

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Кафедра прикладної математики та моделювання складних систем

Допущено до захисту

Завідувач кафедри ПМ та МСС

_____ Коплик І.В.

(підпис)

« ____ » _____ 2022 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня «магістр»

спеціальність 113 «Прикладна математика»

освітньо-професійна програма «Наука про дані та моделювання складних систем»

тема роботи: **«МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМУВАННЯ
МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ У
ГВИНТОВОМУ ЕЛЕКТРОННОМУ ПУЧКУ ЗА ДОПОМОГОЮ
ПОВЗДОВЖНЬОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ»**

Виконавець

студент факультету ЕЛІТ

Шевченко Аліна Тарасівна _____
(підпис)

Науковий керівник

док. фіз.-мат. наук, професор

Лисенко Олександр Володимирович _____
(підпис)

Суми – 2022

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота: 49 с., 5 рисунків, 38 джерела.

Мета роботи: математичне та комп'ютерне моделювання формування мультигармонічних хвиль просторового заряду у гвинтовому електронному пучку; аналіз впливу повздовжнього електростатичного поля на динаміку амплітуд гармонік хвилі просторового заряду у пролітній секції двопотокового супергетеродинного лазеру на вільних електронах (ЛВЕ).

Об'єкт дослідження: процеси збудження та підсилення амплітуд гармонік хвиль просторового заряду у гвинтовому двопотоковому електронному пучку, який знаходиться у повздовжньому електричному полі.

Предмет дослідження: підсилювальні властивості ЛВЕ, спектральні характеристики хвиль мультигармонічних хвиль просторового заряду, вплив на них повздовжнього електричного поля.

Методи навчання: метод усереднених характеристик, рівняння Максвела, рівняння неперервності, рівняння руху, стандартні чисельні методи.

В рамках кубічного нелінійного наближення проведено аналіз впливу повздовжнього електричного поля на ширину частотного спектру хвиль просторового заряду, що формуються в гвинтових двопотокових електронних пучках. З'ясовано, що прискорювальне повздовжнє електростатичне поле значно збільшує ширину частотного спектру мультигармонічної хвилі просторового заряду. Показано, що гальмівне електростатичне поле зменшує ширину частотного спектра мультигармонічної хвилі просторового заряду та збільшує рівень насичення. Запропоновано використовувати повздовжнє гальмівне електричне поле для зменшення повздовжніх габаритів пристрою. З'ясовано, що використання гвинтових пучків замість прямолінійних у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ призводить до збільшення ширини частотного спектру та зменшення довжини насичення мультигармонічної хвилі просторового заряду.

Ключові слова: ДВОПОТОКОВИЙ СУПЕРГЕТЕРОДИННИЙ ЛАЗЕР НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ, ДВОПОТОКОВА НЕСТІЙКІСТЬ, МНОЖИННІ ТРИХВИЛЬОВІ ПАРАМЕТРИЧНІ РЕЗОНАНСИ, РЕЛЯТИВІСТСЬКИЙ ЕЛЕКТРОННИЙ ПУЧОК, ХВИЛЯ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ.

ЗМІСТ

ВСТУП	6
РОЗДІЛ 1 ДВОПОТОКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ (АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД)	8
1.1. Використання супергетеродинного підсилення у лазерах на вільних електронах	8
1.2. Види супергетеродинних лазерів на вільних електронах.....	9
1.3. Двопотоківі супергетеродинні лазери на вільних електронах.....	11
1.4. Метод усереднених характеристик.....	12
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ВЗАЄМОДІЙ У ДВОПОТОКОВОМУ СУПЕРГЕТЕРОДИННОМУ ЛАЗЕРІ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ	17
2.1. Модель мультигармонічного двопотоківого супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу	17
2.2. Множинні параметричні трихвильові резонанси.....	19
2.3. Повздожнє електричне поле	21
2.4. Загальна постановка задачі.....	22
2.5. Застосування методу усереднених характеристик. Розв'язання задачі руху.	24
2.6. Застосування методу усереднених характеристик. Розв'язання рівняння неперервності.....	27
2.7. Система рівнянь для амплітуд гармонік хвиль просторового заряду	28
РОЗДІЛ 3 ПРОВЕДЕННЯ КОМП'ЮТЕРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ....	31
3.1. Параметри досліджуваної системи	31
3.2. Результати моделювання	31
3.3. Аналітичні оцінки досліджуваної системи	34

3.4. Аналіз впливу повздовжнього електричного поля.....	37
3.5. Методика комп'ютерного експерименту	38
3.6. Комп'ютерний код.....	39
ВИСНОВКИ.....	44
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	45

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

E	– напруженість електричного поля;
E_0	– повздожнє електричне поле;
e_z	– орт осі Z електричного поля;
p	– фаза;
e	– заряд електрона;
c	– швидкість світла;
m_e	– маса електрона;
n_α	– концентрація α -го електронного пучка;
γ	– релятивістський фактор;
k	– хвильове число;
ω	– частота;
ω_{cr}	– критична частота двопотокової нестійкості;
ω_p	– ленгмюрівська частота електронів;
α	– кут вльоту пучка;
i	– уявна одиниця;
$\Gamma(\omega_{opt})$	– інкремент зростання ХПЗ;
$c. c.$	– комплексно-спряжена величина;
РЕП	– релятивістський електронний пучок;
ХПЗ	– хвилі просторового заряду;
ЛВЕ	– лазер на вільних електронах;
СЛВЕ	– супергетеродинний ЛВЕ;
ДСЛВЕ	– двопотоковий супергетеродинний ЛВЕ.

ВСТУП

Лазери на вільних електронах – пристрої, що відомі завдяки ряду унікальних властивостей. Перш за все – це пристрої, що мають можливість генерації та підсилення когерентного надпотужного електромагнітного випромінювання з діапазоном довжин хвиль від міліметрового до рентгенівського [1-4].

Актуальним напрямком роботи та задачею на сьогоднішній день – є створення таких пристроїв, що здатні формувати ультракороткі кластери електромагнітного поля [6-12]. Цікавість до створення таких приладів, зданих формувати ультракороткі імпульси, обумовлена тим, що подібні імпульси можуть мати ряд унікальних властивостей, адже потужність ультракоротких, утому числі і фемтосекундних імпульсів, які здатні формувати ЛВЕ такого типу, на сьогоднішній день та у перспективі мають велику кількість застосувань.

На сьогоднішній день існують декілька способів формування ультракоротких кластерів. Серед них варто відзначити метод компресії хвильових пакетів. Основна ідея цього методу полягає у створенні ультракороткого кластера в результаті суперпозиції великої кількості когерентних гармонік. Дана ідея теоретично продемонстрована у ряді робіт [1, 5]. Щоб реалізувати цю ідею потрібні пристрої, котрі здатні генерувати велику кількість гармонік з приблизно однаковими амплітудами. До таких пристроїв відносяться двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах.

Двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах можуть формувати ультракороткі електромагнітні кластери. Така можливість обумовлена підсиленням хвиль просторового заряду, через механізм додаткового підсилення. Особливістю супергетеродинних двопотокових ЛВЕ є використання у якості додаткового підсилення двопотокової нестійкості. Така нестійкість, через участь хвилі просторового заряду у параметричному

резонансі, має високі інкременти підсилення хвилі ХПЗ. До того ж ХПЗ наростає ще і за рахунок двопотокової нестійкості, та характеризується лінійною дисперсійною залежністю. Параметричний механізм взаємодії використовується для передачі енергії від повздовжніх хвиль до поперечного електромагнітного сигналу. При меншій частоті хвилі ХПЗ, ніж частота двопотокової нестійкості, хвиля буде підсилюватися за рахунок цієї нестійкості та характеризуватися лінійною дисперсійною характеристикою. Лінійність дисперсійної характеристики хвилі просторового заряду притаманна як для прямолінійних, так і для гвинтових релятивістських електронних пучків. Завдяки лінійності дисперсійної характеристики гармоніки ХПЗ є пов'язаними великою кількістю трихвильових параметричних резонансів. Таким чином, це призводить до збудження великої кількості вищих гармонік хвилі ХПЗ, та їх підсилення за рахунок двопотокової нестійкості. У результаті маємо, що формування таких хвиль просторового заряду в двопотокових супергетеродинних лазерах на вільних електронах дає можливість формувати мультигармонічні електромагнітні хвилі з широким частотним спектром.

Подана робота присвячена дослідженню механізмів керування шириною частотного спектру хвиль, які формуються в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ, саме через вплив повздовжнього електростатичного поля на формування мультигармонічної хвилі просторового заряду. Унікальність досліджуваної ситуації полягає в тому, що не дивлячись на зміну повздовжньої швидкості двошвидкісного релятивістського електронного пучка під дією повздовжнього електростатичного поля, умови трихвильової параметричної взаємодії між гармоніками хвилі ХПЗ не порушуються. Така поведінка обумовлена синхронністю змін дисперсійних властивостей гармонік ХПЗ через зміну швидкості електронного пучка та лінійністю їх дисперсійних характеристик.

РОЗДІЛ 1

ДВОПОТОКОВІ СУПЕРГЕТЕРОДИННІ ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ (АНАЛІТИЧНИЙ ОГЛЯД)

1.1. Використання супергетеродинного підсилення у лазерах на вільних електронах

Лазери на вільних електронах у яких використовується ефект супергетеродинного підсилення електромагнітних хвиль мають назву супергетеродинних. Пристрої такого типу характеризуються більш високими коефіцієнтами підсилення у порівнянні з іншими при однакових параметрах. Вперше ефект супергетеродинного підсилення хвиль був сформульований у роботі [13], ідея використання такого підсилення для ЛВЕ була подана у роботах [14, 15].

Загально відомими є типи підсилення поздовжніх пучкових хвиль, як двопотоківий, параметричний, плазмово-пучковий. Такі типи підсилення є високоефективними та забезпечують рекордні рівні підсилення. В ході експериментів з лазерами на вільних електронах, що використовують параметричне підсилення, були виявлені наявні проблеми такі як і для більш ранніх пристроїв, пов'язані з ефективністю трансформації пучкових (повздовжніх) хвиль у електромагнітні (поперечні), було з'ясовано, що рішенням може бути явище трихвильового параметричного резонансу. У роботах [14, 15] було запропоновано використовуючи параметричний резонанс об'єднати ідеї додаткового підсилення пучкових хвиль та трансформації енергії цих хвиль у електромагнітні. Супергетеродинними лазерами на вільних електронах називають саме такі ЛВЕ, що використовують описані ефекти як механізм підсилення.

Розрізняють декілька типів СЛВЕ, в залежності від типу використовуваного додаткового підсилення – лінійні та квадратичні. Лінійними є ті, що побудовані на основі лінійних методів підсилення

повздожніх хвиль. Лінійні методи підсилення характеризуються дисперсійними залежностями, та мають не резонансний характер. До квадратичних відносять ті, що побудовані на основі нелінійних механізмів додаткового підсилення та мають резонансний характер. Представниками лінійних методів підсилення є двопотокові, та плазмово-пучкові нестійкості.

