), ніж нарощення за процентною ставкою (2.10) (що вигідніше для боржника).

Як уже зазначалося, термінологічну різноманітність перерахунку вартостей можна пов’язати з англійським терміном *compound*, що означає складний механізм нарахування, і саме нарахування як нарощення, як збільшення, як перерахування сьогоднішньої вартості в майбутню вартість. При використанні облікової ставки може використовуватися термін «обліковий компаундинг», або «облікове компандування», але ні в якому разі «компандування». Термін «компандування» без пояснення яке: «процентне чи облікове», означає процентне компандування.

Формула (5.6) відображає розрахунок нарощеної суми

(*FV)* із використанням складної облікової ставки, а розрахунок безпосередньо нарощення, або прирощення, тобто процента, позначимо I_{cd} (*Interest of compound discount*) і можемо знайти за формулою

$$I_{cd} = FV - PV = \frac{PV}{(1-d)^n} - PV = PV \cdot [\frac{1}{(1-d)^n} - 1]. \quad (5.7)$$

Формула (5.7) має ще іншу модифікацію свого запису:

$$I_{cd} = PV \cdot \frac{1-(1-d)^n}{(1-d)^n}. \quad (5.7.1)$$

Формула (5.7) (5.7.1) дає можливість розраховувати при складному обліковому нарощенні процент I_{cd} (процент складного облікового нарощення) від *PV,* не обчислюючи *FV*.

Показник $1/(1-d)^n$ є **множником складного облікового нарощення**. Цей множник показує зростання капіталу *PV* за кількість періодів *n* при застосуванні складної облікової ставки *d*.

При *PV* = 1, *n* = 1 із формули (5.6) також, як і з формули (5.3), випливає, що

$$\frac{1}{1-d} = 1 + \frac{d}{1-d}, \quad (5.4)$$

тобто **коефіцієнт нарощення** 1/(1–*d*) є в майбутньому сумою, наприклад, 1 грн, разом із нарахованим процентом за один рік.

Розглянемо випадок, коли **облікові ставки в періодах нарахування «плаваючі», тобто різні**. Якщо в періодах нарахування процентів n_1, n_2, …, n_k облікові ставки відповідно дорівнюють d_1, d_2, …, d_k при нарощенні складними процентами майбутня сума за строк $T = \sum n_k$ (вимір періодів n_1, n_2, …, n_k в єдиних одиницях часу) розраховується за формулою

$$FV = \frac{PV}{(1-d_1)^{n_1} \cdot (1-d_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1-d_k)^{n_k}} = \frac{PV}{\prod (1-d_k)^{n_k}}. \quad (5.8)$$

У формулі (5.8) показник $\prod (1-d_k)^{n_k}$ можемо перерахувати в еквівалентний йому показник і знайти одну облікову ставку (позначимо її $\overline{d}$), еквівалентну декільком обліковим ставкам $d_1, d_2, \ldots, d_k$:

$$\prod (1-d_k)^{n_k} = (1-\overline{d})^{n}. \quad (5.9)$$

Розв'язуючи рівняння (5.9) відносно $\overline{d}$, маємо

$$\overline{d} = 1 - [\prod (1-d_k)^{n_k}]^{\frac{1}{n}},$$

тоді (5.5) набирає вигляду

$$FV = \frac{PV}{(1-\overline{d})^{n}}.$$

Таким чином, за *n* періодів нарахування впродовж строку *T* можемо встановити та використовувати замість плаваючих облікових ставок облікову ставку $\overline{d}$, яка забезпечує такий самий результат, і тому при розрахунку *FV* можемо використовувати формулу (5.6).

Якщо $d_1 = d_2 = \ldots = d_k = d$, тобто за весь строк *T* установлена одна постійна ставка, то з (5.8) одержуємо (5.6).

Формулою (5.8) також можна користуватися і у випадку, коли періоди нарахування надані в різних одиницях часу за умови відповідності їх розмірностей із розмірами відповідних облікових ставок.

При складному обліковому нарощенні за цілу й дробову кількість періодів нарахування процентів застосовують **формулу змішаного обліку процентів** (4.7). Від формули (4.7) формула складного облікового нарощення набирає вигляду (5.10)

$$FV = \frac{PV}{(1-d)^{k} \cdot (1-f \cdot d)}, \quad (5.10)$$

де FV, PV, d — мають зміст той самий, що й у формулах (4.1), (4.3), (4.5), (5.1), (5.6);

k — ціла частина кількості періодів нарахування;

f — дробова частина кількості періодів нарахування процентів.

При складному обліковому нарощенні, коли **кількість періодів нарахування дробова,** використовують формулу (4.3).

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 5

5.1 Облікове нарощення при застосуванні механізму простого нарахування процентів

Формула простого облікового нарощення

$$FV = \frac{PV}{1 - n \cdot d}. \tag{5.1}$$

При $n \geq \frac{1}{d}$ результат за формулою (5.1) має реальний фінансовий зміст, а саме $FV = 0$.

Коли облікові ставки в кожному з періодів нарахування відрізняються:

$$FV = \frac{PV}{1 - \sum\limits_{k} d_k \cdot n_k}. \tag{5.2}$$

Розрахунок безпосередньо нарощення, або прирощення, тобто **процента**, позначимо I_{sd} (*Interest of simple discount*) і можемо знайти за формулою

$$I_{sd} = PV \cdot \frac{n \cdot d}{1 - n \cdot d}. \tag{5.3}$$

5.2 Облікове нарощення при застосуванні механізму складного нарахування процентів

Складне облікове нарощення – розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів:

$$FV = \frac{PV}{(1-d)^n}, \qquad (5.6)$$

де FV – майбутня вартість у грошових одиницях;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

d – облікова ставка у кожному з періодів нарощення процентів n;

n – кількість періодів нарощення процентів упродовж часу (строку T) застосування ставки d; також у кожному з цих періодів **облікові ставки відповідають періодам та рівні між собою**.

Розрахунок безпосередньо нарощення, або прирощення, тобто **процента**, позначимо I_{cd} (Interest of compound discount) і можемо знайти за формулою

$$I_{cd} = FV - PV = \frac{PV}{(1-d)^n} - PV = PV \cdot \left[\frac{1}{(1-d)^n} - 1\right]. \qquad (5.7)$$

Коли **облікові ставки в періодах нарахування «плаваючі»,** тобто різні (формула 5.8):

$$FV = \frac{PV}{(1-d_1)^{n_1} \cdot (1-d_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1-d_k)^{n_k}} = \frac{PV}{\prod (1-d_k)^{n_k}}. \qquad (5.8)$$

Формула складного облікового нарощення **за цілу й дробову кількість періодів нарахування** процентів набирає вигляду

$$FV = \frac{PV}{(1-d)^k \cdot (1-f \cdot d)}, \qquad (5.10)$$

де *FV, PV, d* – мають зміст той самий, що й у формулах (4.1), (4.3), (4.5), (5.1), (5.6);

k – ціла частина кількості періодів нарахування;

f – дробова частина кількості періодів нарахування процентів.

При складному обліковому нарощенні, коли **кількість періодів нарахування дробова,** використовують формулу (4.3):

$$PV = FV \cdot (1 - d \cdot \frac{t}{y}), \qquad (4.3)$$

де *t* (*time*) ─ строк фінансової операції;

y (*year*) ─ тривалість року, виражена в тих самих одиницях що й *t*.

Запитання для самостійної роботи

1. Подати розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок.
2. Подати розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок та механізму простого нарахування процентів.
3. Подати розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок та механізму складного нарахування процентів.
4. Пояснити терміни «облікове нарощення».
5. Вивести формулу майбутньої вартості з використанням

простої облікової ставки, якщо така ставка незмінна.

6. Спробувати вивести формулу майбутньої вартості з використанням простої облікової ставки, якщо така ставка змінна (плаваюча).

7. Вивести формулу розрахунку майбутньої вартості з використанням складної облікової ставки, якщо така ставка незмінна.

8. Спробувати вивести формулу майбутньої вартості з використанням складної облікової ставки, якщо така ставка змінна (плаваюча).

9. Зробити порівняльний аналіз інтенсивності процесу нарощення за різними видами облікових ставок.

10. Зробити порівняльний аналіз інтенсивності процесу нарощення за допомогою облікових ставок при різних механізмах нарахування процентів.

11. Пояснити механізм складного облікового нарощення з дробовим числом періодів обліку.

12. Розрахунок суми лише нарощення, або прирощення, тобто процента, за умов використання облікових ставок.

13. Формула складного облікового нарощення за цілу й дробову кількість періодів нарахування процентів.

Розділ 6 ОСОБЛИВОСТІ ФІНАНСОВИХ РОЗРАХУНКІВ

6.1 Ідентичність та відмінності основних формул фінансових розрахунків

Усі формули, що застосовуються у фінансових розрахунках, є похідними всього від чотирьох основних формул. Саме про ці чотири формули мова йшла в розділах 2, 3, 4, 5. Усі інші формули «виникають» від цих чотирьох, або є їх перетвореними варіантами. Отже, чотири основні формули ─ це формули (2.2), (2.10), (4.1), (4.5), а саме:

1) формула простого нарахування процентів із використанням процентної ставки:

$$\boldsymbol{FV = PV\cdot(1 + i\cdot n)} \qquad \textbf{(2.2)}$$

та похідна від неї формула простого дисконтування з використанням процентної ставки (інша назва ─ формула простої приведеної вартості):

$$PV = \frac{FV}{(1+i\cdot n)},\ PV = FV\frac{1}{(1+i\cdot n)},\ PV = FV\cdot(1+i\cdot n)^{-1}; \quad (3.1)$$

2) формула складного нарахування процентів із використанням процентної ставки:

$$\boldsymbol{FV = PV\cdot(1 + i)^{n}} \qquad \textbf{(2.10)}$$

та похідна від неї формула складного дисконтування з використанням процентної ставки (інша назва ─ формула приведеної вартості):

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^{n}},\ PV = FV\frac{1}{(1+i)^{n}},\ PV = FV\cdot(1+i)^{-n}; \quad (3.6)$$

3) формула простого дисконтування з використанням облікової ставки:

$$\boldsymbol{PV = FV\cdot(1 - n\cdot d)} \qquad \textbf{(4.1)}$$

та похідна від неї формула простого нарахування процентів із використанням облікової ставки:

$$FV = \frac{PV}{(1-n \cdot d)},\ FV = PV\frac{1}{(1-n \cdot d)},\ FV = PV \cdot (1-n \cdot d)^{-1}; \quad (5.1)$$

4) формула складного дисконтування з використанням облікової ставки:

$$\boldsymbol{PV = FV \cdot (1-d)^{n}} \quad \textbf{(4.5)}$$

та похідна від неї формула складного нарахування процентів із використанням облікової ставки:

$$FV = \frac{PV}{(1-d)^{n}},\ FV = PV\frac{1}{(1-d)^{n}},\ FV = PV \cdot (1-d)^{-n}. \quad (5.6)$$

Розглядаючи записи формул (2.2), (2.10), (4.1), (4.5), можна побачити, що в них є як спільне, так і відмінне.

Спільне:

– за допомогою кожної з цих чотирьох формул можемо розрахувати або *FV*, або *PV* за умов, що інші показники відомі;

– загалом у цих чотирьох формулах показники *FV* та *PV* якісно – одні й ті самі показники, що показують суму в грошових одиницях на початку фінансової операції – *PV* та суму грошей по її закінченні – *FV*;

– у кожній із формул є множник у дужках, в якому наявна цифра «1».

Відмінності:

– у кожній із формул множник у дужках відрізняється;

– саме за множником у дужках можна визначити, який саме механізм нарахування процентів: простий чи складний (якщо дужки мають ступень – це формула складного нарахування процентів, відсутність степеня, а точніше, степінь дорівнює одиниці з будь-яким знаком «+» чи «–» – це формула простого нарахування процентів);

– також за множником у дужках можна визначити, яка ставка процента застосовується: процентна чи облікова (якщо в дужках знак «+», то застосовується процентна ставка, якщо в дужках знак «–», то застосовується облікова ставка).

У підрозділі 1.5 (с. 48) уже йшла мова про необхідність уніфікації позначок, що використовуються у формулах фінансових обчислень, так, як це, наприклад, стало загальноприйнятим у математиці, фізиці, хімії. Але така уніфікація ─ справа майбутнього. На сьогодні у нас за плечима історія фінансових розрахунків, що налічує майже п’ять сторічь, тому різноманітність використовуваних позначок ─ реальність сучасних фінансових розрахунків. Щоб розібратися та визначитися з, на перший погляд, «невідомою» формулою, треба застосувати для ідентифікації згадані вище спільності та відмінності і знайти відповідну формулу з чотирьох основних, не забуваючи, що в кожній із чотирьох основних формул ще існують її можливі похідні варіанти.

Приклад 6.1

«Невідома» формула має таку форму запису: $S = P(1+r)^{y}$. *Наявність ступеня «у» для показника в дужках означає, що механізм нарахування процентів ─ складний. Знак «+» у дужках «інформує», що застосовується процентна ставка. Із чотирьох зазначених основних формул наведений запис відповідає формулі (2.10):* $FV = PV \cdot (1+i)^{n}$, *де S ─ це відповідно FV; P ─ це відповідно PV; r ─ відповідно і, а у ─ відповідно n.*

Інший варіант. Формула має такий вигляд: $BMV = OR \cdot \frac{1}{(1-k \cdot l)}$. *Механізм нарахування процентів ─ простий (дужки не мають степеня, точніше, він є, але дорівнює одиниці). Знак «─» у дужках «показує», що використовується облікова ставка. Із чотирьох зазначених основних формул наведений запис відповідає формулі (4.1), а точніше ─ похідній від неї формулі (5.1). Отже, BMV ─ це відповідно FV; OR ─ це відповідно PV; k може бути або n, або і, а l ─ відповідно, навпаки, або і, або n (відповідність k та l ідентифікувати виходячи із сутності n та і).*

6.2 Номінальна ставка та її використовування у формулах фінансових розрахунків

У пункті 1.3.1 (на стор. 39) уже згадувалося про номінальну ставку, а саме про номінальну процентну ставку. Нагадаємо, що там дано таке визначення: «Номінальна процентна ставка (*nominal rate of interest*) ─ показник процентної ставки, що фактично склався на ринку в даний момент часу для конкретної фінансової операції». Подібне визначення має й номінальна облікова ставка (*nominal rate of discount*). Але наведені визначення характеризують лише кількісну характеристику номінальної ставки. Разом із кількісною складовою номінальна ставка має ще одну характерну особливість ─ часову характеристику ─ **номінальна ставка завжди річна**. Термін «номінальна» на практиці у фінансах є синонімом терміна «річна». Про це вже йшла мова у підрозділі 1.4 (стор. 46): «Ставки процента, тобто всі види ставок процента у всіх їх формах функціонують, як правило, у відсотках за один рік (або за певний проміжок часу, відмінний від одного року). Наприклад: 10 % річних, 4 % на місяць, 8 % за квартал, 46 % за 1,5 року». Термін «номінальна ставка» ─ це вказівка додержання правила, тобто це ставка, що «функціонує … у відсотках за один рік». У наведеному прикладі із переліку ставок ─ 10 %, 4 %, 8 %, 46 %, тільки ставка 10 % є номінальною.

У літературі [7, с. 120] згадується про таке визначення номінальної ставки.

«Хай задано кількість нарахувань у році ─ m та річна процентна ставка ─ $i_{річна}$. У цьому випадку тривалість періоду нарахування дорівнює $1/m$ років. Річна процентна ставка $i_{річна}$ є номінальною, якщо відповідна процентна ставка «i» за період $1/m$ розраховується із рівняння $i = \frac{i_{річна}}{m}$».

А тепер, відповідно до терміна «номінальна ставка», проведемо аналіз чотирьох основних формул, про які йшла мова у попередньому підрозділі 6.1 (формули (2.2), (2.10), (4.1), (4.5)).

6.2.1 Номінальна процентна ставка у механізмі складного нарахування процентів

Розглянемо формулу (2.10) ─ формулу складного нарахування процентів із використанням процентної ставки:

$$FV = PV \cdot (1 + i)^{n}. \qquad (2.10)$$

Нас цікавлять показники «*i*» та «*n*». У формулі (2.10) дано таке їх визначення:

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів *n* (у формулі показник *i* використовується не у відсотках, а десятковим дробом, у частках);

n – кількість періодів нарахування процентів упродовж часу (строку) застосування ставки *i*; також у кожному з цих періодів процентні ставки рівні між собою.

У формулі (2.10) існує тісний зв'язок між «*n*» та «*i*». Основою зв'язку є показник ─ період нарахування процентів. Залежно від періоду нарахування процентів визначаються кількісно «*n*» та «*i*». Якщо період нарахування ─ квартал, то «*i*» ─ чисельний показник за квартал, «*n*» ─ кількість кварталів. Якщо період нарахування процентів ─ півріччя, то «*i*» ─ процентна ставка за півріччя, «*n*» ─ кількість півріч. Саме цей механізм взаємозв'язку між «*n*» та «*i*» і відображено у формулі (2.10).

Якщо зафіксувати у формулі (2.10) те, що показник «*i»* записується у формулу тільки як показник річної ставки, тобто «*i*» завжди номінальна (а вона, як правило, так і надається), а період нарахування процентів не річний, а інший (півріччя, квартал, будь-який інший), то, щоб записати в дужках формули (2.10) правильний чисельний показник процентної ставки, необхідно річну (номінальну) «*i»* перераховувати на відповідну (піврічну, квартальну, будь-яку іншу). З цією метою у фінансових розрахунках уведено показник «*m*» ─ кількість періодів нарахування процентів у році. Тоді при нарахуванні процентів «*m*» разів у році формула (2.10) набере такого вигляду:

$$FV = PV \cdot (1 + \frac{i}{m})^{n}, \tag{6.1}$$

де i – номінальна (річна) процентна ставка (у формулі показник i використовується не у відсотках, а десятковим дробом, у частках);

m ─ кількість періодів нарахування процентів у році;

n ─ кількість періодів нарахування процентів упродовж строку.

Досить часто строк надається в роках. Якщо строк фінансової операції (Т), наданий у роках (N), внести в формулу (6.1), то формулу (6.1) можна навести у такому варіанті:

$$FV = PV \cdot (1 + \frac{i}{m})^{N \cdot m}, \tag{6.2}$$

де i – номінальна (річна) процентна ставка (у формулі показник i використовується не у відсотках, а десятковим дробом, у частках);

m ─ кількість періодів нарахування процентів у році;

N ─ кількість років впродовж строку.

Приклад 6.2

Депозит у розмірі 500 тис. грн внесено в банк на 5 років під 10 % річних (складні проценти). Нарахування процентів щоквартальне. Знайти нарощену суму.

Розв'язуємо за допомогою формули (6.2):

$$FV = 500 \cdot (1 + \frac{0,1}{4})^{5 \cdot 4} = 500 \cdot 1,6386 = 819,3 \text{ тис. грн.}$$

При збільшенні кількості періодів нарахування процентів у році (m зростає) сума нарощення зростає. Якщо в умови *прикладу 6.2* внести зміну ─ нарахування процентів проводити щомісячно, ─ то нарощена сума буде дорівнювати

$$FV = 500 \cdot (1+\frac{0,1}{12})^{5 \cdot 12} = 500 \cdot 1,6453 = 822,65\ тис.грн.$$

Про таку закономірність уже згадувалося у висновках пункту 2.2.1 (с. 89 ─ 90). Поділ строку фінансової операції на більшу кількість періодів нарахування процентів при застосуванні механізму нарахування складних процентів забезпечує у кінцевому підсумку більший розмір нарощеної суми. Для ілюстрації такого висновку приведемо значення множника (1+*i/m*) в степені $N \cdot m$ для i = 20 % і N = 10 років при різних *m* у межах року, (табл. 6.1).

Таблиця 6.1 ─ Зміна коефіцієнта нарощення при ставці i = 20 % і строку N = 10 років

Кількість періодів нарахування процентів у році *m*	1	2	4	12	365
Коефіцієнт нарощення $(1+\frac{i}{m})^{N \cdot m}$	6,1917	6,7275	7,04	7,2682	7,385

З наведених у табл. 6.1 даних найбільше «наростання» при нарощенні дає перехід від щорічного нарахування процентів до піврічного, найменший «ефект наростання» ─ перехід від щомісячного до щоденного.

Характеристику номінальної ставки завершимо двома зауваженнями.

По-перше, формули (6.1) та (6.2) є похідними, вони є варіантами формули (2.10), а не навпаки, як це зазвичай вважається.

По-друге, у формулі (2.10) у визначенні чисельного показника процентної ставки «*i*» точно не зазначено, яка це ставка: річна чи будь-яка інша. З такого визначення можна зробити хибний висновок, що у формулі (2.10) при її практичному застосуванні чисельний показник процентної ставки «*і*» може бути як річним, так і будь-яким, відмінним від річного: піврічним, квартальним, місячним тощо. Таке може бути, але не завжди і, як правило, рідко. У формулі (2.10) чисельний показник процентної ставки «*і*», як правило, має за свою основу, а тому і у своїй структурі показник процентної ставки «*і*», і саме річної «*і*», і тому при підстановці у формулу (2.10) дійсного чисельного розміру «*і*», як правило, там уже наявний показник процентної ставки «*і*» і не будь-якої, а саме річної. Тому в практичних розрахунках за формулою (2.10), як правило, використовується річна процентна ставка «*і*», тобто у формулі (2.10) при фактичних розрахунках наявна лише номінальна ставка. Таке твердження потребує пояснення.

Додаткова інформація

Пояснення, що у формулі (2.10) показник у дужках «і» відображає собою, віддзеркалює собою показник річної процентної ставки, а отже, представляє себе через номінальну (річну) ставку, треба починати з показника «n».

У багатьох підручниках і навчальних посібниках показник «n» визначається одночасно і як строк, і як кількість років нарощення (Четиркін [15, с. 43], Гриценко [3, с. 90]). У Бакаєва [1] на сторінці 12 «n» — кількість років, а на сторінці 13 «n» — періоди, впродовж яких використовуються відповідні ставки, а це вже не кількість років, а кількість періодів нарахування процентів. Далі, у Бакаєва, на цій самій 13-й сторінці і далі по тексту, наприклад на 15-й сторінці, «n» — це знову кількість років. Якщо взяти Долінського [6], Машину [9], Медведєва [10], Мелкумова [11], то в цих джерелах про «n» говориться, що це періоди, і, швидше за все, це треба розуміти як кількість періодів, де періодом може бути не тільки один рік. Кутуков [8, с. 23] дав визначення «n» у такій редакції: «... n — кількість періодів нарахування процентів (якщо проценти капіталізуються один раз за рік, то n — кількість років нарощення)». Таке визначення «n» у Кутукова яскраво *демонструє, що «n» показує не тільки кількість років, а й кількість інших періодів нарахування процентів (кількість півріч, кількість кварталів, кількість місяців, кількість будь-яких інших періодів нарахування процентів). Автор цього підручника цілком згоден із Кутуковим, тобто якщо показник «n» відображає кількість років нарощення процентів, то це лише один варіант із переліку можливих варіантів, що кількісно характеризує показник «n». Нагадуємо, що в згаданих підручниках і посібниках мова йде про показник степеня «n» в одній і тій самій формулі, а точніше, про один і той самий формальний вираз, ідентичний нашому запису формули (2.10). Справа у тому, що при визначенні показника «n» науковці і викладачі не пов'язували визначення «n» із визначенням «і». Але між «n» та «і» у формулі (2.10) існує тісний зв'язок.*

Зв'язок такий:

– якщо проценти нараховуються кожного року, то «n» – кількість років і в дужках $(1+i)^n$ *показник «і» – процентна ставка за 1 рік, або річна;*

– якщо проценти нараховуються кожного півріччя, то «n» – кількість півріч і в дужках $(1+i)^n$ *на місці показника «і» використовується процентна ставка за півріччя, або піврічна. Щоб знайти чисельно процентну ставку за півріччя, треба річну процентну ставку «і» поділити на 2 (у році два півріччя) і відповідно показник у дужках набере такого вигляду:* $(1+i/2)^n$*. Звертаємо увагу, що у виразі* $(1+i/2)^n$ *величина «і» – річна процентна ставка;*

– якщо нарахування процентів щоквартальне, то «n» – кількість кварталів і в дужках $(1+i)^n$ *на місці показника «і» «працює» процентна ставка за квартал, або квартальна. Щоб знайти чисельно процентну ставку за квартал, треба річну процентну ставку «і» поділити на 4 (у 1 році чотири квартали) і відповідно показник у дужках набере такого вигляду:* $(1+i/4)^n$*. Знову звертаємо увагу,*

що у виразі $(1+i/4)^n$ *величина «і» залишається показником річної процентної ставки;*

─ *аналогічно, якщо нарахування процентів щомісячне, то «n» ─ кількість місяців і в дужках* $(1+i)^n$ *на місці показника «і» «формула вимагає» використання місячної процентної ставки. Щоб знайти процентну ставку за 1 місяць, треба річну процентну ставку «і» поділити на 12 (в 1 році дванадцять місяців) і відповідно показник у дужках набере такого вигляду:* $(1+i/12)^n$. *Також, як і в попередніх нарахуваннях, у виразі* $(1+i/12)^n$ *величина «і» залишається показником річної процентної ставки.*

Наведений у попередньому абзаці механізм зв'язку між «n» та «і» із самого початку, ще з механізму її виникнення, закладений у формулі (2.10). Цей тісний зв'язок є атрибутом формули (2.10), який не тільки може, а й повинен бути відображений шляхом визначення «n» та «і» в їх взаємозв'язку. Саме така необхідність й примусила сформулювати визначення «n» та «і» так, як це наведено у формулі (2.10). Визначення, що «…«і» – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів «n»…», означає, що там, де у формулі (2.10) стоїть позначка «і» необхідно підставити процентну ставку, що «властива», що «існує» впродовж періоду нарахування процентів «n», що відповідає періоду нарахування процентів «n». А у зв'язку з тим, що процентні ставки надаються, як правило, в т. ч. і за неоголошеними правилами, як річні, то процентні ставки за період менше 1 року або більше 1 року розраховуються відповідно діленням річної ставки на частини або збільшенням річної ставки. Тому у формулі (2.10) при підстановці на місце показника «і» чисельного значення, як правило, буде фігурувати показник річної процентної ставки.

6.2.2 Номінальна облікова ставка у механізмі складного дисконтування процентів

Складне облікове дисконтування має вигляд

$$PV = FV \cdot (1 - d)^{n}, \qquad (4.5)$$

де n — кількість періодів дисконтування (нарахування) від дати закінчення операції (наприклад, від дати погашення векселя) до дати обліку ;

d — облікова ставка в кожному з періодів n нарахування (дисконтування) процентів.

Якщо зафіксувати у (4.5), що показник «*d*» записується у формулу тільки як показник річної ставки, тобто «*d*» завжди номінальна, (а вона, як правило, так і надається), а період нарахування процентів не річний, а інший (півріччя, квартал, будь-який інший), то, щоб записати в дужках формули (4.5) правильний чисельний показник облікової ставки, необхідно річну (номінальну) «*d*» перераховувати на відповідну (піврічну, квартальну, будь-яку іншу). З цією метою у фінансових розрахунках введено показник «*m*» — кількість періодів нарахування процентів у році. Тоді при нарахуванні процентів «*m*» разів у році формула (4.5) набирає такого вигляду:

$$PV = FV \cdot (1 - \frac{d}{m})^{n}, \qquad (6.3)$$

де d – номінальна (річна) облікова ставка;

m — кількість періодів нарахування (дисконтування) процентів у році;

n – кількість періодів нарахування (дисконтування) процентів упродовж строку.

Досить часто строк надається в роках. Якщо строк фінансової операції (Т), наданий у роках (*N*), внести у формулу (6.3), то формулу (6.3) можна записати у такому варіанті:

$$PV = FV \cdot (1 - \frac{d}{m})^{N \cdot m}, \qquad (6.4)$$

де i – номінальна (річна) облікова;

m — кількість періодів дисконтування (нарахування) процентів у році;

N — кількість років впродовж строку.

6.2.3 Номінальна процентна та облікова ставки у механізмі простого нарощення та дисконтування процентів

У формулах (2.2) та (4.1) та у формулах, що від них походять, використання номінальних ставок із уведенням показника m не змінює характеристик формул, як не змінює і самих формул (детальніше — в розділі 9). Це ще раз доводить, що формули (2.2) та (4.1) також, як і формули (2.10) та (4.5), є основними, бо вони «вміщують у собі», охоплюють собою всі варіанти і моменти фінансових розрахунків.

6.3 Безперервне нарощення та дисконтування

Усі нарахування процентів, що розглядалися до цього, мали назву «дискретні» тому, що їх нарахування здійснювалося за фіксовані проміжки часу (рік, квартал, місяць, день). Зменшуючи цей проміжок (період нарахування) і, таким чином, збільшуючи частоту нарахування процентів (наприклад, m), в результаті можна перейти до так званих безперервних процентів.

Уже згадувалося, що залежно від частоти нарахування процентів нарощення суми здійснюється змінним темпом, причому при зростанні частоти нарощена сума (FV) при використанні процентної ставки збільшується. Максимально можливе нарощення здійснюється за умови нескінченного зменшення річного періоду нарахування. Із формули (6.2) при $m \to +\infty$ випливає

$$FV = PV \cdot \lim_{m \to +\infty} (1 + \frac{i}{m})^{m \cdot N} = PV \cdot e^{i^{(\infty)} \cdot N}, \qquad (6.5)$$

тому що множник нарощення за номінальною ставкою складних процентів має граничне значення

$$\lim_{m \to +\infty} (1 + \frac{i}{m})^m = e^{i^{(\infty)}}, \tag{6.6}$$

де e — ірраціональне число, e = 2,718281… (термін «ірраціональне» означає, що це число точно, без залишку, вирахувати неможливо, розрахунок можливий при наперед заданій точності, наприклад, шість знаків після коми…);

e — трансцендентне число, тобто не є коренем ніякого алгебраїчного рівняння з цілими коефіцієнтами, його ще називають числом Ейлера;

$i^{(\infty)}$ — безперервна процентна ставка, річна.

Щоб відрізняти безперервну ставку від звичайної (дискретної), застосовують особливу позначку безперервної процентної ставки — $i^{(\infty)} = \delta$, яка має назву **сила зростання** (*force of interest*).

Сила зростання характеризує відносний приріст нарощеної суми за нескінченно малий проміжок часу. Вона може бути незмінною, або змінюватись у часі.

Незмінна сила зростання. З урахуванням властивості (6.6) формула (6.2) набирає вигляду

$$FV = PV \cdot e^{\delta \cdot N}. \tag{6.7}$$

Отже, при безперервному нарощенні процентів нарощена сума (FV) залежить від початкової суми (PV), строку нарощення (N) і сили зростання (δ). Сила зростання є номінальною (річною) ставкою складних процентів при $m \to +\infty$, а N — кількість років, причому N може не бути цілим числом або може бути цілим числом із дробом.

Дискретні складні процентні ставки та безперервні ставки нарощення функціонально залежать одна від одної. Цю взаємозалежність можна вивести із прирівнювання множників нарощення $(1+i)^N = e^{\delta \cdot N}$. Тоді

$$\delta = \ln(1+i), \tag{6.8}$$

$$i = e^{\delta} - 1. \tag{6.9}$$

При безперервному складному дисконтуванні із формули (6.4) при $m \to +\infty$ одержуємо

$$PV = FV \cdot e^{-\delta \cdot N},$$

$$\text{або} \qquad (6.10)$$

$$PV = \frac{FV}{e^{\delta \cdot N}}.$$

У формулі (6.10) δ має назву **сила обліку** (*force of discount*) і показує швидкість відносного зменшення суми, що обліковується (все це при механізмі безперервного дисконтування). Формулу (6.10) можемо одержати і з формули (6.7), якщо перетворимо (6.7) відносно *PV*. Виникає цікавий **висновок: сила зростання дорівнює силі обліку.** У формулах (6.7) та (6.10) множники (коефіцієнти) нарощення ─ це одні й ті самі коефіцієнти кількісно і якісно, тому зникають відмінності між процентним нарощенням і дисконтним обліком за умови безперервного нарощення або дисконтування. І це цілком слушно, тому що в такій ситуації початок періоду та кінець періоду збігаються.

Далі, прирівнюючи множники нарощення у формулах (4.5) та (6.10), одержимо зв'язок між силою обліку (силою зростання) і річною обліковою ставкою:

$$\delta = -\ln(1-d), \qquad (6.11)$$

$$d = 1 - e^{-\delta}. \qquad (6.12)$$

Змінна сила зростання. Хай сила зростання змінюється у часі відповідно до закону, який має вигляд безперервної функції часу: $\delta_t = f(t)$. Тоді нарощена сума і теперішня вартість розраховуються так:

$$FV = PV \cdot e^{\int_0^N \delta_t}; \qquad PV = FV \cdot e^{-\int_0^N \delta_t}.$$

Безперервна функція часу може мати будь-який вигляд. Розглянемо лише два її варіанти ─ лінійну та експоненціальну.

Лінійна функція: $\delta_t = \delta + at$, де ─ δ початкове значення сили зростання; a — приріст сили зростання за одиницю часу.

Інтегрування лінійної функції приводить до такого результату:

$$\int_0^N \delta_t dt = \int_0^N (\delta + at)dt = \delta \cdot N + \frac{aN}{2}.$$

Таким чином, множник нарощення розраховується так:

$$e^{\delta \cdot N + \frac{aN^2}{2}}.$$

Приклад 6.3

Початкове значення сили зростання дорівнює 8 %, процентна ставка безперервна та лінійно змінюється, приріст за 1 рік становить 2 % (а = 0,02). Строк нарощення — 5 років. Для розрахунку множника нарощення знайдемо його степінь:

$$0,08 \cdot 5 + \frac{0,02 \cdot 5^2}{2} = 0,65.$$

Множник нарощення дорівнює $e^{0,65}$ *=1,91554.*

У разі, якщо сила зростання лінійно зменшується (наприклад, а = — 0,02), степінь множника дорівнює 0,15, і відповідно $e^{0,15}$ *= 1,16183.*

Розглянемо варіант, коли сила зростання змінюється експоненціально (за геометричною прогресією): $\delta_t = \delta \cdot a^t$,

де — δ початкове значення сили зростання, a — постійний темп зростання за одиницю часу. У цьому разі степінь множника нарощення розраховується так:

$$\int_0^N \delta_t dt = \int_0^N \delta \cdot a^t dt = \delta \frac{a^t}{\ln a}\bigg|_0^N = \delta\left(\frac{a^N}{\ln a} - \frac{1}{\ln a}\right) = \frac{\delta}{\ln a}(a^N - 1).$$

Отже, множник нарощення розраховується так:

$$e^{\frac{\delta}{\ln a}(a^N - 1)}.$$

Приклад 6.4

Початковий рівень сили зростання дорівнює 8 %, процентна ставка безперервно та експоненціально зростає (річний приріст 20 %, a = 1,2), строк нарощення — 5 років. Необхідно розрахувати множник нарощення.

Степінь множника нарощення за весь строк дорівнює $\frac{0{,}08}{\ln 1{,}2}(1{,}2^5 - 1) = 0{,}65305$, *відповідно* $e^{0{,}65305}$ *=1,92139.*

Розрахунок розміру сили зростання. При розрахунку нарощення з незмінною силою зростання

$$\delta = \frac{\ln (FV / PV)}{N}. \tag{6.13}$$

При нарощенні зі змінною силою зростання та постійним темпом сили зростання a:

$$\delta = \frac{\ln a \cdot \ln(FV / PV)}{a^N - 1}. \tag{6.14}$$

Розрахунок строку позики. Строк позики при незмінній силі зростання розраховуємо використовуючи (6.7):

$$N = \frac{\ln \frac{FV}{PV}}{\delta}. \tag{6.15}$$

При нарощенні зі змінною силою зростання та постійним темпом сили зростання a з урахуванням, що множник нарощення дорівнює $e^{\frac{\delta}{\ln a}(a^N - 1)}$, одержуємо

$$N = \frac{\ln\left[1 + \frac{\ln a \cdot \ln(FV / PV)}{\delta}\right]}{\ln a}. \tag{6.16}$$

6.4 Розрахунки строку позики і розміру ставки

У фінансовій практиці існує необхідність розраховувати не тільки суми грошей, які є результатом нарахування або дисконтування процентів, але й додаткові параметри, що пов'язані з цими розрахунками:

─ строк фінансової операції, що може мати вигляд як через

─ кількість періодів нарахування процентів, так і через

─ кількість разів нарахування процентів у році, та

─ розрахунок процентних і облікових ставок.

Ці параметри легко розрахувати з відповідних формул для визначення нарощених або початкових сум.

Строк позики при механізмі простого нарахування процентів

З формули (2.2) одержимо формулу для визначення числа періодів нарахування процентів:

$$n = \frac{FV - PV}{PV \cdot i}, \quad \text{або} \qquad (6.17)$$

$$n = \frac{\frac{FV}{PV} - 1}{i}. \qquad (6.17)$$

З формули (4.1) одержимо формулу для визначення числа періодів обліку процентів:

$$n = \frac{FV - PV}{FV \cdot d}, \quad \text{або} \qquad (6.18)$$

$$n = \frac{1 - \frac{PV}{FV}}{d}. \qquad (6.18)$$

У формулах (6.17) та (6.18) строк «*n*» дає результат у роках, якщо в розрахунку використовуються ставки «*i*» або «*d*» ─ річні; «*n*» є кількістю півріч, якщо в розрахунку використовуються ставки «*i*» або «*d*» ─ піврічні; «*n*» визначає кількість кварталів, якщо в розрахунку використовуються ставки «*i*» або «*d*» ─ квартальні, відповідно таким чином далі. У цих формулах можливе одержання строку відразу в днях, якщо ввести, як це було у формулі (2.5), $n = t / y$. Тоді ці формули відповідно набирають вигляду:

$$t = \frac{FV - PV}{PV \cdot i} \cdot y, \tag{6.19}$$

$$t = \frac{FV - PV}{FV \cdot d} \cdot y, \tag{6.20}$$

де t — кількість днів;

y — кількість днів у році;

i , d — відповідно процентна та облікова ставки,— **обов'язково річні.**

Строк позики при механізмі складного нарахування процентів

Перетворенням формули (2.10) знаходимо кількість періодів нарахування процентів «n». Ми знаємо, що формула (2.10) має вигляд $FV=PV \cdot (1 + i)^n$. За допомогою логарифмування правої та лівої частин формули (2.10) одержуємо

$$\ln FV = \ln PV + n \cdot \ln(1+i), \quad \text{або}$$

$$n = \frac{\ln FV - \ln PV}{\ln(1+i)}.$$

Пам'ятаючи, що різниця логарифмів двох чисел дорівнює логарифму частки цих чисел, одержуємо формулу для визначення строку фінансової операції для випадку складних процентів:

$$n = \frac{\ln\left(\dfrac{FV}{PV}\right)}{\ln(1+i)}. \tag{6.21}$$

Формулу (2.10) необов'язково перетворювати за допомогою лише натуральних логарифмів. Можливе перетворення і за допомогою десятинних логарифмів:

$$n = \frac{\log (FV / PV)}{\log (1+i)}. \qquad (6.22)$$

Перетворення формули (6.2) дає такий результат:

$$N = \frac{\log(FV / PV)}{m \cdot \log(1 + \frac{i}{m})}. \qquad (6.23)$$

Зазначимо, що параметр *m* (кількість разів нарахування процентів у році) у вигляді простої формули не може бути отриманий. Формула (6.2) відносно *m* являє собою так зване трансцендентне рівняння, яке можна розв'язати тільки приблизно. За необхідності його розв'язування можна використовувати відповідні готові програми для комп'ю-тера.

При складному обліковому дисконтуванні, використовуючи формулу (4.5), розрахунок кількості періодів нарахування процентів має такий вигляд:

$$n = \frac{\log (PV / FV)}{\log (1-d)}. \qquad (6.24)$$

Перетворення формули (6.4) дає такий результат:

$$N = \frac{\log(FV / PV)}{m \cdot \log(1 - \frac{d}{m})}. \qquad (6.25)$$

У формулах (6.21), (6.22), (6.24) строк «*n»* дає результат у роках, якщо в розрахунку використовуються ставки «*i*» або «*d*» ─ річні; «*n»* є кількістю півріч, якщо в розрахунку використовуються ставки «*i*» або «*d*» ─ піврічні; «*n»* визначає кількість кварталів, якщо в розрахунку використовуються ставки «*i*» або «*d*» ─ квартальні, інші «*n»* визначаються відповідно.

Формули (6.23), (6.25) дають результат (строк «*N»*) завжди в роках і в розрахунку використовуються ставки «*i*» або «*d*» ─ завжди номінальні, тобто річні.

Розмір ставок процента при механізмі простого нарахування процентів

Необхідність розрахунку чисельних значень процентних ставок або облікових ставок виникає при визначенні фінансової ефективності операції або при порівнянні інвестиційних варіантів за їх дохідністю у випадках, коли ставки у явному вигляді не надано. Перетворюючи формули (2.2), (4.1), а також (2.5) і (4.3) відносно «*i*» та «*d*» , одержуємо відповідні формули для строків, що вимірюються роками або днями:

$$i = \frac{FV - PV}{PV \cdot n}, \text{ або } i = \frac{FV - PV}{PV \cdot t} \cdot y, \tag{6.26}$$

$$d = \frac{FV - PV}{FV \cdot n}, \text{ або } d = \frac{FV - PV}{FV \cdot t} \cdot y. \tag{6.27}$$

Додаткова інформація

Іноді розмір дисконту фіксується у вигляді процента знижки (загальної облікової ставки) « d' » за весь строк фінансової операції. У такому випадку $PV = FV \cdot (1 - d')$. *Взявши до уваги, що* $PV = FV/(1 + n \cdot i)$, *знаходимо річну процентну ставку, що відповідає загальній обліковій « d' »:*

$$i = \frac{d'}{n(1 - d')}.$$

Річна облікова ставка, що відповідає загальній обліковій « d' », розраховується так: $d = \dfrac{d'}{n}$.

Розмір ставок процента при механізмі складного нарахування процентів

Розрахунок чисельних значень процентних та облікових ставок при використанні механізму складного нарахування процентів одержано шляхом перетворення рівнянь (2.10), (6.2), (4.5), (6.4) відносно ставок процента.

При нарощенні за складною процентною ставкою з формул (2.10), (6.2) маємо

$$i = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1, \qquad (6.28)$$

$$i = m \cdot \left(\sqrt[m \cdot N]{\frac{FV}{PV}} - 1\right). \qquad (6.29)$$

При дисконтуванні за складною обліковою ставкою з формул (4.5), (6.4) маємо

$$d = 1 - \sqrt[n]{\frac{PV}{FV}}; \qquad (6.30)$$

$$d = m \cdot \left(1 - \sqrt[m \cdot N]{\frac{PV}{FV}}\right). \qquad (6.31)$$

Звертаємо увагу, що у формулах (6.28) та (6.30) ставка «i» або «d» є річною, якщо в розрахунку використовується «n», який показує кількість років; ставка «i» або «d» є піврічною, якщо «n» є кількістю піврічь; ставка «i» або «d» є квартальною, якщо «n» визначає кількість кварталів; і далі така сама взаємозв'язаність між «n» та ставками «i» або «d».

А у формулах (6.29), (6.31) ставка «i» або «d» завжди є річною (номінальною), тому що строк «N» ─ це завжди кількість років, а «m», нагадуємо, ─ кількість нарахувань у році.

Приклад 6.5

Задача.

Ви маєте 10 млн грн і хотіли б подвоїти цю суму через 5 років. Яке мінімально прийнятне значення процентної ставки потрібне для такої операції?

Підготовчий аналіз перед розв'язуванням задачі

Відомо, що PV = 10 млн грн. Механізм нарахування процентів не зазначений, отже, складний. Періоди нарахування не оговорюються, отже, періоди нарахування – щорічні. Тоді n = 5, FV = 20 млн грн. Знайти величину i.

Розв'язання задачі

Використаємо формулу (6.28), або формулу (2.10), у якій невідомою величиною є «і». Із цієї формули виражаємо «і» як невідоме та одержуємо

$$i = \sqrt[n]{\frac{FV}{PV}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{20\ \text{млн грн}}{10\ \text{млн грн}}} - 1 = 0{,}149\ .$$

Відповідь: *для того щоб подвоїти 10 млн грн через 5 років, необхідно їх покласти на депозитний рахунок під мінімально прийнятну складну процентну ставку розміром 14,9 %.*

6.5 Порівняння множників нарощення

Використання у фінансових обчисленнях механізмів простого та складного нарахувань процентів дає різні результати, звісно, за **умов порівнювання**, тобто при **рівних ставках процента та однакових строках**. Отже, цілком доречним є питання, яка з форм нарахування процентів при рівних ставках вигідніша з погляду кредитора або дебітора. Для відповіді на це питання знову згадаємо чотири основні формули: (2.2), (2.10), (4.1), (4.5).

Будь-яка із цих формул має «свій» множник нарахування (k), якщо їх записати у вигляді $FV = PV \cdot k$:

– $(1+i \cdot n)$ – множник простого нарахування процентів із використанням процентної ставки;

– $(1+i)^n$ – множник складного нарахування процентів із використанням процентної ставки;

– $\dfrac{1}{(1-d \cdot n)}$ – множник простого нарахування процентів із використанням облікової ставки;

– $\dfrac{1}{(1-d)^n}$ – множник складного нарахування процентів із використанням облікової ставки.

Тому, якщо нарахування здійснюється на рівні суми грошей, досить порівняти мультиплікуючі і дисконтуючі множники, тому що саме вони показують, у скільки разів збільшилася (зменшилася) сума за рахунок нарахування процентів.

Порівняємо множники нарощення, що мають рівні прості та складні процентні ставки. Зазначимо, що нарощення за простою процентною ставкою відповідає лінійній залежності, а за складною ─ степеневій.

Майже всі джерела, що надають інформацію про порівняння процентних множників нарощення, стверджують, якщо строк фінансової операції менший, ніж період нарахування процентів (наприклад, нарахування процентів щорічне, а строк операції ─ менший 1 року, в цьому випадку пишуть $0 < n < 1$), нарощена сума, що розрахована за простими процентами, є більшою від нарощеної суми, розрахованої за складними процентами. При доведенні цього твердження відсилають до розв’язання нерівності, яка завжди, на їх погляд, є такою: $(1+i\cdot n) > (1+i)^{n}$. Але на рівні практичних фінансових розрахунків стверджувати, що $(1+i\cdot n)$ $>(1+i)^{n}$ при $0 < n < 1$, це, м’яко кажучи, помилка, а, взагалі, це нерозуміння суті фінансових розрахунків.

Про помилковість погляду, згідно з яким існує на практиці складне нарахування процентів при $0 < n < 1$, уже зазначалося в *Додатковій інформації* пункту 2.2.2 та у пункті 2.2.3. Звертаємо увагу на висновки зі згаданих пунктів. «Механізм складного нарахування процентів є механізмом зростання суми з попереднього періоду за наявності наступного, тобто періодів нарахування повинно бути декілька (обов’язково два і більше), тоді і тільки тоді може йти мова про застосування механізму складного нарахування процентів. Але, якщо період нарахування всього один, то зрозуміло, що немає на чому застосовувати механізм складного нарахування процентів. Саме тому, коли період нарахування процентів більший за строк операції, нарахування процентів завжди просте…

У фінансових розрахунках не може йти мови про застосування механізму складного нарахування процентів, коли існує тільки дробова кількість періодів нарахування процентів.

Дробова кількість періодів нарахування процентів завжди розраховується за механізмом простого нарахування процентів» (стор. 102–103).

Доречним є нагадати одне з неоголошених правил.

НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО (повторно)

В МЕЖАХ КОЖНОГО ПЕРІОДУ НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТИ ЗРОСТАЮТЬ ВИКЛЮЧНО ЗА МЕХАНІЗМОМ ПРОСТОГО НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ.

Отже, твердження, що $(1+i \cdot n) > (1+i)^n$ при $0 < n < 1$, ─ це данина математичним розрахункам, це безпідставне перенесення правил математичних розрахунків у поле фінансових розрахунків. У фінансах на відміну від математичних розрахунків, якщо $0 < n < 1$, то множник $(1+i)^n$ стає множником, що має дробову кількість періодів нарахування процентів (наприклад, $n = t/y$), і складний множник $(1+i)^{t/y}$ у розрахунках «перетворюється у простий» $(1+i \cdot t/y)$.

Як це не дивно, але у фінансах, на відміну від математики: при $0 < n < 1$, $(1+i \cdot n) = (1+i)^n$. Це певний математичний парадокс, але в практиці фінансових обчислень це ─ дійсність.

У подальших порівняннях процентних множників ─ усе за загальноприйнятою схемою:

при $n = 1$ $(1+i \cdot n) = (1+i)^n$;

при $n > 1$ $(1+i \cdot n) < (1+i)^n$.

Порівняємо множники дисконтування, що мають рівні прості та складні облікові ставки.

При $0 < n < 1$ $\frac{1}{(1-d\cdot n)} = \frac{1}{(1-d)^n}$. Обґрунтування такого висновку аналогічне обґрунтуванню порівняння при процентних ставках:

при $n = 1$ $\frac{1}{(1-d\cdot n)} = \frac{1}{(1-d)^n}$;

при $n > 1$ $\frac{1}{(1-d\cdot n)} > \frac{1}{(1-d)^n}$.

Цікавим є порівнювання, коли абсолютні величини процентних і облікових ставок однакові. Виникають такі співвідношення:

при $0 < n < 1$ $\frac{1}{(1-d\cdot n)} = \frac{1}{(1-d)^n} > (1+i\cdot n) = (1+i)^n$;

при $n = 1$ $\frac{1}{(1-d\cdot n)} = \frac{1}{(1-d)^n} > (1+i\cdot n) = (1+i)^n$;

при $n > 1$ $\frac{1}{(1-d\cdot n)} > \frac{1}{(1-d)^n} > (1+i)^n > (1+i\cdot n)$. (6.32)

Зі співвідношень (6.32) бачимо, що при $0 < n < 1$ (тобто на періоді, меншому за 1 рік) та при $n = 1$ (тобто на періоді, що дорівнює 1 року) для дебітора процентні складні і прості та облікові складні і прості проценти дають однакові результати, але загалом облікові вигідніші за процентні.

При $n > 1$ (тобто на періоді, більшому за рік) найбільш вигідні облікові прості, найменш ─ позичкові прості.

Для кредитора ─ все навпаки.

Можливим є інший варіант порівнювання множників формул (2.2), (2.10), (4.1), (4.5) за умови, що формули записані у вигляді $PV = FV\cdot k$ (формули дисконтування):

при $0 < n < 1$ $\frac{1}{(1+i\cdot n)} = \frac{1}{(1+i)^n} > (1-d)^n = (1-d\cdot n)$;

при $n = 1$ $\quad \dfrac{1}{(1+i\cdot n)} = \dfrac{1}{(1+i)^n} > (1-d)^n = (1-d\cdot n)$;

при $n > 1$ $\quad \dfrac{1}{(1+i\cdot n)} > \dfrac{1}{(1+i)^n} > (1-d)^n > (1-d\cdot n)$. (6.33)

6.6 Розрахунок строку для збільшення початкової суми у *k* разів (правило 72)

Знайдемо в загальному вигляді час (строк, кількість періодів), необхідний для збільшення початкової суми (*PV*) у *k* разів при нарахуванні простих і складних процентів. Оскільки в обох випадках множники нарощення дорівнюють *k*, то для механізму простого нарахування процентів, використовуючи рівняння $(1+i\cdot n) = k$, одержуємо:

$$n = \frac{k-1}{i}, \tag{6.34}$$

а для складних процентів, використовуючи рівняння $(1+i)^n$ $= k$, маємо

$$n = \frac{\ln k}{\ln(1+i)}. \tag{6.35}$$

Із цих формул можна знайти проміжок часу (період, кількість періодів, кількість років), за який виникає **подвоєння початкової суми** при процентній ставці *i* при механізмах простого і складного нарахування процентів. Підставляючи у формули (6.34), (6.35) $k = 2$, відповідно маємо

$n = \dfrac{1}{i}$ (для простих процентів),

$n = \dfrac{\ln 2}{\ln(1+i)} = \dfrac{0{,}69315}{\ln(1+i)}$ (для складних процентів).

У практичних розрахунках для швидкої оцінки ставки нарощення при механізмі складних процентів користуються приблизним розрахунком часу, що необхідний для подвоєння початкової суми, відомим під назвою **«правило 72»**. Це правило спрацьовує так: якщо i – процентна ставка, що дана у відсотках, то $n = 72 / i$ є кількістю періодів, упродовж яких початкова сума приблизно подвоюється. Це правило досить добре спрацьовує в межах невеликих значень i (i в межах до 20 %). Так якщо річна ставка i = 12 %, то n = 6 рокам. Підкреслюємо, що мова йде про кількість періодів нарахування процентів, що відповідають даному періоду ставки, а саме: якщо базовим періодом, тобто періодом нарощення, наприклад, є половина року, то в розрахунку необхідно використовувати піврічну ставку. Також треба звернути увагу на таку особливість, незважаючи на те, що в більшості фінансових розрахунків процентна ставка береться десятковим дробом; при застосуванні «правила 72» процентну ставку використовують у відсотках.

Існують й інші правила, за допомогою яких швидко розраховують строк подвоєння початкового капіталу при застосуванні конкретної процентної ставки. У літературі можна натрапити на **«правило 70»**: $n = 70 / i$, і аналогічне **«правило 71»**. Зазначимо також **«правило 69»**: $n = 69 / i +$ $+ 0{,}35$. Наприклад, при річній ставці $i = 12$ % по правилам «70», «71», «69» відповідно одержуємо: $n = 70 / 12 \approx 5{,}83$ року, $n = 71 / 12 \approx 5{,}92$ року, $n = 69 / 12 + 0{,}35 \approx 6{,}1$ року. Якщо всі перелічені правила дають приблизне значення, то, звичайно, одержуємо розрахунки, результати яких не збігаються. Якщо ж скористатися точною формулою, то одержуємо $n = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}12} = 6{,}1$ року.

На завершення ще раз нагадуємо, що всі згадані «правила» розрахунку строку подвоєння початкової суми «обслуговують» виключно механізм складного нарахування процентів із використанням процентної ставки.

6.7 Термінологічні особливості ставок процента: декурсивні, антисипативні

Плата за кредит, як правило, здійснюється у формі процента. Процент може стягуватись як у кінці строку кредиту, так і на початку кредитної операції, авансом. У першому випадку проценти нараховуються в кінці строку кредитної операції, де за базу розрахунку береться сума наданої позики, а поверненню підлягає сума боргу разом з процентами. Такий спосіб нарахування процентів має назву ***декурсивний***, або звичайний, або позичковий, або *postnumerando*. У другому випадку проценти стягуються авансом (сплачуються одержувачем кредиту на початку кредитної операції), при цьому боржнику надається сума позики, зменшена на суму процента, а поверненню в кінці строку підлягає повна сума позики. Процент, сплачений таким чином, має назву «дисконт» (тобто знижка із суми позики), а спосіб нарахування процентів має назву «***антисипативний***» (авансовий, дисконтний, обліковий, *prenumerando*).

Загалом у багатьох фінансових джерелах до визначення цих двох термінів підходять ще більш широко, проценти, що отримують розрахунково за допомогою *ставки нарощення (interest base rate),* можуть називати ***декурсивними***, а за допомогою *облікової ставки (discount base rate)* ─ ***антисипативними.*** У Росії в XIX ─ на початку XX століття цим термінам відповідали проценти «на 100» і «зі 100».

У світовій практиці ***декурсивний*** спосіб нарахування процентів частіше застосовується, тому термін ***«декурсивний»***, як правило, не вживають, а говорять про процент, або про позичковий (депозитний, будь-який інший) процент. При застосуванні антисипативниих процентів іноді зазначають термін ***«антисипативний»*** або інші терміни-синоніми.

________НЕОГОЛОШЕНЕ ПРАВИЛО_________

Від визначених термінами ***«декурсивний»***, ***«антисипативний»*** способів нарахування процентів процентні ставки (i) інколи називають декурсивними, а облікові ставки (d) – антисипативними (авансовими).

6.8 Проценти «зі 100», «на 100», «у 100».

Довідкова інформація

Наведемо декілька задач, що виникають у комерційних розрахунках, а також деякі терміни, пов'язані з цими задачами. Такі задачі раніше широко використовувалися до початку 50-х років XX століття практиці, та й тепер ще викликають певну зацікавленість [7, с. 19].

Приклад 6.6

Підприємство перерахувало суму, що становить p % від Q грн. Знайти розмір перерахованої суми.

Зазначимо суму, яку треба знайти через R, одержуємо розрахунок:

$$R = \frac{Q \cdot p}{100} = Q \cdot p', \qquad (6.1)$$

де $p = \frac{p}{100}$ *(тобто на відміну від p, наданого у відсотках,* p' *відображено десятковим дробом).*

Формула (6.1) має назву ***формула обчислення процентів «зі 100»****, а проценти (R), що розраховуються за формулою (6.1), мають назву* ***проценти «зі 100»*** *(стосовно* Q*). Процентна ставка p (або еквівалентна їй* p'*) стосовно числа* Q *має назву* ***процентної ставки «зі 100».***

Якщо сума, перерахована підприємству, становить 40 % від 200 тис. грн , то при розрахунку процентів «зі 100» від 200 тис. грн одержимо R = 200·0,4 = 80 (тис. грн).

Приклад 6.7

Підприємство реалізувало партію товару за Ц грн та *одержало p % прибутку. Знайти розмір (суму) одержаного прибутку (Пр).*

Позначимо собівартість товару через X, тоді Ц є сумою собівартості товару (X) і отриманого прибутку $(\frac{X \cdot p}{100})$. *Тому* $Ц = X + X\frac{p}{100}$, *звідки* $X = \dfrac{Ц}{1 + \frac{p}{100}}$.

Отже, прибуток дорівнює

$$Пр = X \cdot \frac{p}{100} = \frac{Ц}{1 + \frac{p}{100}} \cdot \frac{p}{100} = \frac{Ц \cdot p'}{1 + p'}. \qquad (6.2)$$

Формула (6.2) є ***формулою розрахунку процентів «на 100»,*** *а проценти (Пр) за формулою (6.2) мають назву* ***процент «на 100»*** *(стосовно Ц). У цьому випадку процентна ставка p (або еквівалентна їй* p'*) стосовно числа Ц має назву* ***процентної ставки «на 100».***

Якщо p = 40 % та Ц = 200 тис. грн, то Пр = =200·0,4/1,4 = 57,143 (тис. грн), і собівартість (X) товару визначається розрахунком X = Ц – Пр = 200 – 57,143 = = 142,857 (тис. грн).

Проценти «на 100» *використовують у задачах, в яких задано ставку процента і суму двох доданків, перший з яких є процентом «зі 100» другого; потрібно знайти один із доданків. Так, у попередньому розрахунку величина Ц (200 тис. грн) дорівнювала сумі собівартості товару та процентів «зі 100», тобто прибутку.*

Приклад 6.8

Підприємство реалізувало партію товару за K грн та одержало p % збитків. Знайти розмір (суму) збитку (Зб).

Позначимо собівартість товару через X, тоді K є від'ємним показником між собівартістю товару (X) і отриманого збитку $(\frac{X \cdot p}{100})$. *Тому* $K = X - X \cdot \frac{p}{100}$, *звідки*

$$X = \frac{K}{1 - \frac{p}{100}}.$$

Отже, збиток дорівнює

$$Зб = X \cdot \frac{p}{100} = \frac{K}{1 - \frac{p}{100}} \cdot \frac{p}{100} = \frac{K \cdot p'}{1 - p'}. \qquad (6.3)$$

Формула (6.3) є ***формулою розрахунку процентів «у 100»,*** *а проценти (Зб) за формулою (6.3) мають назву* ***процент «у 100»*** *(стосовно К). У цьому випадку процентна ставка р (або еквівалентна їй р′) стосовно числа К має назву* ***процентної ставки «у 100».***

Якщо р = 40 % та К = 200 тис. грн, то Зб =200·0,4/0,6 = = 133,333 (тис. грн), і собівартість (Х) товару визначається розрахунком Х = К+Зб = 200 + 133,333 = = 333,333 (тис. грн).

Проценти «у 100» *використовують у задачах, в яких задано ставку процента і від'ємний результат двох показників, перший з яких (той, що віднімають) є процентом «у 100» другого; потрібно знайти один із показників. Так, у попередньому розрахунку величина К (200 тис. грн) дорівнювала різниці собівартості товару та процентів «у 100», тобто збитку.*

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 6

Усі формули, що застосовуються у фінансових розрахунках, є похідними від чотирьох основних:

$$\boldsymbol{FV = PV \cdot (1 + i \cdot n),} \qquad \textbf{(2.2)}$$

$$\boldsymbol{FV = PV \cdot (1 + i)^n,} \qquad \textbf{(2.10)}$$

$$\boldsymbol{PV = FV \cdot (1 - n \cdot d),} \qquad \textbf{(4.1)}$$

$$\boldsymbol{PV = FV \cdot (1 - d)^n.} \qquad \textbf{(4.5)}$$

Номінальна ставка — це ставка, яка є завжди річною. Термін «номінальна» на практиці у фінансах є синонімом терміна «річна».

Щоб відрізняти безперервну ставку від звичайної (дискретної), застосовують позначку безперервної процентної ставки — δ, яка має назву «**сила зростання»**.

Сила зростання характеризує відносний приріст нарощеної суми за нескінченно малий проміжок часу.

Сила обліку показує швидкість відносного зменшення суми, що обліковується.

Сила зростання дорівнює силі обліку.

Приблизний розрахунок часу (як правило, років), який необхідно **для подвоєння** початкової суми, приблизно розраховується за **«правилом 72»**.

Запитання для самостійної роботи

1. Написати та пояснити основні формули, які застосовуються у фінансах.
2. Спільне та відмінності основних фінансових формул.
3. Номінальна ставка, її характеристика та використання у формулах фінансових розрахунків.
4. Відмінності застосування номінальної процентної ставки у механізмі складного нарахування процентів від механізму простого нарахування процентів.
5. Відмінності застосування номінальної облікової ставки у механізмі складного дисконтування процентів порівняно з механізмом простого дисконтування процентів.
6. Зв’язок між показником «n» та «i», а також між «n» та «d».

7. Сутність термінів «сила зростання», «незмінна сила зростання», «сила обліку», «змінна сила зростання».

8. Зв'язок між показником «сила зростання» та показниками «*n*», «*i*» та «*d*».

9. Розрахунок строку позики при механізмі простого нарахування процентів.

10. Розрахунок строку позики при механізмі складного нарахування процентів.

11. Розрахунок розміру ставок процента при механізмі простого нарахування процентів.

12. Розмір ставок процента при механізмі складного нарахування процентів.

13. Які потрібні умови для порівнювання множників нарощення?

14. За яким механізмом нарахування процентів зростають проценти в межах кожного періоду нарахування?

15. Що розраховують за допомогою «правила 72»?

Частина 2
ВИДИ ТА ТИПИ СТАВОК ПРОЦЕНТА

Розділ 7 РОЗРАХУНКИ СЕРЕДНІХ СТАВОК ПРОЦЕНТА

Якщо у фінансовій операції розміри ставок процента змінюється у часі, то всі розміри ставок можна узагальнити за допомогою середньої. Одна із умов розрахунку середніх ставок може бути такою: **заміна всіх показників ставок, що усереднюються, на середню ставку не змінює результатів нарощення, або дисконтування.** Тобто *FV* та *PV* не змінюють своїх показників чисельно. Такий варіант розрахунку розглянуто в пунктах 7.1 та 7.2.

7.1 Середні ставки процента при простому нарахуванні процентів.

Середня процентна ставка при простому нарахуванні процентів. Якщо за послідовно діючі періоди $n_1,\ n_2, \ldots,\ n_k$ нараховуються прості проценти за ставками відповідно $i_1,\ i_2, \ldots i_k$, то середню ставку одержимо за допомогою прирівнювання відповідних множників нарощення з формул (2.2) та (2.4). Але формулу (2.2) беремо в записі формули (2.14).

Таким чином, $(1+\ \overline{i_S}\ \cdot T) = (1+\sum_k i_k \cdot n_k\ )$.

Тоді маємо

$$\overline{i_S} = \frac{\sum_k i_k . n_k}{T}, \tag{7.1}$$

де $\overline{i_S}$ — середня арифметична зважена проста процентна ставка з ваговими частками, що дорівнюють тривалості окремих періодів нарахування процентів, індекс *s* означає, що ставка *i* проста (від англ. *simple*), рисочка поверх позначки означає «середня»;

T — загальний строк нарощення процентів, $T = \sum n_k$.

Аналогічним способом **визначаємо середню просту облікову ставку:**

$$\overline{d_s} = \frac{\sum\limits_k i_k . n_k}{T}, \tag{7.2}$$

де $\overline{d_s}$ — середня арифметична зважена проста облікова ставка з ваговими частками, що дорівнюють тривалості окремих періодів дисконтування процентів;

T — загальний строк дисконтування процентів, $T = \sum n_k$.

Приклад 7.1

Задача 1

Контракт передбачає змінну за періодами ставку простих процентів: 20 %, 22 %, 25 % ***річних****. Тривалість послідовних періодів нарахування процентів: два, три і п'ять* ***років****. Який розмір ставки приведе до такого самого нарощення початкової суми?*

Розраховуємо середню ставку:

$$\overline{i_s} = \frac{0,2 \cdot 2 + 0,22 \cdot 3 + 0,25 \cdot 5}{10} = 0,231 \text{ або } 23,1\ \%.$$

Відповідь: *середня* ***річна*** *процентна ставка = 23,1 %.*

Задача 2

Контракт передбачає змінну за періодами ставку простих процентів: 20 %, 22 %, 25 % ***річних****. Тривалість послідовних періодів нарахування процентів: два, три і п'ять* ***місяців****. Який розмір ставки приведе до такого самого нарощення початкової суми?*

Розраховуємо середню ставку:

$$\overline{i_s} = \frac{0,2/12 \cdot 2 + 0,22/12 \cdot 3 + 0,25/12 \cdot 5}{10} \cdot 12 = 0,231$$

Відповідь: *середня* ***річна*** *процентна ставка = 23,1 %.*

7.2 Середні ставки процента при складному нарахуванні процентів

Середня процентна ставка при складному нарощенні процентів

Прирівнюючи один до одного множники складного нарощення, маємо

$$(1+\overline{i_c})^N = (1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot ... \cdot (1+i_k)^{n_k} .$$

Отже, в результаті

$$\overline{i_c} = \sqrt[N]{(1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot ... \cdot (1+n_k)^{n_k}} - 1, \quad (7.3)$$

де $\overline{i_c}$ — середня геометрична зважена складна процентна ставка з ваговими частками, що враховують тривалості окремих періодів нарахування процентів, індекс *c* означає, що ставка *i* складна (від англ. *compound*);

N — загальна кількість періодів нарахування процентів, $N = \sum n_k$, що збігається чисельно з кількістю періодів нарахування процентів упродовж строку *T*.

У формулі (7.3) *N* може бути обрана вільно іншими рівними частинами в межах строку *T*, *N* = *T/h*, де h — тривалість обраного періоду нарахування. У цьому разі $\overline{i_c}$ стає ставкою обраного періоду.

Середня облікова ставка при складному дисконтуванні процентів

З порівнювання множників складного дисконтування одержуємо формулу розрахунку

$$\overline{d_c} = 1 - \sqrt[N]{(1-d_1)^{n_1} \cdot (1-d_2)^{n_2} \cdot ... \cdot (1-d_k)^{n_k}} , \quad (7.4)$$

де $\overline{d_c}$ — середня геометрична зважена складна облікова ставка з ваговими частками, що враховують тривалості окремих періодів дисконтування процентів;

N — загальна кількість періодів дисконтування процентів, $N = \sum n_k$, що збігається чисельно з кількістю періодів нарахування процентів упродовж строку *T*.

У формулі (7.4) *N* може бути також обрана вільно іншими рівними частинами в межах строку *T*, $N = T/h$, де h ─ тривалість обраного періоду нарахування. Відповідно у цьому разі $\overline{d_C}$ стає обліковою ставкою обраного періоду.

Приклад 7.2

Задача 1

Для першого року користування взятою позикою застосовується ставка 20 %, для наступних двох років вона становить 30 %, для останніх двох років ─ 40 %. Визначити складну середню ставку за весь строк позики.

Попередній аналіз

У задачі: періоди нарахування процентів річні; ставки процентні та річні; механізм нарахування процентів складний; строк T дорівнює 5 рокам, і це означає, що N =5.

Розв'язання

$$\overline{i_C} = \sqrt[5]{1{,}2 \cdot 1{,}3^2 \cdot 1{,}4^2} - 1 = 0{,}317842 \text{ , } \textit{або } 31{,}784\ \%.$$

Відповідь: *середня річна процентна ставка при складному річному нарощенні дорівнює 31,784 %.*

Задача 2

Для першого року користування взятою позикою застосовується ставка 20 %, для наступних двох років вона становить 30 %, для останніх двох років ─ 40 %. Знайти складну середню ставку за весь строк позики за умови щоквартального нарахування за середньою ставкою.

Попередній аналіз

У задачі: періоди нарахування процентів за «плаваючими» ставками річні; ставки процентні та річні; механізм нарахування процентів складний; обрано для середньої ставки щоквартальне нарахування, тому за строком T, що дорівнює 5 рокам, N = 20 (N = 5 років × ×4 квартали).

У такому разі множник

$$(1+\overline{i_C}\,квартальна)^N = (1+\frac{\overline{i_C}}{4})^{20}.$$

Розв'язання

$$\overline{i_C} = [\sqrt[20]{1{,}2\cdot 1{,}3^2\cdot 1{,}4^2} - 1]\cdot 4 = 0{,}28574 \text{ або } 28{,}574\ \%.$$

Відповідь: *середня річна процентна ставка при складному щоквартальному нарощенні дорівнює 28,574%.*

Задача 3

Для першого року користування взятою позикою застосовується облікова ставка 20 %, для наступних двох років вона становить 30%, для останніх двох років — 40 %. Визначити складну середню облікову ставку за весь строк позики.

Попередній аналіз

У задачі: періоди дисконтування процентів річні; ставки облікові та річні; механізм облікового нарахування процентів складний; строк T дорівнює 5 рокам, і це означає, що N = 5.

Розв'язання

$$\overline{d_C} = 1-\sqrt[5]{(1-0{,}2)\cdot(1-0{,}3)^2\cdot(1-0{,}4)^2} = 0{,}32405\text{, або } 32{,}4\ \%$$

Відповідь: *середня річна облікова ставка при складному річному дисконтуванні дорівнює 32,4 %.*

Звертаємо увагу, що формули (7.3) та (7.4) працюють за умови, що N є цілим числом, тобто кількість періодів нарахування (нарощення, дисконтування) в межах строку T «вкладається» цілою кількістю разів.

Ще зазначимо, що розрахунок середніх простих процентних та облікових ставок визначається як середній арифметичний показник, а розрахунок середніх складних процентних та облікових ставок обчислюється як середній геометричний показник. Такі розрахунки середніх ставок є коректними для таких фінансових операцій, коли *FV* та *PV* є незмінними.

7.3 Середні процентні ставки при різних сумах позик і різних відповідних їм процентних ставках

Умови розрахунку середніх ставок можуть бути іншими: тобто *FV* та *PV* змінюються. Один із таких варіантів розрахунку розглянуто в пункті 7.3.

Середня процентна ставка при простому нарощенні процентів

Розглянемо розрахунок середньої процентної ставки, коли різняться початкові суми (PV_k) і також відрізняються відповідні сумам (PV_k) прості процентні ставки (i_{s_k}), а кількість періодів нарахування (n) для всіх (PV_k) однакова. Розраховуємо середню ставку за умови рівності відповідних сум після нарахування процентів.

Рівняння $\sum PV_k(1+n\cdot\overline{i_s}) = \sum PV_k(1+n\cdot i_{s_k})$ дає таку формулу:

$$\overline{i_s} = \frac{\sum PV_k \cdot i_{s_k}}{\sum PV_k}. \qquad (7.5)$$

У даному випадку основою розрахунку середньої ставки є сума *PV*.

Середня процентна ставка при складному нарощенні процентів

Початкові умови ті самі, що й при вираховуванні формули (7.5). З дорівнювання відповідних сум після нарахування процентів маємо

$$\overline{i_c} = \sqrt[n]{\frac{\sum PV_k(1+i_{c_k})}{\sum PV_k}} - 1. \qquad (7.6)$$

Формули (7.5) та (7.6) одержані для окремого випадку, зазначеного в початкових умовах. У загальних випадках, відмінних від зазначених початкових умов, ці формули не спрацюють.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 7

Середня процентна ставка при простому нарахуванні процентів

$$\overline{i_s} = \frac{\sum\limits_k i_k . n_k}{T}, \tag{7.1}$$

де $\overline{i_s}$ — середня арифметична зважена проста процентна ставка з ваговими частками, що дорівнюють тривалості окремих періодів нарахування процентів, індекс s означає, що ставка i проста (від англ. simple), рисочка поверх позначки означає «середня»;

T — загальний строк нарощення процентів, $T = \sum n_k$.

Середня проста облікова ставка

$$\overline{d_s} = \frac{\sum\limits_k d_k . n_k}{T}, \tag{7.2}$$

де $\overline{d_s}$ — середня арифметична зважена проста облікова ставка з ваговими частками, що дорівнюють тривалості окремих періодів дисконтування процентів;

T — загальний строк дисконтування процентів, $T = \sum n_k$.

Розрахунок **середніх простих** процентних та облікових ставок розраховується як **середній арифметичний показник**, а розрахунок **середніх складних** процентних та облікових ставок розраховується як **середній геометричний показник**.

Такі розрахунки середніх ставок є коректними для таких фінансових операцій коли, FV та PV є незмінними.

Середня процентна ставка при складному нарощенні процентів

$$\overline{i_c} = \sqrt[N]{(1+i_1)^{n_1} \cdot (1+i_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1+n_k)^{n_k}} - 1, \quad (7.3)$$

де $\overline{i_c}$ — середня геометрична зважена складна процентна ставка з ваговими частками, що враховують тривалості окремих періодів нарахування процентів, індекс c означає, що ставка i складна (від англ. compound);

N — загальна кількість періодів нарахування процентів, $N = \sum n_k$, що збігається чисельно з кількістю періодів нарахування процентів упродовж строку T.

Середня облікова ставка при складному дисконтуванні процентів

З порівнювання множників складного дисконтування одержуємо формулу розрахунку

$$\overline{d_c} = 1 - \sqrt[N]{(1-d_1)^{n_1} \cdot (1-d_2)^{n_2} \cdot \ldots \cdot (1-d_k)^{n_k}}, \quad (7.4)$$

де $\overline{d_c}$ — середня геометрична зважена складна облікова ставка з ваговими частками, що враховують тривалості окремих періодів дисконтування процентів;

N — загальна кількість періодів дисконтування процентів, $N = \sum n_k$, що збігається чисельно з кількістю періодів нарахування процентів упродовж строку *T*.

Запитання для самостійної роботи

1. Яких умов треба дотримуватися при розрахунку середніх ставок?
2. Розрахунок середньої процентної ставки при простому нарахуванні процентів.
3. Розрахунок середньої облікової ставки при простому нарахуванні процентів.
4. Розрахунок середньої процентної ставки при складному нарощенні процентів.
5. Розрахунок середньої облікової ставки при складному дисконтуванні процентів.
6. Розрахунок середньої простої процентної ставки при різних сумах позик.
7. Розрахунок середньої складної процентної ставки при різних сумах позик.
8. Розрахунок середньої простої облікової ставки при різних сумах позик.
9. Розрахунок середньої складної облікової ставки при різних сумах позик.
10. Розрахунок середньої простої процентної ставки при різних процентних ставках.
11. Розрахунок середньої складної процентної ставки при різних процентних ставках.
12. Розрахунок середньої простої облікової ставки при різних облікових ставках.
13. Розрахунок середньої складної облікової ставки при різних облікових ставках.
14. Розрахунок середніх процентних ставок при різних сумах позик і різних процентних ставках.
15. Розрахунок середніх облікових ставок при різних сумах позик і різних облікових ставках.
16. Для розрахунку яких середніх ставок використовується середній арифметичний показник, а для яких ─ середній геометричний показник?

Розділ 8 ЕКВІВАЛЕНТНІСТЬ СТАВОК ПРОЦЕНТА

Один і той самий фінансовий результат можна одержати різноманітними способами, використовуючи різні ставки, різні механізми нарощення та дисконтування. Таке є можливим тому, що будь-яка ставка процента (процентна, облікова або сила зростання) характеризує один і той самий показник ─ дохідність фінансової операції.

Еквівалентні ставки ─ це такі ставки, застосування яких приводить до однакових фінансових результатів.

Латинський термін «еквівалентний» означає «рівноцінний», а, швидше за все, на наш погляд, означає «рівно оцінюваний». Додержання «рівнооцінюваності» вимагає додержання певних принципів. Еквівалентні ставки, за визначенням, не змінюють початкової суми (PV = const), не змінюють кінцевого результату (FV = const), не змінюють строку операції (T = const) і не змінюють кількості періодів нарахувань упродовж строку T (n = const). Додержання таких вимог має у фінансах назву **принципу еквівалентності**.

Іншими словами, **еквівалентність ставок** ─ це заміна однієї ставки на іншу, така заміна ставки, яка не змінює фінансового результату, тобто заміна ставки при дотриманні принципу еквівалентності.

Якщо початкові і кінцеві суми не змінюються, то не змінюється й їх різниця ─ прибуток (процент). При рівності початкових сум процент визначається розміром множника нарощення. Звідси випливає: щоб вивести співвідношення для еквівалентних ставок, потрібно прирівняти множники нарощення для різних процентних ставок і з отриманої рівності виразити потрібний показник. Основних формул у фінансах усього чотири, тому основних множників у нас також чотири. Для одержання формул еквівалентності ставок запишемо чотири множники у вигляді так званого

квадрата еквівалентності (рис. 8.1).

$$\begin{array}{ccc} (1+i_S\cdot n)\ \rightarrow & \qquad & \leftarrow\ \dfrac{1}{(1-d_S\cdot n)} \\ \uparrow\downarrow & \nwarrow\!\!\!\searrow\ \swarrow\!\!\!\nearrow & \uparrow\downarrow \\ (1+i_C)^n\ \rightarrow & \qquad & \leftarrow\ \dfrac{1}{(1-d_C)^n} \end{array}$$

Рисунок 8.1 – Можливі співвідношення ставок еквівалентності ─ **квадрат еквівалентності ставок процента** *(де «і» ─ процентна ставка; «d» ─ облікова ставка, індекс «s» означає, що ставки «і» та «d» прості (від англ. simple), індекс «с» означає, що ставки «і» та «d» складні (від англ. compound))*

Квадрат еквівалентності дає можливість записати всі формули еквівалентності ставок. Використовуючи квадрат еквівалентності, немає потреби запам’ятовувати формули. Просто за необхідності треба написати відповідне співвідношення між множниками нарощення й одержати з нього потрібну формулу. У квадраті еквівалентності можливі співвідношення між множниками нарощення вказані стрілками. Таких співвідношень всього дванадцять. Головне: зрозуміти цей простий прийом.

Еквівалентність простої процентної ставки (i_S) **і простої облікової ставки** (d_S) знайдемо з прирівнювання множників: $(1+i_S\cdot n)=\dfrac{1}{(1-d_S\cdot n)}$. Якщо n ─ ціле число або ціле число з дробом, наприклад кількість років, то

$$i_s = \frac{d_s}{1 - d_s \cdot n}, \qquad \textbf{(8.1)}$$

$$d_s = \frac{i_s}{1 + i_s \cdot n}, \qquad \textbf{(8.2)}$$

У формулах (8.1), (8.2) за умови, що n — кількість років, ставки i_s, d_s річні, якщо n вимірюється кількістю півріч, ставки i_s, d_s піврічні, загалом ставки такі, що відповідають періоду нарахування процентів.

Треба звернути увагу, що співвідношення еквівалентності між простими ставками залежать від строку. Наприклад, для d_s = 10 % i_s змінюється так (табл. 8.1).

Таблиця 8.1 — Еквівалентність простої процентної ставки i_s до простої облікової, що дорівнює d_s = 10 %, залежно від строку n (кількість років)

n (кількість років)	0,1	0,5	1	2	5	7	10
i_s, %	10,1	10,5	11,1	12,5	20	33,3	∞ *

*При $n = 9$ років $i_s = 100$ %, а при 10 і більше роках формула (8.1) не працює, тобто еквівалентності ставок не існує.

Якщо n — дробове число, наприклад, строк вимірюється в днях, тоді підставимо у (8.1) і (8.2) $n = t / y$ та одержимо варіанти еквівалентності ставок (нагадуємо, що t — строк нарощення (дисконтування) процентів у днях; y — кількість днів у році, y ще може мати назву «часова база», або «база розрахунку»).

Варіант 1. Бази розрахунків, тобто кількість днів у році y, рівні в еквівалентних варіантах:

$$i_s = \frac{d_s}{1 - d_s \cdot \frac{t}{y}}, \quad \text{або} \quad i_s = \frac{y \cdot d_s}{y - d_s \cdot t}, \qquad (8.3)$$

$$d_S = \frac{i_S}{1 + i_S \cdot \frac{t}{y}}, \qquad \text{або} \qquad d_S = \frac{y \cdot i_S}{y + i_S \cdot t}. \qquad (8.4)$$

Варіант 2. Бази розрахунків, тобто кількість днів у році y, різні в еквівалентних варіантах.

Якщо при процентній ставці i_s нарахування процентів здійснюється при y = 365 днів, а за обліковою ставкою d_s розрахунок проводиться при y = 360 днів, то формули еквівалентності мають такий вигляд:

$$i_S = \frac{365 \cdot d_S}{360 - d_S \cdot t}, \qquad (8.5)$$

$$d_S = \frac{360 \cdot i_S}{365 + i_S \cdot t}. \qquad (8.6)$$

Якщо при процентній ставці i_s нарахування процентів здійснюється при y = 360 днів, а за обліковою ставкою d_s розрахунок проводиться при y = 365 днів, то формули еквівалентності мають такий вигляд:

$$i_S = \frac{360 \cdot d_S}{365 - d_S \cdot t}, \qquad (8.7)$$

$$d_S = \frac{365 \cdot i_S}{360 + i_S \cdot t}. \qquad (8.8)$$

Забезпечення еквівалентності простих процентних та облікових ставок досягається за інших рівних умов їх нерівністю, тобто завжди d_S менше (чисельно, за модулем) від еквівалентної до неї i_S.

Еквівалентність процентних ставок — простої ставки (i_S) **і складної ставки** (i_C) — знайдемо з прирівнювання множників $(1 + i_S \cdot n)$ = $(1 + i_C)^n$:

$$i_S = \frac{(1 + i_C)^n - 1}{n}, \qquad \mathbf{(8.9)}$$

$$i_C = \sqrt[n]{1 + n \cdot i_S} - 1, \quad \text{або} \quad i_C = (1 + n \cdot i_S)^{\frac{1}{n}} - 1. \quad \mathbf{(8.10)}$$

У формулах (8.9), (8.10) ставки i_S, i_C є ставками в періодах *n*. Якщо *n* вимірюється роками, то й ставки i_S , i_C річні, якщо *n* вимірюється кварталами, то відповідно ставки i_S та i_C квартальні, і така відповідність у цих формулах завжди. Якщо зафіксувати ставки тільки як номінальні, тобто річні, то при *m* разів нарахування процентів у році і кількості років *N* показник $n = N \cdot m$. За цих умов формули (8.9) та (8.10) мають такий вигляд:

$$i_S = \frac{(1 + i_C / m)^{m \cdot N} - 1}{N}, \qquad (8.11)$$

$$i_C = m \cdot (\sqrt[m \cdot N]{1 + N \cdot i_S} - 1), \quad \text{або}$$

$$i_C = m \cdot \left((1 + N \cdot i_S)^{\frac{1}{m \cdot N}} - 1 \right). \qquad (8.12)$$

У формулах (8.11) та (8.12) ставки i_S та i_C річні.

Еквівалентність простої облікової ставки (d_S) **і складної процентної ставки** (i_C) знайдемо з прирівнювання множників $(1 + i_C)^n = \dfrac{1}{(1 - d_S \cdot n)}$:

$$i_C = \sqrt[n]{\frac{1}{(1 - d_S \cdot n)}} - 1, \quad \text{або} \quad i_C = (1 - n \cdot d_S)^{-\frac{1}{n}} - 1,$$

(8.13)

$$d_S = \frac{1-(1+i_C)^{-n}}{n}. \qquad \textbf{(8.14)}$$

Якщо зафіксувати ставки тільки як номінальні, тобто річні, то при застосуванні m та N формули (8.13) та (8.14) набирають такого вигляду:

$$i_C = m \cdot \left((1-N \cdot d_S)^{-\frac{1}{m \cdot N}} -1 \right), \text{ або}$$

$$i_C = m \cdot \left(\sqrt[m \cdot N]{\frac{1}{1-N \cdot d_S}} -1 \right), \qquad (8.15)$$

$$d_S = \frac{1-(1+i_C/m)^{-m \cdot N}}{N}, \quad \text{або}$$

$$d_S = \frac{1}{N} \cdot \left(1 - \sqrt[m \cdot N]{\frac{1}{1+i_C/m}} \right). \qquad (8.16)$$

Еквівалентність складної процентної ставки (i_C) **і складної облікової ставки** (d_C) знайдемо з прирівнювання множників $(1+i_C)^n = \dfrac{1}{(1-d_C)^n}$:

$$i_C = \frac{d_C}{1-d_C}, \qquad \textbf{(8.17)}$$

$$d_C = \frac{i_C}{1+i_C}. \qquad \textbf{(8.18)}$$

Як бачимо, при виведенні формул (8.17) та (8.18) показник кількості періодів нарахування процентів n у математичний запис формул не потрапляє, він там відсутній. Його відсутність у запису формул еквівалентності складних процентної та облікової ставок привела до некоректного висновку: у формулах (8.17) та (8.18) результат еквівалентних перерахунків не залежить від строку фінансової операції, або, що одне й те саме, не залежить від кількості періодів нарахування чи утримання процентів. Такої думки дотримуються Долінський [6, с. 22], Мелкумов [11, с. 68], Четиркін [15, с. 72]. Але це не зовсім так, а точніше, зовсім не так. У наведених формулах строк існує, і він один і той самий для двох еквівалентних ставок, тому він у формулах і не «виникає». Це формули для одного й того самого строку фінансової операції. Кількість періодів нарахування в цих формулах не змінюється, кількість n у множниках $(1+i_C)^n$ і $(1-d_C)^{-n}$ передбачається рівною, передбачається підсвідомо і тому автоматично скорочується за правилами математики. Строк і кількість періодів нарахування процентів n наявні в будь-яких розрахунках, де використовуються формули (8.17) та (8.18), і їх не явна присутність передбачає: строк є, строк є і тому на розрахунок впливає, і цей строк не змінюється при заміні ставки на еквівалентну; n у розрахунках присутня, n на розрахунки впливає тим, що n однакова для кожної еквівалентної ставки. Як тільки перейдемо до практичного застосування формул (8.17) та (8.18), відразу в розрахунках «виникають» і строк, і кількість періодів нарахування, і вони починають впливати на розрахунки. У випадках, коли n різні для ставок (i_C) і (d_C), а їх еквівалентність потрібно розрахувати, формули еквівалентності будуть іншими, не подібними до (8.17) та (8.18), і в їх формалізованому записі будуть показники n, що відповідають своїм ставкам. Формули (8.17) і (8.18) ─ похідні формули від інших, більш загальних формул, в яких і строк, і n фігурують у запису формули безпосередньо.

Прикладом такого узагальнення може бути формула еквівалентності складної облікової ставки (d_C) і номінальної складної процентної ставки (i_C) при нарахуванні процентів m разів у році, яку знайдемо з прирівнювання множників $(1+i_C/m)^{m\cdot N} = \dfrac{1}{(1-d_C)^N}$:

$$i_C = m\cdot\left(\sqrt[m]{\frac{1}{1-d_C}}-1\right), \text{ або } i_C = m\cdot\left((1-d_C)^{\frac{1}{m}}-1\right), \quad (8.19)$$

$$d_C = 1-(1+\frac{i_C}{m})^{-m}. \quad (8.20)$$

Еквівалентність складної облікової ставки (d_C) **і простої облікової ставки** (d_S) знайдемо з прирівнювання множників $\dfrac{1}{(1-d_C)^n} = \dfrac{1}{(1-d_S\cdot n)}$:

$$d_C = 1-\sqrt[n]{1-n\cdot d_S}, \text{ або } d_C = 1-(1-n\cdot d_S)^{\frac{1}{n}}, \quad \mathbf{(8.21)}$$

$$d_S = \frac{1-(1-d_C)^n}{n}. \quad \mathbf{(8.22)}$$

Якщо зафіксувати ставки тільки як номінальні, тобто річні, то при застосуванні *m* та *N* формули (8.21) та (8.22) набирають такого вигляду:

$$d_C = \frac{1}{m}\cdot\left(1-\sqrt[m\cdot N]{1-d_S\cdot N}\right). \quad (8.23)$$

$$d_S = \frac{1-(1-d_C/m)^{m\cdot N}}{N}. \quad (8.24)$$

Еквівалентність простої процентної ставки (i_S) **і складної облікової ставки** (d_C) знайдемо з прирівнювання множників $(1+i_S\cdot n) = \dfrac{1}{(1-d_C)^n}$:

$$i_S = \frac{(1-d_C)^{-n}-1}{n}, \quad \mathbf{(8.25)}$$

$$d_C = 1 - \sqrt[n]{\frac{1}{1 + n \cdot i_S}}, \text{ або } d_C = 1 - (1 + n \cdot i_S)^{-\frac{1}{n}}. \qquad \mathbf{(8.26)}$$

Якщо зафіксувати ставки тільки як номінальні, тобто річні, то при застосуванні m та N формули (8.25) та (8.26) набирають такого вигляду:

$$i_S = \frac{1}{N} \cdot \left(\frac{1}{(1 - d_C / m)^{m \cdot N}} - 1 \right), \text{або } i_S = \frac{(1 - d_C / m)^{-m \cdot N} - 1}{N}, \qquad (8.27)$$

$$d_S = \frac{1}{m} \cdot \left(1 - \sqrt[m \cdot N]{\frac{1}{1 + i_S \cdot N}} \right). \qquad (8.28)$$

Таким чином, розглянуто всі варіанти еквівалентності ставок, передбачених квадратом еквівалентності (рис. 8.1). Проголошувалося, що формул еквівалентності всього дванадцять, а у нас — вже двадцять вісім. І все ж таки основних формул еквівалентності ставок дванадцять, а всі інші — похідні від цих дванадцяти. Основними формулами еквівалентності ставок є формули: (8.1), (8.2), (8.9), (8.10), (8.13), (8.14), (8.17), (8.18), (8.21), (8.22), (8.25), (8.26). У тексті **їх номери в дужках виділені жирними цифрами**.

Крім використаних вище дискретних формул, існують формули безперервного нарахування (див. підрозділ 6.3).

Еквівалентність сили зростання і процентних ставок:

— для простої процентної ставки з прирівнювання множників $e^{\delta \cdot n} = (1 + i_S \cdot n)$:

$$\delta = \frac{\ln(1 + i_S \cdot n)}{n}, \qquad (8.29)$$

$$i_S = \frac{e^{\delta \cdot n} - 1}{n}; \qquad (8.30)$$

— для складної процентної ставки з прирівнювання множників $e^{\delta \cdot n} = (1+i_c)^n$:

$$\delta = \ln(1+i_c), \tag{8.31}$$

$$i_c = e^{\delta} - 1. \tag{8.32}$$

Еквівалентність сили зростання і облікових ставок:

– для простої облікової ставки з прирівнювання множників $e^{\delta \cdot n} = \dfrac{1}{(1-d_s \cdot n)}$:

$$\delta = \frac{-\ln(1-d_s \cdot n)}{n}, \tag{8.33}$$

$$d_s = \frac{1-e^{-\delta}}{n}; \tag{8.34}$$

– для складної облікової ставки з прирівнювання множників $e^{\delta \cdot n} = \dfrac{1}{(1-d_c)^n}$:

$$\delta = -\ln(1-d_c), \tag{8.35}$$

$$d_c = 1-e^{-\delta}. \tag{8.36}$$

Еквівалентність сили зростання і номінальної складної процентної ставки при нарахуванні процентів m раз у році розраховується з прирівнювання $e^{\delta \cdot N} = (1+i_c/m)^{m \cdot N}$:

$$\delta = m \cdot \ln(1+i_c/m), \tag{8.37}$$

$$i_c = m \cdot (e^{\delta/m} - 1). \tag{8.38}$$

При лінійній зміні сили зростання еквівалентну складну процентну ставку можна розрахувати за такою формулою:

$$i_c = \left(e^{\delta \cdot n + a \cdot \frac{n^2}{2}} \right)^{\frac{1}{n}} - 1. \qquad (8.39)$$

Приклад 8.1

Задача

На певну суму позики безперервно впродовж 4 років нараховуються проценти з початковою силою зростання δ = 10 %, щорічний приріст сили зростання а = 2 %. Розрахувати для цих самих умов еквівалентну складну процентну ставку.

Розв'язання

Використовуючи формулу (8.39), розраховуємо множник нарощення для безперервних процентів:

$$\left(e^{0{,}1 \cdot 4 + 0{,}02 \cdot \frac{4^2}{2}} \right) = e^{0{,}56} = 1{,}75067 .$$

Розраховуємо еквівалентну складну процентну ставку:

$$i_c = (e^{0{,}56})^{\frac{1}{4}} - 1 = 1{,}15027 - 1 = 0{,}15027 \ (15{,}027\%).$$

Перевірка

Множник нарощення за складною процентною ставкою i_c *= 15,027 % для позики строком 4 роки розраховується та дорівнює* $(1 + 0{,}15027)^4 = 1{,}75065$.

