



Міністерство освіти та науки України
Сумський державний університет

Кулінченко Г. В., Павлов А. В., Леонтєв П. В.

ДИСКРЕТНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Конспект лекцій

Суми
Сумський державний університет
2023

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет

ДИСКРЕТНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Конспект лекцій
для студентів спеціальності
151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»
освітнього ступеня «магістр»
усіх форм навчання

Затверджено
на засіданні
кафедри комп'ютеризованих
систем управління
як конспект лекцій
із дисципліни «Дискретні системи
автоматичного керування».
Протокол №6 від 10.01.2023

Суми
Сумський державний університет
2023

Дискретні системи автоматичного керування : конспект лекцій / укладачі : Г. В. Кулінченко, А. В. Павлов, П. В. Леонтєв. – Суми : Сумський державний університет, 2023. – 64 с.

Кафедра комп'ютеризованих систем управління

ЗМІСТ

| | С. |
|--|----|
| ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ..... | 5 |
| ВСТУП..... | 6 |
| 1 ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ (ДСАК)..... | 8 |
| 1.1 Перетворення безперервного сигналу на дискретний...8 | |
| 1.2 Типовий контур регулювання ДСАК..... | 11 |
| 2 ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ МАТЕМАТИЧНОГО ОПISУ СИГНАЛІВ У ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ..... | 13 |
| 2.1 Подання сигналів під час опису ДСАК..... | 13 |
| 2.2 Дискретне перетворення Лапласа..... | 14 |
| 2.3 Обчислення дискретного перетворення Лапласа та Z-перетворення функцій..... | 15 |
| 2.4 Основні властивості Z-перетворень функцій..... | 17 |
| 2.5 Різницеві рівняння та їх розв'язання..... | 19 |
| ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 2..... | 20 |
| 3 ОПЕРАТОРНИЙ ОПIS ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ..... | 22 |
| 3.1 Дискретна передатна функція..... | 22 |
| 3.2 Дискретні передатні функції типових з'єднань елементів..... | 23 |
| ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 3..... | 27 |
| 4 ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ..... | 28 |
| 4.1 Часові характеристики ДСАК..... | 28 |
| 4.2 Частотні властивості дискретних систем..... | 29 |
| ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 4..... | 31 |
| 5 СТІЙКІСТЬ ТА ЯКІСТЬ ДСАК..... | 35 |
| 5.1 Кореневий критерій стійкості дискретних систем..... | 35 |

| | |
|---|-----------|
| 5.2 Аналоги алгебраїчних критеріїв стійкості для дискретних систем..... | 37 |
| 5.3 Аналог частотного критерію стійкості Найквіста для дискретних систем..... | 38 |
| 5.4 Аналог логарифмічного критерію стійкості для дискретних систем..... | 39 |
| 5.5 Показники якості регулювання в ДСАК..... | 40 |
| ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 5..... | 41 |
| 6 СИНТЕЗ І КОРЕКЦІЯ ДСАК..... | 46 |
| 6.1 Синтез ДСАК за аналоговим прототипом..... | 47 |
| 6.2 Синтез ДСАК із мінімальною та кінцевою тривалістю перехідних процесів..... | 49 |
| 6.3 Корекція ДСАК із мінімальною та кінцевою тривалістю перехідних процесів..... | 52 |
| ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 6..... | 53 |
| ПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ..... | 60 |
| СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ..... | 63 |

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- АІМ – амплітудно-імпульсна модуляція;
- Б-Д – безперервно-дискретний;
- Д-Б – дискретно-безперервний;
- ДПФ – дискретна передатна функція;
- ДПХ – дискретна перехідна характеристика;
- ДПХХ – дискретна перехідна імпульсна характеристика;
- ДСАК – дискретна система автоматичного керування;
- ЛАЧХ – логарифмічна амплітудно-частотна характеристика;
- ЛФЧХ – логарифмічна фазово-частотна характеристика;
- ТАК – теорія автоматичного керування;
- ЦОП – цифровий обчислювальний пристрій;
- ЧІМ – частотно-імпульсна модуляція;
- ШІМ – широтно-імпульсна модуляція.

ВСТУП

До середини ХХ століття теорія автоматичного керування розвивалася, базуючись на трьох фундаментальних принципах побудови автоматичних систем. Це були принцип керування за відхиленням, принцип керування за збуренням та принцип комбінованого керування. Проте починаючи з другої половини ХХ століття, з появою кібернетики, починають інтенсивно розроблятися засоби, що ефективно використовують властивість запам'ятовування інформації в своїй роботі та здатні виконувати самостійно досить трудомісткі для людини математичні обчислення. Так з'явилися перші, відносно ефективні, електронні обчислювальні машини, що стали технологічною базою для розроблення та вдосконалення більш потужних і продуктивних комп'ютерів і комп'ютерних систем. Із появою комп'ютерів вченим та інженерам стало посильним вирішення таких завдань:

- дослідження та аналіз складних нелінійних систем за допомогою обчислювальних методів;
- розроблення та реалізація ефективних алгоритмів регулювання, що використовують принцип предикції під час формування керувальних впливів;
- питання формалізації та дослідження лінійних систем із великою кількістю змінних (багатовимірні системи) за допомогою методу змінних стану.

Окремим класом завдань, яким рівень вирішення завдань підвищився з появою комп'ютерів, є завдання ідентифікації об'єктів, які без застосування чисельних методів з використанням «ручних» обчислень вирішувалися, але не завжди з достатньою ефективністю та точністю.

Підсумовуючи написане вище, можна сказати, що основними об'єктами вивчення та дослідження для сучасної теорії автоматичного керування є нелінійні системи зі складними перехідними процесами та можливістю самоорганізації їх внутрішніх параметрів, дискретні інформаційно-керувальні

системи та багатовимірні лінійні системи з великою кількістю вихідних змінних. Окремим класом у сучасній теорії автоматичного керування є завдання точної та ефективної ідентифікації об'єктів системної інженерії.

Основним інструментарієм сучасної теорії автоматичного керування є обчислювальні аналітичні та чисельні методи в основі більшої частини, яких лежать базові (класичні) підходи до аналізу, синтезу та керування, відомі ще з класичної теорії автоматичного керування, але отримали новий розвиток із появою високопродуктивних комп'ютерів, а також зі спрощенням можливості застосування якості запам'ятовування інформації.

1 ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ (ДСАК)

1.1 Перетворення безперервного сигналу на дискретний

Під час дискретного способу перетворення безперервного сигналу дискретна послідовність реалізується за два етапи.

На першому етапі відбувається квантування безперервного сигналу за часом або за рівнем. Під час квантування за рівнем здійснюється фіксація дискретних рівнів сигналу, кратних кроку квантування за рівнем Δl у довільні моменти часу (рис. 1.1), а під час квантування за часом фіксуються рівні сигналу, здатні набувати довільних значень у дискретні моменти часу, кратні кроку за часом Δt (надалі T) (рис. 1.2).

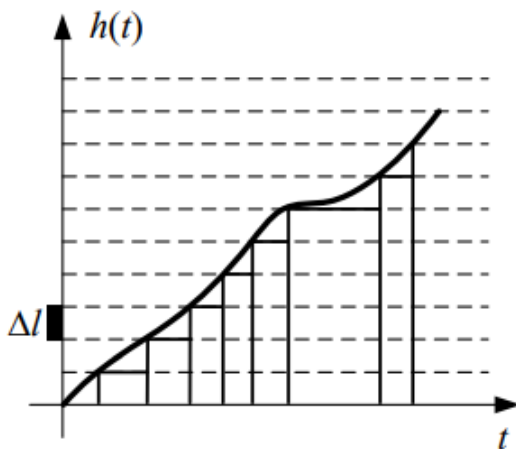


Рисунок 1.1 – Квантування безперервного сигналу за рівнем

Можливе, застосування обох механізмів квантування одночасно (механізм комбінованого квантування).

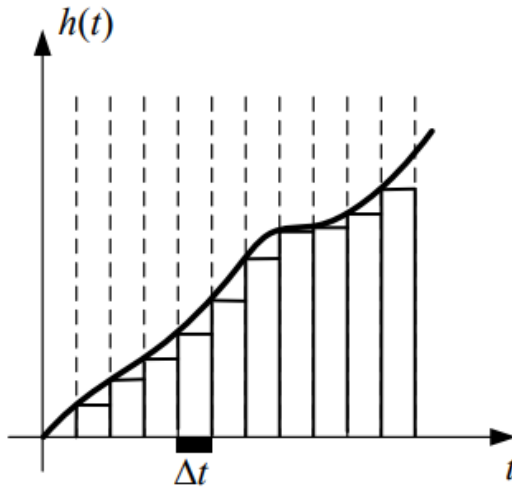


Рисунок 1.2 – Квантування безперервного сигналу за часом

На другому етапі проводиться перетворення квантованого сигналу в дискретну послідовність відповідно до одного з законів модуляції, результат якого і впливає в подальшому на об'єкт керування. Найбільшого поширення в системах автоматичного керування набули такі види модуляції сигналів:

- 1) амплітудно-імпульсна модуляція сигналів (АІМ) (рис. 1.3);
- 2) широтно-імпульсна модуляція сигналів (ШІМ) (рис. 1.4);
- 3) частотно-імпульсна модуляція сигналів (ЧІМ) (рис. 1.5).

Широке застосування дискретних систем керування з різними видами модуляції сигналу пояснюється низкою їх переваг, таких як:

- можливість багатоканального керування;
- можливість стикування з цифровими обчислювальними пристроями (ЦОП);
- можливість тривалого зберігання та запам'ятовування інформації;

- висока завадозахищеність;
- підвищена точність тощо.

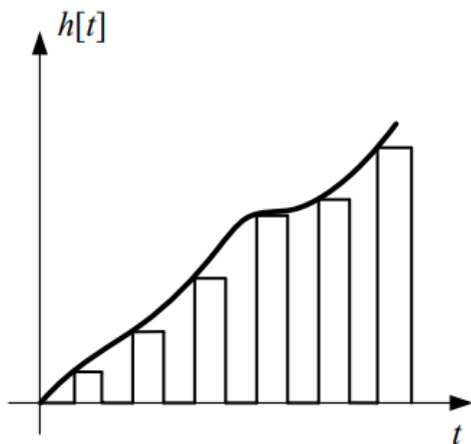


Рисунок 1.3 – Перетворення квантованого сигналу під час АІМ

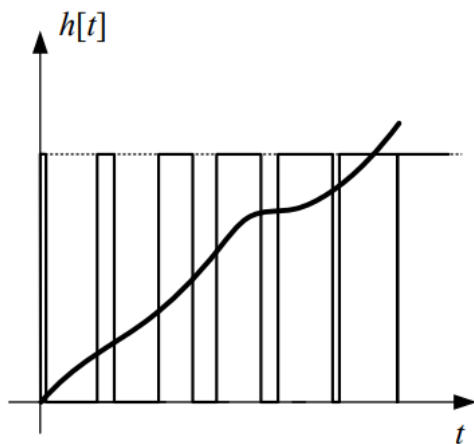


Рисунок 1.4 – Перетворення квантованого сигналу під час ШІМ

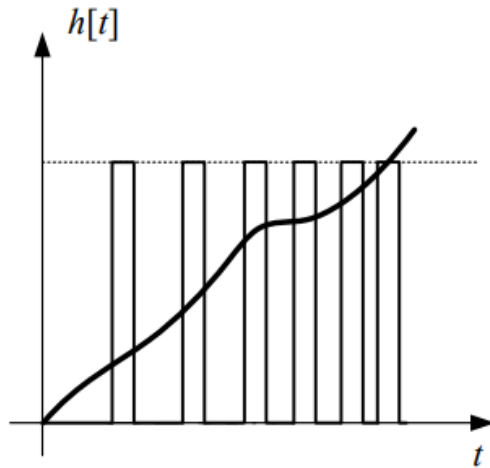


Рисунок 1.5 – Перетворення квантованого сигналу за ЧІМ

1.2 Типовий контур регулювання ДСАК

ДСАК принципово відрізняються від аналогових систем тим, що у них можлива реалізація багатоканального керування, ілюстрація якого наведено на рисунку 1.6.

