

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Факультет технічних систем та енергоефективних технологій
Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

магістра

***на тему: «Розрахунок критичних частот і аналіз стійкості
обертання ротора відцентрового компресора 295ГЦ2-190/44-
100М»***

Спеціальність: 131 Прикладна механіка

ОПП: Комп'ютерна механіка

Виконав: студент групи КМ.м-11

Шерстюк В. І.

Керівник: д.т.н. проф. Симоновський В.І.

Суми 2022

РЕФЕРАТ

Дипломна робота магістра: 42 с., 9 рис., 1 табл., 12 джер., 6 додатків.

Об'єкт дослідження – відцентровий компресор 295ГЦ2-190/44-100М.

Предмет досліджень – критичні частоти та стійкість обертання ротора відцентрового компресора .

Мета роботи – визначення критичних частот ротора та вплив на стійкість обертання ротора відцентрового компресора циркуляційних сил в проточній частині та параметрів підшипників.

Методи дослідження – чисельний: застосування програмного комплексу MathCAD для форм коливань та власних частот ротора відцентрового компресора; аналітичний: розрахунок трьох масової моделі ротора; розрахунок стійкості обертання роторної трьох масової моделі за допомогою програми Равлюк.

В роботі були поставлені наступні задачі:

1. Створити дискретну лінійну модель ротора. Визначити критичні частоти обертання ротора та побудувати форми власних коливань використавши метод скінченних елементів.
2. Створити неконсервативну дискретну лінійну масову модель ротора відцентрового компресору 295ГЦ2-190/44-100М.
3. Визначити область стійкості обертання ротора в залежності від впливу коефіцієнту циркуляційної сили у проточній частині та коефіцієнтів демпфування підшипників.
4. Оцінити запаси стійкості обертання в зоні робочих частот.

В результаті проведених розрахунків було визначено критичні частоти обертання, побудовано форми коливань, дискретну тримасову модель та області стійкості для ротору відцентрового компресору, на основі чого було отримано закономірності впливу коефіцієнту циркуляційних сил у проточній частині та параметрів підшипників на стійкість обертання.

ДИСКРЕТНА МОДЕЛЬ, ТРЬОХ МАСОВА МОДЕЛЬ РОТОРА, ЦИРКУЛЯЦІЙНІ СИЛИ, ДЕМПФУВАННЯ, ОБЛАСТЬ СТІЙКОСТІ.

ЗМІСТ

	С.
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	6
ВСТУП.....	7
1 Об'єкт дослідження.....	10
2 Побудова дискретної лінійної моделі ротора.....	14
2.1 Визначення власних частот і форм коливань моделі ротора методом скінченних елементів.....	14
2.2 Визначення еквівалентних мас дискретної моделі ротора.....	15
2.3 Побудова неконсервативних дискретних моделей ротора.....	21
2.4 Висновки.....	24
3 Дослідження стійкості обертання ротора відцентрового компресору....	25
3.1 Методика дослідження.....	25
3.2 Дослідження області стійкості частоти обертання ротора.....	27
3.3 Висновки.....	29
ВИСНОВКИ.....	30
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	31

ДОДАТОК А.....	33
ДОДАТОК Б.....	35
ДОДАТОК В.....	36
ДОДАТОК Г.....	38
ДОДАТОК Д.....	40
ДОДАТОК Е.....	41

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- ω – частота обертання ротора;
- $\bar{\omega}$ – відносна частота обертання;
- G – зосереджена маса ротора;
- $C_{оп}$ – жорсткість ротора в певних ділянках;
- ω_i – власна частота дискретної трьох масової моделі;
- F_j – сили , що діють на систему;
- q – циркуляційна сила;
- $d_{п}$ – коефіцієнт демпфування;
- x, y – координати центра мас ротора;
- L_i – довжина ділянки вала;
- D_i – зовнішній діаметр вала;
- d_i – внутрішній діаметр вала;
- m_i – дискретна маса;
- E – модуль пружності;
- ρ – щільність рідини;
- P – тиск; характеристичний показник;
- δ – безрозмірний коефіцієнт циркуляційних сил
- МСЕ – метод скінченних елементів
- ЕОМ – електронно-обчислювальна машина.

ВСТУП

Принцип роботи відцентрового компресора базується на обертанні ротора з насадженими на нього деталями, внаслідок чого потік повітря підведений до агрегату, входить у робоче колесо вздовж осі ротора, а в ньому відбувається зміна напрямку потоку в радіальному напрямку. Як підсумок, за рахунок обертання ротора виникає відцентрова сила, внаслідок чого у робочому колесі компресора створюється додаткове зростання тиску.

Найважливішим елементом компресора є ротор, що обертається, з насадженими на нього деталями. У компресорах, ротор є основною деталлю призначений для перетворення енергії обертання в енергію тиску.

В наш час для збільшення потужностей відцентрових компресорів та зменшення їх габаритних розмірів використовують збільшення швидкості обертання роторів, внаслідок чого ротор обертатається з робочою частотою, що перевищує першу, а іноді другу й третю критичні частоти. Саме перехід ротора через критичні частоту викликає вібрації, які негативно впливають на роботу компресора. Вібрація призводить до виникнення акустичних ефектів: гудіння, тремтіння, дзенькіт, биття, тріщання. Внаслідок коливань ротора, деталі агрегатів піддаються підвищенному зносу, через що надійність та робочий ресурс механізмів значно знижується.

В більшості випадків технічний стан роторних машин визначається, насамперед, їхніми вібро-акустичними параметрами, що в свою чергу визначаються вібраційним станом ротора. В процесі обертання ротор створює та піддається коливанням широкого спектру, різноманітність яких залежить як від типу коливань (радіальні, кутові, крутні, осьові) так і у відношенні частот.

Через прояв гідродинамічних процесів в проточних частинах компресорів, що відносяться до відцентрових машин, виникають коливання більш потужні та значно ширші за спектральним складом, порівнянно з роторами машин інших класів. Через застосування систем ущільнень в

проточних частинах відцентрових компресорів, для них характерна втрата стійкості та утворення коливань, властивих нелінійним системам.

Внаслідок технічного прогресу, частота обертання нових конструкцій відцентрових машин досягає другої, а іноді і третьої критичної частоти, що вимагає вводити більш жорсткі вимоги до вібронадійності, що в свою чергу залежить від точності динамічних розрахунків та її достовірності на ранній стадії проектування.

Зважаючи на результати досліджень маємо можливість оцінити вплив циркуляційних сил в проточній частині та параметрів підшипників на динамічну стійкість ротора, що дасть змогу більш точно оцінити область стійкості частот обертання ротора.

Мета роботи – оцінка впливу циркуляційних сил та параметрів підшипників на стійкість роторів відцентрових компресорів.

В роботі були поставлені наступні задачі:

1. Провести розрахунок критичних частот ротора відцентрового компресора 295ГЦ2-190/44-100М .
2. Побудувати 3-масову дискретну модель ротора відцентрового компресора 295ГЦ2-190/44-100М.
3. Розрахувати області стійкості обертання в залежності від можливих значень коефіцієнтів циркуляційних сил у проточній частині та підшипників.
4. На основі отриманих результатів оцінити запаси стійкості обертання в зоні робочих частот. Виявити закономірності впливу коефіцієнтів циркуляційних сил у проточній частині та в підшипниках на стійкість обертання.

Об'єкт дослідження – відцентровий компресор 295ГЦ2-190/44-100М.

Методи дослідження - аналітичний метод побудови 3-х масової моделі ротора, розрахунок стійкості роторної системи з використанням програми Равлюк.

В результаті розрахунків було отримано 3-х масову модель ротора відцентрованого компресора й система диференціальних рівнянь, що враховує вплив циркуляційних сил та параметрів підшипників на стійкість ротора.

Робота магістра складається з вступу, 4-х розділів, висновків та переліку посилань.

Перший розділ присвячений опису об'єкта дослідження.

Другий розділ присвячений розрахунку 3-масової динамічної моделі ротора, визначенню критичних частот та форм коливань .

В третьому розділі було проведено аналіз областей стійкості частоти обертання ротора.

1. ОБ'ЄКТ ДОСЛІДЖЕННЯ

В роботі об'єктом дослідження являється ротор (рисунок 1.1) відцентрового компресору 295ГЦ2-190/44-100М, загальний вигляд агрегату наведено на рисунку 1.2-1.3. Проточна частина даного компресору приведена на рисунку 1.4. Відцентрові компресори даного типу призначені для перекачування природного газу. Ротори компресорів даного типу – гнучкі, тобто, частота обертання ротора яких перевищує першу критичну частоту обертання. Повздовжній переріз відцентрового компресора наведено на рисунку 1.5. Технічні характеристики для відцентрового компресора приведені в таблиці 1.1.