Головна відмінність супергетеродинних лазерів на вільних електронах від ЛВЕ інших типів – використання додаткового механізму підсилення пучкових хвиль. В якості такого механізму використовуються нестійкості, такі як двопотокова, плазмово-пучкова, тощо. Відомо, що такі нестійкості здатні забезпечити високі рівні підсилення повздожніх хвиль, тому і супергетеродинні ЛВЕ характеризуються виключно високими підсилювальними властивостями.

1.2. Види супергетеродинних лазерів на вільних електронах

Назва супергетеродинного лазера на вільних електронах обумовлена типом використаного механізму додаткового підсилення хвиль. СЛВЕ матимуть назву плазмово-пучкових, якщо у ньому використовується плазмово-пучкова нестійкість як механізм додаткового підсилення. Лазери на вільних електронах, що використовують параметричний резонанс пучкових хвиль як додатковий механізм підсилення мають назву, відповідно, параметричних електронно-хвильових СЛВЕ. Так, назва двопотоковий супергетеродинний лазер на вільних електронах (ДСЛВЕ) обумовлена використанням двопотокової нестійкості.

Параметричні електронно-хвильові СЛВЕ здатні забезпечувати підсилення на частотах вище, ніж інші системи. На їх базі можна створювати пристрої з низьким рівнем шуму, та згідно дослідженням [16, 17] можна створити потужні підсилювачі субміліметрового-інфрачервоного діапазону. У СЛВЕ такого типу, згідно роботі [18], можливо використовувати у якості додаткового підсилення трихвильовий параметричний резонанс повздожніх

хвиль, які мають частоти, що перевищують критичну частоту. Тоді, як відомо, для ДСЛВЕ критична частота визначає верхню межу частот. Електронно-хвильові СЛВЕ використовують двошвидкісні пучки, отже, можливий трихвильовий параметричний резонанс повздовжніх хвиль. Також для трансформації енергії повздовжніх хвиль у енергію електромагнітного сигналу використовується параметричний резонанс між однією з повздовжніх хвиль, що приймають участь у трихвильовому резонансі хвиль просторового заряду, поперечним полем накачки та поперечною електромагнітною хвилею. Присутні два резонанси, що пов'язані між собою спільною хвилею просторового заряду [19, 20]. Такий тип додаткового підсилення відрізняється від лінійного та відноситься до механізмів квадратичного підсилення.

Плазмово-пучкові СЛВЕ, мають більші значення інкременту наростання у порівнянні з іншими СЛВЕ, згідно результатам досліджень [21]. До того ж в плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ можливе використання електронних пучків з більшими струмами. Як наслідок, є можливість створювати більш потужні пристрої. Плазмово-пучкові СЛВЕ мають переваги та недоліки традиційних пристроїв у яких присутні плазмово-пучкові нестійкості. Такі пристрої мають більші коефіцієнти підсилення та характеризуються об'ємним характером взаємодії, що дає можливість формувати сигнали великої потужності, та не мають проблеми з трансформацією хвиль просторового заряду в електромагнітні хвилі, на відміну від звичайних плазмово-пучкових пристроїв, завдяки використанню резонансних взаємодій. Плазмово-пучкові СЛВЕ характеризуються меншими робочими частотами, у порівнянні з ДСЛВЕ.

Двопотокові СЛВЕ мають високі інкременти наростання в міліметровому інфрачервоному діапазоні у порівнянні з іншими СЛВЕ. Такі пристрої характеризуються високими інкрементами наростання [22, 23], що на порядок більші за інкременти наростання інших супергетеродинних ЛВЕ. У порівнянні з параметричними, двопотокові супергетеродинні ЛВЕ мають

більш компактний розмір та є джерелами електромагнітного випромінювання у міліметровому - інфрачервоному діапазоні довжин хвиль.

1.3. Двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах

Сьогодні проводиться багато досліджень систем пов'язаних з двопотоковою нестійкістю. ЛВЕ, що використовують таку нестійкість наразі є найбільш дослідженими. Двопотокова нестійкість має два визначення: 1) як плазмово-пучкова нестійкість - нестійкість, що розвивається у системі з двох електронних пучків, що мають близькі по модулю швидкості, однакову густину та рухаються назустріч, або в одному напрямку; 2) нестійкість, що розвивається у плазмі, через яку проходить пучок з меншою густиною за плазму. Вперше ідея використання двопотокої нестійкості в лазері на вільних електронах була запропонована у роботі [24], але не в якості додаткового механізму підсилення. Двопотоковий супергетеродинний ЛВЕ був описаний у роботі [25]. Перші конструкції ДСЛВЕ були описані у патенті [26]. ДСЛВЕ клістронного типу вперше були запропоновані у роботах [27, 26, 18]. Найперша нелінійна теорія була побудована у роботах [28, 29].

На сьогоднішній день, двопотокові супергетеродинні лазери на вільних електронах мають велику кількість різних реалізацій. Всі варіанти конструкційних схем об'єднуються в декілька основних: односекційні, багатосекційні, генераторні, підсилювальні, монохроматичні та мультигармонічні.

Мультигармонічні двопотокові супергетеродинні ЛВЕ призначені для формування потужного електромагнітного сигналу з максимально широким частотним спектром, у тому числі для створення ультракоротких кластерів. Формування таких кластерів можливо на базі пристроїв, що використовують додатковий механізм мультигармонічного підсилення двопотокову або плазмово-пучкову нестійкість а [30-32]. Тобто можна використовувати

двопотокові та плазмово-пучкові СЛВЕ для формування ультракоротких кластерів електромагнітного поля.

Двопотокова та плазмово-пучкова нестійкості мають характеристики, завдяки яким їх можливо використовувати у СЛВЕ, задачею яких є формування ультракоротких кластерів електромагнітного поля. Такі нестійкості відносяться до лінійних та характеризуються лінійними дисперсійними залежностями, тому в таких системах за рахунок параметричних резонансних взаємодій відбувається збудження вищих гармонік. Також для таких нестійкостей можливо виділити діапазон частот у яких буде збільшуватися інкремент наростання хвилі просторового заряду зі збільшенням частоти. Найвищим у такому діапазоні є оптимальна частота, тобто частота для якої інкремент нестійкості є максимальним. В такому випадку будуть збуджуватися вищі гармоніки, у наслідок параметричного резонансу, та більш високі гармоніки будуть підсилюватися сильніше, якщо нижню межу такого діапазону обрати в якості частоти першої гармоніки. Вищі гармоніки таких хвиль ХПЗ будуть мати вищі амплітуди. У результаті стає можливим формування хвиль просторового заряду з аномальним спектром.

Для створення мультигармонічних супергетеродинних ЛВЕ можливо використання не лише двопотокової та плазмово-пучкової нестійкості. Також існують й інші типи мультигармонічних СЛВЕ, у яких використовуються інші лінійні нестійкості, наприклад, циклотронна або черенковська [33, 34, 35]. Такі пристрої також можуть формувати електромагнітні хвилі з широким частотним спектром.

1.4. Метод усереднених характеристик

Метод усереднених характеристик застосовується для асимптотичного інтегрування систем рівнянь у частинних похідних, які записуються у стандартному вигляді.

В основі методу усереднених характеристик знаходиться ідея заміни складної мультигармонічної та муьтирезонансної вихідної задачі на більш просту, в якій відсутні осциляторні змінні.

Обчислення згідно цього методу можна розбити на 3 основних етапи: 1-й – перетворення вихідної системи рівнянь в частинних похідних до рівнянь k -го ієрархічного рівня; 2-й – знаходження розв’язків рівнянь; 3-й – обернене перетворення отриманих розв’язків отриманих на k -му рівні до початкового 0-го рівня.

Система вихідних диференційних рівнянь (1.2), зведених до стандартної форми (1.1), у частинних похідних приводяться до їх характеристик (1.3):

$$\mathbf{A}'(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \left(\mathbf{Z}'(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \times \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \right) \mathbf{U} + \mathbf{C}'(\mathbf{z}, t) \mathbf{U} = \mathbf{R}'(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{Z}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \mathbf{z}} = \mathbf{R}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t) \quad (1.2)$$

$$\frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{Z}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t);$$

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{R}(\mathbf{U}, \mathbf{z}, t). \quad (1.3)$$

Для системи (1.3) може бути використане наступне подання у вигляді звичайних диференційних рівнянь:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}), \quad \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}) + \frac{1}{\xi} \mathbf{Y}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}) \quad (1.4)$$

Де \mathbf{x} – вектор повільних змінних, $\boldsymbol{\psi}$ – вектор швидких фаз, $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x})$ – вектор-функція повільних змінних. \mathbf{X} та \mathbf{Y} – вектор функції повільних змінних та швидких змінних, а ξ – великий параметр задачі.

Для знаходження асимптотичних рішень системи використовуємо заміну Крилова-Боголюбова та переходимо до усереднених величин, завдяки чому отримуємо відокремлені повільні змінні від швидких:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \bar{\mathbf{x}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \\ \psi &= \bar{\psi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{v}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \end{aligned} \quad (1.5)$$

Функції $\mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi)$ та $\mathbf{v}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi)$ підбираються так, щоб усереднені величини задовольняли умовам:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dt} &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}) \\ \frac{d\bar{\psi}}{dt} &= \boldsymbol{\Omega}(\bar{\mathbf{x}}) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{B}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Функції $\mathbf{A}^{(n)}$, $\mathbf{B}^{(n)}$, $\mathbf{u}^{(n)}$, $\mathbf{v}^{(n)}$ визначаються через значення $\mathbf{g}^{(n)}$ та $\mathbf{h}^{(n)}$, що пов'язані зі функціями $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \psi)$, $\mathbf{Y}(\mathbf{x}, \psi)$ та $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x})$ з системи (1.4)

Функції $\mathbf{g}^{(n)}$ та $\mathbf{h}^{(n)}$, для 3-х послідовних наближень мають такий вигляд:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \quad (1.7)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} \right) + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{\psi}} v^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{\psi}} B^{(1)} \right]$$

$$\mathbf{g}^{(3)} = \frac{1}{\xi^3} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{\psi}} u^{(1,j)} v^{(1)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} + \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{\psi}} v^{(2)} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{\psi} \partial \bar{\psi}} (v^{(1)})^2 \right. \\ \left. - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{\psi}} B^{(1)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{\psi}} B^{(1)} \right]$$

$$\mathbf{h}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \mathbf{Y}(\bar{x}, \psi) \right) \right]$$

$$\mathbf{h}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial v^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} + \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} \right) + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \bar{\psi}} v^{(1)} \right. \\ \left. - \frac{\partial v^{(1)}}{\partial \bar{\psi}} B^{(1)} + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(j)} u^{(k)} \right]$$

$$\mathbf{h}^{(3)} = \frac{1}{\xi^2} \left[\sum_j \left(\frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \bar{\psi} \partial \bar{x}^{(j)}} v^{(1)} u^{(1,j)} - \frac{\partial v^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \frac{\partial v^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} \right. \right. \\ \left. - \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(3,j)} \right) \\ \left. + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left(\frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathbf{Y}}{\partial \bar{\psi} \partial \bar{\psi}} (v^{(1)})^2 \right. \\ \left. + \frac{1}{6} \sum_{j,k,s} \left(\frac{\partial^3 \mathbf{Y}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)} \partial \bar{x}^{(s)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} u^{(1,s)} \right) + \frac{\partial \mathbf{Y}}{\partial \bar{\psi}} v^{(2)} \right. \\ \left. - \frac{\partial v^{(1)}}{\partial \bar{\psi}} B^{(2)} - \frac{\partial v^{(2)}}{\partial \bar{\psi}} B^{(1)} \right]$$

Для знаходження розв'язку описані дії повторюються, щоб повністю позбутися залежності від швидких фаз.