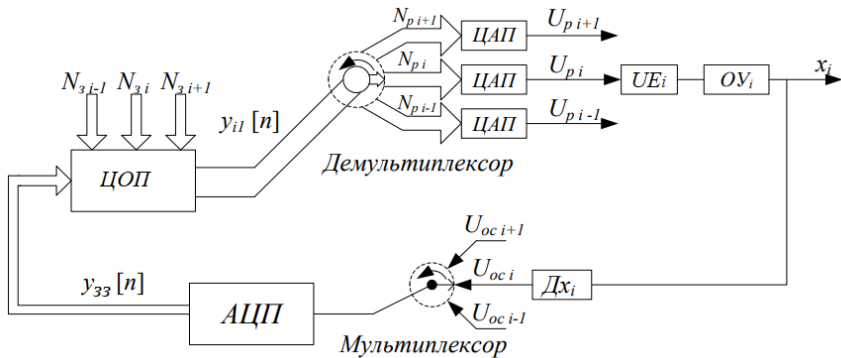


Рисунок 1.6 – Багатоканальне керування в дискретних системах

Керування в кожному з каналів у дискретній системі проводиться автономно, хоча система містить загальний цифровий обчислювальний пристрій (ЦОП). Відповідно аналіз та синтез ДСАК проводиться для кожного з каналів незалежно та типовий контур регулювання кожного з каналів керування можна подати в такій, більш простій формі (рис. 1.7).

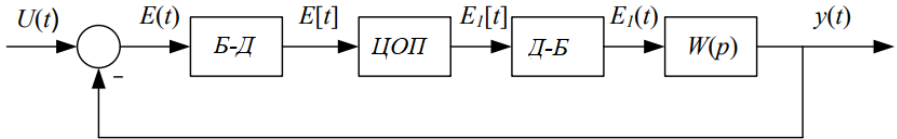


Рисунок 1.7 – Типовий контур регулювання окремого каналу ДСАК

Безперервно-дискретний (Б-Д) та дискретно-безперервний (Д-Б) перетворювачі забезпечують поєднання аналогової складової ДСАК з ЦОП і в загальному вигляді типовий контур регулювання окремого каналу керування можна подати у формі, наведеній вище. Іноді Б-Д-перетворювач може називатися квантувачем (АЦП), а Д-Б-перетворювач екстраполятором (ЦАП). Залежно від того, чи є в системі під час конструкційної реалізації Д-Б-перетворювач чи ні, система може бути *I* (відсутня) або *II* (наявна) типу.

2 ОСНОВНІ ПРИНЦИПИ МАТЕМАТИЧНОГО ОПИСУ СИГНАЛІВ У ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМАХ КЕРУВАННЯ

2.1 Подання сигналів під час опису ДСАК

Незалежно від виду модуляції дискретного сигналу на етапі перетворення безперервного сигналу в дискретну послідовність, загальною математичною формою, яка представляє дискретну функцію сигналу в ТАК, є так звана *гратчаста функція*. Дискретизована аналогова функція може бути подана у вигляді гратчастої (рис. 2.1) за допомогою набору δ -функцій виходячи з такого перетворення:

$$f[t] = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)\delta(t - iT). \quad (2.1)$$

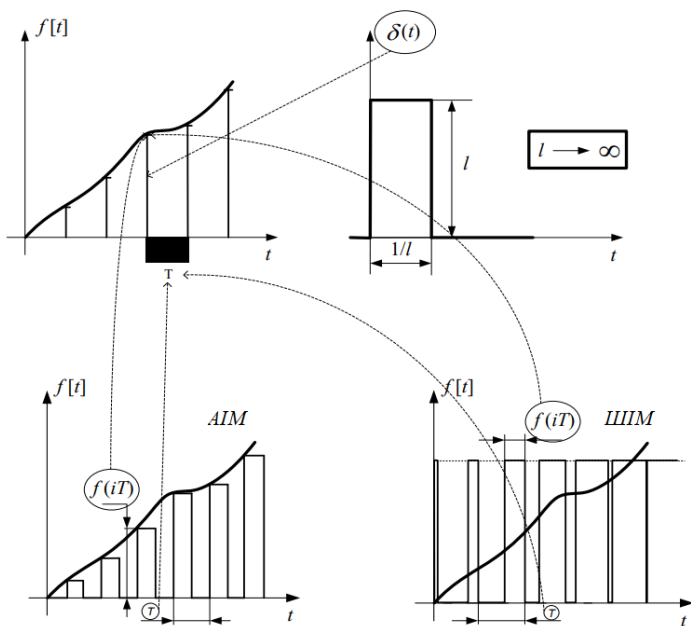


Рисунок 2.1 – Формування гратчастої функції з дискретизованого сигналу

Якщо розглянути найпростішу дискретну систему керування (найпростіший типовий контур регулювання, див. рис. 1.7), його загальне уявлення, зручне для математичного опису, має такий вигляд (рис. 2.2). Необхідно зазначити, що круглими дужками визначено аналогові (безперервні) сигнали або близькі до таких, а квадратними – дискретні або дискретизовані сигнали.

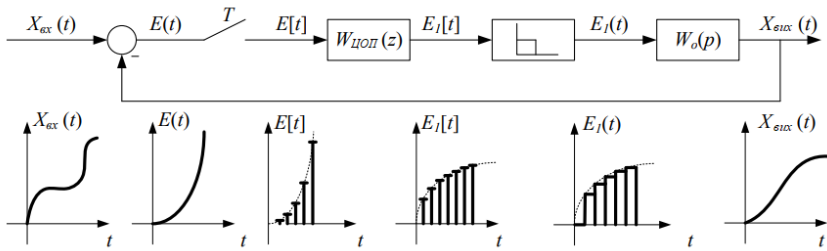


Рисунок 2.2 – Подання типового контуру регулювання зручне для математичного опису

Під час опису ДСАК за допомогою ґратчастої функції прийнято використовувати дискретне перетворення Лапласа або його модифікацію, так зване Z-перетворення.

2.2 Дискретне перетворення Лапласа

Визначенням звичайного перетворення Лапласа вважають такий вираз:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt = L\{f(t)\} .$$

Тоді визначенням дискретного перетворення Лапласа вважають звичайне перетворення Лапласа від ґратчастої функції, тобто:

$$F^*(p) = \int_0^{\infty} f[t]e^{-pt} dt = L\{f[t]\}. \quad (2.2)$$

Підставимо (2.1) у вираз (2.2):

$$F^*(p) = \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) \delta(t - iT) e^{-pt} dt = \sum_{i=0}^{\infty} [f(iT) \int_0^{\infty} \delta(t - iT) e^{-pt} dt] = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) e^{-pt} |_{t=iT}. \quad (2.3)$$

Формула (2.3) називається формулою прямого дискретного перетворення Лапласа та застосовується для розрахунку дискретного перетворення Лапласа з функцій-оригіналів за допомогою статежного ряду. Ґрунтовно визначення дискретного перетворення Лапласа можна записати в такому вигляді:

$$F^*(p) = L\{f[t]\} = L^*\{f(t)\}. \quad (2.4)$$

Перехід до Z -перетворення від дискретного перетворення Лапласа такий:

$$z = e^{pT}, \quad (2.5)$$

де T – час дискретизації системи.

Рішення функцій, поданих у вигляді Z -форм, найчастіше мають вигляд відносин лінійних поліномів чисельника та знаменника, що характерно було і для зображень аналогових функцій.

Z -перетворення дозволяє надалі, за аналогією з лінійними аналоговими системами, одержувати оператор взаємодії вхідного та вихідного сигналів для дискретного елемента, ланки або системи у вигляді передатної функції.

2.3 Обчислення дискретного перетворення Лапласа та Z -перетворення функцій

Процес переходу від вихідної безперервної функції до дискретизованої за допомогою Z -перетворення є основою всього описового процесу ДСАК.

Існують три формули, які дозволяють здійснювати цей перехід, і на основі яких складено таблиці взаємної відповідності вихідних функцій-оригіналів їх Z -аналогам та їх зображенням Лапласа:

$$F(z) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT)z^{-i}; \quad (2.6)$$

$$F(z) = \left[\frac{1}{T} \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} f(p + j\mu\omega_T) \right]_{e^{pT}=z}; \quad (2.7)$$

$$F(z) = \sum_{v=1}^n \frac{\text{Res } F(\lambda_v)}{1 - e^{T\lambda_v} z^{-1}}, \quad (2.8)$$

де T – час дискретизації системи;

$\omega_T = \frac{2\pi}{T}$ – відповідна кругова частота дискретної системи;

λ_v – полюси функції $F(\lambda)$, яка є, по суті, звичайним перетворенням Лапласа від вихідної аналогової функції.

Оскільки в цьому разі $F(\lambda)$ є звичайним перетворенням Лапласа і є дроборациональним виразом виду $F(\lambda) = M(\lambda)/N(\lambda)$, то чисельник виразу (2.8) розраховується так:

$$\text{Res } F(\lambda_v) = \frac{M(\lambda)}{dN(\lambda)/d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_v}.$$

Скорочений варіант таблиці переходів між функціями-оригіналами, їх перетвореннями Лапласа та Z -перетвореннями поданий нижче.

Таблиця 2.1 – Таблиця деяких перетворень Лапласа та Z-перетворень

| $f(t)$ | $F(p)$ | $F(z)$ |
|------------------|---------------------------------|--|
| $\delta(t)$ | 1 | 1 |
| $\delta(t - nT)$ | e^{-pnT} | z^{-n} |
| $1(t)$ | $\frac{1}{p}$ | $\frac{z}{z - 1}$ |
| t | $\frac{1}{p^2}$ | $\frac{Tz}{(z - 1)^2}$ |
| $\frac{t^2}{2!}$ | $\frac{1}{p^3}$ | $\frac{T^2 z(z + 1)}{2!(z - 1)^3}$ |
| e^{-at} | $\frac{1}{p + \alpha}$ | $\frac{z}{z - e^{-\alpha T}}$ |
| $\sin at$ | $\frac{\alpha}{p^2 + \alpha^2}$ | $\frac{z \sin \alpha T}{z^2 - 2z \cos \alpha T + 1}$ |
| $\cos at$ | $\frac{p}{p^2 + \alpha^2}$ | $\frac{z^2 - z \cos \alpha T}{z^2 - 2z \cos \alpha T + 1}$ |

2.4 Основні властивості Z-перетворень функцій

Для більш ефективної роботи з функціями, до яких було застосовано Z-перетворення, необхідно знати та вміти користуватися його основними властивостями. Назвемо деякі важливі властивості цього перетворення.

2.4.1 Властивість лінійності. Зображення лінійної комбінації гратчастих функцій дорівнює такій самій лінійній комбінації їх зображень. Тобто, якщо гратчаста функція має вигляд

$$f[i] = \sum_{k=1}^N C_k f_k[i],$$

то її зображення буде таким, що дорівнює

$$F(z) = \sum_{k=1}^N C_k F_k(z).$$

2.4.2 *Запізнення або випередження за часом на цілу кількість періодів дискретизації.* Для запізнювальної ґратчастої функції (зсунутої праворуч) за часовою шкалою на ціле число періодів дискретизації можна записати

$$Z\{f[i - n]\} = F(z) z^{-n},$$

а у разі випередження:

$$Z\{f[i + n]\} = F(z) z^n - f[0] z^n - f[1] z^{n-1} - \dots - p.$$

2.4.3 *Помноження оригіналу на експоненту* буде відповідати такому зображенню:

$$Z\{f[i] e^{aiT}\} = F(z/e^{aT}).$$

2.4.4 *Диференціювання зображення:*

$$Z\{if[i]\} = -z \frac{dF(z)}{dz}.$$

2.4.5 *Розмноження зображень.* Згортванню оригіналів відповідає добуток зображень:

$$Z\{\sum_{i=0}^k f[i]g[k - i]\} = F(z)G(z),$$

де $Z\{g[k]\} = G(z)$.

2.4.6 Початкове значення гратчастої функції. Початкове значення гратчастої функції можна оцінити на її зображенні так:

$$f[0] = \lim_{i \rightarrow 0} f[i] := \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z} F(z)$$

2.4.7 Кінцеве значення гратчастої функції. Кінцеве значення гратчастої функції можна оцінити на її зображенні так:

$$f[\infty] = \lim_{i \rightarrow \infty} f[i] = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} F(z).$$

2.5 Різницеві рівняння та їх розв'язання

Різницеві рівняння є дискретними аналогами лінійних диференціальних рівнянь, які застосовуються для опису лінійних систем автоматичного керування, причому лінійні різницеві рівняння з постійними коефіцієнтами під час використання прямих різниць можуть бути зведені до такого вигляду:

$$a_0 \Delta^n y[i] + a_1 \Delta^{n-1} y[i] + \dots + a_n y[i] = f[i],$$

де $f[i]$ і $y[i]$ – задана та шукана гратчасті функції, які можуть бути співвіднесені до вхідного та вихідного сигналів дискретного елемента, ланки або системи;

$$\begin{aligned} \Delta^n y[i] &= \Delta^{n-1} y[i+1] - \Delta^{n-1} y[i] = \\ &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{n!}{k!(n-k)!} y[i+n-k] \end{aligned} \quad \text{— пряма різниця } n\text{-го} \\ \text{порядку.}$$

Різницеві рівняння вигляду (2.9) можуть розв'язуватися як рекурентні співвідношення, в яких за необхідності задаються початкові значення шуканої функції $y[i]$ та початкові значення її молодших різниць. Їх можна розв'язувати класичним чи операторним методом.