Рисунок 1.1 – Ротор відцентрового компресору 295ГЦ2-190/44-100М

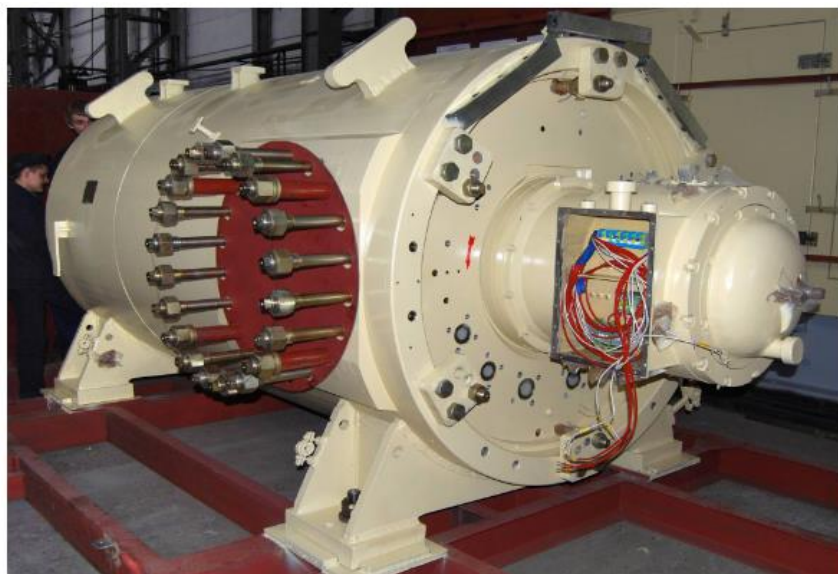


Рисунок 1.2 – Загальний вигляд компресору 295ГЦ2-190/44-100М

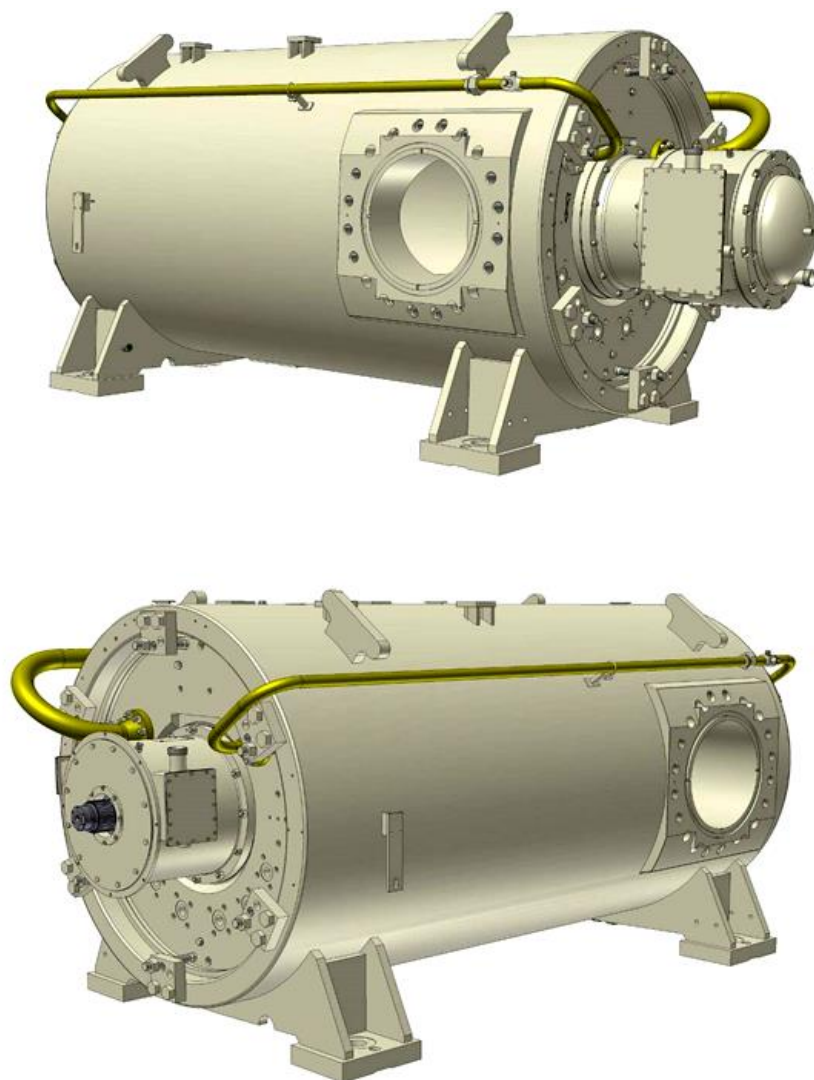


Рисунок 1.3 – Загальний вигляд компресору 295ГЦ2-190/44-100М



Рисунок 1.4 – Проточна частина компресору 295ГЦ2-190/44-100М

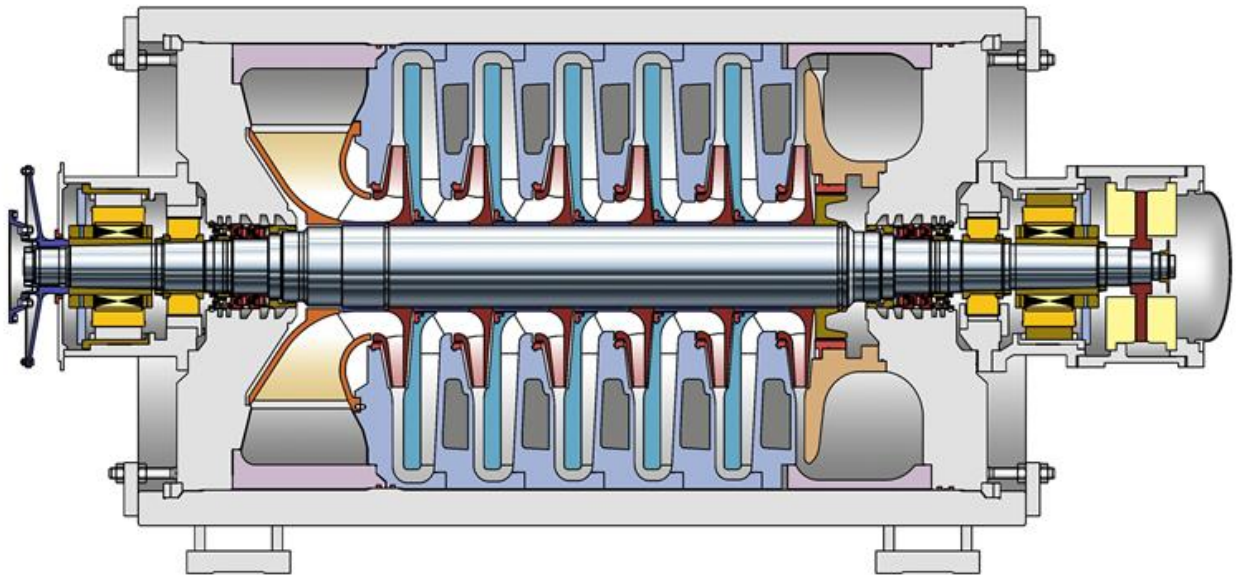


Рисунок 1.5 – Повздовжній переріз відцентрового компресора 295ГЦ2-190/44-100М

Таблиця **Ошибка! Текст указанного стиля в документе отсутствует.** 1 –
Технічні характеристики відцентрового турбокомпресора Д203ГЦ1-710/2,4-10М2 ДКС СОГ-4

Параметр	Чисельне значення
Продуктивність, приведена до температури 273 К (0°С) та тиску 0,101 МПа (1,033кг/см ²), м ³ /с (млн.м ³ /добу), не менше	142,36 (12,3)
Об'ємна продуктивність, приведена до початкових умов, м ³ /с (м ³ /хв), не менш	3,201 (192,06)
Початковий абсолютний тиск, МПа (кгс/см ²) номінальний	4,25 (43,3)
Кінцевий абсолютний тиск, МПа (кгс/см ²) номінальний	9,9 (100,9)
Відношення тисків (розрах.)	2,33
Політропний ККД компресора, %, не менше	80
Частота обертання ротора компресора, розрахунк., с ⁻¹ (об/хв)	5200

Продовження таблиці 1.1	
Діапазон зміни частоти обертання ротора компресора, s^{-1} (об/хв)	3710-5565
Номінальна (розрахункова) потужність, що споживається компресором, МВт	16,848
Температура газу на вході до компресора, розрахункова, К ($^{\circ}C$)	297,5 (24,5)
Підвищення температури газу в компресорі в номінальному режимі, (розрахункове), $^{\circ}C$	81,77
коефіцієнт стисливості за умовами входу в компресор	0,928

2. ПОБУДОВА ДИСКРЕТНОЇ ЛІНІЙНОЇ МОДЕЛІ РОТОРА

2.1 Визначення власних частот і форм коливань моделі ротора методом скінченних елементів

Для розрахунку власних частот та форм коливань ротора використовуємо методом скінченних елементів. Для даного розрахунку застосуємо програму «Critical frequencies of the rotor» запропоновану Павленком І.В. та Симоновським В.І, що базується на методі скінченних елементів для балочних систем в програмному комплексі Mathcad [2]. За допомогою програми побудовано модель ротора, яка враховує геометричні параметри ділянок ротора, що приведені в додатку А. Для кожної ділянки ротора були задано наступні параметрами: внутрішній та зовнішній діаметр, довжина ділянки ротора, коефіцієнт жорсткості в місцях розташування підшипникових опор та величина зосередженої точкової маси, густина матеріалу ($\rho=7,85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$), модуль пружності ($E=2,1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$). Розрахункову схему ротора, що враховує перераховані вище параметри приведена на рисунку 2.1.