При постійному темпі зміни сили зростання еквівалентну складну процентну ставку можна розрахувати за такою формулою:

$$i_c = \left(e^{\frac{\delta_0}{\ln a} \cdot (a^n - 1)} \right)^{\frac{1}{n}} - 1. \qquad (8.40)$$

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 8

Еквівалентність ставок — це заміна однієї ставки на іншу, заміна ставки, яка не змінює фінансових показників, тобто заміна ставки при дотриманні принципів еквівалентності.

Еквівалентні ставки, за визначенням, не змінюють початкової суми (PV = const), не змінюють кінцевого результату (FV = const), не змінюють строку операції (T = const) і не змінюють кількості періодів нарахувань упродовж строку T (n = const). Додержання таких вимог має у фінансах назву **«принцип еквівалентності»**.

Квадрат еквівалентності дає можливість записати всі формули еквівалентності ставок. Використовуючи квадрат еквівалентності, немає потреби запам'ятовувати формули. За необхідності, треба написати відповідне співвідношення між множниками нарощення й одержати з нього потрібну формулу.

Основних **формул еквівалентності** ставок процента **для дискретного нарахування дванадцять**. Інші формули походять від основних.

Основних **формул еквівалентності** ставок процента між ставками дискретного нарахування і ставкою **безперервного нарахування** (сила зростання) **— вісім**. Інші формули походять від основних.

Запитання для самостійної роботи

1. Визначити сутність ставок, які називають еквівалентними.
2. Принцип еквівалентності: сформулювати та пояснити.
3. Квадрат еквівалентності ставок процента: надати рисунок, пояснити принцип застосування.
4. Дати розрахунок еквівалентності простої процентної ставки з простою обліковою ставкою і навпаки.
5. Розрахунок еквівалентності простої процентної ставки з простою обліковою ставкою і навпаки за умов застосування методів точного розрахунку процентів.
6. Вплив строку на розрахунок еквівалентності між простою процентною ставкою і простою обліковою ставкою.
7. Дати розрахунок еквівалентності простої процентної ставки зі складною процентною ставкою і навпаки.
8. Провести розрахунок еквівалентності простої облікової ставки зі складною процентною ставкою.
9. Провести розрахунок еквівалентності складної процентної ставки зі складною обліковою ставкою.
10. Провести розрахунок еквівалентності складної облікової ставки і простої облікової ставки.
11. Провести розрахунок еквівалентності простої процентної ставки зі складною обліковою ставкою.
12. Провести розрахунок еквівалентності ставок сили зростання і процентних ставок.
13. Яку мету має застосування у фінансових розрахунках еквівалентних ставок?
14. Як розуміти термін «еквівалентність».

Розділ 9 ЕФЕКТИВНА СТАВКА

Визначення терміна «ефективна ставка» почнемо з розв'язання задачі в п*рикладі 9.1.*

Приклад 9.1

Задача

Банк надав клієнту кредит 100 000 грн на 4 роки. За умовами кредитного договору проценти нараховуються щоквартально, механізм нарахування процентів складний, ставка ─ 40 %, що є номінальною, тобто річною. Повернення суми кредиту і нарахованих на неї процентів ─ укінці строку. Знайти суму повернення.

Розв'язання.

За формулою $FV = PV \cdot (1+i)^n$ розрахунок має вигляд

$$FV = 100000 \cdot (1+\frac{0{,}4}{4})^{16} = 459497 \; (\textit{грн}).$$

Відповідь: *сума повернення дорівнює* 459497 *грн.*

Поставимо таке запитання.

А якою б повинна бути в попередній задачі річна ставка, якби нарахування процентів було річним, а не щоквартальним, а сума повернення залишилася б без змін, FV = 459497 грн?

Розрахунок такої ставки стає можливим при розв'язуванні рівняння

$$100000 \cdot (1+i_{річна})^4 = 459497 \; (\textit{грн}),$$

з якого $i_{річна} = \sqrt[4]{4{,}59497} - 1 = 0{,}4641$, тобто $i_{річна} = 46{,}41\%$.

Така річна ставка має назву «ефективна ставка».

Ефективна ставка (*effective rate*) ─ це така річна ставка при річному нарахуванні процентів, що дає той самий результат при іншій ставці (теж річній, яка називається номінальною), але при інших періодах нарахування процентів, відмінних від річного нарахування процентів.

У задачі *прикладу 9.1* при складному щоквартальному нарахуванні процентів за ставкою 40 % маємо результат FV = 459497 грн. Такий самий результат одержуємо при складному щорічному нарахуванні процентів за ставкою 46,41 %. Ставка 46,41 % є ефективною ставкою стосовно ставки 40 %, яка є номінальною, і обидві ставки ─ річні. Іноді ефективну ставку називають дійсною. Можемо дати інший варіант визначення ефективної ставки.

Ефективна ставка (дійсна ставка) дає відносний розмір доходу, який одержуємо в цілому за 1 рік при річному нарахуванні процентів.

Позначимо ефективну ставку (наприклад, процентну) так: $i^{еф}$, або i^{ef} (від англ. *effective rate*).

Повертаючись до визначення ефективної ставки, бачимо, що є два варіанти «…при інших періодах нарахування процентів, відмінних від річного нарахування процентів».

Перший варіант. Нарахування процентів декілька разів на (за) рік:

─ два рази на рік, або за півріччями;

─ чотири рази на рік, або щоквартальне;

─ дванадцять разів на рік, або щомісячне;

─ 365 разів на рік, або щоденне;

─ інша кількість періодів нарахування, що менші від 1 року.

Застосовуємо, як це вже використовувалося раніше (див. формули 6.1, 6.2), позначки m ─ кількість нарахувань упродовж 1 року та N ─ кількість років фінансової операції. Тоді при піврічному нарахуванні процентів $m = 2$, при щоквартальному нарахуванні процентів $m = 4$, при щомісячному нарахуванні процентів $m = 12$ і надалі ─ подібне чисельне визначення m.

Другий варіант. Період нарахування процентів довший за 1 рік. Іншими словами, нарахування процентів менше одного разу на (за) рік:

— один раз за два роки, $m = 1/2$;

— один раз за три роки, $m = 1/3$;

— один раз за півтора роки, $m = 1/1{,}5 = 0{,}6(6)$;

Використовуючи показники m та N при записі основних чотирьох формул (2.2), (2.10), (4.1), (4.5) (див. початок розділу 6), одержуємо їх **модифікації, в яких ставки процента є номінальними за визначенням, —** це формули (9.1), (6.2), (9.2), (6.4):

1) формула простого нарахування процентів із використанням процентної ставки (основна формула 2.2):

$$FV = PV \cdot (1 + \frac{i}{m} \cdot N \cdot m), \text{ або } FV = PV \cdot (1 + i \cdot N); \qquad (9.1)$$

2) формула складного нарахування процентів із використанням процентної ставки (основна формула 2.10):

$$FV = PV \cdot (1 + \frac{i}{m})^{N \cdot m}; \qquad (6.2)$$

3) формула простого дисконтування з використанням облікової ставки (основна формула 4.1):

$$PV = FV \cdot (1 - \frac{d}{m} \cdot N \cdot m), \text{ або } PV = FV \cdot (1 - d \cdot N), \qquad (9.2)$$

4) формула складного дисконтування з використанням облікової ставки (основна формула 4.5):

$$PV = FV \cdot (1 - \frac{d}{m})^{N \cdot m}. \qquad (6.4)$$

Характеризуючи формули (9.1) та (9.2), необхідно зазначити, що використання номінальних ставок із введенням показників m та N не змінює характеристик цих формул, як не змінює і самих формул. Показник m у формулах (9.1) та (9.2) не застосовується, якщо у ці формули строк «підставляти» в роках (N — кількість років).

Щодо показника m у формулах складного нарахування процентів (6.2), (6.4), то формули «правильно спрацьовують» як при $m > 1$ (*перший варіант* — нарахування процентів декілька разів за 1 рік), так і при $m < 1$ (*другий варіант* — період нарахування процентів довший за 1 рік). При складному нарахуванні процентів для варіантів $m > 1$ та $m < 1$ формули одні й ті самі – (6.2), (6.4).

З іншого боку, використовуючи показники ефективних ставок (i^{ef}, d^{ef}) та показник N при записі основних чотирьох формул (2.2), (2.10), (4.1), (4.5) (див. початок розділу 6), одержуємо їх **модифікації, в яких ставки процента є ефективними за визначенням, —** це формули (9.3), (9.4), (9.5), (9.6):

1) формула простого нарахування процентів із використанням процентної ставки (основна формула 2.2):

$$FV = PV \cdot (1 + i^{ef} \cdot N); \tag{9.3}$$

2) формула складного нарахування процентів із використанням процентної ставки (основна формула 2.10):

$$FV = PV \cdot (1 + i^{ef})^{N}; \tag{9.4}$$

3) формула простого дисконтування з використанням облікової ставки (основна формула 4.1):

$$PV = FV \cdot (1 - d^{ef} \cdot N), \tag{9.5}$$

4) формула складного дисконтування з використанням облікової ставки (основна формула 4.5):

$$PV = FV \cdot (1 - d^{ef})^{N}. \tag{9.6}$$

При використанні номінальної ставки з m-разовим нарахуванням процентів за 1 рік фактичний результат фінансової операції більший від річного нарахування процентів за тією ж номінальною ставкою.

Розрахунок ефективної ставки ставить за мету визначення такої i^{ef} або d^{ef}, щоб за її використання отримувати такий самий фінансовий результат, як і за m-разового нарахування процентів за 1 рік за ставкою i / m.

Отримання одного й того самого фінансового результату (FV = const), (PV = const) при одному й тому самому N можливе за умови рівності множників нарощення для різних ставок процента і з отриманої рівності знаходження потрібного показника. Для одержання формул розрахунку ефективної ставки запишемо чотири множники формул (9.3), (9.4), (9.5), (9.6) і чотири множники формул (9.1), (6.2), (9.2), (6.4) у вигляді так званих **квадратів ставок ефективності** (рис. 9.1). На рисунку 9.1 усі множники записані виходячи з вигляду всіх формул $FV = PV \cdot k$, де k ─ множник нарощення, або дисконтування.

Квадрат множників ефективних ставок

$(1+i_S^{ef}\cdot N)$	$\dfrac{1}{(1-d_S^{ef}\cdot N)}$
$(1+i_C^{ef})^N$	$\dfrac{1}{(1-d_C^{ef})^N}$

Квадрат множників номінальних ставок

$(1+i_S\cdot N)$	$\dfrac{1}{(1-d_S\cdot N)}$
$(1+\dfrac{i_C}{m})^{N\cdot m}$	$\dfrac{1}{(1-\dfrac{d_C}{m})^{N\cdot m}}$

Рисунок 9.1 – **Квадрати ставок ефективності**
(де «і» ─ процентна ставка; «d» ─ облікова ставка, нижній індекс «s» означає, що ставки «і» та «d» прості (від англ. simpl), індекс «c» означає, що ставки «і» та «d» складні (від англ. compound), верхній індекс «ef» показує, що ставка ефективна (від англ. effective rate))

Квадрати ставок ефективності дають можливість самостійно за допомогою звичайних алгебраїчних перетворень виводити формули розрахунку ефективних ставок. «Працюють» квадрати ставок ефективності таким чином. Треба взяти один із множників, що подані в квадраті множників ефективних ставок, і прирівняти до окремих рівняннь до кожного множника, що представлені у квадраті множників номінальних ставок. Потім кожне рівняння розв'язати відносно ставки ефективності. Очевидно, що таких формул розрахунку ефективних ставок за співвідношенням до номінальних повинно бути шістнадцять.

1 Ефективну просту процентну ставку i_S^{ef}, що відповідає номінальній простій процентній ставці i_S, знаходимо з прирівнювання множників

$(1+i_S^{ef}\cdot N)=(1+i_S\cdot N)$:

$$i_S^{ef} = i_S. \tag{9.7}$$

2 Ефективну просту процентну ставку i_S^{ef} що відповідає номінальній складній процентній ставці i_C, знаходимо з прирівнювання множників

$(1+i_S^{ef}\cdot N)=(1+\frac{i_C}{m})^{N\cdot m}$:

$$i_S^{ef} = \frac{(1+\frac{i_C}{m})^{N\cdot m}-1}{N}. \tag{9.8}$$

3 Ефективну просту процентну ставку i_S^{ef}, що відповідає номінальній простій обліковій ставці d_S, знаходимо з прирівнювання множників

$(1+i_S^{ef}\cdot N)=\frac{1}{(1-d_S\cdot N)}$:

$$i_S^{ef} = \frac{d_S}{(1-d_S\cdot N)}. \tag{9.9}$$

4 Ефективну просту процентну ставку i_S^{ef} що відповідає номінальній складній обліковій ставці d_C, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+i_S^{ef}\cdot N)=\frac{1}{(1-\frac{d_C}{m})^{N\cdot m}}:$$

$$i_S^{ef}=\frac{1}{N}\left(\frac{1}{(1-\frac{d_C}{m})^{N\cdot m}}-1\right). \quad (9.10)$$

5 Ефективну складну процентну ставку i_C^{ef}, що відповідає номінальній простій процентній ставці i_S, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+i_C^{ef})^N=(1+i_S\cdot N):$$

$$i_C^{ef}=\sqrt[N]{1+i_S\cdot N}-1. \quad (9.11)$$

6 Ефективну складну процентну ставку i_C^{ef}, що відповідає номінальній складній процентній ставці i_C, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+i_C^{ef})^N=(1+\frac{i_C}{m})^{N\cdot m}:$$

$$i_C^{ef}=(1+\frac{i_C}{m})^m-1. \quad (9.12)$$

7 Ефективну складну процентну ставку i_C^{ef}, що відповідає номінальній простій обліковій ставці d_S, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+i_C^{ef})^N=\frac{1}{(1-d_S\cdot N)}:$$

$$i_C^{ef}=\sqrt[N]{(1-d_S\cdot N)^{-1}}-1. \quad (9.13)$$

8 Ефективну складну процентну ставку i_C^{ef}, що відповідає номінальній складній обліковій ставці d_C, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+i_c^{ef})^N = \frac{1}{(1-\frac{d_c}{m})^{N\cdot m}}:$$

$$i_c^{ef} = (1-d_c/m)^{-m} - 1. \tag{9.14}$$

9. Ефективну просту облікову ставку d_s^{ef}, що відповідає номінальній простій процентній ставці i_s, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_s^{ef}\cdot N)} = (1+i_s\cdot N):$$

$$d_s^{ef} = \frac{i_s}{1+i_s\cdot N}. \tag{9.15}$$

10. Ефективну просту облікову ставку d_s^{ef}, що відповідає номінальній складній процентній ставці i_c, знаходимо з дорівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_s^{ef}\cdot N)} = (1+\frac{i_c}{m})^{N\cdot m}:$$

$$d_s^{ef} = \frac{1}{N}\left(1-\frac{1}{(1+\frac{i_c}{m})^{N\cdot m}}\right). \tag{9.16}$$

11. Ефективну просту облікову ставку d_s^{ef}, що відповідає номінальній простій обліковій ставці d_s, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_s^{ef}\cdot N)} = \frac{1}{(1-d_s\cdot N)}:$$

$$d_s^{ef} = d_s. \tag{9.17}$$

12. Ефективну просту облікову ставку d_S^{ef}, що відповідає номінальній складній обліковій ставці d_C, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_S^{ef}\cdot N)}=\frac{1}{(1-\frac{d_C}{m})^{N\cdot m}}:$$

$$d_S^{ef}=\frac{1-(1-\frac{d_C}{m})^{N\cdot m}}{N}. \qquad (9.18)$$

13. Ефективну складну облікову ставку d_C^{ef}, що відповідає номінальній простій процентній ставці i_S, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_C^{ef})^N}=(1+i_S\cdot N):$$

$$d_C^{ef}=1-\sqrt[N]{(1+i_S\cdot N)^{-1}}. \qquad (9.19)$$

14. Ефективну складну облікову ставку d_C^{ef}, що відповідає номінальній складній процентній ставці i_C, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_C^{ef})^N}=(1+\frac{i_C}{m})^{N\cdot m}:$$

$$d_C^{ef}=1-\frac{1}{(1+i_C/m)^m}. \qquad (9.20)$$

15. Ефективну складну облікову ставку d_C^{ef}, що відповідає номінальній простій обліковій ставці d_S, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_C^{ef})^N}=\frac{1}{(1-d_S\cdot N)}: \qquad d_C^{ef}=1-\sqrt[N]{(1-d_S\cdot N)}. \qquad (9.21)$$

16. Ефективну складну облікову ставку d_c^{ef}, що відповідає номінальній складній обліковій ставці d_c, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_c^{ef})^N}=\frac{1}{(1-\frac{d_c}{m})^{N\cdot m}}:$$

$$d_c^{ef}=1-(1-d_c/m)^m. \qquad (9.22)$$

Розуміння ролі показника ─ ефективна ставка ─ досить важливе для фінансового аналізу. Справа у тому, що прийняття рішення про залучення коштів, наприклад банківської позики на тих або інших умовах, здійснюється частіше за все, виходячи з прийнятності ставки, що пропонується, яка в цьому випадку характеризує витрати позичальника. У рекламних оголошеннях ненавмисне або навмисне увагу на типі ставки зазвичай не акцентують, хоча в переважній кількості випадків мова йде про номінальну ставку, яка може дуже суттєво відрізнятися від ефективної ставки.

У фінансових операціях на практиці не має значення, яку зі ставок зазначити ─ ефективну чи номінальну, якщо вони еквівалентні, тобто забезпечують одну й ту саму нарощену суму. У США в практичних розрахунках застосовують номінальну ставку (і, отже, використовують як основну формулу (6.2): $FV=PV\cdot(1+\frac{i}{m})^{N\cdot m}$). В європейських країнах , як правило, спочатку визначаються з ефективною ставкою і потім як основну використовують формулу (9.4): $FV=PV\cdot(1+i^{ef})^N$.

Результат розрахунку ефективних ставок може використовуватись як критерій ефективності, як критерій для порівнянь з метою вибору кращого варіанта. Можливе застосування ─ *приклад 9.2*.

Приклад 9.2

Задача

Підприємець може одержати позику: а) або на умовах щомісячного нарахування процентів за ставкою 26 % річних; б) або на умовах піврічного нарахування процентів за ставкою 27 % річних. Якому варіанту віддати перевагу.

Розв'язання

Витрати підприємця на обслуговування позики (процент за позику) можуть бути визначеними за допомогою розрахунку ефективної процентної ставки: чим вона вища, тим більший рівень витрат.

За формулою (9.12):

– варіант а)

$$i_c^{ef} = (1 + \frac{0,26}{12})^{12} - 1 = 0,2933;$$

– варіант б)

$$i_c^{ef} = (1 + \frac{0,27}{2})^{2} - 1 = 0,2882.$$

Таким чином, варіант б) є більш прийнятним для підприємця.

За допомогою квадратів ставок ефективності (рис. 9.1) можливе вирішення оберненої задачі: **розрахунок номінальної ставки з *m*-разовим нарахуванням процентів, якщо наперед відома ефективна ставка**.

Треба взяти один із множників, що подано в квадраті множників номінальних ставок, і прирівняти до окремих рівнянь до кожного множника, що подані у квадраті множників ефективних ставок. Потім кожне рівняння розв'язати відносно номінальної ставки. Очевидно, що також таких формул розрахунку номінальних ставок за співвідношенням до ефективних повинно бути шістнадцять, але дві з них уже відомі, це формули (9.7), (9.17). Інші чотирнадцять формул одержуємо з нескладних перетворень, описаних на початку цього абзацу.

1. Номінальну складну процентну ставку i_C, що відповідає ефективній простій процентній ставці i_S^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$(1+\frac{i_C}{m})^{N\cdot m} = (1+i_S^{ef}\cdot N)$:

$$i_C = m\cdot\left(\sqrt[N\cdot m]{(1+i_S^{ef}\cdot N)} - 1\right). \qquad (9.23)$$

2. Номінальну просту облікову ставку d_S, що відповідає ефективній простій процентній ставці i_S^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$\frac{1}{(1-d_S\cdot N)} = (1+i_S^{ef}\cdot N)$:

$$d_S = \frac{i_S^{ef}}{(1+i_S^{ef}\cdot N)}. \qquad (9.24)$$

3. Номінальну складну облікову ставку d_C, що відповідає ефективній простій процентній ставці i_S^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$\frac{1}{(1-\frac{d_C}{m})^{N\cdot m}} = (1+i_S^{ef}\cdot N)$:

$$d_C = m\cdot\left(1 - \sqrt[N\cdot m]{(1+i_S^{ef}\cdot N)^{-1}}\right). \qquad (9.25)$$

4. Номінальну просту процентну ставку i_S, що відповідає ефективній складній процентній ставці i_C^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$(1+i_S\cdot N) = (1+i_C^{ef})^N$:

$$i_S = \frac{(1+i_C^{ef})^N - 1}{N}. \qquad (9.26)$$

5. Номінальну складну процентну ставку i_C, що відповідає ефективній складній процентній ставці i_C^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$(1+\frac{i_C}{m})^{N \cdot m} = (1+i_C^{ef})^N$:

$$i_C = m \cdot \left(\sqrt[m]{(1+i_C^{ef})} - 1 \right). \qquad (9.27)$$

6. Номінальну просту облікову ставку d_S, що відповідає ефективній складній процентній ставці i_C^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$\frac{1}{(1-d_S \cdot N)} = (1+i_C^{ef})^N$:

$$d_S = \frac{1}{N} \left(1 - \frac{1}{(1+i_C^{ef})^N} \right). \qquad (9.28)$$

7. Номінальну складну облікову ставку d_C, що відповідає ефективній складній процентній ставці i_C^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$\frac{1}{(1-\frac{d_C}{m})^{N \cdot m}} = (1+i_C^{ef})^N$:

$$d_C = m \cdot \left(1 - \sqrt[m]{(1+i_C^{ef})^{-1}} \right). \qquad (9.29)$$

8. Номінальну просту процентну ставку i_S, що відповідає ефективній простій обліковій ставці d_S^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+i_S \cdot N)= \frac{1}{(1-d_S^{ef} \cdot N)}:$$

$$i_S = \frac{d_S^{ef}}{1-d_S^{ef} \cdot N}. \qquad (9.30)$$

9 Номінальну складну процентну ставку i_C, що відповідає ефективній простій обліковій ставці d_S^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+\frac{i_C}{m})^{N \cdot m} = \frac{1}{(1-d_S^{ef} \cdot N)}:$$

$$i_C = m \cdot \left(\sqrt[N \cdot m]{(1-d_S^{ef} \cdot N)^{-1}} -1 \right). \qquad (9.31)$$

10 Номінальну складну облікову ставку d_C, що відповідає ефективній простій обліковій ставці d_S^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-\frac{d_C}{m})^{N \cdot m}} = \frac{1}{(1-d_S^{ef} \cdot N)}:$$

$$d_C = m \cdot \left(1- \sqrt[N \cdot m]{(1-d_S^{ef} \cdot N)} \right). \qquad (9.32)$$

11 Номінальну просту процентну ставку i_S, що відповідає ефективній складній обліковій ставці d_C^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+i_S \cdot N) = \frac{1}{(1-d_C^{ef})^N}:$$

$$i_S = \frac{(1-d_C^{ef})^{-N} -1}{N}. \qquad (9.33)$$

12 Номінальну складну процентну ставку i_c, що відповідає ефективній складній обліковій ставці d_c^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$$(1+\frac{i_c}{m})^{N\cdot m} = \frac{1}{(1-d_c^{ef})^N}:$$

$$i_c = m\cdot\left(\sqrt[m]{(1-d_c^{ef})^{-1}}-1\right). \qquad (9.34)$$

13 Номінальну просту облікову ставку d_s, що відповідає ефективній складній обліковій ставці d_c^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-d_s\cdot N)} = \frac{1}{(1-d_c^{ef})^N}:$$

$$d_s = \frac{1-(1-d_c^{ef})^N}{N}. \qquad (9.35)$$

14 Номінальну складну облікову ставку d_c, що відповідає ефективній складній обліковій ставці d_c^{ef}, знаходимо з прирівнювання множників

$$\frac{1}{(1-\frac{d_c}{m})^{N\cdot m}} = \frac{1}{(1-d_c^{ef})^N}:$$

$$d_c = m\cdot\left(1-\sqrt[m]{(1-d_c^{ef})}\right). \qquad (9.36)$$

Цікавим є ще один момент еквівалентності номінальних ставок. **Якщо дві номінальні (річні) ставки процента визначаються через одну й ту саму ефективну ставку, то вони є еквівалентними.** З цього визначення випливає, що еквівалентні, наприклад, складні процентні ставки i_{c1} та i_{c2} задовольняють рівняння, (див. (9.12)):

$$i_c^{ef} = (1+\frac{i_{c1}}{m_1})^{m_1} - 1 = (1+\frac{i_{c2}}{m_2})^{m_2} - 1, \qquad (9.37)$$

з якого виникає рівняння еквівалентності ставок при різних m-разових нарахуваннях процентів за рік, але обов'язково за умови рівності строків T, або, що одне й те саме, за умови рівності N. Отже, еквівалентна заміна номінальної ставки має місце в тому випадку, коли виконується рівняння

$$(1+\frac{i_{c1}}{m_1})^{m_1} = (1+\frac{i_{c2}}{m_2})^{m_2}. \qquad (9.38)$$

Якщо у рівнянні (9.38) m має лише цілі значення, то можемо одержати дві формули еквівалентності:

$$i_{c1} = m_1\left[\left(1+\frac{i_{c2}}{m_2}\right)^{\frac{m_2}{m_1}} - 1\right], \qquad (9.39)$$

$$i_{c2} = m_2\left[\left(1+\frac{i_{c1}}{m_1}\right)^{\frac{m_1}{m_2}} - 1\right]. \qquad (9.40)$$

Приклад 9.3

Задача 1

Розрахувати розміри номінальних складних процентних ставок, що використовуються при нарахуванні за півріччями та щоквартально, якщо ефективна складна процентна ставка, що їм відповідає, дорівнює 30 %.

Розв'язання

Використовуючи (9.27), одержуємо:

– *при піврічному нарахуванні процентів*

$$i_c = 2\cdot\left(\sqrt[2]{(1+0{,}3)} - 1\right) = 0{,}28035;$$

– *при квартальному нарахуванні процентів*

$$i_c = 4\cdot\left(\sqrt[4]{(1+0{,}3)} - 1\right) = 0{,}27116,$$

таким чином, номінальні ставки 28,035 % та 27,116 % є такими, що відповідають ефективній ставці 30%.

Задача 2

Знайти номінальну складну процентну ставку, що використовується при піврічному нарахуванні процентів, яка була б еквівалентна номінальній складній процентній ставці, що здійснює нарощення при квартальному нарахуванні процентів та дорівнює 27,116 % .

Розв'язання

Розрахунок проведемо за допомогою формули (9.39) де за умовами задачі: i_{c1} – ?, $m_1 = 2$, $i_{c2} = 27{,}116$ %, $m_2 = 4$:

$$i_{c1} = 2\left[\left(1+\frac{0{,}27116}{4}\right)^{\frac{4}{2}} - 1\right] = 0{,}28035.$$

Номінальна складна процентна ставка i_{c1} *= 28,035 % є еквівалентною ставці* i_{c2} *= 27,116 % за умов задачі 2.*

Задача 3

Знайти номінальну складну процентну ставку, що використовується при квартальному нарахуванні процентів, яка була б еквівалентна номінальній складній процентній ставці, що здійснює нарощення при піврічному нарахуванні процентів та дорівнює 28,035 % .

Розв'язання

Розрахунок проведемо за допомогою формули (9.39), де за умовами задачі: i_{c1} – ?, $m_1 = 4$, $i_{c2} = 28{,}035$ %, $m_2 = 2$:

$$i_{c1} = 4\left[\left(1+\frac{0{,}28035}{2}\right)^{\frac{2}{4}} - 1\right] = 0{,}27116.$$

Номінальна складна процентна ставка i_{c1} *=27,116 % є еквівалентною ставці* i_{c2} *= 28,035 % за умов задачі 3.*

Розв'язання задачі 2 та задачі 3 можливе і за (9.40).

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 9

Ефективна ставка (*effective rate*) – це така річна ставка при річному нарахуванні процентів, що дає той самий результат при іншій ставці (теж річній, що називається номінальною), але при інших періодах нарахування процентів, відмінних від річного нарахування процентів.

Ефективна ставка (дійсна ставка) дає відносний розмір доходу, який одержуємо в цілому за 1 рік при річному нарахуванні процентів.

Розрахунок ефективної ставки ставить за мету визначення такої i^{ef} або d^{ef}, щоб при її використанні отримувати такий самий фінансовий результат, як і при m-разовому нарахуванні процентів за рік за ставкою i / m.

Квадрати ставок ефективності (рис.9.1) дають можливість самостійно за допомогою звичайних алгебраїчних перетворень **виводити формули розрахунку ефективних ставок**.

За допомогою квадратів ставок ефективності (рис. 9.1) можливе розв'язання оберненої задачі: **розрахунок номінальної ставки з *m*-разовим нарахуванням процентів у році, якщо відома ефективна ставка**.

Якщо дві номінальні (річні) ставки процента визначаються через одну й ту саму ефективну ставку, то вони є еквівалентними.

Запитання для самостійної роботи

1. Визначити сутність ставок, які називаються ефективними та пояснити її відмінність від номінальної.
2. Принцип ефективності: сформулювати та пояснити.
3. Квадрати ставок ефективності: подати рисунок, пояснити принцип застосування.
4. Дати розрахунок ефективної простої процентної ставки, що відповідає номінальній складній процентній ставці.
5. Дати розрахунок ефективної простої процентної ставки, що відповідає номінальній простій обліковій ставці.
6. Провести розрахунок ефективної простої процентної ставки, що відповідає номінальній складній обліковій ставці.
7. Провести розрахунок ефективної складної процентної ставки, що відповідає номінальній простій процентній ставці.
8. Провести розрахунок ефективної складної процентної ставки, що відповідає номінальній складній процентній ставці.
9. Провести розрахунок ефективної складної процентної ставки, що відповідає номінальній простій обліковій ставці.
10. Провести розрахунок ефективної складної процентної ставки, що відповідає номінальній складній обліковій ставці.
11. Провести розрахунок ефективної простої облікової ставки, що відповідає номінальній простій процентній ставці.
12. Провести розрахунок ефективної простої облікової ставки, що відповідає номінальній складній процентній ставці.
13. Яку мету має застосування у фінансових розрахунках ефективних ставок?

Частина 3
ІНФЛЯЦІЙНЕ ЗНЕЦІНЕННЯ ГРОШЕЙ

Розділ 10 УРАХУВАННЯ ІНФЛЯЦІЇ У ФІНАНСОВИХ РОЗРАХУНКАХ

10.1 Визначення та вимірювання інфляції

Інфляція (від лат. *inflation* ─ здуття) – процес зниження вартості грошей внаслідок переповнення ними каналів обігу (кількісна сума грошей, які перебувають в обігу, перевищує суму цін на товари і послуги). Переповнення може виникати: по-перше, внаслідок надмірного випуску (емісії) грошей; по-друге, внаслідок скорочення товарної маси в обігу при незмінній кількості раніше випущених в обіг грошей.

Для суспільства явище інфляції – це процес зміни купівельної спроможності грошей, який супроводжується зростанням цін. Під час інфляції ціни на товари споживання зростають швидше, ніж збільшується заробітна плата і загалом доходи членів суспільства. Це призводить до погіршення якості життя переважної більшості населення. Суттєвою ознакою інфляції є зростання цін у середньому: не збільшення ціни якогось окремого товару, навіть групи товарів, а зростання усередненої ціни переважної більшості переліку (корзини) товарів і послуг. Тому для суб’єктів суспільних відносин інфляція завжди набирає цінової форми, і терміни «інфляція» і «цінова інфляція» є термінами-синонімами. У цій площині в сучасній науці і йде пошук розрахункових моделей вимірювання інфляції, тобто всі варіанти розрахунку інфляції ґрунтуються на відстеженні зростання цін на товари та послуги.

Якщо процес зміни купівельної спроможності грошей супроводжується зниженням цін, то це має назву «дефляція» (*dtflation*).

Вимірювання цінової інфляції проводиться за допомогою розрахунку індексу цін за певний період. Індекс цін (*price index*) також називають індексом інфляції. Індекс цін показує, у скільки разів зросли ціни за період, що розглядається. Індекс цін є відносним показником, тобто показником без розмірності, та чисельно вимірюється цілим числом і десятковим дробом або у відсотках. На практиці найчастіше застосовують дві моделі, два механізми розрахунку індексів цін: індекс Ласпейреса та індекс Пааше.

Індекс Ласпейреса (I_l) — за основу береться товарна структура виробництва, а точніше, структура споживання товарів та послуг базового року, і тоді індекс цін вимірюється за формулою

$$I_l = \frac{\sum P_t Q_o}{\sum P_o Q_o}, \qquad (10.1)$$

де P_t — ціни на товари і послуги в поточному році; P_o — ціни на товари і послуги в базовому році; Q_o — обсяг товарів і послуг у базовому році.

Вважається, що індекс Ласпейреса недооцінює структурні зрушення в економіці країни, а тому відносно завищує темпи зростання рівня цін.

Індекс Пааше (I_p) — за основу береться товарна структура виробництва, а точніше, структура споживання товарів та послуг поточного, а не попереднього (базового) року, і індекс розраховується за формулою

$$I_p = \frac{\sum P_t Q_t}{\sum P_o Q_t}, \qquad (10.2)$$

де Q_t — обсяг товарів і послуг у поточному році.

Вважається, що індекс Пааше переоцінює структурні зрушення в економіці країни, а тому відносно занижує темпи зростання рівня цін.

Звертаємо увагу, що формули (10.1) та (10.2) дають загальний механізм розрахунку, дають загальну модель: «як розраховувати індекс». Відповідь на запитання: «що розраховується», дає конкретне, практичне застосування формули (10.1) або (10.2). Найчастіше, у тому числі й в Україні, розраховуються та застосовуються такі показники індексу цін:

– індекс цін споживчих товарів (індекс споживчих цін – *consumer price index*);

– індекс цін на засоби виробництва (індекс цін виробників);

– індекс цін ВВП, або дефлятор ВВП.

Індекс споживчих цін (*ІСЦ*) характеризує зміну (як правило, зростання) у певному проміжку часу (місяць, рік тощо) загального рівня цін на товари та послуги, які купує населення для невиробничого особистого споживання.

Цей показник розраховується на підставі споживчого набору товарів продовольчого і непродовольчого призначення та послуг. Зазначений набір товарів (послуг) є єдиним для всіх регіонів країни і ґрунтується на структурі споживчих грошових витрат домогосподарств міських поселень. Основними товарними групами у «споживчому кошику» є продукти харчування, одяг, житло, транспорт, послуги, освіта, книги, медичні послуги, предмети особистої гігієни тощо. Ринковий кошик у багатьох розвинених країнах охоплює близько 300 найменувань споживчих товарів та послуг. В Україні під час обчислення цього показника враховують поки що понад 60 найменувань [12, с. 109]. Стосовно конкретного переліку набору товарів та послуг бажаючі можуть ознайомитися з Постановою КМУ № 656 від 14.04.2000 р.

Розраховується індекс споживчих цін за досить поширеною формулою:

$$ІСЦ = \frac{\begin{array}{l}\textit{Ціна товарів "споживчого кошика"} \\ \textit{у звітному періоді (місяці, році)} \ (\sum P_1 g_0)\end{array}}{\begin{array}{l}\textit{Ціна товарів "споживчого кошика"} \\ \textit{в базовому періоді (місяці, році)} \ (\sum P_0 g_0)\end{array}} \times 100\%, \quad (10.3)$$

де P_0 та P_1 ─ ціни одиниці товарів (послуг) базового і звітного періодів;

g_0 ─ товари за переліком у «споживчому кошику» базового періоду.

Також, має місце інша формула розрахунку *ІСЦ* (див. [5, с. 199]):

$$ІСЦ = \frac{\begin{array}{l}\textit{Ринкова цінність фіксованого "кошика"} \\ \textit{на звітну дату} \ (\sum P_1 g_0)\end{array}}{\begin{array}{l}\textit{Ринкова цінність фіксованого "кошика"} \\ \textit{на базову дату} \ (\sum P_0 g_0)\end{array}} \times 100\%, \quad (10.4)$$

де P_0 та P_1 ─ ціни одиниці товарів (послуг) на базову і звітну дату відповідно;

g_0 ─ кількість товарів у «споживчому кошику» на базову дату.

У формулах (10.3) та (10.4) є суттєва різниця. Розрахунок цін товарів за період (місяць, рік), формула (10.3), передбачає середній показник цін за період, а формула (10.4) використовує ціни в певний момент ─ ціни в момент конкретної дати. Ймовірність, що ціни не збігатимуться, досить велика, а тому й показники *ІСЦ* за цими формулами будуть відрізнятися.

Порівнюючи формулу (10.1) та формули розрахунку *ІСЦ* (10.3) й (10.4), легко констатувати, що *ІСЦ* розраховується за формулою індексу цін Ласпейреса.

Індекс цін виробників (*ІЦВ*) характеризує зміну в часі загального рівня цін **на засоби виробництва,** які купують підприємства для виробничого споживання, і розраховується також за формулою індексу цін Ласпейреса.

Дефлятор ВВП характеризує зміну в часі загального рівня цін **на всі товари та послуги**, що реалізовані кінцевим споживачам. Це найбільш широкий показник, який характеризує інфляційні зміни всіх цін. Тому дефлятор ВВП може помітно відхилятися від *ІСЦ* та *ІЦВ*, оскільки він точніше враховує реальну структуру особистого і виробничого споживання, ніж попередні індекси. Визначається дефлятор ВВП теж за формулою агрегатного індексу цін Ласпейреса [5, с. 200]. Така точка зору на поточний момент є загальноприйнятою, але з'являються твердження, що дефлятор ВВП розраховується за індексом Пааше, а не за формулою індексу цін Ласпейреса [12, с. 109], [13, с. 54].

Який з індексів є більш точним показником виміру інфляції: індекс цін Ласпейреса чи індекс Пааше, мабуть, розв'язання цього питання ще попереду. Можливо, що вони мають свої сфери застосування, а можливо, обидва взагалі чисельно не характеризують інфляційні процеси. Підставою для останнього припущення є таке твердження: «Незважаючи на очевидність зв'язку інфляції зі знеціненням грошей, сутність цього явища не знайшла однозначного трактування в економічній літературі» [5, с. 193].

Індекс Фішера вирішує (на його думку) суперечності індексів Пааше і Ласпейреса, оскільки дає змогу обрахувати співвідношення між цінами в поточному і базовому роках:

$$I_f = \sqrt{I_p I_l}. \qquad (10.5)$$

Додаткова інформація

Індекс споживчих цін, розрахований за формулами (10.3), (10.4), і дефлятор ВВП, розрахований за індексом Пааше, дають дещо різні результати щодо динаміки *загального рівня цін, оскільки дефлятор ВВП (розрахований за індексом Пааше, на думку [12, с. 110]) точніше враховує реальну структуру особистого і виробничого споживання, ніж попередній індекс. Між цими двома індексами цін є три основні відмінності.*

1 Набір товарів для обчислення дефлятора ВВП містить як споживчі, так і капітальні блага, які купують підприємства та держава. Обчислюючи індекс споживчих цін, ураховуємо лише ціни товарів і послуг, які купують споживачі.

2 У разі обчислення дефлятора ВВП використовуємо лише вітчизняні товари і послуги, в тому числі експортовані (імпортні товари не є частиною ВВП). Але до споживчого кошика входять також імпортні товари, тому в індексі споживчих цін відображається і зміна цін на них.

3 Індекс споживчих цін обчислюють на підставі незмінного набору товарів і послуг, тоді як у разі обчислення дефлятора ВВП зі зміною структури ВВП змінюється набір товарів і послуг [12, с. 110].

Якщо обрано і зафіксовано на певний проміжок часу перелік товарів і послуг, то формула (10.3) стає такою:

$$I_{inf} = \frac{P_1}{P_0}, \tag{10.6}$$

де I_{inf} ─ індекс інфляції у визначеному часовому періоді;

P_0 та P_1 ─ ціни набору товарів (послуг) базового і звітного періодів;

При розрахунках використовують поряд із показниками індексу інфляції (I_{inf}) показники темпу або рівня інфляції (*inf*, *inf* %). Нагадуємо, що **темп** ─ безрозмірний показник, який дорівнює відношенню приросту (збільшення) або убутку (зменшення) за розглянутий період до базового показника. **Рівень** – темп, виражений у відсотках.

Темп інфляції (*inflation rate*) за певний проміжок часу розраховується за формулою

$$inf = \frac{P_1 - P_0}{P_0}, \tag{10.7}$$

де inf – темп інфляції за певний проміжок часу;

P_0 та P_1 – ціни обраного набору товарів (послуг) на базову і звітну дати відповідно.

Темп інфляції показує, на скільки частин (десятковим дробом) P_1 збільшилося відносно P_0.

Рівень інфляції (*inflation rate*) за певний проміжок часу розраховується за формулою

$$inf\ \% = \frac{P_1 - P_0}{P_0} \cdot 100\ \%, \tag{10.8}$$

де $inf\ \%$ – рівень інфляції за певний проміжок часу;

P_0 та P_1 – ціни обраного набору товарів (послуг) на базову і звітну дати відповідно.

Рівень інфляції показує, на скільки відсотків P_1 стало більшим відносно P_0.

Із формул (10.6) та (10.7) можемо вивести співвідношення між індексом інфляції і темпом інфляції:

$$I_{inf} = 1 + inf. \tag{10.9}$$

Наприклад, якщо індекс інфляції (I_{inf}) = 1,245, то темп інфляції (*inf*) = 0,245, тобто ціни за часовий період, що розглядається, зросли у 1,245 раза, або на 24,5 %, що і є рівнем інфляції (*inf %*).

Якщо відомі щомісячні індекси інфляції, то річний індекс інфляції визначається як добуток 12 місячних індексів інфляції.

І, навпаки, коли відомий річний індекс інфляції, то середньомісячний індекс інфляції можна розраховувати за формулою

$$I_{inf\ середній\ за\ місяць} = \sqrt[12]{I_{inf\ річний}}. \qquad (10.10)$$

Приклад 10.1

Розглянемо приклад розрахунку щомісячного індексу споживчих цін (що також означає «індекс інфляції у відповідному місяці») за такими умовними даними (табл. 10.1).

Таблиця 10.1 — Динаміка цін на товари «споживчого кошика» впродовж першої половини року:

На 01.01. ...р.	*На 01.02. ...р.*	*На 01.03. ...р.*	*На 01.04. ...р.*	*На 01.05. ...р.*	*На 01.06. ...р.*	*На 01.07. ...р.*
1000 *грн*	1100 *грн*	1200 *грн*	1400 *грн*	1450 *грн*	1550 *грн*	1600 *грн*

Використовуємо формулу (10.4). Ураховуючи, що кількість товарів у «споживчому кошику» на кожну дату не змінюється, формула (10.4) набирає такого вигляду:

$$ІСЦ = I_{inf\ місяць} = \frac{P_1}{P_0}, \qquad (10.11)$$

де $I_{inf\ місяць}$ *— індекс інфляції у відповідному місяці;*

P_0 *та* P_1 *— ціни товарів (послуг) «споживчого кошика» на базову і звітну дати відповідно.*

Використовуючи формулу (10.11), розраховуємо індекси інфляції для кожного місяця окремо:

— індекс інфляції у січні:

$$I_{inf\ січень} = \frac{1100\ грн}{1000\ грн} = 1{,}10;$$

— *індекс інфляції у лютому:*

$$I_{inf\ лютий} = \frac{1200\ грн}{1100\ грн} = 1{,}0909;$$

— *індекс інфляції у березні:*

$$I_{inf\ березень} = \frac{1400\ грн}{1200\ грн} = 1{,}1667;$$

— *індекс інфляції у квітні:*

$$I_{inf\ квітень} = \frac{1450\ грн}{1400\ грн} = 1{,}0357;$$

— *індекс інфляції у травні:*

$$I_{inf\ травень} = \frac{1550\ грн}{1450\ грн} = 1{,}0690;$$

— *індекс інфляції у червні:*

$$I_{inf\ червень} = \frac{1600\ грн}{1550\ грн} = 1{,}0323.$$

За допомогою формули (10.11) можемо розрахувати за наданими умовними даними загальний індекс інфляції за шість місяців у цілому:

$$I_{inf\ січень–червень} = \frac{1600\ грн}{1000\ грн} = 1{,}60.$$

Розглянемо також приклад розрахунку щомісячного темпу і рівня інфляції за тими самими умовними даними (табл. 10.1).

За формулами (10.7) і (10.8) темп та рівень інфляції:

— *у січні:* $inf = \frac{1100 - 1000}{1000} = 0{,}10; \quad inf\,\% = 10{,}0\%;$

— *у лютому:* $inf = \frac{1200 - 1100}{1100} = 0{,}0909; inf\,\% = 9{,}09\%;$

— *у березні:* $inf = \frac{1400 - 1200}{1200} = 0{,}1667; inf\,\% = 16{,}67\%;$

— *у квітні:* $inf = \dfrac{1450 - 1400}{1400} = 0{,}0357; inf\,\% = 3{,}57\%;$

— *у травні:* $inf = \dfrac{1550 - 1450}{1450} = 0{,}0690; inf\,\% = 6{,}90\%;$

— *у червні:* $inf = \dfrac{1600 - 1550}{1550} = 0{,}0323; inf\,\% = 3{,}23\%.$

Запишемо всі одержані дані у підсумкову табл. 10.2.

Таблиця 10.2 — Показники інфляції, розраховані за даними табл. 10.1

Часовий період показника	*Індекс інфляції* I_{inf}		*Темп інфляції* inf *(у частках)*	*Рівень інфляції* $inf\,\%$ *(у відсотках)*
	у частках	*у відсотках*		
Січень	1,10	110,00 %	0,10	10,00 %
Лютий	1,0909	109,09 %	0,0909	9,09 %
Березень	1,1667	116,67 %	0,1667	16,67 %
Квітень	1,0357	103,57 %	0,0357	3,57 %
Травень	1,0690	106,90 %	0,0690	6,90 %
Червень	1,0323	103,23 %	0,0323	3,23 %
Разом за 6 місяців	1,60	160,00 %	0,60	60,00 %

Індекси інфляції розраховуються в Україні Державним комітетом статистики України ЩОМІСЯЦЯ і публікуються у пресі не пізніше 10 числа місяця, наступного за звітним. Перша офіційна публікація індексів або рівнів інфляції подана у газетах «Голос України» та «Урядовий кур'єр». Повідомлені іншими засобами масової інформації з посиланнями на Держкомстат України ці показники є також офіційними і можуть використовуватися для проведення перерахунків грошових сум або для прийняття управлінських рішень.

Наголошуємо, що показники інфляції надаються впродовж року як показники за 1 місяць. Якщо, маючи показники інфляції за кожний місяць окремо, виникає потреба знайти індекс, темп або рівень інфляції за визначений часовий період, наприклад за півроку, потрібно запам'ятати, що розрахунок показників інфляції за строк, що перевищує місяць, здійснюється виключно за допомогою добутку місячних індексів інфляції. У табл.10.2 при розрахунку рівня інфляції «разом за 6 місяців» треба взяти місячні індекси інфляції у частках і перемножити:

Індекс інфляції (I_{inf}) *«разом за 6 місяців» =*

$=1{,}10 \cdot 1{,}0909 \cdot 1{,}1667 \cdot 1{,}0357 \cdot 1{,}0690 \cdot 1{,}0323 = 1{,}6001.$

Лише після знаходження індексу інфляції за допомогою формули (10.9) можемо знайти темп, а потім і рівень інфляції: 1,6 — 1 = 0,6 — темп інфляції і, отже, 60 % — рівень інфляції *«разом за 6 місяців»*.

Крім індексу інфляції, розраховують також показники темпу зростання *($T_{зр}$)* і темпу приросту інфляції *($T_{пр}$)*:

$$T_{зр} = \frac{I_{inf\,1}}{I_{inf\,0}}; \tag{10.12}$$

$$T_{пр} = \frac{I_{inf\,1} - I_{inf\,0}}{I_{inf\,0}}; \tag{10.13}$$

де $I_{inf\,0}$ — розмір індексу інфляції у базисному році (базовому часовому періоді); $I_{inf\,1}$ — розмір індексу інфляції у звітному році (звітному часовому періоді).

У всіх показників інфляції є одна спільна риса. Усі вони «виникають», «народжуються» від логічної побудови розрахунку за часовою спрямованістю «від сьогодні в майбутнє». Формули розрахунку індексів інфляції і, особливо, формули розрахунку темпу або рівня інфляції мають той же розрахунковий базисний механізм, що і формули розрахунку процентної ставки (див. формули (1.2), (1.3) та пояснення до них). На цій підставі інфляційні показники працюють у грошових розрахунках аналогічно показнику ─ процентна ставка, але аналогія обмежується лише правилами математичного застосування. Наступне, про що треба пам'ятати, ─ інфляційні показники завжди «працюють» за складним механізмом нарахування, а точніше, механізм інфлювання завжди складний.

10.2 Застосування показників інфляційного знецінення грошей у фінансових розрахунках

Підрозділ 10.1 ─ це розрахунки, власне, показників інфляції. Підрозділ 10.2 ─ це застосування показників інфляції у фінансових розрахунках.

Урахування інфляційного знецінення грошей у фінансових розрахунках є складовою, що органічно вплетена в загальний розрахунковий механізм. Отже, цілком логічним є здійснення розрахунків як майбутньої, так і теперішньої вартості грошей з «внесенням» у них відповідної «інфляційної складової».

10.2.1 Розрахунок майбутньої вартості грошових коштів з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін

Узагальнено це розрахунок, який дає величину майбутньої вартості зі збереженням купівельної спроможності в цінах, які діють на момент майбутньої вартості.

10.2.1.1 При механізмі складного нарахування процентів

Нагадуємо, що основна формула розрахунку майбутньої вартості при механізмі складного нарахування процентів ─ $FV = PV \cdot (1 + i)^n$ (2.10). Ця формула не враховує інфляційних змін. Тому спочатку розглянемо варіанти **а) ─ е)** (див. далі по тексту), в яких проведемо розрахунки майбутньої вартості грошей з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін, потім, після узагальнення, вийдемо на запис формули, яка вміщує «інфляційну складову».

а) Строк фінансової операції — 1 рік, нарахування процентів — річне (n = 1), i — номінальна ставка, рівень інфляції за цей самий рік — $inf\,\%$, тоді сума грошей через 1 рік без урахування інфляції $FV = PV \cdot (1+i)^1$. Сума грошей через 1 рік, яка б компенсувала інфляційне знецінення грошей, тобто така FV, яка є збільшеною на суму інфляційних втрат, розраховується в даному випадку так: $FV = PV \cdot (1+i)^1 \cdot (1+inf)^1$. Майбутню вартість, яка враховує інфляцію так, що зберігає такі ж купівельні можливості для грошей сумою $FV = PV \cdot (1+i)^1$, як і для грошей PV, і тому збільшену на індекс інфляції $(1+inf)^1$ будемо позначати $FVii$ (від англ. *inflationery increase*, а можливо і від *addition*) (інфляційне збільшення, інфляційна добавка). Отже, $FVii$ — майбутня вартість з інфляційною добавкою.

б) Строк — 1 рік, нарахування процентів — річне (n = 1), i — номінальна ставка, рівень інфляції за цей самий рік надано як середньомісячний за 1 рік — $inf\,\%_{міс}$. Тоді $FVii = PV \cdot (1+i)^1 \cdot (1+inf_{міс})^{12}$.

в) Строк — 1 рік, нарахування процентів — річне (n = 1), i — номінальна ставка, рівень інфляції за цей самий рік надано окремо за кожний місяць — $inf\%_{міс}$, і всі місячні показники різні. Тоді

$$FVii = PV \cdot (1+i)^1 \cdot (1+inf_{січ}) \cdot (1+inf_{лют}) \cdot \ldots \cdot (1+inf_{груд}).$$

г) Строк фінансової операції — три роки, нарахування процентів — річне (отже, n = 3), i — номінальна ставка, рівні інфляції в кожному з трьох років — $inf\,\%$ (річні, можливо середньорічні та однакові для кожного року). Тоді $FVii = PV \cdot (1+i)^3 \cdot (1+inf)^3$.

Якщо рівень інфляції за ці три роки надано як середньомісячний у кожному з трьох років — $inf\%_{міс}$, тоді $FVii = PV \cdot (1+i)^3 \cdot (1+inf_{міс})^{36}$.

Якщо рівні інфляції за ці три роки надано як річні (середньорічні) в кожному з трьох років — $inf\,\%$ і всі річні показники різні, тоді $FVii =$

$= PV \cdot (1+i)^3 \cdot (1+inf_{1\text{-й рік}}) \cdot (1+inf_{2\text{-й рік}}) \cdot (1+inf_{3\text{-й рік}})$.

д) Строк фінансової операції — три роки і сім місяців, нарахування процентів — щорічне (тоді $n = 3\frac{7}{12}$), i — номінальна ставка, рівні інфляції в кожному з трьох років — $inf\,\%$ (річні, середньорічні й однакові). У цьому випадку використовуємо формулу змішаного нарахування процентів (2.15) і одержуємо

$$FVii = PV \cdot (1+i)^{3\frac{7}{12}} \cdot (1+inf)^{3\frac{7}{12}} =$$
$$= PV \cdot (1+i)^3 \cdot (1+\frac{7}{12} i) \cdot (1+inf)^3 \cdot \sqrt[12]{(1+inf)^7}.$$

Нагадуємо, що пояснення, чому $(1+i)^{3\frac{7}{12}} = (1+i)^3 \cdot (1+\frac{7}{12} i)$, подано в пункті 2.2.2, де мова йде про складне нарахування процентів, якщо є ціла і дробова кількість періодів нарахування процентів (так зване змішане нарахування процентів). Звертаємо увагу, що $(1+inf)^{3\frac{7}{12}} = (1+inf)^3 \cdot \sqrt[12]{(1+inf)^7}$ ґрунтується на (10.10).

е) Строк фінансової операції — три роки (N = 3), нарахування процентів — щомісячне, тобто m = 12, (тоді $n = N \cdot m$), номінальна ставка i, рівні інфляції в кожному з трьох років — $inf\,\%$ (середньорічні, однакові). У такому випадку використовуємо формулу (6.2) і одержуємо

$$FVii = PV \cdot (1+\frac{i}{12})^{36} \cdot (1+inf)^{3}.$$

Якщо рівень інфляції за ці три роки надано як середньомісячний у кожному з трьох років ─ $inf\%_{міс}$, тоді

$$FVii = PV \cdot (1+\frac{i}{12})^{36} \cdot (1+inf_{міс})^{36}.$$

У практичних розрахунках можливі й інші варіації нарахувань процентів з урахуванням інфляційної добавки, за яких обчислюється майбутня вартість. Майбутню вартість, яка враховує інфляцію таким чином, що зберігає такі ж купівельні можливості для грошей майбутньої суми, як і для грошей *PV*, тому, що збільшує показник $PV \cdot (1+i)^{n}$ на індекс інфляції $(1+inf)^{n_{inf}}$, як уже згадувалося, будемо позначати *FVii*. Назви і позначки *FVii* можуть відрізнятися в навчальних і наукових джерелах. Наприклад, у Бланка [2, с. 171] цей показник позначається S_{H} і має таку характеристику: «…номінальна майбутня вартість вкладу (грошових коштів), що враховує фактор інфляції». У наших розрахунках *FVii* будемо в основному називати: майбутня вартість з інфляційною добавкою, майбутня вартість з інфляційною компенсацією, майбутня вартість з інфляційним збільшенням або …з інфляційним нарощенням, майбутня вартість з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін. Така прискіплива увага до трактування *FVii* викликана тим, що існує ще один показник майбутньої вартості з урахуванням фактора інфляції (про це в пункті 10.2.2).

Але повертаємося до визначення запису загальної формули розрахунку *FVii* ─ формули майбутньої вартості грошових коштів з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін. На підставі узагальнення розрахунків у варіантах **а) ─ е)** можемо записати

$$FVii = PV \cdot (1+i)^{n} \cdot (1+inf)^{n_{inf}}, \qquad (10.14)$$

де $FVii$ – майбутня вартість з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів n;

n – кількість періодів нарахування процентів упродовж часу (строку T) застосування ставки i; також у кожному з цих n періодів процентні ставки рівні між собою;

inf — темп інфляції у кожному з періодів n_{inf} за проміжок часу (строку T) застосування ставки i;

n_{inf} — кількість періодів інфляції, в кожному з яких темпи інфляції рівні між собою та дорівнюють inf і в сумі дорівнюють або не перевищують строк T;

T — строк фінансової операції.

Звертаємо увагу, що у формулі (10.14) показники n і n_{inf} можуть збігатися чисельно, а можуть бути різними. Це пов'язано з тим, що кожний із показників «працює на свою ставку», є показником кількості «своїх» періодів, і тому їх кількість може не збігатися. Те, що дає їм можливість спільно працювати в одній формулі, є обов'язкове виконання вимоги: кількість n_{inf} сумарно дорівнює або не перевищує загального строку фінансової операції (T), у межах якого функціонує кількість n.

Формула (10.14) може бути записаною в такій редакції:

$$FVii = PV \cdot (1+\frac{i}{m})^{N \cdot m} \cdot (1+inf)^{n_{inf}}, \qquad (10.15)$$

де i – номінальна (річна) процентна ставка;

m – кількість періодів нарахування процентів у році;

N – кількість років упродовж строку;

inf – темп інфляції у кожному з періодів n_{inf} за проміжок часу, строку T, строку, який дорівнює або не перевищує $N{\cdot}m$;

n_{inf} – кількість періодів інфляції, в кожному з яких темпи інфляції рівні між собою та дорівнюють inf і в сумі дорівнюють або не перевищують строк $T = N{\cdot}m$.

10.2.1.2 При механізмі простого нарахування процентів

Нагадаємо, що основна формула простого розрахунку майбутньої вартості $FV = PV \cdot (1 + i{\cdot}n)$ (2.2). Цілком доречно було б також розглянути варіанти на зразок розгляду у абзацах а) ─ е), що в попередньому підпункті, і, таким чином, вийти на запис формули. Але всі моменти застосування інфляційних показників, про які зазначено у варіантах від абзацу а) до абзацу е), що в попередньому підпункті, нічим не відрізняються щодо їх застосування до формули простого нарахування процентів. Формула розрахунку майбутньої вартості грошових коштів при застосуванні простого нарахування процентів з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін має вигляд

$$FVii = PV \cdot (1 + i{\cdot}n) \cdot (1 + inf)^{n_{inf}} . \qquad (10.16)$$

Особливість формули (10.16): нарощення «не інфляційних» процентів ─ за простим механізмом нарахування, а розрахунок інфляційної компенсації (добавки) ─ завжди за складною схемою.

10.2.2 Розрахунок майбутньої вартості грошових коштів з урахуванням реального знецінення грошей внаслідок інфляційного зростання цін

Узагальнено це розрахунок, який дає розмір майбутньої вартості в цінах, що діють на момент теперішньої вартості.

Більш детальне визначення: це розрахунок, який дає грошову оцінку купівельної спроможності нарощеної майбутньої вартості в цінах, що діють на момент початкової вартості, тобто в цінах, що діяли на дату PV стосовно цін, які діють на дату *FV*. Таку майбутню вартість позначимо $FVir$ (від. англ. *inflationery reality* ─ інфляційна реальність, інфляційна дійсність).

До речі, про таке трактування розрахунку майбутньої вартості йде мова у Ковальова, Уланова, позначається майбутня вартість у них так: $\overline{F}$ і визначається як сума із урахуванням знецінення нарощеної суми [7, с. 88].

10.2.2.1 При механізмі складного нарахування процентів

Формула складного нарахування майбутньої вартості з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення

$$FVir = \frac{PV \cdot (1+i)^{n}}{(1+inf)^{n_{inf}}}. \qquad (10.17)$$

10.2.2.2 При механізмі простого нарахування процентів

Формула простого нарахування майбутньої вартості з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення

$$FVir = \frac{PV \cdot (1+i \cdot n)}{(1+inf)^{n_{inf}}}. \qquad (10.18)$$

$FVir$ ─ це майбутня вартість, яка враховує інфляцію так, що чисельно характеризує купівельні можливості для грошей сумою $FV = PV \cdot (1+i)^{n}$ або $FV = PV \cdot (1+i \cdot n)$ в цінах моменту початку нарощення процентів (у момент *PV*) порівняно з цінами, що діють на момент FV. $FVir$ ─ це реальна купівельна спроможність майбутньої вартості FV, що оцінюється в цінах PV. Іншими словами, те, що можна купити за грошову суму FV, коштувало в сумі $FVir$ в момент, коли фінансова операція починалася, тобто в цінах PV.

Перетворенням формул (10.14), (10.15), (10.16), (10.17), (10.18) відносно PV одержимо формули теперішньої вартості грошей з урахуванням у них відповідної «інфляційної складової».

10.2.3 Розрахунок майбутньої вартості з урахуванням інфляційних показників при використанні облікових ставок

Формула складного нарахування майбутньої вартості при використанні облікової ставки з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін

$$FVii = PV \cdot \frac{(1+inf)^{n_{inf}}}{(1-d)^{n}}. \qquad (10.19)$$

Формула складного нарахування майбутньої вартості при використанні облікової ставки з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення

$$FVir = PV \cdot \frac{1}{(1-d)^{n} \cdot (1+inf)^{n_{inf}}}. \qquad (10.20)$$

Формула простого нарахування майбутньої вартості при використанні облікової ставки з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін

$$FVii = PV \cdot \frac{(1+inf)^{n_{inf}}}{(1-d \cdot n)}. \qquad (10.21)$$

Формула простого нарахування майбутньої вартості при використанні облікової ставки з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення

$$FVir = PV \cdot \frac{1}{(1-d \cdot n) \cdot (1+inf)^{n_{inf}}}. \qquad (10.22)$$

10.3 Урахування впливу інфляції на результат фінансових операцій

Як уже зазначалося, підрозділ 10.1 — це розрахунки, власне, показників інфляції. Підрозділ 10.2 — це застосування показників інфляції у фінансових розрахунках. А підрозділ 10.3 ─ це врахування впливу інфляції на результат фінансових операцій.

На поточний момент так склалося, що в практиці фінансових розрахунків та у сучасній фінансовій літературі врахування впливу інфляції на результат фінансових операцій переважно розглядається через перетворювальні операції з показниками інфляції у їх зв'язку зі ставками процента. Усі такі перетворення ставлять за мету розрахунок таких узагальнювальних, таких інтегрувальних ставок процента, які враховують інфляційні процеси. По суті, всі такі перетворення є розрахунком еквівалентних ставок, які враховують інфляційні показники.

Розглянемо різні випадки розрахунку еквівалентних ставок нарахування процентів з урахуванням інфляції.

Для механізму простого нарахування процентів згідно з формулою (2.2) одержуємо

$$FVii = PV \cdot (1 + i_S^{FVii} \cdot n).$$

У той самий час необхідно ргозв'язати рівняння

$$FVii = PV \cdot (1 + i_S \cdot n) \cdot (1 + inf)^{n_{inf}}. \qquad (10.16)$$

Складаємо рівняння еквівалентності:

$$(1 + i_S^{FVii} \cdot n) = (1 + i_S \cdot n) \cdot (1 + inf)^{n_{inf}},$$

з якого одержуємо

$$i_S^{FVii} = \frac{(1 + i_S \cdot n) \cdot (1 + inf)^{n_{inf}} - 1}{n}, \qquad (10.23)$$

де i_S^{FVii} ─ проста (*simpl*) процентна еквівалентна ставка (еквівалентна простій i_S та *inf*) для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації (*ii* ─ *inflationery increase*) інфляційного зростання (*inf*) цін.

Ставка i_S^{FVii} є скоригованою на рівень інфляції.

Коригування відбувається шляхом збільшення майбутньої суми таким чином, що інфляційне знецінення повністю компенсується додатковою сумою грошей, і тому ставка i_S^{FVii} за розміром є завжди більшою за i_S. Таку скориговану на інфляцію ставку у фінансовій літературі зарубіжжя досить часто називають **брутто-ставкою**. Брутто-ставка — це термін, який запозичено з теорії страхових (актуарних) розрахунків. За аналогією номінальну ставку i_S можуть називати нетто-ставкою. Четиркін в [15, с. 87] звертає увагу, що у зарубіжній фінансовій літературі брутто-ставку іноді називають номінальною. У наших розрахунках цей термін уже «зайнятий».

Продовжимо розгляд розрахунків еквівалентних ставок нарахування процентів з урахуванням інфляції. Рівняння еквівалентності від формули (10.18):

$$FVir = \frac{PV \cdot (1 + i_S \cdot n)}{(1 + inf)^{n_{inf}}} \tag{10.18}$$

має вигляд

$$(1 + i_S^{FVir} \cdot n) = \frac{(1 + i_S \cdot n)}{(1 + inf)^{n_{inf}}},$$

з якого одержуємо

$$i_S^{FVir} = \frac{1}{n}\left[\frac{(1 + i_S \cdot n)}{(1 + inf)^{n_{inf}}} - 1\right], \tag{10.24}$$

де i_S^{FVir} — проста (*simpl*) процентна еквівалентна ставка (еквівалентна простій i_S та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення (*inflationery reality*).

Ставка i_S^{FVir} має назву «**реальна ставка**». Ставку i_S^{FVir} можуть також назвати або ставкою дохідності, або ставкою реальної дохідності. Реальна ставка показує зростання (або зменшення) майбутньої вартості без додаткової грошової компенсації на покриття інфляційних втрат. Якщо зростання є, то воно відбувається за рахунок номінальної ставки, тобто реальна ставка показує, що нарощення, спричинене номінальною ставкою, більше за втрати від інфляції.

Для простих облікових ставок аналогічні еквівалентні рівняння будуть мати вигляд:

– від формул (4.1) та (10.21):

$$d_S^{FVii} = \frac{1}{n}\left[1 - \frac{(1 - d_S \cdot n)}{(1 + inf)^{n_{inf}}}\right], \qquad (10.25)$$

де d_S^{FVii} – проста (*simpl*) облікова еквівалентна ставка (еквівалентна простій d_S та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації (*ii* – *inflationery increase*) інфляційного зростання (*inf*) цін, d_S^{FVii} може назватися обліковою простою брутто-ставкою;

– від формул (4.1) та (10.22):

$$d_S^{FVir} = \frac{1 - (1 - d_S \cdot n) \cdot (1 + inf)^{n_{inf}}}{n}, \qquad (10.26)$$

де d_S^{FVir} – проста (*simpl*) облікова еквівалентна ставка (еквівалентна простій d_S та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення (*inflationery reality*), d_S^{FVir} може називатися реальною обліковою простою ставкою, або обліковою простою ставкою реальної дохідності.

Для механізму складного нарахування процентів на підставі формули (2.10) одержуємо

$$FVii = PV \cdot (1+i_C^{FVii})^n.$$

З іншого боку, необхідно додержуватися рівняння

$$FVii = PV \cdot (1+i_C)^n \cdot (1+inf)^{n_{inf}}. \qquad (10.14)$$

Складаємо рівняння еквівалентності:

$$(1+i_C^{FVii})^n = (1+i_C)^n \cdot (1+inf)^{n_{inf}},$$

з якого одержуємо

$$i_C^{FVii} = (1+i_C) \cdot \sqrt[n]{(1+inf)^{n_{inf}}} - 1, \qquad (10.27)$$

де i_C^{FVii} — складна (від *compound*) процентна еквівалентна ставка (еквівалентна складній i_C та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації (*ii* — *inflationery increase*) інфляційного зростання (*inf*) цін. Іншими словами, i_C^{FVii} — це складна процентна брутто-ставка.

Рівняння еквівалентності від формули (10.17):

$$FVir = \frac{PV \cdot (1+i_C)^n}{(1+inf)^{n_{inf}}}. \qquad (10.17)$$

має вигляд

$$(1+i_C^{FVir})^n = \frac{(1+i_C)^n}{(1+inf)^{n_{inf}}},$$

з якого одержуємо

$$i_C^{FVir} = \sqrt[n]{\frac{(1+i_C)^n}{(1+inf)^{n_{inf}}}} - 1, \qquad (10.28)$$

де i_C^{FVir} — складна (від *compound*) процентна еквівалентна ставка (еквівалентна складній i_C та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення (*inflationery reality*). Або, що одне й те саме, i_C^{FVir} — складна реальна процентна ставка, або процентна ставка реальної дохідності при складному нарахуванні процентів.

Якщо нарахування процентів декілька разів на рік (m), використовуємо формулу (6.2) і маємо рівняння еквівалентності

$$(1+\frac{i_C^{FVii}}{m})^{N \cdot m} = (1+\frac{i_C}{m})^{N \cdot m} \cdot (1+inf)^{n_{inf}},$$

з якого

$$i_C^{FVii} = m \cdot \left[(1+i_C/m) \cdot \sqrt[N \cdot m]{(1+inf)^{n_{inf}}} - 1\right]. \quad (10.29)$$

Від рівняння еквівалентності

$$(1+\frac{i_C^{FVir}}{m})^{N \cdot m} = \frac{(1+i_C/m)^{N \cdot m}}{(1+inf)^{n_{inf}}},$$

маємо таку формулу:

$$i_C^{FVir} = m \cdot \left[\sqrt[N \cdot m]{\frac{(1+i_C/m)^{N \cdot m}}{(1+inf)^{n_{inf}}}} - 1\right]. \quad (10.30)$$

Так само одержуємо формули у разі застосування складних облікових ставок.

Для складних облікових ставок аналогічні еквівалентні рівняння будуть мати вигляд:

– від формул (4.5) та (10.19):

$$d_C^{FVii} = 1 - \sqrt[n]{\frac{(1-d_C)^n}{(1+inf)^{n_{inf}}}}, \quad (10.31)$$

де d_C^{FVii} – складна (*compound*) облікова еквівалентна ставка (еквівалентна складній d_C та inf) для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації (*ii* ─ *inflationery increase*) інфляційного зростання (*inf*) цін;

─ від формул (4.5) та (10.20):

$$d_C^{FVir} = 1-(1-d_C)\cdot\sqrt[n]{(1+inf)^{n_{inf}}}\,, \qquad (10.32)$$

де d_C^{FVir} ─ складна (*compound*) облікова еквівалентна ставка (еквівалентна простій d_C та *inf*) для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення (*inflationery reality*).

Якщо нарахування процентів декілька разів на рік (*m*), використовуємо формулу (6.4) і маємо формули еквівалентності:

$$d_C^{FVii} = m\cdot\left[1-\sqrt[N\cdot m]{\frac{(1-d_C/m)^{N\cdot m}}{(1+inf)^{n_{inf}}}}\right], \qquad (10.33)$$

$$d_C^{FVir} = m\cdot\left[1-(1-d_C/m)\cdot\sqrt[m\cdot N]{(1+inf)^{n_{inf}}}\right]. \qquad (10.34)$$

У практиці фінансових обчислень досить часто використовують показники для проведення швидкого приблизного аналізу. Вираховують такі показники за певних умов. За неоголошеними правилами за умови розрахунку багатьох аналітичних показників беруть за основу річні показники. Наприклад, наведений нижче аналіз реальної ставки є випадком, коли $n = n_{inf}$ і обидва вони (n, n_{inf}) дорівнюють одиниці, тобто нарахування процентів річне і рівень інфляції також річний. За таких умов ставка реальної доходності при складному нарахуванні процентів, формула (10.28), перетворюється в просту формулу:

$$i_C^{FVir} = \frac{1+i_C}{1+inf} - 1. \qquad (10.35)$$

До речі, формула простої ставки реальної дохідності (10.24) за річних показників також стає формулою (10.35). Формула (10.35) допомагає показати декілька моментів з аналізу реальної дохідності:

— якщо $i_C = inf$ (дохідність вкладень дорівнює темпу інфляції), то i_C^{FVir} = 0, тобто весь дохід поглинається інфляцією;

— якщо $i_C < inf$ (дохідність вкладень нижче рівня інфляції), то i_C^{FVir} < 0, тобто фінансова операція збиткова;

— якщо $i_C > inf$ (дохідність вкладень вище рівня інфляції), то i_C^{FVir} > 0, тобто фінансова операція має реальний приріст вкладеного капіталу.

Нагадуємо, що всі ці висновки справедливі за умов: строк операції — 1 рік, нарахування процентів — річне, рівень інфляції — показник за рік.

На завершення підрозділу 10.3 можемо констатувати, що при врахуванні інфляції розрізняють такі види ставок процента. Номінальна ставка (процентна й облікова) — це початкова ставка, що зазначена в договорах (її можна вважати за базову, і, як правило, вона річна, номінальна). Дохідність, розрахована за цією ставкою, не скоригована на інфляцію. Реальна ставка показує дохідність з урахуванням інфляції, яка характеризується зниженням купівельної спроможності грошей. Реальна процентна ставка в умовах інфляції завжди менша від номінальної і може бути навіть від'ємною. Компенсаційна ставка, або брутто-ставка, — це ставка, за якої буде збільшення вартості капіталу на розмір номінальної ставки, незважаючи на наявність інфляції. Також реальні ставки та брутто-ставки можуть мати назву «позитивна ставка». Позитивна ставка — це будь яка-ставка, при якій буде збільшення вартості капіталу за наявності інфляції. Брутто-ставка — завжди позитивна, а реальна ставка — не завжди.

Приклад 10.2

Задача

Кредит у сумі 1000 грн видано на строк три роки під 20 % річних. Рівень інфляції в кожному році дорівнює 12 %. Проведемо розрахунки деяких показників, в основному показників з урахуванням інфляції.

1 При механізмі складного нарахування процентів:

– *майбутня вартість без урахування інфляції (2.10):*

$$FV = 1000\,грн \cdot (1 + 0{,}2)^3 = 1728\,грн;$$

– *майбутня вартість з урахуванням повної компенсації інфляційних втрат, сума брутто (10.14):*

$$FVii = 1000\,грн \cdot (1 + 0{,}2)^3 \cdot (1 + 0{,}12)^3 = 2428\,грн;$$

– *розрахунок брутто-ставки* i_c^{FVii} *знаходимо з розв'язування рівняння:*

$$FVii = FV\,брутто = 1000\,грн \cdot (1 + i_{брутто})^3 = 2428\,грн,$$

$i_{брутто} = 0{,}344$*, або, що одне й те саме* $i_c^{FVii} = 34{,}4\ \%$.

Також, розрахунок брутто-ставки i_c^{FVii} *знаходимо за допомогою формули (10.27):*

$$i_c^{FVii} = (1 + 0{,}2)\sqrt[3]{(1 + 0{,}12)^3} - 1 = 0{,}344 = 34{,}4\%;$$

– *розрахунок майбутньої вартості з врахуванням знецінення грошей внаслідок інфляції, реальна майбутня вартість (10.17):*

$$FVir = \frac{1000\,грн \cdot (1 + 0{,}2)^3}{(1 + 0{,}2)^3} = 1230\,грн\,.$$

$FVir = 1230\,грн$ *означає, що в кінці третього року, витративши всі 1728 грн на купівлю товарів, може бути куплена така кількість товарів, за яку за цінами початку* *фінансової операції треба було витратити 1230 грн;*

— *розрахунок реальної ставки* i_C^{FVir} *можемо знайти розв'язуванням рівняння:*

$$FVir = 1000\ грн \cdot (1 + i_{реальна})^3 = 1230\ грн,$$

з якого $i_{реальна} = 0{,}0714$*, або, що одне й те саме* i_C^{FVir} = = *7,14 %. Також розрахунок реальної ставки* i_C^{FVir} *знаходимо за допомогою формули (10.28):*

$$i_C^{FVir} = \sqrt[3]{\frac{(1+0{,}2)^3}{(1+0{,}12)^3}} - 1 = 0{,}0714 = 7{,}14\%.$$

2 При механізмі простого нарахування процентів:

— *майбутня вартість без урахування інфляції (2.2):*

$$FV = 1000\ грн \cdot (1 + 3 \cdot 0{,}2) = 1600\ грн;$$

— *майбутня вартість з урахуванням повної компенсації інфляційних втрат, сума брутто (10.16):*

$$FVii = 1000\ грн \cdot (1 + 3 \cdot 0{,}2) \cdot (1 + 0{,}12)^3 = 2248\ грн;$$

— *розрахунок брутто-ставки* i_C^{FVii} *знаходимо з розв'язування рівняння:*

$$FVii = FV\ брутто = 1000\ грн \cdot (1 + 3 \cdot i_{брутто}) = 2428\ грн,$$

$i_{брутто} = 0{,}416$*, або, що одне й те саме,* i_S^{FVii} = *41,6 %.*

Також розрахунок брутто-ставки i_S^{FVii} *знаходимо за допомогою формули (10.23):*

$$i_S^{FVii} = \frac{(1 + 3 \cdot 0{,}2) \cdot (1 + 0{,}12)^3 - 1}{3} = 0{,}416 = 41{,}6\%;$$

— *розрахунок майбутньої вартості з урахуванням знецінення грошей внаслідок інфляції, тобто розрахунок реальної майбутньої вартості за формулою (10.18):*

$$FVir = \frac{1000\ грн \cdot (1 + 3 \cdot 0{,}2)}{(1 + 0{,}12)^3} = 1139\ грн;$$

$FVir = 1139\ грн$ *означає, що в кінці третього року, витративши 1600 грн на товари, може бути куплений такий перелік товарів, за який за цінами початку фінансової операції треба було витратити 1139 грн;*

– *розрахунок реальної ставки* i_S^{FVir} *можемо знайти розв'язуванням рівняння:*

$$FVir = 1000\ грн \cdot (1 + 3 \cdot i_{реальна}) = 1139\ грн,$$

з якого $i_{реальна} = 0{,}0463$, *або, що одне й те саме* i_S^{FVir} = = *4,63 %;*

Також розрахунок реальної ставки i_S^{FVir} *знаходимо за допомогою формули (10.24):*

$$i_S^{FVir} = \frac{1}{3}\left[\frac{(1 + 3 \cdot 0{,}2)}{(1 + 0{,}12)^3} - 1\right] = 0{,}0463.$$

Приклад 10.3

Задача 1

При наданні кредиту необхідно забезпечити номінальну дохідність, що визначається простою обліковою ставкою 5 % річних. Кредит надано на півроку. Прогнозний індекс інфляції за півріччя становитеме 1,2. Розрахувати розмір облікової ставки, яка компенсує втрати від інфляції.

Розв'язання

Відповідно до умов задачі: n = 1/2, $d_S = 0{,}05$, $(1 + inf)^{n_{inf}} = 1{,}2.$

Проводимо розрахунок за формулою (10.25):

$$d_S^{FVii} = 2 \cdot \left[1 - \frac{(1 - 0{,}05 \cdot 1/2)}{1{,}2}\right] = 0{,}375 = 37{,}5\%.$$

Задача 2

Розрахувати реальну дохідність фінансової операції, якщо при рівні інфляції 3,5 % за місяць надається кредит на два роки за номінальною ставкою 50 % річних. Проценти нараховуються щоквартально.

Розв'язання

За умов задачі: $inf = 0{,}035$ *за місяць;* $i_C = 0{,}5$*;* $m = 4$*;* $N = 2$.

Розраховуємо реальну дохідність за формулою (10.30):

$$i_C^{FVir} = 4 \cdot \left[\sqrt[2 \cdot 4]{\frac{(1 + 0{,}5/4)^{2 \cdot 4}}{(1 + 0{,}035)^{24}}} - 1 \right] = 0{,}0587 = 5{,}87\%.$$

Задача 3

Визначити, яку реальну збитковість має фінансова операція, якщо при рівні інфляції 56 % за 1 рік капітал вкладається на один рік під номінальну ставку 40 % при щомісячному нарахуванні.

Розв'язання

Позначки відповідно до умов задачі: $inf = 0{,}56$ *за 1 рік;* $i_C = 0{,}4$*;* $m = 12$*;* $N = 1$.

Розраховуємо реальну збитковість за формулою (10.30):

$$i_C^{FVir} = 12 \cdot \left[\sqrt[12]{\frac{(1 + 0{,}4/12)^{12}}{(1 + 0{,}56)^{1}}} - 1 \right] = -0{,}051095 = -5{,}11\%.$$

Отже, така фінансова операція в результаті завдасть 5,11 % збитків.

10.4 Про формулу І. Фішера

Довідкова інформація

Фішер (Ірвінг) Ірвін (1867–1947) – американський економіст і статистик. Навчався в Йельському університеті і там же у 1893–1935 рр. викладав політичну економію. Отримав визнання завдяки працям з економіко-математичного аналізу, теорії грошового обігу та кредиту, теорії індексів. Прибічник кількісної теорії грошей. У своїй моделі ринкової рівноваги визнавав неминучість криз, але зводив їх до коливань кон'юнктури, які можна усунути змінюючи купівельну силу грошей та регулюючи їх кількість в обігу. Вважав, що абстрактна економічна теорія повинна базуватися на точному вимірі економічних процесів і явищ, підґрунтям яких є мотиви і поведінка підприємців.

У трактуванні І. Фішера класичний варіант кількісної теорії грошей характеризується рівнянням, яке у фінансах стали називати ***«рівнянням Фішера»:*** $M \cdot V = Q \cdot P$, *де* M *– кількість грошей в обороті;* V *– швидкість обігу грошей за певний період;* P *– середній рівень цін;* Q *– фізичний обсяг товарів і послуг, що реалізовані за цей період.*

Але, крім «рівняння Фішера» в українських фінансах існують інші формалізовані вирази, що пов'язані у назві з його прізвищем.

У джерелі [4, с. 231] читаємо: «Взаємозв'язок між номінальною ставкою процента та темпами інфляції одержав назву ***ефекту Фішера****. Залежність визначається за таким рівнянням:*

$$i = r + T, \qquad (10.36)$$

де i *— номінальна ставка процента (банківська);* r *— реальна ставка процента (купівельна спроможність);* T *— темп інфляції».*

В іншому джерелі [3, с. 106] така інформація: «...розрізняють ... реальну та номінальну процентні ставки. Остання є номінально встановленим банківським *процентом (i). Ця величина, скоригована на темп інфляції (π), становить реальну процентну ставку (i_r):*

$$i_r = i - \pi. \qquad (10.37)$$

*Рівняння (10.37), записане у формі $i = i_r + \pi$, називається **рівнянням Фішера**...».*

Досить поширеною є така розрахункова конструкція [9, с. 83–84]. «Задаємо річний темп інфляції (α) і просту річну ставку позичкового процента (i). Тоді для нарощеної суми FV, що перетворюється в умовах інфляції в суму $FV\alpha$, можна використовувати формулу

$$FV\alpha = PV(1 + i_\alpha).$$

Для даної суми ... можна записати ще одне співвідношення:

$$FV\alpha = PV(1+i)(1+\alpha),$$

а потім скласти рівняння еквівалентності, прирівнявши множники нарощення, на підставі того, що i_α — процентна ставка, яка враховує інфляцію:

$$(1 + i_\alpha) = (1 + i)(1 + \alpha),$$

з якого випливає, що

$$i_\alpha = i + \alpha + i \cdot \alpha. \qquad (10.38)$$

*Це відома **формула І. Фішера**. У ній сума $(\alpha + i \cdot \alpha)$ є величиною, яку потрібно додати до реальної ставки прибутковості для компенсації інфляційних втрат, і називається **інфляційною премією**».*

У наведеній ***довідковій інформації*** формули (10.36), (10.37), (10.38) мають різні назви: «***ефект Фішера», «рівняння Фішера», «формула І. Фішера»***. Може ці формули описують різні розрахунки? Ні, ці формули про одне й те саме: про співвідношення процентних ставок при врахуванні інфляції. Може вихідні умови, за яких працюють ці формули, відрізняються? Також ні. У цих формулах процентні ставки річні, показники, позначені різними позначками (T, π, α), ─ це показники темпу інфляції, і вони також річні. Строк, у межах якого функціонують ці формули, ─ 1 рік.

На наш погляд, це приклад термінологічної неузгодженості у вітчизняній навчальний, а від того, можливо, і в науковій літературі. Цілком доречно, на нашу думку, застосовувати термін **«рівняння Фішера»** до рівняння $\boldsymbol{M \cdot V = Q \cdot P}$, а до формул (10.36), (10.37), (10.38) ─ вираз **«формула Фішера».**

У контексті формул (10.36), (10.37), (10.38) є три особливості, на першу з яких майже у всіх навчальних джерелах загострюють увагу, а на другу і третю ще ніхто не звертав уваги.

Перша особливість. Порівнюючи формулу (10.38) з формулами (10.36) та (10.37), бачимо, що формули (10.36) та (10.37) «не беруть до уваги» складову, яка є у формулі (10.38), а саме доданок $(i \cdot \alpha)$. У формулах (10.36) та (10.37) для розрахунку процентної ставки, що враховує інфляцію, до величини процентної ставки без урахування інфляції додають величину рівня інфляції. Це може призвести до грубих помилок. Щоб показати, що формулами (10.36) та (10.37) можна користуватися, додають умову, що доданок практично не впливає на розрахунок при $\alpha \leq 6$ %. Отже, формули (10.36) та (10.37) дають прийнятний результат за таких умов: строк фінансової операції ─ 1 рік; ставки ─ річні; темп інфляції ─ річний та не перевищує 6 %, ─ і номінальна (банківська) ставка, за логікою розрахунку, теж не повинна бути великою. Формули (10.36), (10.37) мають дуже обмежене поле застосування. На цій підставі посилатися на них як на приклад чисельного врахування інфляції у фінансових розрахунках не є достатньо коректним.

Друга особливість стосується формули (10.38). На практиці, як це не парадоксально, формули у запису (10.38) не існує. Запис у вигляді (10.38): $i_\alpha = i + \alpha + i \cdot \alpha,$ ─ це макет формули, це ─ кліше, яке дуже нагадує формулу. **У**

практичних розрахунках використовують не одну, як помилково вважають, а **дві формули**, які за записом нагадують (10.38). Як уже наголошувалося, запис (10.38) виник із рівняння еквівалентності за умов: строк фінансової операції — 1 рік; ставки — річні; темп інфляції — річний. При застосуванні цих умов до формули (10.23) маємо

$$i_S^{FVii} = \frac{(1+i_S \cdot 1)\cdot(1+inf)^1 - 1}{1},$$

де i_S^{FVii} — проста процентна еквівалентна ставка (еквівалентна простій i_S та inf) для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін. Перетворюючи далі попереднє рівняння, одержуємо

$$i_S^{FVii} = i_S + inf + i_S \cdot inf. \tag{10.39}$$

Таку саму формулу одержуємо і при застосуванні «річних умов» до формули (10.27):

$$i_C^{FVii} = i_C + inf + i_C \cdot inf, \tag{10.40}$$

де i_C^{FVii} — складна процентна еквівалентна ставка (еквівалентна складній i_C та inf) для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін. Іншими словами, i_C^{FVii} — це складна процентна брутто-ставка.

Можемо зробити висновок, що для формул (10.39) та (10.40) за «річних умов» механізм нарахування процентів, — простий чи складний — не має значення, тобто формули (10.39) та (10.40) ідентичні. Також наголошуємо, що формули (10.39) та (10.40) дають розрахунок з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін. Якщо застосувати позначки процентних ставок інші, наприклад: i_H —

номінальна процентна ставка; $i_К$ — процентна ставка з урахуванням компенсації інфляції (брутто-ставка); α — темп інфляції, то формули (10.39) та (10.40) набирають вигляду

$$i_К = i_Н + \alpha + i_Н \cdot \alpha. \qquad (10.41)$$

Якщо застосувати рівняння еквівалентності за умов: строк фінансової операції — 1 рік; ставки — річні; темп інфляції — річний до формул реального знецінення грошей внаслідок інфляції — до формул (10.24) і (10.28) та позначити реальну ставку через $i_р$, то перетворені відносно $i_Н$ формули (10.24) та (10.28) матимуть такий вигляд:

$$i_Н = i_р + \alpha + i_р \cdot \alpha. \qquad (10.42)$$

Як бачимо, формули (10.41) та (10.42) в запису нагадують формулу (10.38), але тільки нагадують і тільки у формі запису. Формули (10.41) та (10.42) відрізняються. Формула (10.41) — це формула взаємозв'язку номінальної ставки $i_Н$ зі ставкою повної компенсації інфляційного зростання цін $i_К$, а формула (10.42) — це формула взаємозв'язку тієї самої номінальної процентної ставки $i_Н$ з реальною ставкою $i_р$. Цікавим є те, що у підручниках, як правило, подається одна з формул – або (10.41), або (10.42), але автори подають її у запису (10.38) і тому не помічають, що формул Фішера з використанням процентних ставок — дві. Наприклад: Н. І. Машина у посібнику [9, с. 84] виводить формулу з урахуванням «компенсації інфляційних утрат» $(i_К)$, тобто формулу (10.41), але номінальну ставку $(i_Н)$ називає реальною ставкою $(i_р)$, а це вже показник із формули (10.42).

Немає значення, чи були такі формули, мається на увазі формули (10.41) та (10.42), в теоретичних викладках Ірвіна Фішера, головне, що такі формули існують, працюють у практичних розрахунках і пропоную називати їх і надалі формулами Фішера.

Третя особливість ─ показник інфляційної премії. Показників інфляційної премії також два, відповідно до формул (10.41) та (10.42) :

─$(\alpha + i_H \cdot \alpha)$ ─ інфляційна премія, що збільшує номінальну ставку і, як результат, є інфляційною премією, що компенсує інфляційні втрати, отже, загалом ─ компенсаційна інфляційна премія;

─ $(\alpha + i_p \cdot \alpha)$─ інфляційна «премія», що характеризує розмір інфляційних втрат у межах нарощення за номінальною ставкою, з іншого боку, це ─ інфляційна премія, що збільшує реальну ставку до розміру номінальної ставки. По суті, цей показник некоректно називати «інфляційна премія», більш придатними є терміни «інфляційна втрата», «інфляційна знижка», «інфляційне знецінення». Узагальнена назва може бути такою: «реальна інфляційна втрата», або «реальне інфляційне знецінення».

І на завершення підрозділу 10.4 ще раз не завадить нагадати: формули Фішера характеризують вплив інфляції та застосовуються тільки в межах «річних умов», а саме: строк фінансової операції ─ 1 рік; ставки ─ річні; темп інфляції ─ показник за 1 рік.

Приклад 10.4

Задача 1

Знайти реальну процентну ставку, якщо номінальна ставка 26 %, а річний темп інфляції ─ 12 %. Якою повинна бути компенсаційна процентна ставка за цих самих умов.

Розв'язання

1. І із формули Фішера (10.42):

$i_H = i_p + \alpha + i_p \cdot \alpha$

знаходимо i_p:

$i_p(1+\alpha)+\alpha=i_н$, і тому

$$i_p=\frac{i_н-\alpha}{1+\alpha}=\frac{0{,}26-0{,}12}{1+0{,}12}=0{,}125=12{,}5\%;$$

Відповідь: *реальна процентна ставка* = 12,5 %.

2. Із формули Фішера (10.41):

$i_к=i_н+\alpha+i_н\cdot\alpha$ маємо

$i_к=$ 0,26 + 0,12 + 0,26·0,12 = 0,4112 = 41,12 %.

Відповідь: *компенсаційна процентна ставка* = 41,14 %.

Задача 2

Банк надає кредит строком на один рік. Сума кредиту 1000000 грн. Яку процентну ставку повинен установити банк, щоб забезпечити прибуток 12 %, якщо очікуваний темп інфляції за 1 рік 8,5 %. Яку суму поверне клієнт банку?

Розв'язання

Компенсаційна процентна ставка $i_к=i_н+\alpha+i_н\cdot\alpha$:

$$i_к=0{,}12+0{,}085+0{,}12\cdot0{,}085=0{,}2152.$$

Сума, яку поверне клієнт банку:

$$FV=1000000\cdot(1+0{,}2152)=1215200 \text{ грн.}$$

Відповідь: *банк повинен установити процентну ставку в розмірі 21,52 % та при застосуванні якої клієнт поверне банку 1215200 грн.*

Задача 3

Індекс інфляції за перше півріччя становив 1,08 %, за друге ─ 1,11 %. Визначити номінальну ставку, яку бажано встановити банку, щоб отримати реальну прибутковість 10 %.

Розв'язання

Індекс інфляції загалом за 1 рік: I =1,08 ·1,11 = 1,1988.

Річний рівень інфляції: $\alpha=I-1$ = 1,1988 ─1 = 0,1988.

Розмір номінальної ставки, який дає можливість отримати реальну прибутковість у розмірі 10 %:

$$i_H = i_p + \alpha + i_p \cdot \alpha;$$

$$i_H = 0{,}1 + 0{,}1988 + 0{,}1 \cdot 0{,}1988 = 0{,}3187 = 31{,}87\ \%.$$

Відповідь: *номінальна ставка дорівнює 31,87 %.*

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 10

На практиці найчастіше застосовують **дві моделі**, **два механізми** розрахунку індексів цін: **індекс Ласпейреса та індекс Пааше.**

Показник інфляції, який розраховується в Україні.

Індекс споживчих цін (*ІСЦ*) характеризує зміну (як правило, зростання) у певному проміжку часу (місяць, рік тощо) загального рівня цін **на товари і послуги, які купує населення для невиробничого особистого споживання.**

Показник інфляції, який розраховується в Україні.

Індекс цін виробників (*ІЦВ*) характеризує зміну в часі загального рівня цін **на засоби виробництва,** які купують підприємства для виробничого споживання.

Розраховується за моделлю індекса цін Ласпейреса.

Показник інфляції, який розраховується в Україні.

Дефлятор ВВП характеризує зміну в часі загального рівня цін **на всі товари і послуги**, які реалізовані кінцевим споживачам.

Розраховується за моделлю індекса цін Ласпейреса, але існує точка зору, що необхідно розраховувати за моделлю індекса цін Пааше.