Для розв'язання різницевого рівняння класичним методом попередньо переходять до еквівалентного лінійного диференціального рівняння, розв'язують його, а результат

дискретизують, тобто подають у вигляді гратчастої функції, для якої відповідна безперервна функція розв'язання виглядає лінією, що обгинає, до графіка гратчастого рішення.

Під час розв'язання операторним способом переходять до Z -перетворення відповідного різницевого рівняння, знаходять Z -аналог рішення шуканої функції, а потім визначають гратчасту функцію розв'язання шляхом зворотного Z -переходу.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 2

Умова. За відомим Z -перетворенням функції дискретизованого сигналу

$$Y(z) = \frac{3z}{z^2 - 0,7z + 0,1}$$

визначити вираз відповідної гратчастої функції та побудувати його.

Розв'язання. Визначимо корені характеристичного рівняння, що відповідає цьому виразу, тобто корені рівняння:

$$z^2 - 0,7z + 0,1 = 0.$$

Корені дорівнюватимуть $z_{1,2} = 0,5; 0,2$. Так як корені – дійсні числа, то є можливість спростити вихідний вираз сигналу, подавши його у вигляді суми чи різниці елементарних дробів:

$$Y(z) = 10 \left(\frac{z}{z-0,5} - \frac{z}{z-0,2} \right).$$

Користуючись таблицею 2.1, можна порівняти останньому одержаному виразу оригінал функції:

$$y(t) = 10(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t}),$$

де $e^{-\alpha_1 T} = 0,5$;

$e^{-\alpha_2 T} = 0,2$;

T – час дискретизації сигналу.

Дискретизуємо відповідний аналоговий сигнал:

$$y[t] = 10(e^{-\alpha_1 t} - e^{-\alpha_2 t})|_{t=iT} = 10(e^{-\alpha_1 iT} - e^{-\alpha_2 iT}).$$

Користуючись властивістю статечних функцій, остаточно одержуємо:

$$y[i] = 10 (0,5^i - 0,2^i).$$

Вираз, записаний вище, це потрібна гратчаста функція, лише подана залежно від порядкового номера елемента гратчастої функції. Побудуємо одержану гратчасту функцію:

$y[0] = 0$; $y[1] = 3$; $y[2] = 2,1$; $y[3] = 1,17$; $y[4] = 0,609$; $y[5] = 0,309$; $y[6] = 0,156$; $y[\infty] = 0$.

У кінцевому варіанті графік одержаної гратчастої функції матиме вигляд, показаний на рисунку 2.3.

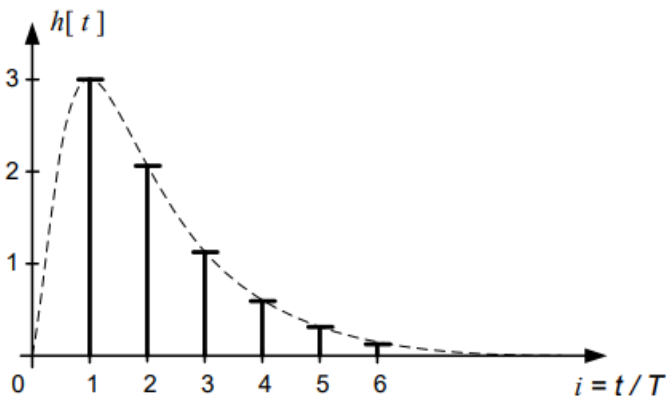


Рисунок 2.3 – Графік гратчастої функції

3 ОПЕРАТОРНИЙ ОПИС ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

Після введення поняття ґратчастої функції та Z-перетворення, за аналогією з лінійними системами, щодо дискретних систем можна ввести поняття передатної функції, що значно спростить процес формалізації ДСАК і стане найбільш компактною формою подання динамічних властивостей відповідних дискретних елементів, ланок або систем.

3.1 Дискретна передатна функція

У ДСАК поняття дискретної передатної функції (ДПФ) вводить як і у лінійних системах, виходячи з розуміння Z-перетворення та її основних властивостей. Дискретна передатна функція – це відношення Z-перетворень вихідного та вхідного сигналів дискретного елемента, ланки або системи (див. рис. 3.1).

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (3.1)$$

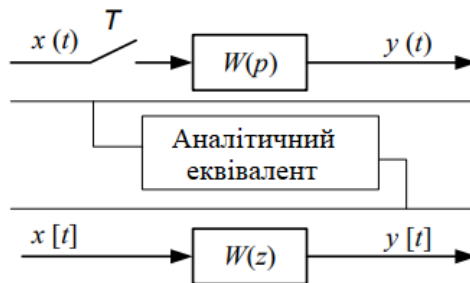


Рисунок 3.1 – До визначення дискретної передатної функції елемента, ланки чи системи

3.2 Дискретні передатні функції типових з'єднань елементів

Так само, як і в лінійних аналогових системах, у ДСАК існують три типи з'єднання дискретних елементів: послідовне, паралельне, зустрічно-паралельне.

Розглянемо схематично правила розрахунку ДПФ для цих з'єднань:

– послідовне з'єднання (рис. 3.2);

$$W_{\text{екв}}(z) \neq W_1(z) W_2(z) \dots W_n(z),$$

$$W_{\text{екв}}(z) = Z\{W_1(p) W_2(p) \dots W_n(p)\}. \quad (3.2)$$

– паралельне з'єднання (рис. 3.3);

$$W_{\text{екв}}(z) = W_1(z) + W_2(z) + \dots + W_n(z). \quad (3.3)$$

– зустрічно-паралельне з'єднання (рис. 3.4).

$$W_{\text{екв}}(z) = \frac{W_1(z)}{1 \mp Z\{W_1(p)W_2(p)\}}. \quad (3.4)$$

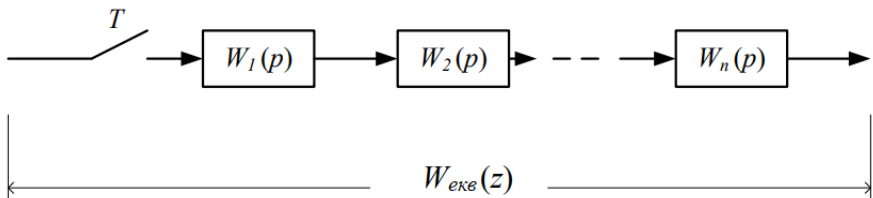


Рисунок 3.2 – До розрахунку дискретної передатної функції послідовного з'єднання дискретних ланок

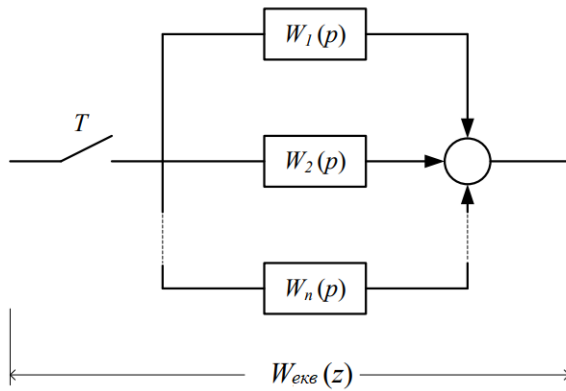


Рисунок 3.3 – До розрахунку дискретної передатної функції паралельного з'єднання дискретних ланок

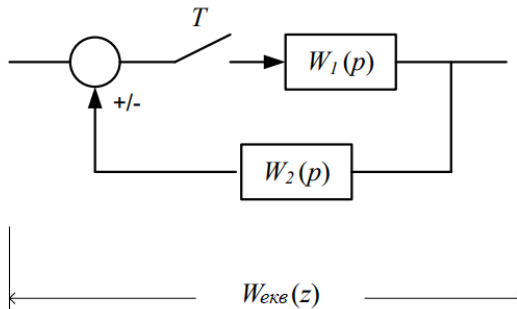


Рисунок 3.4 – До розрахунку дискретної передатної функції зустрічно-паралельного з'єднання дискретних ланок

У ДСАК часто-густо є необхідність використання дискретно-безперервного перетворювача чи екстраполятора, зокрема нульового порядку. ДПФ лінійного елемента з екстраполятором на вході розраховується відповідно до такого правила (для випадку екстраполятора нульового порядку, рис. 3.5):

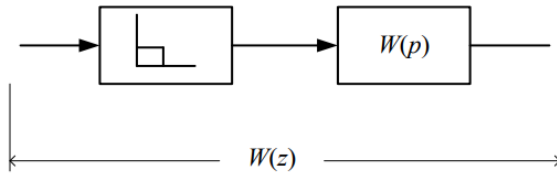


Рисунок 3.5 – До розрахунку дискретної передатної функції лінійного елемента з екстраполятором нульового порядку на ході

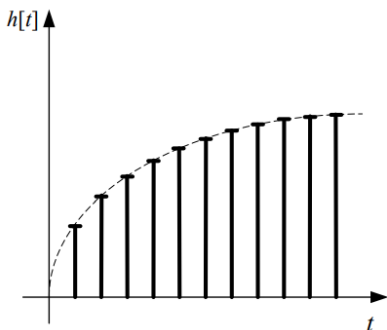
$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W(p)}{p}\right\}. \quad (3.5)$$

Щоб краще зрозуміти функціональне призначення екстраполятора нульового порядку в дискретних системах, досить запам'ятати, що він підтримує нормувальне значення відповідного елемента входної ґратчастої функції впродовж усього інтервалу дискретизації системи за часом аж до впливу на нього наступного елемента ґратчастої функції. Тим самим він формує ступінчасту функцію, близьку до аналогової функції та придатну для повноцінного перетворення в подальшому лінійному елементі (рис. 3.6).

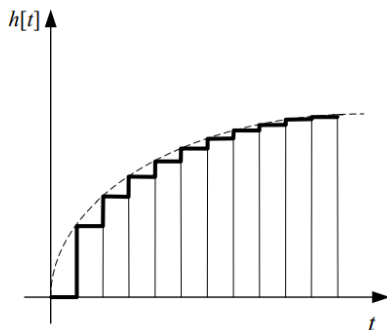
Обґрунтуємо правильність виразу для розрахунку ДПФ лінійного елемента з екстраполятором нульового порядку на вході (вираз (3.5)) на основі факту, відомого ще з курсу лінійної ТАК: звичайне перетворення Лапласа перехідної імпульсної характеристики будь-якого лінійного елемента, ланки або лінійної системи дає передатну функцію відповідного елемента, ланки чи системи.

$$\begin{aligned} W_{\text{екстраполятора}}(p) &= L\{f(t)\} = L\{1(t) - 1(t - T)\} = \\ &= \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-pT} = \frac{1}{p} (1 - e^{-pT}), \end{aligned}$$

$$W(z) = Z\{W_{\text{екстраполятора}}(p)W(p)\} = Z\left\{\frac{1}{p}(1 - e^{-pT})W(p)\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W(p)}{p}\right\}.$$



Сигнал ДО екстраполятора
нульового порядку



Сигнал ПІСЛЯ екстраполятора
нульового порядку

Рисунок 3.6 – Сигнал на вході та на виході екстраполятора нульового порядку

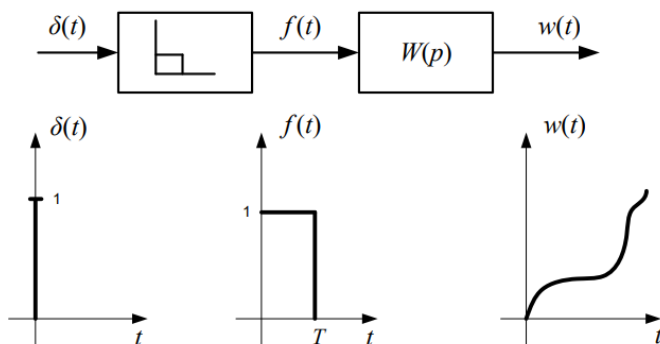


Рисунок 3.7 – Формування перехідної імпульсної характеристики екстраполятором нульового порядку та лінійним елементом у сукупності

Крім цих правил для еквівалентних перетворень у ДСАК необхідно враховувати таке правило: *розрахунок ДПФ у складній дискретній системі здійснюється на ділянках загальних типів (дискретний або аналоговий) сигналів, тобто від елемента дискретизації до елемента дискретизації, а саме від квантувача до квантувача або від квантувача до екстраполятор.*

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 3

Умова. Структурну схему ДСАК наведено на рисунку 3.8.

