

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Сумський державний університет
Факультет технічних систем та енергоефективних технологій
Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри
_____ Андрій ЗАГОРУЛЬКО
(підпис)
_____ 2023 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на здобуття освітнього ступеня бакалавр

зі спеціальності 131 Прикладна механіка, освітньо-професійної програми «Комп'ютерний інжиніринг в механіці», на тему: Аналіз статичних та динамічних характеристик ущільнень з плаваючими кільцями.

Здобувача групи КМ-91/1 КОЛЕЧЕНКО Богдана Олександровича.

Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Богдан КОЛЕЧЕНКО
(підпис)

Керівник: асистент, к.т.н. Олександр ПОЗОВНИЙ _____
(підпис)

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота бакалавра:

Метою роботи є здійснення статичного та динамічного розрахунків ущільнення з плаваючим кільцем та вивчення їх впливу на динаміку ротора.

Об'єктом дослідження є плаваюче кільцеве ущільнення, а предметом - статичні та динамічні характеристики ущільнення, а також вібраційні характеристики ротора, на які впливає ущільнення.

Метод дослідження – розрахунок аналітично, диференціальне розв'язування та аналіз рівнянь коливального руху диска і кільця.

Плаваючі ущільнення - це пристрої, що використовуються для утримання рідини або газу між обертовим та нерухомим елементами в умовах великого тиску та високої кутової швидкості руху. Ці ущільнення мають спеціальні властивості, зокрема ефект "Ломакіна", який забезпечує саморегулювання. В даній роботі проведено аналіз статичних та динамічних характеристик плаваючих ущільнень, що є важливими при їх проектуванні та виборі[1].

Статичні характеристики охоплюють герметичність ущільнення та радіальні гідростатичні сили при високому тиску. Динамічні характеристики включають демпфіруючу та циркуляційну сили[1].

Для аналізу статичних та динамічних характеристик плаваючих ущільнень використовуються різні методи. В даній роботі були застосовані аналітичні та числові розрахунки з використанням сучасних програмних комплексів. Також проведено розрахунки у програмі "Ansys", які були експериментально перевірені. В роботі представлені амплітудно-фазові частотні характеристики для визначення межі стійкості з ущільненням та без нього. Аналіз статичних та динамічних характеристик плаваючих ущільнень є важливим етапом проектування та забезпечення безперебійної та безпечної роботи відцентрових насосів[1].

УЩІЛЬНЕННЯ З ПЛАВАЮЧИМИ КІЛЬЦЯМИ, ГІДРОДИНАМІЧНА СИЛА, САМОЦЕНТРУВАННЯ КІЛЬЦЯ, РОТОР, ДРОСЕЛЬОВАНИЙ ПЕРЕПАД ТИСКУ, КОНСЕРВАТИВНА СИСТЕМА.

ЗМІСТ

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА	2
ВСТУП.....	5
1. ПРИНЦИП РОБОТИ ТА РОЗРАХУНКОВА СХЕМА	8
1.1 Конструкція та принцип роботи ущільнення.....	8
1.2 Розрахункова схема ущільнення та основні припущення	10
1.3 Висновок	17
2. СТАТИЧНИЙ ТА ДИНАМІЧНИЙ РОЗРАХУНОК	18
2.1 Статичний розрахунок.....	18
2.2 Динамічний розрахунок.....	23
2.2.1 Рівняння динаміки кільця.....	23
2.2.2 Вимушені коливання кільця ущільнення	26
2.2.3 Динамічна стійкість	28
2.3 Висновок	31
3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ	33
3.1 Вступ.....	33
3.2 Розрахункові дослідження при не обертовому валу	34
3.3 Аналіз течії в плаваючому ущільненні	36
3.4 Ідентифікація динамічних коефіцієнтів.....	40
ВИСНОВКИ.....	47
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	49