Таким чином, основною ідеєю методу усереднених характеристик є заміна вихідної задачі на більш просту, в якій відсутні осциляторні змінні. Вирішуючи спочатку просту задачу, при оберненому переході можемо отримати розв'язки вихідної складної задачі. Вирішення рівнянь отриманих з методу усереднених характеристик можна комбінувати з методом повільно-змінних амплітуд.

РОЗДІЛ 2

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ВЗАЄМОДІЙ У ДВОПОТОКОВОМУ СУПЕРГЕТЕРОДИННОМУ ЛАЗЕРІ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ

2.1. Модель мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу

Розглянемо принцип роботи мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу з гвинтовим двошвидкісним електронним пучком, схема якого подана на рис. 2.1. Наведений пристрій має 3 секції: I – секція модуляції, II – пролітна секція, III – кінцева секція.

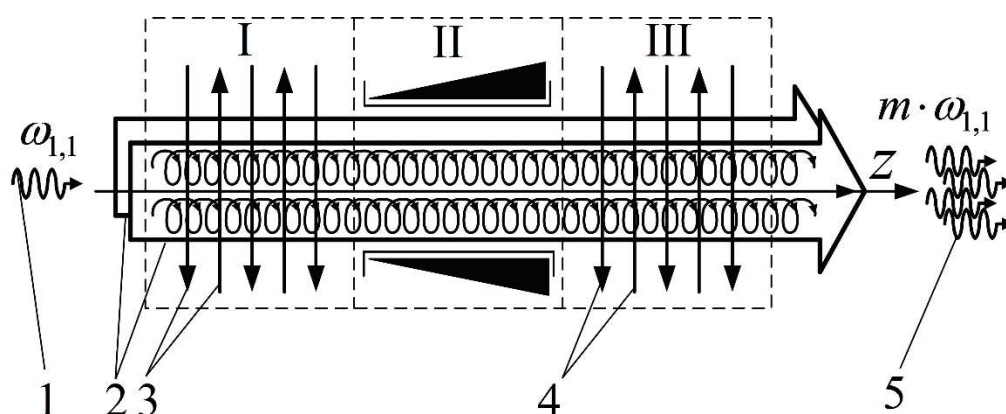


Рис. 2.1 – Схема мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу.

Фокусує магнітне поле направлено вздовж осі Z , в цьому ж напрямку, проходячи через усі секції пристрою, рухається гвинтовий двопотоковий релятивістський електронний пучок. Даний пучок складається з двох парціальних взаємно-проникливих гвинтових електронних потоків з близькими за значеннями парціальними релятивістськими швидкостями v_1, v_2 ($v_1 - v_2 < < v_1, v_2$). Швидкості цих пучків, по відношенню до фокусує магнітного

поля, направлені під кутом α . Плазмові частоти парціальних електронних пучків будемо вважати однаковими: $\omega_{p1} = \omega_{p2} = \omega_p$. Також будемо вважати, що у поперечній площині пучок однорідний, а власними статичними полями пучка та зіткненнями електронів можна знехтувати. У роботі розглядається модель у якій різниця парціальних швидкостей пучка перевищує тепловий розкид електронів за швидкостями, тобто тепловий розкид не враховується.

В секції модуляції I, створене періодично-реверсійне поперечне циркулярно-поляризоване H -убітронне магнітне поле. На вхід у секцію I подається монохроматичний електромагнітний сигнал з частотою $\omega_{1,1}$. Збудження хвилі просторового зарядку в об'ємі гвинтового двошвидкісного релятивістського електронного пучка є основним призначенням секції модуляції I. У результаті трихвильового параметричного резонансу монохроматичного магнітного поля накачки та монохроматичної хвилі сигналу, у двошвидкісному електронному пучку збуджується хвиля просторового зарядку з частотою $\omega_{3,1} = \omega_{1,1}$ та хвильовим числом $k_{3,1}$ першої гармоніки.

Промодульований електронний пучок входить до пролітної секції II. На вході у цю секцію електромагнітна хвиля сигналу поглинається. Основним призначенням цієї секції є підсилення та інтенсивне збудження вищих гармонік хвилі ХПЗ. Збудження та підсилення вищих гармонік відбувається як за рахунок множинних трихвильових резонансів, так і через двопотокову нестійкість. Частоту першої гармоніки обираємо $\omega_{3,1}$ набагато меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості ω_{cr} , для ефективного збудження вищих гармонік хвилі ХПЗ. Варто зауважити, що у такому випадку інкремент наростання буде збільшувати своє значення до оптимальної частоти $\omega_{opt} = \sqrt{3/8} \omega_{cr}$, значення якої відповідає максимальному інкременту наростання. Саме через це відбувається формування хвилі просторового зарядку із широким частотним спектром у пролітній секції.

Релятивістський електронний пучок, у якому збуджено вищі гармоніки хвилі ХПЗ після проходження через пролітну секцію II, потрапляє до прикінцевої секції III. На цьому етапі відбувається перетворення хвилі просторового заряду в мультигармонічний електромагнітний сигнал. Дане перетворення і подальше підсилення можливе за рахунок параметричних резонансів між гармоніками створеного мультигармонічного поля накачки та гармоніками хвилі просторового заряду. Таким чином відбувається зворотне перетворення енергії, в результаті отримуємо енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу з перетвореної енергії мультигармонічної хвилі просторового заряду. Варто зауважити, що при цьому виконується умова параметричного резонансу для кожної з гармонік мультигармонічної хвилі ХПЗ, з відповідними гармоніками поля накачки та електромагнітного сигналу.

Таким чином змінюючи довжину пролітної секції, значення частоти першої гармоніки вхідного сигналу, параметри полів накачки та повздовжнього електростатичного поля, кут вльоту релятивістського електронного пучка - можемо впливати на форму спектру хвилі просторового заряду і як наслідок керувати формою спектру мультигармонічного електромагнітного сигналу, що виходить з двопотокового супергетеродинного ЛВЕ і формувати ультракороткі кластери електромагнітного поля.

2.2. Множинні параметричні трихвильові резонанси

Хвиля просторового заряду складається з великої кількості гармонік, які виникають у наслідок множинних параметричних резонансних взаємодій. З літературних джерел [1, 36, 37, 38] відомо, що залежність частоти хвилі просторового заряду від її хвильового числа є лінійною за умови, коли ця частота менше критичної частоти ω_{cr} . Із цього випливає, що при частоті менше критичної – хвильове число та частота будь-якої m -ї гармоніки відповідають співвідношенням:

$$\begin{aligned}\omega_{3,m} &= m \cdot \omega_{3,1} \\ k_{3,m} &= m \cdot k_{3,1}.\end{aligned}\tag{2.1}$$

З цього можемо зробити висновок, що для того, щоб виконувались умови трихвильового параметричного резонансу для m_1 -ї, m_2 -ї та m_3 -ї гармоніки ХПЗ,

$$\begin{aligned}\omega_{3,m_1} &= \omega_{3,m_2} + \omega_{3,m_3} \\ k_{3,m_1} &= k_{3,m_2} + k_{3,m_3}\end{aligned}\tag{2.2}$$

номери цих гармонік мають бути зв'язані між собою співвідношенням:

$$m_1 = m_2 + m_3\tag{2.3}$$

За виконання таких умов їх фази:

$$p_{3,m_1} = \omega_{3,m}t - k_{3,m}z\tag{2.4}$$

також будуть пов'язані співвідношенням:

$$p_{3,m_1} = p_{3,m_2} + p_{3,m_3}\tag{2.5}$$

Такому співвідношенню задовольняє дуже велика кількість гармонік. Так 5-а гармоніка приймає участь у таких резонансах: $5 = 3 + 2$, $5 = 1 + 4$, $5 = 7 - 2$ і так далі. Тобто кожна гармоніка приймає участь у величезній

кількості різних трихвильових резонансів. Такі взаємодії називають множинними [1, 5, 11, 38]. Саме такі множинні резонансні взаємодії є основним механізмом генерації великої кількості гармонік.

При підвищенні частоти інтенсивність трихвильових параметричних резонансів зменшується. Разом з цим, слід зауважити, що гармоніки зростаючої хвилі просторового заряду підсилюються ще за рахунок двопотокової нестійкості. Через що, при збільшенні частоти до оптимальної частоти двопотокової нестійкості ω_{opt} , інкремент двопотокової нестійкості збільшується.

Двопотокова нестійкість обумовлює збільшення інкременту з підвищенням частоти гармоніки, за умови, що частота першої гармоніки хвилі ХПЗ $\omega_{3,1}$ менше оптимальної частоти ω_{opt} .

Через наявний механізм резонансних взаємодій у двопотоковому РЕП збуджується велика кількість гармонік, а завдяки наявності двопотокової нестійкості гармоніки, що мають більші частоти отримують більш інтенсивне підсилення. В результаті маємо збудження мультигармонічної ХПЗ у такому пучку.

Завдяки множинним резонансним взаємодіям у пролітній секції II стає можливим формування хвилі ХПЗ з широким частотним спектром.

2.3. Повздовжнє електричне поле

Створене, у пролітній секції повздовжнє, однорідне електростатичне поле може бути прискорювальним або гальмуючим. Таке поле значно впливає на ширину частотного спектру, рівень та довжину на якій відбувається насичення мультигармонічної хвилі просторового заряду.

Після проходження пролітної секції II гвинтовий релятивістський електронних пучок, в якому збуджені вищі гармоніки хвилі просторового

заряду, подається на вхід до прикінцевої секції. Прикінцева секція III призначена для перетворення мультигармонічної хвилі ХПЗ в потужну мультигармонічну електромагнітну хвилю сигналу 5, що обумовлено множинними параметричними резонансними взаємодіями між мультигармонічною хвилею просторового заряду, мультигармонічним поперечним Н-убітронним магнітним полем накачки 4 з секції III та мультигармонічним поперечним електромагнітним полем сигналу 5. Іншими словами, відбувається обернене перетворення енергії мультигармонічної хвилі просторового заряду в енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу.