Одержати дискретну передатну функцію відповідної системи в розімкненому та замкненому станах.

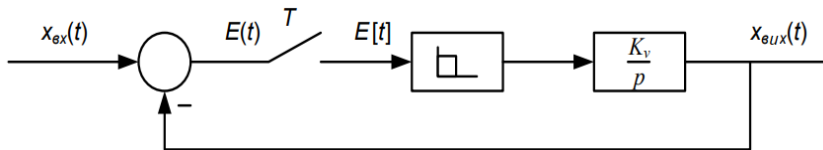


Рисунок 3.8 – Структурна схема ДСАК

Розв'язання. Якщо розглянути наведену систему в розімкненому стані, то в її складі виявиться один лінійний елемент з екстраполятором нульового порядку на вході. Відповідна ДПФ дорівнюватиме

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K_v}{p^2} \right\} = \frac{z-1}{z} \frac{K_v T z}{(z-1)^2} = \frac{K_v T}{z-1} .$$

Відповідно дискретна передатна функція цієї системи в цілому, тобто в замкненому стані, дорівнюватиме

$$W(z) = \frac{W_{\text{раз}}(z)}{1+W_{\text{раз}}(z)} = \frac{K_v T}{z-(1-K_v T)} .$$

4 ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИСКРЕТНИХ СИСТЕМ

До динамічних характеристик систем автоматичного керування в ТАК належать *часові* характеристики, а саме *перехідна* та *перехідна імпульсна*, а також *частотні* характеристики. Необхідно пам'ятати, що часові характеристики описують динамічну поведінку системи в перехідних режимах, а частотне – в режимах гармонічних коливань, що встановилися.

4.1 Часові характеристики ДСАК

За аналогією з лінійними системами для дослідження поведінки дискретних систем у перехідних режимах використовують часові характеристики, тобто дискретну перехідну характеристику та перехідну дискретну імпульсну характеристику.

Дискретна перехідна характеристика (ДПХ) – це реакція дискретного елемента чи дискретної системи на дискретизований одиничний ступінчастий сигнал (рис. 4.1).

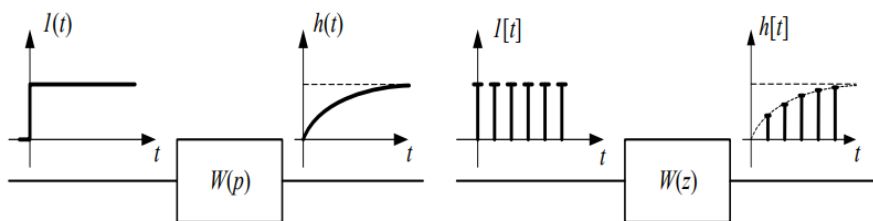


Рисунок 4.1 – Загальний вид перехідних характеристик у разі лінійної та дискретної ланок

Розрахунок ДПХ здійснюється відповідно до таких виразів:

$$H(z) = \frac{z}{z-1} W(z), \quad (4.1)$$

$$h[t] = Z^{-1} \{H(z)\}. \quad (4.2)$$

Дискретна перехідна імпульсна характеристика (ДПІХ) – це реакція дискретного елемента або дискретної системи на елементарний імпульс (δ -функцію).

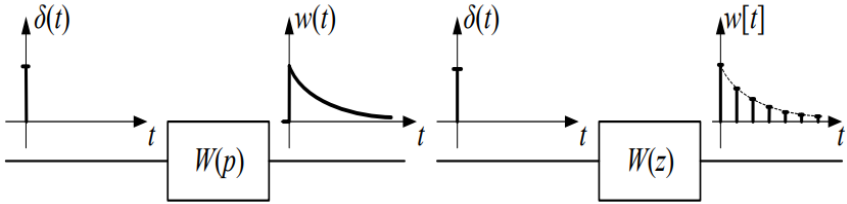


Рисунок 4.2 – Загальний вид перехідних імпульсних характеристик у разі лінійної та дискретної ланок

Розрахунок ДПІХ здійснюється відповідно до таких виразів:

$$w(z) = W(z), \quad (4.3)$$

$$w[t] = Z^{-1} \{w(z)\}. \quad (4.4)$$

4.2 Частотні характеристики дискретних систем

Частотні характеристики дискретних систем можна одержати з ДПФ відповідних систем шляхом такої підстановки:

$$z = e^{pT} \Big|_{p=j\omega} = \cos(\omega T) + j\sin(\omega T). \quad (4.5)$$

Дуже часто під час аналізу дискретних систем, а точніше – їх характеристик, замість абсолютної кругової частоти використовують відносну $\bar{\omega} = \omega T$. Унаслідок цього відповідна підстановка набуває такого вигляду:

$$z = \cos \bar{\omega} + j\sin \bar{\omega}. \quad (4.6)$$

Зручність застосування відносної частоти обумовлена тим, що результат, тобто відповідні частотні характеристики, не будуть функціями дискретизації часу системи T .

Внаслідок того, що описана вище підстановка містить у собі періодичні функції косинуса та синуса, що є періодичними функціями, очевидно, що результувальні АЧХ і ФЧХ дискретних систем будуть також періодичними функціями.

Результувальна амплітудно-частотна характеристика системи, по суті, є комбінацією АЧХ лінійної частини системи та додаткових періодично трансльованих складових, що нагадують гармоніки, причому взаємодіють між собою внаслідок накладання (рис. 4.3). На цьому рисунку є такі позначення: $\omega_T = 2\pi/T$ – є частотою дискретизації системи; ω_{Π} – смуга пропускання лінійної частини системи, що визначає інтервал частот гармонійних сигналів, що впливають на лінійну частину, за яким амплітуди відповідних вихідних сигналів лінійної частини дискретної системи щодо вхідних не є дуже малими щодо нуля.

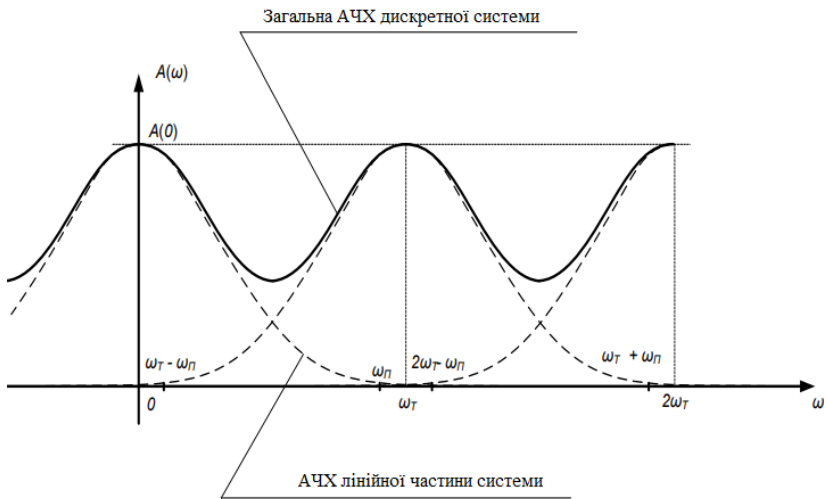


Рисунок 4.3 – Амплітудно-частотна характеристика ДСАК

Умова взаємодії основних і додаткових частот під час формування АЧХ дискретних систем регламентується правилом, що отримало назву «умова неспотвореної передачі дискретного сигналу» або «умова еквівалентності дискретної системи лінійної», запропонована Шенноном і Котельниковим: дискретна система є еквівалентною за своїми властивостями лінійній системі і може бути описана як така, якщо виконується умова $\omega_T \geq 2\omega_{\text{п}}$.

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 4

Умова. Структурну схему ДСАК наведено на рисунку 4.4.

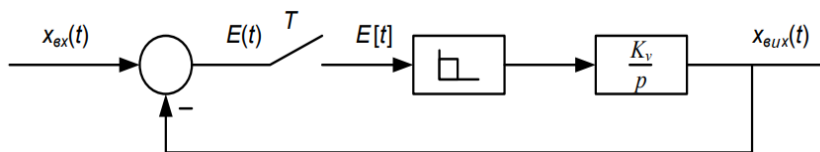


Рисунок 4.4 – Структурна схема ДСАК

Одержати та побудувати часові та частотні характеристики цієї системи за умови, що $K_v T = 1,5$.

Розв'язання. ДПФ цієї системи в замкненому стані дорівнюватиме (див. приклад до розділу 3):

$$W(z) = \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)}.$$

Відповідно на підставі виразів (4.1) і (4.3) можна записати:

$$H(z) = \frac{z}{z-1} \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)},$$

$$w(z) = \frac{K_v T}{z - (1 - K_v T)}.$$

Записані вирази є зображеннями відповідно до ДПХ і ДПХ нашої системи. Застосуємо до них зворотнє Z -перетворення, щоб одержати відповідні оригінали дискретних перехідної та перехідної імпульсної характеристик:

$$\begin{aligned} h[t] &= Z^{-1}\{H(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1} \frac{K_v T}{z-(1-K_v T)}\right\} = \\ &= Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-(1-K_v T)}\right\} = \\ &= 1(t) - e^{-(1-K_v T)t} \Big|_{t=iT}, \end{aligned}$$

або $h[i] = 1[i] [1 - (1 - K_v T)^i] = 1[i][1 - (-0,5)^i]$.

$$\begin{aligned} w[t] &= Z^{-1}\{w(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{K_v T}{z-(1-K_v T)}\right\} = \\ &= Z^{-1}\left\{\frac{K_v T z}{z-(1-K_v T)} z^{-1}\right\} = \\ &= K_v T e^{-(1-K_v T)(t-T)} \Big|_{t=iT}, \end{aligned}$$

або $w[i] = 1[i-1] K_v T (1 - K_v T)^{i-1} = 1,5 \cdot 1[i-1] (-0,5)^i$.

Відповідні графіки дискретних часових характеристик наведено на рисунку 4.5.

Одержимо вираз частотних характеристик цієї системи, виконавши підстановку (4.6) у вираз ДПФ системи:

$$\begin{aligned} W(j\bar{\omega}) &= \frac{K_v T}{\cos\bar{\omega} + j\sin\bar{\omega} - (1-K_v T)} = K_v T \frac{[\cos\bar{\omega} - (1-K_v T)] - j\sin\bar{\omega}}{[\cos\bar{\omega} - (1-K_v T)]^2 + \sin^2\bar{\omega}} = \\ &= K_v T \frac{[\cos\bar{\omega} - (1-K_v T)] - j\sin\bar{\omega}}{[1 + (1-K_v T)^2] - 2(1-K_v T)\cos\bar{\omega}}. \end{aligned}$$

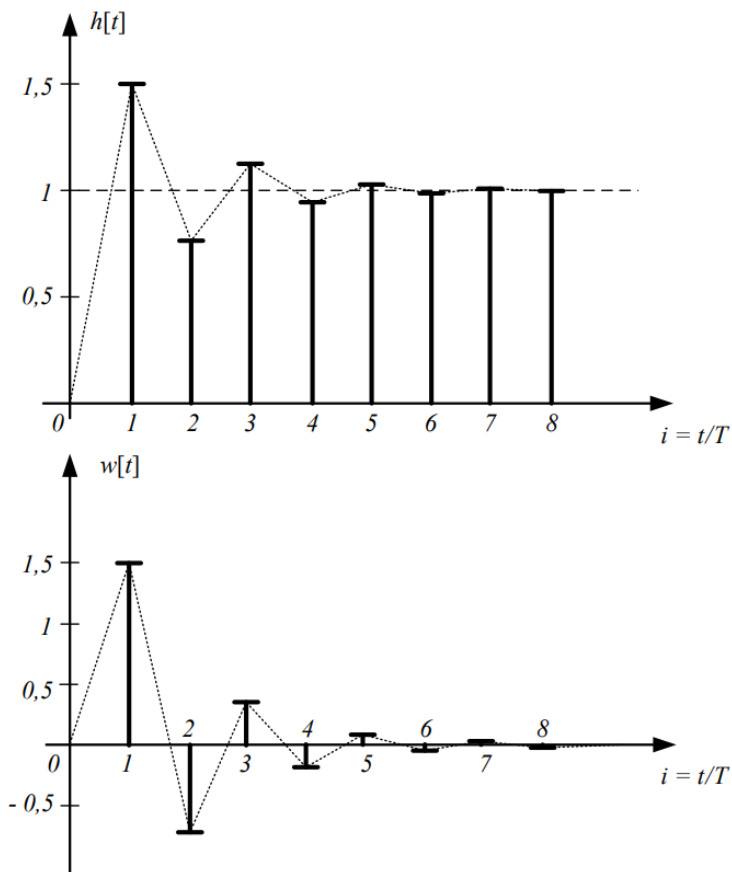


Рисунок 4.5 – Графіки дискретних часових характеристик

Розрахуємо модуль і фазу одержаної комплексної функції з метою одержання АЧХ і ФЧХ системи:

$$A(\bar{\omega}) = \frac{K_v T}{\sqrt{[1+(1-K_v T)^2]-2(1-K_v T)\cos\bar{\omega}}} = \frac{1,5}{\sqrt{1,25+\cos\bar{\omega}}},$$

$$\varphi(\bar{\omega}) = -\arctg \left[\frac{\sin\bar{\omega}}{\cos\bar{\omega}-(1-K_v T)} \right] = -\arctg \left[\frac{\sin\bar{\omega}}{\cos\bar{\omega}+0,5} \right].$$

Відповідні графіки наведено на рисунку 4.6.