ВСТУП

Кільцеве ущільнення з плаваючим кільцем є похідним від класичного динамічного кільцевого ущільнення. Ці ущільнення використовуються в турбомашиних високого тиску та для того, щоб уникнути небажаного контакту між вібруючим ротором і статором. Вони розроблені з відносно великим зазором (0,1мм) і тому мають досить великий витік. Кільцеве ущільнення з плаваючим кільцем здатне зменшити швидкість витіку, використовуючи набагато менший зазор. Як описали Müller і Nau [2], ущільнення сконструйовано як кільце, що плаває на роторі, щоб пристосуватись до його вібрацій. Ущільнення зазвичай відокремлює верхню камеру, де тиск високий, від нижньої камери, де тиск низький. Витік присутній у тому, що називається головним ущільненням, і сили, що виникають у цьому ущільненні, є гідродинамічного та гідростатичного типів. Другорядний шлях витіку з ущільнення відбувається між передньою частиною кільця та статором. Різниця тиску між верхньою та нижньою камерами притискає передню частину плаваючого кільця до його корпусу (статора). Передбачається, що у вторинному ущільненні має місце змішаний режим тертя. Сили, що діють на плаваюче кільце, є результатом поля гідродинамічного тиску всередині ущільнення, сили тертя у вторинному ущільненні та (для непостійних умов роботи) сила інерції, яка є результатом незначної маси кільця. Передбачається, що момент тертя низький і не може захопити кільце. Сили, що діють на плаваюче кільце, є результатом поля гідродинамічного тиску всередині ущільнення, сили тертя у вторинному ущільненні та (для непостійних умов роботи) сила інерції, яка є результатом незначної маси кільця. Це стосується кільцевих ущільнень, змащених стисливими (газоподібними) рідинами. Однак кільцеві ущільнення з плаваючими кільцями, що працюють з рідинами з високою в'язкістю (як правило, нестисливими), як в нашому випадку, оснащені одним або кількома штифтами на зовнішньому колі для запобігання обертанню.

Проблема ущільнення вхідного отвору корпусу ротора, що працює при високих частотах обертання, високих тисках і великих швидкостях, представляє

значні труднощі і не може бути вирішена за допомогою простих ущільнень.[3,4] У відцентрових компресорах, турбонасосних агрегатах електростанцій та інших обертових машинах, що працюють при високих обертових швидкостях насосів, є можливість використовувати плаваючі кільцеві ущільнення. Це пов'язано з простотою їх конструкції і тим, що вони можуть забезпечити необхідну надійність і герметичність при належному контролі.

Ущільнення являє собою комбінацію механічного та щілинного ущільнення. Плаваюче кільце можна відцентрувати на осі обертання за допомогою гідродинамічної сили кільцевого зазору, тому радіальний зазор можна зберегти невеликим, що призводить до значного зменшення витоків. Оскільки плаваюче кільце не обертається, сила тертя на торцевих контактних поверхнях значно зменшується і усувається проблема охолодження, характерна для звичайних торцевих ущільнень. Оскільки переваги використання ущільнень з плаваючим кільцем можуть бути використані тільки при дотриманні певних умов, метою даного дослідження є визначення умов самовирівнювання кільця, його статичної та динамічної стійкості, що ляже в основу статичних і динамічних розрахунків.

Напіврухоме кільце - це найпростіший і найнадійніший варіант роботи кільця, яке відповідає вимогам самоцентрування. Плаваюче кільце діє як фіксований зазор, а не як ущільнення, і гідродинамічні сили, що генеруються кільцевим зазором, повністю передаються на ротор, запобігаючи виникненню коливань. Вибравши правильну геометрію зазору, можна збільшити гідростатичну жорсткість і коефіцієнт демпфування, а також зменшити амплітуду бічних коливань ротора. Напіврухомі кільцеві ущільнення можуть, за певних умов, запобігти впливу невеликого зазору між валом і втулкою.

Вплив гідродинамічних властивостей ущільнення на власні та критичні частоти, стійкість та амплітуду вимушених коливань підсистеми можна оцінити за допомогою аналізу радіальних коливань ротора. Останній дозволяє виявити найбільш важливі закономірності в реальному русі ротора.