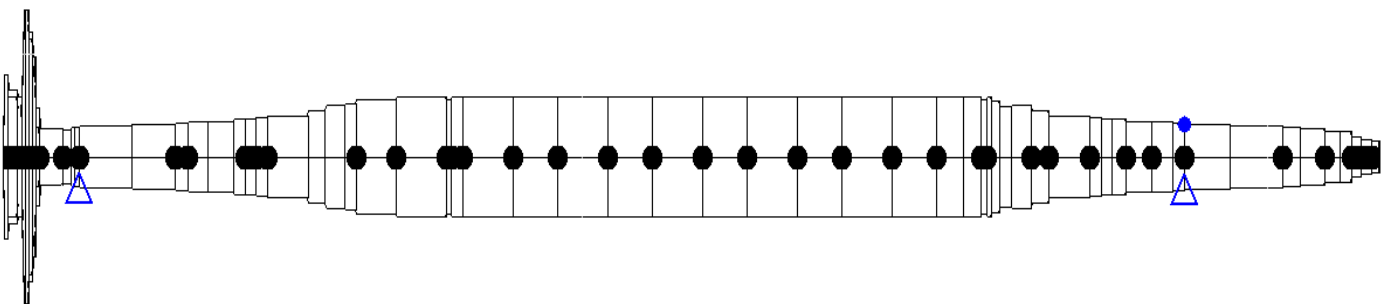


Рисунок 2.1 –Розрахункова схема ротора; ● – місця розташування зосереджених точкових мас; Δ - місце розташування пружних опор.

В результаті розрахунку було отримано перші три критичних частоти обертання ротора:

$$\omega_1 = 118 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

$$\omega_2 = 230 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

$$\omega_3 = 428 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

Для кожної з критичних частот в програмі «Critical frequencies of the rotor» отримано відповідні власні форми коливань ротора. Графік власних форм коливання ротора для кожної частоти наведені в додатку Б. Таблиця значень функцій форм вільних коливань ротора для кожної з частот приведені в Додатку В.

2.2 Визначення еквівалентних мас дискретної моделі ротора

Розрахункова схема трьох масової дискретної моделі ротора наведено на рисунку 2.2. Скориставшись моделлю ротора отриману методом скінченних елементів було визначено коефіцієнти впливу a_{ij} на переміщення x_i в i -ї точці, яке виникає від сили F_j , що приложена в j -й точці. Коефіцієнт a_{ij} визначається за допомогою програми вимушених коливань ротора «Forced oscillation of the rotor» як прогин ротора в i -й точці при прикладеному в j -й точці дисбалансу $D = 1$ та при такій частоті обертання, що ротор знаходиться майже в статичному положенні $\omega = 1$.

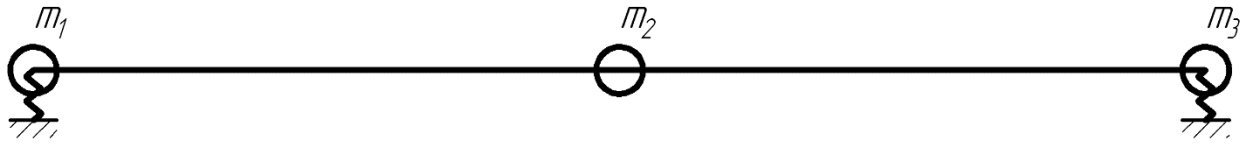


Рисунок 2.2 – Розрахункова схема трьох масової дискретної моделі ротора

Систему диференціальних рівнянь руху ротора для тримасової моделі ротора запишемо в розгорнутій формі:

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}F_1 + a_{12}F_2 + a_{13}F_3 \\ x_2 = a_{21}F_1 + a_{22}F_2 + a_{23}F_3 \\ x_3 = a_{31}F_1 + a_{32}F_2 + a_{33}F_3 \end{cases} \quad (2.1)$$

В дану систему диференціальних рівнянь (2.1) використавши принцип Д'Аламбера підставимо рівність (2.2).

$$F_j = -m_j \cdot \ddot{x}_j \quad (2.2)$$

В результаті підстановки рівності (2.2) в систему диференціальних рівнянь (2.1) отримаємо систему рівнянь вільних коливань лінійної трьох масової моделі ротора (2.3).

$$\begin{cases} x_1 = -a_{11}m_1\ddot{x}_1 - a_{12}m_2\ddot{x}_2 - a_{13}m_3\ddot{x}_3 \\ x_2 = -a_{21}m_1\ddot{x}_1 - a_{22}m_2\ddot{x}_2 - a_{23}m_3\ddot{x}_3 \\ x_3 = -a_{31}m_1\ddot{x}_1 - a_{32}m_2\ddot{x}_2 - a_{33}m_3\ddot{x}_3 \end{cases} \quad (2.3)$$

Запишемо рівність для переміщень дискретних мас x_1, x_2, x_3 у вигляді наступної системи:

$$\begin{cases} x_1 = B \cdot \sin(\omega t) \\ x_2 = B \cdot \sin(\omega t) \\ x_3 = B \cdot \sin(\omega t) \end{cases} \quad (2.4)$$

де B_i – відповідна амплітуда коливань;

Виконавши підстановку системи (2.4) в систему (2.3) та скоротивши її на $\sin(\omega t)$, отримаємо:

$$\begin{cases} B_1 = a_{11}m_1B_1\omega^2 + a_{12}m_2B_2\omega^2 + a_{13}m_3B_3\omega^2 \\ B_2 = a_{21}m_1B_1\omega^2 + a_{22}m_2B_2\omega^2 + a_{23}m_3B_3\omega^2 \\ B_3 = a_{31}m_1B_1\omega^2 + a_{32}m_2B_2\omega^2 + a_{33}m_3B_3\omega^2 \end{cases} \quad (2.5)$$

Введемо заміну $\omega^2 = \frac{1}{z}$ та згрупуємо систему (2.5):

$$\begin{cases} (a_{11}m_1 - z)B_1 + a_{12}m_2B_2 + a_{13}m_3B_3 = 0 \\ a_{21}m_1B_1 + (a_{22}m_2 - z)B_2 + a_{23}m_3B_3 = 0 \\ a_{31}m_1B_1 + a_{32}m_2B_2 + (a_{33}m_3 - z)B_3 = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Скоротимо систему рівнянь (2.6) на B_1 , система (2.6) набуде вигляду:

$$\begin{cases} (a_{11}m_1 - z) + a_{12}m_2 \frac{B_2}{B_1} + a_{13}m_3 \frac{B_3}{B_1} = 0 + \\ a_{21}m_1 + (a_{22}m_2 - z) \frac{B_2}{B_1} + a_{23}m_3 \frac{B_3}{B_1} = 0 \\ a_{31}m_1 + a_{32}m_2 \frac{B_2}{B_1} + (a_{33}m_3 - z) \frac{B_3}{B_1} = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Введемо заміну $U_i^{(k)} = \frac{B_i^{(k)}}{B_1}$ - відносна амплітуда коливань на власних частотах (i - номер маси; k - номер власної частоти), отримаємо систему:

$$\begin{cases} (a_{11}m_1 - z) + a_{12}m_2U_2^{(1)} + a_{13}m_3U_3^{(1)} = 0 \\ a_{21}m_1 + (a_{22}m_2 - z)U_2^{(2)} + a_{23}m_3U_3^{(2)} = 0 \\ a_{31}m_1 + a_{32}m_2U_2^{(3)} + (a_{33}m_3 - z)U_3^{(3)} = 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

Оскільки з розрахунку форм коливань ротора скінченної елементної моделі ротора вже відомі значення власних частот ω_k , а отже, відомі і відповідні Z_k , можемо аналізувати задачу оцінювання, за параметри якої оберемо маси дискретної моделі (2.9).