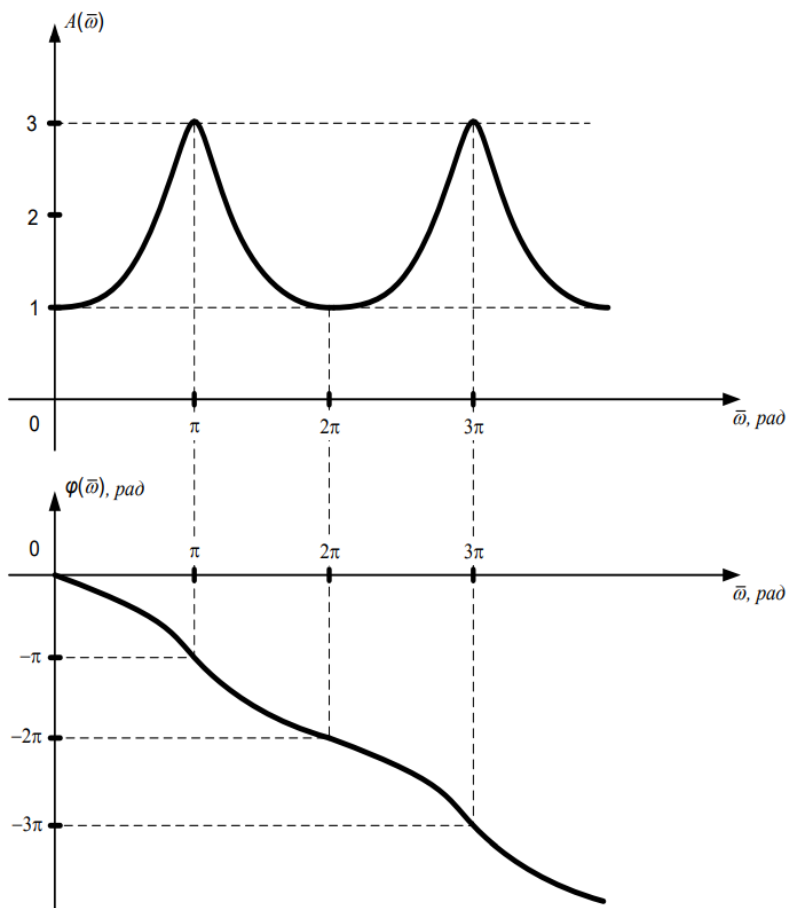


Рисунок 4.6 – Графіки одержаних АЧХ і ФЧХ системи

5 СТІЙКІСТЬ ТА ЯКІСТЬ ДСАК

5.1 Кореневий критерій стійкості дискретних систем

Подібно до лінійної системи дискретна система буде стійкою, якщо всі корені (полюси) передатної функції замкненої системи будуть розміщені в лівій півплощині комплексної площини коренів p (рис. 5.1) і водночас роль межі стійкості виконуватиме уявна вісь відповідної комплексної системи координат.

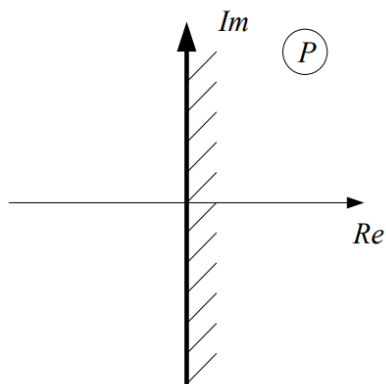


Рисунок 5.1 – Область стійкості лінійних і дискретних систем

Проте, як було зазначено раніше, описувати дискретні системи зручніше за допомогою дискретних передатних функцій і Z-перетворення. У цьому разі виникає певна складність аналізу стійкості дискретних систем за допомогою змінної p , оскільки рівняння зв'язку вхідних і вихідних змінних стають трансцендентними, вирішення яких є досить трудомістким завданням:

$$W(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n}$$



$$W(p) = \frac{b_0 e^{mpT} + b_1 e^{(m-1)pT} + \dots + b_m}{a_0 e^{npT} + a_1 e^{(n-1)pT} + \dots + a_n}$$

Якщо застосувати кореневий критерій стійкості систем у тій формі, в якій ми його знаємо з лінійної ТАК, виникають складності знаходження коренів характеристичного рівняння вигляду $a_0 e^{npT} + a_1 e^{(n-1)pT} + \dots + a_n = 0$, яка є трансцендентною, а також кількість коренів може бути нескінченною. Відповідно застосовувати у відомій формі кореневий критерій під час переходу до дискретних систем незручно.

Сформулюємо кореневий критерій стійкості дискретних систем щодо змінної z : *дискретна система буде стійкою, якщо всі корені її характеристичного рівняння розміщуються всередині кола одиничного радіуса, зображеного в комплексній площині коренів z . Якщо хоча б один із коренів характеристичного рівняння дискретної системи розміщений за колом одиничного радіуса, то система нестійка. Якщо крім стійкого кореня, є корінь, що розміщений на колі одиничного радіуса, дискретна система перебуватиме на межі стійкості (рис. 5.2).*

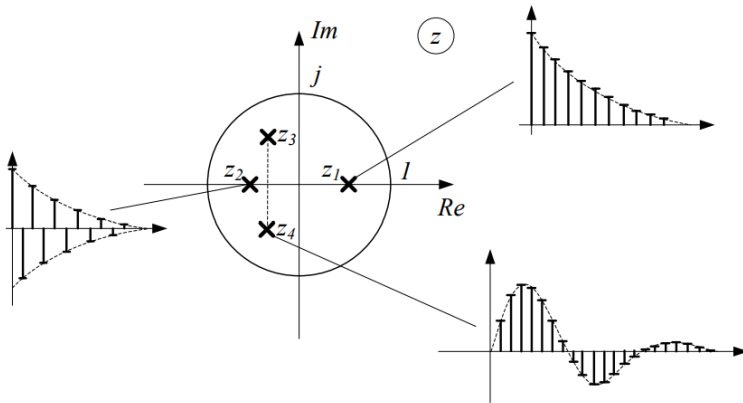


Рисунок 5.2 – Область стійкості дискретних систем автоматичного керування

5.2 Аналоги алгебраїчних критеріїв стійкості для дискретних систем

Під час аналізу стійкості лінійних аналогових систем за допомогою алгебраїчних критеріїв стійкості, наприклад Рауса або Гурвіца, висновки про розміщення коренів щодо уявної осі робилися на підставі спеціальних таблиць або спеціальних матриць. Виконання умов, закладених у відомих алгебраїчних умовах стійкості, давало інформацію про те, чи всі корені характеристичного рівняння розміщені в лівій півплощині комплексної площини коренів p .

Під час переходу до дискретних систем користуватися відомими нам формулюваннями критеріїв Рауса й Гурвіца можна лише після додаткового Z -перетворення, перетворення дискретної передатної функції системи такого вигляду, який називається білінійним перетворенням:

$$Z = \frac{1+w}{1-w} \cdot \quad (5.1)$$

Після застосування цього перетворення формулювання критеріїв алгебри стають такими самими, якими вони були для лінійних аналогових систем, лише висновки робляться по кореням w відповідного характеристичного рівняння вигляду:

$$a_0 w^n + a_1 w^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (5.2)$$

Важливим є той факт, що після застосування білінійного перетворення до дискретної передатної функції системи знову працездатною стає необхідна, *але недостатня умова стійкості лінійних аналогових систем, проте вже стосовно дискретних систем: якщо позитивні всі коефіцієнти характеристичного рівняння системи, то ця система може бути стійкою або нестійкою; якщо в характеристичному рівнянні крім позитивних коефіцієнтів є хоча б один від'ємний коефіцієнт, то система однозначно нестійка.*

Така еквівалентність білінійно перетворених дискретних систем лінійним аналоговим системам обумовлена тим, що після білінійного перетворення форма межі стійкості в площині коренів w знову збігається з уявною віссю, але водночас характеристичне рівняння не буде трансцендентним, як після дискретного перетворення Лапласа. Нове характеристичне рівняння буде лінійним поліномом, і не буде нескінченної повторюваності коренів у разі їх комплексності.

5.3 Аналог частотного критерію стійкості Найквіста для дискретних систем

Подібно до безперервних систем для дослідження стійкості замкнених дискретних систем можна використовувати АФЧХ розімкнених систем. Аналог частотного критерію стійкості Найквіста для дискретних систем формулюється так, причому він має два варіанти формулювання, що стосуються випадків, коли розімкнена система стійка або нейтральна і коли розімкнена система нестійка:

1-й варіант формулювання – якщо система стійка в розімкненому стані або нейтральна, то для стійкості замкненої системи необхідно й достатньо, щоб АФЧХ розімкненої системи під час зміни відносної частоти $\bar{\omega}$ в інтервалі від 0 до π не охоплювала точку з координатами $(-1; j0)$ і не проходила через неї;

2-й варіант формулювання – якщо система не стійка в розімкненому стані, то для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб АФЧХ розімкненої системи під час зміни відносної частоти $\bar{\omega}$ в інтервалі від 0 до π охоплювала до $k/2$ разів точку з координатами $(-1; j0)$, де k – кількість нестійких коренів характеристичного рівняння розімкненого контуру.

5.4 Аналог логарифмічного критерію стійкості для дискретних систем

Стійкість замкненої системи можна визначити не лише за АФЧХ розімкненої системи, але й за логарифмічними частотними характеристиками розімкненої системи, тобто за логарифмічною амплітудно-частотною характеристикою (ЛАЧХ, функція – $L(\bar{\lambda})$) і за логарифмом – $\varphi(\bar{\lambda})$.

Зручно попередньо застосувати білінійне перетворення до ДПФ розімкненого контуру досліджуваної системи, тобто застосувати підстановку (5.1), а потім перейти до відносної псевдочастоти шляхом підстановки:

$$w = j \left(\frac{T\lambda}{2} \right) = j\bar{\lambda} \quad (5.3)$$

де λ і $\bar{\lambda}$ – абсолютна і відносна псевдочастоти, що часто застосовуються під час аналізу дискретних систем замість частот (ω або $\bar{\omega}$) з метою усунення періодичної повторюваності відповідних частотних характеристик і максимального їх наближення за властивостями до частотних характеристик лінійних аналогових систем із метою забезпечення можливості побудови їх асимптотичних варіантів.

Щодо логарифмічних характеристик критерій стійкості Найквіста формулюється так:

1-й варіант формулювання – якщо система стійка або нейтральна в розімкненому стані, то для стійкості замкненої системи необхідно й достатньо, щоб на частоті зрізу $\bar{\lambda}_{\text{сер.}}$, що відповідає $L(\bar{\lambda}) = 0$, фаза за модулем була меншою за π .

2-й варіант формулювання – якщо система нестійка в розімкненому стані та характеристичне рівняння її розімкненого варіанта має k нестійких коренів, то для стійкості замкненої системи необхідно й достатньо, щоб під час $L(\bar{\lambda}) = 0$ кількість перетинів фазовою характеристикою рівня $-\pi$ знизу вгору було в $k / 2$ рази більше кількості перетинів у протилежному напрямку.

5.5 Показники якості регулювання у ДСАК

Під час аналізу якості регулювання в ДСАК використовуються самі показники якості, які використовуються під час аналізу якості регулювання в лінійних системах автоматичного керування, а саме:

– *прямі* показники якості (оцінюються безпосередньо за графіком перехідного процесу в системі);

– *частотні* показники якості (оцінюються за графіками частотних характеристик системи);

– *кореневі* показники якості (оцінюються за розміщенням коренів характеристичного рівняння системи у відповідній комплексній площині).