Об'єктом дослідження є плаваюче кільцеве ущільнення, а *предметом* - статичні та динамічні характеристики ущільнення, а також вібраційні характеристики ротора, на які впливає ущільнення.

Метод дослідження – розрахунок аналітично, диференціальне розв'язування та аналіз рівнянь коливального руху диска і кільця.

Розрахунки складаються в основному зі статичних розрахунків для плаваючих кільцевих ущільнень (визначення умов самоцентрування кільця і умов нерухомої стійкості), динамічних розрахунків (визначення умов рухомої стійкості, побудова амплітудних і фазових частотних характеристик) і оцінки характеристик коливань основного ротора в напівактивних кільцевих ущільненнях.

У першому розділі представлено розрахункову схему плаваючого кільцевого ущільнення та наведено його основні характеристики.

У другому розділі проведено статичні та динамічні розрахунки впливу плаваючого кільця на динаміку ротора, проаналізовано умови стаціонарної та рухомої стійкості коливань кільця, визначені основні умови стійкості коливань та побудовані амплітудні та фазові частотні характеристики.

У третьому розділі проведений числовий експеримент за допомогою сучасних програмних комплексів. Проведено оцінку впливу ущільнення на коливальні характеристики ротора за допомогою методу кінцевих об'ємів та отримані значення витоків, як в статичній, так і в динамічній постановках.

1. ПРИНЦИП РОБОТИ ТА РОЗРАХУНКОВА СХЕМА

1.1 Конструкція та принцип роботи ущільнення

Принцип дії плаваючих ущільнень базується на використанні тиску ущільнюваного середовища для створення герметичного з'єднання між рухомим та нерухомим елементами обладнання.

У даному випадку в корпусі обладнання розміщуються нерухомі кільцеві втулки 1, які служать опорою для плаваючого кільця 2. Плаваюче кільце 2 має маленький радіальний зазор і може вільно переміщатися у радіальному напрямку. Проте за допомогою стержнів 3 плаваюче кільце 2 фіксується в окружному напрямку, що утримує його від випадкових окружних переміщень[1].

Коли ущільнюване середовище надходить до зони контакту між плаваючим та нерухомим елементами, то воно створює тиск на плаваюче кільце 2, яке в свою чергу піджимається до нерухомої втулки 1. Цей тиск забезпечує герметичне ущільнення між втулкою 1 та плаваючим кільцем 2, що дозволяє запобігти витoku середовища.

Для забезпечення стійкості плаваючого кільця та його постійного контакту з нерухомою втулкою, використовують пружини 4, які допомагають плаваючому кільцю відповідати на зміни тиску та руху ущільнюваного середовища.

Отже, принцип дії плаваючих ущільнень дозволяє забезпечити герметичність між рухомим та нерухомим елементами обладнання за рахунок використання тиску ущільнюваного середовища та допоміжних елементів, таких як пружини.[1]