Формула розрахунку майбутньої вартості грошових коштів з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін (нарахування процентів складне):

$$FVii = PV \cdot (1+i)^{n} \cdot (1+inf)^{n_{inf}}, \qquad (10.14)$$

де $FVii$ – майбутня вартість з урахуванням компенсації інфляційного зростання цін;

PV – початкова вартість у грошових одиницях;

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів n;

n – кількість періодів нарахування процентів упродовж часу (строку T) застосування ставки i; також у кожному з цих n періодів процентні ставки рівні між собою;

inf – темп інфляції у кожному з періодів n_{inf} за проміжок часу (строку T) застосування ставки i;

n_{inf} – кількість періодів інфляції, в кожному з яких темпи інфляції рівні між собою та дорівнюють inf і в сумі дорівнюють або не перевищують строк T;

T – строк фінансової операції.

Формула розрахунку майбутньої вартості грошових коштів при застосуванні простого нарахування процентів з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін:

$$FVii = PV \cdot (1+i \cdot n) \cdot (1+inf)^{n_{inf}}. \qquad (10.16)$$

Формула складного нарахування майбутньої вартості з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення:

$$FVir = \frac{PV \cdot (1+i)^{n}}{(1+inf)^{n_{inf}}}. \qquad (10.17)$$

Формула простого нарахування майбутньої вартості з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення:

$$FVir = \frac{PV \cdot (1+i \cdot n)}{(1+inf)^{n_{inf}}}. \qquad (10.18)$$

$$i_S^{FVii} = \frac{(1+i_S \cdot n)\cdot(1+inf)^{n_{inf}} - 1}{n}, \qquad (10.23)$$

де i_S^{FVii} – проста процентна еквівалентна ставка (еквівалентна простій i_S та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації інфляційного зростання (inf) цін.

Ставка i_S^{FVii} є скоригованою на рівень інфляції. Коригування відбувається шляхом збільшення майбутньої суми таким чином, що інфляційне знецінення повністю компенсується додатковою сумою грошей, і тому ставка i_S^{FVii} за розміром є завжди більшою за i_S.

Таку скориговану на інфляцію ставку у фінансовій літературі досить часто називають **брутто-ставкою**.

$$i_S^{FVir} = \frac{1}{n}\left[\frac{(1+i_S \cdot n)}{(1+inf)^{n_{inf}}} - 1\right], \qquad (10.24)$$

де i_S^{FVir} — проста процентна еквівалентна ставка (еквівалентна простій i_S та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення.

Ставка i_S^{FVir} має назву **реальної ставки**.

$$i_C^{FVii} = (1+i_C)\cdot \sqrt[n]{(1+inf)^{n_{inf}}} - 1, \qquad (10.27)$$

де i_C^{FVii} — складна процентна еквівалентна ставка (еквівалентна складній i_C та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням компенсації інфляційного зростання (inf) цін. Іншими словами, i_C^{FVii} — це **складна процентна брутто-ставка.**

$$i_C^{FVir} = \sqrt[n]{\frac{(1+i_C)^n}{(1+inf)^{n_{inf}}}} - 1, \qquad (10.28)$$

де i_C^{FVir} — складна процентна еквівалентна ставка (еквівалентна складній i_C та inf для розрахунку майбутньої вартості (FV) з урахуванням її (майбутньої вартості) інфляційного знецінення. Або, що одне й те саме, i_C^{FVir} — складна реальна процентна ставка, або **процентна ставка реальної дохідності** при складному нарахуванні процентів.

Якщо нарахування процентів декілька разів на рік (m), то маємо:

$$i_C^{FVii} = m \cdot \left[(1 + i_C/m) \cdot \sqrt[N \cdot m]{(1 + inf)^{n_{inf}}} - 1 \right]. \quad (10.29)$$

$$i_C^{FVir} = m \cdot \left[N \cdot m \sqrt{\frac{(1 + i_C/m)^{N \cdot m}}{(1 + inf)^{n_{inf}}}} - 1 \right]. \quad (10.30)$$

У практичних розрахунках використовують не одну, як помилково вважають, а **дві формули Фішера**, що записом нагадують одна одну.

Якщо застосувати такі позначки процентних ставок: i_H ─ номінальна процентна ставка; i_K ─ процентна ставка з урахуванням компенсації інфляції (брутто-ставка); α ─ темп інфляції, то формула Фішера набирає вигляду

$$i_K = i_H + \alpha + i_H \cdot \alpha. \quad (10.41)$$

Якщо застосувати рівняння еквівалентності за умов: строк фінансової операції ─ 1 рік; ставки ─ річні; темп інфляції ─ річний до формул реального знецінення грошей внаслідок інфляції ─ до формул (10.24) і (10.28) та позначити реальну ставку через i_p, то перетворені відносно i_H формули (10.24) і (10.28) є формулою Фішера, яка має такий вигляд:

$$i_H = i_p + \alpha + i_p \cdot \alpha. \quad (10.42)$$

Запитання для самостійної роботи

1. Визначення інфляції та її чинники.
2. Які відмінності механізмів розрахунку індексів цін за індексом Ласпейреса та індексом Пааше?
3. Індекс споживчих цін (*ІСЦ*) та способи його вимірювання.
4. Індекс цін виробників (*ІЦВ*), дефлятор ВВП, їх визначення та особливості їх вимірювання.
5. Рівень інфляції, індекс інфляції, їх розрахунок та взаємозв'язок.
6. Хто розраховує офіційні показники інфляції в Україні?
7. Як розраховується показник майбутньої вартості грошей з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін при механізмі простого нарахування процентів?
8. Як розраховується показник майбутньої вартості грошей з урахуванням повної компенсації інфляційного зростання цін при механізмі складного нарахування процентів?
9. Як проводиться розрахунок майбутньої вартості грошових коштів з урахуванням реального знецінення грошей внаслідок інфляційного зростання цін при механізмі складного нарахування процентів?
10. Як проводиться розрахунок майбутньої вартості грошових коштів з урахуванням реального знецінення грошей внаслідок інфляційного зростання цін при механізмі простого нарахування процентів?
11. Особливості розрахунку майбутньої вартості з урахуванням інфляційних показників при використанні облікових ставок.
12. Формула Фішера. Чому таких формул дві, а не, як вважалося раніше, одна?

Частина 4
ФІНАНСОВІ РОЗРАХУНКИ ПОКАЗНИКІВ ГРОШОВИХ ПОТОКІВ

Розділ 11 ГРОШОВІ ПОТОКИ

11.1 Загальне ознайомлення

Надходження та/або виплата грошових сум різними або рівними сумами впродовж обумовлених проміжків часу називається грошовим потоком. Проміжок часу, в межах якого відбувається надходження та/або виток грошових сум, має назву «період надходження» (внесення, вкладення, зняття тощо). Грошовий потік має свою вартість у часі, тобто вартість грошового потоку в кінці строку (*FV*) і вартість грошового потоку на початку строку (*PV*) мають певну грошову визначеність.

Модельна задача 5

У таблиці 1 надано такий грошовий потік.

Таблиця 1

Рік	1	2	3	4	5
Сума грошових одиниць	100	200	300	300	400

Зазначені суми ─ 100, 200, 300, 300, 400 грошових одиниць ─ надходять, наприклад, на депозитний рахунок, кожна у відповідному році. Розрахувати для даного потоку показники FV та PV для двох випадків: а) потік має місце на початку кожного року при i = 12 %; б) потік має місце наприкінці кожного року при i = 15 % .

Стратегія розв’язання модельної задачі 5

При розрахунку вартостей *FV* або *PV* грошового потоку запам’ятайте таке: **РОЗРАХУНОК** *FV* або *PV* **ПРОВОДИТЬСЯ** ДЛЯ КОЖНОЇ СУМИ ВКЛАДУ, ТОБТО ДЛЯ КОЖНОЇ ІЗ ВКЛАДЕНИХ СУМ ГРОШОВИХ ОДИНИЦЬ ─ **ОКРЕМО**.

Якщо Ви визначаєте *FV* наданого в задачі грошового потоку, то спочатку знаходите *FV* для суми (для вкладу) 100 грош. од., потім *FV* для суми (для вкладу) 200 грош. од., потім для суми (для вкладу) 300 грош. од. та далі для кожної із сум грошового потоку. Аналогічним чином розраховується і показник *PV* грошового потоку. Спочатку знаходите *PV* для суми 100 грош. од., потім *PV* для суми 200 грош. од. і так далі *PV* для інших сум грош. од.

РОЗРАХОВАНІ **ОКРЕМІ ВАРТОСТІ** *FV* АБО *PV* кожної із сум грошових одиниць (кожного вкладу), що входять у грошовий потік, **ПІДСУМОВУЮТЬСЯ**.

Розв'язання модельної задачі 5

Випадок а) ─ потік має місце на початку року.

Випадок а) можна відобразити рисунком (рис. 11.1):

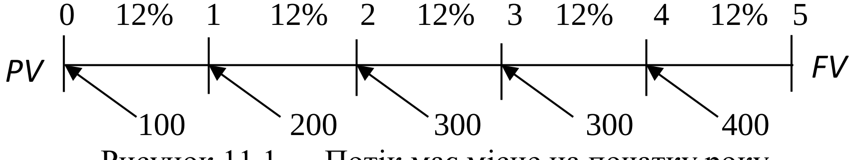

Рисунок 11.1 ─ Потік має місце на початку року

На рис. 11.1 точка 0 позначає початок першого року. Точка 1 позначає кінець 1-го року й початок 2-го року. Точка 2 означає кінець 2-го року й початок 3-го року і так далі. Сума 100 грош. од. надійшла на рахунок на початку 1-го року, сума 200 грош. од. ─ на початку 2-го року. Наступні суми ─ на початку кожного з відповідних років. У цьому й полягає суть фрази «потік має місце на початку року». Відповідно до умови задачі процентна ставка *i* річна та дорівнює 12 %. Нарахування процентів складне (за неоголошеним правилом). Період нарахування (за неоголошеним правилом) ─ 1 рік (щорічне нарахування процентів).

Майбутня вартість *FV* цього грошового потоку дорівнює сумі майбутніх вартостей кожного з вкладів (у грошових одиницях):

$$FV = 100\cdot(1+0{,}12)^5 + 200\cdot(1+0{,}12)^4 + 300\cdot(1+0{,}12)^3 + 300\cdot(1+0{,}12)^2 + 400\cdot(1+0{,}12)^1 = 1736{,}74 \text{ (грош. од.)}.$$

Поточна, теперішня вартість, PV грошового потоку дорівнює сумі поточних вартостей кожного з вкладів (у грошових одиницях):

$$PV = \frac{400}{(1+0{,}12)^4} + \frac{300}{(1+0{,}12)^3} + \frac{300}{(1+0{,}12)^2} + \frac{200}{(1+0{,}12)^1} + \frac{100}{(1+0{,}12)^0} = 985{,}51.$$

Випадок б) ─ потік має місце наприкінці року.

Випадок б) можна відобразити рисунком (рис. 11.2):

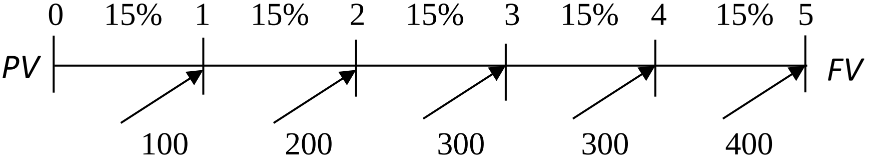

Рисунок 11.2 ─ Потік має місце в кінці року

На рис. 11.2 точка 0 позначає початок першого року. Точка 1 позначає кінець 1-го року й початок 2-го року. Точка 2 позначає кінець 2-го року й початок 3-го року й тощо. Сума 100 грош. од. надійшла на рахунок наприкінці 1-го року, сума 200 грош. од. ─ наприкінці 2-го року. Наступні суми ─ наприкінці кожного з відповідних років. У цьому і є суть фрази «потік має місце наприкінці року». Відповідно до умови задачі процентна ставка *i* річна та дорівнює 15 %. Нарахування процентів складне. Період нарахування ─ 1 рік.

Як уже зазначалося, майбутня вартість *FV* цього грошового потоку дорівнює сумі майбутніх вартостей кожного з вкладів (у грошових одиницях):

$FV = 100 \cdot (1+0,15)^{4} + 200 \cdot (1+0,15)^{3} + 300 \cdot (1+0,15)^{2} +$
$+ 300 \cdot (1+0,15)^{1} + 400 \cdot (1+0,15)^{0} = 1597,63$ (грош. од).

Поточна вартість *PV* цього грошового потоку дорівнює сумі поточних вартостей кожного з вкладів (у грошових одиницях):

$$PV = \frac{400}{(1+0,15)^5} + \frac{300}{(1+0,15)^4} + \frac{300}{(1+0,15)^3} +$$
$$+ \frac{200}{(1+0,15)^2} + \frac{100}{(1+0,15)^1} = 805,84$$

Відповідь: якщо потік має місце на початку року (випадок а), *FV* = 1736,74 грош. од., *PV* = 985,51 грош. од.; якщо потік має місце наприкінці року (випадок б), *FV* =1597,63 грош. од., *PV* = 805,84 грош. од.

11.2 Основні визначення теорії грошових потоків

Одним із основних напрямків фінансових розрахунків є оцінка грошового потоку (*cash flow, cash of payments, cash flows stream*).

Грошовий потік, його ще називають **потоком платежів**, — це послідовність, ряд грошових надходжень та/або видатків визначеного розміру у зазначені моменти часу, у які їх здійснюють.

Визначення фінансової термінології

У фінансах до цього часу не існує однозначності при визначенні термінів «фінансова рента» та «ануїтет». Навіть слово «ануїтет» українською мовою пишуть подвійно: у Бакаєва [1], Долінського [6] та інших — «ануїтет», у Машиної [9] та інших — «аннуітет», або «ануітет». Звісно, це питання філології, а ми повернемося до проблеми фінансової визначеності термінів «фінансова рента» та «ануїтет».

У Четиркіна [15, с. 94–95] читаємо: «Поток платежей, все члены которого — положительные величины, а временные интервалы между платежами *одинаковы, называют финансовой рентой, или просто рентой (rent). ... Иногда ... поток платежей называют аннуитетом (annuity), что, строго говоря, применимо только к ежегодным выплатам.»* *Такої ж думки дотримується Долінський [6, с. 31–32]. «Фінансова рента ─ потік послідовних додатних платежів, здійснюваних через однакові проміжки часу». «Річну ренту (ренту, за якою платежі здійснюють щорічно) ще називають ануїтетом. У деяких економічних виданнях терміни «рента» та «ануїтет» використовують як синоніми. Проте між цими дуже близькими за змістом поняттями існує одна відмінність, оскільки ануїтет ─ завжди річний платіж». У наданих визначеннях розмір платежів не оговорюється, оговорюються тільки проміжки часу між платежами, які «однакові».*

Інша точка зору: «фінансова рента» та «ануїтет» ─ терміни-синоніми. Ковальов, Уланов [7, с. 187] пояснюють так: «Одним из ключевых понятий в финансовых и коммерческих расчетах является понятие аннуитета (annuity). ... Аннуитет представляет собой частный случай денежного потока, а именно ─ это поток, в котором длительности всех периодов равны между собой. ... Исторически вначале рассматривались ежегодные (период равен одному году) денежные поступления, что послужило основой для названия «аннуитет» (так как год на латинском языке ─ anno). В дальнейшем, в качестве периода стал выступать любой промежуток времени при сохранении прежнего названия. Аннуитет ещё называют финансовой рентой, или просто рентой». Також, що «фінансова рента» та «ануїтет» терміни-синоніми, вважає і Кутуков [8, с. 59]: «Наиболее простой пример потока платежей ─ финансовая рента. Поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы между двумя последовательными платежами постоянны, называют финансовой рентой, или *аннуитетом (от annuity ─ ежегодный) вне зависимости от происхождения этих платежей, их назначения и целей». Н. І. Машина визначає [9, с. 52]: «Регулярні потоки (потоки називаються регулярними, якщо надходження коштів відбуваються через рівні проміжки часу) називаються ... рентами, або аннуітетами».*

Звертаємо увагу, що у попередніх визначеннях (Четиркіна, Долінського, Ковальова, Уланова, Кутукова, Машиної) спільним є подання визначень, в яких за основу береться рівність проміжків часу між вкладами або виплатами.

Медведєв взагалі термін «рента» не вживає. У нього при розгляді грошових потоків фігурує лише термін «аннуитет ─ російською». Медведєв [10, с. 57] дає таке визначення: «Аннуитет ─ это последовательность периодических платежей, обычно одинаковых (сделанных через одинаковые промежутки времени).... Первоначально слово «аннуитет» относилось только к ежегодным платежам, но современное использование этого термина может предусматривать и интервалы платежа любой продолжительности». Але у наведеному визначенні за основу береться не рівність проміжків часу між послідовністю періодичних платежів, а «...послідовність періодичних платежів, зазвичай однакових...», тобто термін «ануїтет», за Медведєвим, ─ в першу чергу характеристика платежів, а уже в другу чергу ─ часових інтервалів між платежами. У даному випадку Медведєв абсолютно правий.

Коли давали версію визначеності терміна «ануїтет» із використанням латиномовного значення цього терміна, звернули увагу на першу частину, яка, дійсно, означає «рік». Але термін «ануїтет» не означає в першу чергу часову характеристику. У першу чергу це платежі, внески, грошові суми тобто ─ це виплати за 1 рік, річні внески. Якщо брати мовне латинське тлумачення найбільш *близьким до терміна «ануїтет», є латинське слово «аппиит», у множині «аппиа», які означають річне(і) грошове(і) забезпечення, річне(і) грошове(і) утримання тощо.*

Отже, відносно грошового потоку, термін «ануїтет» означає перш за все суми грошей (надходження або виплати), і саме рівні суми грошей (рівні суми надходжень або виплат), і разом із тим передбачає рівні періоди вкладання між надходженнями або рівні періоди між виплатами.

Якщо взяти до уваги доводи, наведені у попередньому матеріалі за рубрикою «*Визначення фінансової термінології»,* то зрозумілими і термінологічно обґрунтованими є такі визначення.

Грошовий потік, його ще називають **потоком платежів**, **—** це послідовність, це ряд різних за сумами грошових надходжень та/або витрат у будь-які зазначені моменти часу, у які їх здійснюють, тобто проміжки часу між надходженнями (витратами), не рівні між собою.

Таке визначення є загальним для потоку грошей, потоку платежів. Через загальне визначення одержуємо інші визначення.

Фінансова рента, або **рента**, **—** це грошовий потік (потік платежів), в якому часові проміжки між вкладами (виплатами) рівні між собою, а суми вкладів (виплат) різні.

Ануїтет — це фінансова рента, в якій суми вкладів (виплат) рівні між собою.

Визначення ануїтету можна зробити не через визначення ренти, а через загальне визначення грошового потоку (потоку платежів).

Ануїтет — це грошовий потік (потік платежів), в якому часові проміжки між вкладами (виплатами) рівні між собою і суми вкладів (виплат) рівні між собою та ще й здійснюються всі в одному напрямку, або як внески (вклади), або як видатки (виплати, витоки).

<u>Визначення фінансової термінології (продовження)</u>

Запропоноване вище розмежування та зв'язок у визначеннях термінів «грошовий потік», «фінансова рента» та «ануїтет» наведено вперше. Використовуючи ці визначення, стає зрозумілим, в яких випадках у сучасній науковій та навчальній літературі терміни «фінансова рента» та «ануїтет» є синонімами по суті, а в яких випадках вони відрізняються. За визначенням, ануїтет є окремим (часним) випадком фінансової ренти, яка, в свою чергу, є часним (окремим) варіантом більш загального за визначенням грошового потоку. У визначенні Бакаєва [1, с. 18] маємо: «Ряд послідовних фіксованих платежів, здійснюваних через рівні проміжки часу, називають фінансовою рентою або ануїтетом». У цьому визначенні звернемо увагу на слово ─ «... фіксованих ...». Отже, якщо розуміти фразу: «Ряд послідовних ***фіксованих*** *платежів…» так: «Ряд послідовних* ***рівних між собою (однакових)*** *платежів…», то це визначення ануїтету. Якщо розуміти фразу: «Ряд послідовних* ***фіксованих*** *платежів…» по-іншому, а саме: «Ряд послідовних* ***не рівних між собою (неоднакових)*** *платежів…», проте фіксованих певними умовами, то це визначення фінансової ренти. Зазначене визначення Бакаєва є не однозначним стосовно розміру платежів і тому сполучник «або» є доречним. Але далі за текстом у Бакаєва мова йде лише про ануїтети.*

Повертаючись до модельної задачі 5, можемо констатувати, що це грошовий потік у вигляді фінансової ренти тому, що часові проміжки між вкладами рівні між собою, а суми вкладів ─ різні.

Загалом у фінансах прийняті такі терміни. Якщо надходження здійснюються на початку періодів, то потік називається **авансовим** потоком, або ПОТОКОМ (рентою) ПРЕНУМЕРАНДО (*prenumerando*) ─ випадок а) у модельній задачі 5, якщо наприкінці періодів ─ **звичайним** потоком або ПОТОКОМ (рентою) ПОСТНУМЕРАНДО (*postnumerando*) ─ випадок б) у модельній задачі 5. Якщо в грошовому потоці всі надходження рівні й надходять через рівні проміжки часу, то такий грошовий потік називається ─ АНУІТЕТОМ або АНУЇТЕТОМ. Звичайно, ануїтет відповідно до часу надходження вкладу може бути АНУЇТЕТОМ ПРЕНУМЕРАНДО (авансовим), (*annuity due*) або АНУЇТЕТОМ ПОСТНУМЕРАНДО (звичайним), *(ordinary annuity)*.

Якщо строк дії ануїтету обмежений, ануїтет називається строковим, якщо надходження здійснюються невизначено довго, ануїтет називається безстроковим, або ПЕРПЕТУЇТЕТОМ (*perpetuity*). Знаючи нову фінансову термінологію, сформулюємо наступну задачу «по-новому».

Приклад 11.1

Задача

Дано ануїтет пренумерандо. Внески ─ 500 грн. Періодичність надходження внесків ─ кожні півроку. Строк ─ 3 роки. Процентна ставка ─ 20 %. Визначити вартість внесків у кінці 3-го року.

Стратегія розв'язання

За умовою задачі внесків по 500 грн – 6 (надходження кожні півроку впродовж 3 років). Кожні 500 грн вносили на початку відповідного півріччя.

Механізм вкладання подано на рис. 11.3. Процентна ставка – річна. Нарахування процентів – щороку.

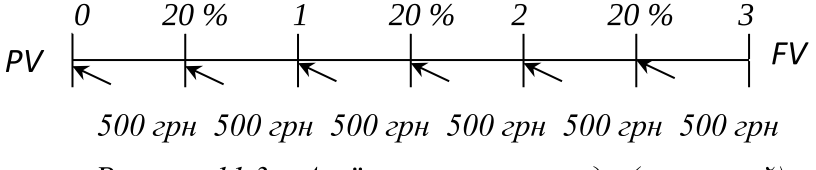

Рисунок 11.3 – Ануїтет пренумерандо (авансовий)

Розв'язання задачі

$FV = 500\cdot(1+0,2)^{3} + 500\cdot(1+0,2)^{2,5} + 500\cdot(1+0,2)^{2} +$
$+500\cdot(1+0,2)^{1,5}+500\cdot(1+0,2)^{1} + 500\cdot(1+0,2)^{0,5}=500\cdot(1+0,2)^{3} +$

$+500\cdot(1+0,2)^2\cdot(1+0,2\cdot0,5)+500\cdot(1+0,2)^2+500\cdot(1+0,2)^1\cdot$
$\cdot(1+0,2\cdot0,5)+500\cdot(1+0,2)^1+500\cdot(1+0,2)^0\cdot(1+0,2\cdot0,5)=4186$грн.

***Відповідь:** майбутня вартість ануїтету пренумерандо 500 грн, вкладених кожні півроку впродовж 3 років при ставці 20 %, дорівнює 4186 грн.*

Бажано **ЗАПАМ'ЯТАТИ:** в задачі прикладу 11.1 надходження внесків – КОЖНІ ПІВРОКУ, а нарахування процентів – ЩОРОКУ. Будь ласка, надалі, не плутайте вирази**:** ПЕРІОД НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ та ПЕРІОД ВКЛАДАННЯ ВНЕСКІВ.

Розрахунок показників *FV* і *PV* грошових потоків, у тому числі фінансової ренти й ануїтетів, проводиться за формулами, що мать загальний характер:

$$FV=\sum_t PV_t\cdot(1+i)^{n_t}\ , \qquad (11.1)$$

$$PV=\sum_t \frac{FV_t}{(1+i)^{n_t}}\, , \qquad (11.2)$$

де PV_t – сума надходження або видатку (вкладання на рахунок або вилучення з рахунку) t – го надходження (вилучення);

FV_t – сума надходження або видатку (вкладання на рахунок або вилучення з рахунку) t – го надходження (вилучення);

t – порядковий номер надходження (вилучення) грошової суми PV_t або FV_t грошового потоку;

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів n_t;

n_t – кількість періодів нарахування процентів, у кожному з яких процентна ставка дорівнює i для відповідного PV_t або FV_t .

Бажано **ЗАПАМ'ЯТАТИ:** у формулах (11.1) і (11.2) ЗНАК СУМИ **Σ** МАЄ АЛГЕБРАЇЧНЕ ЗНАЧЕННЯ, тобто якщо внески, надходження, взяти зі знаком «+», то вилучення, зняття, береться зі знаком «–».

Уявлення про грошові потоки в їх різноманітності дають їх описання та класифікація. За основу опису та класифікації візьмемо класифікацію Долінського [6, с. 32–33] з деякими нашими змінами та доповненнями.

Кожний грошовий потік описується такими **параметрами**:

– членом грошового потоку – величиною кожного окремого платежу;

– періодом грошового потоку – проміжком часу між двома послідовними платежами;

– строком грошового потоку – часом від початку першого періоду грошового потоку до кінця останнього періоду;

– ставкою процента (ставкою дохідності) – використовується у разі нарощення або дисконтування платежів, з яких складається грошовий потік;

– механізмом нарахування процентів (простий, складний чи безперервний).

Для окремих видів грошових потоків розраховуються або зазначаються додаткові параметри:

─ кількість платежів у році;

─ частота нарахування процентів тощо.

Узагальнювальні показники для будь-яких видів грошових потоків – це нарощена (майбутня) вартість і теперішня (поточна) величина грошового потоку.

Нарощена сума грошового потоку (*FV*) – це сума всіх членів грошового потоку з нарахованими на них процентами на кінець строку.

Теперішня величина грошового потоку (*PV*) – це сума всіх членів грошового потоку, продисконтованих на початку його строку. Цю величину можуть називати **капіталізованою ціною ренти (ануїтету)**.

Крім зазначених показників, розглянемо методи розрахунку строку потоку і розміру періодичного платежу.

Класифікацію видів грошових потоків наведено в табл. 11.1.

Таблиця 11.1 – Класифікація грошових потоків

Ознака класифікації	Вид грошового потоку
Періодичність платежів	Річні (платіж один раз за рік); *p*-термінові (*p* платежів за рік)
Частота платежів	Дискретні; безперервні
Проміжки між платежами (для дискретних платежів)	Рівні між собою (регулярні) – це ознака як для ренти, так і для ануїтету; не рівні між собою (нерегулярні)
Величина членів грошового потоку	Постійні (з однаковими членами) – це одна з ознак ануїтету; змінні (з різними членами) – це одна з ознак фінансової ренти
Кількість членів, платежів	Обмежені (з кінцевою кількістю членів, платежів); необмежені (вічні)
Обов'язковість платежу	Умовні (кількість членів наперед не відома, оплачуються згідно з умовою); безумовні, правильні (обов'язково оплачуються)
Момент платежу	Звичайні – постнумерандо (платежі в кінці періодів платежів); авансові – пренумерандо (платежі на початку періодів платежів)

Надалі будемо користуватися позначками:

P – сума платежу, внеску, плати, сума надходжень або виплат (від англ. *pay, payment*);

T – строк грошового потоку;

k – кількість платежів (виплат) P упродовж строку T;

p – кількість платежів P у році;

i – процентна ставка;

d – облікова ставка;

n – кількість періодів нарахування (дисконтування) процентів;

m – кількість нарахувань (дисконтувань) процентів у році;

N – кількість років.

У навчальній літературі, в якій автори розглядають грошові потоки і формулюють їх визначення як фінансову ренту, при виведенні формул розрахунку завжди надають формули розрахунку тільки для ануїтетів. Автори (наприклад, Четиркін [15], Долінський [6], Мелкумов [11]) в назвах пунктів підручників повідомляють про розрахунок рент, а в тексті пунктів мова йде про ануїтети. Такий факт намагалася пояснити Машина [9, с. 54]: «Вивести зручні формули для розрахунків можна тільки для потоків з постійними членами і конкретними умовами нарахування процентів». Потік «…з постійними членами…» – це одна із ознак ануїтету. Про іншу ознаку ануїтету Машина у наведеному поясненні не згадує, і тому більш повним буде таке пояснення: «Вивести зручні формули для розрахунків можна тільки для потоків із постійними розмірами платежів (виплат) і рівними проміжками часу між ними за наявності інших конкретних умов нарахування процентів». Іншими словами, **при розрахунку грошових потоків виводимо формули для ануїтетів.**

11.3 Майбутня та теперішня вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо)

Розрахунки майбутньої та теперішньої вартостей ануїтету, платежі якого здійснюються в кінці періодів платежів, тобто ануїтету постнумерандо, проілюструємо прикладом 11.2.

Приклад 11.2

Задача

Дано ануїтет постнумерандо. Внески — 500 грн. Періодичність надходження внесків — кожен рік. Строк — 5 років. Процентна ставка — 20 %. Визначити FV і *PV ануїтету постнумерандо.*

Стратегія розв'язання

За умовою задачі вкладали 5 разів по 500 грн (вкладання кожен рік впродовж 5 років). Кожні 500 грн вкладали в кінці відповідного року.

Механізм вкладання подано на рис. 11.4. Процентна ставка – річна. Нарахування процентів – щороку.

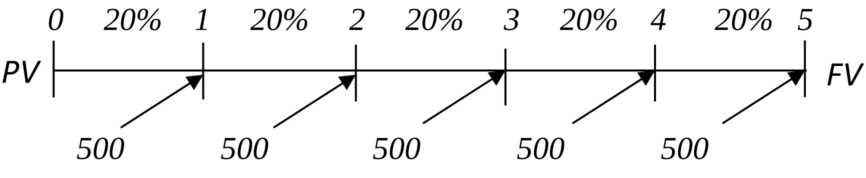

Рисунок 11.4 – Ануїтет постнумерандо (звичайний)

Розв'язання задачі

$FV = 500 \cdot (1+0,2)^4 + 500 \cdot (1+0,2)^3 + 500 \cdot (1+0,2)^2 + + 500 \cdot (1+0,2)^1 + 500 \cdot (1+0,2)^0 = 3720,8$ *(грн).*

$$PV = \frac{500}{(1+0,2)^5} + \frac{500}{(1+0,2)^4} + \frac{500}{(1+0,2)^3} +$$

$$+ \frac{500}{(1+0,2)^2} + \frac{500}{(1+0,2)^1} = 1495,3(грн).$$

Відповідь: *майбутня вартість ануїтету постнумерандо 500 грн, вкладених кожний рік упродовж 5* *років при ставці 20 % дорівнює 3720,8 грн; поточна вартість ануїтету постнумерандо дорівнює 1495,3 грн.*

Як бачимо з прикладу 11.2, при розрахунку майбутньої вартості ануїтету постнумерандо кожний окремий внесок P «обростає» різними процентами залежно від періоду, в якому він надійшов. На перший внесок нараховуються проценти, і внесок збільшується за коефіцієнтом $(1+i)^n$, наступний внесок «зростає» на $(1+i)^{n-1}$, наступний за ним ─ на $(1+i)^{n-2}$ і так далі. Останній ─ на $(1+i)^0$, а за правилами математики будь-яке число у нульовому степені дорівнює одиниці, отже, $(1+i)^0 = 1$. Розрахунок майбутньої вартості за формулою (12.1) у загальній формі має вигляд:

$$FV = P(1+i)^n + P(1+i)^{n-1} + P(1+i)^{n-2} + \ldots + P.$$

Винесемо показник P за дужки, а члени в дужках перепишемо у зворотному порядку:

$$FV = P \cdot [1 + (1+i)^1 + \ldots + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n].$$

Вираз у квадратних дужках являє собою геометричну прогресію з першим членом «1» і знаменником $(1+i)$.

Додаткова інформація

Геометричною прогресією є послідовність чисел, в якій відношення між наступними та попередніми членами є незмінним. Це незмінне відношення має назву знаменника прогресії. Сума членів геометричної прогресії S_k розраховується за формулою

$$S_k = \frac{a_1 \cdot (q^k - 1)}{(q-1)}; \qquad (11.3)$$

де a_1 ─ перший член прогресії;
q ─ знаменник прогресії;
k ─ кількість членів прогресії.

Тоді суму членів ряду, що в квадратних дужках, записуємо так: $\dfrac{(1+i)^k-1}{(1+i)-1}=\dfrac{(1+i)^k-1}{i}$. Цей показник є коефіцієнтом нарощення ануїтету постнумерандо (звичайного ануїтету). Він показує, у скільки разів нарощена сума (майбутня вартість) більша за перший член ануїтету.

11.3.1 Період внесення платежів співпадає з періодом нарахування процентів

Беручи до уваги попередні міркування, формула розрахунку майбутньої вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо ─ позначки *a* і *pst*) є такою:

$$FV_{pst}^{a}=P\cdot\frac{(1+i)^k-1}{i}. \tag{11.4}$$

Проведення подібних перетворень для розрахунку поточної вартості (за прикладом 11.2 та із застосуванням формули (11.2)) дає формулу розрахунку теперішньої вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо):

$$PV_{pst}^{a}=P\cdot\frac{1-(1+i)^{-k}}{i}. \tag{11.5}$$

Нагадаємо, що знак «мінус» при показнику степеня означає що це дріб, в чисельнику якого ─ одиниця, а в знаменнику ─ число в даному степені, але вже без знака «мінус». Запишемо формулу (11.5) без позначки «мінус» в степені, позначимо її через (11.5*) та зауважимо, що формули (11.5) та (11.5*) ─ абсолютно ідентичні:

$$PV_{pst}^{a}=P\cdot\frac{1-\dfrac{1}{(1+i)^k}}{i}. \tag{11.5*}$$

Формули (11.4) та (11.5) можуть бути записані з використанням позначки N:

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{N} - 1}{i}; \qquad (11.4^*)$$

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-N}}{i}. \qquad (11.5^{**})$$

Зрозуміло, що у разі $k = N$, формули (11.4) та (11.4*) по суті не відрізняються, як не відрізняються формули (11.5), (11.5*) та (11.5**). Згадка про таку однозначність потрібна тому, що в розрахунках існують різні форми запису.

Перевіримо використання формул (11.4) та (11.5) їх застосуванням в задачі прикладу 11.2.

Приклад 11.2 (продовження)

Задача

Ця задача в позначках може мати такий запис. Дано ануїтет постнумерандо. P = 500 грн, T = 5 років, k = 5, i = 20 %. Визначити FV і *PV ануїтету постнумерандо .*

Розв'язання задачі

Для розрахунку майбутньої вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо) застосовуємо формулу (11.4):

$$FV_{pst}^{a} = 500\,грн \cdot \frac{(1+0{,}2)^{5} - 1}{0{,}2} = 3720{,}8\,грн.$$

Для розрахунку поточної вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо) застосовуємо формулу (11.5) у записі (11.5):*

$$PV_{pst}^{a} = 500\,грн \cdot \frac{1 - \dfrac{1}{(1+0{,}2)^{5}}}{0{,}2} = 1495{,}3\,грн.$$

Приклад 11.2 показує що розрахунки за формулами (11.1), (11.2) та формулами (11.4), (11.5) дають один і той самий результат, але формули (11.1), (11.2) можуть застосовуватися для будь-якого грошового потоку, а формули (11.4), (11.5) ─ тільки для ануїтетів.

У формул (11.4), (11.5) є ще одне суттєве обмеження. Ці формули використовуються тільки тоді, коли період нарахування процентів збігається з періодом внесення платежів. Іншими словами, якщо платежі один раз на рік і нарахування річне; якщо платежі кожного півріччя і нарахування процентів за півріччями; якщо платежі щоквартальні і нарахування процентів щоквартальне і т. д., то тільки в таких випадках формули (11.4) та (11.5) дадуть правильний результат.

11.3.2 Внесення платежів один раз на рік із *m*-разовим нарахуванням процентів у році

Розрахунок річного ануїтету постнумерандо з m-разовим нарахуванням процентів у році. У цьому випадку нарахування процентів у кожному з періодів нарахування процентів буде проводитися за ставкою i/m, де i ─ номінальна (річна) процентна ставка. Нарахування процентів ─ складне. Розрахунок нарощеної суми буде виконуватися за формулою

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+\frac{i}{m})^{N \cdot m} - 1}{(1+\frac{i}{m})^{m} - 1}. \qquad (11.6)$$

Розрахунок суми поточної вартості виконується за формулою

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-N \cdot m}}{(1+\frac{i}{m})^{m} - 1}. \qquad (11.7)$$

Формули (11.6), (11.7) можуть мати інший вигляд, якщо взяти до уваги, що $N \cdot m = k$.

11.3.3 Внесення платежів *p* разів за рік із нарахуванням процентів один раз на рік

Розрахунок *p*-термінового (*p*-строкового, *p*-разового) ануїтету постнумерандо при нарахуванні складних процентів один раз на рік (m = 1):

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{N} - 1}{(1+i)^{1/p} - 1}; \quad (11.8)$$

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p} - 1}. \quad (11.9)$$

11.3.4 Внесення платежів *p* разів на рік із *m*-разовим нарахуванням процентів у році

Розрахунок *p*-разового ануїтету постнумерандо при нарахуванні складних процентів *m*-разів на рік за умови, що $p \neq m$:

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+\frac{i}{m})^{N \cdot m} - 1}{(1+\frac{i}{m})^{m/p} - 1}; \quad (11.10)$$

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-N \cdot m}}{(1+\frac{i}{m})^{m/p} - 1}. \quad (11.11)$$

Якщо $m=p$, використовувати формули (11.4), (11.5) .

11.4 Майбутня та теперішня вартості авансового ануїтету (ануїтету пренумерандо)

11.4.1 Період внесення платежів збігається з періодом нарахування процентів

Якщо задано ануїтет пренумерандо, тобто платежі здійснюються на початку кожного періоду, то число нарахування процентів буде на один період більше, тому

$$FV_{pre}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{k} - 1}{i} \cdot (1+i); \qquad (11.12)$$

$$PV_{pre}^{a} = P \cdot (1+i) \cdot \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}. \qquad (11.13)$$

Пам’ятаємо, що замість показника *k* може бути записаний показник *N*.

11.4.2 Внесення платежів один раз на рік із *m*-разовим нарахуванням процентів у році

Розрахунок річного ануїтету пренумерандо з *m*-разовим нарахуванням процентів у році. Механізм виникнення формул той самий, тобто число нарахування процентів буде в *m* разів більше, і тому формули набирать вигляду

$$FV_{pre}^{a} = P \cdot (1+\frac{i}{m})^{m} \cdot \frac{(1+\frac{i}{m})^{N \cdot m} - 1}{(1+\frac{i}{m})^{m} - 1}. \qquad (11.14)$$

Розрахунок суми поточної вартості виконується за формулою

$$PV_{pre}^{a} = P \cdot (1+\frac{i}{m})^{m} \cdot \frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-N \cdot m}}{(1+\frac{i}{m})^{m} - 1}. \qquad (11.15)$$

Нагадуємо, замість показника $N \cdot m$ може бути показник *k*.

11.4.3 Внесення платежів *p* разів за рік із нарахуванням процентів один раз на рік

Розрахунок *p*-разового ануїтету пренумерандо при нарахуванні складних процентів один раз на рік (*m* = 1):

$$FV_{pre}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{N} - 1}{(1+i)^{1/p} - 1} \cdot (1+i)^{1/p}; \qquad (11.16)$$

$$PV_{pre}^{a} = P\cdot(1+i)^{1/p}\cdot\frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p}-1}. \qquad (11.17)$$

11.4.4 Внесення платежів *p* разів на рік із *m*-разовим нарахуванням процентів у році

Розрахунок *p*-разового ануїтету пренумерандо при нарахуванні складних процентів *m* разів на рік за умови, що $p \neq m$:

$$FV_{pre}^{a} = P\cdot\frac{(1+\frac{i}{m})^{N\cdot m}-1}{(1+\frac{i}{m})^{m/p}-1}\cdot(1+\frac{i}{m})^{m/p}; \qquad (11.18)$$

$$PV_{pre}^{a} = P\cdot(1+\frac{i}{m})^{m/p}\cdot\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-N\cdot m}}{(1+\frac{i}{m})^{m/p}-1}. \qquad (11.19)$$

Якщо $m = p$, використовувати формули (11.12), (11.13).

11.5 Майбутня та теперішня вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо) при використанні облікової ставки

Формули (11.4) – (11.19) дають можливість оцінювати ануїтети постнумерандо та пренумерандо, в яких використовується процентна ставка, або, що одне й те саме, ануїтети, до яких застосовується декурсивне нарахування процентів. Тепер розглянемо антисипативне нарахування процентів.

11.5.1 Період платежів збігається з періодом дисконтування процентів

При антисипативному методі нарахування процентів, що передбачає використання облікової ставки *d*, та за складної схеми нарахування процентів, грошовий потік (при m = 1, p = 1) при його розміщенні в числовий ряд, починаючи з останнього грошового надходження, має вигляд

$$P, \frac{P}{1-d}, \frac{P}{(1-d)^2}, \frac{P}{(1-d)^3}, \ldots, \frac{P}{(1-d)^{N-1}}$$

і тому, застосовуючи формулу (11.3), маємо

$$FV_{pst}^{a(d)} = P \cdot \frac{(\frac{1}{1-d})^N - 1}{\frac{1}{1-d} - 1} = P \cdot \frac{1-d}{d}[(1-d)^{-N} - 1], \quad (11.20)$$

а застосовуючи формулу (4.5), маємо

$$PV_{pst}^{a(d)} = FV_{pst}^{a(d)} \cdot (1-d)^N = P \cdot \frac{1-d}{d}[1-(1-d)^N]. \quad (11.21)$$

Формули, за якими розраховуються інші види ануїтетів при антисипативному методі нарахування процентів, визначаються аналогічним способом.

11.6 Майбутня та теперішня вартості авансового ануїтету (ануїтету пренумерандо) при використанні облікової ставки

У разі антисипативного нарахування процентів формули для розрахунку ануїтетів пренумерандо визначаються таким же чином, як і формули авансового ануїтету (ануїтету пренумерандо) при використанні процентної ставки (див. підрозділ 11.4). Тобто суми $FV_{pst}^{a(d)}$ та $PV_{pst}^{a(d)}$ перемножуються на відповідний множник. Цей множник є знаменником геометричної прогресії відповідного ануїтету. Наприклад, для формул (11.20), (11.21) множником є знаменник геометричної прогресії $\frac{1}{1-d}$. Отже, формули розрахунку ануїтетів пренумерандо є такими:

$$FV_{pre}^{a(d)} = FV_{pst}^{a(d)} \cdot \frac{1}{1-d} = P \cdot \frac{1}{d} \cdot [(1-d)^{-N} - 1], \quad (11.22)$$

$$PV_{pre}^{a(d)} = PV_{pst}^{a(d)} \cdot \frac{1}{1-d} = P \cdot \frac{1}{d} \cdot [1-(1-d)^{N}]. \quad (11.23)$$

11.7 Розрахунки ануїтетів при механізмі простого нарахування процентів

При розрахунках ануїтетів на практиці частіше використовують механізм складного нарахування процентів. Але існують ануїтети з використанням механізму простого нарахування процентів. Розглянемо формули розрахунку нарощеної суми та поточної вартості в таких ануїтетах.

Розглянемо випадок, коли внески здійснюються один раз в кінці року (потік постнумерандо), нарахування процентів ─ річне. У цьому випадку майбутня вартість такого ануїтету складається із суми річних внесків, кожний з яких (кожний із внесків ─ P) збільшується на відповідну йому суму простих процентів, що на нього нараховуються. Перший внесок P збільшується на коефіцієнт $[1+(k-1)\cdot i]$, де k ─ кількість внесків P упродовж строку дії ануїтету. Другий внесок P збільшується на коефіцієнт $[1+(k-2)\cdot i]$, третій ─ на $[1+(k-3)\cdot i]$ і так до розрахунку внеску P, при якому коефіцієнт стане таким: $[1+(k-k)\cdot i]$, тобто коефіцієнт стає таким, що дорівнює одиниці, і це означає, що на останній внесок P проценти не нараховуються.

Запишемо послідовно внески наведеного ануїтету разом із відповідними кожному з них коефіцієнтами нарощення і можемо констатувати, що це арифметична регресія, або арифметична прогресія, за умови розміщення внесків із коефіцієнтами у зворотному порядку.

Додаткова інформація

Арифметичною прогресією є послідовність чисел, в якій різниця між наступними та попередніми членами є незмінною. Ця незмінна різниця має назву різниці прогресії. Сума k членів арифметичної прогресії S_k *розраховується* *за формулою*

$$S_k = \frac{(a_1 + a_k) \cdot k}{2}; \qquad (11.24)$$

де a_1 — *перший член прогресії;*

a_k — *останній член прогресії;*

k — *кількість членів прогресії.*

Також суму k членів арифметичної прогресії S_k *можна розрахувати за формулою*

$$S_k = \frac{2a_1 + d \cdot (k-1)}{2} \cdot k; \qquad (11.25)$$

де d — *різниця прогресії; якщо відомі два члени арифметичної прогресії, що стоять поряд, то* $d = a_{k+1} - a_k$.

Тоді сума членів ряду платежів річного ануїтету постнумерандо розраховується за допомогою формули суми членів арифметичної прогресії (формула 11.24) де першим членом прогресії є P, а останній член прогресії дорівнює $P \cdot [1 + (k-1) \cdot i]$. Отже, майбутня вартість простого річного ануїтету постнумерандо розраховується за формулою:

$$FV^a_{pst} = P \cdot \frac{k \cdot [2 + (k-1) \cdot i]}{2}. \qquad (11.26)$$

Поточна (приведена) вартість простого річного ануїтету постнумерандо не є арифметичною прогресією, тому не може бути виведеною у вигляді компактної формули, подібної до розрахунку FV^a_{pst} (формула 11.26). Також приведена вартість простого річного ануїтету постнумерандо не є також і геометричною прогресією. Приведена вартість простого річного ануїтету постнумерандо, так само, як і пренумерандо, може бути розрахована за загальною формулою розрахунку (див. формулу 11.28).

У зв’язку з тим, що формула 11.26 «спрацьовує» в умовах, за яких кількість внесків (платежів) збігається з кількістю років, тобто $k = N$, то вона може мати і такий запис:

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{N \cdot \left[2 + (N-1) \cdot i\right]}{2}. \qquad (11.26^*)$$

Цілком можливим є варіант розрахунку ануїтетів, що застосовують механізм простого нарахування процентів, за загальними формулами розрахунку показників *FV* і *PV* грошових потоків:

$$FV = \sum_{t} PV_t \cdot (1 + i \cdot n_t), \qquad (11.27)$$

$$PV = \sum_{t} \frac{FV_t}{(1 + i \cdot n_t)}. \qquad (11.28)$$

При внесенні платежів *p* разів за рік (потік постнумерандо) з нарахуванням простих процентів один раз на рік нарощена сума ануїтету дорівнює

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot k \cdot \left[1 + \frac{(k-1) \cdot i}{2p}\right]. \qquad (11.29)$$

Поточна (приведена) вартість простого річного ануїтету постнумерандо при внесенні платежів *p* разів за рік розраховується за формулою (11.28), але може бути записана і по-іншому:

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \sum_{t=1}^{k} \left(1 + \frac{t \cdot i}{p}\right)^{-1}. \qquad (11.30)$$

Формули 11.26 та 11.29 виведені за допомогою формули 11.24. Також і будь-які інші варіанти формул розрахунку майбутньої вартості ануїтетів при застосуванні механізму простого нарахування процентів можуть бути виведеними за допомогою формул 11.24 та 11.25.

11.8 Ануїтети з безперервним нарахуванням процентів

Перепишемо у зворотному порядку ряд платежів – ануїтету з нарахованими безперервними процентами. Візьмемо, наприклад, щорічні платежі постнумерандо, які мають вигляд: $P, Pe^{\delta}, Pe^{2\delta}, ..., Pe^{(n-1)\delta}$. Майбутня вартість цього ануїтету є сумою членів геометричної прогресії (див. формулу 11.3) та дорівнює

$$FV_{pst}^{a(\delta)} = P \cdot \frac{e^{\delta \cdot n} - 1}{e^{\delta} - 1}; \qquad (11.31)$$

де e – основа натуральних логарифмів;

δ – сила зростання.

Поточна вартість цього ануїтету

$$PV_{pst}^{a(\delta)} = P \cdot \frac{1 - e^{-\delta \cdot n}}{e^{\delta} - 1}. \qquad (11.32)$$

Для p-разового ануїтету

$$FV_{pst}^{a(\delta)} = P \cdot \frac{e^{\delta \cdot n} - 1}{p \cdot \left(e^{\frac{\delta}{p}} - 1\right)}; \qquad (11.33)$$

$$PV_{pst}^{a(\delta)} = P \cdot \frac{1 - e^{-\delta \cdot n}}{p \cdot \left(e^{\frac{\delta}{p}} - 1\right)}. \qquad (11.34)$$

11.9 Змішані ануїтети

У практиці фінансових розрахунків є випадки, коли для p-разових ануїтетів застосовують змішаний метод нарахування процентів. Суть цього методу полягає в тому, що впродовж року на внески нараховуються прості проценти, а за цілі річні періоди – складні проценти. За таких умов розрахунок поділяють на дві частини:

– першу частину ─ розрахунок показників FV або PV для ануїтетів у межах кожного року проводять за формулами простого нарахування процентів;

– другу частину ─ знайдені в попередньому розрахунку величини є ануїтетом річних платежів, який розраховують за складним механізмом нарахування процентів.

11.10 Ануїтети з виплатами в середині періодів

Уже зазначалося раніше, що ануїтет пренумерандо ─ це грошовий потік, платежі якого мають місце на початку періодів вкладів (періодів платежів). Цілком зрозумілим є твердження, що в ануїтеті пренумерандо кожний внесок (платіж) нарощується (а це і є розрахунок FV), іншими словами, зростає на один період нарахування процентів більше, ніж в ануїтеті постнумерандо. А при розрахунку PV ануїтетів кількість періодів дисконтування в ануїтеті пренумерандо на один період нарахування менша, ніж в ануїтеті постнумерандо. Такий підхід застосовувався у підрозділі 11.4. Отже, як при розрахунку FV^a_{pre}, так і при розрахунку PV^a_{pre} показники FV^a_{pst} та PV^a_{pst} перемножувалися на відповідний коефіцієнт нарощення.

У практиці трапляються ануїтети з вкладами або виплатами в середині періодів вкладів (виплат). Нарощені суми, або теперішні вартості, таких ануїтетів знаходимо шляхом перемноження відповідно розрахованих за схемою постнумерандо FV на множник нарощення за половину періоду нарахування процентів. Так, при розрахунку $FV^a_{1/2}$ потрібно спочатку знайти FV^a_{pst}, а потім перемножити його на коефіцієнт нарощення:

– при p = 1, m = 1 коефіцієнт нарощення $(1+i)^{1/2}$;

– при p >1, m = 1 коефіцієнт нарощення $(1+i)^{1/2p}$;

– при $p = 1$, $m > 1$ коефіцієнт нарощення $(1+\frac{i}{m})^{m/2}$;

– при $p > 1$, $m > 1$ коефіцієнт нарощення $(1+\frac{i}{m})^{m/2p}$.

Така сама схема розрахунку і для находження $PV^{a}_{1/2}$. Спочатку знаходимо PV^{a}_{pst}, а потім перемножуємо його на зазначений вище відповідний коефіцієнт нарощення.

11.11 Відкладений ануїтет

Розглянемо випадок, коли перший внесок (виплата) починає надходити через h періодів внесення. Початок виплат (внесків) у відкладеного (відстроченого) ануїтету (*deferred annuity*) переведено у майбутнє відносно певного моменту часу. Наприклад, це може бути погашення заборгованості рівними сумами через деякий обумовлений строк. Звичайно, що наявність проміжку часу, де платежі відсутні, ніяк не впливає на розмір нарощеної суми – FV. По-іншому «поводить себе» сума PV.

Розглянемо дві схеми розрахунку PV відкладеного ануїтету.

Перша схема передбачає застосування загальних формул розрахунку теперішньої вартості грошових потоків (формули 11.2 та 11.28). При розрахунку за цими формулами показник h входить у розрахунок так би мовити «автоматично», іншими словами, входить у розрахунок за правилами застосування формул.

Друга схема розрахунку відкладеного ануїтету. Спочатку проводиться розрахунок PV безпосередньо ануїтету (простого чи складного, постнумерандо чи пренумерандо залежно від умов), а потім одержану суму PV дисконтуємо на h періодів дисконтування (внесення) і таким чином одержуємо приведену вартість відкладеного ануїтету.

11.12 Вічний ануїтет

Вічний ануїтет, безстроковий ануїтет, або – перпетуїтет (від англ. *perpetuity*), – це ряд платежів, кількість яких не обмежена у часі. Теоретично це виплати (вклади) упродовж безкінечного у часі строку. У практиці фінансів існують випадки, коли строки ануїтетів не оговорено, мається на увазі, що вони дуже великі, і тому вважається, що строк не має кінця, а виплати (вклади) здійснюються безкінечно, або вічно. Прикладами можуть бути виплати процентів за деякими видами облігацій або виплати дивідендів за привілейованими акціями.

Цілком правильним є твердження, що (FV) нарощена сума вічного ануїтету є безкінечно великою величиною, а теперішня вартість вічного ануїтету PV_{∞}^{a} є конкретною величиною, яка розраховується дуже просто.

Якщо брати формулу 11.5:

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}, \qquad (11.5)$$

в якій $k \to \infty$, то теперішня вартість вічного ануїтету PV_{∞}^{a} розраховується так:

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{\lim\limits_{k\to\infty} [1-(1+i)^{-k}]}{i} = P \cdot \frac{1}{i}. \qquad (11.35)$$

Отже, формула розрахунку теперішньої вартості вічного ануїтету PV_{∞}^{a} має такий вигляд:

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{1}{i} = \frac{P}{i}. \qquad (11.36)$$

У формулі (11.36) є дві суттєві особливості.

Перша – ця формула використовується тільки тоді, коли період нарахування процентів збігається з періодом внесення платежів. Іншими словами, якщо платежі один раз на рік і нарахування річне; якщо платежі кожного півріччя і нарахування процентів за півріччями; якщо платежі щоквартальні і нарахування процентів щоквартальне, загалом коли $m = p$, то тільки в цих випадках формула (11.36) дає правильний результат.

Друга особливість — показник i є показником процентної ставки в кожному з періодів нарахування, тобто в цій формулі i — не завжди річна ставка, це ставка в кожному з періодів m.

Якщо внесення платежів один раз на рік із m-разовим нарахуванням процентів у році, тобто при $p = 1$, $m > 1$, то формула розрахунку теперішньої вартості вічного ануїтету PV_{∞}^{a} повинна розраховуватися за формулою

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{1}{(1+\frac{i}{m})^{m} - 1}. \qquad (11.37)$$

У випадку внесення платежів p разів за рік із нарахуванням процентів один раз на рік (тобто при $p > 1$, $m = 1$)

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{1}{(1+i)^{1/p} - 1}. \qquad (11.38)$$

При внесенні платежів p разів на рік із m-разовим нарахуванням процентів у році (при $p > 1$, $m > 1$, за умови, що $p \neq m$)

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{1}{(1+\frac{i}{m})^{m/p} - 1}. \qquad (11.39)$$

Якщо у формулах 11.37, 11.38, 11.39 $p = 1$ та $m = 1$, то ці формули перетворюються у формулу 11.36.

11.13 Розрахунок строку ануїтету

Строк ануїтету може бути розрахованим із наведених у попередніх підрозділах формул розрахунку нарощеної суми (FV) та теперішньої вартості (PV) шляхом їх перетворення відносно показника N. Нагадуємо, що N — це кількість років, упродовж яких здійснюється ануїтет.

Наприклад, із формули (11.4*)

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{N} - 1}{i}; \tag{11.4*}$$

одержуємо

$$(1+i)^{N} = \frac{FV_{pst}^{a}}{P} \cdot i + 1.$$

Прологарифмуємо одержаний вираз:

$$N \cdot \ln(1+i) = \ln\left(\frac{FV_{pst}^{a}}{P} \cdot i + 1\right),$$

з якого маємо

$$N = \frac{\ln\left(\frac{FV_{pst}^{a}}{P} \cdot i + 1\right)}{\ln(1+i)}. \tag{11.40}$$

Таким же чином одержуємо формулу розрахунку строку ануїтету з використанням теперішньої вартості. Перетворюючи формулу, наприклад (11.5**), відносно N

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-N}}{i}, \tag{11.5**}$$

маємо таку формулу розрахунку строку ануїтету:

$$N = \frac{-\left[\ln\left(1 - \frac{PV_{pst}^{a}}{P} \cdot i\right)\right]}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left(1 - \frac{PV_{pst}^{a}}{P} \cdot i\right)^{-1}}{\ln(1+i)}. \tag{11.41}$$

Звертаємо увагу, що формули 11.40 та 11.41

«працюють», коли $m = p$. Нагадуємо: p — кількість платежів P за рік; m — кількість нарахувань процентів за рік.

У разі $p = 1$, $m > 1$

$$N = \frac{\ln\left[\frac{FV_{pst}^{a}}{P}\left(\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1\right)+1\right]}{m\cdot\ln\,(1+\frac{i}{m})}; \qquad (11.42)$$

$$N = \frac{\ln\left[1-\frac{PV_{pst}^{a}}{P}\left(\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m}-1\right)\right]^{-1}}{m\cdot\ln\,(1+\frac{i}{m})}. \qquad (11.43)$$

Якщо $p > 1$, $m = 1$

$$N = \frac{\ln\left[\frac{FV_{pst}^{a}}{P}\left((1+i)^{1/p}-1\right)+1\right]}{\ln\,(1+i)}; \qquad (11.44)$$

$$N = \frac{\ln\left[1-\frac{PV_{pst}^{a}}{P}\left((1+i)^{1/p}-1\right)\right]^{-1}}{\ln\,(1+i)}. \qquad (12.45)$$

За умов $p > 1$, $m = p$

$$N = \frac{\ln\left(\frac{FV_{pst}^{a}}{P}\cdot i+1\right)}{m\cdot\ln(1+\frac{i}{m})}; \qquad (11.46)$$

$$N=\frac{\ln\left(1-\frac{PV_{pst}^{a}}{P}\cdot i\right)^{-1}}{m\cdot\ln(1+\frac{i}{m})}. \qquad (11.47)$$

І за загальних умов, коли $p > 1$ та $p \neq m,$ формули розрахунку строку ануїтету є такими:

$$N=\frac{\ln\left[\frac{FV_{pst}^{a}}{P}\left(\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/p}-1\right)+1\right]}{m\cdot\ln(1+\frac{i}{m})}; \qquad (11.48)$$

$$N=\frac{\ln\left[1-\frac{PV_{pst}^{a}}{P}\left(\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/p}-1\right)\right]^{-1}}{m\cdot\ln(1+\frac{i}{m})}. \qquad (11.49)$$

Розрахунок строку ануїтету з безперервним нарахуванням процентів здійснюється за формулами:

а) для річного ануїтету (p = 1):

$$N=\frac{\ln\left[\frac{FV_{pst}^{a}}{P}\cdot\delta+1\right]}{\delta}; \qquad (11.50)$$

$$N=\frac{-\ln\left[1-\frac{PV_{pst}^{a}}{P}\cdot\delta\right]}{\delta}. \qquad (11.51)$$

б) для ануїтету при $p > 1$:

$$N = \frac{\ln\left[\frac{FV_{pst}^{a}}{P}\left(e^{\delta/p} - 1\right) + 1\right]}{\delta}; \qquad (11.52)$$

$$N = \frac{-\ln\left[1 - \frac{PV_{pst}^{a}}{P}\left(e^{\delta/p} - 1\right)\right]}{\delta}. \qquad (11.53)$$

При розрахунку строку ануїтетів потрібно враховувати декілька важливих зауважень.

По-перше. У разі, коли розрахований показник N має цілу та дробову частини, його треба округлити до найменшого цілого значення. При розрахунку цього показника за формулами при $p > 1$ округлення до найменшого цілого числа застосовується до показника $N \cdot p$, який показує кількість періодів платежів ануїтету.

По-друге. Треба пам'ятати, що у зв'язку з округленням N, ($N \cdot p$) до зменшеного цілого числа зменшується нарощена сума FV. Таке зменшення потрібно врахувати при розрахунках або компенсувати при підписанні договорів (контрактів).

По-третє. Значення величини N може забезпечити погашення боргу або накопичення певної суми шляхом виплати суми P при забезпеченні таких умов, а саме необхідне додержання таких нерівностей:

– для (11.41) $P > PV_{pst}^{a} \cdot i$;

– для (11.43) $P > PV_{pst}^{a} \cdot \left[\left(1 + \frac{i}{m}\right)^{m} - 1\right]$;

– для (11.45) $P > PV_{pst}^{a} \cdot \left[(1 + i)^{1/p} - 1\right]$;

– для (11.47) $P > PV_{pst}^{a} \cdot i$;

— для (11.49) $P > PV_{pst}^{a} \cdot \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/p} - 1 \right];$

— для (11.51) $P > PV_{pst}^{a} \cdot \delta;$

— для (11.53) $P > PV_{pst}^{a} \cdot \left(e^{\delta/p} - 1\right).$

Зміна в попередніх нерівностях напрямку позначки нерівності на протилежний (наприклад, для (11.41) $P < PV_{pst}^{a} \cdot i$ означає, що нараховані на залишок боргу проценти перевищують розмір P, і борг у сумі PV_{pst}^{a} не може бути виплаченим за допомогою ануїтету з виплатою, що дорівнює сумі P.

11.14 Розрахунок розміру процентної ставки

Розмір процентної ставки ануїтету неможливо алгебраїчними перетвореннями знайти з формул 11.4 та 11.5: $FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{k} - 1}{i}$, $PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}$, так само як і з формул 11.6 — 11.11. Алгебраїчного розв'язання цих рівнянь відносно процентної ставки «i» немає. Для визначення процентної ставки «i» за відомими параметрами ануїтету (FV_{pst}^{a}, PV_{pst}^{a}, P, n, N, k, p, m) існує ряд математичних методів. Частіше за все використовують метод лінійної інтерполяції. Латинське слово *interpolare* в перекладі означає «вставлене в середину». У математиці інтерполяцією називають такий метод, за допомогою якого між двома відомими числовими даними функції розраховується той третій показник, який необхідно визначити. За цим методом базовим показником при визначенні «i» є відношення FV_{pst}^{a} $/P$, що є коефіцієнтом нарощення за ставкою «i», який позначається f_{ci} (про коефіцієнти нарощення вже йшла мова, див. пояснення до формул 2.11 та 2.3), або $PV_{pst}^{a}\ /\ P$, що є коефіцієнтом приведення за ставкою «i», який позначимо d_{ci}. Отже, формули 11.4 та 11.5 можемо записати в такому формалізованому вигляді:

$$FV_{pst}^{a} / P = f_{ci} = \frac{(1+i)^{k} - 1}{i},\ PV_{pst}^{a} / P = d_{ci} = \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}.$$

Для визначення «i» застосовується така інтерполяційна формула:

$$i = i_l + \frac{f_{ci} - f_l}{f_u - f_l} \cdot (i_u - i_l), \tag{11.54}$$

або, що одне й те саме, але вже для d_{ci}:

$$i = i_l + \frac{d_{ci} - d_l}{d_u - d_l} \cdot (i_u - i_l), \tag{11.54*}$$

де i_l – нижнє значення процентної ставки, розмір якої береться за припущенням (індекс *l* походить від англ. *lower rate* – нижня ставка);

i_u – верхнє значення процентної ставки, розмір якої береться за припущенням (індекс *u* походить від англ. *upper rate* – верхня ставка);

$f_l, (d_l)$ – значення коефіцієнта нарощення (приведення) при використанні процентної ставки i_l;

$f_u, (d_u)$ – значення коефіцієнта нарощення (приведення) при використанні процентної ставки i_u.

Приклад 11.3

Задача

Упродовж шести років планується створити резервний фонд у розмірі 30 млн грн, для чого будуть робитися щорічні внески в банк у розмірі 4 млн грн. Знайти значення процентної ставки за умови, що внески та нарахування процентів на них здійснюються в кінці кожного року.

Підготовчий аналіз перед розв'язуванням задачі

За умов задачі — це річний ануїтет постнумерандо, який має такі параметри: FV^{a}_{pst} *= 30 млн грн; Р = 4 млн грн; N = k = 6 (років = внесків); знайти «і» — ?*

Знаходимо коефіцієнт нарощення за ставкою «і»:

$$f_{ci} = \frac{30{,}0\,млн\,грн}{4{,}0\,млн\,грн} = 7{,}5000.$$

Далі проведемо розрахунки коефіцієнтів нарощення за будь-якими, вільно нами обраними, показниками «і» та запишемо результати розрахунку в таблицю 11.2:

Таблиця 11.2 — **Розрахунок коефіцієнта нарощення** $f = \frac{(1+i)^k - 1}{i}$ ***за вільно обраними показниками «і»***

Процентна ставка «і»	*Коефіцієнт нарощення* $f = \frac{(1+i)^k - 1}{i}$
7 %	*7,1533*
8 %	*7,3359*
9 %	*7,5233*
10 %	*7,7156*
11 %	*7,9129*

За даними таблиці 11.2 знаходимо два найближчих до f_{ci} *= 7,5000 значення коефіцієнтів нарощення. У нашому випадку це* f_l *= 7,3359 та* f_u *= 7,5233 тому, що має місце нерівність 7,3359 < 7,5000 < 7,5233.*

Отже, розміри найменшої та найбільшої процентних ставок дорівнюють: i_l *= 8 %,* i_u *= 9 %. Далі проводиться розв'язування задачі.*

Розв'язування задачі

Підставляємо дані в (12.55) та виконуємо розрахунок:

$$i = 0{,}08 + \frac{7{,}5000 - 7{,}3359}{7{,}5233 - 7{,}3359} \cdot (0{,}09 - 0{,}08) = 0{,}08875667\,.$$

Округлений результат дорівнює i = 8,88 %.

Проведемо перевірку:

$$f_{ci} = \frac{(1 + 0{,}0888)^6 - 1}{0{,}0888} = 7{,}5006\,.$$

Відповідь: *для того щоб через 6 років мати на рахунку 30 млн грн при внесенні щорічно в банк по 4 млн грн необхідно мати процентну ставку не нижче 8,88 %.*

Взагалі при проведенні практичних розрахунків із метою одержання розміру процентної ставки будь-якого ануїтету можна не застосовувати формулу 11.54, а виконати розрахунки методом підбору, який передбачає підстановку різних розмірів процентних ставок до такого розрахунку, коли коефіцієнт нарощення (приведення) не буде заданого розміру.

Випадок, коли в ануїтеті всі параметри, крім P, відомі (FV^{a}_{pst}, PV^{a}_{pst}, n, N, k, p, m) і треба знаходити показник P, буде детально розглянуто в розділі 12.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 11

Грошовий потік, його ще називають **потоком платежів**, **—** це послідовність, це ряд різних за сумами грошових надходжень та/або витрат у будь-які зазначені моменти часу, у які їх здійснюють, тобто проміжки часу між надходженнями (витратами), не обов’язково рівні між собою.

Фінансова рента, або **рента**, **—** це грошовий потік (потік платежів), в якому часові проміжки між вкладами (виплатами) рівні між собою, а суми вкладів (виплат) різні.

Ануїтет, ─ це грошовий потік (потік платежів), в якому часові проміжки між вкладами (виплатами) рівні між собою і суми вкладів (виплат) рівні між собою та ще й здійснюються всі в одному напрямку, або як внески (вклади), або як видатки (виплати, витоки).

Розрахунок показників *FV* і *PV* грошових потоків, у тому числі фінансової ренти й ануїтетів, проводиться за формулами, що мають загальний характер:

$$FV = \sum_t PV_t \cdot (1+i)^{n_t} , \qquad (11.1)$$

$$PV = \sum_t \frac{FV_t}{(1+i)^{n_t}} , \qquad (11.2)$$

де PV_t – сума надходження або видатку (вкладання на рахунок або вилучення з рахунку) t – го надходження (вилучення);

FV_t - сума надходження або видатку (вкладання на рахунок або вилучення з рахунку) t – го надходження (вилучення);

t – порядковий номер надходження (вилучення) грошової суми PV_t або FV_t грошового потоку;

i – процентна ставка у кожному з періодів нарахування процентів n_t;

n_t – кількість періодів нарахування процентів, у кожному з яких процентна ставка дорівнює i для відповідного PV_t або FV_t**.**

Треба ПАМ’ЯТАТИ, що у формулах (11.1) і (11.2) ЗНАК СУМИ «**Σ**» МАЄ АЛГЕБРАЇЧНЕ ЗНАЧЕННЯ, тобто якщо внески, надходження, прийняти зі знаком «+», то вилучення, зняття, приймається зі знаком «–».

Надалі будемо користуватися позначками:

P – сума платежу, внеску, плати, сума надходжень або виплат (від англ. *pay, payment*);

T – строк грошового потоку;

k – кількість платежів (виплат) P упродовж строку T;

p – кількість платежів P у році;

i – процентна ставка;

d – облікова ставка;

n – кількість періодів нарахування (дисконтування) процентів;

m – кількість нарахувань (дисконтувань) процентів у році;

N – кількість років.

При розрахунку показників грошових потоків виводимо та користуємося формулами виключно тільки для ануїтетів.

Якщо $p = 1$, $m = 1$ або p та m не дорівнюють одиниці, але $p = m$, формула розрахунку майбутньої вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо – позначки a і pst) є такою:

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{k} - 1}{i}. \quad (11.4)$$

Формула розрахунку теперішньої вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо):

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}. \quad (11.5)$$

Якщо p = 1, m > 1, розрахунок нарощеної суми буде виконуватися за формулою

$$FV_{pst}^{a} = P\cdot\frac{(1+\frac{i}{m})^{N\cdot m}-1}{(1+\frac{i}{m})^{m}-1}. \qquad (11.6)$$

Розрахунок суми поточної вартості виконується за формулою

$$PV_{pst}^{a} = P\cdot\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-N\cdot m}}{(1+\frac{i}{m})^{m}-1}. \qquad (11.7)$$

Формули (11.6), (11.7) можуть мати інший вигляд, якщо взяти до уваги, що $N\cdot m=k$.

Якщо p > 1, m > 1, розрахунок p-разового ануїтету постнумерандо при нарахуванні складних процентів m раз на рік за умови, що $p \neq m$:

$$FV_{pst}^{a} = P\cdot\frac{(1+\frac{i}{m})^{N\cdot m}-1}{(1+\frac{i}{m})^{m/p}-1}; \qquad (11.10)$$

Розрахунок суми поточної вартості виконується за формулою:

$$PV_{pst}^{a} = P\cdot\frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-N\cdot m}}{(1+\frac{i}{m})^{m/p}-1}. \qquad (11.11)$$

Якщо $m = p$, використовувати формули (11.4), (11.5) .

Якщо $p > 1$, $m = 1$, розрахунок p-термінового (p-строкового, p-разового) ануїтету постнумерандо при нарахуванні складних процентів один раз на рік (m = 1):

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{N} - 1}{(1+i)^{1/p} - 1}; \qquad (11.8)$$

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p} - 1}. \qquad (11.9)$$

Якщо задано ануїтет пренумерандо, тобто платежі здійснюються на початку кожного періоду, то число нарахування процентів буде на один період більше, тому

$$FV_{pre}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{k} - 1}{i} \cdot (1+i); \qquad (11.12)$$

$$PV_{pre}^{a} = P \cdot (1+i) \cdot \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}. \qquad (11.13)$$

Пам’ятаємо, що замість показника k може бути записаний показник N.

За такою ж логікою визначаються всі інші формули ануїтетів пренумерандо (див формули 11.14─11.19).

Розрахунок ануїтетів, що застосовують **механізм простого нарахування процентів,** може проводитися за загальними формулами розрахунку показників FV і PV грошових потоків:

$$FV = \sum_{t} PV_t \cdot (1 + i \cdot n_t), \qquad (11.27)$$

$$PV = \sum_{t} \frac{FV_t}{(1 + i \cdot n_t)}. \qquad (11.28)$$

Майбутня вартість простого річного ануїтету постнумерандо розраховується за формулою

$$FV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{k \cdot [2 + (k-1) \cdot i]}{2}. \qquad (11.26)$$

Поточна (приведена) вартість простого річного ануїтету постнумерандо так само, як і пренумерандо, розраховується за загальною формулою 11.28.

Будь-які інші варіанти формул розрахунку майбутньої вартості ануїтетів при застосуванні механізму простого нарахування процентів можуть бути виведеними за допомогою формул 11.24 та 11.25. Наголошуємо: — тільки для майбутньої вартості простих ануїтетів.

Вічний ануїтет, безстроковий ануїтет, або перпетуїтет (від англ. *perpetuity*), — це ряд платежів, кількість яких не обмежена у часі.

Формула розрахунку теперішньої вартості вічного ануїтету PV_{∞}^{a} має такий вигляд:

$$PV_{\infty}^{a} = \frac{P}{i}. \qquad (11.36)$$

У формулі (11.36) є дві суттєві особливості.

Перша — ця формула використовується тільки тоді, коли період нарахування процентів збігається з періодом внесення платежів, коли $m = p$ і не завжди p та m дорівнюють одиниці.

Друга особливість — показник i є показником процентної ставки в кожному з періодів нарахування, тобто в цій формулі i — не завжди річна ставка, це ставка в кожному з періодів m.

Якщо внесення платежів один раз на рік із m-разовим нарахуванням процентів у році, тобто при p = 1, m > 1, то формула розрахунку теперішньої вартості вічного ануїтету PV_{∞}^{a} повинна розраховуватися за формулою

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{1}{(1+\frac{i}{m})^{m} - 1}. \qquad (11.37)$$

У випадку внесення платежів p разів за рік із нарахуванням процентів один раз на рік (тобто при p > 1, m = 1) розрахунок теперішньої вартості вічного ануїтету

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{1}{(1+i)^{1/p} - 1}. \qquad (11.38)$$

При внесенні платежів p разів на рік із m-разовим нарахуванням процентів у році (при p > 1, m > 1, за умови, що $p \neq m$) розрахунок теперішньої вартості вічного ануїтету

$$PV_{\infty}^{a} = P \cdot \frac{1}{(1+\frac{i}{m})^{m/p} - 1}. \qquad (11.39)$$

Якщо у формулах 11.37, 11.38, 11.39 p = 1 та m = 1, то ці формули перетворюються у формулу 11.36.

Строк ануїтету може бути розрахованим із наведених у підрозділах розділу 12 формул розрахунку нарощеної суми (FV) та теперішньої вартості (PV) шляхом їх перетворення відносно показника N. Нагадуємо, що N ─ це кількість років, та кількість років упродовж яких здійснюється ануїтет.

Запитання для самостійної роботи

1. Що означає у фінансових розрахунках термін «грошовий потік», або «потік платежів»?

2. Що є спільного і які відмінності між термінами «грошовий потік», «фінансова рента», «ануїтет»?

3. Що означає потік (рента, ануїтет) постнумерандо?

4. Що означає потік (рента, ануїтет) пренумерандо?

5. Як розраховується майбутня та теперішня вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо), коли період внесення платежів збігається з періодом нарахування процентів?

6. Як розраховується майбутня та теперішня вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо), коли період внесення платежів один раз на рік, а нарахування процентів m разів за рік?

7. Як розраховується майбутня та теперішня вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо), коли внесення платежів p разів за рік із нарахуванням процентів один раз на рік?

8. Як розраховується майбутня та теперішня вартості звичайного ануїтету (ануїтету постнумерандо), коли внесення платежів p разів за рік із m-разовим нарахуванням процентів за рік?

9. Як розраховується майбутня та теперішня вартості авансового ануїтету (ануїтету пренумерандо), коли період внесення платежів збігається з періодом нарахування процентів?

10. Як розраховується майбутня та теперішня вартості авансового ануїтету (ануїтету пренумерандо), коли період внесення платежів один раз на рік, а нарахування процентів m разів за рік?

11. Як розраховується майбутня та теперішня вартості ануїтету пренумерандо, коли внесення платежів p разів за рік з нарахуванням процентів один раз на рік?

Частина 5
МЕХАНІЗМИ ПОГАШЕННЯ КРЕДИТУ

Розділ 12 СПОСОБИ ВИПЛАТИ КРЕДИТУ

Розглянуті в попередніх розділах фінансові розрахункові механізми використовуються на практиці. Саме про такі моменти практичного застосування механізмів фінансових розрахунків йтиме мова у розділі 12.

12.1 Термінологія та основні визначення кредитних операцій

Загалом за своєю сутністю **кредит — це суспільні відносини**, що виникають між економічними суб'єктами у зв'язку з переданням один одному в тимчасове користування вільних коштів на засадах зворотності, платності та добровільності [5, с. 444]. Це узагальнене, політекономічне представлення категорії кредиту.

Кредит — кошти та матеріальні цінності, які надаються резидентами або нерезидентами у користування юридичним або фізичним особам на визначений строк та під процент. Кредит поділяють на фінансовий кредит, товарний кредит та кредит під цінні папери, що засвідчують відносини позики.

Фінансовий кредит — кошти, які надаються банком — резидентом або нерезидентом, кваліфікованим як банківська установа згідно із законодавством країни перебування нерезидента, або резидентами і нерезидентами, які мають статус небанківських фінансових установ згідно з відповідним законодавством, у позику юридичній або фізичній особі на визначений строк, для цільового використання та під процент. Правила надання фінансового кредиту встановлюються Національним банком України (стосовно банківських кредитів), а також Кабінетом Міністрів України (стосовно небанківських фінансових організацій) відповідно до законодавства.

Товарний кредит — товари, які передаються резидентом або нерезидентом у власність юридичним чи фізичним особам на умовах угоди, що передбачає відстрочення кінцевого розрахунку на визначений строк та під процент.

Товарний кредит передбачає передання права власності на товари (результати робіт, послуг) покупцю (замовнику) у момент підписання договору або в момент фізичного отримання товарів (робіт, послуг) таким покупцем (замовником) незалежно від часу погашення заборгованості.

Кредит під цінні папери, що засвідчують відносини позики: кошти, які залучаються юридичною особою-боржником (дебітором) від інших юридичних або фізичних осіб як компенсація вартості випущених (емітованих) таким дебітором облігацій або депозитних сертифікатів. Правила емісії (випуску), продажу та погашення (викупу) зазначених цінних паперів, а також вимоги до їх емітентів установлюються відповідним законодавством.

Поряд із терміном «кредит» вживається термін **«позика»**. З приводу визначення терміна «позика» зазначимо такі три аспекти.

По-перше. Найчастіше термін «позика» вживається як синонім терміна «кредит». Таке вживання є некоректним. Відмінність термінів «кредит» та «позика» така. Згідно з визначенням кредит має три ознаки: сума коштів, яка надається в борг; строк, на який вона надається і наявність процента за користування коштами. Відсутність будь-якої з трьох цих ознак означає, що це не кредит. Якщо певна сума коштів надається на визначений строк, але без нарахування процентів, тобто повертається тільки та сума, яка бралася в борг, то досить часто таку операцію називають безпроцентною позикою. Термін «кредит» до такої фінансової операції вживати як юридично, так і термінологічно недоречно. Широковживаний термін «безпроцентна позика» в українському фінансовому законодавстві має таке визначення: поворотна фінансова допомога. Згідно із Податковим кодексом України, стаття 14, пункт 1, підпункт 257 (№ 2755-VI від 02.12.2010), «**Поворотна фінансова допомога** ─ сума коштів, що надійшла платнику податків у користування за договором, який не передбачає нарахування процентів або надання інших видів компенсацій у вигляді плати за користування такими коштами, та є обов'язковою до повернення».

Але повернемося до визначення терміна «**позика**». Доречним буде зауваження про тлумачення слова «позика». Отже, по-друге. Вживаний українською мовою фінансовий термін «позика» не є словом слов'яномовного походження. Пошуки цього слова у словнику іншомовних слів [14] не дали результатів. Вірогідніше за все, це слово запозичене з латини. Це дає нам можливість зробити таке припущення, що воно походить від латинського «*depositum*» або «*depositio*» ─ річ, віддана на схов [14, с. 200]. Слово «депозит» відрізняється від слова «позика» префіксом «*de-*». У латинській мові префікс «*de-*» означає відсторонення, позбавлення, дія навпаки. Тоді якщо «депозит» означає річ, віддану на схов, то слово «позика» означає зворотну дію ─ річ, витягнута зі схову, річ, яку витягнули зі схову для використання.

По-третє. Узагальнюючи попередні визначення та зауваження, визначаємо термін «позика» як суму грошей, надану у кредит. Тобто позика ─ це не кредит, це лише сума грошей, яку надано у кредит. У банках позику як суму грошей, що надано у кредит, називають інколи «тіло кредиту». В україномовній термінології слово «позика» є синонімом мовних виразів «сума наданого кредиту», «тіло кредиту», «сума основного боргу за кредитом» тощо.

Зазначені вище три аспекти враховано при визначенні терміна «позика» в Податковому кодексі України. До речі, це перше офіційне визначення позики як фінансового терміна. У розділі 1 Кодексу, стаття 14, пункт 1, підпункт 267, читаємо: «позика — грошові кошти, що надаються резидентами, які є фінансовими установами, або нерезидентами, крім нерезидентів, які мають офшорний статус, позичальнику на визначений строк із зобов’язанням їх повернення та сплатою процентів за користування сумою позики».

Цілком відповідним до терміна «позика» є загальновживаний в економіці й у фінансах термін «позичковий капітал», який означає суму грошей, що надається у кредит.

Кредитні відносини мають свою структуру. Елементами такої структури є кредитори, позичальники, позика.

Кредитори — це учасники кредитних відносин, які мають у своїй власності (чи розпорядженні) вільні кошти і передають їх у тимчасове користування іншим суб’єктам. Кредиторами можуть бути фізичні особи, юридичні особи (підприємства, організації, установи, урядові структури тощо), держава. Особливе місце серед кредиторів посідають банки. Вони спочатку мобілізують кошти в інших суб’єктів, у тому числі й на засадах позичення, а потім самі надають їх у позички своїм клієнтам [5, с. 447].

Позичальники — це учасники кредитних відносин, які мають потребу в додаткових коштах і одержують їх у позичку від кредиторів. Характерною ознакою позичальника є те, що він не стає власником позичених коштів, а лише тимчасовим розпорядником. Тому його права стосовно використання цих коштів дещо обмежені — він не може вийти за межі тих умов і цілей, які передбачені його угодою з позичальником. Позичальниками можуть бути всі ті особи, що й кредиторами: фізичні особи, всі юридичні особи, держава. Особливу роль серед позичальників відіграють банки — вони є не тільки колективними кредиторами, а й колективними позичальниками: позичають гроші одночасно у великої кількості кредиторів та у великих обсягах і безперервно [5, с. 447]. Дуже часто позичальників **називають боржниками**.

Позика — це особлива форма вартості, яка за умов її використання дає можливість позичальнику одержати дохід від господарської діяльності та повернути позику кредитору.

Кредити можуть бути класифіковані за певними критеріями.

Критерій 1-й. **За терміном користування** позикою:

— до запитання; такі кредити можуть закінчити строк своєї дії у будь-який момент, який вважатиме за необхідне кредитор;

— строкові.

Строкові кредити, у свою чергу, поділяють на:

— короткострокові (до одного року); це кредити, як правило, на поповнення обігових коштів;

— середньострокові (від одного до п’яти років); кредити на купівлю рухомого майна та дорогих товарів;

— довгострокові (понад п’ять років); кредити на модернізацію та поповнення основних фондів підприємства. Розподіл за строками є доволі умовним.

Критерій 2-й. **За сферою діяльності** позичальника, умовно відповідає на запитання: на що виділено позику?:

— споживчий; надається, як правило, фізичним особам, для оплати споживчих товарів та послуг; може надаватись, як банками, так і кредитними установами небанківського типу; в Україні такими є ломбарди, кредитні спілки, підприємства зв’язку (телеграми і телефонні розмови в кредит), торговельні організації (продаж товарів із розстроченням платежу);

— промисловий; надається промисловим підприємствам на формування основного та оборотного капіталу у сфері виробництва;

– торговий; надається торговим підприємствам на формування їх основного та оборотного капіталу;

– сільськогосподарський; сільськогосподарським підприємствам на їх потреби;

– інвестиційний; на інвестиційні програми;

– бюджетний; для державних та інших бюджетних установ.

Критерій 3-й. **За визначенням учасників кредитної операції**:

– міжгосподарський кредит; кредит, який існує між суб'єктами господарювання; його видами є комерційний кредит, дебіторсько-кредиторська заборгованість, аванси покупців, тимчасова фінансова допомога, лізинг, облігаційні позики;

– комерційний кредит; це спосіб перетворення товарного капіталу у грошовий шляхом продажу товарів із відстроченням платежу та поверненням боргу грошима; передача товару в кредит може оформлятись або не оформлятись векселем; сума, зазначена у векселі, складається із ціни товару і процента за період користування кредитом, ставка процента, як правило, дещо нижча від ринкової; див. товарний кредит;

– дебіторсько-кредиторська заборгованість; подібна до комерційного кредиту, але відрізняється від нього тим, що виникає всупереч побажанням і волі сторін;

– аванс; грошова сума, надана в рахунок майбутніх платежів за товарно-матеріальні цінності, роботи та послуги з метою забезпечення гарантії їх отримання покупцем чи з метою гарантування їх купівлі;

– тимчасова фінансова допомога; див. вище – поворотну фінансову допомогу;

– лізинг; підприємницька діяльність, що спрямована на інвестування власних чи залучених коштів і полягає в наданні лізингодавцем у виключне використання лізингоодержувачу майна, що є власністю лізингодавця, або набувається ним у власність за дорученням і погодженням із лізингоодержувачем у відповідного продавця майна за умови сплати лізингоодержувачем періодичних лізингових платежів;

– облігаційні позики; позики, які оформлюються облігаціями, випущеними у паперовій та електронній формах; чинне законодавство України дозволяє всім підприємствам випускати свої облігації і розміщувати їх на грошовому ринку, тобто пропонувати до продажу; див. кредит під цінні папери (інформацію про комерційний кредит та його види взято з [5, с. 473–476]);

– банківський; кредитором є банки; див. фінансовий кредит;

– державний; кредит, одним з учасників якого є держава в особі уряду або місцевих органів самоврядування; державний кредит може бути внутрішнім і зовнішнім;

– міжнародний; це переміщення позичкового капіталу з однієї країни в іншу; міжнародний кредит залежно від того, хто є кредитором, поділяють на фірмовий, банківський та урядовий.

Критерій 4-й. **За цільовим використанням**; умовно відповідає на запитання: на які цілі буде витрачено позику?

Для юридичних осіб:

– для поповнення обігових коштів;
– для придбання імпортних товарів;
– для придбання основних засобів;
– для використання в інвестиційній діяльності;
– для оплати послуг імпорту;
– для використання в будівництві;
– для придбання нерухомості;
– для придбання автомобілів;
– для інших цілей.

Для фізичних осіб:

– на поточні потреби;

─ на придбання товарів довготривалого використання (меблів, побутової техніки тощо);

─ на придбання нерухомості;

─ на придбання автомобіля;

─ на придбання земельних ділянок;

─ на ремонт та будівництво;

─ на інші цілі.

Критерій 5-й. **За забезпеченням**, тобто за умовами надання позичок:

─ незабезпечений (бланковий); кредит, який оформлено без застави, який не застраховано, оформлено без надання гарантій; надається, як правило, перевіреним клієнтам із бездоганною кредитною історією, позичальникам, які стабільно працюють та мають гарантований дохід;

─ забезпечений; гарантований (означає, що у випадку непогашення кредиту відповідальність несе, тобто повертає кредит, інша юридична чи фізична особа – це поручительство); застрахований (неповернутий кредит повертає страхова компанія ─ договір страхування); під заставу (за неповернутий кредит кредитор стає власником цінностей, що раніше належали позичальнику, договір застави); іпотечний (іпотека ─ різновид застави нерухомого майна, головним чином землі та будівель).

Критерій 6-й. **За способами надання позики**:

─ способом компенсації (гроші зараховуються на рахунок позичальника);

─ у способом платежу (гроші перераховуються на рахунок контрагента).

Критерій 7-й. **За способами повернення кредиту**:

─ частинами; про способи повернення кредиту частинами мова йде в підрозділах цього розділу, тобто далі в розділі 13.

─ одноразово, тобто повернення позики і процентів в кінці строку кредитної операції.

Критерій 8-й. **За видами банківських кредитних продуктів**, іншими словами, за банківською схемою надання позики:

─ цільовий кредит; класична схема надання позики ─ однією сумою на визначений строк; повернення взятої в кредит суми в кінці строку; повернення процентів на початку, впродовж або в кінці кредитної операції;

─ кредитна лінія; дає можливість позичальникові за його рішенням, брати декілька сум позик упродовж дії кредитної лінії та в межах визначеної договором суми кредитної лінії ─ ліміту кредитної лінії;

─ револьверний кредит; кредит, в якому розмір позики «автоматично» поновлюється банком у межах обумовленого кредитним договором розміру;

─ контокорентний кредит; банк відкриває позичальнику інший, так званий контокорентний рахунок, на який банк надає обумовлену договором позику і з якого беруться позичальником необхідні суми позики та повертаються взяті позики, а також проценти;

─ овердрафт; коли у позичальника на його поточному рахунку не вистачає або не залишається взагалі грошей, банк «автоматично» надає позичальнику позику на суму, якої не вистачило, в межах обумовленого договором ліміту; проценти та основна сума за овердрафтним кредитом стягується банком без попередження позичальника в момент, коли у позичальника з'являються гроші на його поточному рахунку; овердрафт вважають різновидом контокорентного кредиту; суттєва різниця між контокорентним кредитом і овердрафтом у тому, що в контокорентному кредиті банк контролює окремий (контокорентний) рахунок, а в овердрафті банк контролює поточний рахунок позичальника; в Україні контокорентний кредит не застосовується;

─ технічний кредит; кредит, що надається під забезпечення грошових коштів, покладених у банк, як правило, – депозиту; перевагою технічного кредиту є встановлення індивідуальних ставок за кредитом; сума кредиту (позика) – до 95 % від суми забезпечення; валюта забезпечення може відрізнятися від валюти кредиту;

─ кредит на придбання автомобілів; як правило, погашається частинами; строк кредитування коливається від 36 до 72 місяців; заставою є куплений автомобіль; обов'язковим є страхування автомобіля за умовами «повне КАСКО»;

─ рефінансування; зміна умов погашення кредитної заборгованості позичальником «своєму» банку або іншому банку; механізм рефінансування передбачає: збільшення строку кредитування, встановлення нового графіка погашення кредиту, відстрочення погашення частини кредиту, можливість заміни декількох діючих кредитів у різних банках одним кредитом в одному із банків, можливість зміни валюти рефінансування, можливість одержання позичальником більшої суми кредиту в одному із банків, ніж його поточна заборгованість, перед іншим банком у разі часткового погашення позичальником раніше отриманого кредиту та достатності забезпечення кредиту.

Безумовно, існують й інші критерії класифікації кредитів.

12.2 Методи повернення кредитів

Витрати, пов'язані з поверненням кредиту, а саме: ─ погашення основної суми кредиту та виплата процентів за ним, мають назву «витрати з обслуговування кредиту, або амортизація займу (кредиту, позики)».

Умовою повернення кредиту є збалансованість між наданою сумою позики, сумою нарахованих процентів та сумою повернення. Визначення збалансованості може бути наглядно виражено графіком. Приклад графіка – дивись рисунок 12.1.

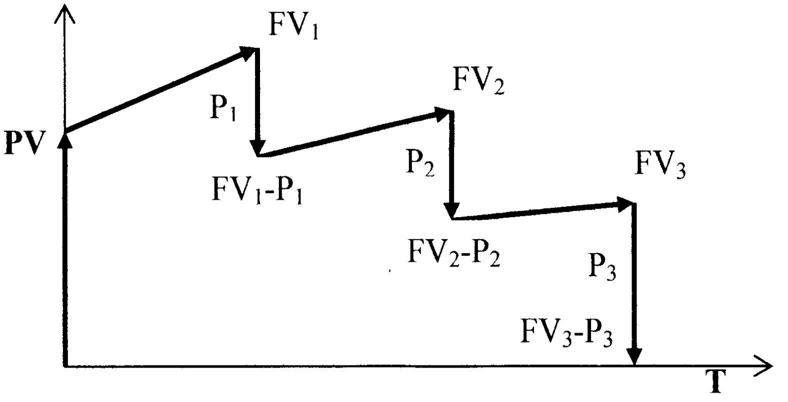

Рисунок 12.1– Графік повернення кредиту частинами

Збалансована операція обов’язково має замкнутий графік. Іншими словами, остання виплата повністю погашає залишок заборгованості. У цьому випадку сума виплат відповідає умовам угоди.

Якщо кредитні зобов’язання погашаються за допомогою декількох рівних чи нерівних платежів, то виникає запитання, яку із сум треба брати за базу для розрахунку процентів і яким чином визначати залишок заборгованості. Існують два методи розв’язання такої задачі. Перший, який застосовується в основному в кредитних операціях строком більше за 1 рік, який називають актуарним методом (*Actuarial method*) — див. рис. 12.1. Другий метод має назву «правило торговця» (*Merchant’s Rule*) — див. рис. 12.2. Він використовується комерційними банками, як правило, для кредитів, що мають строк не більше 1 року. Якщо інше не оговорене, то при нарахуванні процентів в обох методах кількість днів у будь-якому місяці береться 30, кількість днів у році – 360.