Рівність (2.8) запишемо в наступному вигляді:

$$\bar{D} \cdot \bar{m} = \bar{C} \quad (2.9)$$

Де \bar{D} - матриця розмірністю (9×3):

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} a_{11}U_1^{(1)} & a_{12}U_2^{(1)} & a_{13}U_3^{(1)} \\ a_{21}U_1^{(1)} & a_{22}U_2^{(1)} & a_{23}U_3^{(1)} \\ a_{31}U_1^{(1)} & a_{32}U_2^{(1)} & a_{33}U_3^{(1)} \\ a_{11}U_1^{(2)} & a_{12}U_2^{(2)} & a_{13}U_3^{(2)} \\ a_{21}U_1^{(2)} & a_{22}U_2^{(2)} & a_{23}U_3^{(2)} \\ a_{31}U_1^{(2)} & a_{32}U_2^{(2)} & a_{33}U_3^{(2)} \\ a_{11}U_1^{(3)} & a_{12}U_2^{(3)} & a_{13}U_3^{(3)} \\ a_{21}U_1^{(3)} & a_{22}U_2^{(3)} & a_{23}U_3^{(3)} \\ a_{31}U_1^{(3)} & a_{32}U_2^{(3)} & a_{33}U_3^{(3)} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

\bar{C} - вектор-стовпець правих частин розмірністю (9×1):

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_1 U_2^{(1)} \\ z_1 U_3^{(1)} \\ z_2 \\ z_2 U_2^{(2)} \\ z_2 U_3^{(2)} \\ z_3 \\ z_3 U_2^{(3)} \\ z_3 U_3^{(3)} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

\bar{m} – вектор стовпець еквівалентних мас (3×1):

$$\bar{m} = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Використавши формули (2.13) для лінійної регресії були отримані значення величин еквівалентних мас для ротора (додаток Г):

$$\bar{m} = [\bar{D}^T \bar{D}]^{-1} \bar{D}^T \bar{C} \quad (2.13)$$

$$\bar{m} = \begin{pmatrix} 417,704 \\ 1536 \\ 460,101 \end{pmatrix} \text{ кг}$$

Правильність отриманої трьох масової моделі ротора було перевірено за допомогою порівнянь значень критичних частот обертання ротора. Похибка розрахунків для значень частот моделі отриманої методом скінченних елементів та трьох масової визначались за формулою (2.13):

$$\varepsilon_k = \frac{\omega_k - \omega_k^*}{\omega_k^*} \% \quad (2.13)$$

де ω_k^* – відповідна критична частота коливань ротора моделі отриманої методом скінченних елементів

ω_k – критична частота коливань дискретної трьох масової моделі ротора

За допомогою умови нетривіального розв'язку системи (2.8) відносно амплітуд U_k , знайдемо критичні (власні) частоти коливань дискретної трьох масової моделі з рівняння (2.14):

$$\Delta(a) = \begin{bmatrix} a_{11}m_1 - \delta & a_{12}m_2 & a_{13}m_3 \\ a_{21}m_1 & a_{22}m_2 - \delta & a_{23}m_3 \\ a_{31}m_1 & a_{32}m_2 & a_{33}m_3 - \delta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.14)$$

В результаті розв'язання системи (3.9) знайдено власні частоти коливань дискретної трьох масової моделі ротора:

$$\omega_k = \begin{bmatrix} 118,465 \\ 239,041 \\ 428,887 \end{bmatrix} \text{ с}^{-1}$$

Для порівняння наведені відповідні критичні частоти коливань ротора моделі отриманої методом скінченних елементів:

$$\omega_k^* = \begin{bmatrix} 118 \\ 230 \\ 428 \end{bmatrix} \text{ с}^{-1}$$

Виконавши підстановку отриманих значень до рівняння (2.13) отримаємо наступні значення величини похибки:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0,39 \\ 3,4 \\ 0,2 \end{bmatrix} \%$$

З отриманих результатів похибки, що одержано для двох методик розрахунку перших трьох критичних частот ротора ми можемо проспостерігати, що величина значень похибки є допустимою, що в свою чергу дозволяє проводити більш легкий подальший розрахунок для трьох масової моделі ротора. Розрахунки для пошуку похибки наведені в додатку Г.

2.3 Побудова неконсервативних дискретних моделей ротора

На отриманих характеристиках трьох масової моделі ротора побудуємо дискретну модель ротора, що враховують дію демпфування та циркуляційних сил в двох напрямках рисунок 2.2:

$$\begin{cases} x_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} (-m_j \cdot \ddot{x}_j - d_j \cdot \dot{x}_j - q_j \cdot y_j) \\ y_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij} (-m_j \cdot \ddot{y}_j - d_j \cdot \dot{y}_j - q_j \cdot x_j) \end{cases} \quad (2.15)$$

де d_j – коефіцієнт демпфування на j -й масі
 q_j – коефіцієнт циркуляційних сил в j -й точці.

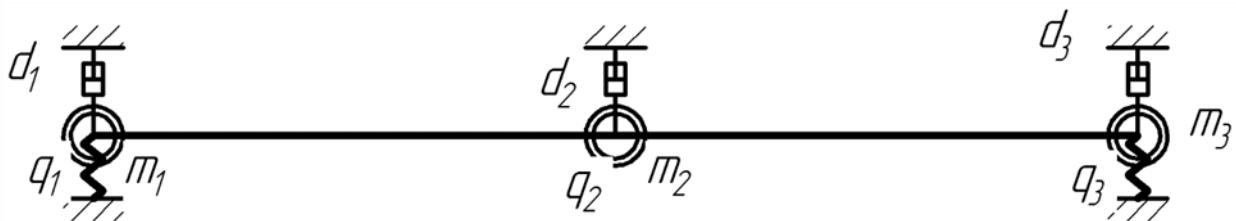


Рисунок 2.4 – Дискретна лінійна трьох масова модель ротора

Точкам 1 та 3 (відповідно коефіцієнти d_1, q_1, d_3, q_3) відповідають параметри для підшипників, а точка 2 (d_2, q_2) – для робочої частини.

$q = 0,5b\omega = \alpha_{ij}\delta\omega d_{\text{п}}$ – циркуляційна сила ,

δ – безрозмірний коефіцієнт циркуляційної сили.

На основі принципу Даламбера в рівняннях вигляду (2.3) необхідно покласти систему рівнянь (2.16):

$$\begin{cases} F_{1x} = -d_{\text{п}}\dot{x}_1 - \delta\omega d_{\text{п}}y_1 - m_1\ddot{x}_1 \\ F_{1y} = -d_{\text{п}}\dot{y}_1 + \delta\omega d_{\text{п}}x_1 - m_1\ddot{y}_1 \\ F_{2x} = -m_2\ddot{x}_2; \\ F_{2y} = -m_2\ddot{y}_2 \\ F_{3x} = -d_{\text{п}}\dot{x}_3 - \delta\omega d_{\text{п}}y_3 - m_3\ddot{x}_3 \\ F_{3y} = -d_{\text{п}}\dot{y}_3 + \delta\omega d_{\text{п}}x_3 - m_3\ddot{y}_3 \end{cases} \quad (2.16)$$

Опираючись на системи рівнянь (2.15) та (2.16) визначимо систему рівнянь (2.17) :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{C_1} \left(-m_1\ddot{x}_1 - m_2 \frac{a}{l} \ddot{x}_2 - d_{\text{п}}\dot{x}_1 - q_1 y_1 \right) \\ y_1 = \frac{1}{C_1} \left(-m_1\ddot{y}_1 - m_2 \frac{a}{l} \ddot{y}_2 - d_{\text{п}}\dot{y}_1 + q_1 x_1 \right) \\ x_2 = \left(-\delta_{22} m_2 \ddot{x}_2 + m_2 \frac{a}{l} x_3 + x_1 \right) \\ y_2 = \left(-\delta_{22} m_2 \ddot{y}_2 + m_2 \frac{a}{l} y_3 + y_1 \right) \\ x_3 = \frac{1}{C_1} \left(m_3 \ddot{x}_3 + m_2 \frac{a}{l} \ddot{x}_2 + d_{\text{п}}\dot{x}_3 + q_3 y_3 \right) \\ y_3 = \frac{1}{C_1} \left(m_3 \ddot{y}_3 + m_2 \frac{a}{l} \ddot{y}_2 + d_{\text{п}}\dot{y}_3 + q_3 x_3 \right) \end{cases} \quad \#(2.17)$$