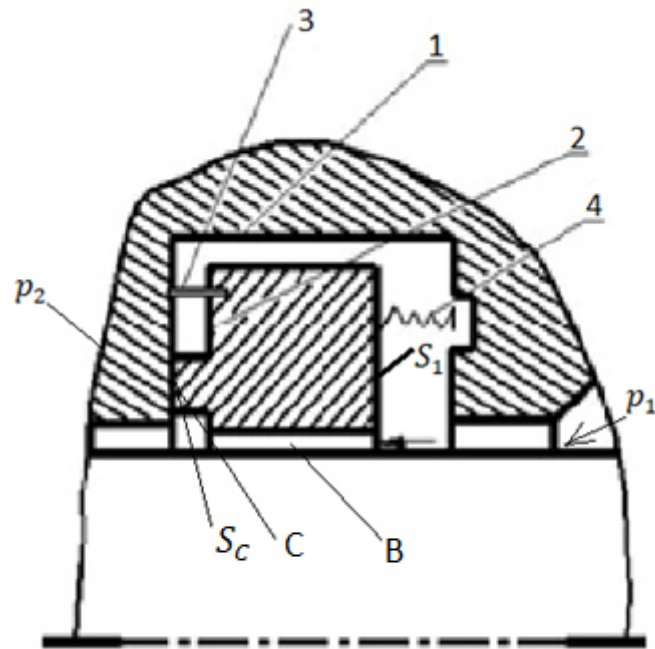


Рисунок 1.1 Схема ущілювання з плаваючим кільцем

Тиск ущілювання p_1 створює осьову силу $F = S_1 p_1$ на поверхні навантаження S_1 , забезпечуючи необхідну щільність контакту C . Радіальна гідродинамічна сила F_y , яка виникає в ущілювальному зазорі B і пропорційна ексцентриситету кільця відносно осі, сприяє самовирівнюючим властивостям кільця, якщо вона перевищує силу тертя $T = f F_C$ на торцевих контактах. Щільність прилягання торців C залежить від співвідношення контактного тиску $p_c = \frac{F_C}{S_c}$ і тиску ущілювання p_1 . Контактний тиск, в свою чергу, визначається швидкістю навантаження. За відсутності протитиску ($p_2 = 0$), $p_c = k p_1$ і $k = \frac{S_1}{S_c}$. Механізм дії ущілювання вказує на те, що кільце буде плавати, якщо реалізується умова самоцентрування, тобто $F_{y_{max}} > T$.

1.2 Розрахункова схема ущільнення та основні припущення

Кільце є системою з п'ятьма ступенями свободи, що дозволяють йому виконувати радіальні та кутові коливання навколо фіксованих осей x і y , а також осьові коливання вздовж осі z (рис. 1.2). Збудження руху передається на кільце через шар рідини, розташований у кільцевій порожнині. Позначення e_1 та e_2 відповідають зміщенню центрів вала і кільця відносно центру вала, а O_1' та O_2' позначають центри вала і кільця при $z = l/2$. Вісь $O\eta$ рухомої системи координат $\xi O\eta$ паралельна лінії, що з'єднує центри O_1 та O_2 . На рисунку 1.2 показані кути нахилу осей вала ϑ_1 та кільця ϑ_3 відносно осей x і y .

Оскільки кільце притискається до штока тиском ущільнення, а кути повороту $\vartheta_{3x}, \vartheta_{3y}$ малі, осьове зміщення вала в розрахунку не враховується. Надійність ущільнення з плаваючим кільцем забезпечується тим, що амплітуда вібрації, яка діє на вал, не перевищує радіального зазору, тобто контакт між кільцем і ротором виключений. Тому при розрахунку ущільнень вала, крім перевірки статичних умов, таких як самовирівнювання і умови, коли торцеві з'єднання не відкриті, необхідно визначити власну частоту і амплітуду коливань кільця і дослідити динамічну стійкість.

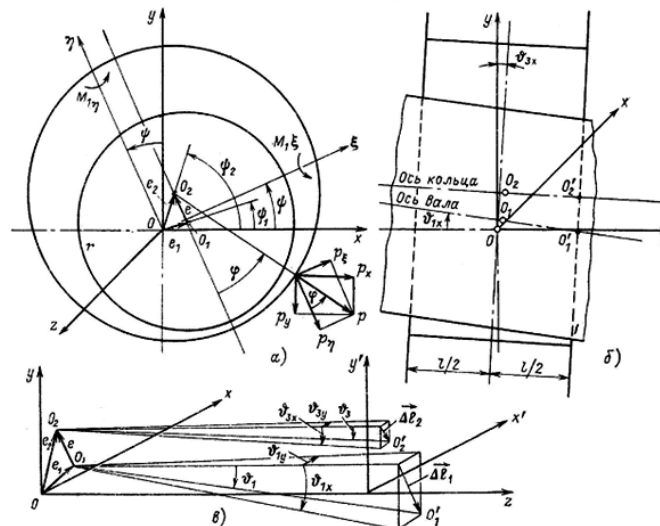


Рисунок 1.2 – Кільцевий зазор, що дрoселює:

- а) поперечний переріз, б) повздовжній переріз, в) кути перекоосу осей вала та кільця та їх складові

Гідродинамічні моменти відносно взаємно перпендикулярних діаметрів, що лежать в середньому ($\bar{z} = z/l = 0$) перерізу (рис.1.2), розраховують інтегруванням по всьому зазору проекцій елементарних моментів, що впливають на плаваюче кільце. На основі рівнянь для тиску, отриманих при розрахунку радіальних сил. Рівняння гідродинамічних сил і моментів для кільцевого і торцевого дроселів були використані в рухомих і нерухомих розрахунках плаваючого ущільнення (1.1).

$$\begin{cases} F_{\xi} = -a_{11}\ddot{\xi} - a_{21}\dot{\xi} - a_{31}\dot{\eta} - a_{41}\eta + \Delta F_{\xi} \\ F_{\eta} = -a_{11}\dot{\eta} - a_{21}\dot{\eta} + a_{31}\dot{\xi} + a_{41}\xi + \Delta F_{\eta} \end{cases} \quad (1.1)$$

В граничних умовах на внутрішній стінці враховуються власне обертання ротора з частотою w , прецесія з частотою Ω та зі змінним по гармонічному закону ексцентриситетом, а також кутові коливання осі внутрішнього та зовнішнього циліндрів в радіальній площині, що проходить через осьову лінію.

В системі координат, що обертається з частотою прецесії, сили, що діють на ротор, мають вигляд (рис.1.3)

$$\begin{cases} \Delta F_{\xi} = -a_{11}\ddot{\Delta\xi} - a_{21}\dot{\Delta\xi} - a_{31}\dot{\Delta\eta} - a_{41}\Delta\eta \\ \Delta F_{\eta} = -a_{11}\ddot{\Delta\eta} - a_{21}\dot{\Delta\eta} + a_{31}\dot{\Delta\xi} + a_{41}\Delta\xi \end{cases} \quad (1.2)$$