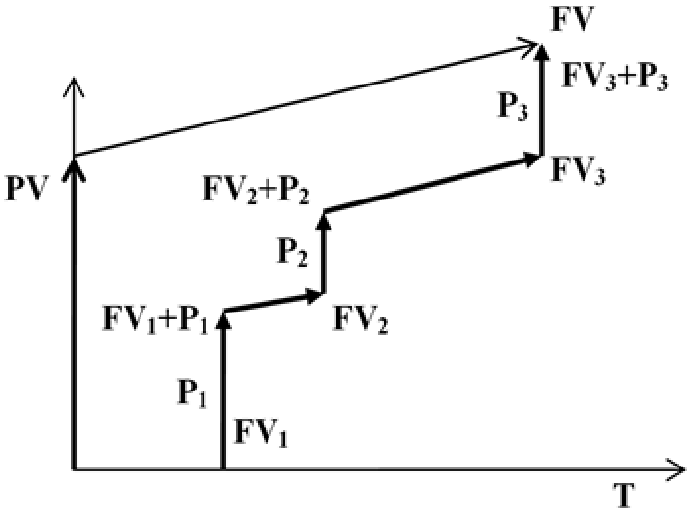

Рисунок 12.2 – Графік накопичення суми кредиту

Актуарний метод передбачає послідовне нарахування процентів на фактичні суми боргу. Якщо погашення кредиту відбувається частинами, то частина платежу йде, в першу чергу, на погашення процентів, що нараховані на дату платежу. Величина платежу, що перевищує суму нарахованих процентів, йде на погашення основної суми боргу. Непогашений залишок є базою для нарахування процентів на наступний період і так далі. Якщо розмір менше нарахованих процентів, то погашення суми боргу не здійснюється. Надходження додається до наступного платежу. Прикладом розрахунків за актуарним методом є розрахунки в підрозділах 12.3, 12.4, 12.5, 12.6.

Інший принцип передбачає правило торговця. Можливі два варіанти. Якщо строк кредиту не перевищує 1 рік, то сума боргу з процентами залишається незмінною до повного його погашення. А часткові платежі з нарахованими на них до кінця строку процентами накопичуються окремо. Останній внесок повинен дорівнювати різниці цих сум. У випадку, коли строк перевищує 1 рік, накопичувальні розрахунки здійснюються для кожного річного періоду. Якщо накопичувальний рахунок відкрито в банку, в якому взятий кредит, то, за домовленістю, в кінці кожного року із суми боргу може відраховуватися як платіж, так і нарощена сума накопичених платежів–частин. Графік, що відображає таку операцію, демонструє дві фінансові операції (дивись рис. 12.2). Перша операція характеризує нарощення кредитної заборгованості, друга – суми платежів та нарощення на них.

Треба додати, що за одних і тих самих умов кредитної операції актуарний метод і правило торговця дають різні результати. Різниця в результатах залежить від конкретно застосованого механізму погашення кредиту.

12.3 Виплати кредиту рівними сумами

Виплата взятого кредиту (позики) рівними частинами наприкінці обумовлених періодів k, у якого процент нараховується як складний процент на неповернений залишок, розраховується за формулою

$$PV = P\cdot\frac{1-(1+i)^{-k}}{i}, \qquad (12.1)$$

де PV – сума взятого кредиту, або основна сума позики (англ. *principal*), тіло кредиту, позика;

P – сума виплати, що погашає взятий кредит, яка виплачується k разів;

i – процентна ставка в кожному з періодів k;

k – кількість періодів, у кінці яких повертається P.

Формула (12.1) є вже відомою нам формулою (11.5).

Іноді, коли кредит погашається (повертається) рівними сумами, його називають «позика з фіксованою виплатою» (від англ. *fixed payment loan*). Такі позики є досить поширеними і використовуються при наданні споживчих кредитів. Також їх ще називають «кредит у розстрочення», або «позика у розстрочення».

Нагадуємо, що формула (12.1) може бути записана в іншій формі:

$$PV = P \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^k}}{i}. \qquad (12.1^*)$$

Розглянемо використання формули (12.1) на прикладі модельної задачі 6.

Модельна задача 6

Ви взяли кредит на 4 роки 10000 грн під 14 %, які нараховуються за схемою нарахування процентів на неповернений (непогашений) залишок. Повертати необхідно рівними сумами наприкінці кожного року. Знайти розмір річного платежу.

Стратегія розв'язання модельної задачі 6

Аналіз модельної задачі показує, що кількість повернень суми *P* дорівнює чотирьом, тобто $k = 4$. Нарахування процентів – щорічне, складне. Процентна ставка – річна. Необхідно знайти таку суму *P*, щоб, повертаючи її чотири рази (наприкінці кожного року), повернути не тільки борг (тобто тіло кредиту, позику) у розмірі 10000 грн, а й повернути проценти, які нараховуються на залишок після кожної виплати *P*.

Розв'язування задачі

$$P = PV \cdot \frac{i}{1-(1+i)^{-k}} = 10000 \cdot \frac{0{,}14}{1-(1+0{,}14)^{-4}} = 3432{,}05\,(\textit{грн})$$

За формулою (12.1) сума виплати наприкінці кожного року дорівнює $P = 3432$ грн.

Механізм виплати кредиту зручно пояснити за допомогою графіка (див. рис. 12.3). На графіку та в поясненнях до нього показано нарощення процентів на кредит, повернення щороку фіксованої виплати *P*, що дорівнює 3432 грн, і нарахування складних процентів на непогашений залишок упродовж кожного року.

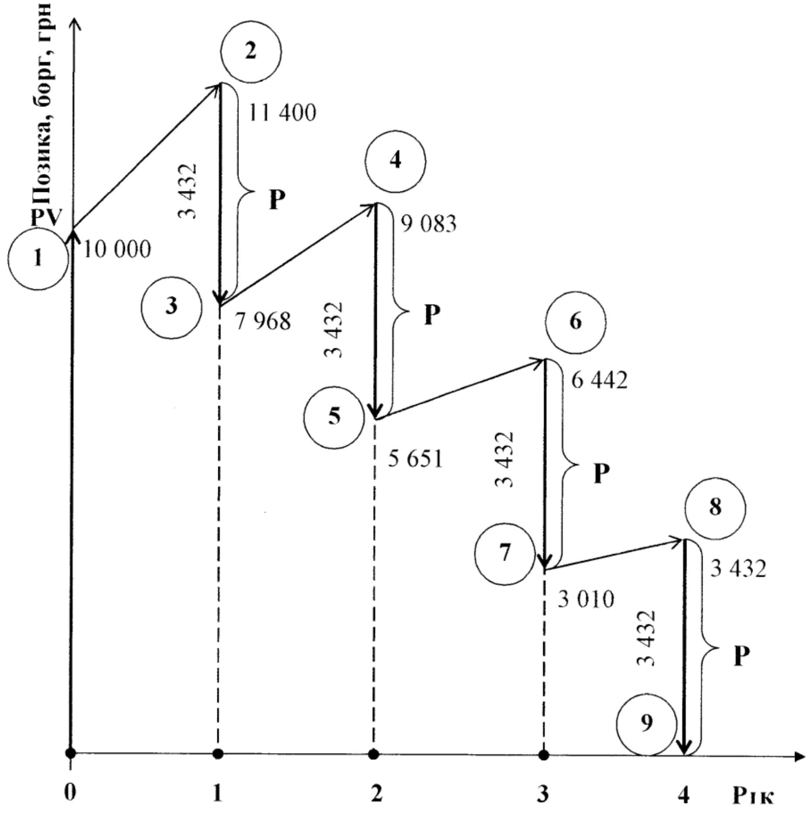

Рисунок 12.3 – Графік повернення кредиту рівними (фіксованими) платежами

На рис. 12.3 точка 1 ─ це сума кредиту (або боргу), що взято на початку 4-річного строку. Точка 2 ─ це сума боргу наприкінці першого року. Сума боргу в точці 2 складається із суми кредиту ─ 10000 грн плюс проценти, які нараховані за 1 рік на суму 10000 грн. Розраховується $FV_{\text{точка 2}}$ = = 10000 грн + 10000 грн·0,14 = 11400 грн, або, що те саме, $FV_{\text{точка 2}}$ = 10000 грн·(1+0,14) = 11400 грн. Далі, у точці 2 (це кінець першого року) настав час повернути фіксовану суму P розміром 3432 грн.

Після повернення фіксованої суми (3432 грн) у кінці першого року непогашений залишок дорівнює 11400 грн –

3432 грн = 7968 грн (точка 3 на рис. 12.3). На цей непогашений залишок у розмірі 7968 грн упродовж другого року нараховується процент за ставкою 14 %. Отже, борг на кінець 2-го року дорівнює $FV_{\text{точка 4}}$ = = 7968 грн·(1+0,14) = 9083 грн. Сума 9083 грн (точка 4 на рис. 5) ─ це сума боргу на кінець другого року. Після виплати фіксованої суми (3432 грн) на кінець другого року непогашений залишок становить 5651 грн (9083 грн – – 3432 грн) що відображено в точці 5 на рис. 12.3. Аналогічно розраховуються суми в точках 6, 7, 8, 9. Точка 6 ─ розмір суми боргу наприкінці третього року (6442 грн). Точка 7 ─ непогашений залишок наприкінці 3-го року (3010 грн). Точка 8 ─ сума боргу на кінець четвертого року (3432 грн). Точка 9 – непогашений залишок на кінець четвертого року (0 грн).

Результати розрахунку погашення кредиту можна подати і у вигляді таблиці (табл. 12.1).

Таблиця 12.1 – Результати розрахунку погашення кредиту рівними сумами *P*, грн

Рік	Залишок боргу на початку року	Сума боргу на кінець року до виплати *P*	Виплата *P* в кінці кожного року	Залишок боргу на кінець року після виплати *P*	Розмір процентів у складі *P*	Частина основної суми (частина суми кредиту) у складі *P*
1	10 000	11 400	3 432	7 968	1 400	2 032
2	7 968	9 083	3 432	5 651	1 115	2 317
3	5 651	6 442	3 432	3 010	791	2 641
4	3 010	3 432	3 432	0	422	3 010
Разом	0	─	13728	─	3 728	10 000

Графічна та таблична ілюстрації розв’язання модельної задачі 6 показують, що знайдена за формулою (12.1) сума фіксованої виплати в розмірі P = 3432 грн розрахована правильно тому, що наприкінці четвертого року сума боргу дорівнює нулю, тобто кредит сплачено повністю.

Відповідь до модельної задачі 6: розмір річного платежу P = 3432 грн.

Нагадуємо, що формула (12.1) так само, як і формула (11.5), застосовується тільки у разі, коли періоди нарахування процентів збігаються з періодами виплати фіксованої величини P. Інакше кажучи, якщо виплати P наприкінці кожного року та нарахування процентів щорічне, якщо виплати P кожні півроку та нарахування процентів теж кожні півроку, якщо виплати P щоквартальні та нарахування процентів квартальне, тільки за цих умов формула (12.1) дає правильний результат.

Переважна кількість кредитів надається на інших умовах. При купівлі в кредит речей довготривалого використання, наприклад, телевізорів, холодильників, пральних машин, автомобілів тощо, частіше за все платежі, які треба сплачувати за кредит, щомісячні.

Приклад 12.1

Задача

Ви купуєте легковий автомобіль у кредит. Ціна автомобіля 130 тис. грн. Ставка за кредитом 36 %. Строк виплати кредиту три роки. Виплати щомісячні, в кінці місяця, рівними сумами. Знайти місячний платіж.

Аналіз перед розв'язуванням задачі

За умовами задачі це місячний ануїтет пост-нумерандо з такими параметрами: PV^{a}_{pst} *= 130 тис. грн; N = 3 роки; p = 12 (кількість виплат за 1 рік — «виплата щомісячно»); i = 36 %; нарахування процентів — річне (за неоголошеним правилом). Знайти P — ? Загалом маємо ануїтет із внесенням платежів p разів за рік та нарахуванням процентів один раз на рік.*

Розв'язування задачі

Використовуємо формулу (11.9):

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p}-1} \quad , \qquad (12.9)$$

в якій P ─ невідома величина.

Проведемо розрахунок коефіцієнта дисконтування:

$$\frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p}-1} = \frac{1-\dfrac{1}{(1+i)^{N}}}{(1+i)^{1/p}-1} = \frac{1-\dfrac{1}{(1+0,36)^{3}}}{(1+0,36)^{1/12}-1} = 23,21177434$$

Розмір місячного платежу:

P=130 тис. грн / 23,21177434025=5600 грн.

Відповідь: *при ставці 36 % упродовж трьох років за кредитом у розмірі 130 тис. грн щомісячна плата дорівнює 5600 грн.*

Якщо плата за кредитом по 5600 грн щомісячно є великою, то можливим є варіант запропонованої покупцем прийнятної для нього суми щомісячної плати. У такому разі невідомим буде строк погашення кредиту.

Приклад 12.2

Задача

Ви купуєте легковий автомобіль у кредит. Ціна автомобіля 130 тис. грн. Ставка за кредитом ─ 36 %. Виплата щомісячно, в кінці місяця, рівними сумами в розмірі 2 тис. грн. Знайти строк кредитної операції.

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Ця задача майже повторює кредитні умови попередньої задачі (приклад 13.1). Але тепер потрібно знайти строк, за який буде погашено кредит, якщо повертається щомісячно по 2 тис. грн.

Розв'язування задачі

Використовуємо формулу (11.45):

$$N = \frac{\ln\left[1 - \frac{PV_{pst}^{a}}{P}\left((1+i)^{1/p} - 1\right)\right]^{-1}}{\ln(1+i)}, \qquad (11.45)$$

за якою проводимо розрахунок строку ануїтету.

Перед застосуванням формули (11.45) треба з'ясувати, чи може забезпечити щомісячне погашення боргу в розмірі 2000 грн накопичення суми 130 тис. грн із процентами. Для формули (12.45) необхідне додержання такої нерівності $P > PV_{pst}^{a} \cdot \left[(1+i)^{1/p} - 1\right]$.

Розрахунок коефіцієнта у квадратних дужках дає такий результат: 0,025954834658. Тоді P повинно бути більше ніж 3374 грн. Тобто платіж 2000 грн не забезпечить накопичення суми 130 тис. грн із процентами ні при якому строку виплат. Це означає, що виплата 2000 грн не «перекриває» навіть суму процентів за перший місяць, а якщо це так, то сума боргу буде постійно щомісячно зростати.

Необхідно змінити розмір щомісячної виплати, який повинен бути більшим за 3374 грн. Новий узгоджений із покупцем розмір щомісячної виплати нехай дорівнює 3500 грн. За нових умов строк, за який буде погашено кредит, розраховується за формулою (11.45) та дорівнює

$$N = \frac{\ln\left[1 - \frac{130\,000\, грн}{3500\, грн}\left((1+0{,}36)^{1/12} - 1\right)\right]^{-1}}{\ln(1+0{,}36)} = 10{,}8\,(років).$$

Строк 10,8 року є строком між 10 роками і 9 місяцями та 10 роками і 10 місяцями, а точніше, це 10 років та 292 дні, або 10 років 9 місяців і 22 дні. Відповідно до зауважень, що надані у розділі 12 після формули (12.53), округлюємо строк до показника 10 років та 9 місяців, що відповідає показнику 10,75 року.

Виконаємо розрахунок із використанням округленого показника N = 10,75 років за формулою (12.9).

Проведемо розрахунок коефіцієнта дисконтування:

$$\frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p}-1}=\frac{1-\dfrac{1}{(1+i)^{N}}}{(1+i)^{1/p}-1}=\frac{1-\dfrac{1}{(1+0{,}36)^{10{,}75}}}{(1+0{,}36)^{1/12}-1}=37{,}115154\,.$$

Розмір кредиту дорівнює

PV = 3500 грн · 37,115154 = 129903 грн.

Як бачимо, за розрахунками, після округлення приведена вартість майже дорівнює сумі кредиту, але менша за суму кредиту на 97 грн. Таке зменшення може бути компенсовано при підписанні кредитного договору (контракту).

***Відповідь:** при ставці 36 % за умови щомісячної сплати 3500 грн за кредитом у розмірі 130 тис. грн строк сплати буде 10 років і 9 місяців із виплатою боржником кредиторові 97 грн у момент підписання кредитного договору (така вимога з'явилася на підставі округлених розрахунків).*

12.4 Виплати кредиту рівними сумами за умови змінності процентних ставок за кредитом

Розрахунок платежів за користування кредитом за умови змінності процентних ставок має таку саму логічно-структурну побудову, як і розрахунок виплат взятого кредиту (позики) рівними частинами з незмінною процентною ставкою (див. підрозділ 12.1). Отже, цілком доречним буде розгляд такого розрахунку за допомогою прикладу (приклад 12.3).

Приклад 12.3

Задача

Взято кредит у розмірі 10,0 млн грн на строк 7 років. Процентна ставка змінюється за роками: 1-й та 2-й роки ─ 7 %, 3-й та 4-й ─ 10 %, 5-й, 6-й та 7-й ─ 16 %. Кредит погашається рівними платежами в межах дії ставок у *кінці кожного року. Проценти нараховуються на непогашений залишок. Знайти розмір річного платежу.*

Розв'язування задачі

1-й рік

Борг на початок першого року $PV_1 = 10{,}0$ *млн грн.*

Використовуючи формулу (12.1), розраховуємо розмір річного платежу за перший рік P_1 *:*

$$P_1 = \frac{PV_1 \cdot i}{1-(1+i)^{-k}} = \frac{10{,}0 \cdot 0{,}07}{1-\dfrac{1}{(1+0{,}07)^7}} = 1{,}8555\ (\textit{млн грн}).$$

Процент, що нарахований за перший рік:

$$I_1 = PV_1 \cdot i = 10{,}0 \cdot 0{,}07 = 0{,}7000\ (\textit{млн грн}).$$

Розмір погашення основної суми боргу у складі річного платежу R_1:

$$R_1 = P_1 - I_1 = 1{,}8555 - 0{,}7000 = 1{,}1555\ (\textit{млн грн}).$$

2-й рік

Непогашений залишок на початок другого року, або, що одне й те саме, залишок боргу на початок другого року:

$$PV_2 = PV_1 - R_1 = 10{,}0 - 1{,}1555 = 8{,}8445\ (\textit{млн грн}).$$

$$P_2 = \frac{PV_2 \cdot i}{1-(1+i)^{-k}} = \frac{8{,}8445 \cdot 0{,}07}{1-\dfrac{1}{(1+0{,}07)^6}} = 1{,}8555\ (\textit{млн грн}).$$

$$I_2 = PV_2 \cdot i = 8{,}8445 \cdot 0{,}07 = 0{,}6191\ (\textit{млн грн}).$$

$$R_2 = P_2 - I_2 = 1{,}8555 - 0{,}6191 = 1{,}2364\ (\textit{млн грн}).$$

3-й рік.

Залишок боргу на початок третього року:

$$PV_3 = PV_2 - R_2 = 8{,}8445 - 1{,}2364 = 7{,}6081\ (\textit{млн грн}).$$

$$P_3 = \frac{PV_3 \cdot i}{1-(1+i)^{-k}} = \frac{7{,}6081 \cdot 0{,}1}{1-\frac{1}{(1+0{,}1)^5}} = 2{,}0070\ (\text{млн грн}).$$

$$I_3 = PV_3 \cdot i = 7{,}6081 \cdot 0{,}1 = 0{,}7608\ (\text{млн грн}).$$

$$R_3 = P_3 - I_3 = 2{,}0070 - 0{,}7608 = 1{,}2462\ (\text{млн грн}).$$

4-й рік

Залишок боргу на початок четвертого року:

$$PV_4 = PV_3 - R_3 = 7{,}6081 - 1{,}2462 = 6{,}3619\ (\text{млн грн}).$$

$$P_4 = \frac{PV_4 \cdot i}{1-(1+i)^{-k}} = \frac{6{,}3619 \cdot 0{,}1}{1-\frac{1}{(1+0{,}1)^4}} = 2{,}0070\ (\text{млн грн}).$$

$$I_4 = PV_4 \cdot i = 6{,}3619 \cdot 0{,}1 = 0{,}6362\ (\text{млн грн}).$$

$$R_4 = P_4 - I_4 = 2{,}0070 - 0{,}6362 = 1{,}3708\ (\text{млн грн}).$$

5-й рік

Залишок боргу на початок п'ятого року:

$$PV_5 = PV_4 - R_4 = 6{,}3619 - 1{,}3708 = 4{,}9911\ (\text{млн грн}).$$

$$P_5 = \frac{PV_5 \cdot i}{1-(1+i)^{-k}} = \frac{4{,}9911 \cdot 0{,}16}{1-\frac{1}{(1+0{,}16)^3}} = 2{,}2223\ (\text{млн грн}).$$

$$I_5 = PV_5 \cdot i = 4{,}9911 \cdot 0{,}16 = 0{,}7986\ (\text{млн грн}).$$

$$R_5 = P_5 - I_5 = 2{,}2223 - 0{,}7986 = 1{,}4237\ (\text{млн грн}).$$

6-й рік

Залишок боргу на початок шостого року:

$$PV_6 = PV_5 - R_5 = 4{,}9911 - 1{,}4237 = 3{,}5674\ (\text{млн грн}).$$

$$P_6 = \frac{PV_6 \cdot i}{1-(1+i)^{-k}} = \frac{3{,}5674 \cdot 0{,}16}{1-\frac{1}{(1+0{,}16)^2}} = 2{,}2223\ (\text{млн грн}).$$

$$I_6 = PV_6 \cdot i = 3{,}5674 \cdot 0{,}16 = 0{,}5708\ (\text{млн грн}).$$

$$R_6 = P_6 - I_6 = 2{,}2223 - 0{,}5708 = 1{,}6515\ (\text{млн грн}).$$

7-й рік

Залишок боргу на початок сьомого року:

$$PV_7 = PV_6 - R_6 = 3{,}5674 - 1{,}6515 = 1{,}9158 \ (млн\, грн).$$

$$P_7 = \frac{PV_7 \cdot i}{1-(1+i)^{-k}} = \frac{1{,}9158 \cdot 0{,}16}{1-\dfrac{1}{(1+0{,}16)^{1}}} = 2{,}2223\,(млн\, грн).$$

$$I_7 = PV_7 \cdot i = 1{,}9158 \cdot 0{,}16 = 0{,}3065 \ (млн\, грн).$$

$$R_7 = P_7 - I_7 = 2{,}2223 - 0{,}3065 = 1{,}9158 \ (млн\, грн).$$

Проведені вище розрахунки можна занести в таблицю і вважати таку таблицю планом погашення кредиту за умов задачі з прикладу 12.3 (таблиця 12.2).

Таблиця 12.2 — Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами P зі змінною процентною ставкою, млн грн.

Рік - процентна ставка i	*Залишок боргу на початку року*	*Сума боргу на кінець року до виплати P*	*Виплата P у кінці кожного року*	*Залишок боргу на кінець року після виплати P,—PV*	*Розмір процентів у складі P,—I*	*Частина основної суми у складі P,—R*
1-7 %	10,0	10,7	1,8555	8,8445	0,7000	1,1555
2-7 %	8,8445	9,4636	1,8555	7,6081	0,6191	1,2364
3-10 %	7,6081	8,3689	2,0070	6,3619	0,7608	1,2462
4-10 %	6,3619	6,9981	2,0070	4,9911	0,6362	1,3708
5-16 %	4,9911	5,7897	2,2223	3,5674	0,7986	1,4237
6-16 %	3,5674	4,1382	2,2223	1,9158	0,5708	1,6515
7-16 %	1,9158	2,2223	2,2223	0	0,3065	1,9158
Разом	0	—	14,3919	—	4,3920	9,9999

12.5 Виплати кредиту рівними сумами основного боргу

При оформленні кредиту може бути така умова: проводити погашення основного боргу PV рівними щорічними платежами. У такому разі розміри платежів за основним боргом R будуть дорівнювати $R = PV / N$. Залишок основного боргу на початку кожного періоду погашення PV_k розраховується так:

$$PV_k = PV - R \cdot (k-1), \tag{12.2}$$

де PV ─ сума всього боргу, сума взятого кредиту, сума позики, тіло кредиту;

k ─ порядковий номер періоду погашення кредиту; у разі щорічного погашення кредиту $k = N$.

Тоді величина плати за кредит у кожному розрахунковому періоді дорівнює

$$P_k = PV_k \cdot i + R, \tag{12.3}$$

де i ─ процентна ставка в кожному з періодів k.

Підстановка до формули (12.3) показника PV_k із формули (12.2) дає такий результат:

$$P_k = [PV - R \cdot (k-1)] \cdot i + R. \tag{12.4}$$

Розмір процента для k-го періоду (року) розраховується за формулою

$$I_k = PV_k \cdot i = [PV - R \cdot (k-1)] \cdot i. \tag{12.5}$$

Приклад 12.4

Задача

Кредит в сумі 3,0 млн грн видано на 5 років під 20 % річних. За умовами кредитного договору погашення основного боргу повинно бути проведено рівними сумами. Виплати за кредитом ─ в кінці кожного року. Знайти щорічний розмір виплат.

Розв'язування задачі

Розмір річної сплати основного боргу

$$R = \frac{3{,}0\,\textit{млн грн}}{5} = 0{,}6\,\textit{млн грн}.$$

Розмір річних виплат (за допомогою формули 12.4).

1-й рік – $P_1 = [3{,}0 - 0{,}6 \cdot (1-1)] \cdot 0{,}2 + 0{,}6 = 1{,}20\,(\textit{млн грн})$.

2-й рік – $P_2 = [3{,}0 - 0{,}6 \cdot (2-1)] \cdot 0{,}2 + 0{,}6 = 1{,}08\,(\textit{млн грн})$.

3-й рік – $P_3 = [3{,}0 - 0{,}6 \cdot (3-1)] \cdot 0{,}2 + 0{,}6 = 0{,}96\,(\textit{млн грн})$.

4-й рік – $P_4 = [3{,}0 - 0{,}6 \cdot (4-1)] \cdot 0{,}2 + 0{,}6 = 0{,}84\,(\textit{млн грн})$.

5-й рік – $P_5 = [3{,}0 - 0{,}6 \cdot (5-1)] \cdot 0{,}2 + 0{,}6 = 0{,}72\,(\textit{млн грн})$.

Проведені вище розрахунки заносимо в таблицю і вважаємо таку таблицю планом погашення кредиту за даними задачі з прикладу 12.4 (табл. 12.3).

Таблиця 12.3 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами основного боргу R, млн грн.

Рік	*Залишок боргу на початок року,* — PV_k	*Сума боргу на кінець року до виплати* P_k	*Виплата* P_k *у кінці року,* $P_k = I_k + R_k$	*Залишок боргу на кінець року після виплати* P_k, — PV_{pst}	*Розмір процентів у складі* P_k, — I_k	*Частина основної суми у складі* P_k, — R
1	3,00	3,60	1,20	2,40	0,60	0,6
2	2,40	2,88	1,08	1,80	0,48	0,6
3	1,80	2,16	0,96	1,20	0,36	0,6
4	1,20	1,44	0,84	0,60	0,24	0,6
5	0,60	0,72	0,72	0	0,12	0,6
Разом	0	—	4,80	—	1,80	3,00

Механізм розрахунку (складення плану) виплати кредиту рівними сумами основного боргу стає (для декого, а може й для більшості) більш зрозумілим, якщо при розрахунку розміру виплат кредиту формули взагалі не використовувати. Алгоритм такого розрахунку дано в прикладі 12.5.

Приклад 12.5

Борг (взятий кредит) у сумі 1000 тис. грн потрібно повертати щорічними рівними від боргу сумами в кінці кожного року впродовж 5 років. На борг (кредит) нараховуються проценти за ставкою 10 %. Знайти розміри щорічних виплат.

Розв'язування задачі

Розмір погашення рівними частинами від боргу (від взятого кредиту) сумами дорівнює 200 тис. грн у кожному році (1000 тис. грн : 5 років = 200 тис. грн / рік).
Процент за перший рік: 1000 тис. грн · 0,1 =100 тис. грн.
Процент за другий рік: (1000 тис. грн – 200 тис. грн.) × × 0,1 = 80 тис. грн. Процент за третій рік: (1000 тис. грн – – 200 тис. грн · 2) · 0,1 = 60 тис. грн. Процент за четвертий рік: (1000 тис. грн – 200 тис. грн · 3) · 0,1= = 40 тис. грн. Процент за п'ятий рік: (1000 тис. грн – –200 тис. грн · 4) · 0,1 = 20 тис. грн. Графік (план) погашення кредиту подано в таблиці 12.4.

Таблиця 12.4 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами основного боргу, тис. грн

Рік	*Залишок боргу на початку року*	*Частина основної суми у складі суми погашення*	*Розмір процентів у складі суми погашення*	*Розмір виплат у кінці року*
1	1000	200	100	300
2	800	200	80	280
3	600	200	60	260
4	400	200	40	240
5	200	200	20	220
Разом	–	1000	300	1300

*Як **висновок** можемо зазначити, що при погашенні рівними частинами основної суми боргу (кредиту):*

— розмір виплат у кожному з періодів (у задачі — кожного року) зменшується;

— розмір процентів у складі суми погашення в кожному з періодів виплат зменшується;

— відношення процентів до суми погашення основного боргу зменшується.

У розглянутому методі виплати кредиту рівними сумами основного боргу є перевага — простота розрахунку. Але недоліком цього методу є те, що на початку строку сплати, а саме — перші сплати, є вищими за останні. Такі умови сплати є дуже не бажаними для боржника. При такій схемі повернення зникає сенс для позичальника брати кредит.

12.6 Виплати кредиту нерівними (змінними) сумами основного боргу

У цьому підрозділі будуть розглянуті варіанти розрахунків, за яких передбачається повернення кредиту нерівними частинами, тобто, коли передбачено погашення такими платежами, у складі яких частини основного боргу не рівні між собою.

12.6.1 Виплати в частині основного боргу змінюються в арифметичній прогресії

За умовами кредитного договору передбачено щорічне погашення основного боргу частинами, які зростають або зменшуються за арифметичною прогресією з різницею прогресії d. У такому разі виплати основного боргу становитимуть за:

1-й рік — R_1;

2-й рік — $R_1 \pm d$;

3-й рік — $R_1 \pm 2 \cdot d$;

………………

передостанній рік — $R_1 \pm (N-2) \cdot d$;

останній рік — $R_1 \pm (N-1) \cdot d$.

Отже, розмір виплати основного боргу в кожному з періодів k дорівнює

$$R_k = R_1 \pm (N-k)\cdot d. \qquad (12.6)$$

Сума основного боргу PV дорівнює сумі всіх виплат R_k, тобто сумі членів зростаючої арифметичної прогресії (див. формулу 11.24):

$$PV = \frac{[R_1 + R_1 + (N-1)\cdot d]\cdot N}{2} = \frac{[2\cdot R_1 + (N-1)\cdot d]\cdot N}{2}. \qquad (12.7)$$

Розв'язання рівняння (13.7) відносно R_1 дає формулу для розрахунку розміру частини основного боргу у складі першої виплати:

$$R_1 = \frac{PV}{N} - \frac{(N-1)}{2}\cdot d \qquad (12.8)$$

або

$$R_1 = \frac{PV}{N} + \frac{(N-1)}{2}\cdot d. \qquad (12.9)$$

За формулою (12.8) розраховується R_1 для зростаючої арифметичної прогресії, за (12.9) ─ для спадної.

Приклад 12.6

Задача

Кредит у сумі 5,0 млн грн взято на 5 років під 15 % річних із нарахуванням процентів у кінці кожного року. Виплати основного боргу повинні зростати на 0,1 млн грн щорічно. Скласти план повернення кредиту.

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 5 млн грн, N = 5, i =15 %. Виплати основного боргу ─ зростаюча арифметична прогресія з різницею прогресії d = 0,1 млн грн.

Розв'язування задачі

Розрахунок розміру частини основного боргу у складі *першої виплати проводимо за формулою (12.8):*

$$R_1 = \frac{5{,}0\,млн\,грн}{5} - \frac{(5-1)}{2} \cdot 0{,}1\,млн\,грн = 0{,}8\,млн\,грн.$$

Тоді частина основного боргу у складі:

— *другої виплати* $R_2 = R_1 + d$,

$R_2 = 0{,}8 + 0{,}1 = 0{,}9\,(млн\,грн)$,

— *у складі третьої виплати — 1,0 млн грн,*
— *у четвертій —1,1 млн грн;*
— *у п'ятій — 1,2 млн грн.*

План погашення боргу (кредиту) подано в табличній формі (табл. 12.5).

Таблиця 12.5 – План погашення кредиту змінними частинами основного боргу R, що змінюються за арифметичною прогресією, млн грн

Рік	*Залишок боргу на початку року*	*Сума боргу на кінець року до виплати P*	*Виплата P у кінці кожного року*	*Залишок боргу на кінець року після виплати P, — PV*	*Розмір процентів у складі P, — I*	*Частина основної суми у складі P, — R*
1	5,00	5,750	1,550	4,20	0,750	0,8
2	4,20	4,830	1,530	3,30	0,630	0,9
3	3,30	3,795	1,495	2,30	0,495	1,0
4	2,30	2,645	1,445	1,20	0,345	1,1
5	1,20	1,380	1,380	0	0,180	1,2
Разом	0	—	7,40	—	2,40	5,00

12.6.2 Виплати в частині основного боргу змінюються в геометричній прогресії

Якщо передбачено щорічне (або за іншими періодами) погашення основного боргу частинами, які зростають або зменшуються за геометричною прогресією зі знаменником q (див. пояснення до формули 11.3), то щорічні (або за іншими періодами) виплати в частині основного боргу становитимуть за:

1-й рік ─ R_1;

2-й рік ─ $R_2 = R_1 \cdot q$;

3-й рік ─ $R_3 = R_1 \cdot q^2$;

………………

передостанній рік ─ $R_{k-1} = R_1 \cdot q^{k-2}$;

останній рік ─ $R_k = R_1 \cdot q^{k-1}$.

Сума членів такої геометричної прогресії є сумою взятого кредиту, тобто у фінансових позначках ─ PV, і розраховується (див. формулу 11.3):

$$PV = R_1 \cdot \frac{q^k - 1}{q - 1},\ де\ q > 1$$

або

$$PV = R_1 \cdot \frac{1 - q^k}{1 - q},\ де\ q < 1.$$

Розв'язування попередніх двох рівнянь відносно R_1 дають такі рівняння:

$$R_1 = PV \cdot \frac{q - 1}{q^k - 1},\ де\ q > 1, \qquad (12.10)$$

$$R_1 = PV \cdot \frac{1 - q}{1 - q^k},\ де\ q < 1. \qquad (12.11)$$

Приклад 12.7

Задача

Кредит у розмірі 300 тис. грн повинен бути повернутим упродовж шести років щорічними виплатами. Ставка за кредитом — 15 %. Платежі, що забезпечують погашення основного боргу, повинні збільшуватися в геометричній прогресії на 5 % щорічно. Скласти план погашення кредиту.

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 300 тис. грн, N = k = 6, і=15%. Виплати основного боргу — зростаюча геометрична прогресія зі знаменником q = 1,05.

Розв'язування задачі

Розрахунок розміру частини основного боргу у складі першої виплати (виплати за 1-й рік) проводимо за формулою (12.10):

$$R_1 = 300 \cdot \frac{1{,}05 - 1}{1{,}05^6 - 1} = 44{,}105 \text{ (тис. грн)}.$$

Частина основного боргу у складі другої виплати (у складі виплати за 2-й рік):

$$R_2 = R_1 \cdot q,\ R_2 = 44{,}105 \cdot 1{,}05 = 46{,}311 \text{ (тис. грн)};$$

— *у складі третьої виплати (виплати за 3-й рік):*

$$R_3 = R_1 \cdot q^2 = 44{,}105 \cdot 1{,}05^2 = 48{,}626 \text{ (тис. грн)};$$

— *у четвертій виплаті (за 4-й рік):*

$$R_4 = R_1 \cdot q^3 = 44{,}105 \cdot 1{,}05^3 = 51{,}057 \text{ (тис. грн)};$$

— *у п'ятій (за 5-й рік):*

$$R_5 = R_1 \cdot q^4 = 44{,}105 \cdot 1{,}05^4 = 53{,}610 \text{ (тис. грн)};$$

— *у шостій (за 6-й рік):*

$$R_6 = R_1 \cdot q^5 = 44{,}105 \cdot 1{,}05^5 = 56{,}291 \text{ (тис. грн)}.$$

План погашення боргу (кредиту) подано в табличній формі (табл. 12.6).

Таблиця 12.6 – План погашення кредиту змінними частинами основного боргу R, що змінюються за геометричною прогресією, тис. грн

Рік	*Залишок боргу на початку року*	*Сума боргу на кінець року до виплати P*	*Виплата P у кінці кожного року*	*Залишок боргу на кінець року після виплати P, — PV*	*Розмір процентів у складі P, — I*	*Частина основної суми у складі P, — R*
1	300,000	345,000	89,105	255,895	45,000	44,105
2	255,895	294,279	84,695	209,584	38,384	46,311
3	209,584	241,022	80,064	160,958	31,438	48,626
4	160,958	185,102	75,201	109,901	24,144	51,057
5	109,901	126,386	70,095	56,291	16,485	53,610
6	56,291	64,735	64,735	0	8,444	56,291
Разом	0	—	463,895	—	163,895	300,00

12.6.3 Виплати в частині основного боргу не рівні між собою та обрані вільно

У будь-якій кредитній операції розмір кредиту (сума позики) є визначеною на початку операції величиною. За умов кредитної операції сума кредиту повинна бути обов’язково повернутою. Отже, цілком слушним є ствердження, що при погашенні кредиту, на які б частини повернення не поділялася сума кредиту (основна сума), потрібно, щоб сума її частин дорівнювала розміру кредиту. Тобто у всіх таблицях, в яких надано розрахунок (або, що одне і теж, — план) погашення кредиту частинами основної суми (табл. 12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5, 12.6) доданок частин основної суми завжди дорівнює сумі кредиту (див. останню колонку). Таким чином, при розподілі суми кредиту (тобто тіла кредиту) на вільно обрані частини потрібно, щоб сума цих частин дорівнювала сумі кредиту. Будь-які вільно обрані частини кредиту, які в сумі дають розмір кредиту, можуть бути базою при розрахунку платежів за кредитом. Причому, розрахунок можна проводити в табличній формі.

Невипадково у попередніх прикладах і задачах розділу 12 результати розрахунків зводилися в таблицю, яка є підсумком розрахунків за кредитом (табл: 12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5). Але, з іншого боку, сам алгоритм заповнення таблиці є механізмом розрахунку показників при погашенні кредиту. Саме такий, умовно назвемо його табличний, спосіб розрахунку показників кредитної операції, в якій виплати в частині основного боргу не рівні між собою та обрані вільно, може бути застосованим у даному випадку. Покажемо табличний спосіб розрахунку на прикладі (приклад 12.8).

Приклад 12.8

Задача

Кредит у сумі 3,0 млн грн видано на 5 років під 20 % річних. Виплати за кредитом ─ у кінці кожного року. За умовами кредитного договору погашення основного боргу повинно бути проведено такими сумами: 1-й рік ─ 0,5 млн грн; 2-й рік ─ 1 млн грн; 3-й рік ─ 0,3 млн грн; 4-й рік ─ 0,8 млн грн. Знайти щорічний розмір виплат, або, що одне й те саме, скласти план погашення кредиту.

Розв'язування задачі

Проводимо розрахунок (складаємо план) погашення кредиту табличним способом.

Розраховуємо суму погашення основного боргу за останній 6-й рік: 3,0 *млн грн – 0,5 млн грн – 1,0 млн грн – – 0,3 млн грн – 0,8 млн грн =0,4 млн грн.*

Записуємо в таблицю – в колонку 7, – частини основного боргу R, що сплачуються у складі виплат P в кінці кожного року, а також вписуємо суму взятого (наданого) кредиту в колонку 2, рядок 1 (див. табл. 12.7/1).

Таблиця 12.7/1 – Розрахунок (план) погашення кредиту змінними частинами основного боргу R, що дорівнюють вільно обраним сумам, млн грн

Рік	*Залишок боргу на початку року*	*Сума боргу на кінець року до виплати P*	*Виплата P у кінці кожного року*	*Залишок боргу на кінець року після виплати P,— PV*	*Розмір процентів у складі P,— I*	*Частина основної суми у складі P,— R*
1	2	3	4	5	6	7
1	3,00					0,5
2						1,0
3						0,3
4						0,8
5						0,4
Разом		–		–		3,00

Таблиця 12.7/1 є початком розрахунку. Проводимо розрахунок першого рядка таблиці 12.7/1.

За умовами будь-якого кредиту разом із сумою кредиту підлягають сплаті проценти, що нараховуються на суму кредиту. Розмір кредиту 3,0 млн грн упродовж першого року «зростає» на суму процентів, тобто зростає на коефіцієнт (1+0,2) і, таким чином, дорівнює 3,6 млн грн. Заносимо цей показник у колонку 3.

Розраховуємо розмір нарахованих за перший рік процентів та записуємо результат у колонку 6. Процент дорівнює 3,6 млн грн – 3,0 млн грн = 0,6 млн грн.

Розмір виплати P у кінці першого року складається з частини основної суми, що виплачується (0,5 млн грн) та суми нарахованих за перший рік процентів (0,6 млн грн) і дорівнює 1,1 млн грн. Записуємо цей показник у колонку 4.

Показник колонки 5 розраховується так. Із суми кредиту разом із процентами (3,6 млн грн) відраховуємо суму виплати P у кінці першого року (1,1 млн грн) і одержуємо залишок боргу на кінець року після виплати суми P (3,6 млн грн – 1,1 млн грн = 2,5 млн грн). Сума 2,5 млн грн є також сумою боргу на початок наступного, тобто на початок другого року, яку записуємо в колонку 2, але в рядок другого року. Після занесення розрахованих показників у табл. 12.7 маємо (див. табл. 12.7/2).

Таблиця 12.7/2 – Розрахунок (план) погашення кредиту змінними частинами основного боргу (R), що дорівнюють вільно обраним сумам, млн грн.

Рік	*Залишок боргу на початку року*	*Сума боргу на кінець року до виплати P*	*Виплата P у кінці кожного року*	*Залишок боргу на кінець року після виплати P, — PV*	*Розмір процентів у складі P, — I*	*Частина основної суми у складі P, — R*
1	2	3	4	5	6	7
1	3,00	3,60	1,1	2,5	0,6	0,5
2	2,50					1,0
3						0,3
4						0,8
5						0,4
Разом		—		—		3,00

Таблиця 12.7/2 є продовженням умовно названого табличного розрахунку. Тепер проведемо розрахунок другого рядка таблиці 12.7 /2.

Залишок кредиту на початок другого року в сумі 2,5 млн грн (рядок 2, колонка 2) упродовж другого року «зростає» на суму процентів, тобто зростає на *коефіцієнт (1+0,2) і дорівнює 3,0 млн грн. Заносимо цей показник у рядок 2, колонку 3.*

Розмір нарахованих за другий рік процентів: 3,0 млн грн – 2,5 млн грн = 0,5 млн грн (записуємо в колонку 6).

Розмір виплати P у кінці другого року складається з частини основної суми, що виплачується у другому році (1,0 млн грн) та суми нарахованих за другий рік процентів (0,5 млн грн) і дорівнює 1,5 млн грн. Записуємо цей показник у колонку 4.

Залишок боргу на кінець другого року після виплати суми P (колонка 5) дорівнює 3,0 млн грн – 1,5 млн грн = = 1,5 млн грн. Сума 1,5 млн грн є також сумою боргу на початок наступного, тобто на початок третього, року, яку записуємо в колонку 2 в рядок третього року. Після внесення розрахованих за другий рік показників в таблицю 12.7 маємо таблицю 12.7/3.

Таблиця 12.7/3 – Розрахунок (план) погашення кредиту змінними частинами основного боргу R, що дорівнюють вільно обраним сумам, млн грн

Рік	*Залишок боргу на початку року*	*Сума боргу на кінець року до виплати P*	*Виплата P у кінці кожного року*	*Залишок боргу на кінець року після виплати $P_t — PV$*	*Розмір процентів у складі $P_t — I$*	*Частина основної суми у складі $P_t — R$*
1	2	3	4	5	6	7
1	3,00	3,60	1,1	2,5	0,6	0,5
2	2,50	3,00	1,5	1,5	0,5	1,0
3	1,50					0,3
4						0,8
5						0,4
Разом		—		—		3,00

Продовження розрахунків величин для плану погашення кредиту в третьому, четвертому та п'ятому роках ідентичні наведеним розрахункам для першого та другого років. Результат розрахунків ─ у табл. 12.7.

Таблиця 12.7 – Розрахунок (план) погашення кредиту змінними частинами основного боргу R, що дорівнюють вільно обраним сумам, млн грн

Рік	*Залишок боргу на початку року*	*Сума боргу на кінець року до виплати P*	*Виплата P у кінці кожного року*	*Залишок боргу на кінець року після виплати P,─PV*	*Розмір процентів у складі P,─I*	*Частина основної суми у складі P,─R*
1	2	3	4	5	6	7
1	3,00	3,60	1,1	2,5	0,6	0,5
2	2,50	3,00	1,5	1,5	0,5	1,0
3	1,50	1,80	0,6	1,2	0,3	0,3
4	1,20	1,44	1,04	0,4	0,24	0,8
5	0,4	0,48	0,48	0	0,08	0,4
Разом	0	─	4,72	─	1,72	3,00

12.7 Формування фонду погашення кредиту

У попередніх підрозділах розглянуто випадки погашення кредитів за умов здійснення виплат безпосередньо кредитору. Усі кредити повертаються частинами (рівними чи нерівними), тобто в розстрочення. Попередні підрозділи (12.3─12.6) ─ приклад застосування актуарного методу погашення кредиту. Але, як зазначалося у підрозділі 12.2, є інший метод ─ метод торговця, який передбачає виплату кредиту одноразово у кінці строку за умови створення позичальником фонду погашення кредиту (його ще називають амортизаційним фондом). Фонд погашення (*sinking fund*) створюється шляхом внесків у банк на спеціальний рахунок із нарахуванням на внески процентів. Розмір фонду погашення (внески та нараховані на них проценти) повинен забезпечити своєчасне та повне погашення кредиту.

Так само, як і при плануванні погашення кредиту безпосередньо кредитору, внески до фонду погашення можуть бути як постійними, так і змінними.

При плануванні фонду погашення кредиту є дві схеми його формування.

12.7.1 Перша схема формування фонду погашення кредиту

Перша схема передбачає виплату взятої позики і процентів за нею в кінці строку кредиту. Накопичення суми виплати за кредитом (FV) може здійснюватися внесками (позначимо внески у фонд погашення кредиту через P) як рівними між собою ─ P, так і змінними, не рівними між собою ─ P_k сумами. У цій схемі початок накопичення може бути як із дати надання кредиту, так і з іншої дати до або після початку кредитування. Закінчення накопичення ─ дата повернення кредиту. Позначимо ставку за кредитом через g, а ставку за фондом накопичення – через j.

Якщо внески до фонду повинні проводитися рівними сумами (P) через рівні проміжки часу, а проміжки часу збігаються з періодами нарахування процентів, то для розрахунку P доцільно використати формулу майбутньої вартості ануїтету (формула 11.4, 11.4*), адаптовану до позначки j:

$$FV = P \cdot \frac{(1+j)^k - 1}{j}. \qquad (11.4^{**})$$

Формули, які використовуються для розрахунку показників фонду погашення кредиту (це метод торговця), є формулами розрахунку майбутньої вартості грошових потоків на відміну від погашення кредитів виплатами безпосередньо кредитору (це є актуарний метод), за яким йде використання формул теперішньої вартості.

Формування фонду погашення кредиту рівними сумами може бути ануїтетом і тому цілком доцільним є використання формул: (11.4), (11.6), (11.8), (11.10), (11.26), (11.29) за наявності відповідних умов, а також формул майбутньої вартості ануїтетів пренумерандо, звісно, за наявності відповідних умов. Якщо внески до фонду погашення не рівні між собою, кращим буде застосування табличного способу розрахунку.

Розглянемо варіанти формування фонду погашення кредиту за умов першої схеми. Першу схему проілюстровано прикладами 12.9 та 12.10. Приклад 12.9 поєднує задачі з рівними платежами (P) у фонд погашення кредиту. Приклад 12.10 поєднує задачі з нерівними внесками (P_k) до фонду погашення кредиту.

Приклад 12.9

*У прикладі 12.9 розв'язуванням задач розглядаються **такі варіанти першої схеми** формування фонду накопичення (фонду погашення кредиту):*

***Варіант 1,** який розглянуто **в задачі 1:** початок формування фонду погашення кредиту після одержання кредиту (в задачі ─ через 1 рік); P рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення внесок P здійснюється.*

***Варіант 2,** який розглянуто **в задачі 2:** початок формування фонду ─ після одержання кредиту (через 1 рік); P рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення внесок P не здійснюється.*

***Варіант 3,** який розглянуто **в задачі 3:** початок формування фонду ─ з дати одержання кредиту; P ─ рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення внесок P не здійснюється.*

***Варіант 4,** який розглянуто **в задачі 4:** початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; P рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення внесок P здійснюється.*

Задача 1

Підприємство одержало у банку А кредит 500 тис. грн на 4 роки під 20 %. Кредитний договір передбачає складний щорічний механізм нарахування процентів та погашення позики і нарахованих процентів однією сумою в кінці строку. У той самий час підприємство почало створювати фонд погашення кредиту, для чого відкрило депозитний рахунок із поповненням у банку Б. Ставка за депозитом 25 %, нарахування процентів – щорічне складне. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б почнеться через 1 рік після одержання кредиту.*** *Розрахувати щорічні внески підприємства до амортизаційного фонду за умови внесення щорічних рівних сум.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 500 тис. грн, N = k = 4, g = 20 %, j = 25 %. Розрахувати P. Формування фонду погашення кредиту (амортизаційного фонду) є річним ануїтетом постнумерандо з невідомим платежем P.

Розв'язування задачі

Розрахунок суми повернення за кредитом:

$$FV = PV \cdot (1+g)^N = 500\,\textit{тис.грн} \cdot (1+0{,}2)^4 = 1036{,}8\,\textit{тис.грн.}$$

*Розрахунок розміру щорічних внесків P у накопичувальний фонд проводимо за формулою (12.4**), де сума FV є сумою повернення за кредитом і, отже, сумою, яку потрібно накопичити в амортизаційному фонді:*

$$P = \frac{FV \cdot j}{(1+j)^k - 1} = \frac{1036{,}8 \cdot 0{,}25}{(1+0{,}25)^4 - 1} = 179{,}824\,(\textit{тис.грн}).$$

Накопичення на кінець першого року дорівнює сумі першого внеску — 179,824 тис. грн. Упродовж другого року на внесок 179,824 тис. грн нараховуються проценти за депозитною ставкою j = 25 %, які дорівнюють 44,956 тис. грн. Накопичення на кінець другого року у фонді погашення кредиту до внесення наступного внеску P *становить FV_2 = 224,780 тис. грн (44,956+179,824). Накопичення в кінці другого року у фонді погашення кредиту в сумі із внеском другого року P розраховується FV_2 + P та дорівнює 404,604 тис. грн (224,780 + 179,824). Далі, впродовж третього року, на суму 404,604 тис. грн нараховуються проценти за депозитною ставкою j = 25%, які дорівнюють 101,151 тис. грн. Потім — розрахунок накопичень третього року і перехід до розрахунків наступного року. Механізм формування фонду погашення кредиту подано графіком на рис. 12.4 та даними в табл. 12.8.*

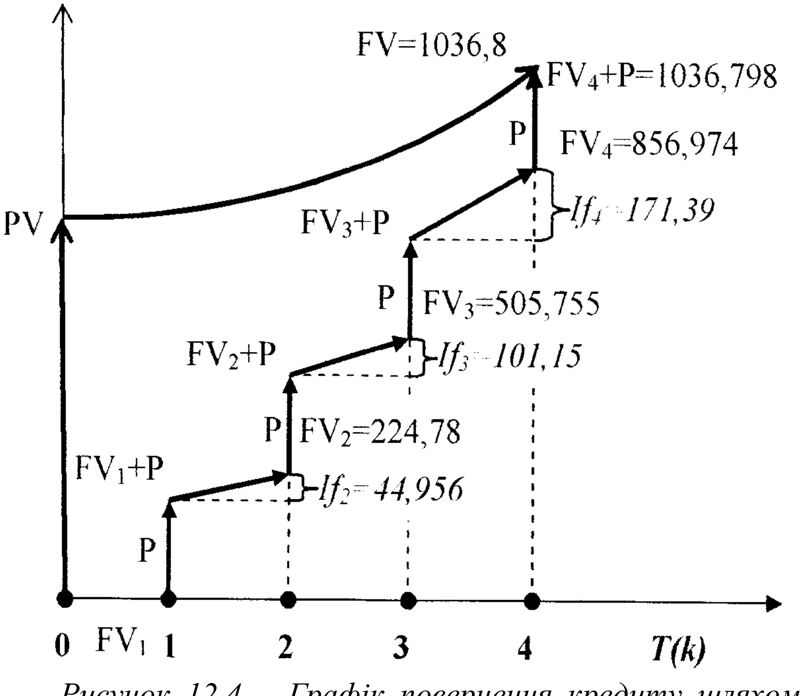

Рисунок 12.4 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту; внески P до фонду щорічні та рівні; в кінці строку дії фонду внесок P здійснюється; тис. грн. (Пояснення умовних позначок на графіку дивись у табл. 12.8)

План погашення кредиту надано в табл. 12.8:

Таблиця 12.8 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами Р за умов: початок формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту та в кінці строку дії фонду внесок Р здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту Р*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k - му році (k - му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску Р підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском Р підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
1	179,824	0	0	179,824
2	179,824	44,956	224,780	404,604
3	179,824	101,151	505,755	685,579
4	179,824	171,395	856,974	1036,798
Разом	719,296	317,502	–	≈ 1036,8

Задача 2

Підприємство одержало у банку А кредит 500 тис. грн на 4 роки під 20 %. Кредитний договір передбачає складний щорічний механізм нарахування процентів та погашення позики і нарахованих процентів однією сумою в кінці строку. У той самий час підприємство почало створювати фонд погашення кредиту, для чого відкрило депозитний рахунок із поповненням у банку Б. Ставка за депозитом – 25 %, нарахування процентів – щорічне складне. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б почнеться через 1 рік після одержання кредиту. Останній внесок до фонду не здійснюється.*** *Розрахувати щорічні внески* *підприємства до амортизаційного фонду за умови, що вони рівні між собою.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 500 тис. грн, N = k = 4, g = 20 %, j = 25 %. Розрахувати P. Формування фонду погашення кредиту (амортизаційного фонду) є річним ануїтетом постнумерандо з невідомим платежем P.

Розв'язування задачі

Розрахунок суми повернення за кредитом:

$$FV = PV \cdot (1+g)^N = 500\,тис.грн \cdot (1+0{,}2)^4 = 1036{,}8\,тис.грн.$$

*У зв'язку з тим, що останній внесок до фонду погашення не здійснюється, розрахунок розміру щорічних внесків P у накопичувальний фонд проводимо за формулою (11.4**), але без останнього внеску. За таких умов формула (11.4**) «зменшується» на один платіж P і набирає вигляду*

$$FV = P \cdot \frac{(1+j)^k - 1}{j} - P \text{ або } FV = P \cdot \left[\frac{(1+j)^k - 1}{j} - 1\right]. \quad (12.12)$$

Формула (12.12) є формулою річного ануїтету постнумерандо без останнього внеску P. У задачі розрахунки за формулою (12.12) дають результат P = 217,558 тис. грн.

Далі проводимо розрахунок за попередньою схемою (як і в задачі 1). Накопичення в амортизаційному фонді на кінець першого року дорівнює сумі першого внеску – 217,558 тис. грн. Упродовж другого року на внесок 217,558 тис. грн нараховуються проценти за депозитною ставкою j = 25 %, які дорівнюють 54,390 тис. грн. Накопичення на кінець другого року у фонді погашення кредиту до внесення наступного внеску P становить FV_2 *= 271,948 тис. грн (54,390 + 217,558). Накопичення в кінці другого року у фонді погашення кредиту в сумі із внеском другого року P розраховується* $FV_2 + P$ *та дорівнює 489,506 тис. грн* (271,948+217,558). *Далі, впродовж третього року, на суму 489,506 тис. грн нараховуються проценти за депозитною* *ставкою j = 25 %, які дорівнюють 122,377 тис. грн. Накопичення на кінець третього року у фонді погашення кредиту до внесення наступного внеску P становить FV_3= 611,883 тис. грн. (122,377 + 489,506). Потім ─ розрахунок накопичень четвертого року, але вже без внеску P. Механізм формування фонду погашення кредиту подано графіком на рис. 12.5 та даними в табл. 12.9.*

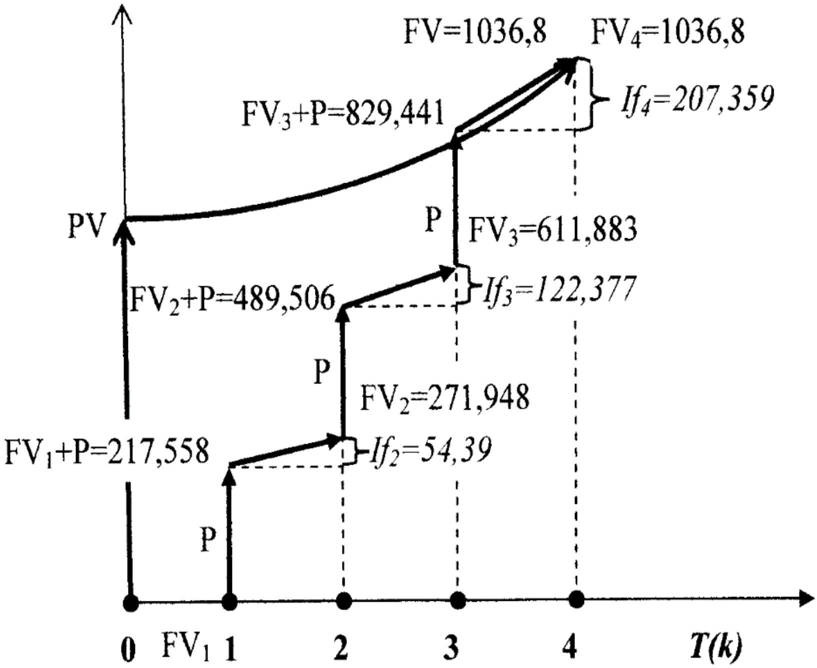

Рисунок 12.5 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту; внески P до фонду щорічні та рівні; в кінці строку дії фонду внесок P не здійснюється, тис. грн. (Пояснення умовних позначок на графіку дивись у табл. 12.9)

План погашення кредиту наведено у табл. 12.9:

Таблиця 12.9 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами P за умов: початок формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту та в кінці строку дії фонду внесок P не здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд пога-шення кредиту P*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k - му році (k - му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
1	217,558	0	0	217,558
2	217,558	54,390	271,948	489,506
3	217,558	122,377	611,883	829,441
4	0	207,359	1036,800	–
Разом	652,674	384,126	1036,8	–

Задача 3

Початок умов у задачі 3 такий самий, як і в задачах 1 та 2. Це умови до виділеного тексту. Далі умови такі. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б починається в день одержання кредиту. Внесок у кінці останнього року до фонду не здійснюється.*** *Розрахувати щорічні внески за умови, що вони рівні між собою.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі $PV = 500$ *тис. грн,* $N = k = 4$, $g = 20$ %, $j = 25$ %. *Розрахувати P. Формування фонду погашення кредиту є річним ануїтетом пренумерандо з платежем P.*

Розв'язування задачі

Сума повернення за кредитом дорівнює 1036,8 *тис. грн.*

Розрахунок розміру щорічних внесків P у накопичувальний фонд проводимо за формулою (11.12), в якій i = j, та де сума FV є сумою повернення за кредитом і, отже, є сумою, яку потрібно накопичити у фонді:

$$FV_{pre}^{a} = P \cdot \frac{(1+i)^{k} - 1}{i} \cdot (1+i). \qquad (11.12)$$

Розрахунок за формулою (11.12) дає результат P = = 143,860 тис. грн.

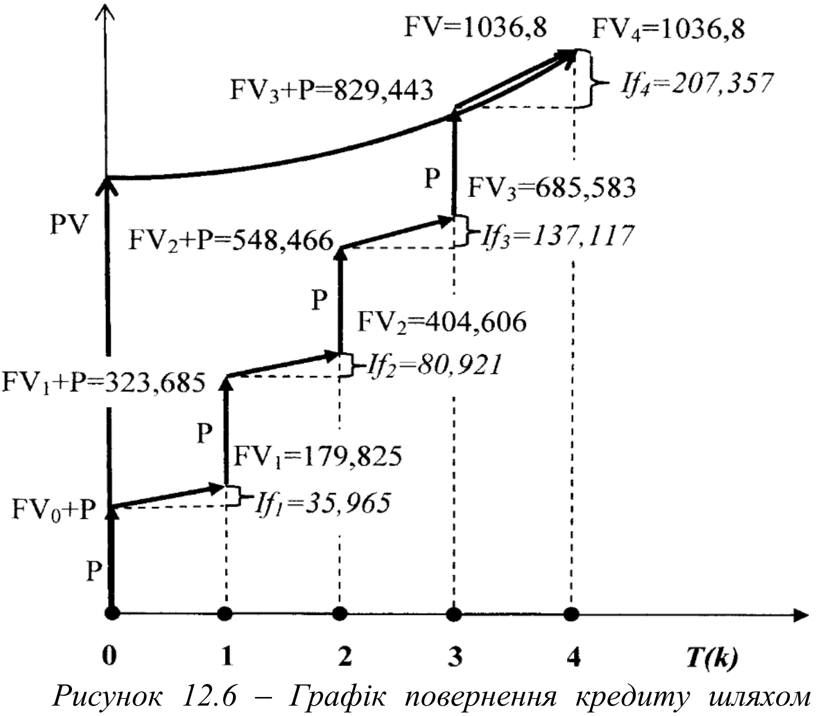

Рисунок 12.6 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; внески P до фонду щорічні та рівні; в кінці строку дії фонду внесок P не здійснюється, тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.10)

План погашення кредиту надано в табл. 12.10:

Таблиця 12.10 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами P за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; в кінці строку дії фонду внесок P не здійснюється, тис. грн.

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту P*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
0	143,860	0	0	143,860
1	143,860	35,965	179,825	323,685
2	143,860	80,921	404,606	548,466
3	143,860	137,117	685,583	829,443
4	0	207,357	1036,800	–
Разом	575,440	461,360	1036,8	–

Задача 4

Початок умов у задачі 4 такий самий як і в задачах 1 та 2. Це умови до виділеного тексту. Далі умови такі. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б починається в день одержання кредиту. Внесок у кінці останнього року до фонду здійснюється.*** *Розрахувати щорічні внески.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 500 тис. грн, N = k = 4, g = 20 %, j = 25 %. Розрахувати P. Формування фонду погашення кредиту є річним ануїтетом пренумерандо з платежем P.

Розв'язування задачі

Сума повернення за кредитом дорівнює = 1036,8 *тис. грн.*

У зв'язку з тим, що останній внесок до фонду погашення здійснюється, розрахунок розміру щорічних внесків P у накопичувальний фонд проводимо за формулою (11.12), але додаємо ще один внесок P. За таких умов формула (11.12) «збільшується» на один платіж P і набирає вигляду

$$FV^{a}_{pre} = P \cdot \frac{(1+i)^{k}-1}{i} \cdot (1+i) + P. \qquad (12.13)$$

За формулою (12.13) результат P = 126,331 тис. грн.

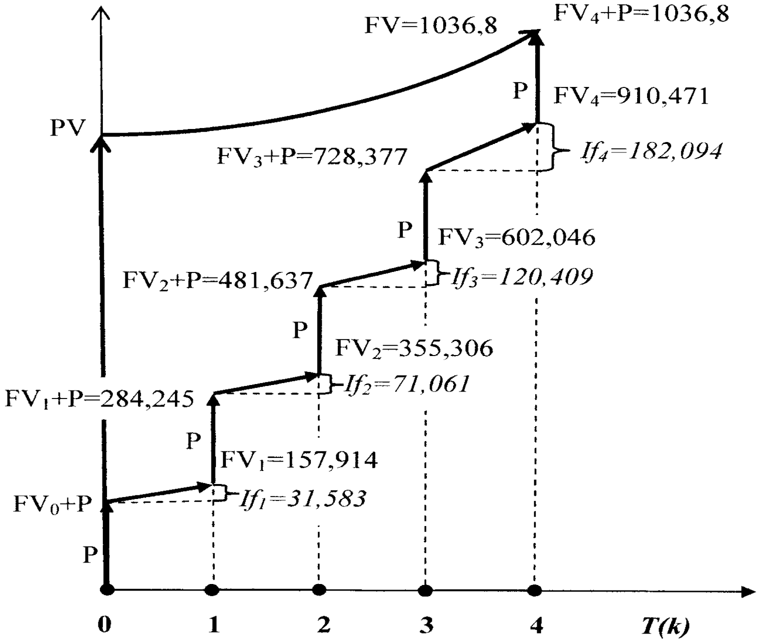

Рисунок 12.7 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; внески P до фонду щорічні та рівні; в кінці строку дії фонду внесок P здійснюється, тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.11)

План погашення кредиту надано в табл. 12.11:

Таблиця 12.11 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами P за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту та в кінці строку дії фонду внесок P здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту P*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі із внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
0	126,331	0	0	126,331
1	126,331	31,583	157,914	284,245
2	126,331	871,061	355,306	481,637
3	126,331	120,409	602,046	728,377
4	126,331	182,094	910,471	1036,800
Разом	631,655	405,147	–	1036,8

Нагадуємо, що в задачах 1, 2, 3, 4 прикладу 12.9 розглядається метод повернення кредиту (метод торговця), який передбачає виплату кредиту одноразово у кінці строку за допомогою створення позичальником фонду погашення кредиту (його ще називають амортизаційним фондом). Фонд погашення створюється шляхом певних внесків у банк на спеціальний рахунок із нарахуванням на внески процентів. Розмір фонду погашення (внески та нараховані на них проценти) повинен забезпечити своєчасне погашення кредиту.

Внески до фонду погашення можуть бути як постійними (рівними між собою), так і змінними (не рівними між собою).

При плануванні фонду погашення кредиту є дві схеми його формування.

Як уже зазначалося, **перша схема передбачає виплату взятої позики і процентів за нею в кінці строку кредиту.**

Друга схема передбачає виплату в кінці строку кредиту лише суми взятої позики (основна сума), а виплата процентів здійснюється поетапно, впродовж строку користування кредитом, у зазначені дати.

Продовжуємо розглядати варіанти формування фонду погашення кредиту за умов першої схеми. Нагадуємо, що розглянутий *приклад 12.9* поєднує задачі з рівними платежами P у фонд погашення кредиту. А наступний *приклад 12.10* поєднує задачі з нерівними внесками P_k до фонду погашення кредиту. Також, звертаємо увагу, що в задачах наступного прикладу (*приклад 12.10*) фонд погашення кредиту розраховується виключно табличним способом.

Приклад 12.10

У прикладі 12.10 розв'язуванням задач продовжується розгляд ***наступних інших варіантів першої схеми*** *створення фонду накопичення (фонду погашення кредиту):*

Варіант 5, *який розглянуто* ***в задачі 1:*** *формування фонду погашення кредиту починається після одержання кредиту (в задачі — через 1 рік);* P_k *не рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення останній внесок* P_k *здійснюється. У цій задачі можливі два напрямки розв'язування: перший напрямок — обрання розміру вкладів починається з першого вкладу і йде за порядком до другого, третього і далі — до передостаннього; другий напрямок — обрання розміру вкладів починається з останнього і здійснюється далі за порядком від останнього до першого.*

Варіант 6, *який розглянуто* ***в задачі 2:*** *початок формування фонду ─ після одержання кредиту (через 1 рік); P_k не рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення останній внесок P не здійснюється. У задачі 2 також є два напрямки розрахунку: «від першого внеску...» та «від останнього внеску...».*

Варіант 7, *який розглянуто* ***в задачі 3:*** *початок формування фонду ─ з дати одержання кредиту; P_k не рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення останній внесок P не здійснюється. У задачі 3 є два напрямки розрахунку: «від першого внеску...» та «від останнього внеску...».*

Варіант 8, *який розглянуто* ***в задачі 4:*** *початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; P_k не рівні між собою; в кінці строку дії фонду накопичення останній внесок P здійснюється. У задачі 4 є два напрямки розрахунку: «від першого внеску...» та «від останнього внеску...».*

Задача 1

Підприємство одержало у банку А кредит 500 тис. грн на 4 роки під 20 %. Кредитний договір передбачає складний щорічний механізм нарахування процентів та погашення позики і нарахованих процентів однією сумою в кінці строку. У той самий час підприємство почало створювати фонд погашення кредиту, для чого відкрило депозитний рахунок із поповненням у банку Б. Ставка за депозитом 15 %, нарахування процентів – щорічне складне. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б почнеться через 1 рік після одержання кредиту.*** *Обрати можливий варіант щорічних внесків підприємства до фонду погашення кредиту за умови внесення щорічних нерівних, вільно обраних підприємством сум платежів.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

За умов задачі PV = 500 тис. грн, N = k = 4, g = 20 %, j = 15 %. Розрахувати можливі розміри P_k.

Формування фонду погашення кредиту є грошовим потоком постнумерандо з різними річними платежами P_k *(тобто не є ануїтетом).*

Розв'язування задачі

Розв'язування задачі проводимо у напрямку від першого вкладу P_1 до останнього вкладу P_4 в банк Б.

Розрахунок суми повернення за кредитом:

$$FV = PV \cdot (1+g)^N = 500\,\textit{тис.грн} \cdot (1+0{,}2)^4 = 1036{,}8\,\textit{тис.грн.}$$

План погашення кредиту наведено у табл. 12.12:

Таблиця 12.12 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту різними сумами P_k за умов: формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту та в кінці строку дії фонду останній внесок P_k здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд пога-шення кредиту* P_k	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P_k$
1	100,000	0	0	100,000
2	200,000	15,000	115,000	315,000
3	300,000	47,250	362,250	652,250
4	275,212	99,338	761,588	1036,800
Разом	875,212	161,588	–	1036,8

Чисельні показники, які «заповнюють» табл. 12.12 та використовуються при побудові графіка повернення кредиту (рис. 12.8), «з'явилися» таким чином. Поданий далі механізм розрахунку має назву «табличний спосіб».

Спочатку обираємо будь-яку суму першого вкладу – показник P_1. Обираємо суму P_1, що дорівнює 100 тис. грн (це сума вкладу в кінці першого року). Далі, нараховуємо на неї проценти в наступному році (за другий рік), процент дорівнює 15 тис. грн (100 тис. грн · 0,15), і в кінці другого року до P_1 та нарахованих на P_1 процентів (If_2) додаємо вільно обрану суму наступного внеску – P_2 = 200 тис. грн. Отже, сума, що накопичилася на кінець другого року у фонді погашення кредиту підсумком, що наростає, дорівнює 315 тис. грн (100 тис. грн +15 тис. грн + 200 тис. грн). Упродовж третього року на суму 315 тис. грн. нараховуються проценти, розмір яких дорівнює 47,25 тис. грн (315 тис. грн · 0,15). У кінці третього року маємо суму, яка складається із суми на кінець попереднього, тобто другого року (315 тис. грн), процентів за третій рік (47,25 тис. грн), що разом становлять 362,25 тис. грн, та суми третього вкладу, який обрано в розмірі 300 тис. грн, тобто маємо суму 662,25 тис. грн (362,25 тис. грн + + 300 тис. грн). Упродовж останнього четвертого року на суму 662,25 тис. грн здійснюється нарахування процентів за ставкою 15 %. Розмір процентів за четвер-тий рік становить 99,338 тис. грн (662,25 тис. грн· 0,15 = = 99,338 тис. грн). Загальна сума накопичень у фонді в кінці четвертого року дорівнює 761,588 тис. грн (662,25 тис. грн.+ 99,338 тис. грн). Сума грошей, якої не вистачає до загальної суми повернення за кредитом (FV = 1036,8 тис. грн), розраховується як різниця між сумою повернення за кредитом FV та накопиченою у фонді сумою (1036,8 тис. грн – 761,588 тис. грн) і в результаті є сумою 275,212 тис. грн. Ця сума і є останнім внеском (внеском P_4) до фонду погашення кредиту.

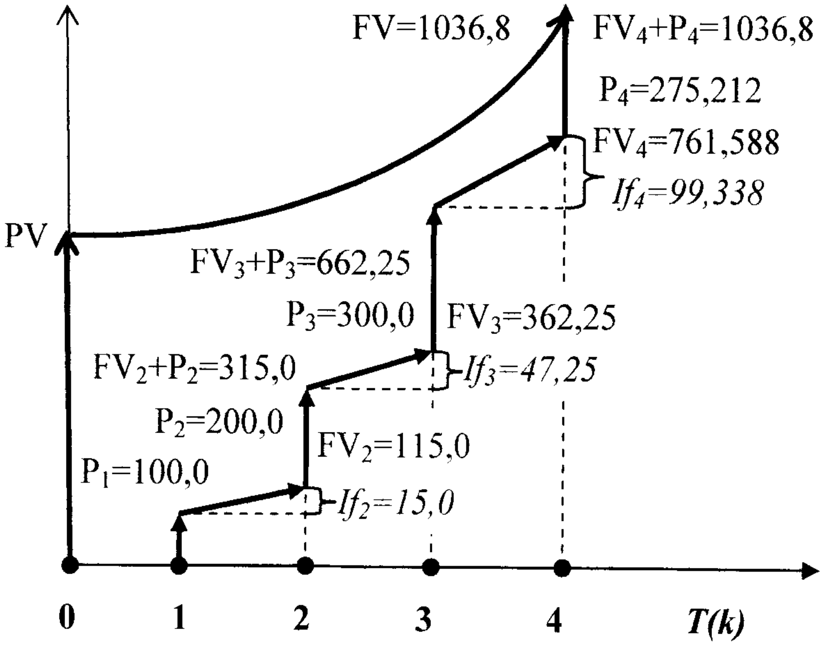

Рисунок 12.8 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок створення фонду через 1 рік після одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та різні; в кінці строку дії фонду останній внесок P_k здійснюється; напрямок розв'язування — «від першого внеску…», тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.12)

Табл. 12.12 та рис. 12.8 дають приклад розв'язування задачі 1 у межах першого напрямку, напрямку, коли обрання розміру вкладів починається з першого вкладу і йде за порядком до другого, третього і далі — до передостаннього, останній вклад не обирається, а розраховується за залишковим принципом.

Далі проведемо розв'язування тієї самої задачі 1 *за другим напрямком — напрямком, коли обрання розміру вкладів у банк Б здійснюється* ***за порядком від останнього вкладу P_4 до другого вкладу P_2, а перший вклад вільно не обирається, а розраховується як залишковий.***

Початковим чисельним показником при розрахунку «від останнього вкладу…» є сума повернення за кредитом FV. У задачі 1 ця сума FV = 1036,8 тис. грн. З іншого боку, застосовуючи умовні позначки, які використовуються в таблицях (напр. табл. 12.12) та в графіках (напр. рис. 12.8), сума повернення кредиту FV дорівнює сумі накопичень у фонді погашення кредиту на кінець четвертого року FV_4 *, разом з останнім внеском (*P_4*), тобто* $FV = FV_4 + P_4 = {}$ $=1036{,}8$ *тис. грн.*

Нехй обраний розмір останнього (4-го) внеску дорівнює $P_4 = 200{,}0$ *тис. грн. Тоді розмір загального накопичення у фонді погашення кредиту на кінець 4-го року без урахування останнього внеску* P_4 *дорівнює* $FV_4 = = 836{,}8$ *тис. грн (1036,8 тис. грн — 200,0 тис. грн). Далі розрахунок проводиться за такою схемою. Показник* FV_4*, що дорівнює 836,8 тис. грн, є сумою двох показників: суми накопичень у фонді погашення кредиту на кінець третього року* FV_3*, разом із внеском у кінці третього року* P_3*, тобто* $FV_3 + P_3$*, і процентів на цю суму накопичень, тобто* $(FV_3 + P_3) \cdot 0{,}15$*. Таким чином, маємо рівняння* $(FV_3 + P_3) + (FV_3 + P_3) \cdot 0{,}15 = {}$ $= 836{,}8$ *тис. грн, в якому показник у дужках* $(FV_3 + P_3)$ *є невідомою величиною. Розв'язання рівняння відносно невідомої дає такий результат:* $(FV_3 + P_3) = 727{,}652$ *тис. грн (836,8 тис. грн / (1+0,15) = 727,652 тис. грн). Тепер можемо розрахувати процент, що нарахований на суму* $(FV_3 + P_3)$ *і є процентом четвертого року —* If_4*.* $If_4 = (FV_3 + {}$ $+P_3) \cdot 0{,}15 = 727{,}652$ *тис. грн* $\cdot\ 0{,}15 = 109{,}148$ *тис. грн.*

Подальший розрахунок «вимагає» обрання розміру 3-го внеску. Обираємо $P_3 = 170$ *тис. грн та вводимо його в розрахунок. З попереднього абзацу розрахунків уже маємо* $FV_3 + P_3 = 727{,}652$ *тис. грн. Далі алгоритм розрахунку повторює попередній. Отже, розмір накопичення у фонді погашення кредиту на кінець 3-го року без урахування третього внеску* P_3 *дорівнює* $FV_3 = 557{,}652$ *тис. грн (727,652 тис. грн — 170,0 тис. грн). Далі розрахунок* *повторює схему розрахунку попереднього абзацу. Показник FV_3, що дорівнює 557,652 тис. грн, є сумою двох показників: суми накопичень у фонді погашення кредиту на кінець другого року FV_2, разом із внеском в кінці другого року P_2, тобто $FV_2 + P_2$, і процентів на цю суму накопичень, тобто $(FV_2 + P_2) \cdot 0{,}15$. Таким чином, маємо рівняння $(FV_2 + P_2) + (FV_2 + P_2) \cdot 0{,}15 = 557{,}652$ тис. грн, в якому показник у дужках $(FV_2 + P_2)$ є невідомою величиною. Розв'язання цього рівняння відносно невідомої дає такий результат: $(FV_2 + P_2) = 484{,}915$ тис. грн (557,652 тис. грн / (1+0,15) = = 484,915 тис. грн). Тепер можемо розрахувати процент, що нарахований на суму $(FV_2 + P_2)$ і є процентом третього року — If_3. $If_3 = (FV_2 + P_2) \cdot 0{,}15 = 484{,}915$ тис. грн $\cdot\ 0{,}15 = 72{,}737$ тис. грн.*

Обираємо розмір 2-го внеску — $P_2 = 250{,}0$ тис. грн. За розрахунком уже маємо $FV_2 + P_2 = 484{,}915$ тис. грн. Сума, яка накопичилася у фонді погашення кредиту на кінець 2-го року без урахування другого внеску P_2, дорівнює $FV_2 = 234{,}915$ тис. грн (484,915 тис. грн — 250,0 тис. грн). Показник FV_2 є сумою двох показників: суми накопичень у фонді погашення кредиту на кінець першого року FV_1, разом із внеском у кінці першого року P_1, тобто $FV_1 + P_1$, і процентів на суму накопичень, тобто $(FV_1 + P_1) \cdot 0{,}15$. Але, за умовами задачі, на кінець першого року накопичень не могло бути тому, що лише в кінці першого року було зроблено перший внесок P_1, отже, на кінець першого року $FV_1 = 0$. Таким чином, рівняння $(FV_1 + P_1) + (FV_1 + P_1) \times 0{,}15 = 234{,}915$ тис. грн перетворюється на рівняння $P_1 + P_1 \cdot 0{,}15 = 234{,}915$ тис. грн, в якому показник P_1 є невідомою величиною. Розв'язання цього рівняння дає показник P_1, тобто це розмір першого внеску, що дорівнює $P_1 = 204{,}274$ тис. грн (234,915 тис. грн / (1 + 0,15) = = 204,274 тис. грн). Тепер можемо розрахувати процент, що нараховується на внесок P_1 і є процентом другого року, позначений — If_2. $If_2 = P_1 \cdot 0{,}15 = 204{,}274$ тис. грн $\cdot\ 0{,}15 =$

= 30,641 тис. грн.

Наведений вище алгоритм формування фонду погашення кредиту нерівними вільно обраними внесками із застосуванням напрямку «від останнього вкладу...» використовується як розрахунковий механізм заповнення таблиці, яка є одночасно і розрахунком, і планом погашення кредиту. Табличний спосіб розрахунку передбачає використання саме такого алгоритму розрахунку. Усі дані занесені в табл. 12.13 та за розрахованими показниками побудовано графік (рис. 12.9).

Таблиця 12.13 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту різними сумами P_k за умов: формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту; в кінці строку дії фонду останній внесок P_k здійснюється; напрямок розв'язування – «від останнього внеску...»; дані в таблиці, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту* P_k	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P_k$
1	204,274	0	0	204,274
2	250,000	30,641	234,915	484,915
3	170,000	72,737	557,652	727,652
4	200,000	109,148	836,800	1036,800
Разом	824,274	212,526	–	1036,8

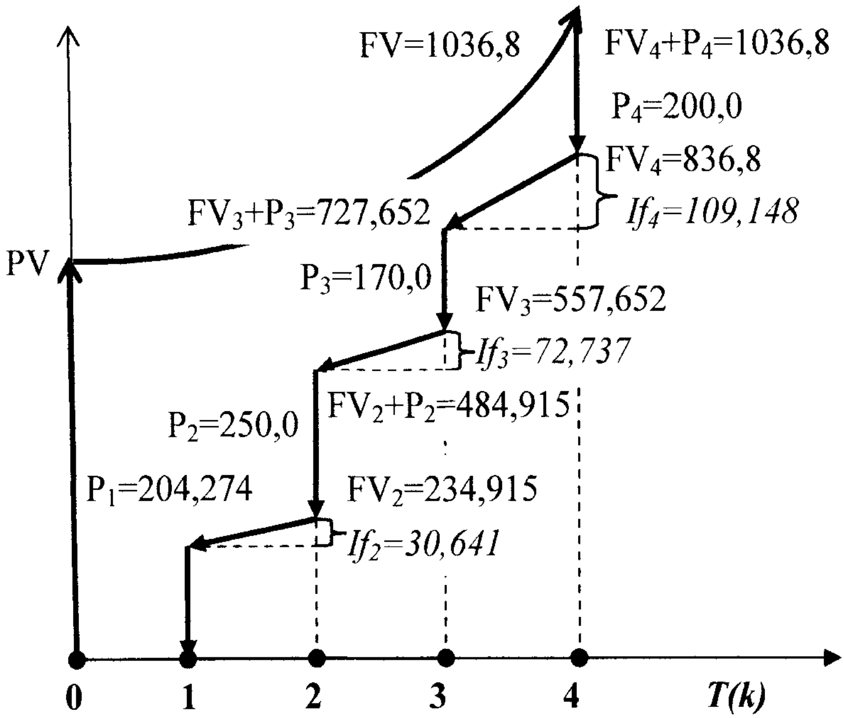

Рисунок 12.9 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок створення фонду через 1 рік після одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та різні; в кінці строку дії фонду останній внесок P_k здійснюється; напрямок розв'язування – «від останнього внеску...», тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.12)

Задача 2

Підприємство одержало у банку А кредит 500 тис. грн на 4 роки під 20 %. Кредитний договір передбачає складний щорічний механізм нарахування процентів та погашення позики і нарахованих процентів однією сумою в кінці строку. У той самий час підприємство почало створювати фонд погашення кредиту, для чого відкрило депозитний рахунок із поповненням у банку Б. Ставка за депозитом 15

%, нарахування процентів щорічне складне. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б почнеться через рік після одержання кредиту.*** *Обрати можливий варіант щорічних внесків підприємства до фонду погашення кредиту за умови внесення щорічних не рівних вільно обраних підприємством сум платежів.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

За умов задачі PV = 500 тис. грн, $N = k = 4$, g = 20 %, j =15 %. Розрахувати можливі розміри P_k.

Формування фонду погашення кредиту є грошовим потоком постнумерандо з різними річними платежами P_k (тобто не є ануїтетом).

Розв'язування задачі

Розв'язування задачі проводимо у напрямку від першого вкладу (P_1) до передостаннього вкладу (P_3), а останній вклад (вклад P_4) у банк Б не передбачається.

Розрахунок суми повернення за кредитом:

$$FV = PV \cdot (1+g)^N = 500\, тис.грн \cdot (1+0{,}2)^4 = 1036{,}8\, тис.грн.$$

Показники в табл. 12.14/1 та в табл. 12/14/2, які також використовуються і при побудові графіка повернення кредиту (рис.13.10/1, рис.13.10/2) розраховані таким самим способом, як і дані в табл. 12.11 та 12.12. Механізм розрахунку, як уже зазначалося, має назву «табличний спосіб».

Обираємо будь-яку суму першого вкладу ─ показник P_1. Обираємо суму P_1 = 100 тис. грн (це сума вкладу в кінці першого року). Нараховуємо на неї проценти в другому році (за другий рік): процент дорівнює 15 тис. грн (100 тис. грн · 0,15), і в кінці другого року до P_1 та нарахованих на P_1 процентів (If_2) додаємо вільно обрану суму наступного внеску ─ P_2 = 200 тис. грн. Отже, сума, що накопичилася на кінець другого року у фонді погашення кредиту підсумком, що наростає, дорівнює 315 тис. грн (100 тис. грн + 15 тис. грн + 200 тис. грн). Упродовж третього року *на суму 315 тис. грн нараховуються проценти, розмір яких дорівнює 47,25 тис. грн (315 тис. грн× 0,15). У кінці третього року маємо суму, що складається із суми на кінець попереднього, тобто другого, року (315 тис. грн), процентів за третій рік (47,25 тис. грн), які разом становлять 362,25 тис. грн, та суми третього вкладу P_3, що є останнім вкладом і який треба розрахувати. Стан розрахунку на момент, коли P_3 ще є невідомою величиною, подано в табл. 12.14/1 і на рис. 12.10/1.*

Таблиця 12.14/1 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту різними сумами P_k за умов: формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту та в кінці строку дії фонду; останній внесок P_4 не здійснюється; напрямок розрахунку ─ від першого вкладу P_1 до вкладу P_3, вклад P_3 ще не розраховано, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд пога-шення кредиту* P_k	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі із внеском P наростаючим підсумком, що наростає,* $FV_k + P_k$
1	100,000	0	0	100,000
2	200,000	15,000	115,000	315,000
3	P_3 ─ ?	47,250	362,250	362,25 + P_3
4	0	If_4 ─ ?	1036,8	1036,8
Разом	─	─	─	1036,8

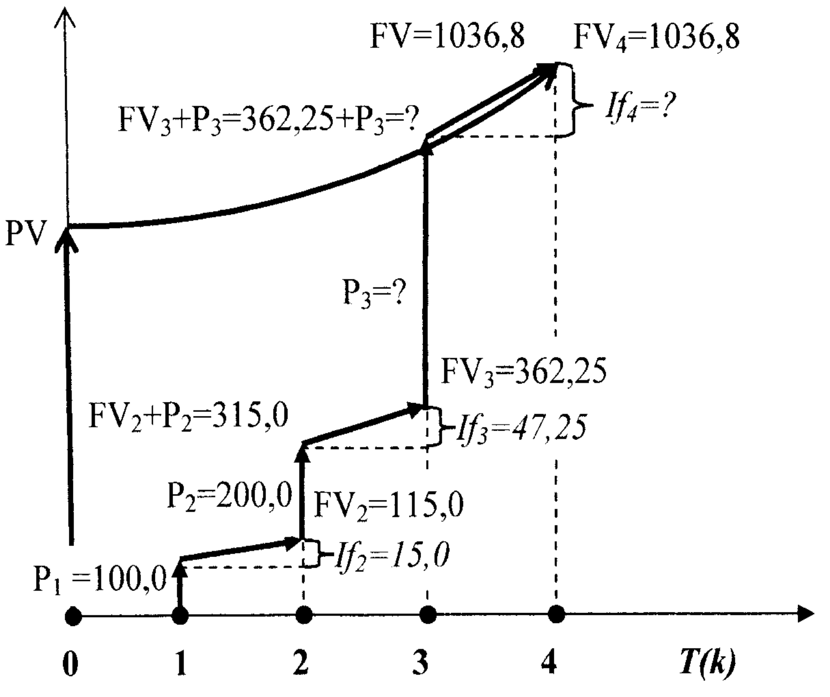

Рисунок 12.10/1 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок створення фонду через 1 рік після одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та різні; в кінці строку дії фонду останній внесок P_4 не здійснюється; напрямок розв'язування — «від першого внеску...»; вклад P_3 ще не розраховано, тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.14/1)

Розмір внеску P_3 розраховується за допомогою рівняння $362{,}25+P_3+If_4=1036{,}8$ (тис. грн). Якщо взяти до уваги, що $If_4 = (362{,}25+P_3)\cdot 0{,}15$, то попереднє рівняння має вигляд $(362{,}25 + P_3) + (362{,}25 + P_3)\cdot 0{,}15=1036{,}8$ (тис. грн). З наведеного рівняння $P_3=539{,}315$ тис. грн. Остаточні показники подано в табл. 12.14/2 та на рис. 12.10/2.

Таблиця 12.14/2 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту різними сумами P_k за умов: формування фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту та в кінці строку дії фонду; останній внесок P_4 не здійснюється; напрямок розрахунку ─ від першого вкладу P_1 до вкладу P_3, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд пога-шення кредиту* P_k	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді),* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P_k$
1	100,000	0	0	100,000
2	200,000	15,000	115,000	315,000
3	539,315	47,250	362,250	901,565
4	0	135,235	1036,8	1036,8
Разом	835,315	197,485	1036,8	1036,8

Продовжимо ***розв'язування*** *тієї самої задачі (а саме з**адачі 2**), але* ***за*** *іншим напрямком* ***─ напрямком, коли обрання (планування) розміру вкладів у банк Б здійснюється за порядком ─ «від останнього вкладу…»****. У задачі 2 вкладу P_4 немає, а останнім вкладом є вклад P_3. Отже, напрямок розрахунку, а також і порядок обрання розміру вкладів ─ від внеску P_3 до другого вкладу P_2 та до першого, а перший вклад обирається не вільно, а розраховується за залишковим принципом.*

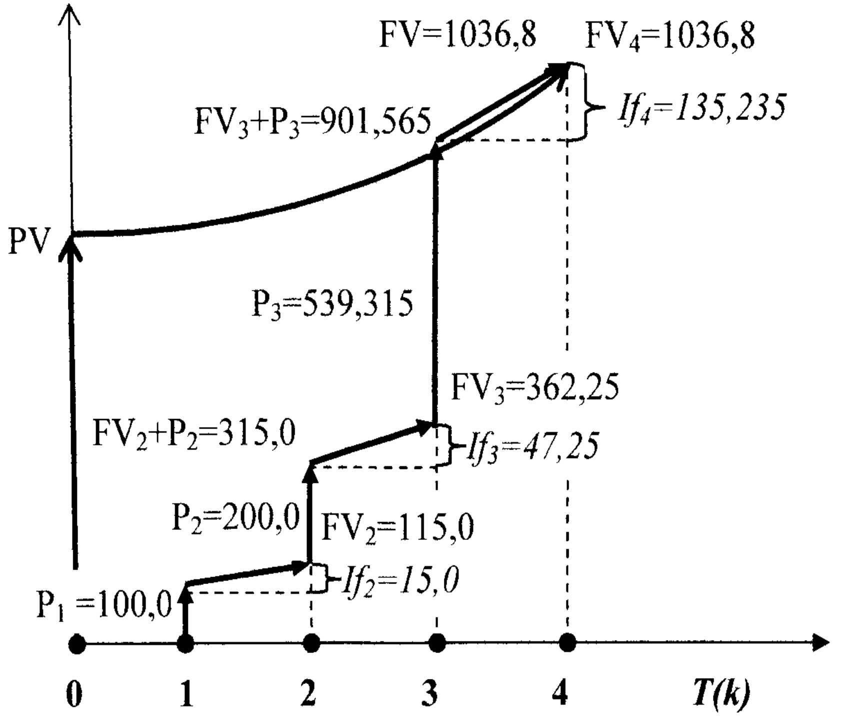

Рисунок 12.10/2 - Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок створення фонду — через рік після одержання кредиту; внески (P_k) до фонду щорічні та різні; в кінці строку дії фонду останній внесок (P_4) не здійснюється; напрямок розв'язування — «від першого внеску...»; тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись в табл. 12.14/2)

Початковим показником при розрахунку в напрямку «від останнього вкладу...», як уже зазначалося раніше, є сума повернення за кредитом FV. У задачі ця сума FV дорівнює 1036,8 тис. грн. З іншого боку, сума повернення кредиту FV дорівнює сумі накопичень у фонді погашення кредиту на кінець третього року FV_3, разом з останнім внеском P_3 і з сумою процентів, нарахованих за четвертий *рік — If_4, тобто, застосовуючи умовні позначки, які використовуються в таблицях та графіках, $FV = FV_4 = FV_3 + P_3 + If_4 = 1036,8$ тис. грн. Якщо обраний розмір останнього (3-го) внеску дорівнює $P_3 = 500,0$ тис. грн, то запис розрахункових показників у табличній формі має такий вигляд (див. табл.12.15./1).*

Таблиця 12.15/1

Рік	P_k	If_k	FV_k	$FV_k + P_k$
1		0	0	
2				
3	P_3=500,0		FV_3 — ?	FV_3 + 500,0
4	0	If_4 — ?	1036,8	1036,8
Разом	—	—	1036,8	1036,8

Розрахунок невідомого FV_3 розраховується за допомогою рівняння $FV_3 + 500,0 + If_4 = 1036,8$ (тис. грн). У свою чергу, $If_4 = (FV_3 + 500,0) \cdot 0,15$. Попереднє рівняння стає таким: $(FV_3 + 500,0) + (FV_3 + 500,0) \cdot 0,15 = 1036,8$ (тис. грн). Після розв'язання рівняння показники $FV_3 = 401,565$ (тис. грн), а $If_4 = 135,235$ (тис. грн).