Розв`язок даної системи знайдемо з умови , що:

$$x_i = B_i \sin pt \quad (3.18)$$

В такому випадку, ввівши заміну (2.19) та скоротивши на $\sin pt$, приходимо до характеристичного визначника (2.19):

$$\begin{bmatrix} m_1 p^2 + d_{\text{п}} p + C_1 & q_1 & m_2 \frac{a}{l} p^2 \\ -q_1 & m_1 p^2 + d_{\text{п}} p + C_1 & 0 \\ -\frac{1}{\delta_{22}} & 0 & m_2 p^2 + \frac{1}{\delta_{22}} \\ 0 & -\frac{1}{\delta_{22}} 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ m_2 \frac{a}{l} p^2 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\delta_{22}} \frac{a}{l} & 0 \\ m_2 p^2 + \frac{1}{\delta_{22}} & 0 & -\frac{1}{\delta_{22}} \frac{a}{l} \\ 0 & m_3 p^2 + d_{\text{п}} p + C_2 & q_3 \\ 0 & -q_3 & m_3 p^2 + d_{\text{п}} p + C_2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

- де $d = d_{\text{п}}$ - коефіцієнт демпфування,

δ - безрозмірний коефіцієнт циркуляційної сили,

l - довжина вала;

a - відстань до m_2 ;

δ_{22} - статичний прогин вала у точці m_2 ;

$q = \omega \delta d_{\text{п}}$ - циркуляційна сила;

$\omega = \omega_1 \bar{\omega}$ - робоча частота обертання,

- де ω_1 – перша власна частота обертання ротора.

2.4 Висновки

1. У даному розділі було розглянуто модель ротора побудовану методом скінченних елементів, на основі якої отримано власні частоти та форми їх коливань для ротору компресору Д203ГЦ1-710/2,4-10М2 ДКС СОГ-4.

2. Отримано значення перших трьох критичних частот ротора, наведені нижче:

$$\omega_1 = 118 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

$$\omega_2 = 230 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

$$\omega_3 = 428 \left(\frac{\text{рад}}{\text{с}} \right)$$

3. В даному розділі отримано систему диференціальних рівнянь вільних коливань та відповідний характеристичний визначник для трьох масової дискретної моделі ротора відцентрового компресору, з якої було знайдено значення величин дискретних мас за формулою лінійної регресії для перших трьох критичних частот.

4. Проведено оцінку похибки розрахунку для власних (критичних) частот для моделі отриманої методом скінченних елементів й трьох масової дискретної моделі ротора. Величина похибки для перших трьох критичних частот становить: 0,39%, 3,4% й 0,2% відповідно.

3. ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ ОБЕРТАННЯ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОГО КОМПРЕСОРУ

3.1 Методика дослідження

Стійкість обертання ротора є найголовнішим критерієм динамічних систем. Відповідно, аналіз стійкості складних лінійних динамічних систем є надважливим. Для даного аналізу роторної системи турбокомпресора 295ГЦ2-190/44-100М використано критерій Рауса-Гурвіца. Це умова стійкості, згідно з якої, для дискретної тримасової моделі ротора записується (системи 12-го порядку) у вигляді (3.1).

Диференціальним рівнянням системи, що описує вільні коливання тримасової моделі ротора, відповідає характеристичне рівняння 12 порядку:

$$\sum_{n=0}^{12} a_n \cdot p^{12-n} = 0, \quad (3.2)$$

Відповідний характеристичний поліном для рівняння (3.2):

$$a_0 p^{12} + a_1 p^{11} + a_2 p^{10} + \dots + a_{12} = 0 \quad (3.3)$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \alpha_9 & \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \alpha_8 & \alpha_{10} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \alpha_9 & \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \alpha_8 & \alpha_{10} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \alpha_9 & \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \alpha_8 & \alpha_{10} & \alpha_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \alpha_9 & \alpha_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \alpha_8 & \alpha_{10} & \alpha_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \alpha_9 & \alpha_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \alpha_8 & \alpha_{10} & \alpha_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_1 & \alpha_3 & \alpha_5 & \alpha_7 & \alpha_9 & \alpha_{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha_0 & \alpha_2 & \alpha_4 & \alpha_6 & \alpha_8 & \alpha_{10} & \alpha_{12} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

Відповідне характеристичне рівняння було отримано шляхом зведення до нуля визначника системи алгебраїчних рівнянь для амплітуд вільних коливань системи **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, дана система в загальному випадку має наступний вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} [a_{11}p^2 + b_{11}p + c_{11}]X_1 + [a_{12}p^2 + b_{12}p + c_{12}]Y_1 + \dots + [a_{1,n}p^2 + b_{1,n}p + c_{1,n}]X_n + \\ + [a_{1,n+1}p^2 + b_{1,n+1}p + c_{1,n+1}]Y_n = 0 \\ [a_{21}p^2 + b_{21}p + c_{21}]X_1 + [a_{22}p^2 + b_{22}p + c_{22}]Y_1 + \dots + [a_{2,n}p^2 + b_{2,n}p + c_{2,n}]X_n + \\ + [a_{2,n+1}p^2 + b_{2,n+1}p + c_{2,n+1}]Y_n = 0 \\ \dots \\ [a_{n1}p^2 + b_{n1}p + c_{n1}]X_1 + [a_{n2}p^2 + b_{n2}p + c_{n2}]Y_1 + \dots + [a_{n,n}p^2 + b_{n,n}p + c_{n,n}]X_n + \\ + [a_{n,n+1}p^2 + b_{n,n+1}p + c_{n,n+1}]Y_n = 0 \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Кожен з елементів визначника даної системи в загальному вигляді записується у вигляді (3.5). Характеристичний визначник системи було визначено в 2 розділі (2.19):

$$a_{ij}p^2 + b_{ij}p + c_{ij}. \quad (3.5)$$

Дослідження складних лінійних математичних моделей доволі складне та трудомістке, оскільки аналіз стійкості потребує визначення коефіцієнтів характеристичного рівняння (2.19).

В свою чергу визначник характеристичного рівняння залежить від коефіцієнтів демпфування в підшипникових опорах та циркуляційних сил, які, відповідно залежні від частоти обертання ротора та безрозмірного коефіцієнта циркуляційних сил. Отже для визначення області стійкості та її побудови можна змінювати наступні параметри:

- δ – безрозмірний коефіцієнт циркуляційних сил;
- d_{π} - коефіцієнт демпфування;

Для дослідження стійкості обертання ротора використано програму Равлюк.

3.2 Дослідження області стійкості частоти обертання ротора

Для дослідження області стійкості обертання з використанням програми Равлюк необхідне визначення коефіцієнтів, для відповідного поліному. Даний поліном записано у вигляді визначника кожен елемент якого має вигляд (3.5). Коефіцієнти біля $p^2 - a_{ij} = \alpha_{ij}m_j$; біля $p - b_{ij} = \alpha_{ij}d_{\pi}$; та вільний коефіцієнт $- c_{ij} = \alpha_{ij}d_{\pi}\omega\delta$. Для програми Равлюк дані коефіцієнти a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} повинні бути розраховані, та записані в три файли у вигляді матриці (для трьох масової моделі ротора матриця має розмірність 6×6). В перший файл вводиться значення a_{ij} , в другий – b_{ij} , в третій – c_{ij} . У перший рядок кожного файлу задається розмірність матриці.

У четвертому файлі програми, що безпосередньо проводить розрахунок вводиться крок для розрахунку. Результати зберігається у файлі result.txt у

вигляді коефіцієнтів характеристичного полінома та повідомлення про стійкість системи.

Для більш точного результату розрахунку коефіцієнти поліному було розраховано в програмі MathCAD. Лістинги обох програм в Додатку В та Додатку Г.