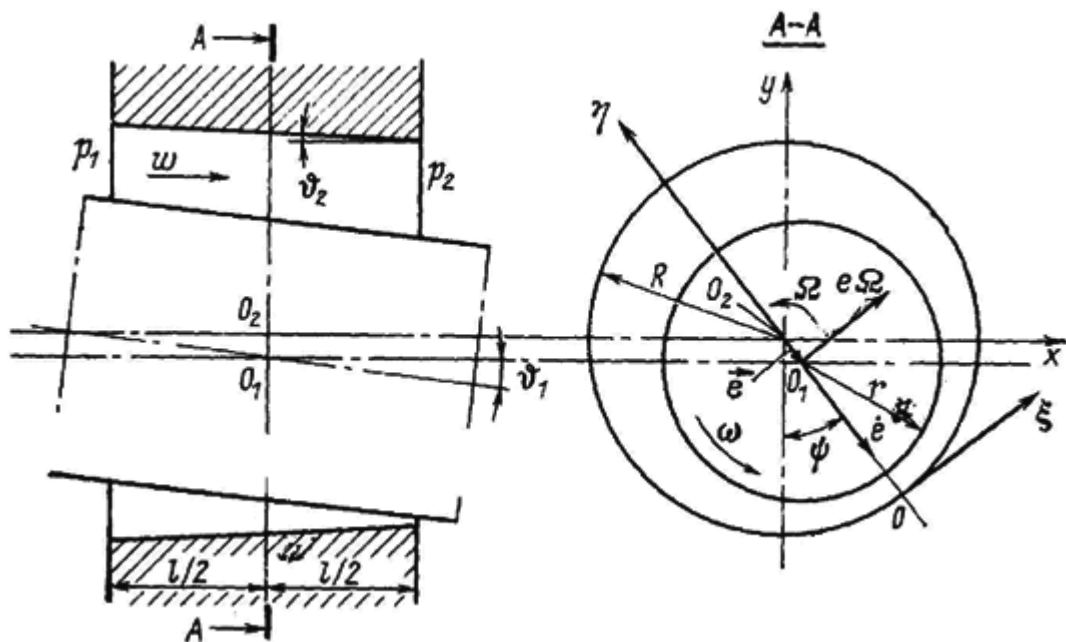


Рисунок 1.3 — Схема торцевого

$\eta = -e, \xi = 0$ (рисунок 1.3), $\Delta F_\xi, \Delta F_\eta$ – додаткові сили, які виникають внаслідок перекосу осі ротора відносно осі кільцевого ущільнення на кут ϑ , при умові, що вісь роторної та статорної частин знаходяться в одній площині, котра проходить через лінію центрів ($\vartheta_1 = \vartheta_1 \xi, \vartheta_1 \eta = 0$):

Коефіцієнти та їх значення в рівняннях (1.1) та (1.2) наведені в таблиці 1.1. Конусність втулки $\vartheta_2 = 0,00473$, кільце з перекосом $\vartheta_3 = 0,00473$, торцевий дросель з конусністю $\vartheta_4 = 0$, дроселювання тиску в шпарині та торцевому зазорі $\Delta p_0 = 1$ МПа, довжина кільцевої шпарини $l = 0,019$ м, величина середнього радіального зазору $h_0 = 0,15 \cdot 10^{-3}$ м, середній розмір торцевого зазору $h_t = 5 \cdot 10^{-6}$ м, довжина торцевої шпарини $l_c = 10^{-3}$ м, радіус внутрішнього кільця $r = 0,09$ м, маса кільця $m = 1,04$ кг. Робоча рідина - вода, густина $\rho = 10^3$ кг/м³, кінематична в'язкість $\mu = 10^{-3}$ Па · с, режим течії - турбулентна течія (рівняння Блазіуса зі степеневим законом, константа $n = 0, C = 0.04$). Робоча частота обертання ротора $\omega_n = 300 \text{с}^{-1} (3000 \frac{\text{об}}{\text{хв}})$.

Таблиця 1.1 – Значення коефіцієнтів гідродинамічних сил на ущільненні

Коефіцієнт	Значення коефіцієнту	Коефіцієнт	Значення коефіцієнту
$\theta_2 = \vartheta_2 l / 2h_0$	0.3	$\zeta_0 = \lambda_0 l / 2h_0$	2.533
$a_{11} = \frac{\pi r l^3}{12h_0} \rho (1 - 2\theta_2)$	0.432	$\lambda_0 = 0.04 Re_0^{-0}$	0.04
$k_c = \frac{\pi r l^3 \mu \lambda_0 Re_0}{h_0^3 96}$	4.9·10 ³	$a_{21} = k_c (1 + 8\theta_2 / \zeta_0)$	3.927 * 10 ³
$Re_0 = 2\rho h_0 \omega_0 / \mu$	8.429 * 10 ³	$a_{31} = 0.5 a_{11} \omega$	64.785
$\omega_0 = (2\Delta p / \rho \zeta_0)^{0.5}$	28.098	$a_{41} = 0.5 k_c \omega (1 - 2.08\theta_2 / \zeta_0)$	2.283 * 10 ⁵
$a_{51} = \frac{\pi r l}{2h_0} \Delta p (\theta_2 + \alpha c_1)$	1.4 * 10 ⁷	$\alpha = 1.5 (1.2 + \zeta_0)^{-1}$	0.402
$\alpha_{11} = \frac{\pi r l^3}{15h_0} \rho \theta_2$	0.258	$\alpha_{31} = 0.5 \omega \alpha_{11}$	38.731
$\alpha_{21} = k_c (0.4\theta_2 + 8(1 - \theta_2) / \zeta_0)$	2.018 * 10 ³	$\alpha_{41} = 0.5 k_c (0.4\theta_2 + c_2 / \zeta_0)$	9.923 * 10 ⁵
$\alpha_{51} = \frac{\pi r l}{2h_0} \Delta p (1 + \alpha 0.8)$	2.366 * 10 ⁷	$Q_0 = 2r h_0 \pi \omega_0$	2.383 * 10 ⁻³