Завдяки множинним параметричним резонансним взаємодіям та двопотоковій нестійкості виникають безліч гармонік з яких складається хвиля ХПЗ. Така хвиля просторового заряду є джерелом мультигармонічних хвиль в досліджуваному двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ. Процеси генерації вищих гармонік мультигармонічних хвиль ХПЗ проходять у всіх секціях досліджуваного ЛВЕ. Подібні процеси найбільше виражені саме у пролітній секції, тому в ній найкраще реалізовувати управління частотним спектром мультигармонічної ХПЗ під дією повздовжнього поля. Змінюючи форму спектру ХПЗ можемо керувати спектром вихідного мультигармонічного електромагнітного сигналу і також можемо створювати ультракороткий кластер електромагнітного поля [4, 10]. У поданій роботі досліджується вплив повздовжнього електростатичного поля на спектральні характеристики мультигармонічної хвилі просторового заряду у пролітній секції II. Параметри підбираються таким чином, що умови множинних резонансних взаємодій між гармоніками хвилі ХПЗ не порушуються.

2.4. Загальна постановка задачі

Використаємо квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності, та рівняння Максвела, щоб проаналізувати описані процеси. До вказаних

базових рівнянь застосуємо методи ієрархічної теорії коливань і хвиль та модернізований метод усереднених характеристик [1, 5, 36, 38]. У досліджуваній системі між гармоніками хвилі просторового заряду присутні множинні параметричні резонансні взаємодії, тому хвиля ХПЗ вважається мультигармонічною. Таким чином результуючу напруженість електричного поля подаємо як:

$$\vec{E}_3 = E_3 \vec{e}_z + \sum_{m=1}^N [E_{3,m} \exp(ip_{3,m}) + c. c.] \vec{e}_z, \quad (2.6)$$

$E_{3,m}$ – комплексні амплітуди m -х гармонік хвилі просторового заряду, $p_{3,m}$ – фаза m -х гармоніки хвилі ХПЗ. N – кількість гармонік, що враховуються.

$$p_{3,m} = \omega_{3,m} \cdot t - k_{3,m} \cdot z = m(\omega_{3,1} \cdot t - k_{3,1} \cdot z), \quad (2.7)$$

У розглянутій моделі всі величини залежать лише від часу t та повздожньої координати z . Розкидом за швидкостями та зіткненнями електронів – можемо знехтувати. В такому випадку вихідні базові рівняння можемо представити у вигляді:

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_{\alpha z} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha} E_z \left(1 - \frac{v_{\alpha z}^2}{c^2} \right), \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} \right) n_\alpha = -n_\alpha \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z}, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \sum_{\alpha=1}^2 e n_\alpha. \quad (2.10)$$

$e = -|e|$ – заряд, а m_e – маса електрона, n_α – концентрація електронів α -го пучка, $\gamma_\alpha = (1 - (v_{\alpha z}/c)^2)^{-1/2}$ – релятивістський фактор α -го електронного пучка, $v_{\alpha z}$ - проекція швидкості на вісь Z , c - швидкість світла.

Подана система рівнянь (2.8) – (2.10) розв’язується за наступною схемою, що складається з трьох кроків: спочатку вирішуємо задачу руху електронів (2.8) пучка, враховуючи задані електромагнітні поля. Далі знаходимо розв’язки рівняння неперервності (2.9), використовуючи результати з минулого етапу знаходження швидкостей. На третьому етапі розв’язуємо рівняння про збудження електромагнітних полів (2.10), підставляючи у рівняння Максвелла знайдені розв’язки для швидкостей та концентрації, що є відомими функціями, залежними від полів. Таким чином отримуємо систему рівнянь де швидкості і концентрація будуть функціями гармонік електромагнітного поля.

2.5. Застосування методу усереднених характеристик. Розв’язання задачі руху.

Використовуємо метод усереднених характеристик [7] для розв’язання задачі руху. Такий підхід буде застосовано також для знаходження розв’язку рівняння неперервності. Далі знайдені розв’язки будуть використані для задачі збудження електромагнітного поля, до цієї задачі застосовується метод повільно змінних амплітуд.

Для того щоб знайти розв’язки рівняння руху, перейдемо до характеристики рівняння, що подане у повних похідних:

$$\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_{\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_{\alpha z} = \frac{e}{m_e \gamma_{\alpha}} E_z \left(1 - \frac{v_{\alpha z}^2}{c^2} \right) \right].$$

Далі, приймаємо, що амплітуди полів змінюються відповідно до змін повздовжньої координати z , та використовуючи співвідношення $dt = dz/v_z$ для швидкості, перейдемо від похідної за часом до похідної за координатою, також доповнимо співвідношеннями для швидких фаз $p_{\alpha, m}$ систему рівнянь.

Введемо повільну змінну повздовжню координату $\chi = z/\xi$, для опису повільних змінних, де ξ – великий параметр задачі. Після описаних перетворень отримаємо наступну систему рівнянь, що подана у стандартному, для методу усереднених характеристик, вигляді [1]:

$$\begin{aligned}\frac{dv_{\alpha z}}{dz} &= \frac{e}{m_e \gamma_\alpha v_{\alpha z}} E_z \left(1 - \frac{v_{\alpha z}^2}{c^2}\right) \\ \frac{d\chi}{dz} &= \frac{1}{\xi} \\ \frac{dp_{\alpha, m}}{dz} &= \frac{m\omega_1}{v_{\alpha z}} - k_m \equiv \Omega_{\alpha, m}\end{aligned}\tag{2.11}$$

Для системи (2.11) відповідно до методу усереднених характеристик представимо у явному вигляді вектор вектор-функції \mathbf{X} , вектор повільних фаз \mathbf{x} , вектор швидких фаз $\boldsymbol{\psi}$, вектор фазових швидкостей $\boldsymbol{\Omega}$, враховуючи, що аналізуються мультигармонічні процеси:

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= \{x_{v_z}, x_\chi\} = \{v_z, \chi\} \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{X} &= \frac{1}{\xi} \{X_{v_z}, X_\chi\} \\ \frac{1}{\xi} X_{v_z} &= \frac{1}{\xi} \{X_{v_z}, X_\chi\} \\ \frac{1}{\xi} X_{v_z} &= \frac{e}{m_e \gamma_\alpha v_{\alpha z}} E_z \left(1 - \frac{v_{\alpha z}^2}{c^2}\right) \\ \boldsymbol{\psi} &= \{p_{3, \alpha, 1}, \dots, p_{3, \alpha, N}\}, \boldsymbol{\Omega} = \{\Omega_{3, \alpha, 1}, \dots, \Omega_{3, \alpha, N}\}.\end{aligned}\tag{2.12}$$

Введемо повільні змінні $\bar{\mathbf{X}} = \{\bar{v}_{\alpha z}, \bar{\chi}\}$, відповідно до методу усереднених характеристик:

$$v_{\alpha z} = \bar{v}_{\alpha z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}),\tag{2.13}$$

$$\chi = \bar{\chi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_\chi^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}).\tag{2.14}$$

Повільні змінні не залежать від швидких змінних, що є найголовнішою перевагою. Загальну систему, подану у стандартному вигляді можна подати у вигляді двох підсистем, так щоб диференціальні рівняння повільних змінних не залежали від швидких змінних. Саме через це рівняння для повільних змінних можна розв'язати окремо від системи зі швидкими змінними. Таким чином, рівняння для повільних змінних набувають наступного вигляду:

$$\frac{d\bar{v}_{\alpha z}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\chi}), \quad (2.15)$$

$$\frac{d\bar{\chi}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\chi}^{(n)}(\bar{\chi}). \quad (2.16)$$

Праві частини другого і третього рівнянь (2.11) залежні лише від усереднених повільних змінних $\bar{\chi}$, що дає можливість розв'язувати ці рівняння незалежно від тих рівнянь, що описують швидкі фази.

Розв'язуємо задачу з урахуванням кубічних нелінійних додатків за $1/\xi$.

Для будь-яких n : $u_{\chi}^{(n)} = 0$

$$A_{\chi}^{(1)} = 1, A_{\chi}^{(n)} = 0 \text{ для } n > 1;$$

$$A_{v_z}^{(1)} = 1, A_{v_z}^{(2)} = 0,$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_{\alpha z}}^{(1)} = \frac{e}{m_e \bar{v}_{\alpha z}} \left(1 - \frac{v_{\alpha z}^2}{c^2}\right)^{3/2} \cdot \sum_{m=1}^N \left[\frac{E_{\alpha, m}(\bar{\chi})}{i\Omega_{\alpha, m}} \exp(i\bar{p}_{\alpha, m}) + c. c \right], \quad (2.17)$$

$$A_{v_{\alpha z}}^{(1)} = eE_0 / (m_e \bar{\gamma}_{\alpha} \bar{v}_{\alpha z}).$$

Таким чином, знаходимо розв'язки як для повільних так і для швидких змінних використовуючи метод усереднених характеристик.

2.6. Застосування методу усереднених характеристик. Розв'язання рівняння неперервності.

Рівняння неперервності розв'язується аналогічно до рівнянь руху з використанням методу усереднених характеристик. Спочатку перетворимо рівняння (2.9) до стандартного вигляду [1]. Будемо вважати, що швидкість відома функція (2.13) (2.14). Додаємо до системи рівняння для швидких фаз

$$\frac{dp_{\alpha,m}}{dz} = \frac{m\omega_1}{v_{\alpha z}} - k_m \equiv \Omega_{\alpha,m}.$$

В результаті отримаємо систему у стандартному вигляді:

$$\frac{dn_{\alpha}}{dz} = \frac{n_{\alpha}}{v_{\alpha z}} \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z}, \quad \frac{dp_{\alpha,m}}{dz} = \frac{m\omega_1}{v_{\alpha z}} - k_m \equiv \Omega_{\alpha,m} \quad (2.18)$$

Для системи (2.18) відповідно до методу усереднених характеристик представимо у явному вигляді вектор вектор-функції \mathbf{X} , вектор повільних фаз \mathbf{x} , вектор швидких фаз $\boldsymbol{\psi}$, вектор фазових швидкостей $\boldsymbol{\Omega}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_n\} = \{n_{\alpha}\} \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{X} &= \frac{1}{\xi} \{X_n\} = \left\{ -\frac{n_{\alpha}}{v_z} \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z} \right\}, \\ \boldsymbol{\psi} &= \{p_{3,\alpha,1}, \dots, p_{3,\alpha,N}\} \\ \boldsymbol{\Omega} &= \{\Omega_{3,\alpha,1}, \dots, \Omega_{3,\alpha,N}\}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Перейдемо до усереднених змінних, використавши модернізований метод усереднених характеристик:

$$n_{\alpha} = \bar{n}_{\alpha} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_n^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}) \quad (2.20)$$

Далі отримуємо рівняння для усередненої концентрації:

$$\frac{d\bar{n}_\alpha}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_n^{(n)}(\bar{x}) \quad (2.21)$$

Розв'язуємо задачу з урахуванням кубічних нелінійних додатків за $1/\xi$, та отримуємо:

$$A_{v_z}^{(1)} = 1, A_{v_z}^{(2)} = 0$$

$$\frac{1}{\xi} u_{v_{az}}^{(1)} = \frac{e \bar{n}}{m_e \bar{v}_{az}^2} \left(1 - \frac{v_{az}^2}{c^2}\right)^{3/2} \cdot \sum_{m=1}^N \left[\frac{k_m E_{\alpha,m}(\bar{x})}{i \Omega_{\alpha,m}^2} \exp(i \bar{p}_{\alpha,m}) + c. c \right] \quad (2.22)$$

Таким чином, використовуючи метод усереднених характеристик ми отримуємо в результаті розв'язки для концентрації (2.20) (2.21).