Після знаходження граничних відносних частот обертання ротора методом варіювання параметрів безрозмірного коефіцієнту циркуляційних сил та коефіцієнту демпфування підшипникових опор в програмі Равлюк для наглядного виду області стійкості побудовано графіки в програмі MathCAD – рисунок 3.1. За параметрами компресора (таблиця 1.1), діапазон зміни відносної частоти обертання ротора компресора становить, 3,292-4,939

- розрахункова відносна частота обертання ротора компресора становить 4,615

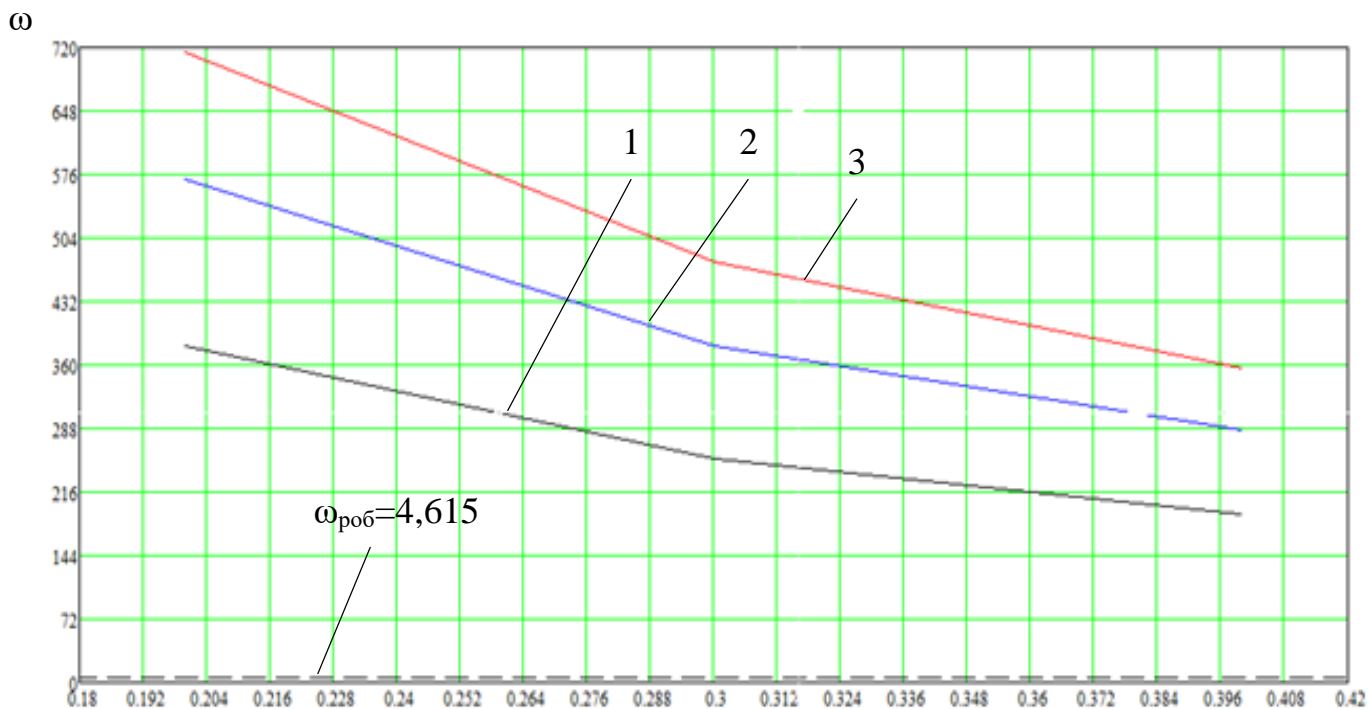


Рисунок 3.1 – Відносні граничні частоти коливань в залежності від безрозмірного коефіцієнту циркуляційних сил та коефіцієнту демпфування; крива 1 – $d_{\Pi} = 0.8d_{н}$, крива 2 – $d_{\Pi} = d_{н}$, крива 3 – $d_{\Pi} = 1.5d_{н}$.

3.3 Висновки

У результаті дослідження для компресора 295ГЦ2-190/44-100М за допомогою програми Равлюк на основі критерію Рауса-Гурвіца для системи 12-го порядку визначено, що область стійкості обертання ротора знаходиться значно вище за діапазон робочих частот. Встановлено, що зі збільшенням безрозмірного коефіцієнту циркуляційної сили δ область стійкості обертання ротора знижується, а при збільшенні коефіцієнту демпфування в підшипникових опорах область стійкості обертання збільшується. Робоча частота обертання ротора компресора зображена пунктирною лінією 4,615

ВИСНОВКИ

1. В роботі було побудовано 3-х масову модель ротора, складено систему диференційних рівнянь, характеристичний поліном якої відповідно має 12-й порядок. Дана модель дає змогу врахувати вплив коефіцієнтів демпфування в підшипникових опорах та вплив безрозмірного коефіцієнту циркуляційних сил в роторі відцентрового компресора.

2. За допомогою програми Равлюк визначено залежності впливу коефіцієнтів циркуляційних сил та демпфування на стійкість обертання ротору.

3. З результатів дослідження зроблено висновок, що при збільшенні коефіцієнту демпфування підвищується стійкість системи, але при збільшенні коефіцієнтів циркуляційних сил область стійкості обертання ротору зменшується.

4. Діапаон робочих частот обертання ротора знаходиться значно вище границь стійкості при можливих значеннях коефіцієнтів циркуляційних сил та демпфування підшипників.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. В. І. Симоновський. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними. – Суми, вид-во СумДУ, 2010. – 91 с.
2. Павленко І.В., Симоновський В.І. Комп'ютерна програма «Critical frequencies of the rotor». Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №59855 від 27.05.2015.
3. Исследование устойчивости ротора на сегментных подшипниках / Л. Ю. Равлюк, В. И. Симоновский, Д. В. Лейких // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. – 2011. – № 4. – С. 83–87.
4. Марцинковский В.А. Динамика роторов центробежных машин / Марцинковский В.А./ Сумы 2012
5. Симоновский В.И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин / В.И. Симоновский. – М. : Изд-во «Вища школа», 1986. – 128 с.
6. Симоновський В.И. Динамика роторов центробежных машин / В.И. Симоновський. – Сумы: СумГУ, 2006. – 126 с.
7. Симоновський В. І. Оцінювання коефіцієнтів математичних моделей за експериментальними даними. Теорія і практика. / В.І. Симоновський. – Суми, 2015. – 120 с.
8. Равлюк, Л.Ю. Разработка нелинейной математической модели ротора турбокомпрессора, вращающегося в сегментных подшипниках [Текст] / Л.Ю. Равлюк, В.И. Симоновский // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. — 2012. — № 2. — С. 84-89.
9. Павленко І.В., Симоновський В.І. Комп'ютерна програма «Forced oscillation of the rotor». Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №61788 від 23.09.2015.
10. Спицын Н.А. Опоры валов и осей машин и приборов. М.: Машиностроение, 1970. 570с.

11. Симоновський В.І. Оцінювання параметрів динамічних моделей роторів / Симоновський В.І., Хворост В.А.. – Суми: СумДУ, 2002. – 144 с.
12. Бабаков И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. – М.: Наука, 1968. – 560 с.