Вирази гідродинамічних сил у нерухомій системі координат, які знадобляться надалі для аналізу динаміки ротора, а також плаваючих ущільнювальних кілець можна отримати за допомогою наступних формул:

$$\begin{cases} F_x = -a_{11}\ddot{x} - a_{21}\dot{x} - a_{31}\dot{y} - a_{41}y - a_{51}x + \Delta F_x \\ F_y = -a_{11}\ddot{y} - a_{21}\dot{y} + a_{31}\dot{x} + a_{41}x - a_{51}y + \Delta F_y \end{cases} \quad (1.3)$$

$$\begin{cases} \Delta F_x = -\alpha_{11}\ddot{\Delta x} - \alpha_{21}\dot{\Delta x} - \alpha_{31}\dot{\Delta y} - \alpha_{41}\Delta y - \alpha_{51}\Delta x \\ \Delta F_y = -\alpha_{11}\ddot{\Delta y} - \alpha_{21}\dot{\Delta y} + \alpha_{31}\dot{\Delta x} + \alpha_{41}\Delta x - \alpha_{51}\Delta y \end{cases} \quad (1.4)$$

в яких $x = -\eta \sin \psi$, $y = \eta \cos \psi$, $\Delta_x = h_0 \theta_{1y}$, $\dot{\Delta}_x = h_0(\dot{\theta}_{1y} + \Omega \theta_{1x})$, $\ddot{\Delta}_x = h_0(\ddot{\theta}_{1y} + 2\Omega \dot{\theta}_{1x} - \Omega^2 \theta_{1y})$, $\Delta_y = -h_0 \theta_{1x}$, $\dot{\Delta}_y = -h_0(\dot{\theta}_{1x} - \Omega \theta_{1y})$, $\ddot{\Delta}_y = h_0(\ddot{\theta}_{1x} - 2\Omega \dot{\theta}_{1y} - \Omega^2 \theta_{1x})$; $\vartheta_{1\xi} = \vartheta_1$, $\vartheta_{1\eta} = 0$, $\vartheta_{1x} = \vartheta_{1\xi} \cos \psi$, $\vartheta_{1y} = \vartheta_{1\xi} \sin \psi$; $\theta_{1x} = \vartheta_{1x} l / 2h_0$, $\theta_{1y} = \vartheta_{1y} l / 2h_0$.

Коефіцієнти a_{11} та α_{11} характеризують складові сили інерції рідини., a_{21} та α_{21} – демпфіруючих, a_{31} та α_{31} – гіроскопічних, a_{41} та α_{41} – циркуляційних, a_{51} та α_{51} – гідростатичних сил, спричинених ексцентриситетом e та кутом перекосу ϑ_1 .

Вплив форми зазора визначається параметром перекосу θ_1 та параметром конусності θ_2 . Для конфузорних зазорів $\theta_2 > 0$, для дифузorzів $\theta_2 < 0$. Таким чином, дифузорність зменшує гідростатичну та демпфуючу сили та збільшує циркуляційну та гіроскопічну сили, а також приєднану масу рідини.

Аналітичні рівняння гідродинамічних моментів у нерухомій системі координат для кільцевих зазорів, можна отримати за допомогою наступних формул: 1.5, 1.6 та 1.7.