Обираємо розмір внеску P_2 у сумі 300,0 тис. грн. Тоді з урахуванням знайдених показників FV_3 та If_4 запис розрахункових показників у табличній формі має такий вигляд (див. табл.12.15./2).

Таблиця 12.15/2

Рік	P_k	If_k	FV_k	$FV_k + P_k$
1		0	0	
2	P_2=300,0		FV_2 — ?	FV_2 + 300,0
3	500,000	If_3 — ?	401,565	901,565
4	0	135,235	1036,8	1036,8
Разом	—	—	1036,8	1036,8

Подальший розрахунок передбачає алгоритм попереднього. Розрахунок тепер уже невідомого FV_2

проводимо за допомогою рівняння $FV_3 = FV_2 + P_2 + If_3$. Знаючи FV_3 та обраний розмір P_2, попереднє рівняння записуємо у вигляді 401,565 (тис. грн) = FV_2 + 300,0 (тис. грн) + If_3. В свою чергу $If_3 = (FV_2 + 300{,}0) \cdot 0{,}15$. Попереднє рівняння стає таким: $(FV_2 + 300{,}0) + (FV_2 + 300{,}0) \cdot 0{,}15 =$ = 401,565 (тис. грн). Після розв'язання рівняння розмір FV_2 = 49,187 (тис. грн), а If_3 = 52,378 (тис. грн). На даному етапі розрахунків запис показників у табличній формі має такий вигляд (див. табл.12.15./3).

Таблиця 12.15/3

Рік	P_k	If_k	FV_k	$FV_k + P_k$
1	P_1=?	0	0	$FV_1 + P_1$
2	300,000	If_2 ─ ?	49,187	349,187
3	500,000	52,378	401,565	901,565
4	0	135,235	1036,800	1036,800
Разом	─	─	1036,8	1036,8

В останньому розрахунку алгоритм не змінюється, але треба знайти розмір першого внеску ─ P_1 і відомо, що FV_1=0. Отже, використовуючи рівняння $FV_2 = FV_1 + P_1 + If_2$ у вигляді $(FV_1 + P_1) + (FV_1 + P_1) \cdot 0{,}15$ = 49,187 (тис. грн) в якому FV_1 = 0, знаходимо: P_1 = 42,771 (тис. грн), а If_2 = 6,416 (тис. грн).

Наведений вище алгоритм формування фонду погашення кредиту нерівними вільно обраними внесками із застосуванням напрямку «від останнього вкладу...» використовується як розрахунковий механізм заповнення таблиці, яка є одночасно і розрахунком, і планом погашення кредиту. Табличний спосіб розрахунку передбачає використання саме такого алгоритму розрахунку. Усі дані розрахунків занесені в таблицях 12.15/1─3 та за розрахованими показниками побудовано графік накопичення у фонді погашення кредиту ─ рис. 12.11. Остаточний результат розрахунку, або, що одне і те саме, план погашення кредиту подано в табл. 12.15/4.

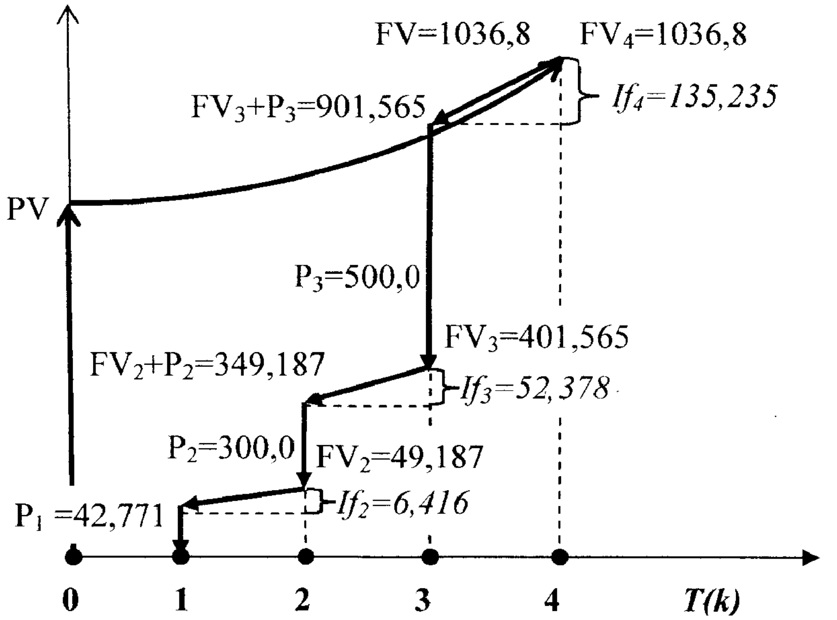

Рисунок 12.11 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок створення фонду через 1 рік після одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та різні; в кінці строку дії фонду останній внесок P_4 не здійснюється; напрямок розв'язування — «від останнього внеску...», тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.15/4)

Розрахунок стає більш зрозумілим та логічно послідовним за допомогою графіка. У верхній частині рисунка 12.11 $FV = FV_4 = FV_3 + P_3 + If_4 = 1036{,}8$ тис. грн. Обраний внесок P_3 дорівнює 500 тис. грн. If_4 є процентом, який нараховується на суму $(FV_3 + P_3)$ та розраховується так: $If_4 = (FV_3 + P_3) \cdot 0{,}15$. Отже, попереднє рівняння стає таким: $(FV_3 + 500{,}0) + (FV_3 + 500{,}0) \cdot 0{,}15 = 1036{,}8$ (тис. грн), звідки $FV_3 = 401{,}565$ тис. грн. Далі, рухаючись у напрямку стрілочок, від FV_3 до $(FV_2 + P_2)$, а далі — до точки FV_2, знову можемо написати рівняння: $FV_3 = FV_2 + P_2 + If_3 =$

= 401,565 тис. грн. Обраний розмір P_2 що дорівнює 300,0 тис. грн, дає можливість побудувати рівняння з одним невідомим (невідомим є показник $FV_2=?$ у вигляді: $(FV_2+300{,}0) + (FV_2+300{,}0)\cdot 0{,}15 = 401{,}565$ (тис. грн). Після розв'язання рівняння показник $FV_2=49{,}187$ (тис. грн), а $If_3 = 52{,}378$ (тис. грн). Розв'язання попереднього рівняння є шляхом від точки FV_3 до точки FV_2 (напрямок руху ─ за стрілочками на рис. 12.11). Наступний рух від FV_2 до початкової суми, тобто до моменту першого вкладу (P_1). Рівняння $FV_2=FV_1+P_1+If_2$ у вигляді $(FV_1+P_1)+(FV_1+P_1) \times \times 0{,}15 = 49{,}187$ (тис. грн) в якому $FV_1 = 0$ і розв'язання якого дає: $P_1 = 42{,}771$ (тис. грн), а $If_2=6{,}416$ (тис. грн).

Таблиця 12.15/4 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту різними сумами P_k за умов: формування фонду погашення кредиту через рік після одержання кредиту; в кінці строку дії фонду останній внесок P_4 не здійснюється; напрямок розрахунку ─ від останнього вкладу P_3 до вкладу P_1; тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту* P_k	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P_k$
1	42,771	0	0	42,771
2	300,000	6,416	49,187	349,187
3	500,000	52,378	401,565	901,565
4	0	135,235	1036,800	1036,800
Разом	842,771	194,029	1036,8	1036,8

Задача 3

Підприємство одержало у банку А кредит 500 тис. грн на 4 роки під 20 %. Кредитний договір передбачає складний щорічний механізм нарахування процентів та погашення позики і нарахованих процентів однією сумою в кінці строку. У той самий час підприємство почало створювати фонд погашення кредиту, для чого відкрило депозитний рахунок із поповненням у банку Б. Ставка за депозитом 15 %, нарахування процентів щорічне складне. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б починається в день одержання кредиту. Внесок в кінці останнього року до фонду не здійснюється.*** *Обрати можливий варіант щорічних внесків підприємства у банк Б до фонду погашення кредиту за умови внесення щорічних не рівних, вільно обраних підприємством внесків.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

За умов задачі PV = 500 тис. грн, N = k = 4, g = 20 %, j = 15 %. Обрати можливі розміри P_k.

Формування фонду погашення кредиту є грошовим потоком пренумерандо з різними річними платежами P_k *(тобто не є ануїтетом).*

Розв'язування задачі

Розв'язування задачі проводимо у напрямку від першого вкладу P_0 ***до передостаннього вкладу*** P_3***. Останній вклад (вклад*** P_4***) у банк Б не передбачається.***

Сума повернення за кредитом дорівнює 1036,8 *тис. грн.*

Техніка розв'язування задачі (алгоритм) така сама, як і в задачі 2 цього прикладу. Обираємо будь-яку суму першого вкладу ─ показник P_0*. Обираємо суму* P_0 *= = 10 тис. грн. (це сума вкладу на початку першого року). Нараховуємо на неї проценти в першому році (за перший рік): процент дорівнює 1,5 тис. грн (10 тис. грн. · 0,15), і в кінці першого року до* P_0 *та нарахованих на* P_0 *процентів (*If_1*) додаємо вільно обрану суму наступного внеску ─* P_1 *= = 20 тис. грн. Отже, сума, що накопичилася на кінець* *першого року у фонді погашення кредиту підсумком, що наростає, дорівнює 31,5 тис. грн (10 тис. грн + + 1,5 тис. грн + 20 тис. грн). Упродовж другого року на суму 31,5 тис. грн нараховуються проценти If_2, розмір яких дорівнює 4,725 тис. грн (3,15 тис. грн · 0,15). В кінці другого року маємо суму, що складається із суми на кінець попереднього, тобто першого року (31,5 тис. грн), процентів за другий рік (4,725 тис. грн), які разом становлять 36,225 тис. грн, та суми третього вкладу (P_2), який є наступним внеском у кінці другого року. Обрано P_2, який дорівнює 100,0 тис. грн, тоді сума в кінці другого року становить 136,225 тис. грн. Наступний етап ‒ розрахунок процентів за третій рік If_3. Процент за третій рік становить 20,434 тис. грн (136,225 тис. грн × × 0,15). У кінці третього року маємо суму, яка складається із суми на кінець попереднього, тобто другого року (136,225 тис. грн), процентів за третій рік (20,434 тис. грн), які разом становлять 156,659 тис. грн, та суми третього вкладу P_3, що є останнім вкладом і який треба розрахувати.*

Розмір внеску P_3 розраховується за допомогою рівняння $156{,}659 + P_3 + If_4 = 1036{,}8$ (тис. грн). Беручи до уваги, що $If_4 = (156{,}659 + P_3)\cdot 0{,}15$, рівняння має вигляд $(156{,}659 + P_3)+ + (156{,}659 + P_3) \cdot 0{,}15 = 1036{,}8$ (тис. грн). Розв'язання наведеного рівняння дає такий результат: $P_3 = 744{,}906$ тис. грн, $If_4 = 135{,}235$ тис. грн. Показники наведеного розрахунку подані на рис. 12.12 і в табл. 12.16.

Послідовність розрахунку можна наочно бачити на графіку повернення кредиту шляхом створення фонду погашення (рис. 12.12). Поступовий рух від обраного першого вкладу P_0 до обраного другого P_1, і далі до обраних P_k аж до передостаннього (останній відсутній за умовами) з нарахуванням щорічних процентів на суму накопичення у кожному році відповідно формує алгоритм розрахунку фонду погашення кредиту.

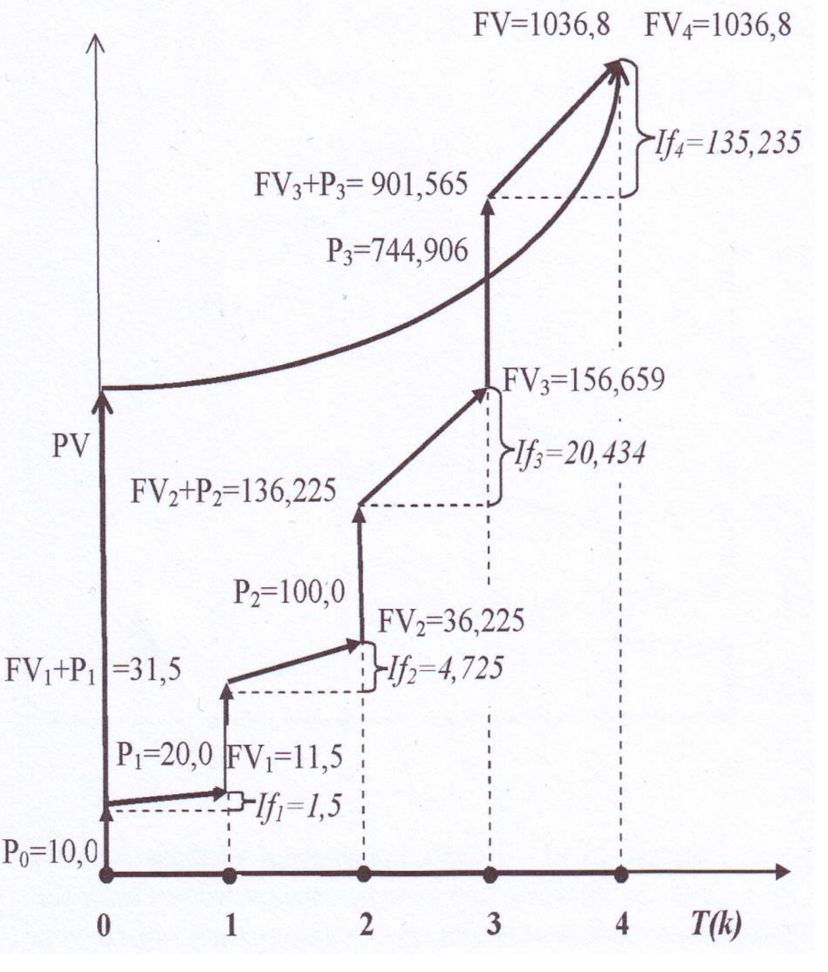

Рисунок 12.12 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та не рівні між собою; в кінці строку дії фонду внесок P_4 не здійснюється; напрямок розв'язування – «від першого внеску…», тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись в табл. 12.16)

Таблиця 12.16 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту не рівними вільно обраними сумами P_k за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; в кінці строку дії фонду внесок P_4 не здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту P*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
0	10,000	0	0	10,000
1	20,000	1,500	11,500	31,500
2	100,000	4,725	36,225	136,225
3	744,906	20,434	156,659	901,565
4	0	135,235	1036,800	–
Разом	874,906	161,894	1036,8	–

*Продовжимо **розв'язування** тієї самої **задачі 3,** але **за** іншим напрямком **– напрямком, коли обрання (планування) розміру вкладів у банк Б здійснюється за порядком – «від останнього вкладу…»**. У задачі 3 відповідно до умов вкладу P_4 немає. Останнім вкладом є вклад P_3. Отже, напрямок розрахунку, а також і порядок обрання розміру вкладів – від внеску P_3 до другого вкладу P_2 і до першого. Перший вклад обирається не вільно, а розрахову-ється за залишковим принципом. Порядок розрахунку такий самий, як і в задачі 2 (див. рис.12.13 і табл. 12.17).*

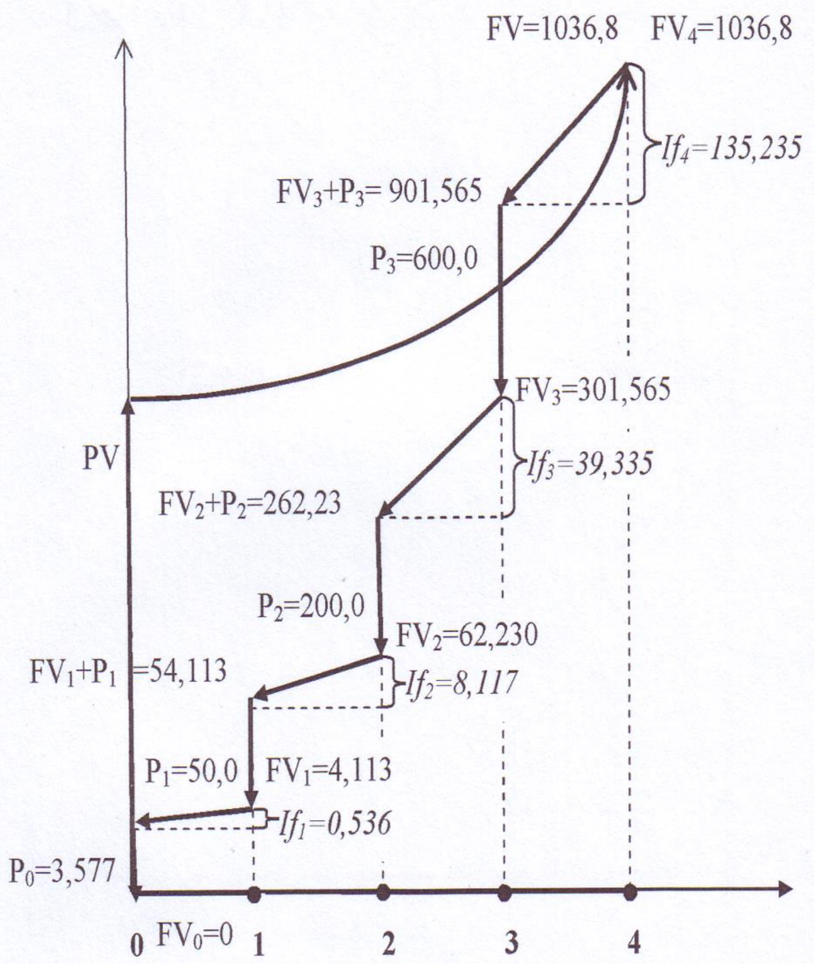

Рисунок 12.13 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та не рівні між собою; в кінці строку дії фонду внесок P_4 не здійснюється; напрямок розв'язування – «від останнього внеску…», тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.17)

Таблиця 12.17 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту не рівними вільно обраними сумами P_k за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; в кінці строку дії фонду внесок P_4 не здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту P*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі із внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
0	3,577	0	0	3,577
1	50,000	0,536	4,113	54,114
2	200,000	8,117	62,230	262,230
3	600,000	39,335	301,565	901,565
4	0	135,235	1036,800	–
Разом	853,577	183,223	1036,8	–

Задача 4

Підприємство одержало у банку А кредит 500 тис. грн на 4 роки під 20 %. Кредитний договір передбачає складний щорічний механізм нарахування процентів та погашення позики і нарахованих процентів однією сумою в кінці строку. У той самий час підприємство почало створювати фонд погашення кредиту, для чого відкрило депозитний рахунок із поповненням у банку Б. Ставка за депозитом 15 %, нарахування процентів щорічне складне. ***Поповнення депозитного рахунку у банку Б починається в день***

одержання кредиту. Внесок у кінці останнього року до фонду здійснюється. *Обрати можливий варіант щорічних внесків підприємства у банк Б за умови внесення щорічних не рівних вільно обраних підприємством внесків.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

За умов задачі $PV = 500$ тис. грн, $N = k = 4$, $g = 20$ %, $j = 15$ %. Обрати можливі розміри P_k.

Формування фонду погашення кредиту є грошовим потоком пренумерандо з різними річними платежами P_k.

Розв'язування задачі

Розв'язування задачі проводимо у напрямку від першого вкладу P_0 до останнього вкладу P_4.

Сума повернення за кредитом становить 1036,8 *тис. грн.*

Техніка розв'язування задачі (алгоритм) така сама, як і в задачах 1, 2 і 3 цього прикладу.

Обираємо показник P_0 ─ це сума вкладу на початку першого року. Далі нараховуємо на неї проценти за перший рік і в кінці першого року до P_0 та нарахованих на P_0 процентів If_1 додаємо вільно обрану суму наступного внеску ─ P_1. На суму, що накопичилася в кінці першого року у фонді погашення кредиту з урахуванням внеску P_1, нараховуються проценти If_2 упродовж другого року. У кінці другого року маємо суму, що складається із суми на кінець попереднього, першого року, процентів за другий рік та обраної суми третього вкладу P_2. Упродовж третього року на попередню суму здійснюється нарахування процентів за ставкою 15 %. Далі обираємо вклад P_3 та розраховуємо розмір процентів за четвертий рік If_4. Якщо загальна сума накопичень у фонді в кінці четвертого року менша за суму повернення, то останній внесок P_4 є сумою грошей, якої не вистачає до загальної суми повернення за кредитом, та розраховується як різниця між сумою повернення за кредитом FV та накопиченою у фонді сумою. Ця сума і є останнім внеском (внеском P_4) до фонду погашення кредиту.

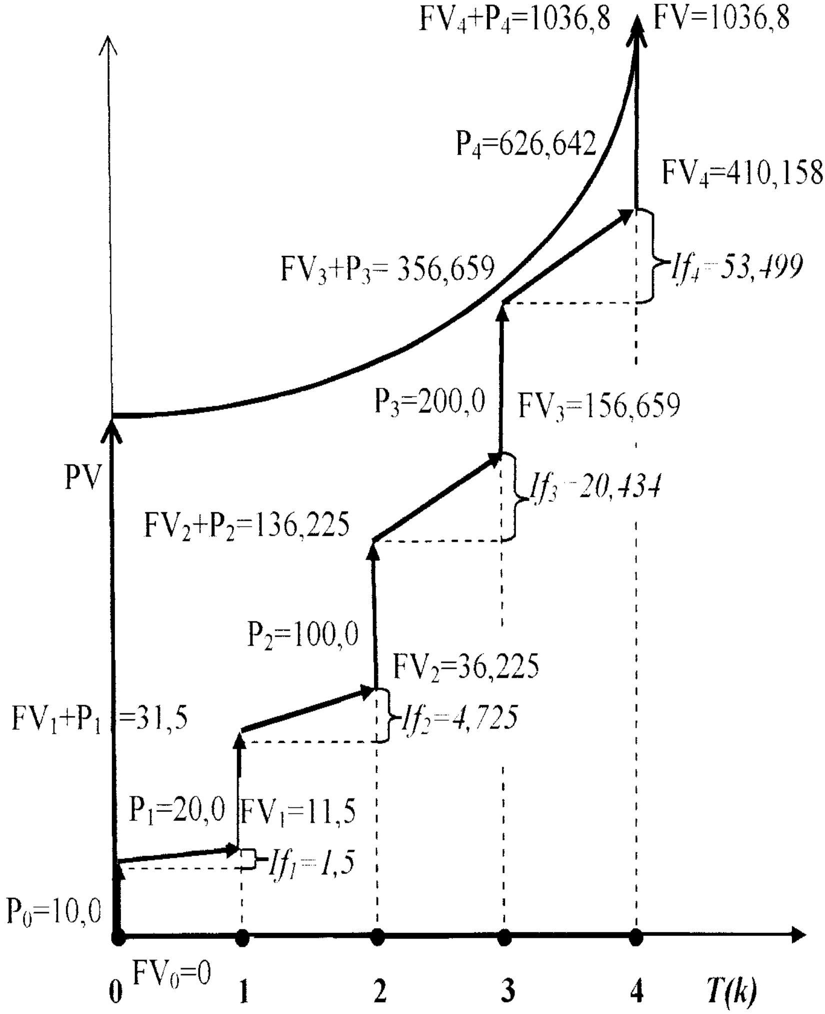

Рисунок 12.14 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та не рівні між собою; в кінці строку дії фонду внесок P_4 здійснюється; напрямок розв'язування – «від першого внеску...», тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.18)

Таблиця 12.18 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту не рівними вільно обраними сумами P_k за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; в кінці строку дії фонду внесок P_4 здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд погашення кредиту P*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в сумі з внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
0	10,000	0	0	10,000
1	20,000	1,500	11,500	31,500
2	100,000	4,725	36,225	136,225
3	200,000	20,434	156,659	356,659
4	626,642	53,499	410,158	1036,800
Разом	956,642	80,158	—	1036,8

Продовжимо ***розв'язування задачі 4 за*** *іншим напрямком* — ***напрямком, коли обрання (планування) розміру вкладів у банк Б здійснюється за порядком — «від останнього вкладу…»****. У задачі 4 відповідно до умов вклад P_4 здійснюється і він є останнім вкладом. Отже, напрямок розрахунку, а також і порядок обрання розміру вкладів — від внеску P_4 до вкладу P_3 і до першого. Перший вклад P_0 обирається не вільно, а розраховується за залишковим принципом. Порядок розрахунку такий самий, як і в задачі*

3 (див. рис.12.13 і табл. 12.17).

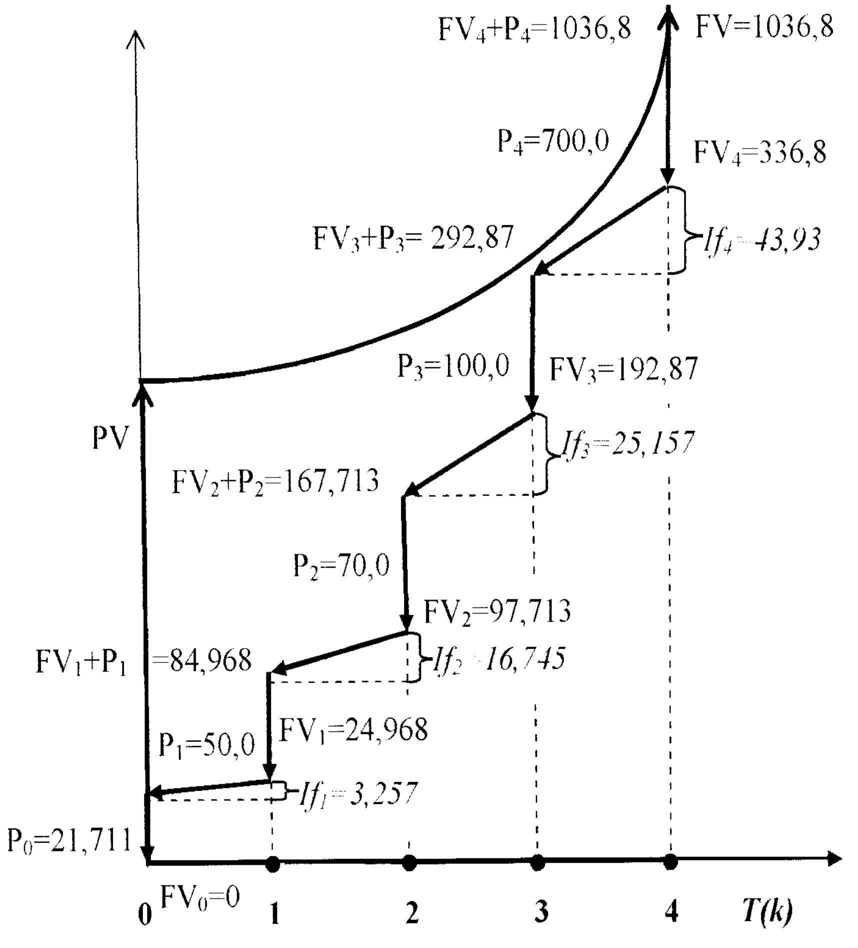

Рисунок 12.15 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за таких умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; внески P_k до фонду щорічні та не рівні між собою; в кінці строку дії фонду внесок P_4 здійснюється; напрямок розв'язування — «від останнього внеску...», тис. грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.19).

Таблиця 12.19 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту не рівними вільно обраними сумами P_k за умов: початок формування фонду погашення кредиту з дати одержання кредиту; в кінці строку дії фонду внесок P_4 здійснюється, тис. грн

Рік (період k)	*Внески у фонд пога-шення кредиту P*	*Проценти, нараховані фондом погашення кредиту f у k-му році (k-му періоді)* If_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту без внеску P підсумком, що наростає,* FV_k	*Накопичення на кінець року (періоду k) у фонді погашення кредиту в суміїз внеском P підсумком, що наростає,* $FV_k + P$
0	21,711	0	0	21,711
1	50,000	3,257	24,968	84,968
2	70,000	16,745	97,713	167,713
3	100,000	25,157	192,870	292,870
4	700,000	43,930	336,800	1036,8
Разом	941,711	89,089	–	1036,8

Розв’язання задач прикладу 12.10 дає можливість побачити деякі закономірності у механізмі створення накопичувального фонду. Помічені закономірності, які записані у вигляді формул, є такими:

– при розв’язуванні (плануванні) показників накопичувального фонду у напрямку «від останнього внеску…» спостерігається така закономірність:

$$FV_{k-1} = \frac{FV_k}{(1+j)} - P_{k-1}; \qquad (12.12)$$

— при розв'язуванні (плануванні) показників накопичувального фонду у напрямку «від першого внеску…» спостерігається, здавалося б, інша закономірність:

$$FV_k = (FV_{k-1} + P_{k-1}) \cdot (1+j). \qquad (12.12^*)$$

Але, по суті, записи формул (12.12) та (12.12*) — це різні записи однієї й тієї самої формули.

Також при розрахунку процентів доречним є такий розрахунок розміру процентів:

$$If_k = FV_k - FV_{k-1} - P_{k-1}, \qquad (12.13)$$

або

$$If_k = (FV_{k-1} + P_{k-1}) \cdot j. \qquad (12.14)$$

12.7.2 Друга схема формування фонду погашення кредиту

Друга схема передбачає виплату взятої позики в кінці строку, а виплату процентів за нею — впродовж строку кредиту. Іншими словами, друга схема передбачає виплату в кінці строку кредитування лише суми взятої позики (основної суми), а виплата процентів здійснюється поетапно, впродовж строку користування кредитом, в обумовлені дати. На відміну від першої схеми сплата процентів за кредитом здійснюється не в кінці, а впродовж кредитної операції.

У межах другої схеми формування фонду погашення кредиту існує так само, як і в першій схемі, вісім варіантів формування фонду накопичення (фонду погашення кредиту) (див. *приклад 12.9* — 1-й – 4-й варіанти та *приклад 12.10* — 5-й – 8-й варіанти), причому в кожному з 5-го по 8-й варіант два напрямки розрахунку.

Немає потреби детально розглядати в межах другої схеми всі вісім варіантів накопичення. Механізм (алгоритм) розрахунку в кожному з восьми варіантів формування фонду накопичення другої схеми такий самий, як і в першій.

Різниця між ними лише в розрахунку суми накопичення. Якщо в першій схемі сума накопичення ─ позика разом із нарахованими на неї процентами, то в другій ─ позика без процентів.

У загальному вигляді механізм створення фонду погашення може бути обґрунтованим такими моментами. Нехай створення фонду погашення здійснюється шляхом внесення в банк щорічних рівних між собою внесків *P*, на які нараховуються проценти за ставкою *j*. Нарахування процентів на взяту в кредит позику *PV* здійснюється за ставкою *g*. Якщо дата виплати процентів за кредитом збігається з датою внесення платежів *P*, то загальні виплати з обслуговування кредиту Ys_k (наприклад, річні) за умов простого нарахування процентів (*simple interest*) будуть дорівнювати

$$Ys_k = PV \cdot g + P. \tag{12.15}$$

При нарахуванні на позику *PV* складних процентів загальні виплати з обслуговування кредиту Ys_k (річні) будуть дорівнювати

$$Yc_k = Ic_k + P, \tag{12.16}$$

де Ic_k ─ *k*-й процентний платіж за позику *PV*, розрахований за механізмом складного нарахування процентів (*compound interest*).

Величину Ic_k для періоду *k* розраховують за формулою

$$Ic_k = PV \cdot (1+g)^{k-1} \cdot g. \tag{12.17}$$

Підставляючи значення Ic_k у формулу 13.16, одержуємо

$$Yc_k = PV \cdot (1+g)^{k-1} \cdot g + P. \tag{12.18}$$

З іншого боку, формування фонду погашення кредиту є річним ануїтетом постнумерандо з платежем *P*, і майбутня вартість такого ануїтету повинна дорівнювати сумі взятої позики, тобто

$$PV = P \cdot \frac{(1+j)^k - 1}{j}. \qquad (12.19)$$

Формулу 12.19 не треба плутати з формулою майбутньої вартості ануїтету (11.4, 11.4*, 11.4**). Формула 12.19 є адаптованою до розв'язання конкретної задачі, в якій для фонду накопичення майбутньою вартістю є сума взятої позики *PV*. З формули 12.19 знаходимо *P*:

$$P = PV \cdot \frac{j}{(1+j)^k - 1}. \qquad (12.20)$$

Підставивши значення *P* у формули 12.15 та 12.18, маємо:

– розмір k-ї виплати при нарахуванні на основну суму (суму позики PV) простих процентів:

$$Ys_k = PV \cdot g + PV \cdot \frac{j}{(1+j)^k - 1} = PV\left(g + \frac{j}{(1+j)^k - 1}\right); \qquad (12.21)$$

– розмір k-ї виплати при нарахуванні на основну суму (суму позики PV) складних процентів:

$$Yc_k = PV \cdot (1+g)^{k-1} \cdot g + PV \cdot \frac{j}{(1+i)^k - 1} =$$

$$= PV \cdot \left((1+g)^{k-1} \cdot g + \frac{j}{(1+i)^k - 1}\right). \qquad (12.22)$$

Приклад 12.11

Задача

Підприємство у банку А отримало кредит в сумі 5,0 млн. грн на 4 роки під 8 % річних. Нарахування процентів за кредитом складне. Сплата процентів за кредитом в банк А – в кінці кожного року, а повернення основної суми кредиту – в кінці строку разовим платежем. Для повернення *основної суми кредиту підприємство створило фонд погашення кредиту шляхом відкриття депозитного рахунку у банку Б. Банк Б на кошти, які вносить підприємство, нараховує 10 % річних за складним механізмом нарахування. Підприємство планує здійснювати внески в банк Б рівними сумами в кінці кожного року. Перший внесок в банк Б ─ через 1 рік після одержання кредиту. Розрахувати розмір внесків до банку Б, щорічні витрати з обслуговування кредиту і план погашення кредиту в табличній та графічній формах.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 5,0 млн грн, N = k = 4, g = 8 %, j = 10 %. Формування фонду погашення кредиту (депозитний рахунок у банку Б), іншими словами, формування амортизаційного фонду, є річним ануїтетом постнумерандо з невідомим платежем P.

Розв'язування задачі

Розв'язування задачі здійснюється за чотирма такими діями.

Дія перша *─ розрахунок розмірів щорічних процентів, які сплачуються підприємством до банку А.*

Щорічний розмір процентів, що сплачуються до банку А, розраховуємо за формулою 12.17:

$Ic_1 = 5{,}0 \cdot (1 + 0{,}08)^0 \cdot 0{,}08 = 0{,}4$ (*млн грн*);

$Ic_2 = 5{,}0 \cdot (1 + 0{,}08)^1 \cdot 0{,}08 = 0{,}432$ (*млн грн*);

$Ic_3 = 5{,}0 \cdot (1 + 0{,}08)^2 \cdot 0{,}08 = 0{,}46656$ (*млн грн*);

$Ic_4 = 5{,}0 \cdot (1 + 0{,}08)^3 \cdot 0{,}08 = 0{,}503885$ (*млн грн*).

Дія друга *─ розрахунок розмірів щорічних платежів, які вносяться підприємством до банку Б*

Сума, яку потрібно накопичити у банку Б, дорівнює 5,0 млн грн.

Розрахунок розміру щорічних внесків P у накопичувальний фонд проводимо за формулою (13.19), де *сума PV є сумою повернення за кредитом і, отже, сумою, яку потрібно накопичити в амортизаційному фонді:*

$$P = \frac{PV \cdot j}{(1+j)^k - 1} = \frac{5{,}0 \cdot 0{,}1}{(1+0{,}1)^4 - 1} = 1{,}077354\ (\textit{млн грн}).$$

Дія третя* — *побудова плану формування фонду погашення кредиту (ведення розрахунків по банку Б).

Накопичення на кінець першого року дорівнює сумі першого внеску — 1,077354 млн грн. Упродовж другого року на внесок 1,077354 млн грн нараховуються проценти за депозитною ставкою j = 10 %, які позначаємо If_2 і сума яких дорівнює 0,107735 млн грн. Накопичення на кінець другого року у банку Б до внесення наступного внеску Р становить FV_2 = 1,185089 млн грн (1,077354 + 0,107735). Накопичення в кінці другого року у фонді погашення кредиту в сумі із внеском другого року Р розраховується FV_2 + Р та дорівнює 2,262443 млн грн (1,185089 + + 1,077354). Далі, впродовж третього року, на суму 2,262443 млн грн нараховуються проценти за депозитною ставкою j = 10 %, які If_3 = 0,226244 млн грн. І далі так само проводиться розрахунок накопичень кінця третього року і перехід до розрахунків четвертого року.

Дія четверта* — *розрахунок загальних витрат підприємства з обслуговування кредиту.

Щорічні загальні витрати підприємства з обслуговування кредиту розраховуються за формулою 13.16 або за 13.22:

Yc_1 = 0,4 + 1,077354 = 1,477354 (*млн грн*);

Yc_1 = 0,4320 + 1,077354 = 1,509354(*млн грн*);

Yc_1 = 0,46656 + 1,077354 = 1,543914 (*млн грн*);

Yc_1 = 0,503885 + 1,077354 = 1,581239 (*млн грн*).

Механізм (план) формування фонду погашення кредиту подано графіком на рис. 12.16 та даними в табл.12.20.

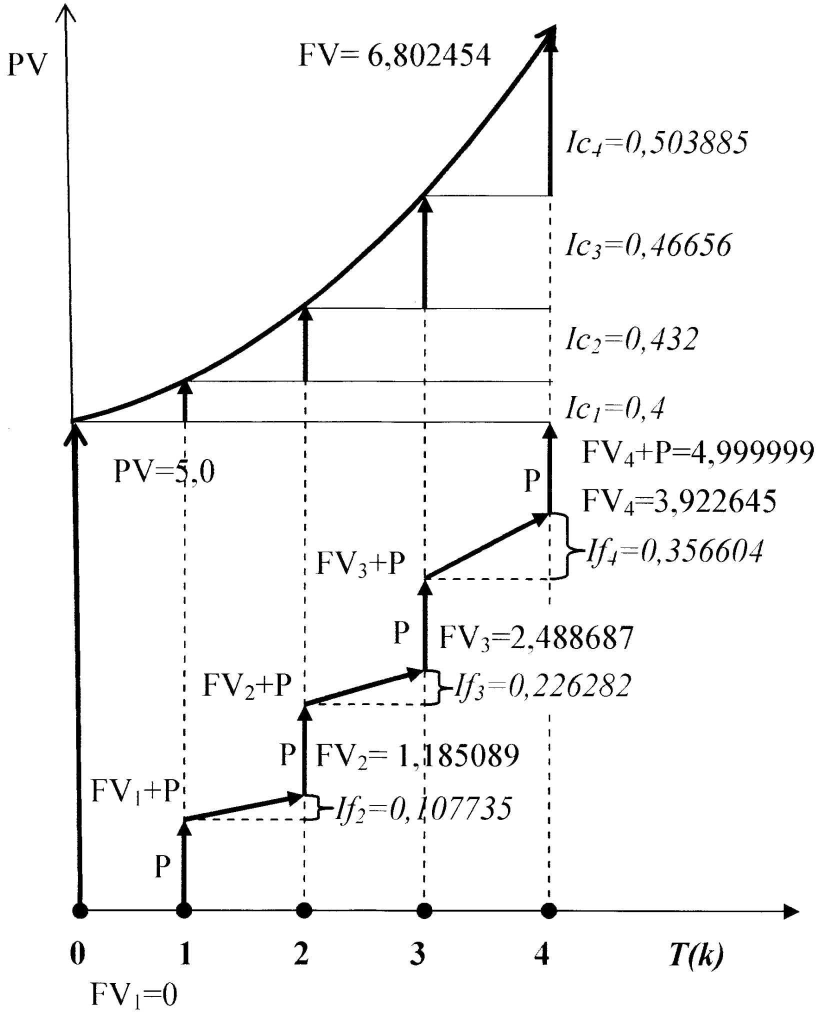

Рисунок 12.16 – Графік повернення кредиту шляхом створення фонду погашення кредиту за умов: початок створення фонду через 1 рік після одержання кредиту; внески P до фонду щорічні та рівні; в кінці строку дії фонду останній внесок P здійснюється; напрямок розв'язування – «від першого внеску...», млн грн. (Пояснення позначок на графіку дивись у табл. 12.20)

Таблиця 12.20 – Результати розрахунку (план) погашення кредиту рівними сумами P за умов: перший внесок до фонду погашення кредиту через 1 рік після одержання кредиту; в кінці строку дії фонду останній внесок здійснюється; напрямок розрахунку — «від першого вкладу...», млн грн

Рік	Платежі (внески) позичальника:		Витрати з обслуговування кредиту, $Yc_k=Ic_k+P$	Проценти, нараховані фондом погашення (банком Б) у k-му році, If_k	Накопичення на кінець k-го року у фонді погашення кредиту без внеску P, підсумком, що наростає, FV_k	Накопичення на кінець k-го року у фонді погашення кредиту разом із внеском P, підсумком, що наростає, FV_k+P
	— до банку A, тобто кредитору; проценти за кредит у кінці k-го року Ic_k	— в банк Б до фонду погашення кредиту P				
1	0,400000	1,077354	1,477354	0	0	1,077354
2	0,432000	1,077354	1,509354	0,107735	1,185089	2,262443
3	0,466560	1,077354	1,543914	0,226282	2,488687	3,566041
4	0,503885	1,077354	1,581239	0,356604	3,922645	4,999999
Разом	1,802445	1,309416	6,111861	0,690621	—	≈ 5,000000

12.8 «Здирницький» механізм погашення кредиту рівними сумами

Мова піде про досить некоректний механізм погашення кредиту рівними сумами, який на практиці, на жаль, застосовується досить часто до фізичних осіб при наданні їм споживчого кредиту.

Споживчим (або особистим) кредитом (*consumer loan*) є кредит, який надається банками, фінансовими компаніями або роздрібним торговцем окремій фізичній особі на споживчі потреби. Наприклад, це можуть бути речі особистого споживання — меблі, побутова техніка, автомобілі тощо.

Один із способів розрахунку розміру сум погашення кредиту у розстрочення має такий механізм. Спочатку розраховується загальна сума процентів, що нараховується на всю суму позики. Потім знайдена загальна сума процентів приєднується до основного боргу (до позики). Далі, одержана сума (позика + проценти) ділиться на кількість виплат, і, таким чином, з'являється сума платежу. Зауважимо, що всі ці розрахунки проводяться ще до надання кредиту, в момент оформлення кредиту (*flat rate of interest, add-on interest*), і такі умови кредитування, м'яко кажучи, досить жорсткі для позичальника.

У зв'язку з тим, що у розглянутому механізмі проценти нараховані на початкову суму кредиту, а фактична величина початкової суми після кожного платежу зменшується, то фактична процентна ставка в кінцевому результаті перевищує договірну процентну ставку. Цей механізм розрахунку платежів вводить в оману позичальника стосовно розміру ставки за кредитом.

Приклад 12.12

Задача

Фізична особа бере кредит на придбання комплекту меблів. Сума кредиту — 20 тис грн. Ставка за умовами кредиту — 24 %. Строк — 1 рік і 8 місяців. Кредит *повертається рівними сумами в кінці кожного місяця. Знайти розмір щомісячного платежу за механізмом «add-on interest» та розрахувати фактичний розмір щомісячного платежу, а також порівняти розбіжності.*

Розв'язування задачі

Нарощена сума за складним механізмом нарахування процентів дорівнює

$$FV = 20 \cdot (1+0{,}24)^{1\frac{8}{12}} = 20 \cdot (1+0{,}24) \cdot (1+0{,}24\frac{8}{12}) =$$

$$= 28{,}768\,(\textit{тис.грн}).$$

Розмір щомісячного платежу (за механізмом «add-on interest»):

$$P = \frac{28{,}768\,\textit{тис.грн}}{20\,\textit{міс.}} = 1{,}438\,\textit{тис.грн.}$$

Якщо буде застосовано простий механізм нарахування процентів, то нарощена сума дорівнює:

$$FV = 20 \cdot (1+0{,}24 \cdot 1\frac{8}{12}) = 20 \cdot (1+0{,}24 \cdot \frac{20}{12}) = 28{,}0\,(\textit{тис.грн}).$$

У цьому випадку розмір щомісячного платежу (за механізмом «add-on interest»):

$$P = \frac{28{,}0\,\textit{тис.грн}}{20\,\textit{міс.}} = 1{,}400\,\textit{тис.грн.}$$

Таким чином, розмір щомісячного платежу за механізмом «add-on interest» може коливатися у межах від 1400 до 1438 грн.

Фактичний розмір щомісячного платежу за кредитом розраховуємо за допомогою формули (11.9):

$$PV_{pst}^{a} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p}-1}\,, \qquad (11.9)$$

за якою після підрахунків P дорівнює 1200 грн.

Висновок: *понад 200 грн щомісячно позичальник «переплачує» за взятий кредит.*

При погашенні споживчого кредиту рівними платежами може виникнути потреба у визначенні частини в кожній виплаті, яка йде на погашення основного боргу, і частини в тій же виплаті, що йде на погашення нарахованих процентів. Для складення такого плану виплат можна скористатися **«правилом 78»**, суть якого полягає в наступному.

Знаходимо суму порядкових номерів усіх платежів. Наприклад, якщо таких платежів 12, тоді 1 + 2 + 3 + … + + 12 = 78 (це, до речі, і дало назву правила, тому що в році 12 місяців, а платежі досить часто здійснюються щомісячно). Згідно з «правилом 78» частина від першого платежу у розмірі 12/78 від загальної нарахованої суми процентів (тобто $12/78 \cdot I$) «піде» на виплату процентів, а частина, що залишається у складі першого платежу ($P - 12/78 \cdot I$), «піде» в рахунок виплат основного боргу. У складі другого платежу на виплату процентів «піде» сума в розмірі 11/78 від загального нарахованого розміру процентів (тобто, $11/78 \cdot I$), а частина платежу, що залишилася ($P - 11/78 \cdot I$), є частиною виплати основного боргу у складі другого платежу. Для третього платежу треба взяти дріб 10/78 і провести далі розрахунки за попереднім механізмом.

У загальному випадку, якщо є k запланованих платежів, то при введенні позначки K як суми платежів

$$K = 1 + 2 + ... + k = \frac{1+k}{2} \cdot k;$$

при використанні «правила 78» треба послідовно брати дроби $\frac{k}{K}, \frac{k-1}{K}, \frac{k-2}{K}$ і так до $\frac{1}{K}$ включно. Зазначимо, що сума всіх цих дробів дорівнює одиниці, тобто $\sum_{n=1}^{k} \frac{n}{K} = 1.$

При застосуванні «правила 78» розмір процентів у складі кожного наступного платежу зменшується. Схема спадного розміру суми процентів у складі платежів щодо погашення кредиту має дві сторони. По-перше, вона відповідає суті кредитних операцій, бо з кожним платежем відбувається погашення основної суми боргу, тому й сума процентів, яка нараховується на зменшений залишок непогашеного боргу, відповідно зменшується. По-друге, зменшення суми процента в кожному з платежів страхує кредитора на випадок дострокового погашення боргу, якщо це передбачено кредитним договором. Вочевидь, у кредитному договорі можуть бути передбачені будь-які схеми застосування питомих коефіцієнтів розподілення загальної суми процентів упродовж періоду кредитування. Загалом при складанні плану погашення кредиту можна використовувати будь-яку послідовність дробів (зокрема, зростаючу), аби сума цих дробів дорівнювала одиниці.

Складемо план погашення кредиту за умов попереднього прикладу 12.12.

Приклад 12.12 (продовження)

Заплановано k =20 платежів. Тоді

$$K = \frac{1+20}{2} \cdot 20 = 210.$$

У частині першого платежу розмір процентів дорівнює 20/210 від загальної суми нарахованих процентів, що становить 8,000 тис. грн · 20/210 = 0,762 тис. грн. Отже, в першому місяці частина основного боргу погашається в розмірі 1,400 – 0,762 = 0,638 (тис. грн). На початок наступного місяця одержуємо залишок основного боргу, що дорівнює 20,0 – 0,638 = 19,362 (тис. грн).

У наступному другому місяці розмір процентів у складі платежу дорівнює 19/210 від суми нарахованих процентів і становить 8 тис. грн · 9/210 = 0,724 тис. грн. Тоді в другому місяці частина основного боргу погашається в розмірі 1,400 – 0,724 = 0,676 (тис. грн). На початок наступного місяця одержуємо залишок основного боргу, який дорівнює 19,362 – 0,676 = 18,686 (тис. грн). Результати подальших розрахунків наведені в табл. 12.21.

Таблиця 12.21 – План погашення кредиту в сумі 20 тис. грн *рівними щомісячними платежами в розмірі 1400 грн/міс., розрахований за допомогою «правила 78», тис. грн.*

Місяць	*Дріб*	*Погашення загального розміру нарахованих процентів*	*Залишок основного боргу на початку місяця*	*Погашення основного боргу*
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	20/210	0,762	20,000	0,638
2	19/210	0,724	19,362	0,676
3	18/210	0,686	18,686	0,714
4	17/210	0,648	17,972	0,752
5	16/210	0,610	17,220	0,790
6	15/210	0,571	16,430	0,829
7	14/210	0,533	15,601	0,867
8	13/210	0,495	14,734	0,905
9	12/210	0,457	13,829	0,943
10	11/210	0,419	12,886	0,981
11	10/210	0,381	11,905	1,019
12	9/210	0,343	10,886	1,057
13	8/210	0,305	9,829	1,095
14	7/210	0,267	8,734	1,133
15	6/210	0,229	7,601	1,171
16	5/210	0,190	6,430	1,210
17	4/210	0,152	5,220	1,248
18	3/210	0,114	3,972	1,286
19	2/210	0,076	2,686	1,324
20	1/210	0,038	1,362	1,362
Разом		8,000	0	20,000

У табл. 12.21 останній рядок «Разом» є контролем наведених розрахунків: сума всіх показників третього стовпця повинна дорівнювати загальній сумі процентів, а *сума п'ятого стовпця — сумі основного боргу (позики). Крім того, для кожного місяця сума у кожному рядку третього та п'ятого стовпців є фіксованою величиною і дорівнює розміру щомісячного платежу — 1400 грн.*

За допомогою **«правила 78»** позичальник може розрахувати, яку суму в частині оплати процентів йому не треба віддавати у разі повернення кредиту раніше встановленого строку (якщо така умова оговорена у договорі кредитування). Якщо було заплановано *k* платежів, а після *m*-го платежу було прийнято рішення повернути кредит, то суму процентів, що залишилася в кожному з (*k* – *m*)-платежів, виплачувати не треба. Отже, не треба сплачувати суму (суму процентів), яка дорівнює $\frac{M}{K} \times I$, де M = 1 + 2 +…+ (*k* — *m*). Продемонструємо цей розрахунок на *прикладі 12.12*.

Приклад 12.12 (продовження)

На початку кредитної операції планувалося k = 20 платежів, за яких K = 210. Після восьми платежів прийнято рішення повернути частину основного боргу, що залишилася. Починаючи з одиниці, знаходимо суму порядкових номерів платежів, що залишаються не сплаченими і знаходимо суму їх нових порядкових номерів, тобто розраховуємо показник M:

$$M = 1 + 2 + 3 + ... + 12 = \frac{1+12}{2} \cdot 12 = 78.$$

Тоді $\frac{78}{210}$ *від загальної суми нарахованих процентів не треба сплачувати, тобто не треба сплачувати суму, що дорівнює* $\frac{78}{210} \cdot 8{,}0 = 2{,}971$ *(тис. грн).*

Треба звернути увагу, що в попередніх розрахунках «правило 78» застосовувалось як механізм рознесення загальної суми процентів до складу рівних платежів, і саме такої суми процентів, розмір якої розрахований на взяту позику і є незмінним упродовж строку кредитування.

«Здирницький» характер розрахунку платежів за споживчим кредитом зникає, якщо застосовувати «правило 78» не до визначення частин від суми процентів за кредитом, яка розрахована на початку операції кредитування, а до основної суми за кредитом. **Другий спосіб застосування «правила 78»** полягає у вимозі, що основна сума поділяється на рівні частини, які виплачує боржник, і у факті, що процентні платежі розраховуються на залишок боргу і тому зменшуються у складі кожної виплати. Тобто розмір кожної виплати зменшується за рахунок зменшення процентів у складі платежу.

Узагальнено такий розрахунок має таку побудову. Якщо платежі вносяться кожні l місяців, тобто кожний рік $\frac{12}{l}$ разів і всього кількість платежів за строк кредитної операції дорівнює $k = \frac{12}{l} \times N,$ тоді у складі першого платежу нараховані проценти в сумі

$$I_1 = \frac{PV \cdot l \cdot i}{12}.$$

У наступному платежі проценти нараховуються на залишок позики, тобто виплачена частина основної суми в розмірі $\frac{PV}{k}$ вилучається з розрахунку:

$$I_2 = (PV - \frac{PV}{k}) \cdot \frac{l \cdot i}{12} = PV \cdot \frac{l \cdot i}{12} \cdot (1 - \frac{1}{k}).$$

Так само проводимо розрахунок процентів у складі третьої виплати:

$$I_3 = (PV - 2 \cdot \frac{PV}{k}) \cdot \frac{l \cdot i}{12} = PV \cdot \frac{l \cdot i}{12} \cdot (1 - \frac{2}{k})$$

і так далі для інших за порядком платежів. Останній розрахунок має такий вигляд:

$$I_k = (PV - \frac{(k-1)PV}{k}) \cdot \frac{l \cdot i}{12} = PV \cdot \frac{l \cdot i}{12} \cdot (1 - \frac{k-1}{k}).$$

Загальний розмір процентів за користування кредитом дорівнює сумі процентних платежів, які розраховано попереднім способом

$$I = \sum_{s=1}^{k} I_s = PV \cdot \frac{l \cdot i}{12} \cdot (1 + (1 - \frac{1}{k}) + (1 - \frac{2}{k}) + ... + (1 - \frac{k-1}{k})). \tag{12.23}$$

У формулі 12.23 в дужках ─ арифметична прогресія з першим членом, що дорівнює 1, та різницею ($-\frac{1}{k}$), отже, одержуємо

$$I = PV \cdot \frac{l \cdot i}{12} \cdot \frac{k+1}{2} = PV \cdot \frac{l \cdot i}{24} \cdot (\frac{12}{l} \cdot N + 1), \tag{12.24}$$

де $\frac{l \cdot i}{24} \cdot (\frac{12}{l} \cdot N + 1)$ має назву процентного коефіцієнта, який відображає співвідношення між розміром процентного платежу і сумою кредиту (позики).

І лише тепер, коли за формулою 12.24 буде знайдена загальна сума процентів, є можливість розрахувати, якщо виникає потреба, платіж рівними частинами, що дорівнює

$$P = \frac{PV + I}{k}. \tag{12.25}$$

Рівні між собою платежі, розраховані за формулою 12.25, не будуть «здирницькими», а будуть відносно справедливими, звісно, якщо кредитна операція є також такою.

Приклад 12.12 (продовження)

За умов прикладу 12.12 скласти план погашення кредиту другим способом застосування «правила 78».

Як уже зазначалося раніше, щомісячний платіж є сумою, що складається з місячної частини основного боргу і процентів за відповідний місяць.

Кожного місяця сплачується частина основного боргу в розмірі $P = \dfrac{PV}{k} = \dfrac{20000\,грн}{20} = 1000\,грн.$

Проценти, які сплачуються в кожному місяці, розрахуємо за формулами, які враховують щомісячне зменшення боргу:

$$I_1 = \frac{PV \cdot l \cdot i}{12} = \frac{20000 \cdot 1 \cdot 0{,}24}{12} = 400\,грн;$$

$$I_2 = PV \cdot \frac{l \cdot i}{12} \cdot \left(1 - \frac{1}{k}\right) = 20000 \cdot \frac{1 \cdot 0{,}24}{12} \cdot \left(1 - \frac{1}{20}\right) = I_1 \cdot \frac{19}{20} = 380\,грн;$$

$$I_3 = PV \cdot \frac{l \cdot i}{12} \cdot \left(1 - \frac{2}{k}\right) = I_1 \cdot \frac{18}{20} = 400\,грн \cdot \frac{18}{20} = 360\,грн;$$

і так продовжуємо розрахунки процентів до двадцятого місяця включно.

Фактично при розрахунку щомісячних процентів, розмір першого процентного платежу множимо послідовно на дроби $\dfrac{19}{20}, \dfrac{18}{20}, \dfrac{17}{20}, \dfrac{16}{20}, \ldots, \dfrac{1}{20}$. *Таким чином:*

$$I_4 = 400\,грн \cdot \frac{17}{20} = 340\,грн;$$

$$I_5 = 400\,грн \cdot \frac{16}{20} = 320\,грн;$$

$$I_6 = 400\,грн \cdot \frac{15}{20} = 300\,грн;$$

$$I_7 = 400\,грн \cdot \frac{14}{20} = 280\,грн;$$

і так далі до I_{20} *включно.*

Отже, загальна сума процентів разом за 20 місяців *становитиме*

I=400+380+360+340+320+300+280+260+240+220+ +200+180+160+140+120+100+80+60+40+20=4200 (грн).

Таку ж суму можна одержати і за розрахунком за формулою 12.24:

$$I = PV\frac{l \cdot i}{24}(\frac{12}{l}N + 1) = 20000\frac{1 \cdot 0{,}24}{24}(\frac{12}{1} \cdot 1\frac{8}{12} + 1) = 4200 \textit{грн.}$$

Запишемо план погашення кредиту в табличній формі (табл. 12.22).

Таблиця 12.22 – План погашення кредиту в сумі 20 тис. грн рівними щомісячними частинами основного боргу, та процентами, що зменшуються, розрахованими за допомогою «правила 78», грн

Місяць	*Розмір щомісяч-ного платежу*	*Місячний розмір нарахованих процентів*	*Погашення основного боргу*	*Залишок основного боргу на початок місяця*
1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	1400	400	1000	20000
2	1380	380	1000	19000
3	1360	360	1000	18000
4	1340	340	1000	17000
5	1320	320	1000	16000
6	1300	300	1000	15000
7	1280	280	1000	14000
8	1260	260	1000	13000
9	1240	240	1000	12000
10	1220	220	1000	11000
11	1200	200	1000	10000
12	1180	180	1000	9000
13	1160	160	1000	8000
14	1140	140	1000	7000

Продовження табл. 12.22

1	*2*	*3*	*4*	*5*
15	1120	120	1000	6000
16	1100	100	1000	5000
17	1080	80	1000	4000
18	1060	60	1000	3000
19	1040	40	1000	2000
20	1020	20	1000	1000
Разом	24200	4200	20000	0

В табл. 12.22, так само, як і в табл. 12.21, останній рядок «Разом» є контролюючим показником.

За другим способом застосування «правила 78» загальний розмір виплат менше на 3800 грн, менше майже вдвічі, порівняно зі способом, який застосовувався першим у прикладі 12.12.

Якщо перейти до вимоги сплати кредиту рівними частками (в межах другого способу), то за формулою (12.25) *знаходимо:*

$$P = \frac{20000 + 4200}{20} = 1210(\text{грн / міс.}).$$

12.9 Пільгове кредитування

Існують випадки надання кредитів на пільгових для позичальника умовах. Причини можуть походити від різноманітних факторів: людських, бізнесових, політичних тощо. Однією з пільг є надання кредиту за ставкою g, нижчою від діючої на даний момент (i). У пункті 1.3.1 уже згадувалося про першокласну процентну ставку (англ. *prime-rate*), яка і є пільговою ставкою за кредитом для позичальника. Низька ставка кредитування g щодо загальних i впродовж строку кредиту дає позичальнику вигоду, яку з позиції кредитора можна розглядати як надання кредитором позичальнику безповоротної фінансової допомоги або безповоротної позики. Для кредитора це втрата певної суми грошей, а отже, і втрата доходів на цю суму у майбутньому. Таку добровільно втрачену для кредитора вигоду називають грант-елементом (англ. *grant-element*). **Грант-елемент –** це умовна втрата кредитора, пов'язана із застосуванням нижчої за існуючі процентної ставки. Грант-елемент визначається у двох формах: у формі абсолютної і формі відносної величин.

Абсолютний грант-елемент W розраховується як різниця між виданою сумою кредиту PV і сумою теперішніх вартостей платежів (у т. ч, й процентів), якими погашався кредит $\sum_k PV_k(i)$, розрахованих за загальною ставкою i, тобто розмір абсолютного грант-елемента W розраховується за формулою

$$W = PV - \sum_k PV_k(i). \qquad (12.26)$$

Для розрахунку розміру абсолютного грант-елемента існує також і другий метод. Якщо при наданні пільгового кредиту умовою його погашення є виплата кредиту рівними річними платежами, то абсолютний грант-елемент W розраховується за допомогою формули (12.1) так:

$$W = (P(i) - P(g)) \cdot \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}, \qquad (12.27)$$

де $P(i) = PV \cdot \dfrac{i}{1-(1+i)^{-k}}$; $P(g) = PV \cdot \dfrac{g}{1-(1+g)^{-k}}$.

Відносний грант-елемент w характеризується та розраховується як відношення розміру абсолютного грант-елемента до суми виданого кредиту:

$$w = \frac{W}{PV}, \quad \text{або} \qquad (13.25)$$

$$w = 1 - \frac{\sum_k PV_k(i)}{PV}. \qquad (13.26)$$

Виведемо формулу розрахунку w за умов, що борг і проценти виплачуються разом, однією сумою та рівними платежами в кінці кожного року. Використовуючи формулу (12.29), маємо

$$w=1-\frac{\dfrac{1-(1+i)^{-k}}{i}}{\dfrac{1-(1+g)^{-k}}{g}}, \qquad (12.30)$$

або, що одне й те саме,

$$w=1-\frac{[1-(1+i)^{-k}]\cdot g}{[1-(1+g)^{-k}]\cdot i}, \qquad (12.31)$$

де i – загальноприйнята номінальна процентна ставка за кредитами, що склалася на ринку;

g – пільгова процентна ставка за кредитом (*prime-rate*), звісно, що $g < i$.

<u>Приклад 12.13</u>

Задача 1.

Підприємство у банку А отримало кредит у сумі 5,0 млн. грн на 4 роки під пільгову ставку 8 % річних. У той самий час процентна ставка за кредитами, що склалася на ринку, дорівнює 12 % річних. Нарахування процентів за кредитом складне. ***Сплата процентів за кредитом в банк А — в кінці кожного року, а повернення основної суми кредиту — в кінці строку разовим платежем.*** *Розрахувати розмір абсолютного і відносного грант-елементів.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 5,0 млн грн, N = k = 4, g = 8 %, i = 12 %.

Розв'язування задачі

Розв'язування задачі здійснюється за чотирма наступними діями.

Дія перша *— розрахунок розмірів щорічних процентів, які сплачуються підприємством до банку А.*

Щорічний розмір процентів, що сплачуються до банку А, розраховуємо за формулою (12.17)*:*

Ic_1=5,0·(1+0,08)^0·0,08 = 0,4 (*млн грн*),

Ic_2=5,0·(1+0,08)^1·0,08 = 0,432 (*млн грн*),

Ic_3=5,0·(1+0,08)^2·0,08 = 0,46656 (*млн грн*),

Ic_4=5,0·(1+0,08)^3·0,08 = 0,503885 (*млн грн*).

Дія друга **─** *розрахунок за ставкою 12 % теперішньої вартості процентних платежів та теперішньої вартості основної суми. Іншими словами, знаходимо показник* $\sum_k PV_k(i)$*, який є складовою формули* (12.26)*:*

$$\sum_k PV_k(i) = \frac{0{,}4}{(1+0{,}12)} + \frac{0{,}432}{(1+0{,}12)^2} + \frac{0{,}46656}{(1+0{,}12)^3} + \frac{5{,}503885}{(1+0{,}12)^4} = 4{,}531437 \text{ млн грн.}$$

Дія третя **─** *за допомогою формули* (12.26) *проводимо розрахунок розміру абсолютного грант-елемента:*

W = 5,0 млн грн **─** *4,531437млн грн = 0,468563 млн грн.*

Дія четверта **─** *використовуючи формулу* (12.28) *або* (12.29)*, знаходимо розмір відносного грант-елемента:*

$$w = \frac{0{,}468563}{5{,}0} = 0{,}0937, \text{ або}$$

$$w = 1 - \frac{4{,}531437}{5{,}0} = 0{,}09371.$$

Задача 2

Підприємство у банку А отримало кредит у сумі 5,0 млн грн на 4 роки під пільгову ставку 8 % річних. Для інших звичайна процентна ставка за кредитами дорівнює 12 % річних. Нарахування процентів за кредитом складне. ***Сплата в банк А процентів та основної суми ─ в кінці кожного року рівними платежами.*** *Розрахувати розмір абсолютного і відносного грант-елементів.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Згідно з умовами задачі PV = 5,0 млн грн, k = 4, g = 8 %, i = 12 %. Умови задачі 2, що відрізняються від умов задачі

1, виділені в тексті обох задач.

Розв'язування задачі

Розв'язування задачі здійснюється за чотирма наступними діями.

***Дія перша** — розрахунок розмірів щорічних платежів, які сплачуються підприємством до банку А.*

Розмір щорічних платежів, які за умовою рівні між собою і кожний з яких складається із процента за відповідний рік та частини основної суми, рівних за сумою платежів, що сплачуються до банку А в кінці кожного року, розраховуємо за допомогою формули (12.1)*:*

$$P = \frac{PV \cdot g}{1-(1+g)^{-k}} = \frac{5{,}0 \cdot 0{,}08}{1-(1+0{,}08)^{-4}} = 1{,}510\ (\text{млн.грн}).$$

***Дія друга** — за ставкою і = 12 % розраховуємо теперішню вартість щорічних платежів. Іншими словами, знаходимо показник* $\sum_k PV_k(i)$*, який є складовою формули* (12.26)*:*

$$\sum_k PV_k(i) = \frac{1{,}51}{(1+0{,}12)} + \frac{1{,}51}{(1+0{,}12)^2} + \frac{1{,}51}{(1+0{,}12)^3} + \frac{1{,}51}{(1+0{,}12)^4} =$$
$$= 4{,}586398\,\text{млн грн.}$$

Аналогічним за результатом буде розрахунок теперішньої вартості і за допомогою формули (12.1)*:*

$$PV = 1{,}51 \cdot \frac{1-(1+0{,}12)^{-4}}{0{,}12} = 4{,}586398\ \ (\text{млн.грн}).$$

***Дія третя** — використовуючи формулу* (12.26), *маємо розрахунок розміру абсолютного грант-елемента:*

W = 5,0 млн грн — 4,586398млн грн. = 0,413602 млн грн.

***Дія четверта** — за формулою* (12.28) *або* (12.29) *знаходимо розмір відносного грант-елемента:*

$$w = \frac{0,413602}{5,0} = 0,0827, \text{ або}$$

$$w = 1 - \frac{4,586398}{5,0} = 0,0827.$$

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 12

Кредит — кошти та матеріальні цінності, які надаються резидентами або нерезидентами у користування юридичним або фізичним особам на визначений строк та під процент. Кредит поділяється на фінансовий кредит, товарний кредит та кредит під цінні папери.

Кредитори — це учасники кредитних відносин, які мають у своїй власності (чи розпорядженні) вільні кошти і передають їх у тимчасове користування іншим суб’єктам. Кредиторами можуть бути фізичні особи, юридичні особи (підприємства, організації, установи, урядові структури тощо), держава. Особливе місце серед кредиторів посідають банки. Вони спочатку мобілізують кошти інших суб’єктів, у тому числі й на засадах позичання, а потім самі надають їх у позички своїм клієнтам.

Позичальники — це учасники кредитних відносин, які мають потребу в додаткових коштах і одержують їх у позичку від кредиторів. Позичальник не стає власником позичених коштів, а лише тимчасовим розпорядником. Позичальниками можуть бути фізичні особи, всі юридичні особи, держава. Особливу роль серед позичальників виконують банки — вони є як колективними кредиторами, так і колективними позичальниками. Дуже часто позичальників називають **боржниками**.

Кредити можуть бути класифіковані за певними критеріями:

- за терміном користування позикою;
- за сферою діяльності позичальника;
- за визначенням учасників кредитної операції;
- за цільовим використанням кредитів;
- за забезпеченням (гарантіями з повернення);
- за способами надання кредиту;
- за способами повернення кредиту;
- за видами банківських кредитних продуктів.

Витрати, пов'язані з поверненням кредиту, а саме: погашення основної суми кредиту та виплата процентів за ним, мають назву «**витрати за обслуговування кредиту»**, або «амортизація займу (кредиту, позики)».

Методи повернення кредитів

Актуарний метод (*Actuarial method*) передбачає послідовне нарахування процентів на фактичні суми боргу. Непогашений залишок є базою для нарахування процентів на наступний період і так далі.

Метод, що має назву «**правило торговця»** (*Merchant's Rule*), передбачає окреме накопичення суми кредитного боргу. Можливі два варіанти. Якщо строк кредиту не перевищує 1 рік, то сума боргу з процентами залишається незмінною до повного його погашення. А часткові платежі з нарахованими на них до кінця строку процентами накопичуються окремо. Останній внесок накопичення повинен дорівнювати різниці цих сум. У разі, коли строк перевищує 1 рік, накопичувальні розрахунки здійснюються для кожного річного періоду. У кінці кожного року із суми боргу відраховується нарощена сума накопичених платежів-частин.

Виплата кредиту рівними сумами в кінці кожного року.

Виплата взятого кредиту (позики) рівними частинами наприкінці обумовлених періодів k, у якого процент нараховується як складний процент на неповернений залишок, розраховується за формулою

$$PV = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-k}}{i}. \qquad (12.1)$$

де PV — сума взятого кредиту, або основна сума кредиту (англ. *principal*), тіло кредиту, позика;

P — сума виплати, що погашає взятий кредит, яка виплачується k разів;

i — процентна ставка в кожному з періодів k;

k — кількість періодів, наприкінці яких повертається сума P.

Іноді, коли кредит погашається (повертається) рівними сумами, його ще часто називають **позикою з фіксованою виплатою** (від англ. *fixed payment loan*). Такі позики є досить поширеними і використовуються при наданні споживчих кредитів. Також їх ще називають **кредитом у «розстрочення»**, або **позикою у «розстрочення»**.

Виплата кредиту рівними сумами основного боргу

У випадку здійснення вимоги проводити погашення основного боргу PV рівними щорічними платежами розміри платежів за основним боргом R будуть дорівнювати $R = PV/N$. Залишок основного боргу на початку кожного періоду погашення PV_k розраховується так:

$$PV_k = PV - R \cdot (k-1), \qquad (12.2)$$

де PV — сума всього боргу, сума взятого кредиту, сума позики, тіло кредиту;

k — порядковий номер періоду погашення кредиту; у випадку щорічного погашення кредиту $k = N$.

Виплата кредиту рівними сумами основного боргу (продовження)

Величина плати за кредит у кожному розрахунковому періоді дорівнює

$$P_k = PV_k \cdot i + R, \tag{12.3}$$

де i — процентна ставка в кожному з періодів k.

Підстановка до формули (12.3) показника PV_k з формули (12.2) дає такий результат:

$$P_k = [PV - R \cdot (k-1)] \cdot i + R. \tag{12.4}$$

Розмір процента для k-го періоду (року) розраховується за формулою

$$I_k = PV_k \cdot i = [PV - R \cdot (k-1)] \cdot i. \tag{12.5}$$

Метод торговця передбачає виплату кредиту одноразово в кінці строку за умови створення позичальником фонду погашення кредиту (його ще називають амортизаційним фондом). **Фонд погашення кредиту** (*sinking fund*) створюється шляхом внесків у банк на спеціальний рахунок із нарахуванням на внесені до банку суми процентів.

При плануванні фонду погашення кредиту є **дві схеми** його формування. **Перша схема** передбачає виплату взятої позики і процентів за нею одноразово в кінці строку кредиту Має назву – метод торговця. **Друга схема** передбачає виплату в кінці строку кредиту лише суми взятої позики (виплату основної суми), а виплата процентів здійснюється поетапно, впродовж строку користування кредитом, у зазначені та заздалегідь зафіксовані дати.

«Здирницький» механізм погашення кредиту рівними сумами. Один із способів розрахунку розміру сум погашення кредиту у розстрочення має такий механізм. Спочатку розраховується загальна сума процентів, яка нараховується на всю суму позики. Потім знайдена загальна сума процентів приєднується до основного боргу (до позики). Далі одержана сума (позика + проценти) ділиться на кількість виплат і, таким чином, з'являється сума платежу. Зауважимо, що всі ці розрахунки проводяться ще до надання кредиту, в момент оформлення кредиту (*flat rate of interest, add-on interest*) і такі умови кредитування, м'яко кажучи, досить жорсткі для позичальника.

При погашенні споживчого кредиту рівними платежами, які розраховані за «здирницьким» механізмом, може виникнути потреба у визначенні частини в кожній виплаті, яка йде на погашення основного боргу, і частини в тій самій виплаті, що йде на погашення нарахованих процентів. Для складення такого плану виплат можна скористатися **«правилом 78»**.

Другий випадок застосування «правила 78» полягає у вимозі, що основна сума поділяється на рівні частини, які виплачує боржник, і у факті, що процентні платежі розраховуються на залишок боргу і тому зменшуються у складі кожної виплати. Тобто розмір кожної виплати зменшується за рахунок зменшення процентів у складі платежу.

Грант-елемент – це умовна втрата кредитора, яка пов'язана із застосуванням нижчої за існуючі процентної ставки. Грант-елемент визначається у двох формах: у формі абсолютної і формі відносної величин.

Запитання для самостійної роботи

1. Визначення термінів «кредит» та «позика». Види кредитних операцій.
2. Класифікація кредитів за критеріями: за терміном користування, за сферою діяльності, за визначенням учасників кредитної операції.
3. Класифікація кредитів за критеріями: за цільовим використанням, за забезпеченням, за способами надання позики.
4. Класифікація кредитів за критеріями: за способами повернення кредиту за видами банківських кредитних продуктів.
5. У чому сутність актуарного методу повернення кредиту?
6. У чому сутність методу повернення кредиту під назвою «правило торговця»?
7. Чи можливим є повернення кредиту рівними сумами за умови нарахування процентів на неповернений (непогашений) залишок?
8. Як провести розрахунок виплат кредиту рівними сумами основного боргу?
9. Чи є можливим розрахунок виплат кредиту не рівними сумами основного боргу?
10. Схеми та варіанти формування фонду погашення кредиту.
11. У чому полягають відмінності схем формування фонду накопичення (фонду погашення кредиту) через деякий час після одержання кредиту, наприклад, через рік?
12. У чому полягають відмінності схем формування фонду накопичення (фонду погашення кредиту) з моменту одержання кредиту?
13. Пояснити механізм розрахунку «здирницької» схеми погашення кредиту рівними сумами.
14. Для чого і коли використовують «правило 78»?

Розділ 13 ІПОТЕЧНЕ КРЕДИТУВАННЯ

13.1 Загальні риси іпотеки

Термін «іпотека» походить від давньогрецького слова «*hypothëca*» ─ лат.. Грецькою «іпотека» означала за одними джерелами, дерев'яний кілок, який вбивався в землю з метою позначення меж ділянки, що бралася в заставу щодо забезпечення виконання основного обов'язку за кредитом, за іншими джерелами, ─ табличку, яку ставив кредитор на землі боржника. Як бачимо, термін «іпотека» історично й етимологічно пов'язаний із землею.

Іпотечне кредитування ─ надання кредитів на придбання, будівництво, реконструкцію об'єктів нерухомості. Безпосередньо, термін «іпотека» означає заставу нерухомого майна (головним чином землі й будівель) з метою одержання позики. При іпотечній заставі кредитор (заставоутримувач, англ. *mortgagee*) має право вилучити у позичальника заставлене майно у випадку несплати позичальником боргу.

Іпотечним є кредит (англ. *mortgage*), що надається в грошовій формі або у формі іпотечних облігацій під заставу об'єкта нерухомості з метою купівлі (побудови) такої нерухомості. Іншими словами, об'єкт, що купується (будується), є об'єктом застави. Сутність іпотечного кредиту полягає не просто в наданні нерухомості як кредитного забезпечення, а з метою придбання або будівництва цієї нерухомості. Іпотечний кредит оформлюється спеціальним документом ─ договором іпотеки, який ще може мати назву закладної.

Особливості іпотечного кредиту:

─ ризик неповернення кредиту забезпечено нерухомим майном;

─ іпотека виникає лише тоді, коли позичальник є власником предмета іпотеки на правах приватної власності (власник майна, англ. *mortgagor*);

— іпотечний кредит існує лише в межах визначеного строку і в розмірі вимог, зазначених у договорі;

— іпотека має довгостроковий характер (кредит надається, як правило, на 10 – 25 років);

— розмір позики є значним за сумою;

— розмір позики, що надається під заставу нерухомості, за сумою є меншим, ніж вартість об’єкта іпотеки, як правило, на 40 – 70 % (інша частина вартості йде на покриття судових витрат та інших видатків кредитора, які пов’язані з продажем об’єкта іпотеки у випадку, якщо вимоги кредитного договору не будуть виконані);

— майно, яке надано під заставу, залишається в користуванні позичальника до закінчення строку кредитного договору.

У практиці іпотечного кредитування розрізняють дві основні моделі: американську та німецьку.

Американська модель орієнтована перш за все на стандартні складові фінансової операції — закладні, цінні папери, нерухомість. Основний принцип американської моделі — стандарт. Стандартні будинки, стандартні цінні папери, стандартні умови за кредитами, стандартні механізми обслуговування кредитів — і так в усьому.

За американською моделлю, позичальник придбає готове житло, сплативши 20 – 35 % його ціни (одноразовий стартовий внесок). Сума, що залишилася, сплачується грошима, які він позичає у спеціалізованому іпотечному банку, взявши їх під заставу нерухомості, яку купує. Повернення іпотечного кредиту, взятого під 7 – 9 % річних, здійснюється протягом 15 – 30 років.

Докладніше американська модель купівлі житла має такий порядок. Громадянин приходить до агентства з торгівлі нерухомістю (рієлтерська фірма) і підбирає житло. Після цього громадянин звертається до іпотечного банку, який розглядає його прохання про надання кредиту. Після надання кредиту громадянин оплачує житло, а банк формує іпотечний пул, тобто сукупність документів за виданими іпотечними кредитами (пакет закладних). Далі починають працювати компанії, які купують закладні в іпотечного банку та продають їх. На цьому етапі держава стає учасником іпотечних операцій, а саме: держава є гарантом цінних паперів за іпотекою. Цінні папери (закладні) продаються інвестору, який одержує за ними невеликий, але постійний дохід. Також відповідно до законодавства існує ряд організацій та фондів, які в обов'язковому порядку повинні купувати визначену кількість іпотечних закладних (пенсійні фонди, страхові компанії тощо). Загалом працює така схема: емісія заклад-них іпотечними банками та їх реалізація на вторинному ринку за допомогою держави та під гарантію держави.

Наведена модель працює в США з 80-х років XX століття, але необхідно зауважити, що вона могла зазнати істотних змін після світової фінансової кризи 2008 – 2010 рр.

Німецька модель відрізняється від американської тим, що європейці ставляться до нерухомості як до одиничного, неповторного товару. Тому документація та умови іпотечного кредитування в кожному випадку є різними, ексклюзивними. Крім того, в Німеччині діє система накопичувальних рахунків або, стосовно іпотечного кредитування, система накопичувальних будівельних заощаджень. Суть цієї системи в наступному.

Бажаючий отримати кредит у банку на будівництво будинку або на його купівлю спочатку відкриває спеціальний «накопичувальний рахунок» в іпотечному банку. Якщо на рахунку буде накопичено необхідну частину вартості майбутнього житла, а на це може піти від 5 до 10 років, клієнт одержує право на дотацію від держави (до 10 % від вартості житла) та на одержання пільгового (під 5 – 9 %) кредиту в розмірі частини, якої не вистачає до повної ціни житла. Погашення кредиту може мати зазвичай термін від 10 до 15 років.

13.2 Іпотечні кредити з фіксованою процентною ставкою

Іпотечний кредит із фіксованою процентною ставкою та рівними платежами – стандартний або амортизуючий (*fixed-rate mortgage, level-payment mortgage, fully-amortized mortgage*). Цей вид іпотечного кредиту історично був першим варіантом довгострокового кредитування. Під час Великої депресії 1929 – 1933 рр. в США, а також у Західній Європі після Другої світової війни цей кредит відіграв велику роль у розв'язанні житлової проблеми. Він з успіхом використовувався до середини 70-х років XX сторіччя, доки в країнах із розвиненою ринковою економікою не настав період високих темпів інфляції.

Стандартний кредит із фіксованою процентною ставкою передбачає рівні щомісячні платежі, які включають:

– 1/12 фіксованої річної процентної ставки, помноженої на суму невиплаченого залишку за кредитом на початку місяця;

– частину невиплаченого залишку основної суми кредиту.

Погашення кредиту «діє» таким чином, що позичальник упродовж усього терміну позики виплачує кредитору одну й ту саму суму грошей щомісяця. Упродовж часу кредитної операції у складі платежу пропорції між основною сумою боргу та сумою процентів змінюються. У перші роки більшу частину платежу становлять проценти, оскільки сума боргу ще дуже велика, поступово частка процентних платежів зменшується, а частка невиплаченого залишку кредиту в межах платежу зростає.

Іпотечний кредит із поступовим збільшенням платежів (*graduated-payment mortgage***)**. З огляду на високі показники інфляції була запропонована інша модель іпотечного кредиту. Процентна ставка та строк кредиту не змінні, як і для кредиту з рівними платежами, але сума щомісячних платежів у перші роки нижча, ніж у наступні. За таких умов у договорі кредиту оговорена щорічна норма та механізм зростання суми щомісячних платежів.

Щомісячні виплати за зазначеною позикою в перші роки недостатні для покриття повної суми процентів, нарахованих на основну суму боргу. Різниця між платежами та накопиченими процентами додається до основної суми боргу і перетворюється в основну суму, тобто в перші роки позики має місце негативна амортизація боргу. Більш високий рівень платежів у наступні роки розраховується так, щоб повністю погасити основну суму боргу, що зросла. Такі схеми можуть передбачати законодавчо встановлені ліміти на збільшення щомісячних платежів: максимум на 7,5 % у кінці кожного року впродовж перших 5 років зростання платежів або зростання платежів максимум на 3 % протягом перших 10 років зростання платежів. Потім виплати стабілізуються і залишаються незмінними впродовж усього подальшого строку позики. Позичальники мають право конвертувати даний вид кредиту в стандартну іпотечну позику, проте для цього повинні бути дотримані всі умови надання таких кредитів, тобто позичальник повинен бути в певних межах «фінансово кваліфікованим».

Оформлюючи іпотечний кредит із поступовим збільшенням платежів, потрібно взяти до уваги таке. Ця модель іпотечного кредитування зменшує фінансове навантаження на позичальника у початковому періоді, але змушує його замислитися про необхідність зростання його доходів у майбутньому. Також сума стартового внеску, що сплачується позичальником із власних коштів (*down payment*), найчастіше є вищою порівняно з іншими моделями позик.

Іпотечний кредит із фіксованою процентною ставкою та «ярусними» платежами (*fixed-rate tiered-payment mortgage*). Ця модель для кредиторів є важливою конкурентною перевагою на ринку іпотечного кредитування ─ можливість запропонувати позичальникові низькі початкові платежі, що підвищує купівельну спроможність порівняно зі стандартним 30-річним або 15-річним кредитом під фіксовану процентну ставку.

Різні види кредитів пропонують різні шляхи здійснення низьких початкових платежів. Дана модель вирішує цю проблему особливо. Процент за іпотечним кредитом установлюється на рівні ринкової процентної ставки, термін ─ від 15 до 30 років. Платежі розраховуються не на основі процентної ставки за кредитом, а за ставкою, яка на 3 – 5 % нижча. Негативної амортизації боргу не передбачається, і якщо платежів не достатньо для покриття процентів за діючою ставкою (а вони щороку збільшуються), то різниця між платежами позичальника і необхідною сумою погашення процентів виплачується зі спеціального рахунку, відкритого позичальником, продавцем, будівельником або іншою стороною. Платежі переглядаються щорічно і не можуть збільшуватися більше ніж на 7,5 % за 1 рік. Основна відмінність від позики з поступовим збільшенням виплат у тому, що даний вид кредиту не передбачає негативної амортизації і, як правило, має 15-річний термін погашення.

Іпотечний кредит із «дріб'язковим» платежем (*balloon payment mortgage*). Передбачає велику виплату основної суми боргу після закінчення 5 або 7 років, можливо і в інші строки. Такі кредити, як правило, надаються на 30 років під фіксовану процентну ставку і привабливі для позичальників, оскільки процентні ставки за ними значно нижчі, ніж за стандартними 30-річними кредитами. Упродовж певного періоду основна сума боргу або взагалі не погашається або погашається мала її частина. Можливі такі моделі виплат:

─ заморожування виплат аж до закінчення строку кредиту. Упродовж строку позики не виплачуються ні основна сума, ні проценти. Такий кредит доцільно брати на короткий строк, інакше сума заборгованості може бути дуже великою;

─ виплата тільки процентів, потім ─ «дріб’язковий» платіж. Цей вид кредиту передбачає періодичну виплату процентів. Після закінчення строку кредиту виплаті підлягає основна сума боргу;

─ часткова амортизація боргу з підсумковим «дріб’язковим» платежем.

Кредитні договори за такими позиками передбачають для позичальника можливість отримати у свого кредитора іншу іпотечну позику для виплати «дріб’язкового» платежу (рефінансувати борг). Щоб отримати інший кредит, позичальник не повинен порушувати умови платежів за першим кредитом в останні 12 місяців, повинен використовувати закладену нерухомість як основне місце проживання і не мати ніяких нових обтяжень на цю власність. Процентна ставка за новою позикою повинна перевищувати ставку за «дріб’язковим» кредитом не менше ніж на 5 %.

Іпотечний кредит зі швидким погашенням (*growing-equity mortgage*). Це кредит із фіксованою процентною ставкою, платежі за яким постійно зростають. Однак на відміну від позики з поступовим збільшенням виплат тут немає негативної амортизації, тобто сума боргу не накопичується. Початковий платіж такий самий, як і для кредиту з рівними платежами. Підвищення суми виплат відбувається з метою більш швидкого погашення боргу. Збільшення суми платежів проводиться за заздалегідь узгодженою ставкою, наприклад 3,5 % за 1 рік, а $ 100 000, наданий на 30 років під 9,5 % річних, вимагає щомісячних платежів у сумі близько $ 841 – 847 так само, як і кредит із рівними платежами. Але платежі за кредитом зі швидким погашенням можуть постійно зростати, і такий кредит може бути виплачений за 12─15 років. Процентна ставка, як правило, на 1/3 нижча, і тому процент нижчий, ніж процент за стандартними кредитами.

Іпотечний кредит із погашенням кожні два тижні (*biweekly mortgage*). Платежі за такою позикою здійснюються один раз на два тижні, всього 26 разів на рік. Кожна виплата становить половину щомісячного платежу за стандартним 30-річним кредитом із фіксованою ставкою. Оскільки платежі за 26 разів еквівалентні платежам за 13 місяців, повернення основної суми відбувається швидше. Усе менша частина кожного платежу витрачається на погашення процентів, і кредит погашається в середньому за 21 рік. Оскільки на рік потрібно більше виплат, ніж за стандартною позикою, то й дохід позичальника повинен бути вищим, щоб він міг претендувати на отримання такого кредиту.

Іпотечний кредит із додатковим забезпеченням ощадним рахунком (*pledged-account mortgage*). Це кредити з використанням ощадного рахунку як додаткового забезпечення. Мета введення такої моделі кредитування та сама, як і для кредитів із поступовим збільшенням виплат, ─ забезпечити більш низькі щомісячні платежі для позичальників. Щомісяця гроші знімаються з ощадного рахунку як додаток до суми виплат за кредитом. Початковий внесок для таких кредитів не потрібний. Максимальне співвідношення суми кредиту і вартості житла ─ 95 %, для кредитів із коефіцієнтом більше 90 % потрібне страхування іпотечної позики. Оскільки рахунок позичальника постійно зменшується, а отже, знижується вартість забезпечення, для кредитора зростає кредитний ризик.

Іпотечний кредит за участі кредитора в нарощенні вартості житла (*shared appreciation mortgage*). Кредитор надає більш низьку, ніж ринкова, процентну ставку в обмін на частку у зростанні вартості нерухомості або частку в поточному доході, яка може бути визначена у відсотках від регулярних грошових надходжень. Підвищення вартості може бути розраховане в момент продажу житла або, якщо нерухомість не продається, ґрунтується на оцінці в кінці певного періоду. Платежі кредитору можуть бути здійснені одноразово або додані до суми боргу. Наприклад, кредитор погоджується надати кредит у сумі $ 80 000 на придбання будинку вартістю $ 100 000. Процентна ставка знижена до 8 % порівняно з ринковою 12 %. Термін кредиту ─ 30 років. Позичальник обіцяє кредитору 1/3 від зростання вартості житла понад $ 100 000. Через 5 років, якщо будинок продається за $ 121 000, кредитор отримує $ 7000. Такі кредити доцільно надавати в період високої інфляції і тільки при зростанні цін на даний тип нерухомості.

13.3 Іпотечні кредити з коригованою процентною ставкою

Кредит зі змінною (регульованою) процентною ставкою має на меті більш справедливий розподіл процентного ризику, даючи можливість кредиторам періодично змінювати процентну ставку за довгостроковою позикою, оперативно і адекватно реагуючи на зміну ринкової кон’юнктури та цінової ситуації на ринку капіталів.

Поява цього виду позик підвищила гнучкість системи іпотечного кредитування з точки зору схеми здійснення платежів. Процентні ставки за такими кредитами періодично переглядаються відповідно до певного індексу (відсотком за казначейськими векселями, депозитними сертифікатами та ін.)

Такий вид кредиту ─ кращий спосіб захистити кредитора від процентного ризику. Для того щоб позичальник не перебував у стані повної невизначеності щодо майбутньої процентної ставки за кредитом, доцільно встановити максимальний рівень щорічної процентної ставки, а також максимум, вище якого відсоток за процентною ставкою кредиту не може підвищуватися впродовж усього терміну дії кредиту.

У кредиторів склалися певні традиції щодо обмежень, пов'язаних із кредитами з регульованою процентною ставкою:

─ кожна одноразова зміна процентної ставки не повинна перевищувати 1 – 2 %;

─ зміна процентної ставки у відсотках за весь термін кредитування не перевищує 5 %;

─ зміна ставки проводиться 1 раз на півроку, 1 раз на рік, 1 раз на 5 років (найбільш часто ─ 1 раз на рік);

─ сума щомісячних платежів за кредитом за наступний період (рік) не може перевищувати платежі за попередній період більше ніж на визначений показник, як правило 7,5 %, незалежно від зміни індексу. Це обмеження можна обійти, оскільки обмежується тільки сума поточних платежів, але не загальна сума заборгованості. Тому кредитор може додати борг за процентами, якщо він виникає, до суми невиплаченого залишку основної суми за кредитом (якщо це допускається умовами договору).

Базою для зміни процентної ставки є певний вибраний індекс.

У США за індекс, як правило, використовують процентну ставку за казначейськими векселями або вартість позикових коштів для ощадно-позичкових асоціацій (*thrifts*). Остання визначається на підставі щомісячної середньозваженої процентної ставки за зобов'язаннями даних кредитних установ. Найбільш популярними індексами на цей час були Eleventh Federal Hoті Loan Bank Board District Cost of Funds Index (*COFI*) і National Cost of Funds Index.

Процентні ставки за кредитами можуть змінюватися у відповідно до трьох основних схем:

1. Ставка за кредитом може дорівнювати обраному індексу плюс певний відсоток, наприклад, 2 – 3 % залежно від ринкових умов, характеристик наданого кредиту, а також вартості обслуговування боргу. Індекс змінюється

впродовж терміну дії позики, а спред залишається незмінним. (Спред ─ різниця між ціною придбання цінних паперів інвестором і ціною, за якою їх реалізує емітент. Така різниця зумовлена наявністю знижок і компенсацій).

2. Ставка за кредитом установлюється на рівні індексу без додавання спреду. За такий індекс можуть використовуватися середні процентні ставки за іпотечними кредитами, виданими ощадними установами за минулий місяць ─ Average Contract Interest Rate. Цей індекс може додаватися до кредиту безпосередньо, без надбавки спреду, на відміну від усіх інших індексів.

3. За кредитом установлюється певна процентна ставка, узгоджена з позичальником, яка змінюється так: при зміні обраного індексу ставка підвищується (знижується) на величину цієї зміни.

Умови позики найчастіше передбачають зміну суми щомісячних платежів у міру зміни процентної ставки. Однак найчастіше платежі позичальника можуть залишатися на попередньому рівні, тоді відбувається збільшення строку кредиту, оскільки виникають негативна амортизація боргу, накопичення заборгованості. Такий варіант дозволяє не накладати на позичальника нові фінансові зобов'язання, що в ряді випадків полегшує його становище, незважаючи на продовження строку запозичення.

З метою залучення позичальників кредитори встановлюють за даним видом кредиту первісну процентну ставку нижче, ніж поточна вартість індексу плюс спред. Такі кредити називаються «піддражнюючими» (*teasers*). Наприклад, якщо індекс має поточний рівень 7,5 %, а спред дорівнює 2 %, початкова процентна ставка за кредитом з регульованою ставкою може бути 8 %, а не 9,5 % і зберігається вона тільки до першої зміни ставки.