2.7. Система рівнянь для амплітуд гармонік хвиль просторового заряду

Отримані рішення, за допомогою методу усереднених характеристик на попередніх етапах розв'язку, для швидкості й концентрації як функції полів підставляємо в рівняння Максвелла. В результаті, отримано систему самоузгоджених нелінійних диференціальних рівнянь. Отримана система використовується для знаходження розв'язку задачі для комплексних амплітуд гармонік напруженості електричного поля зростаючої хвилі просторового заряду в кубічному наближенні.

$$\begin{aligned} & C_{2,m} \frac{d^2 E_{3,m}}{dz^2} + C_{1,m} \frac{d E_{3,m}}{dz} + D_m E_{3,m} = \\ & = C_{3,m} \langle E_3 \cdot \sum_{m'=1}^N [E_{3,m'} \exp(ip_{3,m'}) / (im') + c. c.] \rangle_{p_m} + F_m. \end{aligned} \quad (2.23)$$

В отриманій системі (2.23)

$$D_m \equiv -ik_{3,m} \left(1 - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\omega_{p,\alpha}^2 (1 - (\frac{v_{\alpha z}}{c})^2)}{(\omega_{3,m} - k_{3,m} \bar{v}_{\alpha z})^2 \bar{\gamma}_{\alpha}^3} \right) \quad (2.24)$$

– дисперсійна функція хвилі просторового заряду, що розповсюджується в гвинтовому РЕП

$$C_{1,m} = \frac{\partial D_m}{\partial(-ik_{3,m})}$$

$$C_{2,m} = \frac{\partial^2 D_m}{\partial(-ik_{3,m})^2} / 2$$

$$C_{3,m} = \sum_{\alpha=1}^2 \frac{3e\omega_{p,\alpha}^2 k_{3,1}}{im(\omega_{3,1} - k_{3,1} \bar{v}_{\alpha z})^3 v_{\alpha z} \bar{\gamma}_{\alpha}^4 m_e} \left[\frac{\omega_{3,1}}{(\omega_{3,1} - k_{3,1} \bar{v}_{\alpha z}) \bar{\gamma}_{\alpha}^2} - 1 \right],$$

$$\langle \dots \rangle_{p_{3,m}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_{3,m})) dp_{3,m},$$

F_m – функції, залежні від напруженості електричних полів гармонік взаємодіючих між собою хвиль та враховуючі кубічні нелінійні добавки. Система (2.23) враховує підсилення за рахунок множинних резонансних взаємодій та двопотокової нестійкості, тому у процесі нелінійних взаємодій гармонік, залежні значення коефіцієнтів від значень постійних складових швидкостей v_{α} і концентрацій n_{α} парціальних пучків – змінюються. Таким чином, можемо доповнити отриману систему (2.23) знайденими на попередніх етапах рівняннями для постійних складових швидкості й концентрації:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{\alpha z}}{dz} &= V_{\alpha}(E_0, E_{3,1}, \dots, E_{3,N}, v_{\alpha}), \\ \frac{d\bar{n}_{\alpha}}{dz} &= N_{\alpha}(E_0, E_{3,1}, \dots, E_{3,N}, v_{\alpha}, \bar{n}_{\alpha}). \end{aligned} \quad (2.25)$$

За допомогою отриманої доповненої системи рівнянь (2.23) (2.25) можемо досліджувати вплив повздовжнього електростатичного поля на динаміку гармонік хвиль ХПЗ в пролітній секції двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу з гвинтовими релятивістськими електронними пучками у кубічно-нелінійному наближенні.

У поданій роботі досліджується випадок, коли на вхід подається хвиля просторового заряду, що складається з однієї гармоніки. За такої умови завдяки множинним параметричним резонансним взаємодіям збуджують вищі гармоніки хвилі ХПЗ та відбувається їх наростання через двопотокову нестійкість.

РОЗДІЛ 3

ПРОВЕДЕННЯ КОМП'ЮТЕРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

3.1. Параметри досліджуваної системи

Чисельний аналіз динаміки мультигармонічної ХПЗ у пролітній секції ДСЛВЕ клістронного типу с гвинтовими РЕП проводився за наступних значень параметрів: $\omega_{p1} = \omega_{p2} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ – ленгмюрівська частота пучків; $\gamma_0 = (\gamma_1 + \gamma_2)/2 = 4,5$ – середній релятивістський фактор; $\Delta\gamma = \gamma_1 - \gamma_2 = 0,6$ – різниця релятивістських факторів парціальних електронних пучків.

Приймаємо, що хвиля просторового заряду складається з $N=50$ гармонік, які враховуються при розв'язку задач. Також беремо кут вльоту пучка відносно фокусуєчого магнітного поля $\alpha = 20^\circ$. Розглядаємо випадок, коли на вході у пролітну секцію маємо частоту першої гармоніки хвилі ХПЗ рівну $\omega_{3,1} = 0,6 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, таке значення є меншим за критичну частоту двопотокової нестійкості $\omega_{cr} = 6,35 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$.

3.2. Результати моделювання

Проведемо аналіз впливу повздовжнього електростатичного поля E_0 на формування мультигармонічної хвилі просторового заряду в досліджуваному пристрої. Поле може бути як прискорювальним так і гальмуючим.

На рисунках 2 – 4 показані частотні спектри хвилі ХПЗ після проходження пролітної секції для випадків: 1) з прискорювальним повздовжнім полем E_0 ; 2) без повздовжнього поля E_0 ; 3) з гальмуючим повздовжнім полем E_0 . У всіх трьох випадках формується мультигармонічна хвиля просторового заряду з широким частотним спектром, так як частота першої гармоніки хвилі ХПЗ менше за критичну частоту двопотокової

нестійкості. Напруженість поздовжнього електричного поля обираємо $E_0 = 3,0 \cdot 10^5$ В/м.

Спектр мультигармонічної ХПЗ, коли у пролітній секції відсутнє повздовжнє електростатичне поле E_0 відображено на рис. 2. Спектр побудований у точці з координатою 79 см. Ширина такого спектру $\omega_{min,1} - \omega_{3,1} = 1,5 \cdot 10^{13}$ с⁻¹ (26 гармонік), а рівень насичення 0,6 МВ/м.

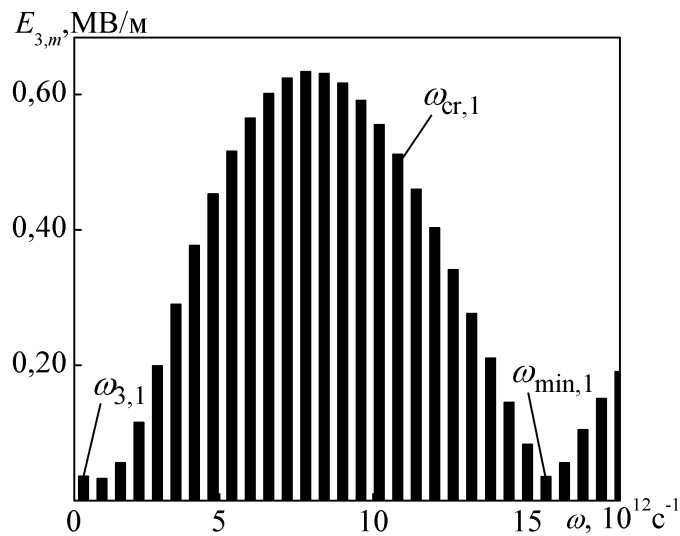


Рис. 2. Залежність амплітуд гармонік E_m хвилі просторового заряду від частоти ω для двошвидкісного РЕП коли повздовжнє електростатичне поле E_0 відсутнє.

При проходженні через пролітну секцію в якій створене прискорювальне повздовжнє електростатичне поле спектр хвилі ХПЗ має вигляд представлений на рис. 3. У відображеному випадку ширина частотного спектру $\omega_{min,2} - \omega_{3,1} = 2,58 \cdot 10^{13}$ с⁻¹ збільшується у 1,72 рази (44 гармоніки), а довжина насичення збільшується у 1,44 рази відносно випадку, коли повздовжнє електростатичне поле відсутнє (рис. 2). Насичення відбувається у точці $z_2 = 114$ см, а максимальна амплітуда має значення 0,16 МВ/м.

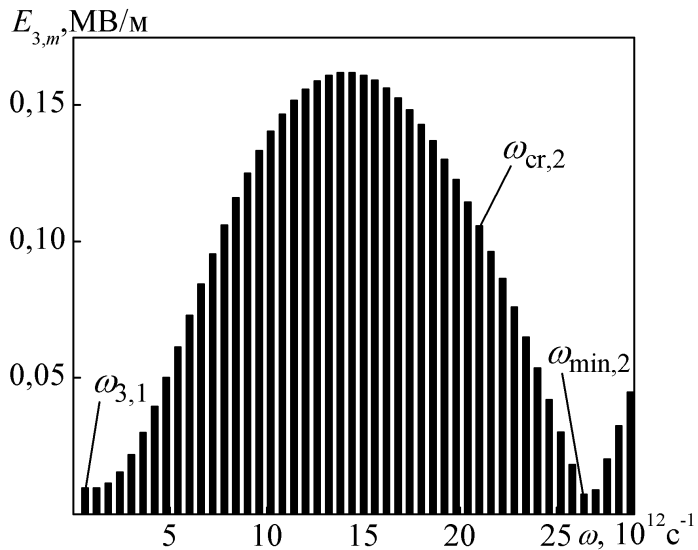


Рис. 3. Залежність амплітуд гармонік E_m хвилі просторового заряду від частоти ω для двошвидкісного РЕП коли присутнє прискорювальне повздовжнє електростатичне поле E_0 .

На рис. 4 показано спектр хвилі просторового заряду після проходження пролітної секції у якій створено гальмуюче електростатичне поле E_0 . Показано, що ширина частотного спектру $\omega_{min,3} - \omega_{3,1} = 1,08 \cdot 10^{13} \text{ c}^{-1}$ (19 гармонік) зменшилась у 1,25 разів, та насичення відбувається в околі точки $z_3 = 63 \text{ см}$.