Окремим класом показників якості є так звані *інтегральні оцінювання* якості, тобто чисельні значення, що показують наскільки відрізняється реальний перехідний процес за регульованою змінною від його ідеалізованого варіанта, і тому вміщують у собі, хоч і не явно, всі показники якості, названі вище. Більш детальний перелік і класифікація показників якості, що застосовуються під час аналізу якості вирішення основних завдань керування, а саме – підтримання певних змінних на

певному рівні або в межах певного закону, наведено на рисунку 5.3.



Рисунок 5.3 – Класифікація та перелік основних показників якості регулювання у ДСАК

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 5

Умови. Структурну схему ДСАК наведено на рисунку 5.4.

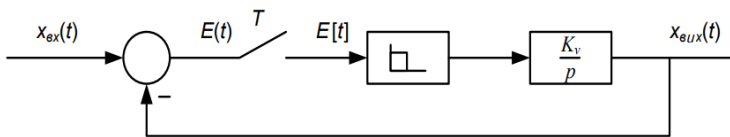


Рисунок 5.4 – Структурна схема ДСАК

Дослідити цю систему на стійкість за допомогою логарифмічного критерію стійкості систем і якщо вона виявиться стійкою – оцінити її запаси стійкості за амплітудою та фазою за умови, що $K_v T = 1,5$.

Розв’язання. Дослідження цієї системи за допомогою логарифмічного критерію стійкості необхідно розпочинати з оцінювання стійкості її в розімкненому стані. ДПФ цієї системи в розімкненому стані дорівнюватиме (див. приклад розв’язання задачі до розділу 3):

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K_v}{p^2} \right\} = \frac{z-1}{z} \frac{K_v T z}{(z-1)^2} = \frac{K_v T}{z-1} = \frac{1,5}{z-1}.$$

Розімкнена система буде розміщуватися на межі стійкості, або іншими словами – буде нейтральною, оскільки корінь її характеристичного рівняння $z_1 = 1$ буде розміщуватися на колі одиничного радіуса (на межі стійкості) в комплексній площині коренів z . Це дозволяє зробити висновок, що для подальшого дослідження необхідно скористатися першим варіантом формулювання аналога логарифмічного критерію стійкості дискретних систем.

Застосуємо білінійне перетворення до ДПФ досліджуваної системи в розімкненому стані:

$$W_{\text{раз}}(w) = \frac{K_v T}{\frac{1+w}{1-w} - 1} = \frac{K_v T(1-w)}{2w}.$$

Подамо одержану передатну функцію змінної w як добуток передатних функцій типових динамічних ланок, що формують під час послідовного з’єднання передатну функцію розімкненої системи:

$$W_{\text{раз}}(w) = W_1(w) W_2(w) W_3(w),$$

де $W_1(w) = \frac{K_v T}{2} = 0,75$ – аналог підсилювальної ланки;

$W_2(w) = (1 - w)$ – аналог форсувальної ланки;

$W_3(w) = \frac{1}{w}$ – аналог ідеальної інтегрувальної ланки.

Запишемо вирази амплітудно-фазових частотних характеристик наведених аналогів лінійних типових динамічних ланок, попередньо перейшовши до відносної псевдочастоти:

$$W_1(j\bar{\lambda}) = \frac{K_v T}{2} = 0,75 ,$$

$$W_2(j\bar{\lambda}) = (1 - j\bar{\lambda}) ,$$

$$W_3(j\bar{\lambda}) = \frac{1}{j\bar{\lambda}} = -\frac{j}{\bar{\lambda}} .$$

Запишемо вирази амплітудно-частотних характеристик та логарифмічних амплітудно-частотних характеристик наведених аналогів лінійних типових динамічних ланок:

$$A_1(\bar{\lambda}) = \frac{K_v T}{2} = 0,75 ,$$

$$L_1(\bar{\lambda}) = 20 \lg \frac{K_v T}{2} = -2,5 ,$$

$$A_2(\bar{\lambda}) = \sqrt{1 + \bar{\lambda}^2} ,$$

$$L_2(\bar{\lambda}) = 20 \lg \sqrt{1 + \bar{\lambda}^2} ,$$

$$A_3(\bar{\lambda}) = \frac{1}{\bar{\lambda}} ,$$

$$L_3(\bar{\lambda}) = -20 \lg \bar{\lambda} .$$

Запишемо вирази фазово-частотних характеристик наведених аналогів лінійних типових динамічних ланок:

$$\varphi_1(\bar{\lambda}) = 0 ,$$

$$\varphi_2(\bar{\lambda}) = -\text{arctg} \bar{\lambda} ,$$

$$\varphi_3(\bar{\lambda}) = -\pi/2 .$$

Побудуємо асимптотичні логарифмічні амплітудно-частотні характеристики типових динамічних ланок і результувальну логарифмічну амплітудно-частотну характеристику розімкненої системи, як суму асимптотичних ЛАЧХ типових динамічних ланок у загальній системі координат. Аналогічно побудуємо логарифмічну фазову частотну характеристику (рис. 5.5).

Із рисунка 5.5 видно, що система в замкненому стані буде стійкою, так як на частоті зрізу її фаза за модулем менше π , тому вона матиме запаси стійкості за амплітудою та фазою, які приблизно дорівнюють $\Delta L = 2,5 \text{ дБ}$ та $\Delta \varphi = 0,9 \text{ рад}$.

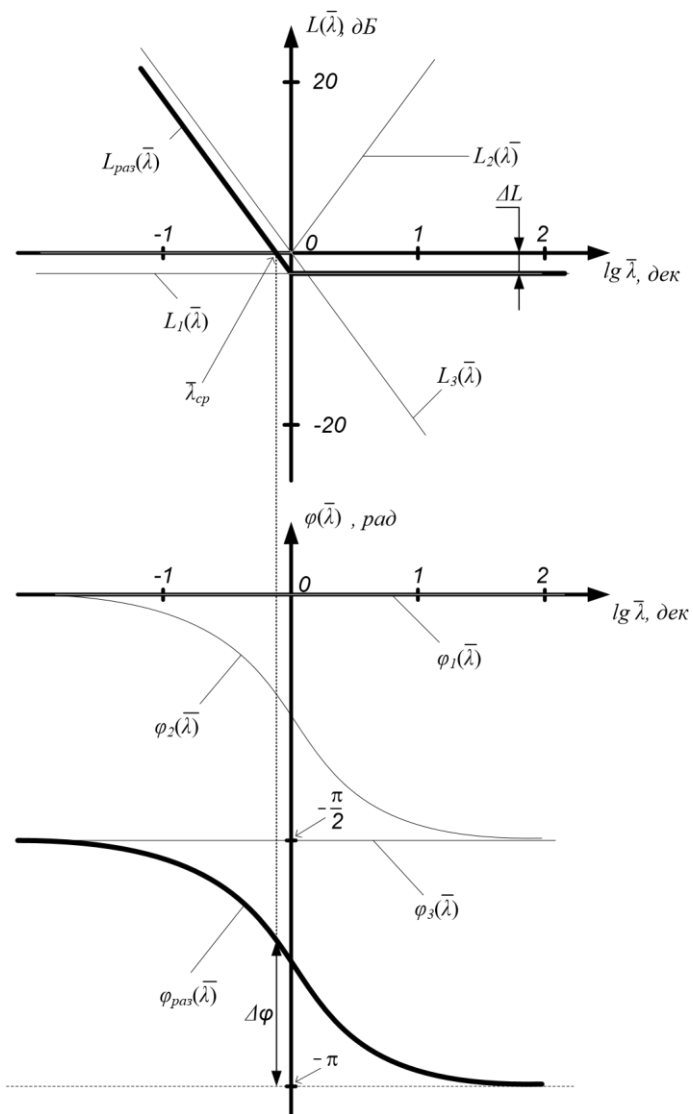


Рисунок 5.5 – Асимптотичні ЛАЧХ типових динамічних ланок та результувальна ЛАЧХ розімкненої системи

6 СИНТЕЗ І КОРЕКЦІЯ ДСАК

Основним завданням синтезу ДСАК є розроблення такого алгоритму оброблення інформації в цифровому обчислювальному пристрої, за якого синтезована система задовольнятиме початково поставленим вимогам до перехідних процесів у системі. Під час синтезу дискретних систем дуже важливо враховувати дві умови – умова фізичної реалізованості системи та умова її грубості.

Умова *фізичної реалізованості* системи полягає в тому, що внаслідок структурного та параметричного синтезу будь-якої системи порядок полінома чисельника відповідної результувальної дискретної передатної функції не повинен перевищувати порядку полінома знаменника тієї самої передатної функції.

Умову *грубості* системи можна сформулювати так: унаслідок структурного та параметричного синтезу системи, вона повинна бути грубою, тобто такою, що у разі деякої відмінності від необхідних значень внутрішніх характеристик коригувальних ланцюгів системи, що синтезується, не повинно бути якісної зміни перехідних процесів у замкненій системі.

У разі недодержання умови фізичної реалізації під час синтезу системи можуть виникнути істотні складності під час її конструкційної реалізації на практиці. У разі недодержання умови грубості системи в процесі її синтезу, за практичної реалізації, внаслідок деякої відмінності параметрів системи від бажаних параметрів, система може почати функціонувати абсолютно непередбачуваним чином.

Якщо щодо додержання умови фізичної реалізованості під час синтезу систем складності виникають вкрай рідко, то щодо забезпечення грубості систем у процесі їх синтезу необхідно дати деякі загальні рекомендації. Рекомендації такі: *для забезпечення грубості замкненої системи керування під час синтезу небажано скорочувати нестійкі нулі та полюси функції незмінної частини*

розімкненої системи з такими самими нулями та полюсами передатної функції коригувального ланцюга.

Існує безліч методів синтезу дискретних систем. Розглянемо найпоширеніші з погляду їхньої комп'ютерної числової реалізації.

6.1 Синтез ДСАК за аналоговим прототипом

Задамо структурну схему синтезованої ДСАК на основі найпростішого типового контуру регулювання однієї змінної (див. рис. 6.1).

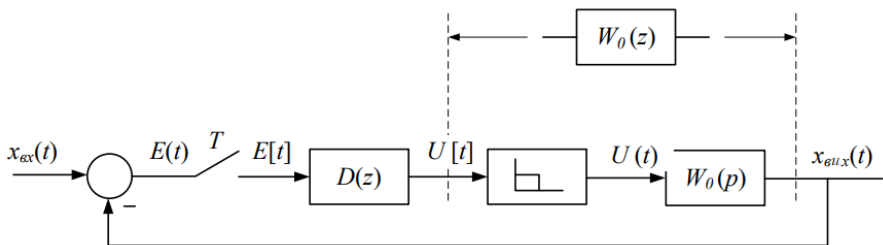


Рисунок 6.1 – Структурна схема синтезованої ДСАК

На рисунку 6.1 введено такі позначення:

$D(z)$ – блок, відповідний цифровому обчислювальному пристрою (ЦОП), в якому і задається програма, що відповідає за вироблення керувального впливу в системі;

$W_0(p)$ – об'єкт керування;

$W_0(z)$ – незмінна частина, що є дискретним елементом на основі об'єкта керування з екстраполятором нульового порядку на вході.

Нехай на вхід нашої системи надходить одиничний ступінчастий сигнал $1(t)$, тоді на виході системи формуватиметься перехідна характеристика системи $h(t)$. Задамо бажаний вид функції $h(t)$.

Вважаючи, що перехідна характеристика визначається ДПФ системи в замкнутому стані $W(z)$, тобто

$$H(z) = Z\{h(t)\} = \frac{z}{z-1} W(z), \quad (6.1)$$

оцінимо ДПФ системи загалом. ДПФ системи в цілому, тобто в замкнутому стані дорівнюватиме

$$W(z) = \frac{D(z)W_0(z)}{1+D(z)W_0(z)} = \frac{D(z)\frac{z^{-1}}{z}Z\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\}}{1+D(z)\frac{z^{-1}}{z}Z\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\}}. \quad (6.2)$$

На підставі (6.1) можна записати:

$$W(z) = \frac{z^{-1}}{z} Z\{h(t)\}. \quad (6.3)$$

Виділимо дискретну передатну функцію ЦОП з (6.2):

$$D(z) = \frac{z}{z-1} \frac{W(z)}{1-W(z)} \left(Z\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\} \right)^{-1}. \quad (6.4)$$

Підставляючи (6.3) і (6.4) одержуємо остаточне вираження дискретної передатної функції ЦОП, яка забезпечуватиме на виході системи перехідний процес вихідно заданого виду $h(t)$:

$$D(z) = \frac{Z\{h(t)\}}{1-\frac{z^{-1}}{z}Z\{h(t)\}} \left(Z\left\{\frac{W_0(p)}{p}\right\} \right)^{-1}. \quad (6.5)$$

Маючи ДПФ ЦОП, можна за допомогою зворотного Z -перетворення сформувавши вираз у вигляді різницевого рівняння, що визначає числовий алгоритм формування керувального впливу $U[t]$ на основі інформації про поточне значення сигналу $E[t]$, інформації про значення $E[t]$ попередні, а

також на підставі інформації про значення сигналу $U[t]$ в попередні моменти часу.