Додаток А

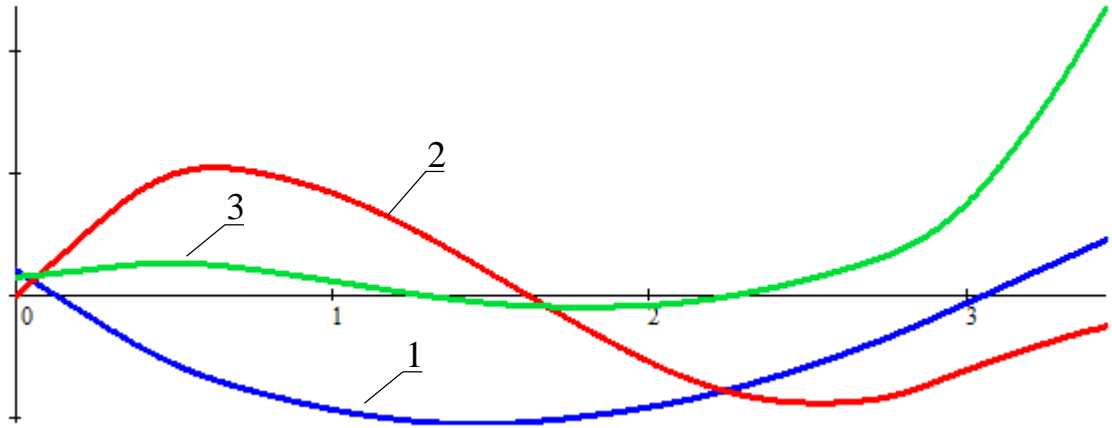
Значення параметрів ротора

	L, м	D, м	d, м	m, кг	I, кг·м ²	k, Н/м	α , Н·с/м	β , Н·с ² /м
	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0.015	0.37	0.277	0.7	0	0	0	0
1	0.028	0.3	0.27	0.8	0	0	0	0
2	0.015	0.27	0.18	2.8	0	0	0	0
3	9·10 ⁻³	0.66	0.59	0	0	0	0	0
4	0.01	0.662	0.6	9	0	0	0	0
5	0.01	0.56	0.53	12.7	0	0	0	0
6	0.01	0.45	0.35	12.7	0	0	0	0
7	0.011	0.22	0.136	9.3	0	0	0	0
8	0.07	0.126	0	3	0	0	0	0
9	0.025	0.118	0	4	0	0	0	0
10	0.01	0.132	0	0	0	0	0	0
11	0.017	0.131	0	0	0	0	0	0
12	0.158	0.141	0	92.16	0	2.489·10 ⁷	0	0
13	0.13	0.146	0	0	0	0	0	0
14	0.037	0.152	0	1.68	0	0	0	0
15	0.061	0.157	0	49.22	0	0	0	0
16	0.078	0.16	0	0	0	0	0	0
17	0.035	0.17	0	0	0	0	0	0
18	0.032	0.172	0	3.42	0	0	0	0
19	0.033	0.174	0	8.3	0	0	0	0
20	0.125	0.18	0	8.4	0	0	0	0
21	0.05	0.21	0	0	0	0	0	0
22	0.06	0.23	0	0	0	0	0	0
23	0.032	0.237	0	0	0	0	0	0
24	0.12	0.26	0	6.24	0	0	0	0
25	0.152	0.27	0	6.3	0	0	0	0
26	0.016	0.26	0	1	0	0	0	0
27	0.033	0.27	0	121	0	0	0	0
28	0.151	0.27	0	15.19	0	0	0	0
29	0.134	0.27	0	121	0	0	0	0
30	0.151	0.27	0	15.19	0	0	0	0
31	0.134	0.27	0	120	0	0	0	0
32	0.151	0.27	0	15.19	0	0	0	0
33	0.134	0.27	0	120	0	0	0	0
34	0.151	0.27	0	15.19	0	0	0	0
35	0.134	0.27	0	119	0	0	0	0
36	0.151	0.27	0	15.19	0	0	0	0
37	0.134	0.27	0	118	0	0	0	0
38	0.081	0.27	0	59	0	0	0	0
39	0.054	0.27	0	0	0	0	0	0

40	0.016	0.26	0	1	0	0	0	0
41	0.015	0.27	0	1.94	0	0	0	0
42	0.026	0.253	0	0	0	0	0	0
43	0.035	0.228	0	0	0	0	0	0
44	0.06	0.23	0	0	0	0	0	0
45	0.05	0.21	0	8.4	0	0	0	0
46	0.125	0.18	0	8.3	0	0	0	0
47	0.033	0.174	0	3.42	0	0	0	0
48	0.032	0.172	0	0	0	0	0	0
49	0.044	0.17	0	0	0	0	0	0
50	0.078	0.16	0	49.22	0	0	0	0
51	0.061	0.157	0	1.7	0	0	0	0
52	0.037	0.152	0	0	0	0	0	0
53	0.138	0.146	0	92.16	0	$2.489 \cdot 10^7$	0	0
54	0.158	0.141	0	0	0	0	0	0
55	0.05	0.133	0	1.48	0	0	0	0
56	0.075	0.126	0	0	0	0	0	0
57	0.045	0.114	0	56.45	0	0	0	0
58	0.036	0.113	0	0	0	0	0	0
59	0.03	0.088	0	1.3	0	0	0	0
60	0.03	0.08	0	1.6	0	0	0	0
61	0.025	0.073	0	0.7	0	0	0	0

1 стовпець – розмір скінченного елемента; 2 стовпець – діаметр вала на відповідному скінченному елементі; 3 стовпець – внутрішній діаметр вала; 4 стовпець – точкова маса; 6 стовпець – жорсткість в опорах.

Додаток Б



Додаток В

Значення форм вільних коливань ротора для перших трьох критичних частот

$\omega_1 = 118$	$\omega_2 = 230$	$\omega_3 = 428$
0.039	-3.435e-3	0.027
0.029	0.01	0.029
0.022	0.02	0.03
0.017	0.027	0.031
0.012	0.034	0.031
-4.259e-3	0.057	0.034
-0.019	0.077	0.036
-0.026	0.087	0.038
-0.062	0.137	0.044
-0.097	0.179	0.049
-0.107	0.189	0.05
-0.112	0.194	0.05
-0.139	0.207	0.047
-0.147	0.206	0.045
-0.154	0.203	0.042
-0.162	0.198	0.038
-0.17	0.191	0.034
-0.175	0.186	0.031
-0.187	0.169	0.023
-0.198	0.144	0.013
-0.2	0.137	0.01
-0.206	0.113	2.357e-3
-0.211	0.079	-6.764e-3
-0.212	0.069	-8.826e-3
-0.213	0.042	-0.014
-0.21	2.855e-3	-0.019
-0.21	-8.356e-4	-0.02
-0.206	-0.025	-0.021
-0.199	-0.064	-0.021
-0.188	-0.102	-0.02
-0.183	-0.118	-0.018
-0.182	-0.12	-0.018
-0.172	-0.14	-0.013
-0.164	-0.152	-8.428e-3
-0.163	-0.154	-7.47e-3
-0.151	-0.166	2.314e-4
-0.142	-0.172	6.307e-3
-0.139	-0.173	7.968e-3

-0.125	-0.178	0.019
-0.114	-0.179	0.027
-0.111	-0.179	0.03
-0.103	-0.178	0.036
-0.089	-0.176	0.047
-0.081	-0.173	0.055
-0.07	-0.168	0.065
-0.042	-0.148	0.098
-0.038	-0.144	0.106
-0.028	-0.135	0.121
2.055e-4	-0.113	0.184
0.029	-0.091	0.265
0.034	-0.088	0.279
0.04	-0.083	0.298
0.046	-0.079	0.317
0.066	-0.066	0.388
0.075	-0.061	0.422
0.088	-0.054	0.469

Додаток Г

Знаходження еквівалентних мас за допомогою програми Mathcad

$$\underline{\text{ORIGIN}} := 1$$

$$\alpha_{1,1} := 4.185 \cdot 10^{-8} \quad \alpha_{1,2} := 2.344 \cdot 10^{-8} \quad \alpha_{1,3} := 1.911 \times 10^{-9}$$

$$\alpha_{2,1} := 2.344 \cdot 10^{-8} \quad \alpha_{2,2} := 3.741 \cdot 10^{-8} \quad \alpha_{2,3} := 2.264 \times 10^{-8}$$

$$\alpha_{3,1} := 1.911 \times 10^{-9} \quad \alpha_{3,2} := 2.264 \times 10^{-8} \quad \alpha_{3,3} := 4.185 \cdot 10^{-8}$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 4.185 \times 10^{-8} & 2.344 \times 10^{-8} & 1.911 \times 10^{-9} \\ 2.344 \times 10^{-8} & 3.741 \times 10^{-8} & 2.264 \times 10^{-8} \\ 1.911 \times 10^{-9} & 2.264 \times 10^{-8} & 4.185 \times 10^{-8} \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1.499 & -0.024 & -0.383 \\ 0.955 & -1.25 & 1.045 \end{pmatrix}$$

$$\omega := (118 \ 230 \ 428)^T$$

$$\lambda_1 := \frac{1}{(\omega_1)^2} = 7.182 \times 10^{-5} \quad \lambda_2 := \frac{1}{(\omega_2)^2} = 1.89 \times 10^{-5} \quad \lambda_3 := \frac{1}{(\omega_3)^2} = 5.459 \times 10^{-6}$$

$$\underline{D} := 0$$

$$U := \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} \cdot B_{2,1} & \alpha_{1,3} \cdot B_{3,1} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} \cdot B_{2,1} & \alpha_{2,3} \cdot B_{3,1} \\ \alpha_{3,1} & \alpha_{3,2} \cdot B_{2,1} & \alpha_{3,3} \cdot B_{3,1} \\ \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} \cdot B_{2,2} & \alpha_{1,3} \cdot B_{3,2} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} \cdot B_{2,2} & \alpha_{2,3} \cdot B_{3,2} \\ \alpha_{3,1} & \alpha_{3,2} \cdot B_{2,2} & \alpha_{3,3} \cdot B_{3,2} \\ \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} \cdot B_{2,3} & \alpha_{1,3} \cdot B_{3,3} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} \cdot B_{2,3} & \alpha_{2,3} \cdot B_{3,3} \\ \alpha_{3,1} & \alpha_{3,2} \cdot B_{2,3} & \alpha_{3,3} \cdot B_{3,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.185 \times 10^{-8} & 3.514 \times 10^{-8} & 1.825 \times 10^{-9} \\ 2.344 \times 10^{-8} & 5.608 \times 10^{-8} & 2.162 \times 10^{-8} \\ 1.911 \times 10^{-9} & 3.394 \times 10^{-8} & 3.997 \times 10^{-8} \\ 4.185 \times 10^{-8} & -5.626 \times 10^{-10} & -2.389 \times 10^{-9} \\ 2.344 \times 10^{-8} & -8.978 \times 10^{-10} & -2.83 \times 10^{-8} \\ 1.911 \times 10^{-9} & -5.434 \times 10^{-10} & -5.231 \times 10^{-8} \\ 4.185 \times 10^{-8} & -8.978 \times 10^{-9} & 1.997 \times 10^{-9} \\ 2.344 \times 10^{-8} & -1.433 \times 10^{-8} & 2.366 \times 10^{-8} \\ 1.911 \times 10^{-9} & -8.671 \times 10^{-9} & 4.373 \times 10^{-8} \end{pmatrix}$$