Багато кредитів передбачають умови конверсії позики з регульованою ставкою в позику з фіксованою процент-ною ставкою, починаючи з певного часу. Процентна ставка за новими кредитами визначається поточним станом процентних ставок за кредитами з фіксованою ставкою.

Іпотечний кредит зі змінною (регульованою) процентною ставкою (*variable-rate mortgage, adjustable-rate mortgage*). Більшу частину кредитів на іпотечному ринку США становили фіксовані позики з 30 і 15-річним строком дії. Проте впродовж останніх 10 років широкий розвиток мали й інші, альтернативні, моделі, найпоширенішими з яких є іпотечні кредити з регульованою процентною ставкою, що, як правило, видаються на 30 років. У Великобританії кредити зі змінною процентною ставкою надаються з 1932 р. будівельними товариствами (*building societies*). У Канаді розроблено модель короткострокових іпотечних кредитів на строк від 1 до 5 років, яка дозволяє кредитору змінювати умови кредитного договору в момент його закінчення, змінюючи процентну ставку. Такий обновлюваний кредит називається канадським роловером (*canadian rollover*). Роловерні кредити передбачають строк від 25 до 30 років. За ними процент і сума платежів переглядаються періодично. Якщо позичальник не згоден з новими умовами кредиту, він може рефінансувати позику до іншого кредитора.

Іпотечний двокроковий кредит (*two-step mortgage*). На початку кредитування ставка є фіксованою на перші 7 років і, як правило, на 1 – 2 % нижчою від ставки за стандартними кредитами з фіксованою ставкою. Після закінчення 7 років відсоток кредитної ставки переглядається за ставкою Казначейських цінних паперів з 10-річним строком обігу, а спред дорівнює не більше 6 %.

Іпотечний кредит із регульованою процентною ставкою і з поступовим збільшенням виплат. Вище було розглянуто подібний вид кредиту, проте з фіксованою процентною ставкою. Можливе використання і змінної ставки, тобто відсоток за кредитом змінюється відповідно до обраного індексу. При цьому сума платежів також може змінюватися при зміні індексу. Крім того, різниця між поточною процентною ставкою за кредитом та індексом може додаватися до основної суми боргу і накопичуватися.

У ряді випадків коливання суми платежів призводять до збільшення строку запозичення у зв’язку зі зростанням накопичуваної суми заборгованості. Тому ряд кредитних договорів передбачає перегляд суми щомісячних платежів у разі, якщо сума боргу перевищує початкову на певний відсоток, наприклад 25%, або якщо строк повинен бути збільшений на 10 і більше років.

Іпотечний кредит, що регулюється відповідно до індексу цін (*price-level adjustable mortgage*). Сума боргу збільшується відповідно до індексу цін. Сума платежів залишається постійною в реальному вираженні, однак змінюється в номінальному вираженні. Початкова виплата незначна, оскільки процентна ставка за кредитом не включає премію за інфляцію. На практиці здійснення такої моделі складне. Щорічні платежі ґрунтуються на постійній реальній процентній ставці; на незмінній сумі боргу, яка щорічно зростає відповідно до рівня інфляції; сумі амортизації, необхідної для виплати боргу в строк, що залишився. Платежі розраховуються таким чином, щоб амортизувати основну суму боргу, яка змінилася відповідно до індексу інфляції.

Гібрид іпотечних кредитів із фіксованою та регульованою процентними ставками (*fixed/adjustable rate mortgage hybrid*). Як правило, за цими кредитами встановлюється фіксована процентна ставка на перші 5, 7 або 10 років, потім ставка починає «плавати» подібно ставці за звичайним кредитом із плаваючою (регульованою) процентною ставкою відповідно до певних умов, встановлених кредитним договором. Наприклад, одна з таких гібридних позик передбачає фіксовану ставку на 5 років, потім ставка починає змінюватися кожні півроку відповідно до індексу вартості депозитних сертифікатів. Як і за звичайні кредити з регульованим процентом, зміна ставки за даними видами кредитів (періодична чи впродовж усього строку) має свої обмеження.

13.4 Інші види іпотечних кредитів

Іпотечний кредит за участі у праві власності інших осіб (*shared equity mortgage*). У цій моделі дві або більше сторони мають частку участі у праві власності на нерухомість. Розділення права власності може використовуватися в сім'ї, коли батьки хочуть допомогти дітям отримати фінансування, або у випадку, якщо роботодавець бажає залучити й утримати працівника. Він допомагає початківцю виконувати зобов'язання за іпотечним кредитом і розділяє з останнім право власності на житло. Як правило, позичальникові надається право викупити частку працедавця впродовж певного проміжку часу або роботодавець викуповує у працівника його право власності.

Кредитні лінії, які забезпечені житлом (*home equity revolving loans*). Поширеним методом фінансування упродовж багатьох років є застава нерухомості, вже хоча б раз закладеної, з метою отримання кредиту, тобто так звана «друга» заставна. Однак необхідно відрізняти іншу, подібну до неї, процедуру фінансування на споживчі потреби ─ заставу житла для забезпечення кредитної лінії, що діє впродовж тривалого періоду часу (на відміну від «другої» заставної, яка передбачає виплату певної суми одноразово). Така кредитна лінія дозволяє позичальникові виявляти певну гнучкість, фінансуючи різні потреби (освіта дітей, поїздки та ін.) Процент виплачується тільки на кредит, який використовується подібно рахунку за кредитною карткою. Як правило, процентна ставка періодично переглядається. Наданий кредит, хоча і не використовується для фінансування нерухомості, все ж забезпечений нерухомою власністю, тому проценти за ним виключаються з оподатковуваного доходу подібно іпотечним кредитам, тільки з деякими обмеженнями. Наявність податкових пільг підвищує проценти за такими кредитами.

Кредит зі зворотним ануїтетом (*reverse annuity mortgage***)**. Цей кредит також не використовується на придбання нерухомості, а фінансує поточні витрати власника житла. Основна мета даної моделі кредитування ─ підтримати пенсіонерів, які потребують додаткових коштів і мають у власності житло. Вони закладають нерухомість, не будучи вимушеними продавати його. Кредитор може надавати позичальникові щомісячні платежі. Законодавством пропонується, що повинно бути дозволено погашення боргу без жодних штрафних санкцій, якщо іпотечний кредит має фіксований термін. Може також бути надано рефінансування після закінчення терміну позики. У цьому випадку не виплачені проценти за кредитом додаються до основної суми боргу. При підвищенні вартості нерухомості, засвідченому незалежною оцінкою, можливе внесення додаткових платежів позичальником, що доцільно оговорити в договорі кредитування.

13.5 Погашення іпотечної позики

При складанні графіка погашення іпотечної позики вирішуються такі самі завдання, як і при погашенні довгострокових кредитів, а саме:

─ визначення розмірів строкових виплат (річних, щоквартальних, щомісячних тощо);

─ розрахунок залишку заборгованості на будь-який момент кредитної операції.

Розглянемо найбільш поширений варіант повернення суми іпотечного кредиту ─ рівними щомісячними платежами. Звертаємо увагу на особливість розрахунку погашення заборгованості щомісячними внесками.

Позичальнику треба звернути увагу на період нарахування процентів: він може бути річним (за неоголошеним правилом); може бути будь-яким іншим, якщо це оговорено в іпотечному договорі. Отже, розрахунок щомісячних рівних виплат при річному нарахуванні процентів проводимо за допомогою формули 11.9, перетворивши її під розрахунок місячного платежу:

$$P_{за\ місяць} = PV \cdot \frac{(1+i)^{1/p} - 1}{1-(1+i)^{-N}}, \qquad (13.1)$$

де PV ─ сума боргу (сума взятого кредиту);

$P_{за\ \ місяць}$ ─ сума щомісячної виплати;

p ─ кількість виплат упродовж 1 року;

N ─ кількість років, на які надано кредит (борг).

Розрахунок щомісячних рівних виплат при щомісячному нарахуванні процентів проводимо за допомогою формули 11.11, перетворивши її під розрахунок платежу:

$$P_{за\ місяць} = PV \cdot \frac{(1+\frac{i}{m})^{m/p} - 1}{1-(1+\frac{i}{m})^{-N \cdot m}}; \qquad (13.2)$$

де m ─ кількість нарахувань упродовж року.

Також розрахунок щомісячних рівних виплат при щомісячному нарахуванні процентів можна провести за допомогою формули 11.5, результат буде таким самим, як і за формулою 13.2 (11.11). У наступному прикладі (*приклад 13.1 із продовженням*) буде показано, що при розрахунках за формулами 13.1 та 13.2 розміри щомісячних платежів будуть відрізнятися.

Приклад 13.1

Задача 1

Під заставу будинку, який купується, банк надав кредит у розмірі 800 тис. грн строком на 25 років під 15

% річних. Погашення основної суми кредиту і виплата процентів здійснюються рівними платежами в кінці кожного місяця. Розрахувати розмір щомісячного платежу за варіантами річного нарахування процентів та щомісячного нарахування процентів.

Підготовчий аналіз перед розв'язуванням задачі

За умовами задачі це щомісячний ануїтет постнумерандо, який має такі параметри: $PV^{a}_{pst} = PV$ = = *800 тис. грн; p = 12; i = 15 %; N = 25 років; m = 12. Знайти «$P_{за\ місяць}$» ─ ?*

Розв'язування задачі

1) Нарахування процентів річне, формула 13.1:

$$P_{за\ місяць} = 800 \cdot \frac{(1+0{,}15)^{1/12} - 1}{1-(1+0{,}15)^{-25}} = 10{,}3133\ \textit{тис.грн.}$$

2) Нарахування процентів кожного місяця, за формулою 13.2:

$$P_{за\ місяць} = 800 \cdot \frac{(1+\frac{0{,}15}{12})^{12/12} - 1}{1-(1+\frac{0{,}15}{12})^{-25\cdot 12}} = 10{,}2466\ \textit{тис. грн.}$$

***Відповідь: р**озмір щомісячного платежу за умовами річного нарахування процентів дорівнює 10313 грн за 1 місяць, а за умовами щомісячного нарахування процентів ─ 10247 грн за 1 місяць. Різниця в платежах дорівнює 66 грн кожного місяця, але за 25 років різниця становитиме майже 20 тис. грн (66 грн помножити на 300 місяців = = 19800 грн).*

Розрахунок залишку заборгованості на будь-який момент кредитної операції має два аспекти. Перший ─ розрахунок загальної суми заборгованості, тобто розрахунок суми боргу основної суми кредиту і нарахованих процентів на неї разом. Така загальна сума заборгованості складається із суми ще не сплачених платежів. Другий аспект ─ розрахунок суми лише основного боргу в конкретний момент іпотечної угоди. Для цього аспекту розрахунку використовуються загальні формули ануїтету теперішньої вартості (див. розділ 11).

Приклад 13.1 (продовження)

Задача 2

За умовами задачі 1 знайти розмір невиплаченої частини основного боргу на початок 10-го року погашення.

Підготовчий аналіз перед розв'язуванням задачі

За умовами задачі це щомісячний ануїтет постнумерандо, який має такі параметри: «$P_{за\ місяць}$» = = 10313 грн або 10247 грн; p = 12; i = 15 %; залишилося N = = 16 років; m = 12. Знайти PV ─ ?

Розв'язування задачі

1) Нарахування процентів річне, формула 12.9:

$$PV = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-N}}{(1+i)^{1/p}-1} = 10{,}313 \cdot \frac{1-(1+0{,}15)^{-16}}{(1+0{,}15)^{1/12}-1} = 736{,}872 .$$

2) Нарахування процентів кожного місяця, за формулою 11.11, результат – тис. грн:

$$PV = P \cdot \frac{1-(1+\frac{i}{m})^{-N \cdot m}}{(1+\frac{i}{m})^{m/p}-1} = 10{,}247 \cdot \frac{1-(1+\frac{0{,}15}{12})^{-16 \cdot 12}}{(1+\frac{0{,}15}{12})^{12/12}-1} = 745{,}210.$$

Відповідь: *розмір невиплаченої частини основного боргу на початок 10-го року становить: при річному нарахуванні процентів 736,872 тис. грн, при щомісячному нарахуванні процентів ─ 745,21 тис. грн.*

Крім розглянутого вище методу погашення іпотечної позики, існують й інші, що залежать від умов погашення. Наприклад, позики зі змінною процентною ставкою або позики зі зростанням виплат з обслуговування кредиту.

У позиках зі змінною процентною ставкою в договорі кредитування зафіксовано рівень процентної ставки тільки на перше півріччя. У подальшому, кожного півріччя, процентна ставка переглядається. Її розмір починає залежати від застереженого в договорі будь-якого економічного показника – індексу інфляції, облікової ставки Центрального банку, курсу валюти тощо. У зв'язку з тим що розмір та динаміка цих показників у майбутньому не відомі, то складання графіка погашення іпотечного боргу стає неможливим.

Більш складним, але цілком можливим у практичному застосуванні є розрахунок графіка погашення іпотечного кредиту зі зростанням витрат з обслуговування кредиту. При плануванні графіка таких кредитних повернень найбільш простим для розрахунку і зрозумілим для будь-якого клієнта є табличний метод. При табличному методі кредитор може враховувати побажання позичальника, варіювати виплатами як у частині процентів, так і в частині погашення основної суми кредиту, а також, за необхідності, розрахувати розмір рівних виплат на залишок кредиту.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 13

Іпотечним є кредит (англ. *mortgage*), що надається в грошовій формі або у формі іпотечних облігацій під заставу об'єкта нерухомості з метою купівлі (побудови) такого об'єкта нерухомості.

У практиці іпотечного кредитування розрізняють дві основні **моделі: американську та німецьку**.

При складанні графіка погашення іпотечної позики вирішуються такі самі завдання, як і при погашенні довгострокових кредитів, а саме:

– визначення розмірів строкових виплат – річних, щоквартальних, щомісячних тощо (див. розділи 11,12);

– розрахунок залишку заборгованості на будь-який момент кредитної операції (див. розділи 11,12).

Запитання для самостійної роботи

1. Іпотечне кредитування: визначення та сутність.
2. Основні засади американської моделі іпотечного кредитування.
3. Основні засади німецької моделі іпотечного кредитування.
4. Дати характеристику способів іпотечного кредитування з фіксованою процентною ставкою.
5. Дати характеристику способів іпотечного кредитування з коригованою процентною ставкою.
6. Охарактеризувати іпотечний кредит з поступовим збільшенням платежів.
7. Пояснити механізм іпотечного кредитування з фіксованою процентною ставкою та «ярусними» платежами.
8. Характеристика іпотечного кредиту з «дріб'язковим» платежем.
9. Пояснити суть іпотечного кредиту зі змінною (регульованою) процентною ставкою.
10. Механізм гібриду іпотечних кредитів із фіксованою та регульованою процентними ставками.
11. Які відмінності іпотечного кредиту за участі у праві власності інших осіб від кредиту зі зворотним ануїтетом?
12. Чи є можливим застосування табличного методу розрахунку виплат для іпотечного кредитування?

Розділ 14 РЕСТРУКТУРИЗАЦІЯ, КОНВЕРСІЯ ТА КОНСОЛІДАЦІЯ КРЕДИТІВ

14.1 Реструктуризація кредитів

Під реструктуризацією кредиту (позики) (*restructuring loan*) розуміють перегляд початкових умов кредитного договору у зв'язку з різким погіршенням фінансового становища боржника. Суть реструктуризації ─ зменшення доходів кредитора у зв'язку з неможливістю виконувати договір з боку позичальника. У такій ситуації для кредитора, очевидно, краще втратити частину процентів, або всі проценти, або, навіть, усі проценти і частину основної суми, ніж усю основну суму і проценти разом.

При реструктуризації застосовуються різні прийоми, основними з яких є:

─ пряме скорочення суми боргу;

─ зменшення розміру процентної ставки;

─ перегляд строку і порядку виплат процентів і сум погашення основного боргу.

На практиці одночасно застосовують декілька із зазначених прийомів. Наприклад, можливі випадки, коли до однієї частини кредитного зобов'язання застосовували скорочення суми основного боргу, до іншої ─ зниження процентної ставки. Зниження процентної ставки може супроводжуватися збільшенням пільгового періоду тощо.

Який би спосіб реструктуризації не було застосовано, зазвичай її наслідками є зменшення поточної (приведеної) вартості виплат і зниження процентної ставки за заборгованістю. Через те що при реструктуризації змінюється багато умов, які змінюють погашення заборгованості, точні фінансові наслідки цих змін є різноманітними. Тому вибір варіанта реструктуризації та оцінка її фінансових наслідків полягають у порівнянні відповідних розрахункових параметрів. Для отримання останніх необхідно сформувати варіанти потоків платежів від боржника. Далі, на основі прийнятої для дисконтування процентної ставки (переважаюча для даного терміну кредиту ринкова ставка) розрахувати теперішню вартість надходжень.

Що стосується фактичної дохідності для кредитора за нових умов позики, то тут обмежимося лише очевидним зауваженням, що вона буде нижчою, ніж до реструктуризації. Методи та механізми розрахунків розміру теперішньої вартості показників кредитної операції як до реструктуризації, так і після неї, а також розрахунки процентної ставки з урахуванням реструктуризованих показників потоку платежів обговорювалися в розділах 11, 12, та 8, 9.

14.2 Конверсія кредитів

Зміна умов погашення кредитів, за яких для кредитора результат кредитної операції не погіршується, називається конверсією позики (*conversion of loan*). При досягненні угоди про конверсію можуть змінюватися строк погашення позики, процентна ставка, порядок річних виплат тощо.

При будь-якому варіанті конверсії спочатку визначається сума виплаченого основного боргу, а потім величина непогашеної його частини. Непогашена частина боргу розглядається як новий борг, що підлягає сплаті на нових умовах.

Розглянемо метод розрахунку одного з варіантів конверсії, коли змінюються строк погашення позики і процентна ставка, а погашення боргу здійснюється як за старими, так і за новими умовами рівними платежами; проценти нараховуються один раз у кінці кожного розрахункового періоду. Тобто період нарахування процентів — 1 рік, виплати рівними платежами — в кінці кожного року.

Позначимо параметри зазначеної конверсійної кредитної операції:

n – початкова кількість періодів нарахування процентів (умова до конверсії);

n_1 – кількість періодів нарахування процентів, на яку продовжено період погашення в результаті конверсії;

k – кількість оплачених розрахункових періодів до конверсії;

i – процентна ставка до конверсії;

i_1 – процентна ставка після конверсії;

P – величина щорічного платежу до конверсії;

P_1 – величина щорічного платежу після конверсії;

PV – сума основного боргу (сума взятого кредиту);

PV_{k+1} – залишок суми основного боргу на момент початку конверсії.

За таких умов конверсії з метою складання плану погашення позики визначають:

1) розмір щорічних платежів за умовами до конверсії (за допомогою формули 11.5):

$$P = PV \cdot \frac{i \cdot (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}; \tag{14.1}$$

2) залишок боргу на момент конверсії (за допомогою тієї ж формули 11.5):

$$PV_{k+1} = P \cdot \frac{1-(1+i)^{-(n-k)}}{i}; \tag{14.2}$$

3) розмір щорічних платежів за умов після конверсії

$$P_1 = PV_{k+1} \cdot \frac{i_1 \cdot (1+i_1)^{n-k+n_1}}{(1+i_1)^{n-k+n_1} - 1}. \tag{14.3}$$

Приклад 14.1

Задача

Кредит у сумі 40 тис. грн, який видано на 5 років під 6 % річних, підлягає поверненню рівними щорічними платежами в кінці кожного року. Проценти нараховуються в кінці року. Після виплати третього платежу досягнута домовленість між кредитором і позичальником про *продовження строку погашення позики на 2 роки і збільшення процентної ставки з моменту конверсії до 10 %. Необхідно скласти план погашення решти боргу.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

За умовами задачі PV = 40 тис. грн, n = 5, n_1 = 2, k = 3, i = 6 %, i_1 = 10 %.

Розв'язування задачі

1) розмір щорічних платежів за умовами до конверсії:

$$P = 40{,}0 \cdot \frac{0{,}06 \cdot (1+0{,}06)^5}{(1+0{,}06)^5 - 1} = 9{,}4959 \text{ тис.грн;}$$

2) залишок боргу на момент конверсії:

$$PV_4 = 9{,}4959 \cdot \frac{1-(1+0{,}06)^{-(5-3)}}{0{,}06} = 17{,}4097 \text{ тис,грн.}$$

Розмір щорічних платежів за новими умовами:

$$P_1 = 17{,}4097 \cdot \frac{0{,}1 \cdot (1+0{,}1)^{5-3+2}}{(1+0{,}1)^{5-3+2} - 1} = 5{,}4923 \text{ тис.грн.}$$

Відповідь: *план погашення кредиту за умовами конверсії подано в табличній формі (табл. 14.1).*

Таблиця 14.1 – План погашення кредиту, тис. грн

Рік конверсії	*Борг у частині основної суми* PV	*Щорічні платежі* P_1	*Розмір процентів у складі* P_1 I	*Частина основної суми у складі* P_1 R
4-*й*	17,4097	5,4923	1,7410	3,7513
5-*й*	13,6584	5,4923	1,3658	4,1265
6-*й*	9,5319	5,4923	0,9532	4,5391
7-*й*	4,9928	5,4923	0,4993	4,9930
Разом	–	21,9692	4,5593	17,4099

Перевіримо правильність розрахунків.

Перевірка. *Правильність розрахунків перевіряється виконанням такої умови:*

$$PV = \sum_{1}^{3} R_n + \sum_{4}^{7} R_n = 40{,}000 \text{ тис.грн.}$$

Розраховуємо частину основної суми у складі щорічних платежів за перші три роки (до конверсії):

$$R_1 = P - PV \cdot i = 9{,}4959 - 40{,}000 \cdot 0{,}06 = 7{,}0959 \text{ тис.грн.}$$

$$R_2 = 7{,}0959 \cdot 1{,}06 = 7{,}0959 \text{ тис.грн.}$$

$$R_3 = 7{,}5217 \cdot 1{,}06 = 7{,}9730 \text{ тис.грн.}$$

Таким чином,

$$\sum_{1}^{3} R_n = 7{,}0959 + 7{,}5217 + 7{,}9730 = 22{,}5906 \text{ тис.грн.}$$

$$\sum_{4}^{7} R_n = 17{,}4099 \text{ тис.грн.}$$

$$PV = 22{,}5906 + 17{,}4099 = 40{,}000 \text{ тис.грн.}$$

Порядок дій за інших умов конверсії аналогічний.

14.3 Консолідація кредитів

У фінансовій практиці може виникнути ситуація, коли кредитору, який надав кілька позик одному позичальнику, більш зручно або вигідно об'єднати ці позики в один кредит, тобто провести їх консолідацію (об'єднання). У разі згоди обох сторін першим кроком при консолідації кредитів (*consolidation loan*) є знаходження величин залишків кожного боргу. Розрахувавши залишки боргів за кредитами й підсумувавши їх, отримують об'єднаний борг, на який складається новий план погашення кредиту.

Приклад 14.2

Задача

Банк надав підприємству два кредити: перший – у розмірі 2,0 млн грн під 8 % річних, який передбачалося погашати рівними піврічними виплатами впродовж 6 років, нарахування процентів ─ за півріччями, другий ─ 1,5 млн *грн, строк погашення 4 роки, ставка – 12 %, капіталізація щорічна.*

Після виплати впродовж двох років два кредити об'єднуються в один на таких умовах: консолідований кредит має строк погашення 8 років, погашення здійснюється рівними піврічними виплатами, процентна ставка 14 %, капіталізація піврічна. Визначити розмір платежів за консолідованим кредитом.

Розв'язання задачі

Розрахунок розміру піврічних виплат за першим кредитом P_1 (за допомогою формули 11.5):

$$P_1 = \frac{2{,}0 \cdot \frac{0{,}08}{2}}{1 - \left(1 + \frac{0{,}08}{2}\right)^{-6 \cdot 2}} = 2{,}0 \cdot 0{,}1066 = 0{,}213 \text{ млн.грн.}$$

Залишок основної суми після перших двох років погашення першого кредиту $PV_{12\text{-}4}$, після чотирьох перших виплат (також за допомогою формули 11.5):

$$PV_{12-4} = 0{,}213 \cdot \frac{1 - \left(1 + \frac{0{,}08}{2}\right)^{-8}}{\frac{0{,}08}{2}} = 0{,}213 \cdot 6{,}7327 = 1{,}434 \text{ млн.грн.}$$

Розрахунок розміру річних виплат за другим кредитом P_2 (використовуємо формулу 11.5):

$$P_2 = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}12}{1 - (1 + 0{,}12)^{-4}} = 1{,}5 \cdot 0{,}3292 = 0{,}4938 \text{ млн.грн.}$$

Залишок основної суми після перших двох років погашення другого кредиту $PV_{4\text{-}2}$, після двох перших виплат (також за формулою 11.5):

$$PV_{4-2} = 0{,}4938 \cdot \frac{1 - (1 + 0{,}12)^{-2}}{0{,}12} = 0{,}4938 \cdot 1{,}6901 = 0{,}8334 \text{ млн.грн.}$$

Загальна сума непогашених основних сум за двома кредитами разом після перших двох років

$$PV_{12\text{-}4} + PV_{4\text{-}2} = 1{,}434 + 0{,}8334 = 2{,}268 \text{ млн. грн.}$$

Отже, виплата кожного півріччя за консолідованою позикою P_k*:*

$$P_k = \frac{2{,}268 \cdot \frac{0{,}14}{2}}{1 - \left(1 + \frac{0{,}14}{2}\right)^{-8 \cdot 2}} = 2{,}268 \cdot 0{,}1059 = 0{,}240 \text{ млн.грн.}$$

Відповідь: *виплата кожного півріччя за новим консолідованим кредитом упродовж 8 наступних років за ставкою 14 % дорівнює 240 тис. грн.*

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 14

Реструктуризація кредиту (позики) (*restructuring loan*) ─ перегляд початкових умов кредитного договору у зв'язку з різким погіршенням фінансового становища боржника. Суть реструктуризації ─ зменшення доходів кредитора у зв'язку з неможливістю виконувати договір з боку позичальника. Фактична дохідність для кредитора за нових умов позики буде нижчою, ніж до реструктуризації.

Зміна умов погашення кредитів, за яких для кредитора результат кредитної операції не погіршується, називається **конверсією кредиту** (позики) (*conversion of loan*).

Консолідація кредитів (позик) (*consolidation loan*) ─ це об'єднання декількох кредитів в один з єдиними умовами, які відмінні від умов попередніх кредитів.

Запитання для самостійної роботи

1. Реструктуризація кредитів: визначення та сутність.
2. Основні прийоми реструктуризації кредитів.
3. Конверсія кредитів: визначення та сутність.
4. Можливі варіанти конверсії кредитів.
5. Консолідація кредитів: визначення та сутність.
6. Можливі способи консолідації кредитів.
7. Відмінність механізму реструктуризації кредитів від конверсії кредитів та їх взаємозв'язок.
8. Відмінність механізму реструктуризації кредитів від консолідації кредитів та їх взаємозв'язок.
9. Відмінність механізму конверсії кредитів від консолідації кредитів та їх взаємозв'язок.
10. Що розуміють під висловом «об'єднаний борг»?

Частина 6
МЕХАНІЗМИ ОЦІНКИ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ЕФЕКТИВНОСТІ

Розділ 15 ЕКОНОМІЧНА ЕФЕКТИВНІСТЬ ІНВЕСТИЦІЙ

15.1 Загальні характеристики визначення ефективності інвестиційних проектів

Показники ефективності інвестиційних проектів можна поділити за такими видами:

– показники комерційної ефективності, тобто показники, що дають реальні фінансові результати від реалізації проекту (результати у грошовому вимірі в обрані моменти часу) для його безпосередніх учасників;

– показники бюджетної ефективності, що відображають фінансові наслідки діяльності проекту для державного або місцевих бюджетів;

– показники економічної ефективності, які враховують результати та витрати, що пов’язані з реалізацією інвестиційного проекту.

У розділі 15 розглядається останній із трьох названих видів, а саме **економічна ефективність проекту**.

Розглядаючи процес інвестування як процес створення матеріальних об’єктів, що дадуть у майбутньому дохід, введено термін ефективності капітальних вкладень. Узагальнено ефективність капітальних вкладень – це порівнювання результату (доходу, надходжень, прибутку) з витратами.

Фінансова характеристика інвестиційного проекту являє собою певні гарантовані початкові витрати (капіталовкладення) та очікуваний (але не гарантований) потік майбутніх доходів (надходжень). Отже, будь-який інвестиційний процес можна описати за допомогою потоку платежів. Таким чином, методи оцінювання ефективності інвестицій спираються на фінансові обчислення, а конкретніше ─ на фінансові обчислення потоків платежів, які є результатом діяльності інвестиційних проектів у майбутньому.

Існуючі методи економічного оцінювання проектів передбачають розрахунок та аналіз не одного, а декількох критеріїв оцінки економічної ефективності, але всі такі критерії є за суттю обчислення фінансовими показниками. Від кожного окремого з таких фінансових показників не слід очікувати всебічного та адекватного результату. Аналіз ефективності інвестицій є комплексним, тобто передбачає оцінку за допомогою системи показників.

Перетворення низки показників у струнку та логічну систему оцінювання залежить від багатьох факторів. Наприклад, від типу інвестиційних проектів: проект може обиратися за принципом економічної доцільності (найвища прибутковість) або бути обов'язковим (об'єкти соціальної інфраструктури). Також можуть враховуватися не лише об'єктивні показники ─ критерії ефективності, але й суб'єктивні оцінки (певні якісні моменти, уподобання інвестора тощо). Кожний інвестор, залежно від цілей аналізу та прийнятої системи гіпотез, самостійно обирає процедуру аналізу та відповідні критерії ефективності.

Показники економічної ефективності інвестиційних проектів можна класифікувати за такими ознаками.

1. За видом узагальнювального показника, що є критерієм економічної ефективності:

─ абсолютні, в яких узагальнювальні показники визначаються як різниця між вартісною оцінкою результатів та витрат, пов'язаних із реалізацією проекту;

─ відносні, в яких узагальнювальні показники визначаються як співвідношення вартісних оцінок результатів проекту та затрат на їх одержання;

─ часові, якими оцінюється період окупності інвестиційних витрат.

2. За методом зіставлення різних за часом грошових витрат та доходів:

— динамічні, в яких грошові потоки приводяться до одного моменту часу за допомогою їх дисконтування, чим і забезпечується порівнюваність різних за часом грошових потоків;

— статистичні, в яких грошові потоки, що виникають у різні моменти часу, оцінюються як рівноцінні, тобто без урахування ефекту дисконтування.

До **динамічних** методів відносять: **абсолютні —** чисту приведену вартість (*Net Present Value, NPV*), чисту нарощену (майбутню) вартість (*Net Future Value, NFV*); **відносні —** внутрішню норму дохідності (внутрішню норму рентабельності) (*Internal Rate of Return, IRR*), модифіковану внутрішню норму дохідності (рентабель-ності) (*Modified Internal Rate of Return, MIRR*), індекс рентабельності (*Profitability Index, PI*), чистий індекс рентабельності (*Net Profitability Index, NPI*), дисконтований період окупності (*Discounted Payback Period, DPP*).

До **статистичних** методів відносять: **відносні** показники – строк окупності (*Payback Period, PP*), бухгалтерську ставку рентабельності (*Accounting Rate of Return, ARR*).

Розглянемо зазначені методи оцінки ефективності інвестиційних проектів докладніше.

15.2 Чиста приведена вартість (*NPV*)

Одним із найбільш вживаних критеріїв оцінювання ефективності інвестування є показник чистої приведеної вартості (*Net Present Value, NPV*). У публікаціях можуть використовуватися інші терміни для назви критерію *NPV*: чистий дисконтований дохід, чистий приведений дохід, чиста поточна вартість, чиста дисконтована вартість, чиста теперішня вартість, загальний фінансовий результат від реалізації проекту, поточна вартість.

Сутність критерію *NPV* полягає у визнанні, що інвестування вигідне, якщо сумарна приведена вартість доходів, що забезпечується певним проектом, перевищує

сумарну приведену вартість витрат на втілення даного проекту в життя. Формалізований вираз показника чистої приведеної (теперішньої) вартості – це сумарна приведена (продисконтована) вартість доходів із вирахуванням сумарної приведеної вартості витрат (також продисконтованої):

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} PV(P_t) = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^n}, \qquad (15.1)$$

де C_0 – розмір капіталовкладень у проект;

$PV(P_t)$ – теперішня (приведена) вартість чистого грошового потоку;

P_t – розмір чистих надходжень у періоді t;

i – річна процентна ставка, з використанням якої проводиться дисконтування (приведення);

n – кількість періодів дисконтування (приведення) впродовж строку функціонування проекту.

Розглянемо деякі припущення, що застосовані у формулі (15.1):

– потоки капіталовкладень у проект (витрати на проект – C_0) складаються з певних умовно-миттєвих, одноразово внесених початкових інвестицій, весь грошовий вклад яких здійснено на початку проекту (в нульовий, початковий, з точки зору використання період часу), наприклад, придбання закінченого або працюючого виробничого об’єкта;

– надходження коштів від реалізації проекту (P_t) здійснюється регулярно або майже регулярно у періоди з першого до останнього, причому в будь-який момент часу відповідних періодів;

– період надходження (t) – 1 рік;

– отже, у формулі (15.1) надходження P_t за розміром будь-які і, як правило, не рівні між собою, а i – процентна ставка, з використанням якої проводиться дисконтування (приведення), – річна.

У багатьох навчальних та й наукових джерелах вважається, що у формулі (15.1) показник P_t тільки річний і здійснюється лише регулярно у періоди з першого до останнього, причому не в будь-який момент часу відповідних періодів, а виключно в кінці періодів, тобто постнумерандо. Такі вимоги до P_t ─ лише окремий випадок, випадок, який начебто полегшує розрахунки. Так, полегшує, якщо розрахунки проводити за допомогою калькулятора або фінансових таблиць. Сучасна можливість використовувати персональні комп'ютери дає можливість розширити можливості застосування показника P_t так, як це зазначено в наведених припущеннях до формули (15.1).

Якщо проект передбачає не одноразову інвестицію, а послідовне інвестування низки сум фінансових ресурсів (капіталовкладень) упродовж деякого часу, то формула (15.1) набирає такого вигляду:

$$NPV = -\sum_{t=0}^{m} \frac{C_t}{(1+i)^m} + \sum_{t=m+1}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^n}, \qquad (15.2)$$

де C_t ─ суми грошових витрат (внесків) на здійснення інвестиційного проекту в періоді t від 0 до m;

P_t ─ розмір чистих надходжень в періоді t від m до n.

Потребує роз'яснення термін «чисті надходження». Під «чистим надходженням» розуміють не бухгалтерський прибуток, а дохід, отриманий у кожному часовому періоді, з якого вирахувані всі витрати, що пов'язані з його створенням. Треба підкреслити, що амортизація до складу витрат, що вираховуються з доходу, не включається тому, що відповідні витрати мали місце раніше ─ при інвестуванні коштів. У загальному вигляді «розмір чистих надходжень» P_t в кожному часовому інтервалі розраховується таким чином:

$$P_t = Д – В – П + К – І – Пр + Кр – Вкр, \qquad (15.3)$$

де Д ─ очікуваний загальний дохід від реалізації проекту, або ─ сума виручки за період t;

В ─ поточні витрати за період t;

П ─ сума виплачених податків;

К ─ компенсаційні виплати, інші проектні (наприклад, доходи від продажу устаткування по закінченні проекту) та поза проектні доходи, які скорочують поточні витрати;

І ─ додаткові інвестиції в t-му періоді реалізації проекту;

Пр ─ виплата процентів за кредити;

Кр ─ сума одержаних кредитів;

Вкр ─ виплати основних сум за взятими кредитами.

Також необхідно зазначити, що формули 15.1 та 15.2 працюють і при змінних у часі (змінних за періодами) річних процентних ставках i.

Умови прийняття інвестиційного рішення за критерієм NPV полягають у такому:

─ якщо $NPV > 0$, інвестування вигідне (приведена вартість доходів перевищує приведену вартість витрат за проектом);

─ якщо $NPV < 0$, інвестування невигідне, проект відхиляється, подальший аналіз ефективності інвестицій недоцільний;

─ якщо $NPV = 0$, проект лише окупає здійснені витрати, але не приносить прибутків.

За своєю сутністю NPV залишається показником чистої приведеної вартості не тільки тоді, коли момент приведення є початком інвестиційних вкладень, а й тоді, коли момент приведення є закінченням інвестиційних вкладень. Іншими словами, момент початку функціону-вання проекту, момент пуску проекту є часовою точкою приведення вартості майбутніх доходів від проекту. У такому випадку до моменту пуску проекту абсолютно правильним буде розрахунок інвестиційних внесків за механізмом нарощення. За таких умов розрахунок NPV:

$$NPV = -\sum_{t=0}^{m} C_t (1+i)^m + \sum_{t=m+1}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^n}. \qquad (15.4)$$

15.3 Чиста нарощена вартість (*NFV*)

Критерій чистої нарощеної вартості (*Net Future Value, NFV*) не такий поширений, як *NPV*. Але з огляду еволюції показника *NPV* від формули 15.1 до 15.2 і особливо до 15.3 цілком доречним є показник *NFV*, якщо інвестиційний процес має фіксовану дату закінчення. Показник *NFV*, зокрема, згадується Л. Б. Долінським. «Чиста нарощена вартість (*NFV*) ─ це алгебраїчна сума всіх платежів (витрат та надходжень), приведених (?) до моменту останнього платежу t_n». [6, с. 57] У наведеному визначенні Л.Б.Долінським написано «…приведених…», але, чому приведених (?), цілком слушним буде сказати: нарощених. Саме про нарощення йде мова далі. «По суті, *NFV* ─ це той самий критерій *NPV*, тільки нарощений до останнього періоду скінченного інвестиційного проекту.

У разі потреби величину *NPV* можна зводити до будь-якого моменту часу від початкового (нульового) до кінцевого періоду, причому зміщення вперед дати (моменту) оцінювання (*focal date*) збільшує абсолютне значення показника *NPV*, проте, незалежно від моменту оцінювання, знак цього показника не змінюється» [6, с. 58].

Розрахунок *NFV* може бути записаний таким рівнянням:

$$NFV = -\sum_{t=0}^{m} C_t \cdot (1+i)^m + \sum_{t=m+1}^{n} P_t \cdot (1+i)^n \,. \qquad (15.5)$$

Загалом як висновок можна зазначити, що виникнення показника *NFV* є результатом «розгортання» показника *NPV* упродовж усього періоду інвестування, такого «розгортання», яке змінює лише результат розрахунку чисельно, але не змінює результат якісно.

15.4 Внутрішня норма дохідності (*IRR*)

Загальноприйнятим критерієм оцінки ефективності інвестиційних проектів є також і показник внутрішньої норми дохідності (*Internal Rate of Return, IRR*). Інші назви-синоніми ─ внутрішня норма рентабельності, внутрішня норма прибутку, норма рентабельності інвестицій, маржинальна ефективність капіталу.

Під **внутрішньою нормою дохідності** (*IRR*) розуміють таке значення процентної ставки дисконтування i, за якого теперішня вартість доходів дорівнює теперішній вартості витрат (тобто *NPV* проекту дорівнює нулю). У позначках це $i = IRR$, за якого $NPV = f(i) = f(IRR) = 0$.

Отже, внутрішню норму дохідності (*IRR*) можемо визначити за допомогою рівняння 15.1:

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+IRR)^n} = 0, \qquad (15.6)$$

або

$$C_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+IRR)^n}. \qquad (15.7)$$

Використовуючи рівняння 15.2 маємо:

$$\sum_{t=0}^{m} \frac{C_t}{(1+IRR)^m} = \sum_{t=0}^{n} \frac{P_t}{(1+IRR)^n}. \qquad (15.8)$$

Якщо використовувати рівняння 15.4:

$$\sum_{t=0}^{m} C_t (1+IRR)^m = \sum_{t=m}^{n} \frac{P_t}{(1+IRR)^n}. \qquad (15.9)$$

А якщо використати рівняння 15.5, розрахунок *IRR* одержимо з рівняння

$$\sum_{t=0}^{n} C_t (1+IRR)^n = \sum_{t=m}^{n} P_t (1+IRR)^n. \qquad (15.10)$$

Усі ці рівняння, ─ 15.7, 15.8, 15.9, 15.10 – розв’язують відносно невідомої величини *IRR* різними методами:

─ методом послідовного підбору розміру *IRR* до виконання умови рівності правої та лівої частин рівняння;

─ методом послідовного підбору розміру *IRR* з використанням фінансових таблиць;

— методом лінійної інтерполяції;

— методом ітераційних процедур, до яких, зокрема, відносять метод Ньютона-Рафсона, або метод перерізів (*рос.* — метод секущей);

— методом чисельних процедур, наприклад, порозрядним наближенням.

Розрахунок показника *IRR* показує максимально допустимий відносний рівень витрат (видатків), які можуть бути здійснені при реалізації даного проекту. Наприклад, якщо проект фінансується банківським кредитом, то значення *IRR* показує максимальний рівень процентної ставки за кредитом. Якщо ставка за кредитом є вищою за *IRR* проекту, то проект є збитковим.

На практиці інвестор фінансує свій проект із різних джерел. Платою за залучений капітал можуть бути проценти, дивіденди, винагороди, навіть штрафи, тобто будь-які витрати, що можна трактувати як плату за авансований капітал. Показник, який характеризує відносний рівень витрат (витрат, що є платою за залучений капітал) до суми капіталу, авансованого в проект, можна назвати ціною залучених фінансових ресурсів (*cost of capital, capital cost* — *CC*). Цей показник відображає мінімум повернення на внесений у проект капітал, його рентабельність та розраховується за формулою середньої арифметичної зваженої.

Економічна суть показника *CC* у тому, що прийнятним є будь-яке рішення інвестиційного характеру, рівень рентабельності якого не нижче поточного значення показника *CC*. Саме з показником *CC* порівнюється показник *IRR*, і зв'язок між ними такий:

— якщо *IRR* > *CC*, то проект є прибутковим;

— якщо *IRR* < *CC*, то проект є збитковим;

— якщо *IRR* = *CC*, то проект є ні прибутковим, ні збитковим.

Якщо між величинами *IRR* > *CC* існує значний розрив, більшим вважається запас міцності проекту, і такий стан називають високим **порогом фінансової безпеки** інвестиційного проекту. Це означає, що навіть із подорожчанням фінансових ресурсів проект залишиться прибутковим, рентабельним, ефективним.

15.5 Модифікована внутрішня норма дохідності (*MIRR*)

Матеріал цього розділу взято переважно з джерела [6, с. 60] з незначними доповненнями.

Критерій *IRR* має суттєвий недолік. Він неявно передбачає, що реінвестування коштів відбуватиметься не за середньоринковою ставкою *r*, а за ставкою *IRR*, що навряд чи можна реалізувати на практиці. Для збільшення надійності фінансового проекту вважається доцільним використовувати не середньоринкову ставку *r*, а безризикову ставку, розмір якої визначається на підставі аналізу фінансового ринку та є, як правило, меншим за середньоринкову ставку. Але яку ставку використовувати при дисконтуванні сум чистих надходжень від проекту, тобто при реінвестуванні коштів ─ середню ринкову ставку чи безризикову ставку, ─ це справа інвестора. Формула розрахунку *MIRR* для двох згаданих ставок не змінюється, тому позначимо ці ставки однією позначкою *r*.

Для усунення вищезгаданого недоліку критерію *IRR* розраховують модифіковану внутрішню норму дохідності (рентабельності) (*Modified Internal Rate of Return, MIRR*), що враховує очікувану реальну ставку реінвестування ─ *r*.

Для оцінювання величини *MIRR* так само, як і при визначенні *IRR*, прирівнюють теперішні вартості витрат і доходів за проектом, але доходи розглядають на основі дисконтування їх термінальної вартості (*terminal value, TV*). **Термінальна вартість** (*TV*) ─ нарощена за ставкою *r* кінцева сума грошових надходжень за скінченним проектом (на момент закінчення проекту), тобто

$$TV = \sum_{t=1}^{n} P_t \,(1+r)^{n-t}. \qquad (15.11)$$

Якщо інвестиції здійснюються лише в початковий момент часу, значення критерію *MIRR* можна знайти з рівняння

$$C_0 = \frac{TV}{(1+MIRR)^n} = \frac{\sum_{t=1}^{n} P_t \,(1+r)^{n-t}}{(1+MIRR)^n},$$

або

$$C_0 (1+MIRR)^n = \sum_{t=1}^{n} P_t \,(1+r)^{n-t}. \qquad (15.12)$$

Загалом значення *MIRR* реалістичніше, ніж *IRR*, тому значення *MIRR* ближче до ринкової норми дохідності r [6, с. 61].

15.6 Індекс рентабельності (*PI*)

Індекс рентабельності (прибутковості, дохідності) розраховується як відношення чистої поточної вартості грошових надходжень (доходів), очікуваних від проекту, до поточної вартості капіталовкладень (витрат на проект). Використовуючи формулу 16.1 розрахунок *PI* (*Profitability Index*) має вигляд

$$PI = \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^n} : C_0 , \qquad (15.13)$$

або, що одне й те саме,

$$PI = \frac{\sum_{t=1}^{n} P_t (1+i)^{-n}}{C_0}. \qquad (15.13^*)$$

Індекс рентабельності (*PI*) характеризує рівень доходів на одиницю витрат, тобто показує, скільки одиниць теперішньої (приведеної) суми чистого грошового потоку надходжень припадає на одиницю початкових інвестицій.

Умови прийняття проекту за критерієм *PI* такі:

– якщо $PI > 1$, то проект є прибутковим;

– якщо $PI < 1$, то проект є збитковим;

– якщо $PI = 1$, то проект є ні прибутковим, ні збитковим.

За показником *PI* вибір робиться за принципом: чим більша величина критерію *PI*, тим краще.

Нескладно помітити (за формулами 15.13, 15.13*), що при оцінюванні проектів, у яких розміри інвестицій рівні, показник *PI* повністю корелюється з показником *NPV*. Також критерій *PI* має перевагу при проблемі вибору одного проекту з ряду проектів, що мають майже однакові значення *NPV*, але різні обсяги інвестицій. Завдяки цій перевазі, показник *PI* дозволяє проводити ранжування проектів при обмежених інвестиційних ресурсах.

На жаль, індекс рентабельності, як і всі інші відносні показники, не враховує абсолютного розміру віддачі від капіталовкладень. Із цієї причини в разі порівняння альтернативних проектів критерії *NPV* та *PI* можуть суперечити один одному. Наприклад: *NPV* першого проекту більший від *NPV* другого проекту, а *PI* першого проекту менший від *PI* другого проекту.

Також до недоліків критерію *PI* можна віднести його неоднозначність при дисконтуванні окремо грошових надходжень та грошових витрат (капіталовкладень). Мається на увазі розрахунок *PI* з використанням формул 15.2, 15.4, 15.5.

Показники економічної ефективності інвестиційних проектів *NPV*, *IRR*, *PI* є фактично різними версіями однієї фінансово-економічної концепції, і тому їх результати здебільшого пов’язані між собою. На підставі цього можна очікувати виконання таких математичних співвідношень для одного проекту:

— якщо $NPV > 0$, то $IRR > CC(r)$, а $PI > 1$;

— якщо $NPV < 0$, то $IRR < CC(r)$, а $PI < 1$;

— якщо $NPV = 0$, то $IRR = CC(r)$, а $PI = 1$.

Використовуючи формули 15.1 та 15.13, можна знайти формулу взаємозалежності між показниками *PI* та *NPV*, звісно, в межах одного проекту:

$$PI = NPV / C_0 + 1. \tag{15.14}$$

15.7 Чистий індекс рентабельності (*NPI*)

Чистий індекс рентабельності (*Net Profitability Index, NPI*) показує, яка частина чистої приведеної вартості припадає на одиницю витрат (капіталовкладень). Часто в літературі чистий індекс рентабельності (*NPI*) називають коефіцієнтом «доходи-витрати» (*Benefit Cost Ratio, BCR*). Розрахунок індексу проводять за формулою

$$NPI = \frac{\sum_{t=1}^{n} P_t (1+i)^{-n} - C_0}{C_0}, \tag{15.15}$$

або, що одне й те саме,

$$NPI = \frac{\sum_{t=1}^{n} P_t (1+i)^{-n}}{C_0} - 1 . \tag{15.15*}$$

Якщо порівнювати *PI* та *NPI*, то для показника *NPI* на відміну від *PI* бар'єрним значенням буде не одиниця, а нуль.

Умови прийняття проекту за критерієм *NPI* такі:

— якщо $NPI > 0$, то проект є прибутковим;

— якщо $NPI < 0$, то проект є збитковим;

— якщо $NPI = 0$, то проект є ні прибутковим, ні збитковим.

Між критеріями *NPI*, *PI* та *NPV* існує така залежність [6, с. 68]:

$$NPI = PI - 1 = NPV / C_0. \tag{15.16}$$

15.8 Строк окупності (*PP*)

Одним із найпоширеніших статистичних показників оцінки інвестиційних проектів є строк (період) окупності (*Payback Period, PP*).

Під строком окупності (*PP*) розуміють відрізок часу від моменту початку реалізації проекту до моменту в часі впродовж періоду експлуатації проекту (об'єкта), в якому доходи від експлуатації у сумі дорівнюють інвестиційним витратам. Цей показник дає відповідь на запитання: коли буде здійснено повне повернення вкладеного капіталу? **Економічна суть показника *PP* полягає у визначенні строку, за який інвестор може повернути вкладений капітал.**

Для розрахунку строку (періоду) окупності (*PP*) капіталовкладень (C_0) надходження платіжного ряду (ряду, що є сумами доходів, надходжень ─ P_t враховуються підсумком, що наростає, відносно C_0 та формують накопичувальне сальдо потоку доходів до того моменту, доки результат не стане дорівнювати нулю або не стане додатним. Той період надходження, в якому сальдо потоку надходжень стає нульовим або додатним стосовно C_0, вказує на строк окупності, виражений в кількості періодів надходжень. Такий розрахунок строку окупності є завжди застосовуваним, загальним і прийнятним за будь-яких особливостей інвестиційних проектів. Такий розрахунок доволі зручно проводити табличним способом або за допомогою графіка. За таким розрахунком не існує чіткої арифметичної формули, але є загальний формалізований вираз розрахунку критерію *PP*, який має такий вигляд:

$$PP = \sum t \ \ \text{за умови} \sum P_t \geq C_0, \qquad (15.17)$$

де P_t ─ показник сальдо (алгебраїчна сума) потоку надходжень; C_0 ─ сума початкових інвестицій.

На відрізку часу, де показник сальдо переходить від від'ємного сальдо (P_{t-}) до додатного (P_{t+}), дробова частина відрізка розраховується за такої умови: у межах відрізка сальдо потоку надходжень змінюється лінійно. Тоді «відстань» x від початку відрізка до моменту окупності розраховується за формулою

$$x = \frac{|P_{t-}|}{|P_{t-}| + P_{t+}}, \tag{15.18}$$

де P_{t-} — від'ємна величина сальдо потоку надходжень на початку відрізка часу до моменту окупності; P_{t+} — додатна величина сальдо потоку надходжень у кінці відрізка часу після моменту окупності.

Розрахунок *PP* за формулою 15.17 хоча і проходить у часі, але не враховує зміни вартості грошей у часі, тобто кожна із сум потоку надходжень не дисконтується, або, що одне й те саме, сума початкових інвестицій не нарощується. Спрощено, без дисконтування потоку надходжень, строк окупності можна визначити як відношення суми інвестицій до середньої очікуваної величини чистих надходжень *P* за визначений (обраний) період за формулою

$$PP = \frac{C_0}{P}. \tag{15.19}$$

Результат, який отриманий за формулою 15.19, є величиною, що може бути лише орієнтовною оцінкою, причому у випадках, коли суми чистих надходжень приблизно однакові.

15.9 Дисконтований період окупності (*DPP*)

Дисконтований період (строк) окупності (*Discounted Payback Period, DPP*), або, за іншими джерелами, дисконтний період окупності, дисконтний строк окупності, усуває недолік статистичного методу строку окупності інвестицій (*PP*) та враховує зміну вартості грошей у часі. Загальний формалізований вираз розрахунку критерію *DPP* має такий вигляд:

$$DPP = \sum t \;\; за \; умови \sum_{1}^{n} P_t \frac{1}{(1+i)^n} \geq C_0. \qquad (15.20)$$

Розрахунок за формулою 15.20, до речі, так само, як і за формулою 15.17, зручно проводити табличним способом або за допомогою графіка. З іншого боку, аналіз формул 15.17 та 15.20 показує, що у разі дисконтування за формулою 15.20 строк окупності збільшується, тобто, завжди для одного й того самого проекту *DPP* > *PP*.

Розглянемо випадки розрахунку дисконтованого строку окупності для доходів, які є рівними між собою та надходять через рівні періоди, тобто для ануїтетів. За умов, що капіталовкладення задані однією сумою (C_0), а надходження при експлуатації проекту щорічні, надходять у кінці року та рівні між собою (P), строк окупності *DPP* можемо розрахувати за формулою річного ануїтету постнумерандо:

$C_0 = P \cdot \dfrac{1-(1+i)^{-DPP}}{i}$, звідки й знаходимо показник *DPP*:

$$DPP = \frac{-\left[ln\left(1-\frac{C_0}{P}\cdot i\right)\right]}{ln(1+i)} = \frac{ln\left(1-\frac{C_0}{P}\cdot i\right)^{-1}}{ln(1+i)}. \qquad (15.21)$$

Так само можемо знайти *DPP* для інших варіантів розподілу надходжень або скористатися подібними, вже раніше проведеними перетвореннями ─ формулами (11.43), (11.45), (11.47), (11.49), (11.51), (11.53).

Звертаємо увагу, що не будь-які суми надходжень приводять до окупності інвестицій. *DPP* існує, якщо існують такі співвідношення між надходженнями P та розміром інвестицій C. При щорічних надходженнях $P_{річне}$ повинна виконуватися така умова: $P_{річне} > C_0 \cdot i$; якщо доходи рівні та надходять p разів за рік (P_p), а період нарахування (точніше, період дисконтування) річний (тобто $m = 1$), то P_p

$> \; C_0 \cdot \left[(1+i)^{1/p} - 1 \right]$; за умов рівних доходів p разів за рік (P_p), а періодах нарахування, які відмінні від річного ($m \neq 1$): $P_p > \; C_0 \cdot \left[\left(1+\frac{i}{m}\right)^{m/p} - 1 \right]$; для безперервних надходжень $P > C_0 \cdot \delta$ (докладніше про ці нерівності дивись у підрозділі 11.13).

Заміна в попередніх нерівностях напрямку знака на протилежний означає, що вкладена сума інвестицій не повернеться за будь-який строк, а точніше, строк окупності дорівнює безкінечності. Наведені нерівності стануть у пригоді для швидкої оцінки інвестиційного проекту, пам'ятаючи, що це за умов дисконтування за ставкою i.

15.10 Бухгалтерська ставка рентабельності (*ARR*)

Бухгалтерська ставка рентабельності (прибутковості, дохідності) (*Accounting Rate of Return, ARR*) є фінансовою оцінкою інвестиційного проекту за показниками бухгалтерського обліку. Інші назви *ARR*: коефіцієнт ефективності інвестицій, норма прибутку, коефіцієнт рентабельності проекту.

Якщо взяти до уваги англійську назву *Accounting Rate of Return*, то в ній відсутні слова, які можна було б перекласти як ефективність, інвестиції, проект. Віддаленим від точності є переклад слова *Rate* як коефіцієнт. Тобто такі назви *ARR*, як коефіцієнт ефективності інвестицій, норма прибутку, коефіцієнт рентабельності проекту, дисонують із назвою *Accounting Rate of Return*. Мабуть, бажання мати назву показника *ARR*, яка точніше відповідає англомовній назві, спричинило появу українського варіанта назви *ARR*, який, більш за все, є не зовсім вдалим перекладом. *Accounting Rate of Return*, за версією [6, с. 64–65], перекладається «облікова ставка рентабельності». У такому варіанті перекладу існує суттєва помилка. Показник *ARR* завдяки невдалому перекладу став обліковою ставкою. Показник *ARR* за механізмом свого розрахункового виникнення є ставкою, але не обліковою, а процентною. Тільки за рахунок помилкового перекладу з англійської мови на українську перетворення процентної ставку в облікову призведе в майбутньому до плутанини при використанні *ARR*. Більш детальніше про облікові та процентні ставки дивись у підрозділі 1.3.

Якщо перекладати вислів *Accounting Rate of Return* більш прискіпливо, то слово *Accounting* перекладається, в першу чергу, не як «облік», а як «бухгалтерський облік». Інші синонімічні варіанти перекладу слова *Accounting* ─ бухгалтерія, звітність, розрахунок, бухгалтерська справа, а якщо перекладати як дієслово з продовженою дією (на що і вказує закінчення *-ing*), то перекладом є такі слова: калькулювання, балансування, розраховування, підраховування, вираховування. Слово «облік» також є синонімом перекладу слова *Accounting*, але не в контексті «облікова ставка» (*Rate* в перекладі ─ ставка), а в розумінні «розрахування ставки», «підрахування ставки» та будь-які інші варіанти, в яких «облік» є синонімом слів «підрахунок», «розрахунок». Варіант перекладу може бути таким: «Бухгалтерський розрахунок ставки рентабельності». Але такий вислів не може бути назвою показника *ARR*, це більше походить на вказівку способу розрахунку ставки рентабельності (спосіб ─ бухгалтерський розрахунок). На нашу думку, українським варіантом назви показника *ARR*, який є найбільш змістовним і близьким до англійської назви *Accounting Rate of Return,* є «Бухгалтерська ставка рентабельності (прибутковості, дохідності)».

Суть методу розрахунку *ARR* у тому, що розмір середньорічного прибутку (P_N) ділиться на середню величину інвестиційних вкладень.

Існує декілька варіантів розрахунку *ARR*.

Варіант перший. Середню величину інвестицій знаходять діленням загальної суми капітальних вкладень на два, якщо передбачається, що після закінчення строку інвестиційного проекту всі капітальні витрати поверненню не підлягають (будуть списані). У такому випадку

$$ARR = \frac{P_N}{1/2 \cdot C_0}. \tag{15.22}$$

Варіант другий. Якщо передбачається, що після закінчення строку інвестиційного проекту частина капітальних вкладень буде повернута, тобто буде мати місце залишкова, або ліквідаційна, вартість (*RV*). У цьому разі

$$ARR = \frac{P_N}{1/2 \cdot (C_0 - RV)}. \tag{15.23}$$

Варіант третій. Розрахунок *ARR* на підставі не середньої, а первинної (загальної) вартості інвестицій. Такий розрахунок *ARR* використовується для проектів, які створюють рівні доходи, точніше, рівні прибутки, (наприклад, річний ануїтет) впродовж невизначеного або досить тривалого строку функціонування інвестиційного проекту:

$$ARR_{C_0} = \frac{P_N}{C_0}. \tag{15.24}$$

У навчальному посібнику Долінського [6, с. 65] пропонуються дещо інші варіанти розрахунку *ARR*.

Метод розрахунку *ARR*, за Долінським, сформульовано так: «Модель середньої (облікової, бухгалтерської) ставки рентабельності *ARR*, як правило, працює з показниками, приведеними до річного вираження. Вона ґрунтується на показнику середньорічного чистого доходу, віднесеному або до повних, або до середньорічних інвестицій» [6, с. 65].

Якщо в розрахунках за формулами (15.22) та (15.23) середньорічний чистий дохід належить до середньої величини інвестиційних вкладень, то, за Долінським, середньорічний чистий дохід, належить «… до середньорічних інвестицій». Середній розмір інвестицій і середньорічний розмір інвестицій ─ це різні показники. Середній розмір інвестицій за формулою (15.22) ─ $1/2 \cdot C_0$, а за формулою (15.23) ─ $1/2 \cdot (C_0 - RV)$. А середньорічний розмір інвестицій ─ це C_0/N, де N ─ це кількість років функціонування проекту.

Отже, четвертий варіант. Обчислення показника *ARR* «… на основі середньорічних інвестицій»:

$$ARR_N = \frac{\frac{1}{N}\sum_t P_t}{\frac{1}{N}C_0} = \frac{\sum_t P_t}{C_0}. \qquad (15.25)$$

Якщо середньорічні чисті доходи віднести до всієї суми інвестицій:

$$ARR_{C_0} = \frac{\frac{1}{N}\sum_t P_t}{C_0} = \frac{\sum_t P_t}{N \cdot C_0}, \qquad (15.26)$$

то маємо варіант запису формули (15.24) за таких самих, як і у формулі (15.26), умов використання.

У випадку, коли чисті доходи постійні (P_t = const), залежність між ARR_{C_0} та *PP* така:

$$ARR_{C_0} = 1/PP. \qquad (15.27)$$

Формула (15.27) виникає з порівняння (15.26) та (15.19).

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 15

Чиста приведена вартість (*NPV*)

Сутність критерію *NPV* полягає у визнанні, що інвестування вигідне, якщо сумарна приведена вартість доходів, що забезпечується певним проектом, перевищує сумарну приведену вартість витрат на втілення даного проекту в життя:

$$NPV = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} PV(P_t) = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^n}, \qquad (15.1)$$

де C_0 – розмір капіталовкладень у проект;

$PV(P_t)$ – теперішня (приведена) вартість чистого грошового потоку;

P_t – розмір чистих надходжень у періоді t;

i – річна процентна ставка, з використанням якої проводиться дисконтування (приведення);

n – кількість періодів дисконтування (приведення) впродовж строку функціонування проекту.

Чиста нарощена вартість (*NFV*).

NFV — це той самий критерій *NPV*, тільки нарощений до останнього періоду скінченного інвестиційного проекту:

$$NFV = -\sum_{t=0}^{m} C_t \cdot (1+i)^m + \sum_{t=m+1}^{n} P_t \cdot (1+i)^n . \qquad (15.5)$$

Внутрішня норма дохідності (*IRR*)

Внутрішня норма дохідності (*IRR*) — це така процентна ставка ($i = IRR$), за якої теперішня вартість доходів дорівнює теперішній вартості витрат ($NPV = 0$).

IRR можемо визначити за допомогою рівняння

$$C_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+IRR)^n}. \qquad (15.7)$$

Розрахунок *IRR* показує максимально допустимий відносний рівень витрат (видатків), які можуть бути здійснені при реалізації даного проекту.

Модифікована внутрішня норма дохідності (*MIRR*)

Критерій *IRR* має недолік. Він передбачає, що реінвестування коштів відбуватиметься не за середньоринковою ставкою *r*, а за ставкою *IRR*, що навряд чи можна реалізувати на практиці.

Для усунення недоліку критерію *IRR* розраховують модифіковану внутрішню норму дохідності (*MIRR*), що враховує очікувану реальну ставку реінвестування r:

$$C_0(1+MIRR)^n = \sum_{t=1}^{n} P_t(1+r)^{n-t}. \qquad (15.12)$$

Індекс рентабельності (*PI*)

Індекс рентабельності (прибутковості, дохідності) розраховується як відношення чистої поточної вартості грошових надходжень (доходів), очікуваних від проекту, до поточної вартості капіталовкладень (витрат на проект). Використовуючи формулу 15.1, розрахунок *PI* має вигляд

$$PI = \frac{\sum_{t=1}^{n} P_t(1+i)^{-n}}{C_0}. \qquad (15.13^*)$$

Індекс рентабельності (*PI*) характеризує рівень доходів на одиницю витрат, тобто показує, скільки одиниць теперішньої (приведеної) суми чистого грошового потоку надходжень припадає на одиницю початкових інвестицій.

За показником *PI* вибір робиться за принципом: чим більша величина критерію *PI*, тим краще.

Чистий індекс рентабельності (*NPI*)

Чистий індекс рентабельності (*NPI*) показує, яка частина чистої приведеної вартості припадає на одиницю витрат (капіталовкладень). Часто в літературі чистий індекс рентабельності (*NPI*) називають коефіцієнтом «доходи-витрати» (*Benefit Cost Ratio, BCR*). Розрахунок індексу проводять за формулою

$$NPI = \frac{\sum_{t=1}^{n} P_t (1+i)^{-n} - C_0}{C_0}, \qquad (15.15)$$

або, що одне й те саме,

$$NPI = \frac{\sum_{t=1}^{n} P_t (1+i)^{-n}}{C_0} - 1 . \qquad (15.15^*)$$

Строк окупності (*PP*)

Одним із найпоширеніших статистичних показників оцінки інвестиційних проектів є строк (період) окупності (*Payback Period, PP*).

Під строком окупності (*PP*) розуміють відрізок часу від моменту початку реалізації проекту до моменту в часі впродовж періоду експлуатації проекту (об’єкта), в якому доходи від експлуатації у сумі дорівнюють інвестиційним витратам. Цей показник дає відповідь на запитання: коли буде здійснено повне повернення вкладеного капіталу?

Економічна суть показника *PP* полягає у

визначенні строку, за який інвестор може повернути вкладений капітал.

Розрахунок критерію *PP* має такий вигляд:

$$PP = \sum t \;\; \text{за умови} \sum P_t \geq C_0, \qquad (15.17)$$

де P_t — показник сальдо (алгебраїчна сума) потоку надходжень;

C_0 — сума початкових інвестицій.

Розрахунок *PP* за формулою 15.17 хоча і проходить у часі, але не враховує зміни вартості грошей у часі, тобто кожна із сум потоку надходжень не дисконтується, або, що одне й те саме, сума початкових інвестицій не нарощується.

Спрощено, без дисконтування потоку надходжень, строк окупності можна визначити як відношення суми інвестицій до середньої очікуваної величини чистих надходжень *P* за визначений (обраний) період за формулою

$$PP = \frac{C_0}{P}. \qquad (15.19)$$

Результат, отриманий за формулою 15.19, є орієнтовною оцінкою, причому у випадках, коли суми чистих надходжень приблизно однакові.

Дисконтований період окупності (*DPP*)

Дисконтований період (строк) окупності (*DPP*), або, за іншими джерелами, дисконтний період окупності, дисконтний строк окупності, усуває недолік статистичного методу строку окупності інвестицій (*PP*) та враховує зміну вартості грошей у часі. Загальний формалізований вираз розрахунку критерію *DPP* має такий вигляд:

$$DPP = \sum t \quad за \ умови \sum_{1}^{n} P_t \frac{1}{(1+i)^n} \geq C_0. \qquad (15.20)$$

Бухгалтерська ставка рентабельності (*ARR*)

Бухгалтерська ставка рентабельності (прибутковості, дохідності) *ARR* є фінансовою оцінкою інвестиційного проекту за показниками бухгалтерського обліку.

Існує декілька варіантів розрахунку *ARR*.

Варіант перший:

$$ARR = \frac{P_N}{1/2 \cdot C_0}. \qquad (15.22)$$

Варіант другий:

$$ARR = \frac{P_N}{1/2 \cdot (C_0 - RV)}. \qquad (15.23)$$

Варіант третій:

$$ARR_{C_0} = \frac{P_N}{C_0}. \qquad (15.24)$$

Варіант четвертий:

$$ARR_N = \frac{\frac{1}{N} \sum_t P_t}{\frac{1}{N} C_0} = \frac{\sum_t P_t}{C_0}, \qquad (15.25)$$

де N – це кількість років функціонування проекту;

P_N – розмір середньорічного прибутку.

Запитання для самостійної роботи

1. У чому сутність критерію чистої приведеної вартості (*NPV*)?
2. Розрахунок критерію чистої приведеної вартості (*NPV*) та його особливості.
3. У чому сутність критерію внутрішньої норми дохідності (*IRR*)?
4. Розрахунок критерію внутрішньої норми дохідності (*IRR*) та його особливості.
5. У чому сутність критерію «модифікована внутрішня норма дохідності» (*MIRR*)?
6. Розрахунок критерію «модифікована внутрішня норма дохідності» (*MIRR*) та його особливості.
7. У чому сутність критерію «індекс рентабельності» (*PI*)?
8. Розрахунок критерію «індекс рентабельності» (*PI*) та його особливості.
9. У чому сутність критерію «чистий індекс рентабельності» (*NPI*)?
10. Розрахунок критерію «чистий індекс рентабельності» (*NPI*) та його особливості.
11. У чому сутність критерію «строк окупності» (*PP*)?
12. Розрахунок критерію «строк окупності» (*PP*) та його особливості.
13. У чому сутність критерію «дисконтований період окупності» (*DPP*)?
14. Розрахунок критерію «дисконтований період окупності» (*DPP*) та його особливості.
15. У чому сутність критерію «бухгалтерська ставка рентабельності» (*ARR*)?
16. Розрахунок критерію «бухгалтерська ставка рентабельності» (*ARR*) та його особливості.
17. Що є основою методу оцінювання ефективності інвестиційних вкладень?

Частина 7
ОПЕРАЦІЙНІ МЕХАНІЗМИ ТА ІНСТРУМЕНТИ ФІНАНСОВОГО РИНКУ

Розділ 16 ОСНОВИ ВАЛЮТНИХ РОЗРАХУНКІВ

16.1 Термінологія валютних операцій

Валюта, або **девізи, ─** це грошові знаки іноземних держав, що використовуються в економічних відносинах на території інших країн.

Усі валюти поділяють на конвертовані, частково конвертовані та неконвертовані.

Конвертованими є валюти країн, які вільно обмінюються на валюти інших країн і вільно вивозяться та ввозяться через кордон.

Часткова конвертованість валюти означає, що національна грошова одиниця обмінюється на іноземну валюту з певними обмеженнями. Обмеження може бути таким: для одних осіб обмін валюти дозволений, а для інших не дозволений або для одних видів операцій обмін дозволений, а для інших ─ ні. Якщо конвертація національної валюти дозволена тільки для нерезидентів, то вона називається **зовнішньою**, а якщо для резидентів ─ **внутрішньою**. Якщо конвертація поширюється тільки на платежі за поточними операціями, то вона називається **поточною**, а якщо тільки на платежі за рухом капіталу ─ **капітальною** [4, с. 272].

Неконвертованими є валюти, які неможливо вільно обміняти на грошові знаки своєї країни, їх ввіз та вивіз жорстко обмежується.

Валюти країн із найвищими економічними потенціалами, які користуються довірою на світовому ринку та які використовуються як міжнародний платіжний засіб і накопичуються в резервах міжнародної ліквідності країн, називаються **резервними валютами**. Це долар США, Євро, японська ієна, англійський фунт стерлінгів. Використання вільно конвертованої валюти як резервної надає їй чимало переваг. Насамперед це виявляється у зростанні на неї попиту на світовому ринку, що має можливість уряду відповідної країни розширювати емісію своєї валюти, збільшуючи сеньйораж як джерело фінансування національної економіки, підвищуючи її конкурентоспроможність на світовому ринку; максимально знижуються обмеження на здійснення валютних операцій та на ввіз і вивіз валюти через кордон [4, с. 272–273]. Термін «сеньйораж» походить від англ. *seigniorage*, дослівно ─ право сеньйора, а у фінансовому визначенні ─ емісійний прибуток, податок на право чеканки монет. Отже, що стосується емісії резервної валюти, **сеньйораж** ─ прибуток казначейства будь-якої країни, який визначається різницею номінальної вартості грошей (монет) і вартістю їх фізичного виробництва.

Відносини, що виникають із використанням валюти при обслуговуванні зовнішньоекономічних зв’язків, набирають форми валютних відносин. **Валютні відносини** ─ це сукупність економічних відносин, що виникають у процесі взаємного обміну результатами діяльності національних господарств різних країн і обслуговуються валютою.

Для зручності спілкування у сфері валютних відносин використовуються міжнародні стандарти і правила, які пов’язані з міжнародними платежами. Для позначення валют використовуються **ISO-коди** (ISO ─ міжнародна організація із стандартизації). Код окремої валюти складається з трьох букв: перші дві букви означають країну, третя ─ валюту. Наведемо коди і назви валют деяких країн:

─ Аргентина ─ ARS ─ аргентинське песо;
─ Австралія ─ AUD ─ австралійський долар;
─ Азербайджан ─ AZN ─ азербайджанський манат;
─ Білорусь ─ BYR ─ білоруський рубль;
─ Вірменія ─ AMD ─ вірменський драм;

─ Грузія ─ GEL ─ ларі;

─ Єгипет ─ EGP ─ єгипетський фунт;

─ країни Європейського Союзу, а саме: Австрія, Андорра, Бельгія, Болгарія, Ватикан, Голландія (Нідерланди), Греція, Данія, Естонія, Ірландія, Ісландські острови, Іспанія, Італія, Кіпр, Литва, Латвія, Люксембург, Мальта, Монако, Німеччина, Польща, Португалія, Румунія, Сан-Марино, Словаччина, Словенія, Угорщина, Фінляндія, Франція, Французькі південні території, Хорватія, Чехія, Швеція ─ EUR ─ євро;

─ Індія ─ INR ─ індійська рупія;

─ Ізраїль ─ ILS ─ новий ізраїльський шекель;

─ Канада ─ CAD ─ канадський долар;

─ Молдова ─ MDL ─ лей;

─ Нова Зеландія ─ NZD ─ новозеландський долар;

─ Об'єднане Королівство ─ GBP ─ фунт стерлінгів;

─ Російська Федерація ─ RUB ─ російський рубль;

─ США ─ USD ─ американський долар;

─ Туреччина ─ TRY ─ турецька ліра;

─ Туркменістан ─ TMT─ манат;

─ Україна ─ UAN ─ гривня;

─ Японія ─ JPY ─ ієна.

Також існують позначки для коштовних металів:

─ золото ─ XAU;

─ паладій ─ XPD;

─ платина ─ XPT;

─ срібло ─ XAG.

Валюта (девіз) продається і купується, як будь-який інший товар, на підставі попиту та пропозиції. Ціна іноземної валюти, яку отримано в результаті торгів, виражається у валютному курсі.

Валютний курс ─ це ціна грошової одиниці однієї країни, виражена в грошових одиницях іншої країни.

Установлення курсу валюти називається **котируванням** і відбувається в результаті торгів валютою між комерційними банками за участі або без участі центробанку чи встановлюється державними органами.

Розрізняють **пряме** і **непряме котирування** валюти.

При **прямому котируванні** курс валюти показує, скільки одиниць національної валюти треба заплатити за одну або за 100 одиниць іноземної валюти.

При **непрямому котируванні** курс купівлі валюти, яка котирується, більший курсу від її продажу.

При непрямому встановленні курсу валюти він означає: скільки одиниць іноземної валюти можна одержати за одну або 100 одиниць національної валюти.

Найбільш простий спосіб розібратися в котируваннях валютного курсу ─ це визначити «основу» квоти і «валюту» квоти.

Основа квоти ─ це валюта, стосовно якої проводяться валютні розрахунки. Основою квоти із середини 50-х років XX сторіччя, як правило, є долар США.

Якщо зустрічається позначення USD/UAN, тобто долар США/гривня ─ 8,23, то це означає, що 8,23 гривні можуть бути обмінені на 1 долар США (це пряме встановлення курсу валюти ─ пряме котирування).

Однак існують винятки з цього стандартного методу котирування. Таким винятком є англійський фунт. Стандартний метод котирування фунта відносно американського долара, наприклад, GBP/USD (фунт/долар США) ─ 1,5273. Оскільки в цьому випадку фунт є основою квоти, то долар США є валютою квоти, тобто за 1 фунт можна купити 1,5273 долара США (це непряме встановлення курсу валюти). Мовою банкірів подібне котирування (англійський фунт/долар США) називається «телеграфом». Ця традиція йде з тих часів, коли найбільш швидким способом зв’язку був телеграф, а провідною валютою у світі був англійський фунт стерлінгів.

Крім англійського фунта, за «телеграфним» способом котирується грошова одиниця Європейського Союзу ─

євро. Наприклад, Євро/USD, або євро/долар США, а іноді €/$ ─ 1,4591. Євро є основою квоти, отже, 1,4591 доларів США можуть бути обмінені на один євро. Якщо ви хочете купити 1 млн євро, то це буде коштувати 1459100 доларів США. Також за «телеграфним» способом котируються долари Австралії та Нової Зеландії.

При розрахунку валютних курсів використовується чотири десятинних розряди, або частки одиниці валюти. Ці останні цифри називаються **пунктами**.

При котируванні валют наводяться курси, за якими банки даної країни купують іноземну валюту, ─ **курс купівлі** (офіційна назва англійською *bid rate*, скорочено *BR*), та курс, за яким ці банки продають іноземну валюту, ─ **курс продажу** (офіційна назва англійською *ask rate*, скорочено *AR*). У той самий час в Англії ці курси називають курс «**bid**» та курс «**offer**».

Ціни продажу і купівлі валюти відрізняються за величиною. У різних засобах інформації, що публікують котирування валют, можна знайти величину касових курсів, тобто курси попиту і пропозиції.

Попит на валюту ─ це курс, за яким банк купує основу квоти (bid). Наприклад, американський долар / євро: 0,6897 ─ 0,6903, тобто банк купує долари США за євро за курсом 0,6897, а продає за курсом 0,6903.

Пропозиція валюти ─ це курс, за яким банк продає основу квоти (offer). Наприклад, долар США/ієна: 103,73 ─ 103,83, тобто банк продає американські долари за ієни за курсом 103,83. Або фунт стерлінгів/долар США: 1,5273 ─ 1,5283, тобто банк продає «телеграф» за курсом 1,5283.

Загальне правило для квоти дано співвідношенням основа ─ валюта. У випадку коли:

а) банк купує основу квоти, то зліва ─ курс попиту, тобто ціна купівлі;

б) банк продає основу квоти, то справа ─ курс пропозиції, тобто ціна продажу.

Банківська квота називається **подвійним курсом**.

Величина, на яку курс «*bid*» відрізняється від курсу «*offer*», назвається **спредом**. В Англії термін «спред» має такий запис: *Bid-offer spread*, у США: *Bid-ask spread*.

Отже, різниця між курсом попиту і курсом пропозиції має назву «**спред**». Розмір спреду змінюється залежно від умов ринку, від котирування валют і розмірів угоди. Банківська різниця може розглядатися як плата за послуги. За рахунок відмінності в курсах попиту і пропозиції банк має можливість покрити витрати щодо здійснення операцій, урахувати можливий ризик, пов'язаний із валютними операціями, та отримати свою частку прибутку. Зазвичай, найменша різниця дорівнює п'яти десятитисячним (наприклад, 1,3225 — 1,3230) і забезпечує найменший кредитний ризик при угодах до 10 мільйонів при купівлі доларів США за ієни, євро і англійські фунти («телеграф»).

Угоди на дуже велику або, навпаки, маленьку суму будуть впливати у бік збільшення спреду. Викликано це тим, що угоди на велику суму втягують банк, по-перше, в більший ризик, а, по-друге, в цей самий час для банку буде важче покривати витрати за операціями із залученням незначних сум. Для валют, що не мають широкого використання, спред завжди збільшений.

У міжнародних торговельних і фінансових операціях широке застосування мають так звані перехресні валютні курси. Їх також називають **крос-курсами**.

Перехресний курс, або **крос-курс** (*cross-rates*), — це курс обміну двох валют без участі найбільш поширених валют — долара США, євро або японської ієни. Наприклад, курс обміну між китайським юанем та канадським доларом або курс обміну між англійським фунтом і австралійським доларом здійснюється за використанням крос-курсу.

Перехресні курси можуть бути легко обчислені через курс долара США для будь-якої валюти, оскільки долар США є не тільки основною резервною валютою, але й валютою операції в більшості валютних операцій. У випадках використання крос-курсу застосовується правило: ліворуч ─ основа квоти, праворуч ─ валюта квоти, тобто основа валюти / квота валюти.

16.2 Види операцій з іноземною валютою

Валютні операції залежно від часового моменту реалізації валютних операцій поділяють на касові та попередні. У свою чергу, **касові операції (угоди)** включають два види:

а) угоди (операції), в яких куплена валюта повинна бути передана покупцеві в день здійснення операції або на наступний день за курсом валют дня здійснення операції;

б) **угоди-спот**, що здійснюються за курсом поточного дня, а обмін валютами здійснюється на другий робочий день, не враховуючи дня укладення угоди.

Дату розрахунків за угодою називають датою валютування. У робочі дні не включаються суботи і неділі або свята в обох країнах, чиї валюти використовуються.

Курс, що використовується в касових угодах, називається **касовим курсом**, або, за видом б), курсом спот. Отже, **курс спот** (від англ. *spot* ─ негайно розрахований, наявний) ─ це курс валюти, встановлений на момент укладення касової угоди за умови обміну валютами банками-контрагентами на другий робочий день з дня укладання угоди. Курси спот ─ це поточна ціна купівлі або продажу за спот-угодою валюти. Вони використовуються для валютних угод на суму, більшу за звичайний розмір, і є основою для встановлення валютного курсу за угодами меншого розміру. Всі міжбанківські угоди (англ. *forex*, FOREX, скорочено *FX*) ─ угоди, великі за розміром, проводяться за курсом спот. Ці курси публікуються в щотижневих газетах. Financial Times публікує спот-курси торгів головних валют проти фунта стерлінгів і американських доларів.

Попередні (строкові) валютні операції. Це операції, що передбачають купівлю однієї валюти за іншу за майбутнім курсом, який зафіксований у момент укладання угоди, на застережену угодою майбутню дату. Попередні (строкові) операції підрозділяють на кілька видів залежно від механізму їх здійснення: форвардні, ф'ючерсні, опціонні та їх похідні. Особливістю строкових операцій є те, що вони оформлюються стандартними документами (контрактами), які мають юридичну силу від їх підписання до їх оплати і самі стають об'єктом купівлі-продажу на валютних ринках. Ці документи називаються **валютними деривативами**. До них належать форвардні та ф'ючерсні контракти, опціони.

Форвардні операції — це різновид строкових операцій, що полягає в купівлі-продажу валюти між двома суб'єктами з подальшим переданням її в обумовлений строк і за курсом, визначеним у момент укладення контракту. Найбільш загальними строками платежу за форвардними угодами є 1, 2, 3, 6 і 12 місяців, які називаються ***стандартними***. Строки платежу менше 1 місяця називаються **шорт** (короткостроковий форвард).

При підписанні форвардних угод ніякі аванси, задатки тощо не допускаються. Датою валютування за FX-угодамами є дата фактичного одержання або платежу валюти.

Підписавши угоду, клієнт не може відмовитися від неї, змінити умови, не маючи на те згоди банка-контрагента.

Форвардні угоди переслідують три основні мети:

а) страхування від можливих втрат (**хеджування**), пов'язаних зі зміною курсу валют;

б) спекуляцію на продаж валюти;

в) **арбітраж** — купівля і продаж цінних паперів валюти на різних ринках із метою отримання прибутку.

Найскладнішим моментом форвардного контракту є визначення курсу майбутнього платежу, тобто форвардного курсу.

Курс форвард (від англ. *forward* — передній, передовий) характеризує очікувану вартість валюти через певний час і являє собою майбутню ціну (курс), за якою ця валюта буде продана або куплена за умови її надання на продаж (купівлю) у визначену дату в майбутньому.

Цей курс складається з курсу спот, тобто фактично діючого на момент укладення контракту, і надбавок чи знижок, пов'язаних із різницею в банківських процентних ставках у країнах, валюти яких обмінюються. Ця різниця називається **форвардною маржею** і пов'язана вона з тим, що якби учасники контракту поклали відповідні суми валюти у свої банки під свої депозитні ставки, то до моменту використання їх для платежу за контрактом вони одержали б різні суми доходів.

Пояснимо це на наступному прикладі. Припустимо, що касовий і форвардний курси долара США та ієни були однакові, а процентна банківська ставка на долари США становила 10 % річних, а на японську ієну ─ 5 %. У цьому випадку японські інвестори воліють купити долари США, оскільки, поклавши їх у банк, вони отримають більший дохід. За необхідності скористатися грошовим капіталом ─ ієною інвестор може обміняти долари США на ієни і в результаті отримати більше ієн, ніж якщо б він одразу вклав гроші в японський банк.

Щоб вирівняти умови для кожного учасника форвардного контракту, валюта країни з вищим рівнем ставки процента буде продаватися за форвардним курсом, нижчим від курсу спот (**продаж із дисконтом**), а валюта з нижчим рівнем ставки процента ─ за вищим від курсу спот (**продаж із премією**).

Характерними рисами цих операцій є те, що вони здійснюються на міжбанківському (позабіржовому) ринку, умови форвардного контракту не є строго формалізованими і визначаються сторонами досить довільно. Тому ці умови й особливо ціни таких контрактів, не є «прозорими» для інших учасників ринку.

Форвардні курси можуть бути вищими або нижчими, ніж курси спот, але рідко збігаються з ними. На практиці форвардні курси на валюту не котируються. У професійному середовищі дилери оперують різницею між курсом спот і форвард, яка виражається в пунктах курсу і називається ***премією*** **(надбавкою)** або ***знижкою*** **(дисконтом)**.

Для назви цієї різниці також використовується курс **«своп»** (цей «своп» треба відрізняти від окремого своп-курсу).

Строкова валютна угода, яка передбачає платежі за курсом форвард у строки, строго визначені сторонами угоди, має назву такого курсу форвард ─ ***форвардний курс аутрайт***, або просто ***аутрайт***.

Аутрайт розраховується шляхом узгодження касового курсу з маржею (узгодження означає додавання маржі або її віднімання від касового курсу). Саме цю маржу і називають ***форвардними***, або ***свопними*** *(обмінними),* ***очками***. Форвардні очкі залежать від різниці між передбачуваним розміром виплати за угодою і доходом за кожним конкретним депозитом у певній валюті. Ця різниця називається процентною диференціацією. Форвардні очкі за своєю суттю ─ це різниця в процентних ставках за валютами. Вони є показниками того, якими будуть касові курси валют у момент закінчення строку угоди, тобто в момент фактичної передачі валюти покупцю. Форвардні очкі котируються на валютному ринку.

(Від початку підрозділу 16.2 і до даного моменту взято за основу інформацію з [4, с. 289–291], яку доповнено та уточнено).

Як основа для обчислення курсу форвард валют може розглядатися їх теоретичний беззбитковий курс форвард, який визначається у такий спосіб. Сума PV_B у валюті B, взята в борг на строк t днів за річною ставкою i_B, обміняна на валюту A за курсом спот r_S, що й дало суму PV_A:

$$PV_A = \frac{PV_B}{r_S}. \qquad (16.1)$$

Сума PV_A, розміщена на депозит на строк t днів за річною ставкою i_A, дасть в результаті суму FV_A:

$$FV_A = PV_A \cdot \left(1 + i_A \frac{t}{360}\right), \qquad (16.2)$$

де 360 – приблизна кількість днів у році.

Сума, що повернеться з процентами у валюті B, становитиме:

$$FV_B = PV_B \cdot \left(1 + i_B \frac{t}{360}\right). \qquad (16.3)$$

Для одержання цієї суми в обмін на суму з процентами у валюті A теоретичний обмінний курс форвард R_{ft} повинен становити:

$$R_{ft} = \frac{FV_B}{FV_A} = \frac{PV_B\left(1 + i_B \frac{t}{360}\right)}{PV_A\left(1 + i_A \frac{t}{360}\right)} = r_S \frac{1 + i_B \frac{t}{360}}{1 + i_A \frac{t}{360}}. \qquad (16.4)$$

Форвардна маржа FM_t дорівнює

$$FM_t = R_{ft} - r_S = r_S \frac{i_B - i_A}{1 + i_A \frac{t}{360}} \cdot \frac{t}{360}. \qquad (16.5)$$

Отримана формула (16.5) відповідає випадку котирування валюти A з премією.

Якщо валюта A котирується з дисконтом, форвардна маржа, що за визначенням є позитивною, становитиме

$$FM_t = r_S - R_{ft} = r_S \frac{i_A - i_B}{1 + i_A \frac{t}{360}} \cdot \frac{t}{360}. \qquad (16.6)$$

Коли $i_A \cdot t/360$ значно менше одиниці, у розрахунках користуються наближеними формулами для розрахунку форвардної маржі:

– при котируванні валюти *A* з премією

$$FM_t = r_S(i_B - i_A)\cdot\frac{t}{360}; \tag{16.7}$$

– при котируванні валюти *A* з дисконтом

$$FM_t = r_S(i_A - i_B)\cdot\frac{t}{360}. \tag{16.8}$$

Значення курсу форвард в обох випадках буде дорівнювати

$$R_{ft} = r_S \pm FM_t = r_S\left(1 + (i_B - i_A)\frac{t}{360}\right). \tag{16.9}$$

З останньої формули випливає, якщо ставка за валютою *B*, що котирує, більша від ставки за валютою *A*, що котирується, курс форвард *A/B* буде більшим від курсу спот, тобто валюта *A* котирується з премією. Якщо ж ставка за валютою *B*, що котирує, менша від ставки за валютою *A*, що котирується, курс форвард *A/B* буде меншим від курсу спот, тобто валюта *A* котирується з дисконтом [9, с. 154–156].

Принцип надбавок і знижок для визначення форвардних пунктів полягає у такому: банки оголошують різні процентні ставки залежно від строку угоди і від виду валюти, а також від характеру угоди за депозитними угодами, тобто коли проводиться інвестування коштів, призначається більш низька ставка (**ставка попиту**); при кредитуванні клієнтів призначається більш висока ставка (**ставка пропозиції**). У деяких засобах інформації ці ставки зазначаються як **ставки залучення** та **ставки розміщення** коштів. Валюта, на яку призначена низька процентна ставка, буде продаватися або купуватися з надбавкою за валюту, на яку встановлена більш висока процентна ставка, і навпаки, валюта, на яку призначена висока процентна ставка, буде продаватися або купуватися зі знижкою. Знаючи відносну різницю процентних ставок, можна визначити, чи повинна ця валюта на форвардному ринку бути куплена або продана зі знижкою чи надбавкою.

Наприклад, на визначену дату оприлюднені дані про депозитні процентні ставки на перелік основних валют в європейських банках на строк 1 і 3 місяці (табл. 16.1).

Таблиця 16.1 ─ Депозитні процентні ставки
за валютами на 00.00.00 р.

Валюта	Річна процентна ставка			
	на один місяць		тримісячна	
	попит	пропозиція	попит	пропозиція
Долар США	8,3	8,43	8,43	8,55
Фунт стерлінгів	15,0	15,13	15,13	15,25
Євро	9,93	10,06	10,25	10,37
Швейцарськ. франк	7,8	8,0	8,0	8,25

При розрахунку різниці процентних ставок, тобто різниці між ставкою попиту і ставкою пропозиції, необхідно пам’ятати, що банк котирує і здійснює угоди за найбільш вигідними для нього курсами. Так, наприклад, (табл. 16.1) через 1 місяць різниця процентних ставок між євро і доларом США становитеме 1,63 (10,06 ─ 8,43), отже, євро буде продаватися (купуватися) зі знижкою (з дисконтом) стосовно долара США. Для розрахунку курсу аутрайт необхідно розрахувати форвардну маржу. Цей розрахунок проводиться за формулою, яка дозволяє різницю річних процентних ставок перевести в різницю процентних ставок на дату завершення форвардного контракту. Використовується формула 16.6 або наближена формула 16.8, за результатами яких розраховується форвардний курс аутрайт за допомогою формули 16.9.

Ф’ючерсні операції ─ це теж різновид строкових операцій, в яких два контрагенти зобов'язуються купити або продати певну суму валюти в певний час за курсом, установленим на момент укладення угоди (купівлі-продажу ф'ючерсного контракту). Відмінності їх від форвардних операцій зводяться до такого: вони здійснюються тільки на біржах, під їх контролем, а форма й умови контрактів чітко уніфіковані (біржа строго визначає вид валюти, що продається, обсяг операції, строк оплати, курс). Розрахунки щодо купівлі-продажу ф'ючерсних контрактів здійснюються через розрахункову палату біржі, яка гарантує своєчасність і повноту платежів. До остаточної оплати ф'ючерсного контракту він може перепродаватися на біржі, тобто сам є об'єктом валютних операцій. З кожним наступним продажем ціна його буде уточнюватися й наближатися до реальної ціни, за якою продаватиметься ця валюта в момент погашення ф'ючерсу. Завдяки цим особливостям, ціна та інші умови ф'ючерсних контрактів є прозорими для всіх учасників ринку.

У торгівлі валютними ф'ючерсами, як правило, беруть участь великі банки, інші потужні фінансові структури.

Ціна валютного ф'ючерсу визначається за тією ж схемою, що й ціна форвардного контракту, тобто з урахуванням різниці в процентних ставках двох валют, які обмінюються. Ф'ючерсні операції широко застосовуються з метою страхування від валютних ризиків, тобто для хеджування, а також із метою одержання додаткового прибутку, тобто для спекуляції.

Опціонні операції – це різновид строкових операцій, за яких між учасниками укладається особлива угода, що надає одному з них право (але не обов'язок) купити чи продати іншому певну суму валюти у встановлений строк (чи впродовж певного строку) і за узгодженим сторонами курсом. Така угода називається **опціоном**.

У цій операції важливо розрізняти продавця опціону і покупця (власника), оскільки останньому належить право реалізації опціону. Якщо при настанні строку опціону власнику буде вигідно його реалізувати, то він вимагатиме від продавця опціону купити чи продати відповідну суму валюти, й останній зобов'язаний це зробити. Якщо власникові опціону не вигідно його реалізувати (наприклад, поточний курс спот на ринку вищий від передбаченого в опціоні **«пут»**), то він відмовиться від реалізації опціону, про що повинен повідомити продавця, й останній зобов'язаний погодитися з цим рішенням.

При купівлі опціону покупець (власник) сплачує продавцю премію (вартість опціону), яка визначається за домовленістю сторін у відсотках до суми угоди чи в абсолютній сумі. Ця премія є гарантованим доходом для продавця опціону, який він одержує незалежно від того, буде реалізований опціон чи ні. Для покупця премія є чистою витратою, яку він може відшкодувати, якщо реалізує згодом опціон із вигодою. Якщо ж він відмовляється від реалізації опціону, то сплачена премія стає для нього чистою втратою.