6.2 Синтез ДСАК із мінімальною та кінцевою тривалістю перехідних процесів

На відміну від безперервних систем, у дискретних системах можливі перехідні процеси кінцевої тривалості, тобто такі перехідні процеси, коли значення сигналу, що встановилося, досягається з нульовою помилкою (не асимптотично) за кінцеве число значень часів дискретизації тимчасової шкали. Розглянемо методику синтезу ДСАК за критерієм швидкодії, коли основною є вимога, щоб вихідний сигнал мав мінімальну та кінцеву тривалість.

Візьмемо за основу структурну схему, наведену на рисунку 6.1, і запишемо дискретні передатні функції розімкненої та замкненої систем:

$$W_{\text{пас}}(z) = D(z) W_0(z);$$
$$W(z) = \frac{W_{\text{пас}}(z)}{1+W_{\text{пас}}(z)} = \frac{D(z)W_0(z)}{1+D(z)W_0(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)}. \quad (6.6)$$

Якщо передатні функції незмінної частини та замкненої системи відомі, то з (6.6) випливає:

$$D(z) = \frac{1}{W_0(z)} \frac{W(z)}{1-W(z)} = \frac{W_{\text{пас}}(z)}{W_0(z)}. \quad (6.7)$$

Подамо передатну функцію незмінної частини в такому вигляді:

$$W_0(z) = \frac{B(z)}{C(z)} = \frac{B^-(z)B^+(z)}{C^-(z)C^+(z)}. \quad (6.8)$$

Поліноми з індексом «+» мають усі корені всередині кола одиничного радіуса, а з індексом «-» поза цим колом. Надалі також до плюсових поліномів відноситимемо всі постійні коефіцієнти, а до мінусових – стійкості, що розміщені на межі. Операція подання передатної функції, як у формулі (6.8), називається *факторизацією*.

Запишемо умови, що забезпечують грубість синтезованої системи. Це будуть такі умови, в яких передатна функція бажаної замкненої системи як свої нулі міститиме нулі полінома $B^-(z)$, а передатна функція $1 - W(z)$ як свої нулі міститиме нулі полінома $C^-(z)$:

$$\begin{cases} W(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{Q(z)}, \\ 1 - W(z) = \frac{C^-(z)N(z)}{Q(z)}. \end{cases} \quad (6.9)$$

Вибір поліномів $M(z)$, $N(z)$ та $Q(z)$ забезпечує одержання заданих показників якості регулювання в дискретні моменти часу.

Перехідні процеси кінцевої тривалості можуть бути одержані, якщо вибрати характеристичний поліном замкненої системи у вигляді

$$Q(z) = z^l, \quad (6.10)$$

де l – ціле позитивне число, що відповідає бажаній тривалості перехідного процесу.

На основі виразів (6.8) і (6.9) можна одержати:

$$D(z) = \frac{C^+(z)M(z)}{B^+(z)N(z)},$$

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{C^-(z)N(z)}.$$

Для характеристичного полінома замкненої системи можна записати:

$$Q(z) = C^-(z) N(z) + B^-(z) M(z) = z^l. \quad (6.11)$$

Щоб забезпечити додержання принципу фізичної реалізації синтезованої системи необхідно забезпечити виконання такої нерівності:

$$\|C^-(z)\| + \|N(z)\| \geq \|B^-(z)\| + \|M(z)\|. \quad (6.12)$$

Знак $\|\dots\|$ означає операцію визначення порядку відповідного полінома. Умова (6.12) виконуватиметься під час довільних поліномів $C^-(z)$ і $B^-(z)$, якщо виконуватимуться такі нерівності:

$$\begin{cases} \|N(z)\| \geq \|B^-(z)\|, \\ \|M(z)\| \geq \|C^-(z)\| - 1. \end{cases} \quad (6.13)$$

Із (6.12) і (6.13) випливає, що мінімальний порядок бажаного характеристичного полінома замкненої системи дорівнює

$$l_{min} = \|B^-(z)\| + \|C^-(z)\|. \quad (6.14)$$

Під час заданих порядків поліномів $M(z)$ і $N(z)$ поліноміальне рівняння (6.11) вирішується розгортанням їх у систему алгебраїчних рівнянь. Рішення провадиться щодо коефіцієнтів зазначених поліномів шляхом прирівнювання елементів з однаковими ступенями оператора z у лівій і правій частинах вихідного рівняння.

У разі вибору $l = l_{min}$ результатом стане перехідний процес мінімальної та кінцевої тривалості, причому, в процесі розв'язання кількість рівнянь одержаної системи рівнянь

дорівнюватиме кількості невідомих, а ця система матиме єдине рішення. Зазвичай за такого вибору тривалості перехідного процесу синтезована система не має достатніх запасів стійкості та має високе перерегулювання.

6.3 Корекція ДСАК із мінімальною та кінцевою тривалістю перехідних процесів

Для усунення недоліків систем із мінімальною та кінцевою тривалістю перехідних процесів існують два шляхи.

Перший шлях полягає в збереженні кінцевої тривалості перехідного процесу, але зі збільшенням часу регулювання шляхом вибору

$$l > l_{min}.$$

У цьому разі система рівнянь алгебри міститиме в своєму складі невідомих більше, ніж рівнянь і буде мати незліченну кількість рішень, причому різниця між кількістю рівнянь і кількістю невідомих буде дорівнювати величині збільшення порядку системи порівняно з мінімальним порядком. Будь-яких загальних рекомендацій щодо вибору «зайвих» невідомих коефіцієнтів дати неможливо. Однією з можливостей вирішення цієї проблеми є накладення обмежень на коефіцієнти чисельника передатної функції замкненої системи.

Необхідно зазначити, що ефективного зменшення кількості варіацій між невідомими коефіцієнтами системи рівнянь під час збільшення порядку ДСАК можна досягти, якщо врахувати таке правило: збільшення порядку системи порівняно з *мінімальним порядком необхідно здійснювати за рахунок рівномірного збільшення порядків поліномів $M(z)$ і $N(z)$* . Це означає, що збільшення порядку характеристичного полінома системи на одиницю повинно відбуватися за допомогою одночасного збільшення на одиницю порядків поліномів $M(z)$ і $N(z)$.

Другий шлях полягає у відмові й від кінцевої тривалості перехідного процесу. У цьому разі характеристичний поліном замкненої системи вибирається у такому вигляді:

$$Q(z) = z^k (z - a)^{l-k}. \quad (6.15)$$

Важливо те, що величину перерегулювання та тривалість перехідного процесу, що визначається заданим часом регулювання, у цьому разі часто вдається одержати і за мінімального порядку системи шляхом належного вибору величин a і k .

ПРИКЛАД РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ЗА МАТЕРІАЛОМ РОЗДІЛУ 6

Умова. Дискретна передатна функція незмінної частини ДСАК (див. рис. 6.1) дорівнює:

$$W_0(z) = \frac{1,495 \cdot 10^{-2}(z^2 - 0,6397z - 0,354)}{(z - 3,5 \cdot 10^{-2})(z^2 - 2z + 1)}.$$

Запропонувати такий алгоритм формування керувального впливу ЦОП у системі, який би забезпечував перехідний процес мінімальної та кінцевої тривалості на виході замкненої ДСАК. Якщо перерегулювання відповідного перехідного процесу виявиться більше ніж 75 %, зробити відповідну корекцію системи.

Розв'язання. Налаштуємо систему, наведену на рисунку 6.1, з параметрами незмінної частини, заданими за умовою, відповідно до критерію швидкодії. Для цього проведемо факторизацію дискретної передатної функції незмінної частини системи:

$$B^+(z) = 1,495 \cdot 10^{-2}(z^2 - 0,6397z - 0,354),$$

$$B^-(z) = 1,$$

$$C^+(z) = z - 3,5 \cdot 10^{-2},$$

$$C^-(z) = z^2 - 2z + 1.$$

Відповідно до одержаних вище виразів можна сказати, що мінімально можлива в цій системі тривалість перехідного процесу кінцевої тривалості дорівнює

$$l_{min} = \|B^-(z)\| + \|C^-(z)\| = 0 + 2 = 2.$$

На підставі системи нерівностей (6.13) поставимо поліноми $M(z)$ і $N(z)$ так:

$$M(z) = m_0 z + m_1,$$

$$N(z) = n_0.$$

Відповідно до виразу (6.11) характеристичний поліном замкненої системи набуде вигляду:

$$m_0 z + m_1 + (z^2 - 2z + 1) n_0 = z^2.$$

Прирівнюючи елементи за однакових ступенів оператора z , одержуємо:

$$\begin{cases} n_0 = 1, \\ m_0 - 2n_0 = 0, \\ m_1 + n_0 = 0. \end{cases}$$

Із записаної вище системи рівнянь одержуємо $n_0 = 1$; $m_0 = 2$; $m_1 = -1$.

Це дає можливість записати дискретні передатні функції ЦОП, розімкненої та замкненої синтезованих систем:

$$D(z) = \frac{C^+(z)M(z)}{B^+(z)N(z)} = \frac{(z-3,5 \cdot 10^{-2})(2z-1)}{1,495 \cdot 10^{-2}(z^2-0,6397z-0,354)},$$

$$W_{\text{раз}}(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{C^-(z)N(z)} = \frac{2z-1}{z^2-2z+1},$$

$$W(z) = \frac{B^-(z)M(z)}{Q(z)} = \frac{2z-1}{z^2}.$$

Перед тим, як записати алгоритм вироблення керувального впливу в системі перевіримо за дискретною перехідною характеристикою, чи буде система мати необхідне за умови завдання перерегулювання.

$$H(z) = \frac{z}{z-1} W(z) = \frac{z}{z-1} \frac{2z-1}{z^2} = \frac{z}{z-1} (2z^{-1} - 1z^{-2}).$$

Користуючись властивістю запізнення, нескладно одержати оригінал дискретної перехідної характеристики, записаної вище:

$$h[t] = 2 \cdot 1[t - T] - 1[t - 2T].$$

Відповідний графік ДПХ наведено на рисунку 6.2.

Як видно з наведеного графіка, перерегулювання в системі налаштованої на мінімальну та кінцеву тривалість перехідних процесів дорівнює 100 %, що перевищує вимоги, які ставляться за умовою завдання, відповідно синтезована система вимагає додаткової корекції. Збільшимо час перехідного процесу в системі, не відмовляючись від кінцевої тривалості перехідних процесів у ній. Збільшимо порядок системи на одиницю, тобто візьмемо $l = 3$.

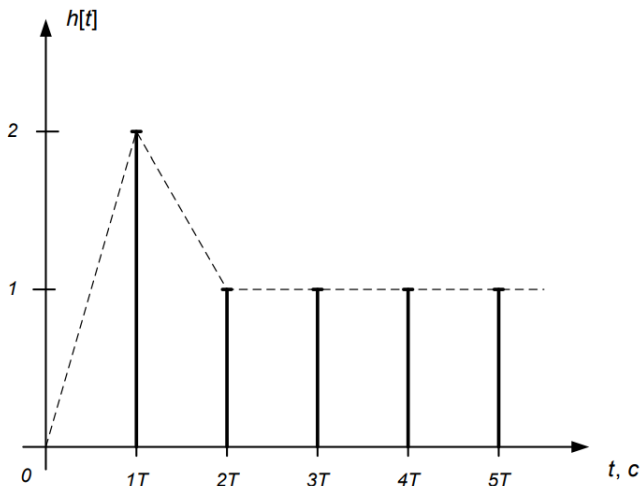


Рисунок 6.2 – Графік одержаної ДПГ

У цьому разі поставимо поліноми $M(z)$ і $N(z)$ так:

$$M(z) = m_0 z^2 + m_1 z + m_2,$$

$$N(z) = n_0 z + n_1.$$

Відповідно до виразу (6.11) характеристичний поліном замкненої системи під час корекції набере вигляду:

$$m_0 z^2 + m_1 z + m_2 + (z^2 - 2z + 1)(n_0 z + n_1) = z^3.$$

Прирівнюючи елементи за однакових ступенів оператора z одержуємо:

$$\begin{cases} n_0 = 1, \\ m_0 + n_1 - 2n_0 = 0, \\ m_1 + n_0 - 2n_1 = 0, \\ m_2 + n_1 = 0. \end{cases}$$