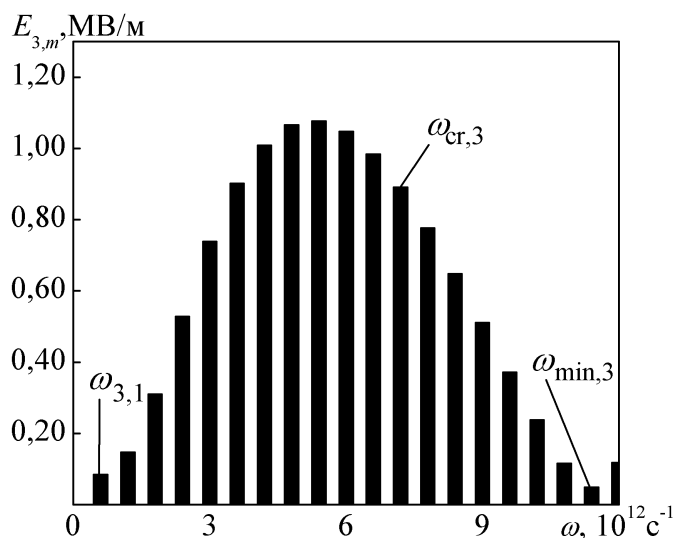


Рис. 4. Залежність амплітуд гармонік E_m хвилі просторового заряду від частоти ω для двошвидкісного РЕП коли присутнє гальмуюче повздовжнє електростатичне поле E_0 .

Таким чином, прискорювальне повздовжнє електростатичне поле може значно збільшити ширину частотного спектру ХПЗ, але при цьому мультигармонічна хвиля ХПЗ буде характеризуватися меншими амплітудами.

Можемо зробити висновок, що використання повздовжнього прискорювального електростатичного поля для збільшення ширини частотного спектру доцільно використовувати в мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП, які призначені для формування електромагнітних хвиль з широким частотним спектром. Проте, для двопотокових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими РЕП, що призначені для формування електромагнітного випромінювання з максимальною амплітудою, більш ефективним буде використання гальмуючого електростатичного поля. Це обумовлено тим, що через наявність гальмуючого поля у пролітній секції можна отримати більш потужну хвилю ХПЗ відносно випадку, коли повздовжнє електростатичне поле відсутнє. При цьому розмір пролітної секції та ширина частотного спектру зменшується.

3.3. Аналітичні оцінки досліджуваної системи

Використовуючи дисперсійне рівняння хвилі просторового заряду

$$D_m(\omega_{3,m}, k_{3,m}) = 0 \quad (3.1)$$

Можна знайти наближене аналітичне рішення дисперсійного рівняння для інкременту двопотокової нестійкості у гвинтовому релятивістському електронному пучку, у вигляді:

$$k_{3,m} = \omega_{3,m}/v_{0z} + i\Gamma_m, \quad (3.2)$$

де, $v_{0z} = (v_{1z} + v_{2z})/2$, $i\Gamma_m$ – нелінійний доданок хвильового числа хвилі ХПЗ. Отримаємо біквдратне рівняння після перетворень, підставивши (3.2) в (3.1), та знайдемо вираз для нелінійного доданку хвильового числа ХПЗ при умовах:

$$\begin{aligned} |v_{0z}\Gamma_m/\omega_p| &\ll 1, \\ |\omega_{3,m}\delta/\omega_p| &\ll 1, \\ (\omega_{3,m} - k_{3,m}v_{1z}) &\neq 0, \\ (\omega_{3,m} - k_{3,m}v_{2z}) &\neq 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Отже, отримаємо:

$$i\Gamma_m = \pm \frac{\omega_p}{v_{0z}} \sqrt{\frac{1-(v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} \left\{ 1 + \frac{\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 (1-(v_{0z}/c)^2)} \pm \sqrt{1 + \frac{4\omega_{3,m}^2 \delta^2 \gamma_0}{\omega_p^2 (1-(v_{0z}/c)^2)}} \right\}^{1/2}, \quad (3.4)$$

де $v_0 = (v_1 + v_2)/2$ – середня швидкість двошвидкісного РЕП,

$$\delta = \frac{v_{z1} - v_{z2}}{v_{z1} + v_{z2}} = \frac{v_1 \cos \alpha - v_2 \cos \alpha}{v_1 \cos \alpha + v_2 \cos \alpha} = \frac{v_1 - v_2}{v_1 + v_2} \quad (3.5)$$

Рівняння (3.4) описує нелінійний доданок хвильового числа для чотирьох хвиль – швидкої, повільної, наростаючої та затухаючої. Два значення з рівняння можемо отримати у випадку, коли двошвидкісний пучок перетворюється у одно-швидкісний, тобто якщо різниця швидкостей парціальних пучків наближається до нуля $\Delta v = v_1 - v_2 = 2v_0\delta \rightarrow 0$. В такому випадку отримуємо:

$$i\Gamma_m = \pm \sqrt{2} \omega_p \sqrt{(1 - (v_{0z}/c)^2)/(v_{0z}^2 \gamma_0)} \quad (3.6)$$

Отримані два значення відповідають швидкій та повільній хвилям одношвидкісного гвинтового пучка. Інші два значення $i\Gamma_m = \pm 0$ не відповідають умовам (3.3), тому їх відкидаємо.

Розглянемо випадок, коли $\Delta v = v_1 - v_2 \neq 0$. Згідно рівняння (3.4), при значенні частоти хвилі просторового заряду $\omega_{3,m}$ менше критичної частоти (3.7) гвинтового двошвидкісного електронного пучка дві з чотирьох хвиль будуть характеризуватися комплексним хвильовим числом k .

$$\omega_{cr} = \frac{\sqrt{2}\omega_p}{\delta} \sqrt{\frac{1-(v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{2\sqrt{2}\omega_p\gamma_0\sqrt{1+\gamma_0^2(v_0/c)^2\sin^2\alpha}}{\Delta v} \quad (3.7)$$

Одна з цих хвиль буде експоненційно зростати, і величина $i\Gamma_m$ буде мати для цієї хвилі фізичний зміст інкременту наростання. Така хвиля є наростаючою. Друга хвиля – затухаюча – буде експоненційно спадати. Затухаючу хвилю далі не враховуємо, так як її амплітуда швидко зменшується. З виразу (3.4) можемо знайти максимальне значення інкременту наростання, що досягається при оптимальній частоті $\omega_{opt} = \omega_{cr}\sqrt{3/8}$:

$$\Gamma(\omega_{opt}) = \frac{\omega_p}{2v_{0z}} \sqrt{\frac{1-(v_{0z}/c)^2}{\gamma_0}} = \frac{\omega_p\sqrt{1+\gamma_0^2(v_0/c)^2\sin^2\alpha}}{2v_0\gamma_0^{3/2}\cos\alpha} \quad (3.8)$$

Вплив повздовжнього електричного поля E_0 призводить до зміни середнього релятивістського фактору γ_0 , при цьому інші параметри з рівнянь (3.7)-(3.8) практично не змінюються. Значення середньої швидкості v_0 близько до швидкості світла, тому її значення не буде суттєво змінюватися. Так як під дією електростатичного поля обидва парціальних пучка однаково прискорюються, або гальмуються різниця релятивістських факторів також практично не зміниться.

З співвідношення (3.7) можемо зробити висновок, що ширина частотного спектру хвиль ХПЗ, що визначається частотою першої гармоніки та критичною частотою двопотокової нестійкості буде залежати від повздовжнього електростатичного поля через значення середнього релятивістського фактору γ_0 . При цьому рівень амплітуд такого спектру також буде визначатися значенням релятивістського фактору γ_0 , згідно з рівнянням (3.8).

3.4. Аналіз впливу повздовжнього електричного поля

При використанні прискорювального електростатичного поля релятивістський фактор буде зменшуватися. Згідно співвідношенням (3.7) (3.8) у такому випадку інкремент $\Gamma(\omega_{opt})$ зменшиться, а критична частота збільшиться. Так як частотний спектр визначається різницею між критичною частотою та частотою першої гармоніки, така зміна співвідношень величин призведе до збільшення ширини частотного спектру, та зменшення рівня насичення, а довжина насичення при цьому збільшиться. Подібний висновок відповідає результатам, що представлені на рис. 3. Отже, при використанні у пролітній секції двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу з гвинтовим РЕП повздовжнього електростатичного поля, можемо керувати спектральними параметрами мультигармонічної хвилі ХПЗ.

У випадку гальмуючого електростатичного поля релятивістський фактор буде зменшуватись. Згідно співвідношенням (3.7) (3.8) у такому випадку інкремент $\Gamma(\omega_{opt})$ буде збільшуватись, а критична частота двопотокової нестійкості – зменшуватися. Отже, в такому випадку ширина частотного спектру буде зменшуватися. Через ріст інкременту буде збільшуватися рівень насичення, а довжина насичення – зменшуватися. Подібний висновок відповідає результатам, що представлені на рис. 4.

Варто зауважити, що збільшення інкременту $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$ у 1,84 рази, та критичної частоти у ω_{cr} у 1,81 раз обумовлено збільшенням кута вльоту РЕП з $\alpha = 0^\circ$ до $\alpha = 20^\circ$. Можемо зробити висновок, що змінюючи кут вльоту, можемо збільшувати ширину частотного спектру та зменшити довжину формування спектру. Використання гвинтових електронних пучків є більш ефективними при використанні електростатичного поля для керування шириною частотного спектру, ніж використання прямолінійних.

3.5. Методика комп'ютерного експерименту

Для моделювання задачі було проведено чисельний експеримент за допомогою створеної комп'ютерної програми. В якості мови програмування обрано MATLAB. При створенні комп'ютерного коду було використано парадигму модульного програмування. Такий підхід передбачає створення програмного коду, що розбивається на блоки, де кожен блок є логічною структурною одиницею програми, що містить набори окремих функцій та інструкцій, що виконують певну обмежену частину задач, часто представленою у окремому файлі та може використовуватися незалежно від усієї програми. Таким чином програма складається з деякого набору окремих, але пов'язаних між собою блоків, що мають назву модулів. Використаний підхід дозволяє створити програму підтримуючу можливість модифікації та розширення функціоналу, без втручання до вже наявних модулів, адже в такому випадку маємо чітке розмежування зон відповідальності кожної з сутностей програми. Також програмний код, виділений у окремі модулі, може бути використаним у інших програмах. Створена програма використовує декілька незалежних модулів, які взаємодіють між собою через передбачені для цього інтерфейси.