Опціонні операції широко застосовуються для хеджування ризиків та одержання спекулятивного доходу.

Валютний своп ─ це комбінація двох конверсійних операцій із валютами на умовах спот і форвард, які здійснюються одночасно і розраховані на одну й ту саму валюту. Наприклад, на умовах спот долари США негайно продаються, а на умовах форварду у того ж контрагента долари купуються з поставкою через певний строк і за домовленим курсом. Валютний своп забезпечує зворотний рух валютного потоку, що дає можливість ефективно використовувати його в спекулятивних цілях, для хеджування валютними ризиками та управління валютною позицією банку.

Угоди своп (розрахунки своп) поєднують у собі касову операцію (купівлю або продаж валюти) з одночасним оформленням форвардної угоди з продажу або купівлі тієї ж валюти через визначений час.

Угоди, за умовами яких відбувається продаж валюти на умовах «своп» з її одночасною купівлею на умовах «форвард», мають назву **«репорт»**.

Угоди, за умовами яких купується іноземна валюта на умовах «спот» з її одночасним продажем на умовах «форвард», мають назву **«депорт»**.

Важливою особливістю цих угод є те, що в них не використовується валютна готівка. Ці угоди являють собою лише обмін зобов’язаннями або вимогами. Сторона, яка здійснює угоду своп, узгоджує касовий продаж (купівлю) з форвардною купівлею (або продажем). Величина касового курсу згодом не буде мати впливу на фінансові результати учасника угоди тому, що «аутрайтний» курс форвардної угоди буде змінюватись і таким чином відкоригує курс спот, який було застосовано в угоді своп.

Валютний арбітраж – це комбінація з кількох операцій з купівлі та продажу двох чи кількох валют за різними курсами з метою одержання додаткового доходу. Це типова спекулятивна операція, що розрахована на дохід завдяки різниці в курсах на одному й тому самому ринку, але в різні строки (**часовий арбітраж**) або в один і той самий час, але на різних ринках (**просторовий арбітраж**). У світі розвитку сучасних систем телекомунікацій створюються передумови для вирівнювання курсів валют на різних міжнародних ринках, завдяки чому зменшуються можливості для просторового арбітражу. Проте перехід більшості країн до плаваючих валютних курсів, які часто змінюються в часі, створює сприятливі умови для розвитку часового арбітражу.

Як свідчить світовий та вітчизняний досвід, на стан та динаміку попиту і пропозиції на валютному ринку впливає велика кількість (десятки) чинників економічного, політичного, психологічного характеру. Усі їх можна поділити на такі групи:

─ стан платіжного балансу країни;
─ обсяги ВНП, який виробляється в країні;
─ внутрішня і зовнішня пропозиція грошей;
─ процентні ставки в країнах, валюти яких порівнюються;
─ співвідношення внутрішніх цін країни із зовнішніми.

Загальні закономірності зміни валютних курсів залежно від різних факторів можна формалізувати таким чином:

К = Мн/Мі · ВНПн/ВНПі · (Чн-Чі) · (Тн-Ті) · С. (16.10)

Курс іноземної валюти по відношенню до національної (**К**) зросте, якщо:
─ збільшиться грошова маса в даній країні (**Мн**);
─ зменшиться грошова маса в іноземній державі (**Мі**);
─ збільшиться ВНП даної країни (**ВНПн**);
─ зменшиться ВНП в іноземній державі (**ВНПі**);
─ знизяться процентні ставки в даній країні (**Чн**);
─ підвищяться процентні ставки в іноземній країні (**Чі**);
─ підвищяться очікувані темпи інфляції в даній країні (**Тн**);
─ знизяться очікувані темпи інфляції в іноземній країні (**Ті**);
─ знизиться сальдо торгового балансу даної країни (**С**).

Виходячи із викладеного, можна зробити висновок, що валютний курс виконує ряд важливих економічних функцій. Він є засобом:
─ інтернаціоналізації грошових відносин;
─ зіставлення національних цінових структур і результатів виробництва;
─ зіставлення національної та інтернаціональної вартостей;
─ перерозподілу національного продукту між країнами.

Коливання валютного курсу впливає на співвідношення експортних та імпортних цін, конкурентоспроможність фірм, прибуток підприємств [4, с. 292–295].

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 16

Валютні відносини – це сукупність економічних відносин, які виникають у процесі взаємного обміну результатами діяльності національних господарств різних країн і обслуговуються валютою.

Валюта або **девізи** – це грошові знаки іноземних держав, що використовуються в економічних відносинах на території інших країн, а, також цінні папери в грошовому виразі іншої країни та рахунки і картки, що оплачуються за кордоном.

Валюти країн із найвищими економічними потенціалами, які користуються довірою на світовому ринку та використовуються як міжнародний платіжний засіб і накопичуються в резервах міжнародної ліквідності країн, називаються **резервними валютами**.

На поточний момент **резервними валютами** є долар США, євро, японська ієна, англійський фунт стерлінгів.

Валютний курс – це ціна грошової одиниці однієї країни, виражена в грошових одиницях іншої країни.

Установлення курсу валюти назвається **котировкою** або **котируванням** і відбувається в результаті торгів валютою між комерційними банками за участі або без участі центрального банку чи встановлюється державними органами.

Основа квоти – це валюта, стосовно якої проводяться валютні розрахунки.

Міжбанківські угоди (англ. *forex*, скорочено FX) – угоди, великі за розміром, проводяться за курсом спот.

Курс спот (від англ. *spot* – негайно розрахований, наявний) – це курс валюти, встановлений на момент укладення касової угоди за умови обміну валютами банками-контрагентами на другий робочий день із дня укладання угоди. Курси спот – це поточна ціна купівлі або продажу за спот-угодою валюти.

Угоди-спот – угоди, що здійснюються за курсом поточного дня, а обмін валютами здійснюється на другий робочий день, не враховуючи дня укладення угоди.

Перехресний курс, або **крос-курс** (*cross-rates*), – це курс обміну двох валют без участі найбільш поширених валют – долара США, євро або японської ієни.

Різниця між курсом попиту на валюту і курсом пропозиції називається **спредом**.

Форвардні операції (угоди) – це різновид строкових операцій (угод), що полягає в купівлі-продажу валюти між двома суб'єктами з подальшим переданням її в обумовлений строк і за курсом, визначеним у момент укладення контракту. Найбільш загальними строками платежу за форвардними угодами є 1, 2, 3, 6 і 12 місяців, які називаються ***стандартними***. Строки платежу менше 1 місяця називаються **шорт** (короткостроковий форвард).

Курс форвард (від англ. *forward* — передній, передовий) характеризує очікувану вартість валюти через певний час і являє собою майбутню ціну (курс), за якою ця валюта буде продана або куплена за умови її надання на продаж (купівлю) у визначену дату в майбутньому.

Ф'ючерсні операції (угоди) — це теж різновид строкових операцій (угод), в яких два контрагенти зобов'язуються купити або продати певну суму валюти в узгоджений час у майбутньому за курсом, встановленим на момент укладення угоди (або на момент купівлі-продажу ф'ючерсного контракту). Відмінності їх від форвардних операцій зводяться до такого: вони здійснюються тільки на біржах, під їх контролем, а форма й умови контрактів чітко уніфіковані.

Опціонні операції — це різновид строкових операцій, за яких між учасниками укладається особлива угода, що надає одному з них право (але не обов'язок) купити чи продати іншому певну суму валюти у встановлений строк (чи впродовж певного строку) і за узгодженим сторонами курсом. Така угода називається **опціоном**.

Особливістю строкових валютних операцій є те, що за умови їх оформлення стандартними документами (контрактами) вони (тобто контракти) самі стають об'єктом купівлі-продажу на валютних ринках. Ці документи називаються **валютними деривативами**. До них належать форвардні та ф'ючерсні контракти, опціони.

Валютний своп — це комбінація двох операцій із валютами на умовах спот і форвард, які здійснюються одночасно і розраховані на одну й ту саму валюту.

Угоди, за умовами яких відбувається продаж валюти на умовах «своп» з її одночасною купівлею на умовах «форвард», мають назву **«репорт»**.

Угоди, за умовами яких купується іноземна валюта на умовах «спот» з її одночасним продажем на умовах «форвард», мають назву **«депорт»**.

Валютний арбітраж — це комбінація з кількох операцій з купівлі та продажу двох чи кількох валют за різними курсами з метою одержання додаткового доходу.

Курс іноземної **валюти** стосовно даної валюти **зростає, якщо**:

— збільшиться грошова маса в даній країні;
— зменшиться грошова маса в іноземній державі;
— збільшиться ВНП даної країни;
— зменшиться ВНП в іноземній державі;
— знизяться процентні ставки в даній країні;
— підвищяться процентні ставки в іноземній країні ;
— підвищяться очікувані темпи інфляції в даній країні;
— знизяться очікувані темпи інфляції в іноземній країні;
— знизиться сальдо торгового балансу даної країни.

Запитання для самостійної роботи

1. Що означають терміни «валюта» та «девізи»? У чому їх відмінність?

2. Що означають терміни «конвертована», «частково конвертована», «неконвертована валюта»? Наведіть приклади.
3. Чи пов'язаний сеньйораж з резервною валютою.
4. Дайте визначення валютного курсу.
5. Що таке пряме й непряме котирування валютного курсу? Наведіть приклади.
6. Що таке основа квоти і валюта квоти?
7. Що розуміють під терміном «телеграф»?
8. Як визначаються попит та пропозиція стосовно валюти?
9. Термін «спред». Що він означає?
10. Що означає перехресний курс валют? Чим він відрізняється від кросс-курсу?
11. Що розуміють під курсами «спот» і «форвард»?
12. Назвіть види валютних деривативів.
13. Що таке форвардна маржа і дисконт при визначенні курсів спот і форвард?
14. Пояснити визначення терміна «аутрайт» та його зв'язок зі свопними очками.
15. Пояснити принцип надбавок і знижок для визначення форвардних пунктів.
16. Ф'ючерсні операції з валютою та їх відмінність від опціонних операцій із валютою.
17. Валютний своп, валютний форвард та валютний арбітраж. Що означають ці терміни?
18. Які чинники впливають на курс іноземної валюти стосовно даної валюти?
19. Угоди «репорт» та «депорт». Що в них спільного та відмінного?
20. Які чинники впливають на стан та динаміку попиту і пропозиції на валютному ринку?

Розділ 17 ЛІЗИНГ

17.1 Загальні характеристики лізингу

Під лізингом розуміють майнові відносини, за яких одна організація (лізингоодержувач) звертається до іншої компанії (лізингової) з проханням придбати необхідне обладнання і передати його їй у користування.

Лізинг (англ. *leasing*) ─ це, в першу чергу, вид інвестиційної діяльності, спрямованої на інвестування тимчасово вільних або залучених позичкових коштів. Лізинг ─ це економічно-фінансова операція, при якій, за договором оренди (лізингу), орендодавець (лізингодавець) зобов'язується придбати у власність обумовлене договором майно у певного продавця і надати це майно орендарю (лізингоодержувач) за плату у тимчасове користування.

Об'єктом лізингу може бути будь-яке рухоме і нерухоме майно, що належить за діючою класифікацією до основних засобів, крім земельних ділянок та інших природних об'єктів, а також об'єктів, заборонених до вільного обігу на ринку.

Майно, передане в лізинг, упродовж усього строку дії договору лізингу є власністю лізингодавця, за винятком майна, придбаного за рахунок бюджетних коштів.

Умови поставлення лізингового майна на баланс лізингодавця або лізингоодержувача визначаються за законами держави лізингоодержувача або лізингодавця, а за їх відсутності ─ за погодженням між сторонами договору лізингу.

У договорі лізингу може бути передбачено право викупу лізингового майна лізингоодержувачем після закінчення або до закінчення строку договору.

Лізингодавець має право використовувати лізингове майно як заставу, якщо інше не передбачено договором лізингу або законами держави.

Лізингодавець, придбаючи майно для лізингоодержувача, повинен повідомити продавця про те, що це майно призначене для передачі його в оренду (лізинг) певній особі. З моменту поставки лізингового майна лізингоодержувачу до нього переходить право пред'явлення претензій продавцеві щодо якості, комплектності, строків поставки майна та інших випадків неналежного виконання договору купівлі-продажу, укладеного між продавцем і лізингоодержувачем.

Якщо інше не передбачено договором лізингу, лізингодавець не відповідає перед лізингоодержувачем за виконання продавцем вимог, що випливають із договору купівлі-продажу, крім випадків, коли відповідальність за вибір продавця лежить на лізингодавці. В останньому випадку лізингоодержувач має право за своїм вибором висунути вимоги, що випливають із договору купівлі-продажу, як безпосередньо продавцеві майна, так і лізингодавцю.

17.2 Види лізингу

Ринок лізингових послуг характеризується різноманітністю форм лізингу, моделей лізингових контрактів і юридичних норм, що регулюють лізингові операції.

При виділенні видів лізингу виходять насамперед з ознак їх класифікації, які характеризують відношення до орендованого майна, тип фінансування лізингової операції, тип лізингового майна, склад учасників лізингової угоди, тип переданого в лізинг майна, ступінь окупності лізингового майна, сектор ринку, де проводяться лізингові операції, наявність податкових, митних та амортизаційних пільг, порядок лізингових платежів.

Щодо орендованого майна (або за обсягом обслуговування) лізинг поділяють на:

— **чистий лізинг** (*net leasing*), коли всі витрати з обслуговування майна бере на себе лізингоодержувач. При цьому лізингоодержувач переказує лізингодавцю чисті, або, іншими словами, **нетто-платежі**. Більшість лізингових послуг в Україні на лізинговому ринку устаткування є чистими;

— **повний**, або, як його ще називають, «**мокрий**», лізинг (*wet leasing*), коли лізингодавець бере на себе всі витрати щодо обслуговування майна. Його використовують, як правило, самі виробники устаткування. За вартістю повний лізинг — один з найдорожчих, тому що у лізингодавця збільшуються витрати на технічне обслуговування, супроводження кваліфікованим персоналом, ремонт, постачання необхідної сировини та комплектуючих виробів тощо;

— **частковий** (із частковим набором послуг), коли на лізингодавця покладаються лише окремі функції з обслуговування майна.

За типом фінансування лізинг поділяють на:

— **строковий (терміновий)**, коли має місце одноразова оренда майна;

— **поновлюваний (револьверний)**, при якому після закінчення першого строку угода продовжується на наступний період. При цьому об’єкти лізингу через певний час залежно від зносу та за бажанням лізингоодержувача замінюються на більш досконалі зразки. Лізингоодержувач бере на себе всі витрати на заміну устаткування. Кількість об’єктів лізингу і строки їх використання при поновлюваному лізингу можуть заздалегідь сторонами не визначатися;

— різновидом поновлюваного лізингу є **генеральний лізинг**, який дозволяє лізингоодержувачу доповнити список орендованого устаткування без укладання нових контрактів. Це дуже важливо для підприємств з безперервним виробничим циклом та при жорсткій контрактній кооперації з партнерами. Генеральний лізинг використовується, якщо потрібна термінова поставка чи заміна вже отриманого за лізингом устаткування, а часу, необхідного на опрацювання та укладання нового контракту, немає. За умовою угоди в режимі генерального лізингу лізингоодержувачу у випадку виникнення термінової непередбаченої необхідності в отриманні додаткового устаткування достатньо направити лізингодавцю запит на поставку потрібного устаткування з посиланням на погоджений перелік чи каталог. У кінці періоду, на який укладена угода, відбувається перерахунок лізингових платежів з урахуванням часу додаткових поставок лізингодавця і укладається нова угода.

Залежно від складу учасників (суб’єктів) угоди розрізняють такі види лізингу:

― **прямий лізинг**, при якому власник майна (постачальник) самостійно здає об’єкт у лізинг (двостороння угода). По суті, цю угоду не можна назвати класичною лізинговою угодою, оскільки в ній не бере участі лізингова компанія;

― **непрямий лізинг**, коли передача майна в лізинг відбувається через посередника. Такого роду угода подібна до класичної лізингової операції, оскільки в ній беруть участь постачальник, лізингодавець та лізингоодержувач, причому кожен із них виступає самостійно;

― **роздільний лізинг** (лізинг за участі багатьох сторін) (*leveraged leasing*). Цей вид лізингу поширений як форма фінансування складних, великомасштабних об’єктів, таких, як авіатехніка, морські та річкові судна, залізничні поїзди, бурові платформи тощо. Роздільний лізинг **називають ще груповим, або акціонерним, лізингом** за участі декількох компаній-постачальників, лізингодавців та залученням кредитних коштів у декількох банків, а також страхуванням лізингового майна і поверненням лізингових платежів за допомогою страхових пулів. Цей вид лізингу вважається найскладнішим, оскільки йому властиве багатоканальне фінансування. Специфічною особливістю даного виду лізингу є те, що лізингодавці забезпечують лише частину суми, яка необхідна для купівлі об’єкта лізингу. Ці кошти залучаються та акумулюються шляхом випуску акцій та розповсюдженням їх серед лізингодавців, які беруть участь у фінансуванні угоди. Частина контрактної вартості об’єкта лізингу фінансується кредиторами (банками, іншими інвесторами). Характерно, що при цьому кредитори не мають, як правило, права вимагати погасити заборгованість за кредитами безпосередньо у лізингодавців. У цих угодах через велику кількість учасників присутні: повірений кредиторів ─ для координації дій позикодавців, і повірений лізингодавців ─ для управління спільними діями контрагентів. Повірений лізингодавців діє як номінальний лізингодавець і отримує статус власника устаткування. Він розподіляє прибуток між акціонерами;

─ однією з форм прямого лізингу є **зворотний лізинг** (*sale and leaseback arrangement*). Зворотний лізинг є системою взаємозв’язаних угод, за яких фірма ─ власник землі, будівель, споруд чи устаткування ─ продає цю власність фінансовому інституту (банку, страховій компанії, інвестиційному фонду, фірмі, спеціально орієнтованій на лізингові операції) з одночасним оформленням угоди про довгострокову оренду своєї колишньої власності на умовах лізингу. Зворотний лізинг є в даному випадку альтернативою заставній операції, причому продавець власності, який у результаті угоди стає її орендарем, негайно отримує у своє розпорядження від покупця взаємно узгоджену суму угоди купівлі-продажу, а покупець продовжує брати участь у цій операції, але вже як орендодавець. Зворотний лізинг необхідний передусім для тих суб’єктів господарювання, яким терміново потрібні значні обсяги оборотних коштів. Важливою перевагою зворотного лізингу є використання обладнання, що вже перебуває в експлуатації, як джерела фінансування нових об’єктів, що дає можливість використовувати податкові пільги, які надаються учасникам лізингових операцій. Зворотний лізинг дає можливість рефінансувати капітальні вкладення з меншими витратами, ніж при залученні банківських позик, особливо якщо платоспроможність підприємства ставиться кредитними організаціями під сумнів через несприятливе співвідношення між його статутним капіталом і запозиченими коштами. При зворотному лізингу орендна плата встановлюється за такою схемою: сума платежів повинна бути достатньою для повного відшкодування інвестору всієї суми, яка була виплачена ним при купівлі, і, на додачу, забезпечувати середню норму прибутку на інвестований капітал.

За типом майна розрізняють:

— **лізинг рухомого майна** (устаткування, техніка, автомобілі, судна, літаки тощо), у тому числі нового і використовуваного.

— **лізинг нерухомості** (будівлі, споруди).

За ступенем окупності майна лізинг розподіляють на:

— **лізинг із повною окупністю** (чи близькою до повної), коли впродовж строку дії лізингового договору відбуваються повна чи близька до повної амортизація майна і відповідно виплата лізингодавцю вартості майна.

— **лізинг із неповною окупністю**, при якому впродовж дії одного лізингового договору відбувається часткова амортизація майна і окупається лише його частина.

Відповідно до ознак окупності (умов амортизації майна) розрізняють фінансовий та оперативний лізинги:

— **фінансовий лізинг** (капітальний, прямий) (*financial, capital leases*) являє собою взаємовідносини партнерів, що передбачають упродовж періоду дії угоди виплату лізингових платежів, які покривають повну вартість амортизації обладнання або більшу його частину, додаткові витрати і прибуток лізингодавця. Цей вид лізингу має такі основні риси: участь, крім лізингодавця і лізингоодержувача, третьої сторони (виробника чи постачальника об’єкта угоди); неможливість розриву договору протягом основного строку оренди, тобто строку, необхідного для відшкодування витрат орендодавця; тривалий період лізингової угоди (як правило, близький до строку служби об'єкта угоди). Після завершення строку лізингової угоди (договору) лізингоодержувач може придбати об'єкт угоди за залишковою (а не за ринковою) вартістю; укласти новий договір на менший строк і за пільговою ставкою; повернути об'єкт угоди лізинговій компанії. Про свій вибір лізингоодержувач повинен проінформувати лізингодавця. Якщо в договорі передбачається погодження (опціон) на купівлю предмета угоди, сторони заздалегідь визначають залишкову вартість об'єкта, який здається в лізинг;

— **оперативний (сервісний) лізинг** (*service, operating leases*) являє собою орендні відносини, за яких витрати лізингодавця, пов'язані з придбанням та утриманням об'єктів, які здаються в оренду, не покриваються орендними платежами впродовж одного лізингового контракту. Укладається він, як правило, на 2–5 років. При оператив-ному лізингу ризик псування або втрати об'єкта лежить в основному на лізингодавці. Ставка лізингових платежів, як правило, вища, ніж при фінансовому лізингу, через відсутність гарантії окупності витрат. По закінченні оператив-ного лізингового договору лізингоодержувач має право: продовжити строк договору на більш вигідних умовах, повернути устаткування лізингодавцю, купити устаткування у лізингодавця за наявності угоди (опціону) на купівлю за ринковою вартістю.

З**алежно від сектора ринку**, де проводяться лізингові операції, розрізняють:

— **внутрішній лізинг**, коли всі учасники угоди представляють одну країну;

— **зовнішній (міжнародний) лізинг —** до нього відносять угоди, в яких хоча б один учасник з іншої країни. До цього ж виду лізингу відносять і угоди, які уклада-ються між лізингодавцем і лізингоодержувачем однієї країни, якщо хоча б одна із сторін здійснює свою діяльність та має капітал спільно з іноземною фірмою. Зовнішній лізинг, у свою чергу, поділяють на **імпортний**, коли іноземною стороною є лізингодавець, та **експортний**, коли іноземною стороною є лізингоодержувач.

Стосовно податкових або амортизаційних пільг розрізняють лізинг:

— **з використанням пільг з оподаткування** майна, прибутку, ПДВ, різних зборів, прискореної амортизації тощо, звісно, за наявності таких пільг;

— **без використання пільг**.

За характером лізингових платежів здійснюється розподіл лізингу залежно від:

— **виду лізингу (фінансовий**, **оперативний**);

— **форми розрахунків** між лізингодавцем та лізингоодержувачем: **грошові**, коли всі платежі здійснюються у грошовій формі; **компенсаційні**, коли платежі здійснюються у формі поставки товарів, вироблених на зданому у лізинг устаткуванні (по суті, це бартер), чи шляхом зарахування послуг, які надають один одному лізингоодержувач і лізингодавець; змішані, коли застосовуються обидві зазначені форми платежів;

— **складу включених елементів до платежу** (амортизація, додаткові послуги, лізингова маржа, страхування тощо);

— **методу нарахування**: з фіксованою загальною сумою; з авансом (депозитом); з урахуванням викупу майна за залишковою вартістю; з урахуванням періодичності внесення (щорічні, піврічні, щоквартальні, щомісячні); з урахуванням моменту внесення (на початку, в середині або в кінці періоду платежу); з урахуванням способу виплати: рівномірними частками; частинами, які зменшуються або збільшуються (залежно від фінансового стану лізингоодержувача і умов договору).

17.3 Переваги та недоліки лізингу

Лізингова операція як економічна форма діяльності містить у собі фінансові елементи, а саме: елементи кредиту, оренди та інвестування. Лізинг має ряд переваг порівняно з іншими формами фінансування. Ось перелік переваг, описаних у навчальній та науковій літературі, які можуть отримати суб'єкти лізингових відносин.

Переваги лізингу для орендарів (лізингоодержувачів).

1 Лізинг передбачає повернення всієї суми боргу, але не вимагає швидкого повернення всієї суми боргу.

2 Оренда забезпечує фінансування орендаря у точній відповідності з потребами у фінансованих активах. Це особливо вигідно дрібним позичальникам, для яких є неможливим таке зручне й гнучке фінансування за допомогою позики або поновлюваного кредиту, яке є можливим для більш фінансово стійких компаній. Отже, лізингова угода може бути розроблена з урахуванням специфічних особливостей орендарів.

3 Багато орендарів мають довгострокові фінансові плани, впродовж реалізації яких їх фінансові можливості значною мірою обмежені. Лізинг дозволяє подолати такі обмеження і тим самим сприяє більшій мобільності при інвестиційному та фінансовому плануванні.

4 Придбання активів за допомогою лізингу відповідає «золотому правилу фінансування», згідно з яким фінансування має здійснюватися впродовж усього строку використання активу. Якщо при купівлі активу використовується позичковий капітал, то, звичайно, потрібно більш швидке погашення позики, ніж строк експлуатації активу.

5 При лізингу питання придбання і фінансування активів вирішуються одночасно.

6 Лізинг підвищує ступінь гнучкості орендаря у прийнятті рішень. У той час як при купівлі існує тільки альтернатива «не купувати», при лізингу орендар має більш

широкий вибір варіантів. Із лізингових контрактів із різними умовами орендар може вибрати той, який найбільш точно відповідає його потребам і можливостям.

7 Оскільки лізингові платежі здійснюються за фіксованим графіком, орендар має більші можливості координувати витрати на фінансування капітальних вкладень і надходження від реалізації продукції, забезпечуючи тим самим більшу стабільність фінансових планів, ніж це має місце при купівлі устаткування.

8 З огляду на те, що частиною забезпечення повернення інвестованих коштів вважається предмет лізингу, що є власністю лізингодавця, простіше отримати контракт за лізингом, ніж альтернативну йому позику на придбання тих самих активів.

9 Застосовуючи лізинг, орендар може використовувати більше виробничих потужностей та мати більше фінансових можливостей, ніж при купівлі того самого активу. Тимчасово вивільнені фінансові ресурси орендар може використовувати на інші цілі.

10 Оскільки лізинг тривалий час є засобом нарощення продукції виробництва, то державна політика, як правило, повинна бути спрямована на заохочення і розширення лізингових операцій.

11 У разі низької прибутковості орендаря останній може скористатися зворотним лізингом, що дає можливість зменшення оподаткування прибутку.

12 Лізинг дозволяє орендареві, який не має значних фінансових ресурсів, почати великий проект, при цьому бажано, щоб був пільговий період за платежами.

Крім переліченого, **орендар має ряд переваг в обліку** орендованого майна.

1 Лізингові платежі, що сплачуються орендарем, ураховуються у нього в собівартості, тобто кошти на їх сплату зменшують податок на прибуток.

2 Лізинг не збільшує борг у балансі орендаря і не

зачіпає співвідношень власних і позичкових коштів, тобто можливості лізингоодержувача з отримання додаткових позик не знижуються.

3 Облік та амортизація лізингового майна проводяться на балансі лізингодавця. Строк лізингу, як правило, відповідає періоду амортизації предмета лізингу, але строк лізингового контракту, як правило, буває меншим. Чим більший строк лізингу і відповідно нижча залишкова вартість майна, тим ліберальніші умови експлуатації майна та подальшого його використання.

Переваги лізингу для лізингових компаній

1 Право власності на передане в лізинг майно дає істотні податкові пільги. Компанії з високим рівнем оподатковуваного прибутку не забирають частини податкових пільг у орендарів з пільговим режимом оподаткування прибутку через більш низьку ставку орендної плати, ніж ставка за кредитом на придбання того ж майна.

2 Оскільки передане в лізинг майно залишається у власності лізингодавця, останній може використовувати це майно в невиробничих цілях (наприклад, як додаткове забезпечення повернення кредитних коштів).

3 Висока ліквідаційна вартість після прискореної амортизації предмета лізингу. Повернення її частини після реалізації предмета лізингу може принести чималий прибуток.

4 Допомога у продажу продавцеві предмета лізингу з боку лиізингодавця. Відповідно до таких угод продавець від імені лізингодавця пропонує клієнтам фінансування поставок своєї продукції за допомогою лізингу.

5 Інвестиції у формі майна, на відміну від грошового кредиту, знижують ризик неповернення коштів, оскільки лізингодавець зберігає право власності на передане в лізинг майно.

6 Основна роль при підготовці та проведенні лізингової

операції залишається за лізингодавцем. Вартість цих послуг займає чималу частку комісійної винагороди лізингодавця.

7 Лізингодавець має можливість знаходити додаткові фінансові ресурси для продовження й розширення діяльності, закладаючи здане в лізинг майно або поступаючись правом вимоги лізингових платежів.

8 Лізинг спрямовує фінансові ресурси безпосередньо на придбання матеріальних активів, знімаючи тим самим проблему нецільового використання кредитних коштів.

9 Інвестиції у виробниче обладнання за допомогою лізингу гарантують надходження доходу, який покриває зобов’язання за лізингом.

Переваги лізингу для продавця лізингового майна

1 Продавець предмета лізингу отримує додаткові можливості збуту своєї продукції.

2 Операція для продавця виглядає менш ризикованою, оскільки лізингодавець бере на себе ризик повернення вартості майна через лізингові платежі.

Переваги лізингу для країни-орендаря

1 Лізинг збільшує конкуренцію між джерелами фінансування.

2 Лізинг підвищує загальний рівень капіталовкладень.

3 Передача в лізинг устаткування, виробленого за кордоном, дозволяє залучити більш дешеві грошові кошти від іноземних фінансових установ або грошові кошти від фондів держав, зацікавлених в експорті продукції своєї промисловості до України.

4 Сума лізингових угод не враховується у підрахунку національної заборгованості, тобто з’являється можливість перевищити ліміти кредиторської заборгованості, встановлені Міжнародним валютним фондом за окремими країнами.

Разом із вищепереліченими перевагами лізинг має недоліки, які проявляються у фінансово-кредитній сфері і невирішених проблемах бухгалтерського обліку. Від довгострокового кредиту лізинг відрізняється підвищеною складністю організації, яка полягає в більшій кількості учасників.

Для орендаря лізинг може мати **ряд недоліків**, таких, як:

─ при фінансовому лізингу орендні платежі не припиняються до кінця контракту, навіть якщо науково-технічний прогрес робить лізингове майно застарілим;

─ орендар не виграє на підвищенні залишкової вартості устаткування;

─ поворотний міжнародний лізинг може обернутися збитками для країни-лізингодавця;

─ при міжнародних лізингових угодах відсутні повні гарантії від валютних ризиків (проблема переноситься з одного учасника на іншого).

Простого перерахування переваг і недоліків лізингу достатньо для визнання того, що він (лізинг) може бути ефективною формою інвестицій.

Що можна зробити за допомогою лізингу

1 Придбати основний засіб або провести модернізацію парку основних засобів найбільш ефективним способом.

2 Лізинг допомагає організаціям здійснювати реорганізацію виробництва, не відволікаючи при цьому великі грошові ресурси зі своїх оборотних коштів.

3 Поповнити оборотні кошти без трансформації балансу в бік погіршення (точніше, співвідношення власних і позикових коштів), при цьому у ваших пасивах не з’явиться кредиторська заборгованість (ні перед банком, ні перед лізинговою компанією). Якщо обладнання перебуває на балансі лізингової компанії, то у лізингоодержувача з’являється заборгованість перед нею не на всю суму договору лізингу, а тільки на конкретний лізинговий платіж (якщо він не сплачений).

4 Заощадити власний оборотний капітал. Залучення

позикових ресурсів може бути вигідне для підприємства, якщо річна норма прибутку власного оборотного капіталу вища від вартості залученого. А за допомогою лізингової схеми можна зменшити вартість і самого позикового ресурсу.

17.4 Методи розрахунку лізингових платежів

Загальною основою для проведення розрахунків лізингових платежів є вимога рівності теперішньої вартості потоку лізингових платежів із боку лізингоодержувача витратам на придбання та доставку обладнання лізингодавцем, тобто передбачається фінансовий паритет зобов'язань з обох сторін лізингового контракту.

У загальному вигляді вимогу фінансової еквівалентності зобов'язань партнерів лізингової операції можна записати у вигляді такого рівняння:

$$L = \sum_t \frac{R_t}{(1 + i_t)^{n_t}}, \qquad (17.1)$$

де L ─ вартість майна для лізингодавця (з урахуванням митних зборів, страхових витрат, сплачених податків тощо);

R_t ─ платежі за лізингом, кожний з яких сплачено в момент часу t (платежі R_t не обов'язково рівні між собою);

n_t ─ строк лізингу в місяцях, кварталах, роках (або загальна кількість платежів), як правило, в лізинговому контракті кількість платежів дорівнює кількості нарахувань процентів;

i_t ─ процентна ставка в періоді t (норма прибутковості), якщо зазначена річна (t ─ рік) номінальна ставка i, то у формулах замість i використовується величина i / m, де m ─ кількість нарахувань процентів за 1 рік.

Формула (17.1) є по суті загальною формулою теперішньої вартості грошового потоку (11.2). Її доцільно використовувати за умов, коли платежі R_t обираються окремо та вільно в кожному періоді виплати. Формула

(17.1) передбачає механізм складного нарахування процентів.

У переважній кількості випадків потік лізингових платежів являє собою рівні платежі через рівні проміжки часу (позначимо R_L). Відповідно методи розрахунків періодичних лізингових платежів базуються в основному на теорії ануїтетів.

Як правило, використовується формула ануїтету постнумерандо (формула 11.5), в якій період внесення платежів збігається з періодом нарахування процентів, адже, як було вже сказано, як правило, в лізинговому контракті кількість платежів дорівнює кількості нарахувань процентів. Формула (11.5, адаптована до розрахунку рівних лізингових платежів, має вигляд

$$R_L = L \cdot \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}. \qquad (17.2)$$

Ускладнимо схему лізингових платежів. Нехай тепер перший платіж R_1 буде або більшим, або меншим за інші рівні між собою ─ $R_{L(n-1)}$, причому відповідно скорочується кількість інших платежів. Тоді умову фінансової еквівалентності зобов'язань задовольняє таке рівняння:

$$L = \frac{R_1}{(1+i)} + R_{L(n-1)} \cdot \frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}. \qquad (17.3)$$

Якщо лізинговий контракт передбачає викуп майна за залишковою вартістю, частка якої у вартості майна дорівнює s, то рівняння еквівалентності при платежах постнумерандо має вигляд

$$L = R_L \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} + \frac{L \cdot s}{(1+i)^n}, \qquad (17.4)$$

звідки

$$R_L = L \cdot \frac{[1-s \cdot (1+i)^{-n}] \cdot i}{1-(1+i)^{-n}}. \qquad (17.5)$$

Загалом варіантів лізингових розрахунків стільки ж, скільки існує варіантів погашення кредитів, бо лізингова операція є по суті кредитною операцією в частині обслуговування кредиту. Розглянуті в розділі 12 способи погашення кредиту можуть повною мірою бути застосованими до лізингових операцій.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 17

Лізинг (англ. *leasing*) ─ це, в першу чергу, вид інвестиційної діяльності, спрямованої на інвестування тимчасово вільних або залучених позичкових коштів. **Лізинг** ─ це економічно-фінансова операція, при якій, за договором оренди (лізингу), орендодавець (лізингодавець) зобов’язується придбати у власність обумовлене договором майно у певного продавця і надати це майно орендарю (лізингоодержувачу) за плату у тимчасове користування.

Загальною основою для проведення розрахунків лізингових платежів є вимога рівності теперішньої вартості потоку лізингових платежів з боку лізингоодержувача витратам на придбання та доставку обладнання лізингодавцем, тобто передбачається фінансовий паритет зобов’язань з обох сторін лізингового контракту.

Лізинг допомагає організаціям здійснювати реорганізацію виробництва, не відволікаючи при цьому великі грошові ресурси зі своїх оборотних коштів.

У загальному вигляді **вимогу фінансової еквівалентності** зобов’язань партнерів лізингової операції можна записати у вигляді такого рівняння:

$$L = \sum_t \frac{R_t}{(1+i_t)^{n_t}}, \qquad (17.1)$$

де L — вартість майна для лізингодавця (з урахуванням митних зборів, страхових витрат, сплачених податків тощо); R_t — платежі за лізингом, кожний з яких сплачено в момент часу t (платежі R_t не обов'язково рівні між собою); n_t — строк лізингу в місяцях, кварталах, роках (або загальна кількість платежів), як правило, в лізинговому контракті кількість платежів дорівнює кількості нарахувань процентів; i_t — процентна ставка в періоді t (норма прибутковості), якщо зазначена річна (t — рік) номінальна ставка i, то у формулах замість i використовується величина i / m, де m — кількість нарахувань процентів за 1 рік.

Як правило, в лізингових розрахунках використовується **формула ануїтету постнумерандо** (формула 11.5), в якій період внесення платежів збігається з періодом нарахування процентів, адже, як було вже сказано, як правило, в лізинговому контракті кількість платежів дорівнює кількості нарахувань процентів. Формула 11.5, адаптована до розрахунку рівних лізингових платежів, має вигляд

$$R_L = L \cdot \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}. \qquad (17.2)$$

Варіантів лізингових розрахунків стільки ж, скільки існує варіантів погашення кредитів, бо лізингова операція є по суті кредитною операцією в частині обслуговування кредиту. Розглянуті в дванадцятому розділі способи погашення кредиту можуть повною мірою бути застосованими до лізингових операцій.

Запитання для самостійної роботи

1. Чим відрізняються операції лізингу від класичних орендних операцій?
2. Охарактеризувати чистий лізинг та порівняти його з повним лізингом.
3. Охарактеризувати строковий лізинг та порівняти його з поновлюваним (револьверним) лізингом.
4. Розкрити сутність генерального лізингу.
5. Дати характеристики прямого та зворотного лізингів, показати їх відмінність.
6. Чому лізинг передбачає повернення всієї суми боргу але не вимагає швидкого повернення всієї суми боргу?
7. Які є переваги лізингу для дрібних позичальників?
8. Переваги лізингу для середнього бізнесу.
9. Переваги лізингу для великого бізнесу
10. Перелічити переваги, які має орендар при обліку орендованого майна.
11. Переваги лізингу для лізингових компаній.
12. Переваги лізингу для продавця лізингового майна.
13. Переваги лізингу для країни-орендаря.
14. Які недоліки може мати лізинг для орендаря?
15. Що можна зробити за допомогою лізингу?
16. Яка вимога є загальною основою для проведення розрахунків лізингових платежів?
17. Яку формулу, як правило, використовують для розрахунку платежів за операціями лізингу?

Розділ 18 ІНСТРУМЕНТИ ФІНАНСОВОГО РИНКУ

18.1 Визначення та класифікація фінансових інструментів

Практичне застосування методів фінансових обчислень, крім згаданих вище кредитно-депозитних та валютних операцій, пов'язане з різними фінансовими інструментами.

Фінансовий інструмент у загальному визначенні ─ це відповідним чином оформлений документ, який засвідчує фінансові відносини і може брати участь у фінансових операціях.

Згідно зі статтею 1 Закону України «Про цінні папери та фондовий ринок» **фінансові інструменти** ─ цінні папери, строкові контракти (ф'ючерси), інструменти грошового обігу, процентні строкові контракти (форварди), строкові контракти на обмін (на певну дату в майбутньому) в разі залежності ціни від процентної ставки, валютного курсу чи фондового індексу (процентні, курсові чи індексні свопи), опціони, що дають право на купівлю або продаж будь-якого із зазначених фінансових інструментів, у тому числі тих, що передбачають грошову форму оплати (курсові та процентні опціони).

В Україні у цивільному обороті можуть бути такі **групи цінних паперів**:

1) пайові цінні папери ─ цінні папери, які посвідчують участь їх власника у статутному капіталі (крім інвестиційних сертифікатів та сертифікатів ФОН), надають власнику право на участь в управлінні емітентом (крім сертифікатів ФОН) і отримання частини прибутку, зокрема у вигляді дивідендів, та частини майна у разі ліквідації емітента (крім сертифікатів ФОН). До пайових цінних паперів відносять:

а) акції;

б) інвестиційні сертифікати;

в) сертифікати фондів операцій із нерухомістю (скорочено ФОН);

2) боргові цінні папери ─ цінні папери, що посвідчують відносини позики і передбачають зобов'язання емітента сплатити у визначений строк кошти відповідно до зобов'язання. До боргових цінних паперів відносять:

а) облігації підприємств;

б) державні облігації України;

в) облігації місцевих позик;

г) казначейські зобов'язання України;

ґ) ощадні (депозитні) сертифікати;

д) векселі;

3) іпотечні цінні папери ─ цінні папери, випуск яких забезпечено іпотечним покриттям (іпотечним пулом) та які посвідчують право власників на отримання від емітента належних їм коштів. До іпотечних цінних паперів відносять:

а) іпотечні облігації;

б) іпотечні сертифікати;

в) заставні;

4) приватизаційні цінні папери ─ цінні папери, які посвідчують право власника на безоплатне одержання у процесі приватизації частки майна державних підприємств, державного житлового фонду, земельного фонду:

а) приватизаційні сертифікати;

б) житлові сертифікати;

5) похідні цінні папери ─ цінні папери, механізм випуску та обігу яких пов'язаний з правом на придбання чи продаж упродовж строку, встановленого договором, цінних паперів, інших фінансових та/або товарних ресурсів;

6) товаророзпорядчі цінні папери ─ цінні папери, які надають їх держателю право розпоряджатися майном, зазначеним у цих документах, наприклад, **варанти**.

Звертаємо увагу, що вищеподане ділення на групи цінних паперів властиве умовам України. Для загального ознайомлення з фінансовими інструментами беремо їх академічний розподіл на основні і похідні.

До основних фінансових інструментів відносять:

─ банківські рахунки (поточні, валютні, депозитні, кореспондентські, позичкові, контокорентні тощо);

─ акції;

─ облігації.

Усі інші інструменти відносять до похідних:

─ депозитні сертифікати;

─ векселі;

─ своп;

─ опціон;

─ ф’ючерсні контракти;

─ форвардні контракти;

─ можливі інші похідні, у тому числі й похідні другого порядку (похідні від похідних).

Найважливішими характеристиками фінансових інструментів є їх ціна (для облігацій і акцій ─ курс), їх прибутковість (поточна і повна), ліквідність.

Операції з фінансовими інструментами відбуваються на фінансовому ринку. Це ринок, на якому продають і купують цінні папери, їх похідні, коштовні метали і коштовності, роблять різні операції з валютою інших країн і своєї країни. Ціна фінансових інструментів формується попитом та пропозицією. При визначенні ціни фінансових інструментів продавці та покупці намагаються врахувати усі види доходів, які може дати той чи інший фінансовий інструмент і, використовуючи теорію вартості грошей у часі, розраховують вартість на визначений у часі певний момент.

Щодо основних фінансових інструментів, а саме: акцій та облігацій, то загалом вони називаються цінними паперами. Перш ніж перейти до більш детального розгляду видів та характеристик цінних паперів, необхідно визначитися з деякими термінами.

Емітент — той, хто випускає (імітує, «народжує») цінний папір, походить від лат. *emissio* — випуск.

Інвестор — покупець, той, хто купує цінний папір.

Цінні папери — документи встановленої форми з відповідними реквізитами, що посвідчують грошові або інші майнові права, визначають взаємовідносини особи, яка їх розмістила (видала), і власника та передбачають виконання зобов’язань згідно з умовами їх розміщення, а також можливість передачі прав, що випливають із цих документів, іншим особам.

Цінні папери є капіталом, тому що їх власники одержують доходи. Проте капітал цей фіктивний, оскільки цінні папери не мають вартості, хоча продаються та купуються на ринку; їх ціни мають ірраціональний характер. В обіг випускається (імітується) велика кількість різноманітних видів цінних паперів. Їх можна поділити на три види: акції, облігації та похідні від них (вторинні) цінні папери. Широкий діапазон цінних паперів, що імітуються, пояснюється тим, що причини, які спонукають випускати цінні папери і купувати їх, також дуже різноманітні.

18.2 Акції та їх види

Відповідно до ст. 6 Закону України «Про цінні папери і фондовий ринок» **акція —** іменний цінний папір, який посвідчує майнові права його власника (акціонера), що стосуються акціонерного товариства, включаючи право на отримання частини прибутку акціонерного товариства у вигляді дивідендів та право на отримання частини майна акціонерного товариства у разі його ліквідації, право на управління акціонерним товариством, а також немайнові права, передбачені Цивільним кодексом України та законом, що регулює питання створення, діяльності та припинення акціонерних товариств, і законодавством про інститути спільного інвестування.

В Україні існує документ під назвою «**сертифікат акції (акцій)**». У разі існування акцій у документарній формі власникові акцій видається сертифікат акції (акцій). У сертифікаті акції (акцій) зазначаються вид цінного паперу, найменування акціонерного товариства, серія і номер сертифіката, міжнародний ідентифікаційний номер цінного папера, тип і клас акцій, номінальна вартість акції, кількість акцій, що належить власникові за таким сертифікатом, ім’я (найменування) власника, підпис керівника емітента або іншої уповноваженої особи, засвідчений печаткою емітента (уповноваженої особи).

У фінансах під терміном «сертифікат» потрібно розуміти значення ─ замінник, який працює так, як і оригінал.

Акції виконують три головних завдання: по-перше, вони випускаються під час організації публічного (акціонерного) товариства, щоб забезпечити йому визначений «стартовий» капітал (перша емісія); по-друге, за допомогою їх випуску залучаються додаткові ресурси в ході функціонування товариства (друга й наступна емісії); по-третє, вони випускаються для обміну та злиття з іншою компанією.

Акції можуть мати номінальну, емісійну, балансову, конверсійну, ліквідаційну, ринкову вартість та курс.

Номінал акції ─ це величина, що зазначена на бланку акції. Вона характеризує частку статутного капіталу, що припадає на одну акцію під час заснування товариства.

Емісійна вартість ─ вартість, за якою акція реалізується (продається) на первинному ринку. Вона може відрізнятися від номіналу.

Балансова вартість ─ це розмір власного капіталу, що припадає на одну акцію. Якщо емітовані лише прості акції, то ця вартість визначається діленням власного капіталу на їх кількість. Якщо також випущено привілейовані акції, то власний капітал зменшується на їх сукупну вартість за номіналом або за викупною ціною (для відкличних акцій).

Ринкова вартість ─ це ціна, за якою акції продаються та купуються на ринку; саме за цією ціною вони котируються на вторинному ринку цінних паперів.

Курс акції (курсова вартість) ─ відношення ринкової вартості до номіналу, що виражається у відсотках.

Ліквідаційна вартість визначається в момент ліквідації акціонерного товариства. Вона показує, яка вартість його майна, що підлягає реалізації у фактичних цінах після розрахунку з кредиторами, припадає на одну акцію.

Сума всіх номінальних вартостей акцій становить статутний фонд товариства, від якого необхідно відрізняти таке поняття, як «капіталізація».

Капіталізація ─ це показник, що характеризує обсяг капіталу компанії в ринковій оцінці, втілений в акціях. Він визначається множенням поточної ринкової ціни розміщених акцій на їх кількість.

Наступною характеристикою акцій є дохід, який вона дає інвестору.

Від акцій можна отримувати доходи у вигляді:

─ дивідендів;

─ підвищення ринкової вартості цінних паперів;

─ збільшення кількості акцій у результаті їх дроблення (*stock split*).

Дивіденд (від лат. *dividendus*, тобто такий, що підлягає поділу або частина від поділу) ─ це частина загальної суми чистого прибутку публічного (акціонерного) товариства, яка розподіляється між акціонерами у вигляді певної частки від вартості їх акцій, тобто пропорційно кількості акцій у кожного акціонера.

Дивіденди можуть виплачуватися у вигляді готівки, додаткових акцій або продукції компанії.

У багатьох випадках акціонери купують акції на визначений період, за який їх ринкова ціна може зрости. Приріст курсової вартості акції може становити істотну частку доходів інвестора. Для того щоб її реалізувати, акцію потрібно продати, інакше виникає загроза того, що в наступний момент курс цінного папера знизиться. Приріст курсової вартості виникає внаслідок двох причин:

─ можливого спекулятивного підвищення на ринку, що не має об'єктивних довгострокових підстав;

─ реального приросту активів підприємства.

У разі продажу акцій через певний час власник отримує дохід не тільки від дивідендів, а й від різниці вартості в моменти придбання та продажу.

Доходи від відносного збільшення кількості акцій у результаті їх дроблення. **Дроблення акцій** («**спліт**») ─ це процедура, за якої акції, викуплені акціонерами, діляться на більшу кількість акцій, наприклад, у частинах 2 : 1; 3 : 1 або 4 : 1. Після такого дроблення акціонер, який із самого початку володів, наприклад, 100 акціями, має їх уже 200, 300 або 400. Однак така процедура знижує ринкову вартість акцій, що робить їх привабливішими для придбання, особливо якщо величина дивіденду на одну акцію зберігається або зменшується в меншій пропорції. А це, у свою чергу, є ознакою, що курс акцій через деякий час знову зросте, і як наслідок, збільшаться пропорційно дробленню доходи перших інвесторів.

Значна кількість дроблень здійснюється для збільшення кількості акцій в обігу. Разом із тим інколи застосовується процедура консолідації (зворотного дроблення) акцій. **Консолідація** зменшує кількість акцій в обігу та збільшує біржовий курс цього цінного папера обміном частини однієї знову випущеної акції на кожну раніше випущену. Так, наприклад, за зворотного дроблення акції у співвідношенні 1 : 2 одна нова акція обмінюється на дві раніше випущені. Зворотне дроблення використовується також для підвищення комерційної привабливості акцій за допомогою доведення їх курсу до вищого рівня.

Оцінювання інвестиційних якостей акцій

здійснюється за такими п'ятьма напрямками:

— напрямок перший — характеристика виду акцій за ступенем захищеності розміру дивідендних виплат;

— напрямок другий — оцінка галузі, у якій здійснює свою операційну діяльність емітент;

— напрямок третій — оцінка основних показників господарської діяльності та фінансового стану емітента;

— напрямок четвертий — оцінка характеру обігу акції на фондовому ринку;

— напрямок п'ятий — оцінка умов емісії акцій.

НАПРЯМОК ПЕРШИЙ. **Характеристика виду акцій за ступенем захищеності розміру дивідендних виплат** передбачає поділ акцій за характером зобов'язань емітента на привілейовані та прості.

Рівень безпеки інвестування в **привілейовані акції** значно вищий, ніж у прості, бо вони мають переважне право перед простими акціями на отримання фіксованого рівня дивідендів і частки майна при ліквідації акціонерного товариства. За ступенем надійності вкладень привілейовані акції займають проміжне місце між простими акціями та облігаціями компанії.

За критерієм дохідності більш привабливими для інвестора можуть бути **прості акції**, що швидше пристосовуються до умов інфляційної економіки та змін кон'юнктури фондового ринку. Проста акція дає змогу її власнику стати співвласником товариства, мати право голосу в прийнятті найважливіших рішень та отримувати дивіденди. Кожна акція наділяє її власника одним правом — правом голосу на загальних зборах акціонерів.

Гарантій на отримання дивідендів проста акція не дає. Наявність дивідендів є результатом господарської діяльності компанії. Щодо розподілу дивідендів, то як правило, для простих акцій спрацьовує залишковий принцип.

У світі дуже поширена рейтингова оцінка інвестиційних якостей акцій. Її форми наведені в табл. 18.1.

Таблиця 18.1 ─ Форми рейтингової оцінки нвестиційних якостей простих і привілейованих акцій

Рейтингова оцінка простих акцій «Стандарт енд Пурс» (Standart and Poor's)		Рейтингова оцінка привілейованих акцій («Канадіан Бонд Рейтинг Сервіс»)	
індекс оцінки	значення індексу	індекс оцінки	значення індексу
A+	─ найвища якість;	P+	─ найвища якість («супер»);
A	─ висока якість;	P1	─ вища якість;
A–	─ якість вища від середньої;	P2	─ дуже добра якість;
B+	─ середня якість;	P3	─ добра якість;
B	─ якість нижча від середньої;	P4	─ середня якість;
B–	─ низька якість;	P5	─ низька якість (акції містять спекулятивний характер)
C	─ дуже низька якість		

Акції поділяють також на **іменні (або ордерні)** та **на пред'явника**. Працюючи з цінними паперами, такий їх поділ інвестор найменше бере до уваги. Це питання більше цікавить емітента, тому що поділ акцій на іменні та на пред'явника дає змогу контролювати рух акціонерного капіталу (веденням реєстру).

Згідно зі ст. 6 п. 5 Закону України «Про цінні папери і фондовий ринок» громадяни України можуть бути власниками тільки іменних акцій, які значно менш ліквідні на фондовому ринку, ніж акції на пред'явника, у зв'язку зі складною процедурою їх оформлення й більш жорстким контролем за їх обігом.

НАПРЯМОК ДРУГИЙ. **Оцінка галузі, у якій здійснює свою операційну діяльність емітент**, означає вивчення стадії її життєвого циклу й передбачуваних строків знаходження на цій стадії. Також за оцінки чинників, що визначають інвестиційні якості акцій компаній різних галузей, потрібно звернути особливу увагу на місце, відведене галузі у структурній перебудові економіки країни; середній рівень рентабельності підприємства галузі, а також ступінь оподаткування прибутку (доходу). Останні два фактори можуть бути критерієм оцінки можливого рівня дивідендів за акціями.

У практиці провідних економічно розвинених держав склався поділ акцій на певні категорії.

Акції «з блакитними фішками», або «з блакитними корінцями» (*blue chip stocks*). Це акції, що випускаються найбільш потужними та солідними компаніями (у США, наприклад, це General Electric Co., Walt Disney Co., General Motors, McDonald's Corp тощо), які є лідерами у своїх галузях, а головне, всю свою історію стабільно сплачували дивіденди акціонерам. Вкладання заощаджень у придбання цих акцій «з блакитними корінцями (фішками)» мало ризикове. Їх ще називають першокласними акціями. Першокласні акції популярні серед більшості інвесторів, в результаті чого їх курси, як правило, високі, особливо коли ринок нестабільний, та інвестори занепокоєні якістю своїх інвестицій.

Дохідні акції (*income stocks*). Це акції корпорацій водо-, газо-, електропостачання, телефонних корпорацій, а також інших комунальних компаній, дивіденди за якими перевищують середній рівень. Це пояснюється тим, що такі корпорації потрібні завжди, працюють стабільно та мають добре прогнозовані джерела доходів. Інвестори купують ці акції, бо впевнені, що їх вартість із часом буде тільки зростати.

Акції зростання (*growth stocks*). Це акції корпорацій, доходи та прибуток яких вищі від середнього рівня, однак дивідендні виплати зазвичай не перевищують 35 %. Пояснюється така дивідендна політика прагненням корпорації в першу чергу фінансувати наукові та інші дослідження, а також розширення масштабів виробництва й можливості збуту. Тому, незважаючи на низькі поточні дивіденди, багато інвесторів віддає перевагу саме цим акціям, сподіваючись, що в майбутньому вони даватимуть великі прибутки та їх ринкова вартість значно зросте.

Циклічні акції (*cyclical stocks*). Їх ціна зростає та знижується синхронно зі спадами й підйомами в економіці, тобто згідно з ритмом ділової активності. В основному це акції корпорацій базових галузей економіки ─ автомобілебудування, важкої (особливо металургійної), целюлозно-паперової промисловості та ін. Інвестори намагаються купити такі акції, коли йдеться про розширення виробництва, і встигнути продати їх до початку спаду.

Захищені (антициклічні) акції (*defensive or countercyclial stocks*). Це акції корпорацій, ціна на які відносно стабільна навіть за спаду в економіці в цілому. Такі корпорації не змінюють своєї дивідендної політики відповідно до циклів економічного розвитку й тому сплачують своїм акціонерам практично постійні дивіденди. Багато акцій цього виду одночасно класифікуються як **дохідні**.

Спекулятивні (дріб'язкові) акції (*speculative (penny) stocks*). Таку назву мають акції «молодих» корпорацій, які найчастіше продаються «з прилавка», обминаючи біржу, або на спеціальних («спекулятивних») біржах. Вони коштують набагато дешевше, ніж акції добре відомих корпорацій, однак, купуючи їх, вкладник повинен знати, на що він іде: маленька ціна ─ великий ризик.

НАПРЯМОК ТРЕТІЙ. **Оцінка основних показників господарської діяльності та фінансового стану емітента** різниться залежно від того, якою є емісія акцій.

Якщо вона перша, то оцінюється інвестиційна привабливість підприємства з використанням системи показників рентабельності, фінансової стійкості, платоспроможності, оборотності капіталу та активів.

Якщо емісія акцій додаткова, то оцінювання за попередніми показниками доповнюється аналізом низки інших показників, серед яких найбільшу роль відіграють такі.

Рівень віддачі акціонерного капіталу характеризує рівень чистого прибутку на акціонерний капітал:

$$РВАК = ЧП/АК \cdot 100, \qquad (18.1)$$

де РВАК — рівень віддачі акціонерного капіталу у відсотках;

ЧП — сума чистого прибутку в періоді, який розглядається;

АК — середня вартість акціонерного капіталу в періоді, що розглядається.

Балансова («книжкова») вартість однієї акції характеризує розмір акціонерного капіталу й резервного фонду товариства, що припадає на одну акцію, тобто забезпеченість власними реальними активами за балансом:

$$БВА = (АК + РФ)/АК, \qquad (18.2)$$

де БВА — балансова вартість однієї акції на певну дату;

АК — вартість акціонерного капіталу на певну дату;

РФ — вартість резервного фонду на певну дату;

АК — кількість акцій товариства на певну дату.

Коефіцієнт дивідендних виплат показує частку чистого прибутку акціонерного товариства, яку було виплачено у вигляді дивідендів, тобто характеризує дивідендну політику товариства:

$$КД = Д/ЧП \cdot 100, \qquad (18.3)$$

де КД ─ коефіцієнт дивідендних виплат, у відсотках;

Д ─ сума дивідендів, виплачених акціонерним товариством у періоді, що розглядається;

ЧП ─ сума чистого прибутку в періоді, що розглядається.

Коефіцієнт забезпеченості привілейованих акцій чистими активами дає змогу визначити ступінь захисту капіталу за його інвестування в привілейовані акції:

$$КЗЧА = ЧА/АПРИВ, \quad (18.4)$$

де КЗЧА ─ коефіцієнт забезпеченості привілейованих акцій чистими активами;

ЧА ─ сума чистих активів акціонерного товариства, що визначається як різниця між загальною сумою активів за балансом і сумою нематеріальних активів, поточних і довгострокових зобов’язань;

АПРИВ ─ кількість привілейованих акцій товариства.

Коефіцієнт покриття дивідендів за привілейованими акціями дає змогу оцінити, якою мірою розмір чистого прибутку товариства забезпечує виплату дивідендів за привілейованими акціями:

$$КПД = ЧП/ДПРИВ, \quad (18.5)$$

де КПД ─ коефіцієнт покриття дивідендів за привілейованими акціями;

ЧП ─ сума чистого прибутку товариства у періоді, що розглядається;

ДПРИВ ─ сума дивідендів, передбачена до виплати за привілейованими акціями в періоді, що розглядається.

НАПРЯМОК ЧЕТВЕРТИЙ. **Оцінка характеру обігу акцій на фондовому ринку** пов’язана передусім із показниками їх ринкового котирування та ліквідності.

Рівень виплат дивідендів, що характеризує співвідношення суми дивідендів і ціни акції. Розрахунок цього показника здійснюється за такою формулою:

$$РДА = ДВ/ЦА \cdot 100, \quad (18.6)$$

де РДА ─ рівень дивідендної віддачі акції, у відсотках;

ДВ ─ сума дивіденду, що виплачується за акцією у визначеному періоді;

ЦА ─ ціна котирування акції на початку періоду, що розглядається.

Коефіцієнт співвідношення ціни та дохідності демонструє зв'язок між ціною акції та доходом за нею. Чим нижче це співвідношення, тим привабливіша акція для інвестування. Розраховується коефіцієнт таким чином:

$$КЦД = ЦА/Д, \tag{18.7}$$

де КЦД ─ коефіцієнт співвідношення ціни та доходу за акцією;

ЦА ─ ціна акції на початку періоду, що розглядається;

Д ─ сукупний дохід, отриманий за акцією в періоді, що розглядається.

Коефіцієнт ліквідності акції на фондовому ринку, що характеризує можливості швидкої ліквідності акції за необхідності її реалізації:

$$КЛ = ОПР/ОПРОП, \tag{18.8}$$

де КЛ ─ коефіцієнт ліквідності акції на фондовому ринку;

ОПР ─ загальний обсяг продажу акцій на торгах;

ОПРОП ─ загальний обсяг пропозиції акцій на торгах.

Загальний обсяг співвідношення котирувальних цін пропозиції та попиту акцій, що розраховується за такою формулою:

$$КЦПП = ЦПР/ЦП, \tag{18.9}$$

де КЦПП ─ коефіцієнт співвідношення котирувальних цін пропозиції та попиту акцій;

ЦПР ─ середній рівень цін пропозиції акцій на торгах;

ЦП ─ середній рівень цін попиту на акції на торгах.

Коефіцієнт обігу акцій, який показує обсяг обігу випущених акцій і є непрямим показником її ліквідності. У західній практиці коефіцієнт обігу акцій розраховується за результатами продажу як на біржовому, так і на позабіржовому ринках:

$$КОА = ОПР/АК \cdot ЦПР, \qquad (18.10)$$

де КОА ─ коефіцієнт обігу акцій у визначеному періоді;

ОПР ─ загальний обсяг продажу акцій на торгах за певний період;

АК ─ загальна кількість акцій товариства;

ЦПР ─ середня ціна продажу однієї акції в періоді, що розглядається.

Розрахунок цього показника можна здійснити на основі кількості реалізованих та існуючих акцій. Неточність показника полягає в тому, що обсяг продажу може характеризувати численні спекулятивні операції за невеликою кількістю акцій в обігу.

Важливу роль у процесі оцінки відіграє сам факт допуску акцій до торгів на фондовій біржі (**лістинг**).

Лістинг ─ сукупність процедур із метою включення цінних паперів до реєстру організатора торгівлі та здійснення контролю за відповідністю цінних паперів і емітента умовам та вимогам, установленим у правилах організатора торгівлі.

НАПРЯМОК П'ЯТИЙ. **Оцінка умов емісії акції** є кінцевим етапом вивчення її інвестиційних якостей. Предметами такої оцінки є цілі емісії, умови й періодичність виплати дивідендів, ступінь участі окремих власників акцій в управлінні та інші відомості, які цікавлять інвестора й знаходяться в емісійному проспекті. Щоб достатньо об'єктивно оцінити умови емісії акції і на цьому підґрунті скласти уявлення про фінансовий та організаційний стан на акціонерному підприємстві, треба мати теоретичну підготовку у сфері організації та права емісії акцій. Таку підготовку дасть вивчення відповідних законів та спеціальної літератури.

Коли проводиться додаткова емісія акцій, то підприємство збільшує свій статутний капітал на величину цієї емісії. При цьому акціонери можуть викупити пакет акцій нової емісії, пропорційної частці в статутному фонді за ціною розміщення.

Кошти від продажу акцій надходять на підприємство та можуть бути спрямовані на фінансування інвестиційних програм або на поповнення оборотних коштів.

Акціонування має такі позитивні риси:

─ емісія акцій не зобов'язує емітента виплачувати дивіденди;

─ це найдешевший спосіб залучення капіталу.

Можливі додаткові емісії акцій, особливо якщо їх перше розміщення було вдалим.

Супутником економіки, на жаль, є інфляція. Виникає питання: чи спроможні акції захистити капітал інвестора від інфляції? На нього можна відповісти ствердно для випадку помірної інфляції, оскільки з її зростанням збільшуються й прибутки підприємств. Однак галопуюча інфляція та гіперінфляція порушують збалансований розвиток економіки, ламають її структуру та заважають успішному функціонуванню більшості підприємств. Тому в такій ситуації акції, як правило, не захищають інвестора від інфляції.

18.3 Кількісні моделі оцінки акцій

Акції не гарантують доходи своїм інвесторам, але попри те вони складають значну частину ринку цінних паперів. Переважна кількість акцій, крім привілейованих, не належить до цінних паперів із гарантованим прибутком, тому розмір ринкової ціни, курсу акцій або дохідність операцій з акціями можуть бути лише прогнозними.

Вихідні розрахункові параметри акції

Акції можуть мати номінальну, емісійну, балансову, конверсійну, ліквідаційну, ринкову вартість та курс. Також можливим є розрахунок ефективності інвестицій в акції. Важливими для розрахунків є такі показники.

Номінал акції ─ ціна, зазначена на бланку акції (A_n).

Ринкова вартість — це ціна, за якою акції продаються (P_0) та купуються (P_1) на ринку; саме за такою ціною вони котируються на вторинному ринку цінних паперів.

Курс акції (курсова вартість) — відношення ринкової вартості до номіналу, що виражається у відсотках.

Дивіденди — виплати за акціями (D).

Очікувана ставка інвестиційної дохідності (k) — розмір ставки бажаного інвестором доходу.

18.3.1 Привілейовані акції (*preference shares*) — це цінні папери із заздалегідь зафіксованими розмірами дивідендів (D_p). Більшість із привілейованих акцій є довічними і тому, як правило, акціонерами не продаються. А загалом ринкова вартість привілейованої акції (P_p) дорівнює

$$P_p = \frac{D_p}{k} \quad . \qquad (18.11)$$

18.3.2 Оцінка простих акцій

Ефективність інвестицій в будь-які акції (r) можна виразити відносною величиною, що може бути записана так:

$$r = \frac{(P_1 - P_0 + D)}{P_0}, \qquad (18.12)$$

де P_1 — ціна придбання акції;

P_0 — ціна продажу акції;

D — дивіденди, отримані під час володіння акцією.

Ринкова ціна простої акції визначається великою кількістю чинників, серед яких найістотнішими є очікуваний розмір виплат — дивіденди.

При розв’язуванні проблеми визначення ціни простої акції P_a виходять з таких двох припущень:

— з певною ймовірністю передбачається розмір дивідендів за акціями в поточному році D_1, а також за ряд наступних років (D_2, D_3, ... , D_t);

— акція безстроково перебуватиме в руках власника, тобто не продаватиметься.

У такому випадку теоретична ціна акції P_a дорівнюватиме теперішній (приведеній — *PV*) вартості очікуваного в майбутньому потоку дивідендів:

$$P_a = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+k)^t}, \tag{18.13}$$

де D_t — дивіденд, сплачуваний за рік *t*;

k — очікувана ставка реінвестування дивідендів.

Формула 18.13 описує **загальну дивідендну модель**.

Ціна простої акції, яку використовують, упродовж визначеного строку, має назву *n*-періодної дивідендної моделі.

Якщо власник простої акції продасть її через *n* років, то її ціна дорівнюватиме сумі теперішніх вартостей потоку дивідендів і ціні реалізації акції. Оцінка вартості акції має такий вигляд:

$$P_a = \sum_{t=1}^{n} \frac{D_t}{(1+k)^t} + \frac{P_n}{(1+k)^n}, \tag{18.14}$$

де P_n — ціна реалізації акції.

За цією моделлю припускається, що інвестор одержує дивіденди за акцією упродовж *n* періодів, а потім продає її.

Ціна продажу в кінці періоду володіння P_n залежить від розміру майбутніх дивідендів після періоду володіння, а вартість акції в період прогнозного періоду володіння P_a, безпосередньо залежить від розміру дивідендів, одержуваних упродовж періоду володіння, і, побічно, від дивідендів після періоду володіння.

Загальна дивідендна модель може бути спрощена, якщо зростання дивідендів має певні тенденції.

Розглядаються три типи зростання дивідендів за акціями: постійне зростання, нульове зростання і наднормальне зростання.

ПЕРШИЙ ТИП. Модель оцінки вартості звичайної акції з постійним темпом зростання дивідендів — g.

За даною моделлю майбутній розмір дивідендів у кожному з періодів t дорівнюватиме

$$D_t = D_0(1+g)^t. \tag{18.15}$$

Тоді загальна дивідендна модель (формула 20.13) перетворюється в таку:

$$P_a = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{D_0(1+g)^t}{(1+k)^t}. \tag{18.16}$$

За умов $k > g$ загальна дивідендна модель (формула 18.16) зводиться до зручної у використанні формули:

$$P_a = \frac{D_1(1+g)}{(k-g)}. \tag{18.17}$$

Таку модель (формула 18.17) називають також **моделлю Гордона**.

ДРУГИЙ ТИП. Модель оцінки вартості акції з нульовим зростанням дивідендів, тобто $g = 0$.

З моделі Гордона одержимо

$$P_a = \frac{D_1}{k}. \tag{18.18}$$

ТРЕТІЙ ТИП. Модель оцінки вартості простих акцій зі змінним зростанням дивідендів, тобто коли в перші m років темп зростання дивідендів буде g_1, а далі — g_2.

Вартість акції в такому випадку розраховується так:

$$P_a = \sum_{t=1}^{m} \frac{D_0(1+g_1)^t}{(1+k)^t} + \frac{P_m}{(1+k)^m}. \tag{18.19}$$

Але, за моделлю Гордона (18.17), ціну акції в період після m років (P_m) можна виразити як:

$$P_m = \frac{D_{m+1}}{k-g_2}.$$

Тоді

$$P_a = \sum_{t=1}^{m} \frac{D_0(1+g_1)^t}{(1+k)^t} + \frac{D_{m+1}}{(k-g_2)(1+k)^m}. \qquad (18.20)$$

На завершення необхідно зауважити, що при визначенні ціни акцій застосовується модель дисконтування дивідендів або англійською — *discounted dividend model* (*DDM*), яка базується на твердженні, що ціна акції розраховується як приведена (дисконтована) вартість очікуваних дивідендів.

18.4 Облігації та їх види

Відповідно до ст. 7 Закону України «Про цінні папери і фондовий ринок» **облігація** — це цінний папір, що посвідчує внесення його власником грошей, визначає відносини позики між власником облігації та емітентом, підтверджує зобов’язання емітента повернути власникові облігації її номінальну вартість у передбачений умовами розміщення облігацій строк та виплатити дохід за облігацією, якщо інше не передбачено умовами розміщення.

Облігації мають три вартісні характеристики: номінальну, емісійну та ринкову.

Номінальна вартість — це сума позики, зазначена на бланку облігації, яку буде повернено в зазначений строк після виплати доходів за облігацією (у вигляді процентів або різниці між купівельною та номінальною вартістю). Номінальна вартість облігації — це вартість погашення облігації. На відміну від акції емітент може продавати свої облігації не лише за емісійною вартістю, яка може бути вищою або нижчою від номінальної.

Емісійна вартість — це вартість облігації, за якою вони розміщуються (продаються) емітентом на первинному ринку (тобто при першому продажу).

Ринкова вартість — це вартість, за якою вони реалізуються на вторинному ринку.

Залежно від того, яким умовам відповідає та чи інша **облігація, їх можна згрупувати так**.

Відповідно до механізму виплати процентної ставки ─ **іменні** (*registered bonds*), процентні виплати за якими поштою або інакше переправляються безпосередньо власникам, чиї імена зазначено в облігації та занесено в книгу реєстрації, та **облігації на пред'явника** (*coupon bonds*), до яких додаються купони на одержання процент-них виплат на кожну дату платежу. Власник відрізає відповідний купон і пред'являє його до сплати, коли ця дата настає.

Відповідно до принципів викупу (погашення) ─ **серійні** (*serial bonds*), які погашаються послідовно за серіями через визначені інтервали часу, та **ординарні** (*ordinary or single ─ payment bonds*), які викуповуються одночасно в певний день.

Відповідно до ступеня безпеки ─ **гарантовані** (*secured bonds*), упевненість у погашенні яких у встановлений строк базується на оголошеній заставі нерухомого майна або інших фондів, і **незабезпечені** (*unsecured bonds*), що не підкріплені певною заставою.

Відповідно до можливостей дострокового викупу (погашення) ─ облігації **з правом дострокового викупу** (*callable or optional bonds*), які за ініціативою емітента можуть викуповуватися раніше зафіксованого кінцевого строку; **з правом дострокового погашення** (*redeemable bonds*), які за бажанням власника можуть у будь-який момент вільно обмінюватися на гроші, і **конвертовані** (*convertible bonds*), які за бажанням власника можуть обмінюватися на інші цінні папери (як правило, на прості акції), що випускаються емітентом.

Придбання **облігації з правом дострокового викупу** пов'язане з великим ризиком для інвестора. Це викликано тим, що власник облігації не може точно знати, коли її буде відкликано. Крім того, емітент викупить облігацію, коли вигідно йому і не вигідно її власнику. Як правило, емітент відкликає облігацію тоді, коли рівень процентних ставок на ринку знизиться. Тому він викуповує облігацію, щоб випустити нову — під більш низький процент — і таким чином зменшує фінансовий тягар обслуговування свого боргу. Оскільки процентні ставки на ринку знизилися, власник облігації, коли одержить кошти за викуплений папір, зможе реінвестувати їх тільки під нижчий процент. Щоб зробити таку облігацію більш привабливою, емітент передбачає умови викупу папера за ціною вище номіналу. Інвестиційна привабливість облігації може також досягатися за рахунок нижчої ціни продажу.

Облігація з правом дострокового погашення дає змогу інвестору достроково пред'явити її емітенту для викупу. При розміщенні такі облігації зазвичай коштують дорожче, оскільки в цьому випадку ризик бере на себе емітент.

Облігації, як і акції, дають змогу сподіватися на отримання грошових коштів у перспективному періоді за трьома напрямками: у вигляді процентів; через продаж облігацій, якщо збільшилась їх ринкова вартість; за погашення (викупу) їх емітентом за номінальною вартістю.

Дохід у вигляді процентів виплачується з періодичністю (квартал, півріччя, рік тощо) відповідно до номінальної вартості облігації та ставки (норми) процента.

Подібно до акцій курс облігацій на ринку цінних паперів залежить від попиту та пропозиції на них, які, у свою чергу, визначаються доходами за облігаціями, рівнем позичкового процента, ступенем дохідності альтернативних вкладень грошових коштів, зокрема й інших облігацій. Тому ринкова вартість кожної конкретної облігації у визначений момент часу може бути вищою або нижчою за номінальну, зростати або знижуватися.

Однак у цьому процесі, на відміну від коливань курсів акцій, є одна особливість. Якщо на ринку цінних паперів є облігації кількох корпорацій, номінал яких однаковий, то зрозуміло, що більший попит буде на ті, у яких вища процентна ставка. Ринкова ціна таких облігацій підніметься вище зафіксованої номінальної, а в конкурентів вона може впасти нижче номінального рівня. Таке коливання ринкових цін на облігації дає змогу отримувати дохід від продажу.

Різниця між номіналом облігації та ціною, яка є нижчою від номіналу, має назву **дисконту**, або **дезажіо**. Наприклад, номінал облігації 1000 грн, ціна купівлі 800 грн. Тоді дисконт, або дезажіо, дорівнює 200 грн.

Різниця між ціною облігації, якщо вона є вищою за номінал, і номіналом ─ є **премією**, або **ажіо**. Наприклад, якщо ціна облігації 1100 грн, то премія буде дорівнювати 100 грн.

Котирування облігацій прийнято давати у відсотках. При цьому номінал папера береться за 100 %. Для того щоб визначити за котируваннями вартість облігації в гривнях, потрібно помножити котирування в процентах на номінал облігації. Наприклад, номінал облігації дорівнює 1000 грн, ціна ─ 96 %. Це означає, що цінний папір коштує 960 грн.

Зміна ціни облігації вимірюється в пунктах. Один пункт дорівнює 1%.

Наприклад, ціна папера збільшилася з 90 до 95 %. Це означає, що вона зросла на 5 пунктів.

У країнах з розвиненою економікою широко використовується рейтингова оцінка інвестиційних якостей не тільки акцій, а й облігацій. Форми такої оцінки наведено в табл. 18.2.

Рейтинг не присвоюється облігаціям, які випущені центральними державними органами, оскільки вони вважаються абсолютно надійними.

Оцінювання інвестиційних якостей облігацій здійснюється за такими параметрами:

1) видами облігацій за характером емітента, строками погашення та формами виплати доходу;

2) інвестиційною привабливістю регіону (тільки для облігацій місцевої позики);

3) фінансовою стійкістю і платоспроможністю

підприємства-емітента (тільки за облігаціями підприємств);

4) характером обігу облігацій на ринку цінних паперів;

5) умовами емісії облігацій.

Таблиця 18.2 ─ Форми рейтингової оцінки інвестиційних якостей облігацій

Індекс оцінки		Значення індексу
«Стандарт енд Пурс»	«Мудіс» (Moody's)	
AAA	Aaa	Найвищі інвестиційні якості.
AA	Aa	Високі інвестиційні якості.
A	A	Інвестиційні якості вищі від середнього рівня.
BBB	Bвв	Середні інвестиційні якості.
BB	Bв	Інвестиційні якості нижчі від середнього рівня.
B	B	Спекулятивні облігації з низьким кредитним рейтингом.
CCC	Caa	Високий ступінь ризику неплатежу.
CC	Ca	Високоспекулятивні облігації.
C	C	Низькі інвестиційні якості

Вид облігацій за характером емітента, строками погашення та формами виплати доходу істотно впливає на рівень дохідності, ризику й ліквідності.

Емісія облігацій може здійснюватися практично всіма суб'єктами підприємницької діяльності, за винятком інвестиційних фондів та компаній. Прибуток від облігацій виплачується за рахунок коштів, що залишаються після розрахунків із бюджетом, і проведення інших обов'язкових платежів. Державні облігації випускаються за рішенням КМ

України. Комерційні банки можуть купити їх за рахунок власних і позикових коштів. Прибуток за державними цінними паперами не оподатковується.

Найменш ризикованими в економічній теорії та практиці вважають облігації внутрішньої державної позики, за ними йдуть облігації місцевих позик, на останньому місці облігації компаній і фірм, хоча рівень ризику навіть за ними значно нижчий, ніж за привілейованими акціями тих самих емітентів.

Відповідно диференціюється й рівень доходу, що компенсує ризикованість вкладень. Зі зростанням строку погашення ступінь ризику також підвищується, його посилює й ризик зростання інфляції (а відповідно, і позичкового процента).

При визначенні мети вкладання коштів інвестору потрібно врахувати класифікацію облігацій за формами виплати процента (доходу). Якщо метою є збільшення капіталу в грошовій формі, то інвестування може здійснюватися в процентні облігації, що мають більш високу поточну ліквідність.

Безпроцентні (цільові) облігації викликають інтерес у інвесторів у кількох випадках: за значного дефіциту товару або послуги, що призначається для виплати у вигляді процента (доходу) за цією облігацією, а також за істотної різниці між стартовою ціною придбання облігації та реальною вартістю товару (послуги).

Оцінка інвестиційної привабливості регіону необхідна тому, що частина регіонів отримує від держави значні обсяги субсидій і субвенцій і може відчувати серйозні фінансові труднощі за погашення облігацій. Тому за вкладання коштів у облігації внутрішньої місцевої позики необхідно вивчити динаміку сальдо їхніх бюджетів і структуру джерел формування їх структурної частини.

Оцінка фінансової стійкості та платоспроможності підприємства-емітента має на меті виявлення кредитного рейтингу підприємства, ступеня його фінансової стійкості, прогноз на період погашення облігації, а також оцінку частково сформованого викупного фонду за коротко-строковими зобов'язаннями.

Оцінка характеру обігу облігації на ринку цінних паперів базується на вивченні коефіцієнта співвідношення її ринкової ціни та реальної вартості. Цей показник суттєво залежить від ставки процента на фінансовому ринку. Якщо вона зросте, то ціна облігації впаде внаслідок фіксованої величини доходу за нею (і навпаки). Крім того, реальна ринкова вартість облігації залежить також від строку, що залишився до її погашення емітентом. Чим він більший, тим вищий ризик облігації й нижча теперішня вартість, що визначає й менший рівень ринкової ціни.

Оцінка умов емісії облігації передбачає вивчення: мети та умов емісії, періодичності виплат процента та його розміру, умов погашення основної суми тощо. За оцінки потрібно мати на увазі, що більш часта періодичність виплат може перекрити вигоди для інвестора, отримані від більшої величини процента.

Емісія облігацій дає підприємству певні **вигоди**:

1 Підприємство отримує відносно дешевші ресурси та доступ до широкого кола кредиторів.

Зазвичай вартість взятих у борг грошей через випуск корпоративних облігацій дорівнює проценту депозитної ставки банку (кредитна значно вища).

2 Для того щоб залучити кошти, не потрібна ліквідна застава, яку вимагають банки за кредитування. За емісії облігацій важливішими є ім'я компанії та довіра до неї.

3 Існує можливість кредитувати (або отримувати кредити) поза банківською системою. Банк як фінансовий посередник через свої послуги збільшує вартість кредиту. Оминаючи банк, одне підприємство може прокредитувати інше з більшою вигодою (підприємство-позичальник випускає облігації, а підприємство-кредитор їх купує).

4 Емітент не втрачає своєї незалежності. Основним документом для інвесторів є проспект емісії, а типовий договір емітент облігацій визначає сам. Щодо банківського кредитування, то кредитний договір пов'язаний із певними обмеженнями й зобов'язаннями для позичальника.

Іноді банк диктує позичальнику, куди перераховувати кошти, обмежує його господарську діяльність, контролює рух коштів на рахунках тощо.

5 У випадку акціонерного товариства емісія облігацій не порушує структури власності на відміну від емісії акцій, яка становить більшу небезпеку для власників товариства.

6 Підприємство-емітент має можливість дострокового викупу облігацій і зниження ціни обслуговування боргу, якщо отримає доступ до дешевших ресурсів або отримає більшу виручку раніше, ніж передбачалося.

Маючи багато позитивних якостей, **емісія облігацій** як джерело інвестиційних ресурсів **має** певні **негативні якості**. Основні з них такі.

Необхідність повернення боргу за облігаціями. Гроші, отримані через випуск акцій, повертати не обов'язково.

За публічного продажу облігацій підприємство отримує багатьох кредиторів. За банківського кредитування кредитор один.

Емісія облігацій пов'язана з більшими витратами, ніж за банківського кредитування.

Підприємство, що має намір випустити облігації, повинне відповідати певним вимогам. Зокрема, необхідним критерієм є позитивне ставлення до підприємства потенційних інвесторів, оптимальне співвідношення власних і позичкових коштів.

Першими кроком в емісії облігацій є вибір андерайтера (організатора розміщення) облігацій, яким може бути інвестиційна компанія або банк.

Проводити розміщення облігацій самостійно, тобто без залучення фінансових посередників, доцільно тільки тоді, коли підприємство планує продати весь випуск облігацій наперед відомому колу інвесторів або розмістити невеликий його обсяг серед своїх працівників.

Перш ніж проводити емісію облігацій, підприємство повинне визначити форму їх випуску, строк обігу та ставку дохідності.

Найбільші перспективи в Україні мають іменні бездокументарні облігації, коли емітент не зазнає витрат на підготовку бланків цінних паперів, а для покупця спрощується процедура їх купівлі-продажу.

Підприємство може розмістити облігації на короткий строк під невеликий процент, але при цьому мати великий ризик або не ризикувати й випустити облігації на триваліший строк і під вищий процент.

Щодо дохідності облігацій, то вона повинна трохи перевищувати процентну ставку банківського депозиту, а також конкурувати з дохідністю інших облігацій на ринку.

Основним етапом розміщення цінних паперів є розроблення проспекту емісії, оскільки на наступних етапах відбувається практична реалізація всіх положень, викладених у проспекті. У ньому повинні бути чітко визначені такі поняття: основні характеристики та фінансові аспекти випуску облігацій; права їх власників; випадки дострокового погашення облігацій; спосіб, строк і порядок їх розміщення; механізм визначення ціни розміщення; умови та порядок оплати облігацій; порядок зберігання та обліку прав на них; порядок погашення цих цінних паперів, оподаткування доходів за ними й виплати процентів.

По суті, проспект емісії є довідковою інформацією про підприємство, а її підготовка не потребує спеціальних зусиль.

Існує кілька способів **розміщення (продажу) облігацій**:

─ продаж облігацій прямо, тобто поза торговельною системою, біржами та послугами брокерів. Він виправданий, якщо коло потенційних інвесторів обмежене й немає необхідності витрачатися на комісійні посередникам. У цьому разі підприємство повинне мати спеціалістів з роботи з цінними паперами.

─ розміщення на аукціоні або на біржі. Сьогодні цей спосіб є найбільш поширеним в Україні.

─ розміщення за участі комерційного банку як посередника.

18.5 Кількісні моделі оцінки облігацій

Проблема ефективного використання фінансових інструментів вимагає від суб’єктів ринку застосування моделей та механізмів їх фінансового оцінювання. Облігації (*bonds*) є фінансовим інструментом у формі цінних паперів із фіксованим доходом (*fixed income securities*). Розрахунок показників оцінювання облігацій базується на зіставленні інвестиційних витрат на облігації, з одного боку, і сум повернення за ними, з іншого. Порівняння витрат та надходжень за облігаційними цінними паперами здійснюється за допомогою розрахунків приведеної вартості потоку очікуваних грошових надходжень.

Основні параметри облігації.

Ціна облігації, що зазначена на ній, за якою вона могла б продаватися емітентом на первинному ринку (але не обов’язково), за якою вона обов’язково буде погашатися, є номінальною ціною (вартістю) (*face value*), або первісною ціною (вартістю) (*par value*),назвається номінальною ціною, або **номіналом**, і буде позначатися ***pv***.

Викупна ціна (*redemption value*) ─ ціна, за якою проводиться погашення облігації, якщо погашення не за номіналом, позначення ─ ***rv***.

Процентна ставка, за допомогою якої розраховується сума виплат за облігацією, ─ це облігаційна ставка (*bond* *rate*). Інша назва такої ставки ─ **норма дохідності**, також ще один варіант назви ─ **купонна процентна ставка** (*coupon rate*), позначимо ***g***.

Дата погашення облігації (*date of maturity*), тобто дата, коли облігація закінчує своє існування і здійснюється кінцевий розрахунок за обов'язками облігації.

Дати виплат процентів. Виплати процентів можуть здійснюватися щорічно, за півріччями або щоквартально, щомісячно, а іноді лише один раз у кінці строку дії облігації.

Основні оцінні показники. Основних оцінних показників для фінансових інструментів, а отже, і для облігацій ─ три.

Перший показник ─ ціна в будь-який момент «роботи» облігації ─ **ринкова (реальна) ціна облігації** (*market price*), яку позначимо через *MP*. Загальна модель розрахунку ринкової (реальної) ціни фінансового інструмента, в тому числі й облігації, має такий механізм:

$$MP = \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^{n_t}}, \tag{18.21}$$

де P_t ─ очікуваний дохід в кінці t-го періоду використання фінансового інструмента;

n_t ─ кількість періодів нарахувань процентів за ставкою i в проміжку часу від *MP* до n_t ;

i ─ необхідна ставка прибутковості фінансового інструмента, яка повинна бути не меншою за процентну ставку за банківськими депозитами.

По суті, формула (18.21) є розрахунком теперішньої вартості грошового потоку, а точніше, розрахунком теперішньої вартості ануїтету постнумерандо.

Особливості формування суми повернення грошей за конкретними видами фінансових інструментів визначають різноманітність варіантів розрахунку ринкової (реальної) ціни.

Другий показник — курс фінансового інструменту (*quote, quoted price*), у тому числі й **курс облігації**. Під курсом розуміють купівельну ціну однієї облігації з розрахунку на 100 грошових одиниць номіналу.

Загальний механізм розрахунку курсу облігації P_q проводиться за формулою

$$P_q = \frac{MP}{pv} \cdot 100. \tag{18.22}$$

Третій показник — **дохідність** (*yield*), **або прибутковість**, — це показник інвестиційної ефективності для інвестора у вигляді річної процентної ставки складних процентів, тобто це ефективна складна процентна ставка. Позначимо прибутковість (дохідність) — y та нагадаємо загальну формулу розрахунку:

$$y = \frac{pv - MP}{pv} \cdot 100\%. \tag{18.23}$$

Розглянемо застосування вищезазначених показників стосовно конкретних видів облігацій.

18.5.1 Безкупонні облігації

Безкупонні облігації, або облігації з нульовим купоном (*pure discount bonds* або *zero-coupon bonds*), — це облігації, виплата за якими здійснюється лише один раз, в день їх погашення. Дата погашення збігається з датою виплати процентів за безкупонною облігацією.

Оцінка ринкової ціни облігації з виплатою всієї суми процентів при її погашенні розраховується за формулою

$$MP_Z = \frac{pv + pv \cdot g}{(1+i)^n}. \tag{18.24}$$

Зміст даного розрахунку в тому, що поточна вартість облігації MP_Z із виплатою всієї суми процентів при її погашенні $pv \cdot g$ дорівнює сумі номіналу pv і процентів $pv \cdot g$

на дату майбутньої виплати, приведеної до теперішньої вартості за ставкою *i*, що дорівнює очікуваній нормі інвестиційного прибутку (доходу), та за кількістю періодів нарахування *n* у проміжку часу від дати MP_Z до дати погашення облігації.

Курс облігації з виплатою всієї суми процентів при її погашенні розраховується за формулою (18.22) або за умови підстановки у формулу (18.22) формули (18.24) маємо такий розрахунок:

$$P_{qz} = \frac{1+g}{(1+i)^n} \cdot 100. \qquad (18.25)$$

У випадку, коли відомі або ринкова ціна облігації, або курс облігації, доречними будуть розрахунок дохідності (прибутковості) безкупонної облігації та порівняння її з очікуваною прибутковістю. Розрахунок прибутковості здійснюється за допомогою перетворення формули (18.24) відносно показника *i*, який і відображає показник дохідності *y*:

$$y = i = \sqrt[n]{\frac{pv + pv \cdot g}{MP_Z}} - 1, \qquad (18.26)$$

або
$$y = i = \sqrt[n]{\frac{pv + pv \cdot g}{P_{qz} \cdot pv} \cdot 100} - 1, \qquad (18.27)$$

або
$$y = i = \sqrt[n]{\frac{1+g}{P_{qz}} \cdot 100} - 1. \qquad (18.28)$$

18.5.2 Купонні (процентні) облігації

Купонна (*coupon bond*), або процентна, облігація зобов’язує її емітента здійснювати періодичні виплати процентів, які називаються купонними платежами, (*coupon payments*), власнику облігації впродовж строку її обернення, а потім виплатити на дату погашення номінальну вартість облігації та останню суму процентів. Періодичні виплати процентів назваються купонними платежами. Це пов’язано з тим, що такі облігації мають купони, які відрізаються з настанням строку платежу та подаються емітенту для одержання процентів.

Оцінка реальної (ринкової) вартості купонної облігації MP_C, яку ще називають облігацією з періодичною виплатою процентів, являє собою базисну модель оцінки вартості облігації (*Basis Bond Valuation Model*) та має такий вигляд:

$$MP_C = \sum_{t=1}^{n}\left(\frac{(pv \cdot g)_t}{(1+i)^{n_t}}\right) + \frac{pv}{(1+i)^n}. \qquad (18.29)$$

Зміст базисної моделі в тому, що поточна реальна вартість облігації дорівнює сумі всіх її процентних надходжень за період, що залишився до погашення, та номіналу, приведеної до теперішньої вартості за ставкою дохідності (i), яку очікує інвестор.

Курс облігації з виплатою всієї суми процентів при її погашенні розраховується також за формулою (19.24). Якщо підставити у формулу (19.24) значення MP_C із формули (19.29), то розрахунок курсу облігації з періодичною виплатою процентів буде мати такий вигляд:

$$P_{qc} = [\sum_{t=1}^{n}\left(\frac{g_t}{(1+i)^{n_t}}\right) + \frac{1}{(1+i)^n}] \cdot 100. \qquad (18.30)$$

Прибутковість облігації може характеризуватися декількома показниками, що залежать від характеристики облігації. Для облігацій, що погашаються у кінці строку, на який вони випущені, та здійснюють періодичні виплати процентів, прибутковість вимірюється купонною, поточною та повною прибутковістю.

Купонна прибутковість – це процентна ставка, означена на облігації і за якої емітент зобов'язується сплачувати проценти за кожним купоном. Платежі за купонами можуть здійснюватися щорічно, за півріччями, щоквартально. Іншими словами, купонна дохідність (*coupon rate*) – це процентна ставка дохідності g відносно номіналу облігації, яка використовується для розрахунку купонних платежів. Платежі за купонами можуть здійснюватися щорічно, за півріччями, кварталами.

Поточна прибутковість (*current yield*) облігації (річна, піврічна, квартальна) характеризується вираженим у відсотках відношенням виплачуваного за облігацією річного (піврічного, квартального) процента до ціни її придбання, тобто

$$y = i_t = \frac{pv \cdot g_t(\%)}{MP_c}; \tag{18.31}$$

або

$$y = i_t = \frac{g_t(\%)}{P_{qc}}. \tag{18.32}$$

Поточна прибутковість облігації не враховує зміни її ціни за строк існування облігації.

Для того щоб ураховувати і цей вид прибутковості облігації, фінансові аналітики розраховують *показник повної прибутковості облігації*, або *прибутковості при погашенні* (*yield-to-maturity*), ще його називають також *ставкою поміщення*. Визначивши ставку поміщення у вигляді річної ставки складних або простих процентів, можна робити висновок про ефективність придбання облігації.

Нарахування процентів за ставкою поміщення на ціну придбання дасть прибуток, еквівалентний фактично одержуваному за нею прибутку за весь період обігу облігації до моменту її погашення. Ставка поміщення є розрахунковим показником і в явному вигляді на ринку цінних паперів не фігурує.