Очевидно, що одержана система рівнянь має кількість невідомих коефіцієнтів більше, ніж кількість рівнянь. Якщо записати вираз дискретної перехідної характеристики, а потім застосувати до нього зворотне Z -перетворення, можна виявити зв'язок значень деяких коефіцієнтів полінома $M(z)$ зі значеннями дискретної перехідної характеристики у відповідні дискретні моменти часу (рис. 6.3):

$$H(z) = \frac{z}{z-1} W(z) = \frac{z}{z-1} \frac{B^-(z)M(z)}{Q(z)} =$$

$$= \frac{z}{z-1} \frac{m_0 z^2 + m_1 z + m_2}{z^3} = \frac{z}{z-1} (m_0 z^{-1} + m_1 z^{-2} + m_2 z^{-3}).$$

$$h[t] = m_0 \cdot 1[t - T] + m_1 \cdot 1[t - 2T] + m_2 \cdot 1[t - 3T].$$

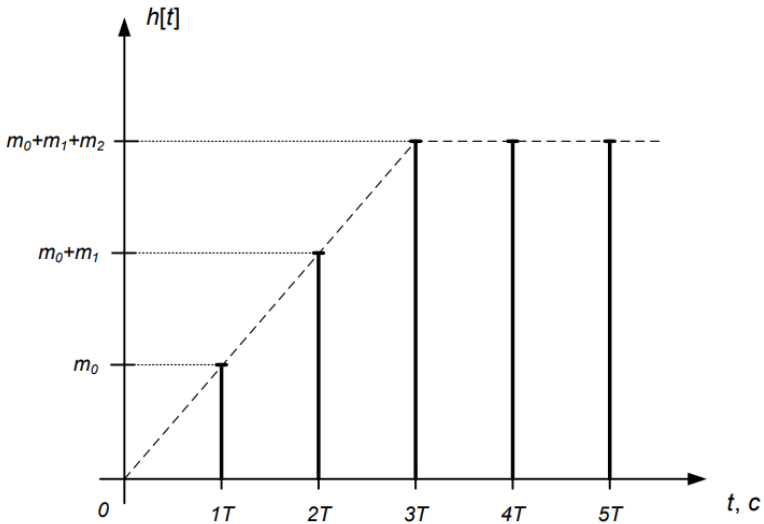


Рисунок 6.3 – Зв'язок значень коефіцієнтів полінома $M(z)$ зі значеннями дискретної перехідної характеристики у відповідні дискретні моменти часу

Це означає, що варіюючи значення коефіцієнтів полінома $M(z)$, можна задати спочатку близький до бажаного перехідний процес кінцевої тривалості з необхідними прямими показниками якості. Подальші обчислення оформимо у вигляді таблиці 6.1.

Таблиця 6.1 – Обчислення перерегулювання

| Но- мер | n_0 | n_1 | $m_0 =$ $= 2n_0 - n_1$ | $m_1 =$ $= 2n_1 - n_2$ | $m_2 = -n_1$ | $\max [m_0 ;$ $ m_0 + m_1 ;$ $ m_0 + m_1 + m_2]$ |
|------------|-------|-------|---------------------------|---------------------------|--------------|--|
| 1 | 1 | 0,1 | 1,9 | -0,8 | -0,1 | 1,9 |
| 2 | | 0,2 | 1,8 | -0,6 | -0,2 | 1,8 |
| 3 | | 0,3 | 1,7 | -0,4 | -0,3 | 1,7 |
| 4 | | 0,4 | 1,6 | -0,2 | -0,4 | 1,6 |
| 5 | | 0,5 | 1,5 | 0 | -0,5 | 1,5 |
| 6 | | 0,6 | 1,4 | 0,2 | -0,6 | 1,6 |
| 7 | | 0,7 | 1,3 | 0,4 | -0,7 | 1,7 |
| 8 | | 0,8 | 1,2 | 0,6 | -0,8 | 1,8 |

Із таблиці видно, що мінімального значення перерегулювання можна досягти за значення коефіцієнтів поліномів $M(z)$ і $N(z)$ таких, що дорівнюють (див. рядок 5): $n_0 = 1$; $n_1 = 0,5$; $m_0 = 1,5$; $m_1 = 0$; $m_2 = -0,5$.

Відповідний графік скоригованого перехідного процесу матиме вигляд, поданий на рисунку 6.4.

Поданий перехідний процес має перерегулювання 50 %, що відповідає умові завдання, отже, можна переходити до одержання алгоритму керування, що забезпечує цей перехідний процес. Дискретна передатна функція ЦОП у скоригованій системі дорівнює

$$\begin{aligned}
 D(z) &= \frac{C^+(z)M(z)}{B^+(z)N(z)} = \frac{(z-3,5 \cdot 10^{-2})(1,5z^2-0,5)}{1,495 \cdot 10^{-2}(z^2-0,6397z-0,354)(z+0,5)} = \\
 &= \frac{1,5z^3-5,25 \cdot 10^{-2}z^2-0,5z+1,75 \cdot 10^{-2}}{1,495 \cdot 10^{-2}z^3-0,209 \cdot 10^{-2}z^2-1,007 \cdot 10^{-2}z-0,265 \cdot 10^{-2}} = \frac{U(z)}{E(z)}.
 \end{aligned}$$

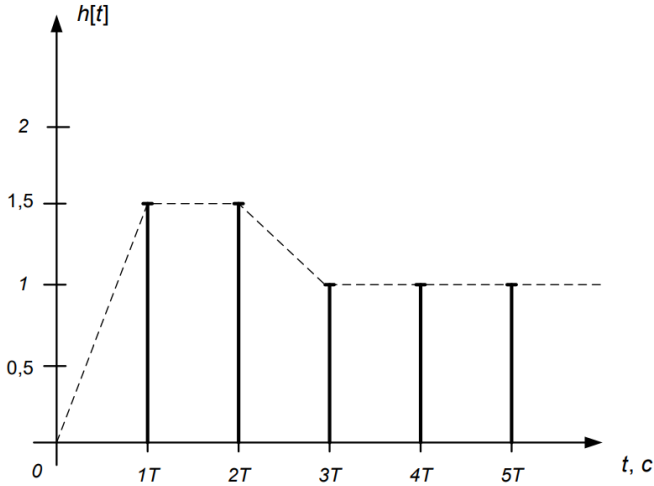


Рисунок 6.4 – Графік скоригованого перехідного процесу

Перейдемо до різницевого рівняння, яке і є числовим алгоритмом формування керувального впливу:

$$\begin{aligned}
 & (1,5z^3 - 5,25 \cdot 10^{-2}z^2 - 0,5z + 1,75 \cdot 10^{-2}) E(z) = \\
 & = (1,495 \cdot 10^{-2}z^3 - 0,209 \cdot 10^{-2}z^2 - 1,007 \cdot 10^{-2}z - \\
 & \quad - 0,265 \cdot 10^{-2}) U(z)
 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned}
 & (1500 - 5,25z^{-1} - 500z^{-2} + 1,75z^{-3})E(z) = \\
 & = (1,495 - 0,209z^{-1} - 1,007z^{-2} - 0,265z^{-3}) U(z)
 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned}
 & 1500E[t] - 5,25E[t - T] - 500E[t - 2T] + 1,75E[t - 3T] = \\
 & = 1,495U[t] - 0,209U[t - T] - 1,007U[t - 2T] - \\
 & \quad 0,265U[t - 3T]
 \end{aligned}$$

↓

$$\begin{aligned}
 & U[t] = 1003 E[t] - 3,512 E[t - T] - 334 E[t - 2T] + \\
 & + 1,171 E[t - 3T] + 0,140 U[t - T] + 0,674 U[t - 2T] + \\
 & \quad + 0,177 U[t - 3T].
 \end{aligned}$$

ПИТАННЯ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

1. Чим відрізняються дискретні системи від аналогових систем?
2. Які етапи перетворення безперервного сигналу на дискретний сигнал ви знаєте?
3. Що відбувається на першому етапі перетворення безперервного сигналу на аналоговий сигнал?
4. Що відбувається на другому етапі перетворення безперервного сигналу на аналоговий сигнал?
5. Як відбувається квантування безперервного сигналу за рівнем?
6. Як відбувається квантування безперервного сигналу за часом?
7. Що таке механізм комбінованого квантування безперервного сигналу?
8. Як відбувається амплітудно-імпульсна модуляція квантованого сигналу?
9. Як відбувається широтно-імпульсна модуляція квантованого сигналу?
10. Як відбувається частотно-імпульсна модуляція квантованого сигналу?
11. Назвіть основні переваги дискретних систем над аналоговими системами.
12. Зобразіть типову структурну схему ДСАК із багатоканальним керуванням.
13. Зобразіть типовий контур регулювання окремим каналом ДСАК.
14. Що таке дискретні системи керування першого типу?
15. Що таке дискретні системи керування другого типу?
16. Що таке ґратчаста функція?
17. Як математично подають ґратчасту функцію?
18. Дайте визначення дискретного перетворення Лапласа.
19. Дайте визначення Z -перетворення функції.

20. Як можна розрахувати Z -перетворення функції?
21. Перерахуйте та опишіть основні властивості Z -перетворення функцій.
22. Що таке різницеві рівняння?
23. Як можна розв'язати різницеві рівняння?
24. Дайте визначення дискретної функції передачі елемента або системи.
25. Як розраховується результувальна ДПФ системи послідовно з'єднаних дискретних ланок?
26. Як розраховується результувальна ДПФ системи паралельно з'єднаних дискретних ланок?
27. Як розраховується результувальна ДПФ системи зустрічно-паралельно з'єднаних дискретних ланок?
28. Що таке екстраполятор нульового порядку?
29. Як розрахувати ДПФ елемент з екстраполятором нульового порядку на вході?
30. Як розраховуються ДПФ складних дискретних систем?
31. Назвіть основні динамічні характеристики дискретних систем.
32. Що таке часові характеристики дискретних систем?
33. Що таке дискретна перехідна характеристика дискретного елемента чи системи?
34. Як розрахувати дискретну перехідну характеристику дискретного елемента чи системи?
35. Що таке дискретна перехідна імпульсна характеристика дискретного елемента чи системи?
36. Як розрахувати дискретну перехідну імпульсну характеристику дискретного елемента чи системи?
37. Які частотні характеристики елементів чи систем ви знаєте?
38. Як розрахувати АЧХ дискретного елемента чи системи?
39. Як розрахувати ФЧХ дискретного елемента чи системи?
40. Як розрахувати АФЧХ дискретного елемента чи системи?

41. Назвіть основні властивості частотних характеристик дискретних елементів чи систем.
42. Сформулюйте правило Шеннона – Котельникова для дискретних систем.
43. Сформулюйте кореневий критерій стійкості дискретних систем.
44. Сформулюйте відомі критерії алгебраїчності стійкості систем.
45. Сформулюйте умови застосування відомих алгебраїчних критеріїв стійкості систем до аналізу дискретних систем.
46. Дайте формулювання аналога частотного критерію стабільності Найквіста для дискретних систем.
47. Дайте формулювання аналога логарифмічного критерію стійкості дискретних систем.
48. Які показники якості використовуються для аналізу якості регулювання ДСАК?
49. Назвіть основні прямі показники якості ДСАК.
50. Зазначте основні частотні показники якості ДСАК.
51. Назвіть основні кореневі показники якості ДСАК.
52. Що таке інтегральні оцінювання якості ДСАК?
53. Сформулюйте основне завдання синтезу ДСАК.
54. Що таке умова фізичної реалізованості системи?
55. Що таке умова грубості системи?
56. Як здійснюється синтез ДСАК за аналоговим прототипом?
57. Як здійснюється синтез ДСАК із мінімальною та кінцевою тривалістю перехідних процесів?
58. Які шляхи корекції показників якості ДСАК із мінімальною та кінцевою тривалістю ви знаєте?

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Теорія автоматичного керування. Нелінійні та дискретні системи : навчальний посібник / укладачі : О. Й. Штіфзон, П. В. Новіков. – Електронні текстові дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 98 с.

2. Нелінійні та дискретні системи автоматичного керування. Курс лекцій : навчальний посібник / укладачі : Б. І. Приймак. – Електронні текстові дані. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 198 с.

Електронне навчальне видання

Кулінченко Георгій Васильович,
Павлов Андрій Володимирович,
Леонтєв Петро Володимирович

ДИСКРЕТНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ

Конспект лекцій
для студентів спеціальності
*151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані
технології»*
освітнього ступеня «магістр»
усіх форм навчання

Відповідальний за випуск П. В. Леонтєв
Редактор Н. М. Мажуга
Комп'ютерне верстання Г. В. Кулінченка, П. В. Леонтєва

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 4,36. Обл.-вид. арк. 3,94.

Видавець і виготовлювач
Сумський державний університет,
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.