$$\underline{D} := \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_1 \cdot B_{2,1} \\ \lambda_1 \cdot B_{3,1} \\ \lambda_2 \\ \lambda_2 \cdot B_{2,2} \\ \lambda_2 \cdot B_{3,2} \\ \lambda_3 \\ \lambda_3 \cdot B_{2,3} \\ \lambda_3 \cdot B_{3,3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.182 \times 10^{-5} \\ 1.077 \times 10^{-4} \\ 6.859 \times 10^{-5} \\ 1.89 \times 10^{-5} \\ -4.537 \times 10^{-7} \\ -2.363 \times 10^{-5} \\ 5.459 \times 10^{-6} \\ -2.091 \times 10^{-6} \\ 5.705 \times 10^{-6} \end{pmatrix}$$

$$\underline{m} := (\underline{U}^T \cdot \underline{U})^{-1} \cdot \underline{U}^T \cdot \underline{D} = \begin{pmatrix} 460.101 \\ 1.536 \times 10^3 \\ 417.704 \end{pmatrix}$$

$$C(x) := \begin{pmatrix} \alpha_{1,1} \cdot m_1 - x & \alpha_{1,2} \cdot m_2 & \alpha_{1,3} \cdot m_3 \\ \alpha_{2,1} \cdot m_1 & \alpha_{2,2} \cdot m_2 - x & \alpha_{2,3} \cdot m_3 \\ \alpha_{3,1} \cdot m_1 & \alpha_{3,2} \cdot m_2 & \alpha_{3,3} \cdot m_3 - x \end{pmatrix}$$

$$f(x) := |C(x)|$$

$$x := f(x) \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 0.000017500710890703596949 \\ 0.000071256314782975926897 \\ 0.0000054364428080822532179 \end{pmatrix}$$

$$\omega_1 := \sqrt{\frac{1}{x}} = \begin{pmatrix} 239.041 \\ 118.465 \\ 428.887 \end{pmatrix}$$

$$\eta_{1,1} := \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1} \cdot 100 \quad \eta_{2,1} := \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_2} \cdot 100$$

$$\eta_{3,1} := \frac{\omega_3 - \omega_1}{\omega_3} \cdot 100$$

$$\eta \rightarrow \begin{pmatrix} 0.39366610131800847458 \\ 3.9308116166030826087 \\ 0.20717508106682943925 \end{pmatrix}$$

ДОДАТОК Д

Зразок знаходження коефіцієнтів для масиву a, b, c.

КОЕФІЦІЄНТ ДЕМПФУВАННЯ

БЕЗРОЗМІРНИЙ КОЕФІЦІЄНТ ЦИРКУЛЯЦІЙНИХ СИЛ

$$D1 := \begin{pmatrix} 2.8 \cdot 10^4 \\ 3.5 \cdot 10^4 \\ 5.25 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$$

$$\delta := \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.3 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

КОЕФІЦІЄНТ МАСИВУ a

$$m_1 = 460.101$$

$$\frac{a}{1} \cdot m_2 = 767.941$$

$$m_2 = 1.536 \times 10^3$$

$$m_3 = 417.704$$

КОЕФІЦІЄНТИ МАСИВУ b

$$D1 := \begin{pmatrix} 2.8 \cdot 10^4 \\ 3.5 \cdot 10^4 \\ 5.25 \cdot 10^4 \end{pmatrix}$$

+

$$\underline{W} := \frac{544.543}{118} = 4.615 \quad \text{- ВІДНОСНА ЧАСТОТА ОБЕРТАННЯ}$$

$$W1 := W \cdot \omega_1 = 544.543$$

КОЕФІЦІЄНТИ МАСИВУ c

$$q := (D1_1 \cdot \delta \cdot W) = \begin{pmatrix} 2.584 \times 10^4 \\ 3.876 \times 10^4 \\ 5.169 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$\delta_{22} := 3.757 \times 10^{-8}$$

$$c_{d1} := 2.489 \cdot 10^7$$

$$\frac{1}{\delta_{22}} = 2.662 \times 10^7$$

$$c_2 := 2.489 \cdot 10^7$$

$$\frac{a}{1} \cdot \frac{1}{\delta_{22}} = 1.331 \times 10^7$$

ДОДАТОК Е

Для прикладу роботи програми Равлюк взято данні для робочої розрахункової частоти обертання ротора: $d=3,5 \times 10^4$ Н*с/м; $\delta = 0,3$; $\bar{\omega} = \omega_{\text{раб}} = 544,543$ (рад/с).

The image shows three overlapping Notepad windows, each containing a 6x6 matrix of numerical values. The windows are titled 'fail1 — Блокнот', 'fail2 — Блокнот', and 'fail3 — Блокнот'. Each window has a menu bar with 'Файл', 'Правка', 'Формат', 'Вид', and 'Справка'.

```

fail1 — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
6 6
460.101 0 767.941 0 0 0
0 460.101 0 767.941 0 0
0 0 1536 0 0 0
0 0 0 1536 0 0
0 0 767.941 0 417.704 0
0 0 0 767.941 0 417.704

fail2 — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
6 6
28000 0 0 0 0 0
0 28000 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 28000 0
0 0 0 0 0 28000

fail3 — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
6 6
24890000 5169 0 0 0 0
-5169 24890000 0 0 0 0
-26620000 0 26620000 0 13310000 0
0 -26620000 0 26620000 0 0
0 0 0 0 24890000 5169
0 0 0 0 5169 24890000
  
```

```

C:\Users\admin\Desktop\Программа Л.Равлюк М\program1.exe
массив значений a1
1.9E-0005 0.0E+0000 3.6E-0005 0.0E+0000 8.0E-0007 0.0E+0000
0.0E+0000 1.9E-0005 0.0E+0000 3.6E-0005 0.0E+0000 8.0E-0007
1.0E-0005 0.0E+0000 5.7E-0005 0.0E+0000 9.5E-0006 0.0E+0000
0.0E+0000 1.0E-0005 0.0E+0000 5.7E-0005 0.0E+0000 9.5E-0006
8.8E-0007 0.0E+0000 3.5E-0005 0.0E+0000 1.7E-0005 0.0E+0000
0.0E+0000 8.8E-0007 0.0E+0000 3.5E-0005 0.0E+0000 1.7E-0005
массив значений a2
2.2E-0003 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.0E-0004 0.0E+0000
0.0E+0000 2.2E-0003 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.0E-0004
1.2E-0003 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.1E-0003 0.0E+0000
0.0E+0000 1.2E-0003 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.1E-0003
1.0E-0004 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 2.2E-0003 0.0E+0000
0.0E+0000 1.0E-0004 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 2.2E-0003
Введите массив значений a3
1.0E+0000 2.4E-0001 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.1E-0002
-2.4E-0001 1.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 -1.1E-0002 0.0E+0000
0.0E+0000 1.3E-0001 1.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.3E-0001
-1.3E-0001 0.0E+0000 0.0E+0000 1.0E+0000 -1.3E-0001 0.0E+0000
0.0E+0000 1.1E-0002 0.0E+0000 0.0E+0000 1.0E+0000 2.4E-0001
-1.1E-0002 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 -2.4E-0001 1.0E+0000
Введите шаг h
100

```

```

C:\Users\admin\Desktop\Программа Л.Равлюк М\program1.exe
1.63697859885232E+0044
-1.64885472568108E+0044
2.86230996252480E+0042
2.86230996252480E+0042
2.86230996252480E+0022
5.97424240824255E+0042
2.22889864335141E+0041
2.22889864335141E+0041
2.22889864335141E+0019
8.71417052107183E+0040
8.71417052107183E+0040
8.71417052107183E+0016
8.71417052107183E+0016 2.22889864335141E+0019 2.86230996252480E+0022 5.38
205101397131E+0024 3.50292692284015E+0027 4.64474004702688E+0029 2.0065763
2441994E+0032 1.71104655321131E+0034 5.48931508141182E+0036 2.499950897301
10E+0038 6.52203010996727E+0040 1.22379509086078E+0042 2.71966673117992E+0
044
1.200000000000000E+0001 2.71966673117992E+0044 1.22379509086078E+0042 6.52
203010996727E+0040 2.49995089730110E+0038 5.48931508141182E+0036 1.7110465
5321131E+0034 2.00657632441994E+0032 4.64474004702688E+0029 3.502926922840
15E+0027 5.38205101397131E+0024 2.86230996252480E+0022 2.22889864335141E+0
019 8.71417052107183E+0016
Система устойчива!

```