Для розрахунку ставки поміщення спочатку необхідно розрахувати вартість купонної облігації на дату погашення – FV_C. Сутність такого розрахунку – находження майбутньої вартості всіх виплат за облігацією разом із номіналом на дату погашення облігації:

$$FV_C = \sum_{t=1}^{n} \left((pv \cdot g)_t \times (1+i)^{n_t} \right) + pv. \qquad (18.33)$$

Тоді *ставка поміщення*, або *дохідність при погашенні* (*yield-to-maturity*) y_m, за умов поточної ціни, яка пропонується на момент купівлі/продажу купонної облігації — PV_C, розраховується за формулою.

$$y_m = \frac{FV_C - PV_C}{PV_C} \cdot 100\%. \qquad (18.34)$$

Аналіз формули 19.29 дає можливість зробити такий висновок: якщо ціна купівлі купонної облігації дорівнює її номіналу, то дохідність такої облігації дорівнює її купонній дохідності.

Але ціна купівлі купонної облігації може перевищувати її номінальну вартість. Продаж купонної облігації за ціною, вищою ніж номінальна, дає такій облігації назву облігації з премією (преміальна облігація) (*premium bond*). Звісно, це премія для продавця облігації, а не для покупця (інвестора). У випадку продажу купонної облігації з премією, тобто вище її номіналу, дохідність при погашенні такої облігації буде меншою за поточну дохідність, яка, у свою чергу, є меншою від купонної дохідності. Співвідношення ставок дохідності (прибутковості) для преміальних облігацій:

«прибутковість при погашенні < поточна прибутковість <
< купонна прибутковість».

У разі продажу купонної облігації зі знижкою, з дисконтом, тобто нижче її номіналу, дохідність при погашенні такої облігації буде більшою за поточну дохідність, яка, у свою чергу, є більшою від купонної дохідності. Співвідношення ставок прибутковості для дисконтних облігацій:

«прибутковість при погашенні > поточна прибутковість >
> купонна прибутковість».

Для приблизної оцінки ставки поміщення співвідносять річний прибуток від облігації із середньо-арифметичною її ціною. Середньоарифметична ціна купонної облігації визначається на основі її номінальної вартості pv і ціни придбання P. Потрібно не плутати терміни «середньоарифметична ціна купонної облігації» і «середня ціна купонної облігації». Визначення середньої ціни та середнього курсу облігацій подано в кінці підрозділу 18.4. Отже, лише у формулі для приблизної оцінки ставки поміщення використовують середньоарифметичну ціну облігації.

Ставка поміщення приблизно для купонних облігацій, придбаних із дисконтом, тобто $P < pv$, дорівнює

$$ym \approx \frac{g \cdot pv + \frac{pv - P}{n}}{\frac{P + pv}{2}}, \qquad (18.35)$$

а для купонних облігацій, придбаних із премією, тобто $P > pv$:

$$ym \approx \frac{g \cdot pv - \frac{pv - P}{n}}{\frac{P + pv}{2}}, \qquad (18.36)$$

де n ─ кількість років, що залишилися до погашення.

18.5.3 Дисконтні облігації

Оцінка ринкової ціни облігації, яка продається за ціною, нижчою від номіналу, тобто з дисконтом (*discount bond*), та за якою проценти не виплачуються, проводиться за такою формулою:

$$MP_d = \frac{pv}{(1+i)^n}. \qquad (18.37)$$

Суть такого розрахунку в тому, що поточна реальна ціна такої облігації, що продається зі знижкою без виплати процентів за нею, являє собою номінал, який приведено до теперішньої вартості за ставкою дисконтування, що дорівнює очікуваній нормі інвестиційного прибутку (дохідності).

Курс облігації, яка продається з дисконтом, звісно, розраховується за формулою (18.22), а також і за формулою

$$P_{qd} = \frac{1}{(1+i)^n} \cdot 100. \qquad (18.38)$$

Розрахунок прибутковості здійснюється за допомогою перетворення формули (19.37) відносно показника *i,* який і відображає показник дохідності *y*:

$$y = i = \sqrt[n]{\frac{pv}{MP_d}} - 1, \qquad (18.39)$$

або

$$y = i = \sqrt[n]{\frac{1}{P_{qz}} \cdot 100} - 1. \qquad (18.40)$$

Також існує ще один показник оцінки ринкової привабливості облігації. Якщо у формулах розрахунку ринкової ціни облігації застосувати замість показника *і*, який є показником необхідної ставки прибутковості, розмір якої обирає інвестор, застосувати процентну ставку банківського депозиту, то формули 18.24, 18.29, 18.37 будуть давати розрахунок середньої ціни облігації. Застосування процентної ставки банківського депозиту у формулах курсу облігації (18.25, 18.30, 18.38) дасть результат у вигляді середнього курсу облігації.

Середній курс облігації, або середня ціна облігації, ─ це така сума грошового капіталу, яка дасть дохід, що дорівнює доходу за облігацією, за умови вкладення цієї суми в банк на депозит на умовах процентних платежів облігації.

Суть середньої ціни (курсу) облігації в тому, що якщо ціна, за яку пропонують купити облігацію, дорівнює або більша за середню ціну облігації, то купувати облігацію не має сенсу. Краще вкласти ці гроші в банк на депозит.

18.6 Похідні фінансові інструменти

Поряд з акціями та облігаціями, поряд зі стандартними та ексклюзивними формами кредитних договорів у сфері фінансів функціонують так звані похідні фінансові інструменти (*derivative securities*). Виникнення терміна «похідний» пов'язано з тим, що ціна такого фінансового інструмента «прив'язується» до ціни того чи іншого базового фінансового інструмента (*underlying securities*) і стає щодо нього похідною величиною, бо, практично, походить від нього.

Інвестиційні сертифікати

Інвестиційний сертифікат ─ цінний папір, який розміщується інвестиційним фондом, інвестиційною компанією, компанією з управління активами пайового інвестиційного фонду та посвідчує право власності інвестора на частку в інвестиційному фонді, взаємному фонді інвестиційної компанії та пайовому інвестиційному фонді.

Емітентами інвестиційних сертифікатів є інвестиційний фонд, інвестиційна компанія або компанія з управління активами пайового інвестиційного фонду.

Кількість проголошених інвестиційних сертифікатів пайового інвестиційного фонду зазначається у проспекті емісії.

Строк розміщення інвестиційних сертифікатів відкритого та інтервального пайових інвестиційних фондів не обмежується.

Інвестиційні сертифікати можуть надавати його власнику право на отримання доходу у вигляді дивідендів. Дивіденди за інвестиційними сертифікатами відкритого та інтервального пайового інвестиційних фондів не нараховуються і не сплачуються.

Розміщення похідних (деривативів) цінних паперів, базовим активом яких є право на отримання інвестиційних сертифікатів, не допускається. Особливості емісії, розміщення, обігу, обліку та погашення інвестиційних сертифікатів визначаються відповідним законодавством.

Ощадні (депозитні) сертифікати

Ощадний (депозитний) сертифікат ─ цінний папір, який підтверджує суму вкладу, внесеного у банк, і права вкладника (власника сертифіката) на одержання з плином установленого строку суми вкладу та процентів, установлених сертифікатом, у банку, який його видав.

Ощадні (депозитні) сертифікати розміщуються на певний строк (під проценти, передбачені умовами їх розміщення). Ощадні (депозитні) сертифікати можуть бути іменними або на пред'явника.

Іменні ощадні (депозитні) сертифікати розміщуються у бездокументарній формі, а на пред’явника ─ у документарній.

В ощадному (депозитному) сертифікаті у документарній формі зазначаються вид цінного паперу, найменування і місцезнаходження банку, що випустив сертифікат, серія і номер сертифіката, дата випуску, сума депозиту, процентна ставка, строк отримання вкладу, підпис керівника банку або іншої уповноваженої особи, засвідчений печаткою банку.

Відступлення ощадного (депозитного) сертифіката здійснюється шляхом укладення договору між особою, яка відступає права за сертифікатом, та особою, яка набуває ці права. Дохід за ощадними (депозитними) сертифікатами виплачується під час пред’явлення їх для оплати в банк, що розмістив ці сертифікати.

У разі дострокового пред’явлення ощадного (депозитного) сертифіката до оплати банк виплачує суму вкладу та проценти (за вкладами на вимогу), якщо умовами випуску сертифіката не передбачено інший розмір процентів.

Банківські сертифікати

Банківські сертифікати видаються банками в обмін на розміщені в них кошти. Банківські сертифікати відрізняються від депозитних сертифікатів тим, що емітуються з метою обігу на вторинному ринку. Там вони оцінюються, виходячи з поточної вартості майбутніх грошових надходжень. По суті, банківські сертифікати та депозитні сертифікати при їх купівлі-продажу на вторинному ринку нічим не відрізняються, тому у фінансах вони досить часто є термінами – синонімами.

Вексель

Вексель ─ цінний папір, який посвідчує безумовне грошове зобов'язання векселедавця або його наказ третій особі сплатити після настання строку платежу визначену суму власнику векселя (векселетримачу).

Векселі можуть бути прості або переказні та існують виключно у документарній формі.

Особливості видачі та обігу векселів, здійснення операцій із векселями, погашення вексельних зобов'язань та стягнення за векселями визначаються законом.

Дериватив – стандартний документ, що засвідчує право та/або зобов'язання придбати чи продати у майбутньому цінні папери, матеріальні або нематеріальні активи, а також кошти на визначених ним умовах. Стандартна (типова) форма деривативів і порядок їх випуску та обігу встановлюються законодавством.

До деривативів належать:

─ **своп** – цивільно-правова угода про здійснення обміну потоками платежів (готівкових або безготівкових) чи іншими активами, розрахованими на підставі ціни (котирування) базового активу в межах суми, визначеної договором на конкретну дату платежів (дату проведення розрахунків) упродовж дії контракту;

─ **опціон** – цивільно-правовий договір, згідно з яким одна сторона контракту одержує право на придбання (продаж) базового активу, а інша сторона бере на себе безумовне зобов'язання продати (придбати) базовий актив у майбутньому впродовж строку дії опціону чи на встановлену дату (дату виконання) за визначеною під час укладання такого контракту ціною базового активу. За умовами опціону покупець виплачує продавцю премію опціону;

— **форвардний контракт** – цивільно-правовий договір, за яким продавець зобов'язується у майбутньому в установлений строк передати базовий актив у власність покупця на визначених умовах, а покупець зобов'язується прийняти в установлений строк базовий актив і сплатити за нього ціну, визначену таким договором.

Усі умови форварда визначаються сторонами контракту під час його укладення.

Укладення форвардів та їх обіг здійснюються поза організатором торгівлі стандартизованими строковими контрактами.

Форвардний контракт – це оформлений не за стандартом ф'ючерсний контракт, що укладається в індивідуальному порядку і не є об'єктом купівлі-продажу на біржах;

— **ф'ючерсний контракт** (ф'ючерс) – стандартизований строковий контракт, за яким продавець зобов'язується у майбутньому в установлений строк (дата виконання зобов'язань за ф'ючерсним контрактом) передати базовий актив у власність покупця на визначених специфікацією умовах, а покупець зобов'язується прийняти базовий актив і сплатити за нього ціну, визначену сторонами контракту на дату його укладення.

Ф'ючерсний контракт виконується відповідно до його специфікації шляхом постачання базового активу та його оплати коштами або проведення між сторонами контракту грошових розрахунків без постачання базового активу.

Виконання зобов'язань за ф'ючерсом забезпечується шляхом створення відповідних умов організатором торгівлі стандартизованими строковими контрактами;

Ф'ючерсні контракти – це зобов'язання поставити певну кількість товару або фінансового активу до або у встановлений строк у майбутньому за фіксованою у момент укладення контракту ціною.

Взагалі обидва види контрактів, **форвардний** та **ф'ючерсний, ─** це зобов'язання купівлі або продажу певної кількості якого-небудь товару на визначену дату в майбутньому, але за ціною, встановленою в момент укладання контракту. Ф'ючерсні контракти відрізняються від форвардних лише тим, що вони знеособлені, стандартно оформлені, і торгівля ними проводиться лише на спеціалізованих біржах, у той час як форвардні контракти можуть бути досить ексклюзивними і значно відрізнятися між собою. З позиції того, що форвардні і ф'ючерсні контракти – це контракти про майбутні операції, термін «ф'ючерс» іноді вживається також і стосовно форвардних контрактів.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 18

Фінансовий інструмент у загальному визначенні ─ це відповідним чином оформлений документ, який засвідчує фінансові відносини і може брати участь у фінансових операціях.

До основних фінансових інструментів відносять цінні папери: **акції** та **облігації**.

Емітент ─ той, хто випускає (імітує, «народжує») цінний папір, походить від лат. *emissio* ─ випуск.

Інвестор ─ покупець, той хто купує цінний папір.

Цінні папери ─ документи встановленої форми з відповідними реквізитами, що посвідчують грошові або майнові права, визначають взаємовідносини особи, яка їх розмістила (видала), і власника та передбачають виконання зобов'язань згідно з умовами їх розміщення.

Акція — цінний папір, який посвідчує майнові права його власника (акціонера), що стосуються акціонерного товариства, включаючи право на отримання частини прибутку акціонерного товариства у вигляді дивідендів та право на отримання частини майна акціонерного товариства у разі його ліквідації, право на управління акціонерним товариством, а також немайнові права.

Номінал акції — це величина, що зазначена на бланку акції. Вона характеризує частку статутного капіталу, що припадає на одну акцію під час заснування товариства.

Емісійна вартість — вартість, за якою акція реалізується (продається) на первинному ринку. Вона може відрізнятися від номіналу.

Ринкова вартість — це ціна, за якою акції продаються та купуються на ринку; саме за цією ціною вони котируються на вторинному ринку цінних паперів.

Курс акції (курсова вартість) — відношення ринкової вартості до номіналу, що виражається у відсотках.

Дивіденд (від лат. *dividendus*, тобто такий, що підлягає поділу або частина від поділу) — це частина загальної суми чистого прибутку публічного (акціонерного) товариства, яка розподіляється між акціонерами у вигляді певної частки від вартості їх акцій, тобто пропорційна кількості акцій, що має кожний акціонер.

Оцінювання інвестиційних якостей акцій:

— напрямок перший — характеристика виду акцій за ступенем захищеності розміру дивідендних виплат;

— напрямок другий — оцінка галузі, у якій здійснює свою операційну діяльність емітент;

— напрямок третій — оцінка основних показників господарської діяльності та фінансового стану емітента;

— напрямок четвертий — оцінка характеру обігу акції на фондовому ринку;

— напрямок п'ятий — оцінка умов емісії акцій.

Привілейовані акції (*preference shares*) — це цінні папери із заздалегідь зафіксованими розмірами дивідендів — D_p. Більшість із привілейованих акцій є довічними. Ринкова вартість привілейованої акції P_p дорівнює

$$Pp = \frac{Dp}{k}, \qquad (18.11)$$

де k — розмір ставки бажаного інвестором доходу.

Теоретична ціна простої акції P_a дорівнюватиме теперішній (приведеній — PV) вартості очікуваного в майбутньому потоку дивідендів:

$$Pa = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{Dt}{(1+k)^t}, \qquad (18.13)$$

де D_t — дивіденд, сплачуваний за рік t;

k — очікувана ставка реінвестування дивідендів.

Формула (18.13) описує **загальну дивідендну модель**.

Облігація — це цінний папір, що посвідчує внесення його власником грошей, визначає відносини позики між власником облігації та емітентом, підтверджує зобов'язання емітента повернути власникові облігації її номінальну вартість у передбачений умовами розміщення облігацій строк та виплатити дохід за облігацією, якщо інше не передбачено умовами розміщення.

Номінальна вартість — це сума позики, зазначена на бланку облігації, яку буде повернено в зазначений строк після виплати доходів за облігацією (у вигляді процентів або різниці між купівельною та номінальною вартістю). Номінальна вартість облігації — це вартість погашення облігації.

Емісійна вартість — це вартість (ціна) облігації, за якою вони розміщуються (продаються) емітентом на первинному ринку (тобто при першому продажу).

Ринкова вартість — це вартість (ціна), за якою вони реалізуються на вторинному ринку.

Загальна модель розрахунку **ринкової** (реальної) **ціни облігації** MP має такий механізм:

$$MP = \sum_{t=1}^{n} \frac{P_t}{(1+i)^{n_t}}, \qquad (18.21)$$

де P_t — очікуваний дохід у кінці t-го періоду використання облігації;

n_t — кількість періодів нарахувань процентів за ставкою i в проміжку часу від MP до n_t;

i — необхідна ставка прибутковості облігації, яка повинна бути не меншою за процентну ставку за банківськими депозитами.

Курс облігації. Під курсом розуміють купівельну ціну однієї облігації з розрахунку на 100 грошових одиниць номіналу (*pv*).

Загальний механізм розрахунку курсу облігації P_q проводиться за формулою

$$P_q = \frac{MP}{pv} \cdot 100. \tag{18.22}$$

Дохідність (*yield*), **або прибутковість, облігації** – це показник інвестиційної ефективності для інвестора у вигляді річної процентної ставки складних процентів, тобто це ефективна складна процентна ставка. Позначимо прибутковість (дохідність) *y* та нагадаємо загальну формулу розрахунку:

$$y = \frac{pv - MP}{pv} \cdot 100\%. \tag{18.23}$$

Усі інші фінансові інструменти, крім акцій та облігацій, відносять до похідних:

- інвестиційні сертифікати;
- депозитні (ощадні, банківські) сертифікати;
- сертифікати фондів операцій із нерухомістю (скорочено сертифікати ФОН);
- іпотечні сертифікати;
- векселі;
- свопи;
- опціони;
- ф'ючерсні контракти;
- форвардні контракти;
- можливі інші похідні, в тому числі й похідні другого порядку (похідні від похідних).

Запитання для самостійної роботи

1. Загальне визначення терміна «фінансовий інструмент».
2. Які фінансові інструменти входять до групи пайових цінних паперів?
3. Які фінансові інструменти входять до групи боргових цінних паперів?
4. Які фінансові інструменти входять до групи іпотечних цінних паперів?
5. Які фінансові інструменти входять до групи приватизаційних цінних паперів?
6. Акції, їх види, їх характеристика.
7. Який термін вживають до доходів за акціями?
8. Що означають терміни «спліт» та «консолідація» стосовно акцій?
9. Назвіть напрямки оцінювання інвестиційних якостей акцій?
10. Охарактеризуйте оцінку акцій за галузевою оцінкою діяльності емітента.
11. Які показники беруть до уваги з метою оцінки фінансового стану емітента акцій?
12. Фінансова оцінка привілейованих акцій.
13. Фінансова оцінка простих акцій.
14. У чому полягає сутність загальної дивідендної моделі розрахунку ціни акції?
15. Що розраховується за допомогою моделі Гордона?
16. Облігації, їх види, їх характеристика.
17. Форми рейтингової оцінки інвестиційних якостей облігацій.
18. У чому суть загальної моделі розрахунку ринкової (реальної) ціни облігації?
19. Розрахунок курсу облігації, відмінність курсу від ціни облігації.
20. Розрахунок курсу купонної (процентної) облігації.

Розділ 19 ОЦІНКА ПРИБУТКОВОСТІ ФІНАНСОВИХ ОПЕРАЦІЙ

19.1 Прибутковість ─ показник ефективності фінансової операції

Абсолютна сума одержаного доходу ще не свідчить про ефективність фінансової операції. Показником ефективності може бути результат зіставлення доходу (прибутку), отриманого за певний проміжок часу, зі зробленими витратами. Так, у розділі 1 процентна ставка розглядалась як показник прибутковості кредитної операції. Тим часом навіть у кредитній операції дохід кредитора може не обмежуватися лише процентом. Багато банків, крім стягнення процентної ставки за наданий кредит, установлюють комісійну винагороду за здійснення операцій за кредитування клієнтів, а також можуть утримувати з клієнта додаткові суми, які покривають витрати банку за кожною операцією. Таким чином, при кредитній операції загальний дохід банку від її проведення є сумою доходів із декількох джерел.

В інших фінансових операціях загальний дохід також може обчислюватися як результат складення доходів від декількох джерел. Так, наприклад, власник облігації, крім отримання процентів за купонами, має також дохід у вигляді курсової різниці між ціною її придбання і ціною викупу або продажу. Отже, вимірювання прибутковості (ефективності) будь-якої фінансової операції зводиться до врахування усіх джерел доходу, тобто знаходження сумарного доходу за певний проміжок часу і порівняння його з витратами, які його викликали. Для кредитних операцій цими витратами є величина капіталу, наданого в позику, для власника пінних паперів ─ сума, витрачена на їх придбання тощо. Загальним принципом визначення фінансової ефективності різних операцій є прибутковість, яка є еквівалентною прибутковості від проведення позичкової операції, тобто проблема зводиться до визначення розрахункової процентної ставки, що характеризує загальну дохідність на вкладений капітал.

Річну процентну ставку при річних періодах її оцінювання в депозитно-кредитних операціях, як правило, називають ефективною ставкою. У розрахунках, що оцінюють облігації, її називають прибутковістю на момент погашення. При аналізі виробничих інвестиційних проектів мінімальний показник прибутковості називають внутрішньою нормою прибутку або маржинальною ефективністю капіталу (*IRR*) ─ дивись підрозділ 15.4. Також при оцінюванні ефективності капітальних вкладень застосовують показник модифікованої внутрішньої норми дохідності (*MIRR*) ─ дивись підрозділ 15.5.

У зв’язку з метою уніфікації фінансової термінології вважаємо за доцільне ввести у використання на підставі вже існуючого англомовного показника оцінки ефективності фінансових операцій. У фінансовому аналізі існує визначення «мінімальної привабливої ставки дохідності» (*minimum attractive rate of return* ─ *MARR*).

Мінімальна приваблива ставка дохідності (*MARR*), або скорочено ставка *MARR*, ─ це така мінімальна норма віддачі на вкладений капітал (з урахуванням рівня ризику), яка може стимулювати інвесторів до відповідних фінансових вкладень. Це ставка, яка вказує нижню межу середньозваженої дохідності подібних альтернативних інвестицій з близьким ступенем ризику; її можна застосовувати як процентну ставку для дисконтування [6, с. 71].

Але, в подальших розрахунках ще не будемо використовувати ставку дохідності з урахуванням рівня ризику, тобто ставку *MARR*. Спочатку розглянемо методи розрахунку ставки дохідності без урахування рівня ризику. Назва такої ставки ─ мінімальна величина ставки дохідності (*minimum value rate of return* ─ *MVRR*).

Отже, **під мінімальною величиною ставки дохідності (*MVRR*) будемо розуміти річну процентну ставку, при якій усі доходи, будучи приведеними на момент початку інвестиційних вкладень, становитимуть суму, не меншу ніж сума інвестицій.**

У практичній діяльності вибір розміру процентної ставки дисконтування – ставки *MVRR* неоднозначний і залежить від специфіки кожної конкретної операції.

Для кредитної операції це означає, що сума продисконтованих річних виплат дорівнює фактично отриманій сумі кредиту (номінальна сума кредиту мінус комісійні виплати).

При оцінці прибутковості облігацій мінімальна ставка $MVRR$ буде означати рівність ціни придбання облігації сумі дисконтованих за мінімальної ставки $MVRR$ сум купонних платежів і викупної ціни.

Природно, що чим вища величина $MVRR$, тим більша прибутковість операції. За несприятливих умов $MVRR$ може бути меншою за мінімальну, тобто може мати «не прибуткове» значення.

Показник $MVRR$ має двоїстий характер, тобто він є вимірником прибутковості для кредитора і одночасно є ціною кредиту для позичальника.

Для розрахунку величини мінімальної ставки $MVRR$ необхідно скласти рівняння, яке математично виражало б зміст цього показника: різниця між сумою наданого кредиту (витрат на придбання, сумою інвестицій) і сумою всіх продисконтованих доходів на момент отримання кредиту або початку інвестиційного процесу повинна дорівнювати нулю:

$$D - \sum_t \frac{R_t}{(1+i_t)^{n_t}} = 0. \qquad (19.1)$$

На перший погляд у формулі 19.1 показник *MVRR* відсутній. Але формула 19.1 передбачає також, що різниця майбутніх вартостей також дорівнює нулю, а саме:

$$D\cdot(1+MVRR)^{n}-\sum R_t\cdot(1+i_t)^{n_t}=0, \qquad (19.2)$$

де D — сума наданого кредиту; R_t — платежі щодо погашення заборгованості; n_t — кількість нарахувань для кожного платежу R_t; n — кількість років; i_t — процентна ставка в кожному з періодів n_t .

19.2 Розрахунок ставки *MVRR* при кредитних та облікових операціях з утриманням комісійних

Кредитні операції. Без урахування комісійних утримань прибутковість кредитних операцій вимірюється еквівалентною річною ставкою складних процентів. Однак, як зазначалося вище, банки та інші кредитори із суми кредиту, що видається, утримують різні виплати. У зв'язку з такими чинниками плата за кредит для позичальника підвищується, а прибутковість кредитора зростає.

Розглянемо метод розрахунку ставки $MVRR_C$, що є річною ставкою складного нарахування процентів (індекс *«с»* означає складне нарахування, від англ. *compound*).

Позичальник отримав позику в сумі D на строк n років за ставкою простих процентів i_S (індекс *«s»* від англ. *simple* — простий). При наданні позики утримуються комісійні в розмірі K. Тоді величина фактично виданої позики становитиме (D — K). При визначенні ставки $MVRR_C$ вважаємо, що нарощення величини (D — K) за ставкою $MVRR_C$ повинне дорівнювати нарощеній величині D за ставкою кредиту i_S , що можна записати у вигляді рівняння

$$(D-K)\cdot(1+MVRR_C)^{n}=D\cdot(1+n\cdot i_S). \qquad (19.3)$$

Оскільки комісійні та інші утримання здебільшого зазначаються не в абсолютній величині, а у вигляді відсотка від суми кредиту або від суми проведеної операції, то можна записати $K = D\cdot g$, де g — розмір комісійних утримань у відсотках від суми кредиту.

Підставивши значення *K* у попереднє рівняння (20.3) і розв'язавши його відносно $MVRR_C$, отримаємо

$$MVRR_C = \sqrt[n]{\frac{(1+n\cdot i_S)}{(1-g)}} - 1. \qquad (19.4)$$

Характеристика прибутковості у вигляді ставки $MVRR_S$, тобто при застосуванні механізму простих процентів, розраховується за формулою

$$MVRR_S = \frac{1}{n}\cdot\left[\frac{(1+n\cdot i_S)}{(1-\text{g})} - 1\right]. \qquad (19.5)$$

При наданні позики під складні проценти рівняння для визначення ставки $MVRR_C$ набирає вигляду

$$(D-K)\cdot(1+MVRR_C)^n = D\cdot(1+i_C)^n. \qquad (19.6)$$

Тоді

$$MVRR_C = \sqrt[n]{\frac{(1+i_C)^n}{(1-g)}} - 1, \qquad (19.7)$$

або

$$MVRR_C = \frac{1+i_C}{\sqrt[n]{1-g}} - 1. \qquad (19.7^*)$$

Приклад 19.1

Задача 1

Підприємству надано кредит на 9 місяців під 26 % річних. При видачі кредиту утримано комісійні в розмірі 1,8 % від суми кредиту. Визначити прибутковість операції для кредитора у вигляді річної ставки складних і простих процентів.

Аналіз перед розв'язуванням задачі

За неоголошеним правилом нарахування процентів за кредитом річне і, здавалося б, складне. Але строк кредитної операції менший 1 року, тому в межах року, нарахування *процентів за наданим кредитом просте, отже, ставка за кредитом проста* – i_S *та дорівнює 26 %.*

Розв'язання

За формулою (19.4) розрахунок ставки $MVRR_C$ *при складному нарахуванні процентів має вигляд*

$$MVRR_C = \sqrt[\frac{9}{12}]{\frac{(1+\frac{9}{12}\cdot 0{,}26)}{(1-0{,}018)}} - 1 = 0{,}2992.$$

Розрахунок ставки $MVRR_S$ *при простому нарахуванні процентів за ставкою* $MVRR_S$ *(формула 19.5):*

$$MVRR_S = \frac{12}{9}\cdot\left[\frac{(1+\frac{9}{12}\cdot 0{,}26)}{(1-0{,}018)} - 1\right] = 0{,}2892.$$

Висновок: *утримання комісійних у розмірі 1,8 % підвищило прибутковість кредитної операції для кредитора на 28,92 % – 26,0 % = 2,92 процентного пункту.*

Задача 2

Видано кредит на 4 роки під 20 % річних (складне нарахування процентів). При видачі кредиту утримано комісійні в розмірі 2 % від суми кредиту. Визначити підвищення вартості кредиту для позичальника в результаті стягнення комісійних платежів.

Розв'язання

Використання формули 19.7 дає результат

$$MVRR_C = \sqrt[4]{\frac{(1+0{,}2)^4}{(1-0{,}02)}} - 1 = 0{,}2061.$$

Утримання комісійних підвищило вартість кредиту на

20,61 ─ 20,0 = 0,61 %.

Перевірка

Дійсно, якщо б сума кредиту становила 100 тис. грн, то позичальник повинен повернути

$$FV = 100{,}0 \cdot (1+0{,}2)^{4} = 207{,}360 \ \textit{тис. грн,}$$

а одержить на руки після сплати комісійних суму 98 тис. грн (100,0 ─ 100,0·0,02 = 98,0). Тоді реальна (ефективна) ставка, за якою одержано кредит, дорівнює

$$MVRR_C = \sqrt[4]{\frac{207{,}36}{98{,}0}} - 1 = 0{,}2061.$$

***Висновок:** утримання кредитором комісійних у розмірі 2 % підвищило вартість кредиту для позичальника на 20,61 % ─ 20,0 % = 0,61 процентного пункту.*

Облікові операції. При реалізації облікової операції з використанням простої облікової ставки без утримання комісійних її прибутковість визначиться за формулою еквівалентності ставок (підрозділ 8.1).

Проведення облікових операцій з утриманням комісійних доцільно показати на прикладі обліку векселів. При утриманні дисконту і комісійних власник векселя отримає суму ($D - D \cdot n \cdot d - K$), де D ─ номінальна вартість фінансового інструмента (векселя); n ─ кількість періодів нарахувань від моменту обліку (оцінки, купівлі) векселя до моменту сплати за ним; d ─ облікова ставка; $D \cdot n \cdot d$ ─ сума дисконту; K, що дорівнює $D \cdot g$, ─ сума комісійних утримань.

Ураховуючи, що $K = D \cdot g$, сума, яку отримає продавець векселя, дорівнює $D - D \cdot n \cdot d - D \cdot g = D \cdot (1 - n \cdot d - g)$.

Отже, якщо розрахунок доцільності купівлі векселя буде оцінюватися за ставкою простих процентів $MVRR_S$, то нарощення суми купівлі (продажу) може бути записане рівнянням

$$D \cdot (1 - n \cdot d - g) \cdot (1 + n \cdot MVRR_S) = D, \qquad (19.8)$$

розв'язання якого відносно $MVRR_S$ дає формулу розрахунку простої мінімальної ставки дохідності за операцією обліку векселя:

$$MVRR_S = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{1}{(1 - n \cdot d - g)} - 1 \right]. \qquad (19.9)$$

Якщо суму купівлі векселя нарощувати за допомогою складної схеми нарахування, то ставку $MVRR_C$ знаходимо з рівняння

$$D \cdot (1 - n \cdot d - g) \cdot (1 + MVRR_C)^n = D, \qquad (19.10)$$

розв'язання якого відносно $MVRR_C$ дає формулу розрахунку складної мінімальної ставки дохідності за операцією обліку векселя:

$$MVRR_C = \sqrt[n]{\frac{1}{(1 - n \cdot d - g)}} - 1. \qquad (19.11)$$

Приклад 19.2

Задача

Банк купує вексель (проводить облік векселя) за обліковою ставкою d =15 % за 40 днів до його погашення. При обліку векселя з його продавця утримані комісійні в розмірі 0,5 %. Визначити дохідність цієї операції для банку за складним та простим механізмами нарахування.

Розв'язання

Ставка дохідності за умови складного нарахування процентів

$$MVRR_C = \sqrt[\frac{40}{360}]{\frac{1}{(1 - \frac{40}{360} \cdot 0{,}15 - 0{,}005)}} - 1 = 0{,}2213 \ (22{,}13\%).$$

Ставка дохідності за умови простого нарахування процентів

$$MVRR_S = \frac{360}{40} \cdot \left[\frac{1}{(1 - \frac{40}{360} \cdot 0{,}15 - 0{,}005)} - 1 \right] = 1{,}8652\ (186{,}52\%).$$

Відповідь: *ставка дохідності за умови складного нарахування процентів* $MVRR_C$ *= 22,13 %; ставка дохідності за умови простого нарахування процентів* $MVRR_S$ *= 186,52 %.*

19.3 Вибір оптимальних умов для комерційних контрактів

Властива ринковій економіці вільна конкуренція на ринку товарів і послуг дає споживачеві можливість вибору найбільш прийнятних умов їх придбання.

Великі комерційні угоди, як правило, здійснюються на умовах їх кредитування або самим виробником (товар відпускається в кредит), або для цієї мети залучаються кредити від третіх сторін ─ різних фінансових організацій.

Споживач, купуючи товар, що має рівні якісні параметри, вибирає не тільки найбільш низьку ціну, а й найкращі умови кредиту ─ його строк, розмір процентної ставки тощо. Дуже жорсткі умови кредиту (висока процентна ставка, малий строк для його погашення) можуть звести до мінімуму вигоди низької ціни товару.

Тому за необхідності укладення контракту дії споживача можуть бути націлені в двох напрямках. Перший ─ вибір товару з найбільш низькою ціною і вибір кредитора (банку, фінансової компанії), що забезпечує найбільш вигідні умови кредиту. Другий ─ вибір виробника (продавця) товару, готового надати комерційний кредит і при цьому забезпечити найбільш прийнятні ціни та умови кредиту.

Аналіз фінансових наслідків реалізації комерційних контрактів може здійснюватися на підставі методу порівнювання теперішніх вартостей усіх майбутніх

платежів, передбачених цими контрактами, за умов, коли всі платежі приводяться до моменту початку здійснення контрактів.

Теперішня вартість усіх витрат буде характеризувати грошову суму, яка з нарахованими на них процентами забезпечить виконання всіх платежів, передбачених контрактом. Для покупця найбільш вигідною є найменша теперішня вартість.

При обчисленні теперішніх вартостей дисконтування всіх платежів, передбачених контрактами, проводиться за єдиною процентною ставкою, так званою ставкою порівняння.

Ставка порівняння є своєрідним вимірником фактора часу. Збільшення терміну кредиту дозволяє зменшити розмір ставки, зменшення терміну кредиту викликає зростання ставки. При виборі рівня ставки порівняння орієнтуються на діючий чи прогнозний середній рівень позичкової процентної ставки.

Порівняння різних контрактів проводиться на основі однієї і тієї ж ставки. У всіх випадках ставка порівняння повинна відрізнятися від пропонованих у контрактах процентних ставок ─ перевищувати найбільшу або бути менше найменшої ставки.

Отримані з використанням ставки порівняння теперішні величини є умовними показниками, проте вони досить достовірно відображають рейтинг контрактів. Отриманий рейтинг збережеться і при зміні розміру ставок порівняння.

Існує й інший метод вибору оптимальних для покупця умов контракту ─ розрахунок граничних значень параметрів контракту. Більш докладно цей метод висвітлений у наступному підрозділі (підрозділ 22.4).

Розглядаючи за допомогою порівнювання теперішніх вартостей механізм вибору оптимальних варіантів контракту, у випадку коли власник товару надає покупцеві комерційний кредит і при цьому пропонуються різні варіанти погашення кредиту, а ціна товару залишається незмінною, то завдання зводиться до вибору найбільш вигідного варіанта погашення заборгованості. Варіанти погашення кредитної заборгованості детально розглянуті в розділі 12.

Тим часом комерційні контракти можуть значно відрізнятися один від одного за низкою інших параметрів (ціною товару, рівнем процентних ставок, строком кредиту, наявністю або відсутністю пільгового періоду, інше). Вибір оптимальних умов і в цьому випадку зводиться до розрахунку теперішніх вартостей, в яких ураховуються всі особливості кожного контракту.

У більшості випадків у контрактах передбачається внесення авансових платежів. Моменти їх внесення можуть бути різними (при укладенні контракту або в інший час). У зв'язку з цим важливою умовою для визначення приведеної вартості є встановлення моменту часу, з якого обчислюється заборгованість і починається її погашення, а також розмір самої заборгованості.

При одноразовій поставці товару заборгованість, як правило, визначається на момент поставки.

При поставці товару партіями в заздалегідь обумовлені строки постачання для кожної партії встановлюють відповідні моменти часу, що визначають заборгованість.

При аналізі умов різних контрактів необхідно враховувати, що збільшення строку поставки «зменшує» теперішню величину витрат покупця. Тому найбільш прийнятними результати порівняння можуть бути в тому випадку, коли строки поставок у різних контрактах відрізняються один від одного не набагато.

У цьому підрозділі не наведені приклади розрахунків порівнювальних показників для вибору комерційних контрактів. Такі розрахунки є окремою сферою конкретного застосування поданих у цьому підручнику теоретичних принципів і методів фінансових розрахунків.

Будь-які окремі приклади розрахунків оптимальних умов комерційних контрактів не дадуть уявлення про загальний обсяг розрахунків у межах цієї обширної теми. Загалом це є, по суті, тема для окремої книги.

19.4 Граничні значення параметрів комерційних контрактів

Для порівнювання конкурентоспроможності двох альтернативних контрактів може також використовуватися метод визначення граничних значень їх параметрів, при якому порівнюються ціни або процентні ставки.

Граничним значенням параметра контракту є величина, що забезпечує його конкурентоспроможність щодо іншого, базового, тобто порівнюваного з ним контракту, при незмінності інших умов. Подібний аналіз покупець може використовувати при визначенні допустимих значень ціни або ставки процентів за згодою продавця змінити початкові умови.

Урахування всіх умов контрактів при використанні граничних значень їх параметрів повинне забезпечити рівність приведених вартостей платежів покупця за обома контрактами.

Якщо один із постачальників пропонує ціну, яка менша, ніж в іншого, $P_1 < P_2$, і процентна ставка $i_1 < i_2$, то вибір очевидний. Якщо ж при $P_1 < P_2$ ставка $i_1 > i_2$, то виникає проблема вибору контракту.

В умовах, коли ставка порівнювання не оголошена, то замість порівнювання теперішніх величин платежів знайдемо граничне максимальне значення ставки іншого варіанта (позначимо його як i_2*), при якому він буде конкурентоспроможний. Тоді при будь-якому значенні ставки i_2, меншому від i_2*, він (контракт) буде кращим. Аналогічно знаходять максимально допустиме значення P_2 (позначимо його як P_2*).

Метод розрахунку граничних значень може бути використаний для знаходження параметрів, які обмежують «поле» прийняття рішень. В економічній літературі цю межу називають точкою рівноваги, або критичною точкою.

Для контрактів, які передбачають разові розрахунки за ними в кінці строку угоди без авансових платежів, за умови рівності приведених вартостей витрат можна записати

$$P_1 \cdot \left(\frac{1+i_1}{1+q}\right)^{-n_1} = P_2 \cdot \left(\frac{1+i_2}{1+q}\right)^{-n_2}, \qquad (19.12)$$

де P_1 та P_2 ─ ціни товару за умовами першого та другого контрактів;

i_1 та i_2 ─ процентні ставки;

n_1 та n_2 ─ кількість нарахувань, що збігається з кількістю років;

q ─ ставка порівнювання.

З наведеного рівняння 19.12 знаходимо i_2* та P_2* :

$$i_2^* = (1+q) \cdot \left[\frac{P_2}{P_1} \cdot \left(\frac{1+i_1}{1+q}\right)^{n_1}\right]^{\frac{1}{n_2}} - 1, \qquad (19.13)$$

$$P_2^* = P_1 \cdot \frac{(1+i_2)^{n_1}}{(1+i_1)^{n_2}} \cdot (1+q)^{n_1 - n_2}. \qquad (19.14)$$

Отже, якщо $i_2 > i_2$*, умови другого контракту гірші для покупця порівняно з умовами першого контракту. Якщо $i_2 = i_2$*, то перший і другий контракти рівноцінні. При $i_2 < i_2$* умови другого контракту краще.

Розрахунок ціни P_2* дає такі орієнтири вибору: при $P_2 = P_2$* контракти рівноцінні, якщо $P_2 < P_2$*, то другий контракт краще, ніж перший, а при $P_2 > P_2$* перший контракт краще, ніж другий.

Приклад 19.3

Задача

Умови двох контрактів такі: P_1=10,0 млн грн; P_2

= 12 млн грн; i_1 = 8 %; i_2 = 7 %; n_1 = 5 років; n_2 = 4 роки. Розрахувати граничні параметри другого контракту, якщо ставку порівнювання взяти q = 10 %.

Розв'язання

*За допомогою формули (19.13) знаходимо i_2**

$$i_2{}^{*} = (1+0{,}1)\cdot\left[\frac{12}{10}\cdot\left(\frac{1+0{,}08}{1+0{,}1}\right)^{5}\right]^{\frac{1}{4}} - 1 = 0{,}1252\ (12{,}52\%)\,,$$

Як бачимо, $i_2 < i_2^*$ (7 % < 12,52 %), а це означає, що умови другого контракту кращі за умови першого. Також це означає, що при застосуванні в другому контракті ставки i_2^*=12,52 % рівність приведених вартостей в обох контрактах буде дотримана. Перевіримо цю тезу за допомогою формули (19.12):

$$10{,}0\cdot\left(\frac{1+0{,}08}{1+0{,}1}\right)^{-5} = 12{,}0\cdot\left(\frac{1+0{,}1252}{1+0{,}1}\right)^{-4} = 10{,}96\ (\textit{млн грн}).$$

Отже, це ще раз доводить, що умови другого контракту кращі, ніж умови першого.

А якщо до формули (19.14) підставити ставку i_2^*=12,52 %, то одержимо

$$P_2{}^{*} = 10{,}0\cdot\frac{(1+0{,}1252)^{4}}{(1+0{,}08)^{5}}\cdot(1+0{,}1)^{5-4} = 12{,}0\ (\textit{млн грн}),$$

тобто $P_2 = P_2^*$.

Таким чином, якщо в умовах другого контракту замість ставки 7 % установити процентну ставку 12,52 %, не змінюючи інші умови, то обидва контракти будуть рівноцінними.

Якщо брати до уваги параметр – ціна товару, то

$$P_2{}^{*} = 10{,}0\cdot\frac{(1+0{,}07)^{4}}{(1+0{,}08)^{5}}\cdot(1+0{,}1)^{5-4} = 9{,}813\ (\textit{млн грн}),$$

Відповідь: *щоб другий контракт залишався кращим порівняно з першим, ставка другого контракту повинна бути меншою 12,52 % за незмінності інших умов в обох контрактах та при ставці порівняння 10 %.*

Або, щоб другий контракт залишався кращим порівняно з першим, ціна другого контракту повинна бути більшою 9,813 млн грн за незмінності інших умов в обох контрактах та при ставці порівняння 10 %.

Величини показників i_2* та P_2* суттєво залежать від прийнятого розміру ставки порівнювання і строку кредитування. У випадку, коли $n_1 = n_2 = n,$ для розрахунку граничних значень параметрів угоди можна обійтися без ставки порівняння, а саме:

$$i_2^* = (1+i_1)\cdot\left[\frac{P_1}{P_2}\right]^{\frac{1}{n}} - 1, \tag{19.15}$$

$$P_2^* = P_1\cdot\left(\frac{1+i_1}{1+i_2}\right)^n. \tag{19.16}$$

Приклад 19.4

Задача

Умови одного із контрактів передбачають: P_1 = 5 млн грн; i_1 = 12 %; строк ─ 5 років (нарахування процентів ─ один раз за рік). Умови другого контракту: P_2 = 7 млн грн; n = 5. Знайти значення процентної ставки для другого контракту, за якої більш висока ціна другого контракту буде порівнянна з ціною першого контракту.

Розв'язання

За допомогою формули (19.15) знаходимо i_2:*

$$i_2^* = (1+0{,}12)\cdot\left[\frac{5{,}0}{7{,}0}\right]^{\frac{1}{5}} - 1 = 0{,}0471\ (4{,}71\%)\,.$$

Перевірку можемо зробити за допомогою формули (19.16):

$$P_2^* = 5{,}0\cdot\left(\frac{1+0{,}12}{1+0{,}0471}\right)^5 = 7{,}0\ (\textit{млн грн}).$$

Перевірку також можемо зробити за допомогою формули (2.10) : $FV = PV \cdot (1 + i)^n$ *:*

$$FV_1 = 5{,}0 \cdot (1 + 0{,}12)^5 = 8{,}812\ (\textit{млн грн}),$$

$$FV_2 = 7{,}0 \cdot (1 + 0{,}0471)^5 = 8{,}811\ (\textit{млн грн}).$$

Відповідь: *процентна ставка для другого контракту, за якої більш висока ціна другого контракту буде порівнянна з ціною першого контракту, дорівнює 4,71 %.*

19.5 Прибутковість торгових операцій із векселями

На грошово-кредитному ринку пропонуються до продажу різні види фінансових інструментів ─ облігації, прості і переказні векселі, депозитні сертифікати тощо. Власник фінансового інструмента може будь-коли продавати його до настання строку платежу за ним. При цьому ціна продажу може варіювати від ціни, нижчої від номіналу, до ціни, вищої від номіналу.

Іноді продаж деяких фінансових інструментів нижче від номіналу не завжди означає фінансові втрати для його власника. Ефективність подібних операцій вимірюється у вигляді нарахування на виручену суму простих або складних процентів, величина яких залежить від різниці цін купівлі-продажу, строку до настання погашення цих інструментів і величини облікових ставок.

Розглянемо в загальному вигляді оцінку прибутковості торгових операцій із векселями. Як завжди, на векселі зазначено його номінал, тобто суму, яку буде виплачено в кінці дії векселя. Номінал векселя дорівнює величині *FV*, вексель був куплений (врахований) банком за обліковою ставкою d за t_1 днів до настання терміну платежу. Ціна, заплачена банком за вексель в момент його купівлі (обліку), становила

$$P_1 = FV \cdot \left(1 - \frac{t_1}{k} \cdot d_1\right), \tag{19.17}$$

де k – кількість днів у році (360 або 365).

Максимальний дохід, який може отримати банк, купивши вексель в момент t_1, становить різницю між номінальною вартістю векселя та сумою, сплаченою за вексель при його обліку, тобто $FV - P_1$.

У разі виникнення сприятливої фінансової ситуації банк до настання строку погашення векселя може продати його за ціною P_2, яка повинна бути більшою за P_1, але буде меншою за номінал, тобто $P_1 < P_2 < FV$.

Отже,

$$P_2 = FV \cdot \left(1 - \frac{t_2}{k} \cdot d_2\right), \tag{19.18}$$

де строковий інтервал між моментом купівлі векселя за ціною P_1 і продажу за ціною P_2 дорівнює $t_1 - t_2$.

Сума P_1, яка заплачена банком при обліку векселя, за період часу до моменту його продажу за ціною P_2, могла б дати дохід за простим або складним механізмом нарахування за річною процентною ставкою, яку беруть які міру ефективності.

Якщо $MVRR_S$ – проста процентна ставка, то можна записати

$$P_1 \cdot \left(1 + \frac{t_1 - t_2}{k} \cdot MVRR_S\right) = P_2, \tag{19.19}$$

де k = 365 днів, і звідки прибутковість такої операції (у вигляді ставки дохідності простих процентів):

$$MVRR_S = \frac{P_2 - P_1}{P_1 \cdot (t_1 - t_2)} \cdot k. \qquad (19.20)$$

Якщо підставити в (22.19) розрахунок значень P_1 та P_2 із формул (19.17), (19.18), отримаємо:

$$MVRR_S = \frac{(t_1 \cdot d_1 - t_2 \cdot d_2)}{(k - t_1 \cdot d_1) \cdot (t_1 - t_2)} \cdot k. \qquad (19.21)$$

Загалом прибутковість операцій із векселями забезпечується при дотриманні нерівностей $t_2 \cdot d_2 < t_1 \cdot d_1$ або $P_1 < P_2$.

При використанні як міри прибутковості річної складної ставки дохідності можна записати

$$P_1 \cdot (1 + MVRR_C)^{\frac{t_1 - t_2}{k}} = P_2, \qquad (19.22)$$

звідки

$$MVRR_C = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k}{t_1 - t_2}} - 1. \qquad (19.23)$$

Підставляючи у (19.23) значення P_1 та P_2, одержуємо

$$MVRR_C = \left(\frac{k - i_2 \cdot d_2}{k - i_1 \cdot d_1}\right)^{\frac{k}{t_1 - t_2}} - 1. \qquad (19.24)$$

Прибутковість операції забезпечується, як і у випадку з простим нарахуванням процентів, при дотриманні нерівностей: $t_2 \cdot d_2 < t_1 \cdot d_1$ або $P_1 < P_2$ або $d_2 < t_1 \cdot d_1 / t_2$.

Приклад 19.4

Задача

Банк провів облік перевідного векселя номінальною вартістю 500,0 тис. грн за 90 днів до його погашення за *обліковою ставкою 10 %. Через 20 днів банк його продав (провів переоблік) іншому банку за обліковою ставкою 8 %. Визначити прибутковість цієї операції.*

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Номінал векселя FV = 500,0 тис. грн; t_1 = 90 днів; d_1 = 0,1; t_2 = 70 днів; d_2 = 0,08.

Розв'язування

Ціна, за якою вексель куплено:

$$P_1 = 500 \cdot \left(1 - \frac{90}{360} \cdot 0{,}1\right) = 487{,}5 \ (\textit{тис. грн}).$$

Ціна, за якою вексель продано:

$$P_2 = 500 \cdot \left(1 - \frac{70}{360} \cdot 0{,}08\right) = 492{,}222 \ (\textit{тис. грн}).$$

Розраховуємо прибутковість купівлі-продажу векселя:

$$MVRR_S = \frac{492{,}222 - 487{,}5}{487{,}5 \cdot (90 - 70)} \cdot 360 = 0{,}1744 \ (0{,}1744\%) \, .$$

Суть ставки $MVRR_S$, що дорівнює 17,44 % в такому поясненні. Якби банк, який провів облік перевідного векселя (тобто купив вексель) за 487,5 тис. грн, поклав цю суму в інший банк на депозит під просту ставку 17,44 % річних, то через 20 днів одержав би таку саму суму, що й при продажу векселя, — 492,222 тис. грн:

$$FV = 487{,}5 \cdot \left(1 + \frac{20}{360} \cdot 0{,}1744\right) = 492{,}223 \ (\textit{тис. грн}).$$

Також ця задача розв'язується за допомогою формули (19.21):

$$MVRR_S = \frac{(90 \cdot 0{,}1 - 70 \cdot 0{,}08)}{(360 - 90 \cdot 0{,}1) \cdot (90 - 70)} \cdot 360 = 0{,}1744 \ (17{,}44\%).$$

Якщо вимірювати прибутковість операції ставкою складного нарахування процентів, формула (19.23), то

$$MVRR_C = \left(\frac{492{,}222}{487{,}5}\right)^{\frac{360}{90-70}} - 1 = 0{,}1895\ (18{,}95\%).$$

Нагадуємо, що ставки $MVRR_S$ та $MVRR_C$ — процентні ставки. Для перерахування процентних ставок в облікові, за необхідності, — дивись розділ 8. Більш зручним є використання наведених вище нерівностей, працюючи з якими йде порівнювання облікових ставок.

Для того щоб угода купівлі-продажу векселя була прибутковою, необхідно, щоб облікова ставка, за якою продають вексель, була чисельно більшою за $90/70 \cdot 0{,}1 = \;= 0{,}1286$ (12,86 %).

Відповідь: *прибутковість цієї операції за показниками:*

— $MVRR_S$ =17,44 %;

— $MVRR_C$ =18,95 %;

— за розміром облікової ставки операція продажу векселя повинна здійснюватися за обліковою ставкою, більшою від 12,86 %.

19.6 Операції з депозитними сертифікатами

Одним із найбільш поширених фінансових інструментів, які дають фіксований процентний дохід, є депозитні сертифікати (ДС).

ДС в його класичному вигляді є документ, який випускається банком із зобов’язанням сплатити пред’явнику (власнику) ДС внесок на депозит із нарахованими на нього процентами в конкретну дату. Цей документ може бути іменним, тобто виписуватися на конкретну особу і тому не може передаватися іншій особі шляхом продажу без обов’язкового повідомлення про це емітента сертифіката. ДС може бути неіменним, тобто на пред’явника.

ДС продаються в момент випуску за номіналом і передбачають виплату певної суми процентів, які нараховуються за простою або складною ставкою.

У разі коли власник ДС пред'являє його до оплати раніше встановленої дати, емітент передбачає штрафні санкції у вигляді утримання частини процентних платежів, що є, по суті, зниженням оголошеної процентної ставки.

При здійсненні операцій з ДС на фінансовому ринку, тобто коли його продаж здійснюється не тільки емітентом, а й іншими учасниками ринку, для визначення прибутковості операції можливі такі варіанти розрахунку:

(А) — ДС придбаний у емітента за номіналом, а продається за t_2 днів раніше встановленого строку погашення t_1;

(Б) — ДС придбаний на вторинному фінансовому ринку через деякий час після випуску, а погашається в кінці встановленого строку (t_1);

(В) — ДС придбано через деякий час після випуску на фондовому ринку і продається раніше встановленої дати погашення.

Для оцінки прибутковості операції в разі варіанта (А) скористаємося рівнянням (19.19):

$$P_1 \cdot \left(1 + \frac{t_1 - t_2}{k} \cdot MVRR_S\right) = P_2, \qquad (19.19)$$

де P_1 — номінал депозитного сертифіката, встановлений емітентом у момент його першого продажу;

P_2 — ціна продажу депозитного сертифіката раніше строку його погашення;

t_1 — установлений строк погашення;

t_2 — строк, що залишився до дати погашення.

Ставка, яка характеризує дохідність такої операції — $MVRR_S$, розраховується за формулою (19.20).

У випадку коли при продажу ДС процентна ставка змінилася, тобто $i_1 \neq i_2$, то ставка прибутковості розраховується за формулою

$$MVRR_S = \left(\frac{1 + \frac{t_1}{k} \cdot i_1}{1 + \frac{t_2}{k} \cdot i_2} - 1 \right) \cdot \frac{k}{t_1 - t_2}. \qquad (19.25)$$

А у разі коли дохідність вимірюється складною процентною ставкою:

$$MVRR_C = \left(\frac{k + i_1 \cdot t_1}{k + i_2 \cdot t_2} \right)^{\frac{k}{t_1 - t_2}} - 1. \qquad (19.26)$$

Із формули (19.26) маємо таку закономірність: прибутковість операції забезпечується виключно при дотриманні нерівності $t_1 \cdot i_1 > t_2 \cdot i_2$.

Приклад 19.4

Задача

Банк випустив депозитні сертифікати з номіналом 100 тис. грн строком на 6 місяців за ставкою 10% річних. Інвестор, який придбав сертифікат у момент його випуску, продає його через 3 місяці після його придбання. Визначити прибутковість цієї угоди, якщо під час повторного продажу сертифіката процентна ставка за банківськими депозитами становила 9,0 %.

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Номінал депозитного сертифіката P_1=100,0 тис. грн; t_1 = 180 днів; i_1 = 0,1; t_2 = 90 днів; i_2 = 0,09.

Розв'язання

Якби інвестор пред'явив сертифікат до банку-емітента після закінчення встановленого строку (через 180 днів), то він би отримав суму

$$FV = 100{,}0(1 + 180/360 \cdot 0{,}1) = 105{,}0 \text{ тис. грн.}$$

Але інвестор звернувся до покупця вторинного ринку через 90 днів після купівлі ДС із метою продажу йому *депозитного сертифіката. Покупець розрахував ціну сертифіката за діючою на дату продажу депозитною ставкою:*

$$P_2 = \frac{105{,}0}{\left(1 + \frac{90}{360} \cdot 0{,}09\right)} = 102{,}689\ (\textit{тис.грн}).$$

Покупець сертифіката купує його за 102,689 тис. грн, а через 90 днів одержить за сертифікатом від банку-емітента 105,0 тис. грн. Дохід покупця становить 2,311 тис. грн (105,0 — 102,689). Таку ж суму доходу мав би покупець, якби поклав 102,689 тис. грн у банк на депозит під 9 % річних на три місяці (простий механізм нарахування).

Процент за депозит дорівнює

$$102{,}689 \cdot \frac{90}{360} \cdot 0{,}09 = 2{,}311\ \textit{(тис. грн).}$$

Повертаємося до першого інвестора. Він отримав дохід за перших 90 днів володіння сертифікатом у сумі 102,689 — 100,0 = 2,689 (тис. грн). Для розрахунку ставки прибутковості інвестор скористається формулою (20.20):

$$MVRRs = \frac{P_2 - P_1}{P_1 \cdot (t_1 - t_2)} \cdot k = \frac{102{,}689 - 100{,}0}{100{,}0 \cdot (180 - 90)} \cdot 360 = 0{,}1076\ (10{,}76\%).$$

Ставка прибутковості 10,76 % показує, що інвестор одержав на 0,76 % річних понад ставки первинного вкладу.

Також аналогічний результат можна отримати за допомогою формули (20.25):

$$MVRRs = \left(\frac{1 + \frac{180}{360} \cdot 0{,}1}{1 + \frac{90}{360} \cdot 0{,}09} - 1\right) \cdot \frac{360}{180 - 90} = 0{,}1076.$$

Відповідь: *прибутковість продажу депозитного сертифіката для першого інвестора дорівнює 10,76 %, що перевищує ставку за ДС на 0,76 % річних.*

Для варіанта (Б) доречно використати рівняння

$$P_1 \cdot \left(1 + \frac{t_1}{k} \cdot i\right) = P_2 \cdot \left(1 + \frac{t_2}{k} \cdot MARR_S\right), \qquad (19.27)$$

де P_1 — номінал депозитного сертифіката, встановлений емітентом у момент його першого продажу;

P_2 — ціна придбання депозитного сертифіката раніше строку його погашення;

i — процентна ставка, зазначена на депозитному сертифікаті.

З рівняння (19.27) одержуємо

$$MVRR_S = \left(\frac{P_1 \cdot (1 + \frac{t_1}{k} \cdot i)}{P_2} - 1 \right) \cdot \frac{k}{t_2}. \qquad (19.28)$$

Для механізму складних процентів

$$MVRR_C = \left(\frac{P_1 \cdot (1 + \frac{t_1}{k} \cdot i)}{P_2} \right)^{\frac{360}{t_2}} - 1. \qquad (19.29)$$

<u>Приклад 19.4 (продовження)</u>

Задача (продовження).

За даними попередньої задачі визначити прибутковість для покупця депозитного сертифіката.

$$MVRR_S = \left(\frac{100{,}0 \cdot (1 + \frac{180}{360} \cdot 0{,}1)}{102{,}689} - 1 \right) \cdot \frac{360}{90} = 0{,}09 \ (9{,}00\%).$$

$$MVRR_C = \left(\frac{100{,}0 \cdot (1 + \frac{180}{360} \cdot 0{,}1)}{102{,}689} \right)^{\frac{360}{90}} - 1 = 0{,}0931 \ (9{,}31\%).$$

Відповідь: *прибутковість депозитного сертифікату для покупця дорівнює* $MVRR_S = 9{,}00\%$, $MVRR_C = 9{,}31\%$.

Для визначення $MVRR_S$ і $MVRR_C$ у варіанті «В», коли купівля сертифіката здійснюється через деякий час після його випуску, а продаж – до дати погашення, можна використовувати раніше наведені формули. Проте необхідно мати на увазі, що в цих формулах P_1 означає ціну придбання депозитного сертифіката, а не його номінал.

Приклад 19.4 (продовження)

Задача (продовження).

Депозитний сертифікат номінальною вартістю 100,0 тис. грн з прибутковістю 10 %, строк обігу якого півроку, придбаний інвестором через 90 днів після його випуску за 102689 грн. Через 30 днів після придбання сертифіката він був проданий іншим інвесторам за 103,5 тис. грн. Визначити дохідність такої операції.

Аналіз перед розв'язуванням задачі

Ціна купівлі депозитного сертифіката $P_1 = 102{,}689$ *тис. грн; ціна продажу* $P_2 = 103{,}5$ *тис. грн;* $t_1 = 180 - 90 = 90$ *днів;* $t_2 = 180 - (90+30) = 60$ *днів.*

Розв'язування

Формула (19.20) дає такий результат:

$$MVRR_S = \frac{P_2 - P_1}{P_1 \cdot (t_1 - t_2)} \cdot k = \frac{103{,}5 - 102{,}689}{102{,}689 \cdot (90 - 60)} \cdot 360 = 0{,}0474 \ (4{,}74\%).$$

А за формулою (19.23) розраховуємо ставку прибутковості за складним механізмом нарахування процентів:

$$MVRR_C = \left(\frac{103{,}5}{102{,}689}\right)^{\frac{360}{90-60}} - 1 = 0{,}099\ (9{,}9\%).$$

Відповідь: *мінімально привабливою ставкою дохідності є* $MVRR_S$ *= 4,74 %* або $MVRR_C$ *= 9,9 %.*

19.7 Бар'єрна ставка

Бар'єрна ставка – це процентна ставка, яка визначає лише для конкретного інвестора мінімальну очікувану віддачу від інвестицій. Якщо очікувана віддача від інвестиції менша за бар'єрну ставку, то капітальні вкладення і вкладення грошових коштів у таку операцію не є доцільними.

Очікувана віддача, що використовується інвесторами в інвестиційних розрахунках, наприклад, при дисконтуванні майбутніх доходів, складається із двох частин: перша – вільна від ризику частина бар'єрної ставки (в розділі 19 її позначено $MVRR_S$ або $MVRR_C$) та друга частина – ризикова складова (страхова премія).

Про розрахунки безризикової частини бар'єрної ставки мова йшла прямо або опосередковано у всіх розділах цієї книги – від першого до двадцять другого розділу. А про іншу складову – страхову премію – необхідно зазначити таке.

Інвестори застосовують страхову премію як компенсацію за ризик для таких фінансових операцій, які мають вірогідність коливання майбутніх доходів від великих надходжень до збитків і втрат. Оцінка ризику фінансових операцій є основою для розрахунку ризикової складової бар'єрної ставки. Використовуючи інформацію про минулий досвід фінансових операцій, а також різні моделі оцінки фінансових операцій на майбутнє (оптимістичні, песимістичні, найбільш вірогідні), здійснюється розрахунок ступеня ризику у вигляді числового показника ─ так званої ризикової премії. Теорії та моделі чисельного розрахунку ступеня ризику в даній книзі не розглядалися. Математичні розрахунки показників ризику ─ це окремий великий пласт теорії фінансових розрахунків, у якому ще багато не вирішених проблем. Основою розрахунків показників ризику є теорія ймовірностей. Тільки опанування фінансистом теорії ймовірностей та вміння застосовувати її до розв'язання практичних економічних та фінансових проблем дає можливість стати фахівцем своєї справи. Але загальна ідея врахування ризику доволі проста: чим вищий ризик, тим більшу дохідність бажає одержати інвестор.

І останнє про бар'єрну ставку. Саме про цю ставку йшла мова на початку розділу 19. Бар'єрна ставка ─ це і є ставка *MARR*.

СТИСЛО ПРО ГОЛОВНЕ В РОЗДІЛІ 19

Вимірювання прибутковості (ефективності) будь-якої фінансової операції зводиться до врахування усіх джерел доходу, тобто знаходження сумарного доходу за певний проміжок часу і порівняння його з витратами, які його викликали.

Розрахунок ставки дохідності без урахування рівня ризику. Назва такої ставки ─ мінімальна величина ставки дохідності (*minimum value rate of return* ─ $MVRR$).

Під мінімальною величиною ставки дохідності ($MVRR$) будемо розуміти річну процентну ставку, при якій усі доходи, будучи приведеними на момент початку інвестиційних вкладень, становитимуть суму, не меншу ніж сума інвестицій.

Для розрахунку величини мінімальної ставки $MVRR$ необхідно скласти рівняння, яке математично виражало б зміст цього показника: різниця між сумою наданого кредиту (витрат на придбання, сумою інвестицій) і сумою всіх продисконтованих доходів на момент отримання кредиту або початку інвестиційного процесу повинна дорівнювати нулю:

$$D-\sum_{t}\frac{R_t}{(1+i_t)^{n_t}}=0. \qquad (19.1)$$

Формула (19.1) передбачає також, що різниця майбутніх вартостей також дорівнює нулю, а саме

$$D\cdot(1+MVRR)^{n}-\sum R_t\cdot(1+i_t)^{n_t}=0, \qquad (19.2)$$

де D – сума наданого кредиту; R_t – платежі щодо погашення заборгованості; n_t – кількість нарахувань для кожного платежу R_t ; n – кількість років; i_t – процентна ставка в кожному з періодів n_t .

Розрахунок ставки $MVRR$ при кредитних і облікових операціях з утриманням комісійних

Кредитні операції

Складна ставка прибутковості $MVRR_C$ при застосуванні за кредитом механізму простих процентів розраховується за формулою

$$MVRR_C=\sqrt[n]{\frac{(1+n\cdot i_S)}{(1-g)}}-1. \qquad (19.4)$$

У формулі (19.4) g – розмір комісійних утримань у відсотках від суми кредиту.

Кредитні операції (продовження)

Проста ставка прибутковості у вигляді ставки $MVRR_S$ при застосуванні за кредитом механізму простих процентів розраховується за формулою

$$MVRR_S = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{(1 + n \cdot i_S)}{(1 - g)} - 1 \right]. \qquad (19.5)$$

При наданні кредиту під складні проценти визначення ставки $MVRR_C$ набирає вигляду

$$MVRR_C = \sqrt[n]{\frac{(1 + i_C)^n}{(1 - g)}} - 1, \qquad (19.7)$$

Облікові операції:

$$MVRR_S = \frac{1}{n} \cdot \left[\frac{1}{(1 - n \cdot d - g)} - 1 \right], \qquad (19.9)$$

$$MVRR_C = \sqrt[n]{\frac{1}{(1 - n \cdot d - g)} - 1}\,. \qquad (19.11)$$

Аналіз фінансових наслідків реалізації **комерційних контрактів** може здійснюватися методом порівнювання теперішніх вартостей усіх майбутніх платежів, передбачених контрактами, за умов, коли всі платежі приводяться до моменту початку здійснення контрактів.

Максимальний дохід, який може отримати **покупець векселя,** становить різницю між номінальною вартістю векселя P_2 та сумою, сплаченою за вексель при його обліку (при купівлі), P_1.

Загалом прибутковість операцій із векселями забезпечується при дотриманні нерівностей: $t_2 \cdot d_2 < t_1 \cdot d_1$ або $P_1 < P_2$, або $d_2 < t_1 \cdot d_1 / t_2$.

При продажу **депозитних сертифікатів**, коли процентна ставка змінилася, тобто $i_1 \neq i_2$, то ставка прибутковості розраховується за формулою

$$MVRR_S = \left(\frac{1+\frac{t_1}{k}\cdot i_1}{1+\frac{t_2}{k}\cdot i_2} - 1 \right) \cdot \frac{k}{t_1 - t_2}. \qquad (19.25)$$

А у разі, коли дохідність вимірюється складною процентною ставкою:

$$MVRR_C = \left(\frac{k + i_1 \cdot t_1}{k + i_2 \cdot t_2} \right)^{\frac{k}{t_1 - t_2}} - 1. \qquad (19.26)$$

Із формули (19.26) маємо таку закономірність: прибутковість операції забезпечується виключно при дотриманні нерівності $t_1 \cdot i_1 > t_2 \cdot i_2$.

Бар'єрна ставка ─ це процентна ставка, яка визначає лише для конкретного інвестора мінімальну очікувану віддачу від інвестицій. Якщо очікувана віддача від інвестиції менше за бар'єрну ставку, то капітальні вкладення і вкладення грошових коштів у таку операцію не є доцільними.

Бар'єрна ставка ─ це і є ставка *MARR*.

Мінімальна приваблива ставка дохідності, або скорочено ставка *MARR* (*minimum attractive rate of return*), ─ це така мінімальна норма віддачі на вкладений капітал (з урахуванням рівня ризику), яка може стимулювати інвесторів до відповідних фінансових вкладень. Це ставка, яка вказує нижню межу середньозваженої дохідності подібних альтернативних інвестицій з близьким ступенем ризику; її можна застосовувати як процентну ставку для дисконтування.

Запитання для самостійної роботи

1. Пояснити сутність показника «мінімальна приваблива ставка дохідності» (*minimum attractive rate of return* ─ *MARR*).
2. Пояснити зміст показника «мінімальна величина ставки дохідності» (*minimum value rate of return* ─ *MVRR*).
3. Написати формули, що відображають зміст показника мінімальної величини ставки дохідності (*MVRR*).
4. Як розраховується ставка *MVRR* для кредитних операцій з утриманням комісійних?
5. Як розраховується ставка *MVRR* для облікових операцій з утриманням комісійних?
6. За яких умов виникає проблема обрання контрактів більшої дохідності?
7. Механізм обрання контрактів із більшою дохідністю.
8. Як оцінювати торгові операції з векселями при використанні як міри прибутковості річної простої ставки дохідності?
9. Як оцінювати торгові операції з векселями при використанні як міри прибутковості річної складної ставки дохідності?
10. Нерівності, за допомогою яких забезпечується прибутковість операції обліку векселів.
11. Як оцінити дохідність депозитного сертифіката, що придбаний у емітента за номіналом, а продається раніше встановленого строку погашення?
12. Як оцінити дохідність депозитного сертифіката, що придбаний на вторинному фінансовому ринку через деякий час після випуску, а погашається в кінці встановленого строку?
13. Як оцінити дохідність депозитного сертифіката, що придбаний через деякий час після випуску і продається раніше встановленої дати погашення.

НЕОГОЛОШЕНІ ПРАВИЛА

1. У фінансах взято за правило вважати, ЯКЩО ПІСЛЯ ПОКАЗНИКА СТАВКИ ПРОЦЕНТА (або НОРМИ), ПРОМІЖОК ЧАСУ, У ЯКОМУ ВОНА ДІЄ, НЕ ЗАЗНАЧЕНО, ТО ТАКА **СТАВКА РІЧНА** (наприклад, ставка 10 % означає ставка 10 % річних). Якщо ставка не річна, то в такому випадку ПРОМІЖОК ЧАСУ ОБОВ'ЯЗКОВО ЗАЗНАЧАЄТЬСЯ (наприклад, ставка 4 % ЗА МІСЯЦЬ тощо) [див. с. 47].

2. Якщо не застережено, яка ставка процентів ─ ПРОЦЕНТНА ЧИ ОБЛІКОВА, ─ то мається на увазі, ЩО ЦЕ **ПРОЦЕНТНА СТАВКА** [див. с. 48].

3. Якщо тривалість періоду нарахування процентів додатково не застережена, то у фінансах вважається, ЩО **ПЕРІОД НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ ─ 1 РІК,** тобто **НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ РІЧНЕ** [див. с. 54, 69].

4. Терміни «РІВЕНЬ ПРОЦЕНТНОЇ СТАВКИ» і «ПРОЦЕНТНА СТАВКА» ВЖИВАЮТЬСЯ У ФІНАНСАХ ЯК СИНОНІМИ. Це пов'язано з тим, що показники вимірювання ставок процента, а відповідно, і «процентних ставок», функціонують, ЯК ПРАВИЛО, у відсотках, а показник «рівень процентної ставки» ЗАВЖДИ подається у відсотках [див. с. 56, 57].

5. У науковій та навчальній літературі, якщо не зазначено (додатково не застережено) МЕХАНІЗМ НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ (СКЛАДНИЙ ЧИ ПРОСТИЙ), то завжди розрахунок проводиться за **СКЛАДНОЮ СХЕМОЮ НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ**. Але у фінансових документах банківської діяльності може бути навпаки [див. с. 86].

6. У МЕЖАХ КОЖНОГО ПЕРІОДУ НАРАХУВАННЯ **ПРОЦЕНТИ ЗРОСТАЮТЬ ВИКЛЮЧНО ЗА МЕХАНІЗМОМ ПРОСТОГО НАРАХУВАННЯ ПРОЦЕНТІВ** [див. с. 102, 177].

7. Вживання терміна «дисконтування» без подальшого пояснення, яке саме «дисконтування», означає, що «**ДИСКОНТУВАННЯ**» – РОЗРАХУНОК ПРИВЕДЕНОЇ ВАРТОСТІ З ВИКОРИСТАННЯМ **ПРОЦЕНТНИХ СТАВОК**. А якщо буде ВИКОРИСТАННЯ **ОБЛІКОВИХ СТАВОК**, то такий розрахунок приведеної вартості будемо називати **ОБЛІКОВИМ ДИСКОНТУВАННЯМ** [див. с. 113].

8. Від визначених термінами **«декурсивний»** та **«антисипативний»** способів нарахування процентів процентні ставки i інколи називають декурсивними, а облікові ставки d антисипативними (або авансовими) [див. с. 181].

СЛОВНИК КЛЮЧОВИХ ТЕРМІНІВ

Авансові (антисипативні, *prenumerando*) надходження (виплати) ─ надходження (виплати) грошових сум на початку періоду надходження (виплати).

Авансові (антисипативні, дисконтні, облікові, *prenumerando*) проценти ─ проценти, що нараховуються на початку періоду.

Акція ─ цінний папір, що випускається публічними (акціонерними) компаніями або товариствами на необмежений термін. Акція засвідчує внесення її власником (акціонером) частки в акціонерний капітал (статутний фонд) товариства.

Амортизація кредита (позики) ─ витрати, пов'язані з погашенням кредиту (позики).

Англійська практика нарахування процентів ─ метод нарахування точних процентів з урахуванням фактичного строку фінансової операції.

Ануїтет ─ це грошовий потік (потік платежів), в якому часові проміжки між вкладами (виплатами) рівні між собою і суми вкладів (виплат) рівні між собою.

Базова ставка ─ ставка, яку банки використовують для встановлення процентних ставок за позиками.

Банківський процент ─ узагальнена назва процентів за операціями банків.

Банківське дисконтування ─ дисконтування з використанням процентної ставки.

Безперервні ренти ─ ренти, у яких платежі здійснюються настільки часто, що їх можна розглядати як безперервний процес.

Валютні відносини ─ це сукупність економічних відносин, які виникають у процесі взаємного обміну результатами діяльності національних господарств різних країн і обслуговуються валютою.

Валюта, або **девізи**, **─** це грошові знаки іноземних держав, що використовуються в економічних відносинах на території інших країн, а також цінні папери в грошовому вираженні іншої країни та рахунки і картки, що оплачуються за кордоном.

Валютний курс — це ціна грошової одиниці однієї країни, виражена в грошових одиницях іншої країни.

Витрати з обслуговування кредиту (позики) — те саме, що й амортизація кредиту (позики).

Вічний ануїтет, безстроковий ануїтет, або перпетуіїет (від англ. *perpetuity*), — це ряд платежів, кількість яких не обмежена у часі.

Грошовий потік, його ще називають **потоком платежів —** це послідовність, це ряд різних за сумами грошових надходжень та/або витрат у будь-які зазначені моменти часу, у які їх здійснюють, тобто проміжки часу між надходженнями (витратами), не обов’язково рівні між собою.

Депозитний процент — сума грошей, яку надає банк своїм клієнтам за тимчасове користування їх грошовими коштами (депозитами, вкладами, внесками).

Дефлятор ВВП характеризує зміну в часі загального рівня цін на всі товари і послуги, що реалізовані кінцевим споживачам. Це найбільш широкий показник, який характеризує інфляційні зміни всіх цін.

Дефляція (*dtflation*) — це процес зміни купівельної спроможності грошей, що супроводжується зниженням цін.

Дискретні ренти — ренти, між надходженнями послідовних платежів яких проходить помітний проміжок часу.

Дисконт — різниця між поточною ціною цінного папера і його номіналом; різниця між форвардним курсом валюти і курсом при негайній оплаті; різниця між цінами на той самий товар залежно від конкретних термінів його постачання; знижка з ціни товару.

Дисконтування — часова визначеність розрахунку, а саме спрямованість розрахунку у часі: від майбутнього до сьогодні (від *FV* до *PV)*.

Дисконтування — розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок (тобто з використанням ставок «нарощення»).

Дійсна (теперішня, поточна, сучасна) вартість фінансового потоку — це сума всіх його платежів, продисконтованних на початку періоду першого платежу.

Еквівалентні ставки — це такі ставки, застосування яких приводить до однакових фінансових результатів.

Еквівалентні ренти — ренти, що мають однакові сучасні (дійсні, теперішні, поточні) вартості.

Емітент — той, хто випускає (імітує, «народжує») цінний папір, походить від лат. *emissio* — випуск.

Ефективна ставка (*effective rate*) **—** це така річна ставка при річному нарахуванні процентів, що дає той самий результат при іншій ставці (теж річній, що називається номінальною), але при інших періодах нарахування процентів, відмінних від річного нарахування процентів.

Звичайні (декурсивні, *postnumerando*) проценти — проценти, що нараховуються на момент закінчення періоду.

Звичайна рента — те саме, що й рента *postnumerando*.

Імовірнісна рента — рента, виплата за якою ставиться в залежність від настання деякої випадкової події.

Інвестор — покупець, той, хто купує цінний папір.

Індекс інфляції — величина, що показує, у скільки разів ціни в умовах інфляції більші від цін, які були у базовому періоді.

Інфляційна премія — величина, яку потрібно додати до реальної ставки прибутковості для компенсації інфляційних втрат.

Індекс споживчих цін (*ІСЦ*) — характеризує зміну (як правило, зростання) у певному проміжку часу (місяць, рік тощо) загального рівня цін на товари і послуги, які купує населення для невиробничого особистого споживання.

Індекс цін виробників (*ІЦВ*) — характеризує зміну в часі загального рівня цін на засоби виробництва, які купують підприємства для виробничого споживання.

Інфляція (від лат. *inflation* — здуття) – процес зниження вартості грошей внаслідок переповнення ними каналів обігу (кількісна сума грошей, які перебувають в обігу, перевищує суму цін на товари й послуги).

Інфляція витрат — інфляція, породжена зростанням витрат.

Інфляція попиту — інфляція, викликана випередженням попиту над пропозиціями.

Інфляція як явище для суспільства – це процес зміни купівельної спроможності грошей, який супроводжується зростанням цін.

Іпотечне кредитування — надання кредитів на придбання, будівництво, реконструкцію об'єктів нерухомості. Безпосередньо, термін «іпотека» означає заставу нерухомого майна (головним чином землі й будівель) з метою одержання позики. При іпотечній заставі кредитор (заставоутримувач, англ. *mortgagee*) має право вилучити у позичальника заставлене майно у випадку несплати позичальником боргу.

Іпотечним є кредит (англ. *mortgage*), що надається в грошовій формі або у формі іпотечних облігацій під заставу об'єкта нерухомості з метою купівлі (побудови) такої нерухомості. Іншими словами, об'єкт, що купується (будується), є об'єктом застави.

Капіталізація — процедура приєднання процентів, іншими словами, зростання суми грошей.

Комерційний облік — те саме, що і банківське дисконтування.

Компаундинг (або компандування) — те саме, що й нарощення грошей за механізмом складного нарахування.

Конверсія — зміна умов погашення боргу.

Котирування — установлення курсу цінних паперів, іноземних валют або цін товарів на біржах відповідно до сформованих правил і практики на ринку, чинним законодавством.

Кредит — кошти та матеріальні цінності, які надаються резидентами або нерезидентами у користування юридичним або фізичним особам на визначений строк та під процент. Кредит поділяють на фінансовий кредит, товарний кредит та кредит під цінні папери, що засвідчують відносини позики.

Кредит під цінні папери, що засвідчують відносини позики: кошти, які залучаються юридичною особою — боржником (дебітором) від інших юридичних або фізичних осіб як компенсація вартості випущених (емітованих) таким дебітором облігацій або депозитних сертифікатів. Правила емісії (випуску), продажу та погашення (викупу) зазначених цінних паперів, а також вимоги до їх емітентів встановлюються відповідним законодавством.

Крос-курс — курс однієї валюти до іншої, розрахований через їх курси до третьої валюти.

Курс акції (курсова вартість) — відношення ринкової вартості до номіналу, що виражається у відсотках.

Курс валютний — ціна грошової одиниці однієї країни, виражена в грошових одиницях іншої країни.

Курс спот — курс валюти, установлений на момент укладання угоди за умови обміну валютами банками — контрагентами на другий робочий день із дня укладання угоди.

Курс форвард — очікувана вартість валюти через певний період часу, являє собою ціну, за якою ця валюта продається або купується за умови її постачання на певну дату в майбутньому.

Ласпейреса індекс — індекс цін, який розраховується як відношення суми цін товарів поточного та базового років і за основу береться структура споживання товарів та послуг базового року.

ЛІБОР (LIBOR) ─ лондонська міжбанківська ставка, за якою провідні банки пропонують валютні позики один одному в даний момент і на визначений строк.

Лізинг ─ це економічно-фінансова операція, за якої за договором оренди (лізингу) орендодавець (лізингодавець) зобов'язується придбати у власність обумовлене договором майно у певного продавця і надати це майно орендарю (лізингоотримувачу) за плату у тимчасове користування.

Ломбардний процент ─ сума грошей, яку стягує ломбард зі своїх клієнтів за надання їм грошових коштів на визначений строк під заставу рухомого і нерухомого майна, у т. ч. коштовностей.

Майбутня вартість грошей — це та сума грошей, у яку перетворяться внесені на теперішній час кошти через певний період часу з урахуванням визначеної ставки процента (позначається символом **FV** від англ. *Future Value* – майбутня вартість).

Маржа ─ у банківській практиці ─ різниця між ставками за приваблюваними та наданими кредитами; у торговельній практиці ─ різниця між купівельною і продажною ціною товару; у фондових операціях ─ різниця між курсом цінного папера на день укладання і на день виконання угоди, а також між ціною покупця і ціною продавця.

Математичне дисконтування ─ дисконтування з використанням облікової ставки.

Міжбанківський процент ─ сума грошей, яку сплачує банк іншому банку за тимчасове користування грошовими коштами, взятими у борг в іншому банку.

Множник нарощення ─ множник, що показує, у скільки разів збільшується початкова сума грошей при заданих процентній ставці і кількості періодів нарощення процентів.

Мультиплікуючий множник – те саме, що й множник нарощення.

Нарахування – це механізм розрахунку, який надає результат або «як збільшення», або «як зменшення» бази, з якої починається нарахування.

Нарощена вартість фінансового потоку – сума всіх його платежів із нарахованими на них процентами в кінці строку фінансової операції.

Нарощення – часова визначеність розрахунку, а саме спрямованість розрахунку у часі: від сьогодні до майбутнього (від *PV* до *FV*).

Нарощена сума грошей – визначення майбутньої вартості грошей за рахунок нарахування процентів.

Негайна рента – рента, у якої платежі здійснюються відразу ж після укладання контракту.

Німецька практика нарахування процентів – метод нарахування звичайних (комерційних) процентів із наближеним строком операції.

Номінальна процентна ставка – показник процентної ставки, що фактично склався на ринку в даний момент часу для конкретної фінансової операції.

Облігація – цінний папір, що, як правило, видається на пред'явника. Облігація підтверджує, що її власник вніс кошти на придбання цього цінного папера і тим самим має право пред'явити його до оплати як боргове зобов'язання, яке організація, що випустила його, зобов'язана викупити за номінальною вартістю, зазначеною на облігації.

Облік – те саме, що й математичне дисконтування.

Облігаційний процент – сума грошей, яку надає емітент інвесторам за облігаційними цінними паперами (облігаціями, сертифікатами тощо).

Облікове нарощення – це розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок.

Обліковий процент – сума грошей, яку стягує центральний банк (в Україні – НБУ) з комерційних банків за позики, видані під заклад комерційних векселів.

Пааше індекс – індекс цін, який розраховується як відношення суми цін товарів поточного та базового років і за основу береться структура споживання товарів та послуг поточного року.

Період нарахування процентів – це відрізок часу, в межах якого йде або зростання, або зменшення тієї грошової суми, з якої розпочинається фінансова операція. Кількісним показником зростання в межах періоду нарахування процента є процентна ставка, зменшення – облікова ставка в будь-яких їх формах.

Позика – грошові кошти, що надаються резидентами, які є фінансовими установами, або нерезидентами, крім нерезидентів, які мають офшорний статус, позичальнику на визначений строк із зобов'язанням їх повернення та сплатою процентів за користування сумою позики.

Позичковий процент – сума грошей, яку стягує банк зі своїх клієнтів за надання їм грошових коштів (позики) на визначений строк.

Прибутковість фінансової операції – показник ефективності фінансової операції, під яким, як правило, розуміють процентну ставку за період, на якому розглядається прибутковість.

Принцип еквівалентності – це незмінність таких показників: початкової суми (PV = const), суми кінцевого результату (FV = const), незмінність строку операції (T = const) і незмінність кількості періодів нарахувань упродовж строку T (n = const).

Просте дисконтування – розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок при застосуванні механізму простого нарахування процентів.

Просте облікове нарощення – розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму простого нарахування процентів.

Прості проценти — проценти, що нараховуються за схемою, при якій нарахування процентів здійснюється тільки на початкову суму.

Процентна ставка — відношення суми процентів (іноді називають «процентні гроші»), отриманих за одиницю часу, до величини початкового капіталу. Вимірюється в математичних відсотках від величини капіталу або в частках одиниці.

Процентні гроші, або проценти, — сума, яку платять за користування коштами. Можна сказати, що процентні гроші — це абсолютна величина доходу від фінансової операції.

***Р*-строкові ренти** — ренти, виплати в рахунок яких здійснюються *р* разів на рік.

Реальна процентна ставка — це номінальна процентна ставка, скоригована на рівень інфляції.

Регулярний фінансовий потік — те саме, що й грошовий потік, або ануїтет, або рента.

Рента (ануїтет) *postnumerando* — рента (ануїтет), платежі в рахунок якої/(го) здійснюються наприкінці періодів вкладу.

Рента (ануїтет) *prenumerando* — рента (ануїтет), платежі в рахунок якої/(го) здійснюються на початку періодів вкладу.

Резервні валюти — валюти країн із найвищими економічними потенціалами, які користуються довірою на світовому ринку та використовуються як міжнародний платіжний засіб і накопичуються в резервах міжнародної ліквідності країн.

Рента (у розумінні «**фінансова рента**») — це грошовий потік (потік платежів), в якому часові проміжки між вкладами (виплатами) рівні між собою, а суми вкладів (виплат) різні.

Рівень (як для ставок процента, так і для норм процента) — темп, виражений у відсотках.

Рівень інфляції ─ темп інфляції, виражений у відсотках.

Річні ренти ─ ренти, виплати в рахунок яких здійснюються раз на рік.

Ризик фінансової операції ─ невизначеність її результату.

Ринкова норма процента ─ норма, яка складається в кожний обраний період на ринку позик або депозитів.

Середня норма процента ─ норма в середньому за весь більш тривалий період порівняно з періодом ринкової норми процента.

Сертифікат депозитний ─ це документ, що свідчить про вкладення коштів у банк.

Складне дисконтування ─ розрахунок приведеної вартості з використанням процентних ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

Складне облікове нарощення ─ розрахунок майбутньої вартості з використанням облікових ставок при застосуванні механізму складного нарахування процентів.

Складні проценти ─ проценти, що нараховуються за схемою, при якій нарахування процентів здійснюється як на початкову суму, так і на проценти, нараховані раніше.

Споживчий кредит ─ надається, як правило, фізичним особам для оплати споживчих товарів та послуг.

Сучасна вартість ─ те саме, що й дійсна (теперішня, поточна, приведена) вартість фінансового потоку.

Схована інфляція ─ інфляція, що супроводжується державним контролем над цінами, «заморожуванням» цін і заробітної плати.

Темп (як для ставок процента, так і для норм процента) ─ безрозмірний показник, який дорівнює відношенню приросту (збільшення) або убутку (зменшення) за розглянутий період до базового показника.

Темп інфляції — безрозмірний показник, який дорівнює відношенню приросту цін за розглянутий період до базової суми цін.

Теперішня вартість грошей, або сучасна вартість грошей, — це початкова сума грошових надходжень або видатків, базова сума (база), з якої починається фінансова операція (позначається символом **PV**, від англ. *Present Value* – теперішня, сучасна вартість).

Товарний кредит — товари, які передаються резидентом або нерезидентом у власність юридичним чи фізичним особам на умовах угоди, що передбачає відстрочення кінцевого розрахунку на визначений строк та під процент.

Товарний кредит передбачає передання права власності на товари (результати робіт, послуг) покупцю (замовнику) у момент підписання договору або в момент фізичного отримання товарів (робіт, послуг) таким покупцем (замовником) незалежно від часу погашення заборгованості.

Умовна рента (ануїтет) — рента (ануїтет), виплати в рахунок якої обмежуються якими-небудь умовами.

Фінансовий інструмент — будь-який документ, що може брати участь у фінансових операціях, наприклад, акції, облігації, депозитні сертифікати, векселі.

Фінансовий кредит — кошти, які надаються банком — резидентом або нерезидентом, кваліфікованим як банківська установа згідно із законодавством країни перебування нерезидента, або резидентами і нерезидентами, які мають статус небанківських фінансових установ, згідно з відповідним законодавством у позику юридичній або фізичній особі на визначений строк, для цільового використання та під процент. Правила надання фінансового кредиту встановлюються Національним банком України (стосовно банківських кредитів), а також Кабінетом Міністрів України (стосовно небанківських фінансових організацій) відповідно до законодавства.

Фінансовий менеджмент — система керування фінансовими ресурсами, що поєднує у собі політику, методи, інструменти і людей, які приймають управлінські рішення та втілення її на практиці з метою забезпечення фінансової стабільності фірми і зростання.

Фінансовий потік — ряд наступних одна за одною у часі виплат або надходжень грошей.

Фінансова рента, або **рента**, **—** це грошовий потік (потік платежів), в якому часові проміжки між вкладами (виплатами) рівні між собою, а суми вкладів (виплат) різні.

Форвардний контракт — це нестандартизований ф'ючерсний контракт, що укладається в індивідуальному порядку і не торгується на біржах.

Формула Фішера — формула, що зв'язує процентні ставки, розраховані без урахування інфляції і з урахуванням інфляції.

Французька практика нарахування процентів — метод нарахування звичайних (комерційних) процентів із фактичним строком операції.

Ф'ючерсний контракт — це зобов'язання поставити певну кількість товару або фінансового активу до встановленого терміну в майбутньому за фіксованою у момент укладання угоди ціною.

Цінні папери — документи встановленої форми з відповідними реквізитами, що посвідчують грошові або інші майнові права, визначають взаємовідносини особи, яка їх розмістила (видала), і власника та передбачають виконання зобов'язань згідно з умовами їх розміщення, а також можливість передачі прав, що випливають із цих документів, іншим особам.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бакаєв Л. О. Кількісні методи в управлінні інвестиціями : навч. посіб. / Л. О. Бакаєв. — Київ : КНЕУ, 2000. — 151 с.

2. Бланк И. А. Основы финансового менеджмента : в 2 т. / И. А. Бланк. — 3-е изд. — Киев : Эльга ; Ника-Центр, 2007. — Т. 1.— 624 с.

3. Гриценко Олена. Гроші та грошово-кредитна політика : навч. посіб. / Олена Гриценко. — Київ : Основи, 1997. — 180 с.

4. Гроші та кредит : навч. посіб. / С. Б. Ільїна, В. П. Шило, В. І. Кисла, Н. І. Шрамкова. — Київ : «ВД «Професіонал», 2007. — 368 с.

5. Гроші та кредит : підруч. / М. І. Савлук, А. М. Мороз, І. М. Лазепко та ін. ; за заг. ред. М. І. Савлука. — 4-те вид., переробл. і допов. — Київ : КНЕУ, 2006. — 744 с.

6. Долінський Л. Б. Фінансові обчислення та аналіз цінних паперів : навч. посіб. / Л. Б. Долінський. — Київ : Майстер-клас, 2005. — 192 с.

7. Ковалёв В. В. Курс финансовых вычислений / В. В. Ковалёв, В. А. Уланов. — Москва : Финансы и статистика, 1999. — 328 с.

8. Кутуков В. Б. Основы финансовой и страховой математики: методы расчета кредитных, инвестиционных, пенсионных и страховых схем / В. В. Кутуков. — Москва : Дело, 1998. — 304 с.

9. Машина Н. І. Вищі фінансові обчислення : навч. посіб. / Н. І. Машина. — Київ : Центр навчальної літератури, 2003. — 208 с.

10. Медведев Г. А. Начальный курс финансовой математики : учеб. пособие / Г. А. Медведев. — Москва : ТОО «Острожье», 2000. — 267 с.

11. Мелкумов Я. С. Финансовые вычисления. Теория и практика : учебно-справочное пособие / Я. С. Мелкумов. ─ Москва : ИНФРА-М, 2002. ─ 383 с.

12. Михайловська І. М. Гроші та кредит: практикум : навч. посіб. / І. М. Михайловська, К. Л. Ларіонова. ─ Львів : Новий світ ─ 2000, 2008. ─ 312 с.

13. Семко Т. В. Гроші та кредит у схемах і таблицях : навч. посіб. / Т. В. Семко, М. В. Руденко. ─ Київ : Центр навчальної літератури, 2006. ─ 158 с.

14. Словник іншомовних слів / за ред. О. С. Мельничука. ─ Київ : АН УССР, 1974. ─ 775 с.

15. Четыркин Е. М. Финансовая математика : учеб. / Е. М. Четыркин. ─ Москва : Дело, 2000. ─ 400 с.

Навчальне видання

Зайцев Олександр Васильович

ФІНАНСОВА МАТЕМАТИКА

Підручник

Художнє оформлення обкладинки О. В. Бруєвої
Редактор С. М. Симоненко
Комп’ютерне верстання О. В. Зайцева

Формат 60х84/16. Ум. друк. арк. 35,57. Обл.-вид. арк. 32,94. Тираж 300 пр. Зам. №

Видавець і виготовлювач
Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007
Свідоцтво суб’єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.