Обчислення починається з запуску головного модуля, задачею якого є проведення обчислень та моніторинг стану виконання програми. Для

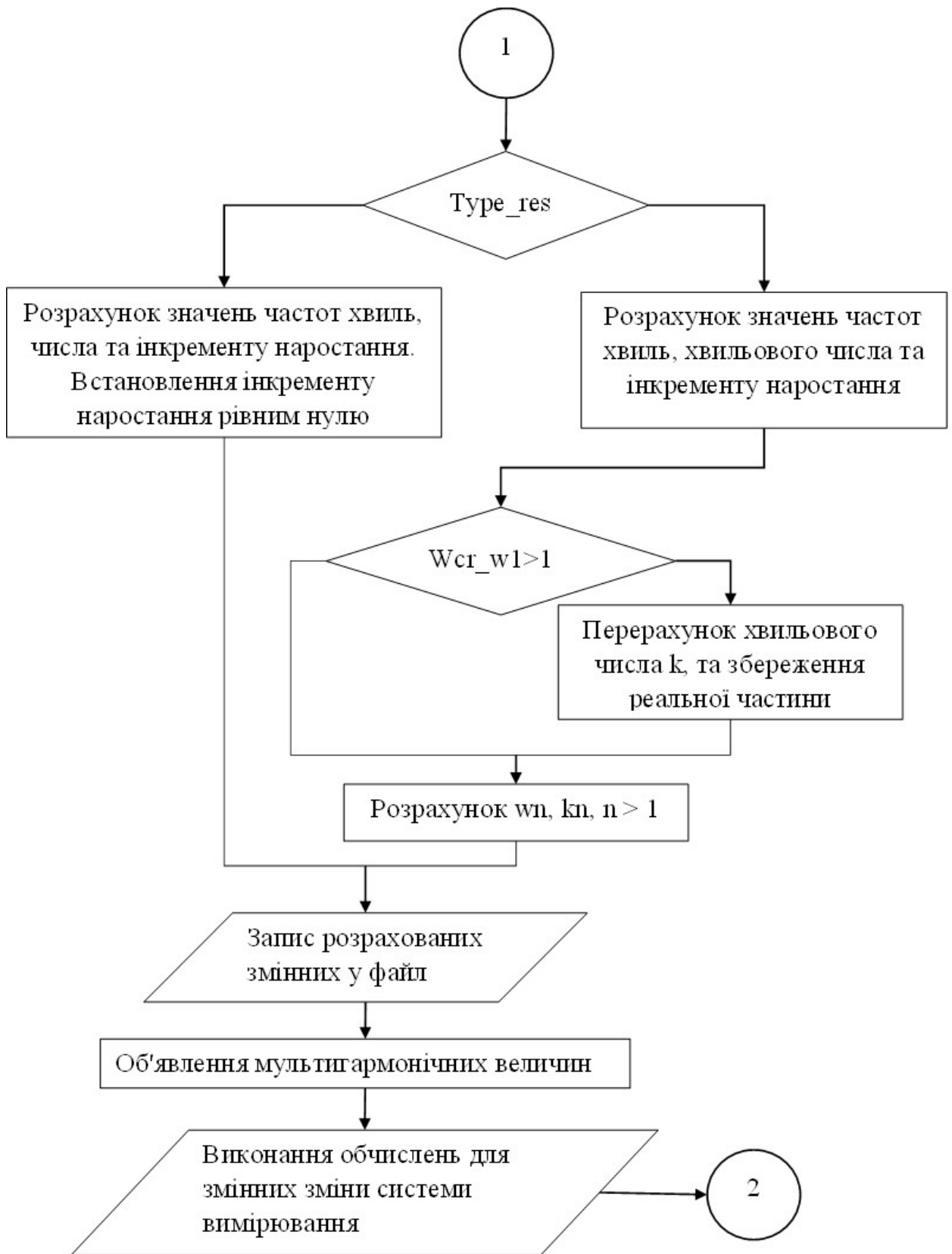
виконання ініціалізації та зчитування початкових значень з файлів створено окремий модуль, основним призначенням якого є задання констант, корегування та контроль параметрів початкових умов та умов резонансу, результатом роботи цього модуля є багатовимірний вектор. На цьому ж етапі виконується модуль, відповідальний за задання значень гармоніки, та обчислення параметрів, залежних від типу задання гармонік. Окремо створений модуль, відображаючий математичну модель, задачею якого є розв'язок диференційних рівнянь. Взаємодія між модулями відбувається за допомогою призначеного для цього вектору, що зберігає дані на кожному з етапів, та передається для наступних обчислень.

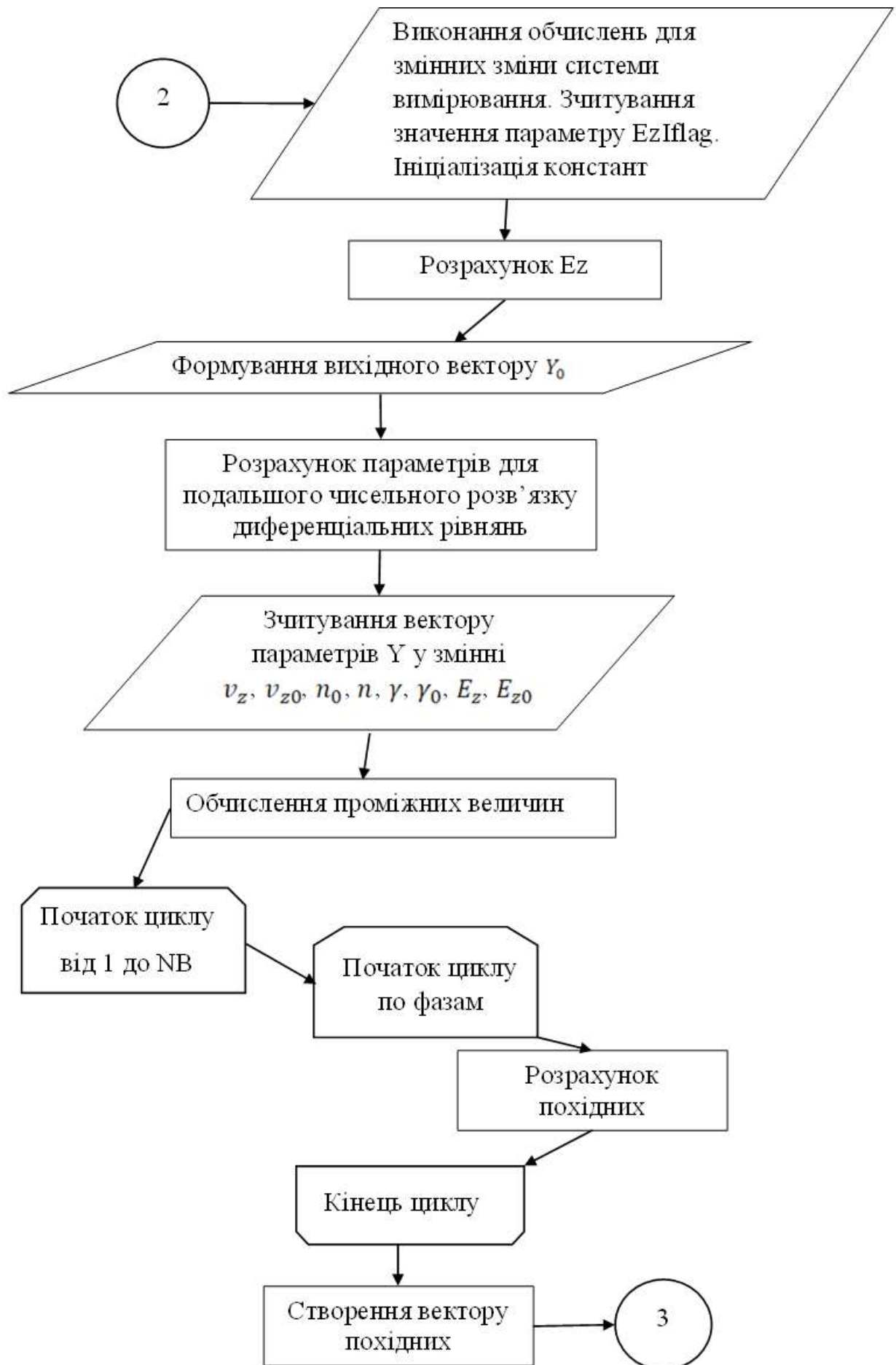
3.6. Комп'ютерний код

Відповідно до реалізованого коду створено блок-схему, що подана на рис 3.1. Напочатку виконання програми відбувається зчитування змінних, та задання основних параметрів роботи програми, за чим йде етап ініціалізації, після чого отримуємо проініціалізовані основні змінні, далі відбувається підготовка до розв'язання диференційних рівнянь, в результаті чого отримуємо вектор, який відображає залежності між отриманими змінними та координатою.

В результаті роботи програми отримуємо вектор зі значеннями для постійних та осциляторних складових швидкості – v_{z0} та v_z , концентрації – n_0 та n , значень релятивістського фактору – γ_0 та γ , та постійної складової електричного поля – E_z .







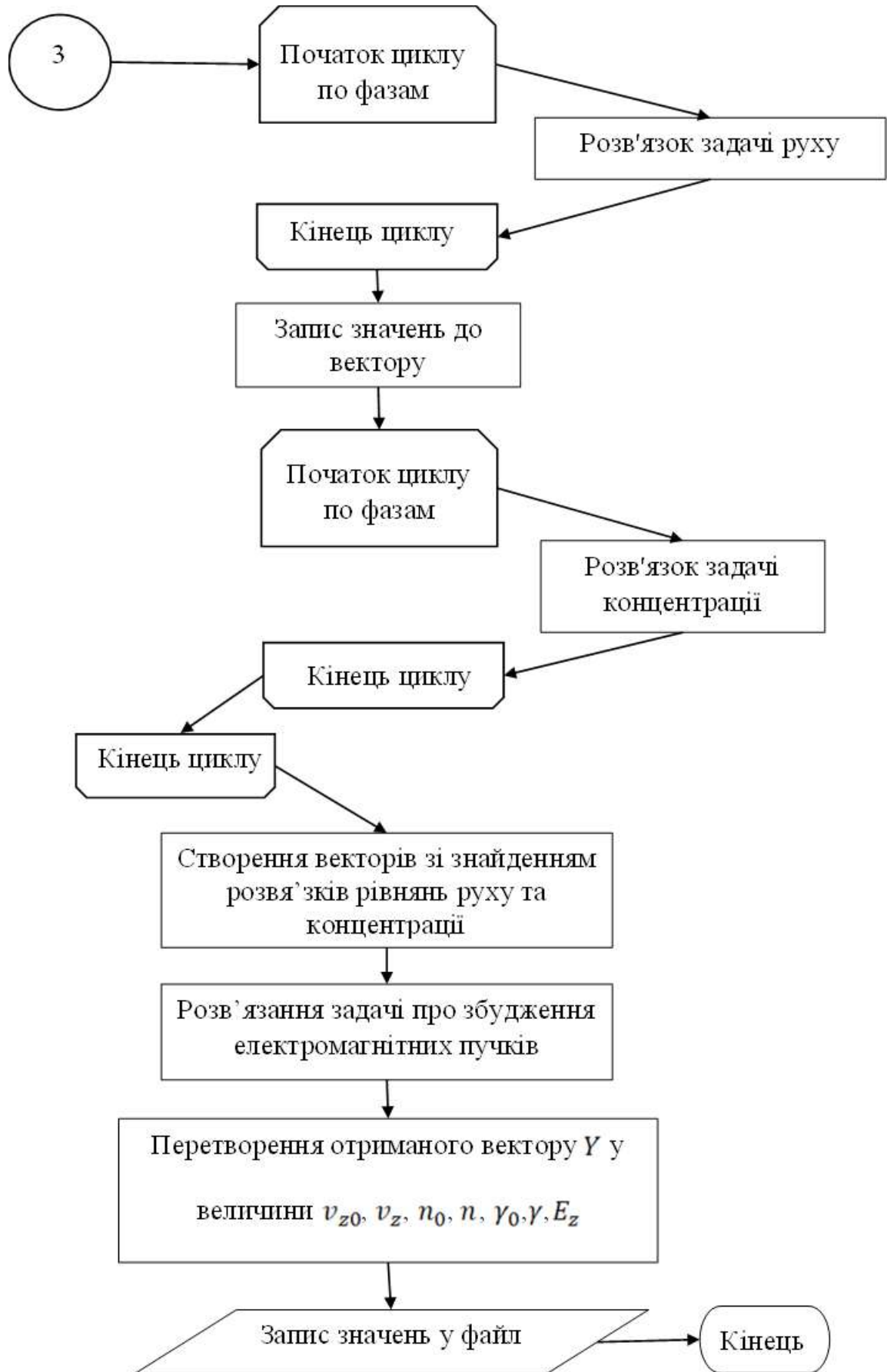


Рис 3.1 Блок схема комп'ютерної програми

ВИСНОВКИ

Таким чином, у рамках кубічного нелінійного наближення проаналізовано вплив повздовжнього електростатичного поля на спектральні характеристики мультигармонічної ХПЗ у пролітній секції двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу з гвинтовим РЕП.

Показано, що в пролітній секції ДСЛВЕ гальмівне електростатичне поле зменшує ширину частотного спектра мультигармонічної ХПЗ, збільшує рівень насичення в 2 рази та як наслідок призводить до зменшення повздовжніх габаритів пристрою.

З'ясовано, що прискорювальне повздовжнє електростатичне поле значно збільшує ширину частотного спектра мультигармонічної ХПЗ. При цьому рівень насичення хвилі ХПЗ та довжина насичення також збільшуються.

Використання гвинтових пучків замість прямолінійних у двопотокових супергетеродинних ЛВЕ клістронного типу призводить до збільшення ширини частотного спектру та зменшення довжини насичення мультигармонічної хвилі просторового заряду, як у випадку прискорювального так і гальмуючого електростатичного поля. Отже використання гвинтових РЕП в мультигармонічних двопотокових ЛВЕ дозволяє отримати ХПЗ з більшою шириною частотного спектру при більш компактних розмірах пристрою.

Запропоновано використовувати гальмуюче електростатичне поле у ДСЛВЕ, які працюють у режимі максимального підсилення, так як таке поле дозволяє отримати більш потужні електромагнітні хвилі з вищим ступенем монохроматичності. Використання прискорювального електростатичного поля доцільно у мультигармонічних двопотокових супергетеродинних ЛВЕ, які призначені для формування електромагнітного сигналу з широким частотним спектром.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- 1 Kulish V.V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers / V.V. Kulish. – Boca Raton, London, New York : CRC Press, 2011. – 697 p.
- 2 Feng C. Review of fully coherent free-electron lasers / C. Feng, H.-X. Deng // Nuclear Science and Techniques. — 2018. — Vol. 29, No. 11. — P. 160.
- 3 Seddon E. A. Short-wavelength free-electron laser sources and science: a review / E. A. Seddon, J. A. Clarke, D. J. Dunning, [et al.] // Reports on Progress in Physics. — 2017. — Vol. 80, No. 11. — P. 115901.
- 4 Freund H. P. Principles of free electron lasers / H. P. Freund, T. M. A. Jr. — Springer, 2018. — 716 p.
- 5 Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky and I.I. Volk // Acta Physica Polonica A. — 2017. — Vol. 131, No. 2. — P. 213–221.
- 6 Maroju P. K. Attosecond pulse shaping using a seeded free-electron laser / P. K. Maroju, C. Grazioli, M. Di Fraia, [et al.] // Nature. — 2020. — Vol. 578, No. 7795. — P. 386–391.
- 7 Qin W. Study of a free-electron laser driven by a laser-plasma accelerated beam at peking university / W. Qin, L. Zeng, S. Huang, [et al.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2019. — Vol. 925. — P. 193–198.
- 8 Kiessling R. Femtosecond single-shot timing and direct observation of subpulse formation in an infrared free-electron laser / R. Kiessling, W. B. Colson, S. Gewinner, [et al.] // Physical Review Accelerators and Beams. — 2018. — Vol. 21, No. 8. — P. 080702.

- 9 Ginzburg N. S. Generation of “gigantic” ultra-short microwave pulses based on passive mode-locking effect in electron oscillators with saturable absorber in the feedback loop / N. S. Ginzburg, G. G. Denisov, M. N. Vilkov, [et al.] // *Physics of Plasmas*. — 2016. — Vol. 23, No. 5. — P. 050702.
- 10 Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky and I.I. Volk // *Acta Physica Polonica A*. — 2017. — Vol. 131, No. 2. — P. 213–221.
- 11 Lysenko A. Influence of Two-Stream Relativistic Electron Beam Parameters on the Space Charge Wave with Broad Frequency Spectrum Forming /A. Lysenko and Iu. Volk // *Plasma Sci. Technol.* — 2018. — Vol. 20, No. 3. — P. 035002 (9).
- 12 Forming of space charge wave with broad frequency spectrum in helical relativistic two-stream electron beam / A. Lysenko, I. Volk, A. Serozhko, O. Rybalko // *Chin. Phys. Lett.* — 2017. — Vol. 34, No. 7. — P. 075202(5).
- 13 Гуляев Ю. В., Зильберман П. Е. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн / Ю. В. Гуляев, П. Е. Зильберман // *ФТТ*. — 1971. — Vol. 13, No. 4. — P. 955–957
- 14 Коцаренко Н. Я., Кулиш В. В. О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках / Н. Я. Коцаренко, В. В. Кулиш // *Журн. техн. физики*. — 1980. — Vol. 50. — P. 220–222.
- 15 Коцаренко Н. Я., Кулиш В. В. Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок / Н. Я. Коцаренко, В. В. Кулиш // *Радиотехника и электроника*. — 1980. — Vol. 25, No. 11. — P. 2470–2471.
- 16 Куліш В.В. Метод асимптотичного інтегрування систем нелінійних диференційних рівнянь в частинкових похідних та застосування в задачах руху заряджених часток в заданих електромагнітних полях

- /В.В. Кулиш, О.В. Лисенко, В.І. Савченко // Вісник Сумського державного університету. Серія: Фізика, математика, механіка. – 2001. – № 3 (24)–4 (25). – С. 5–12.
- 17 Kulish V.V. A two-stream free electron laser for generation of the electromagnetic femto-second wave packages / V.V. Kulish, O.V. Lysenko, I.G. Majornikov // Joint 29th International Conference on Infrared and Millimeter Waves and 12th International Conference on Terahertz Electronics, September 27 – October 1, 2004 : conference digest. – Karlsruhe, Germany, 2004. – P. 605–606.
 - 18 Кулиш В.В. К теории релятивистских параметрических электронно-волновых лазеров на свободных электронах / В.В. Кулиш // УФЖ. – Т. 36, № 5. – 1991. – С. 686–693.
 - 19 Болонин О.Н. Связанные параметрические резонансы в ЛСЭ О.Н. Болонин, С. Кохманьски, В.В. Кулиш // Acta Phys. Pol. – 1989. – Vol. A76, No. 3. – С. 455–473.
 - 20 Вильгельмссон Х. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме / Х. Вильгельмссон, Я. Вейланд ; пер. с англ. И.П. Якименко. – М. : Энергоиздат, 1981. – 224 с.
 - 21 Liu C.S. Interaction of electromagnetic waves with electron beams and Plasmas / C.S. Liu, V.K. Tripathi. – Singapore : World Scientific, 1994. – 300 p
 - 22 Liu W., Yang Z., Liang Z. Instability of two-stream free-electron laser with an axial guiding magnetic field / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. — 2007. — Vol. 27, No. 8. — P. 1073– 1085.
 - 23 Saviz S., Rezaei Z., Aghamir F. M. Gain enhancement in two-stream free electron laser with a planar wiggler and an axial guide magnetic field / S. Saviz, Z. Rezaei, F. M. Aghamir // Chinese Physics B. — 2012. — Vol. 21, No. 9. — P. 94103.

- 24 Bekefi G. Two-stream, free-electron lasers / G. Bekefi, K.D. Jacobs // *J. Appl. Phys.* – 1982. – Vol. 53, No. 6. – P. 4113–4121.
- 25 Болонин О.Н. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн в системе двух релятивистских электронных потоков / О.Н. Болонин, В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // *УФЖ.* – Т. 33, № 10. – 1988. – С. 1465–1468.
- 26 Пат. 1809934 СССР, МКИ H01J 25/00. Лазер на свободных электронах / В.В. Кулиш, В.Е. Сторишко. – заявл. 18.07.90.; опубли. 15.04.93, Бюл. № 14
- 27 Кулиш В.В. К теории супергетеродинных лазеров на свободных электронах клистронного типа / В.В. Кулиш // *УФЖ.* – 1991. – Т. 36, № 1. – С. 28–33.
- 28 Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric electron laser / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // *The International Journal of Infrared and Millimeter Waves.* – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 451–567.
- 29 Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // *The international journal of infrared and millimeter waves.* – 1994. – Vol. 15, No. 1. – P.77–120.
- 30 Kulish V.V. On the theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with H-ubitron pumping / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Technical Physics Letters.* – 2009. – Vol. 35, No. 8. – P. 696–699. (Кулиш В.В. К теории плазма-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах с H-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // *Письма в ЖТФ.* – 2009. – Т. 35, вып. 15. – С.25–32.)
- 31 Кулиш В.В. Кубически-нелинейная теория супергетеродинных плазма-пучковых лазеров на свободных электронах с H-убитронной

- накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // Радиофизика и электроника. – 2009. – Т. 14, № 3. – С. 383–388.
- 32 Кулиш В.В. Нелинейная теория плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с Н-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія: Фізика. – 2009. – Вип. 24. – С. 108–114.
- 33 Бобылёв Ю.В. Аналитические методы в нелинейной теории пучково-плазменных неустойчивостей: дис. докт. физ.-мат. наук: 01.04.08 / Бобылёв, Юрий Владимирович. – Тула, 2006. – 288 с.
- 34 Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме / Б.Б. Кадомцев. – Изд.
- 35 Калмыков А.М. К теории параметрического преобразования частоты в электронных потоках / А.М. Калмыков, Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // Радиотехника и электроника. – 1979. – Т. 24, № 10. – С. 2084–2088.
- 36 Liao G. Review of intense terahertz radiation from relativistic laser-produced plasmas / G. Liao, Y. Li // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2019. — Vol. 47, No. 6. — P. 3002–3008.
- 37 Kaiser W. Ultrashort laser pulses and applications / W. Kaiser. — Springer Science & Business Media, 2013. — 434 p.
- 38 Banerjee S. Resonance phenomena in electromagnetic metamaterials for the terahertz domain: a review / S. Banerjee, B. P. Pal, D. R. Chowdhury // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. — 2020. — Vol. 0, No. 0. — P. 1–24.