$$\begin{cases} M_{1x} = -\beta_{11} \ddot{\Delta}_y + \beta_{21} \dot{\Delta}_y - \beta_{31} \dot{\Delta}_x - \beta_{41} \Delta_y + \beta_{51} \Delta_x + \Delta M_x \\ M_{1y} = -\beta_{11} \ddot{\Delta}_x - \beta_{21} \dot{\Delta}_x - \beta_{31} \dot{\Delta}_y - \beta_{41} \Delta_y + \beta_{51} \Delta_x + \Delta M_y \end{cases}, \quad (1.5)$$

$$\begin{cases} \Delta M_x = -b_{11} \ddot{y} + b_{21} \dot{y} - b_{31} \dot{x} - b_{41} x + b_{51} y \\ \Delta M_y = -b_{11} \ddot{x} - b_{21} \dot{x} - b_{31} \dot{y} - b_{41} y - b_{51} x \end{cases}, \quad (1.6)$$

$$\begin{cases} M_{2x} = \gamma_{11} (\ddot{\Delta}_{2y} - 2\Omega \dot{\Delta}_{2x} - \Omega^2 \Delta_{2y}) + \gamma_{21} (\dot{\Delta}_{2y} - \Omega \Delta_{2x}) - \gamma_{51} \Delta_{2y} \\ M_{2y} = -\gamma_{11} (\ddot{\Delta}_{2x} + 2\Omega \dot{\Delta}_{2y} - \Omega^2 \Delta_{2x}) - \gamma_{21} (\dot{\Delta}_{2x} + \Omega \Delta_{2y}) + \gamma_{51} \Delta_{2x} \end{cases}, \quad (1.7)$$

в рівняннях використовуються $\Delta_x = h_0 \theta_y$, $\dot{\Delta}_x = h_0(\dot{\theta}_y + \Omega \Delta_x)$, $\ddot{\Delta}_x = h_0(\ddot{\theta}_y + 2\Omega \dot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_y)$, $\Delta_y = -h_0 \theta_x$,

$\dot{\Delta}_y = -h_0(\dot{\theta}_x - \Omega\theta_y)$, $\ddot{\Delta}_x = -h_0(\ddot{\theta}_x - 2\Omega\dot{\theta}_y - \Omega^2\theta_x)$; Δ_x, Δ_y – радіальне зміщення (ексцентриситет) центру втулки відносно центру ротора в перетині $z = \frac{l}{2}$ внаслідок перекосу осі втулки відносно осі ротора; $x = x_2 - x_1$, $y = y_2 - y_1$, x_1, y_1 – центр координат ротора, x_2, y_2 – центр координат втулки. $\theta_1 = \theta_{1\xi}, \theta_{1\eta} = 0, \theta_3 = \theta_{3\xi}, \theta_{3\eta} = 0$, $\theta = \theta_\xi = \theta_3 - \theta_1, \theta_x = \theta \cos\psi, \theta_y = \theta \sin\psi, \theta_{3x} = \theta_3 \cos\psi_2, \theta_{3y} = \theta_3 \sin\psi_2, \varepsilon = \varepsilon_\eta = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = (\eta_2 - \eta_1)/h_0, \varepsilon_\xi = 0, \varepsilon_x = x/h_0 = -\varepsilon \sin\psi, \varepsilon_y = y/h_0 = \varepsilon \cos\psi$.

Аналітичні формули та значення динамічних коефіцієнтів рівнянь 1.5 – 1.7 подані у таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 –Значення коефіцієнтів гідродинамічних моментів

Коефіцієнт	Значення коефіцієнту	Коефіцієнт	Значення коефіцієнту
$\gamma_{11} = \frac{\pi r_c^3 l_c^3}{6lh_t} \rho(1 + 2\theta_4)$	0.124	$k_{s2} =$ $= 1 + 0.8\alpha_t \left(1 + 3c_3 \frac{r_c}{l_c}\right) +$ $+ 2 \frac{r_c}{l_c} [1 - 0.8(c_3 - 2)\alpha_t]\theta_4$	8.917
$\gamma_{21} = k_{c2} \left[1 - \frac{4l_c}{r_c \xi_t} + \frac{8}{\xi_t} \left(1 - \frac{l_c}{r_c}\right)\theta_4\right]$	$7.534 * 10^{-8}$	$\alpha_t = 1.5(1.2 + \xi_t)^{-1}$	0.104
$\gamma_{51} = k_{s2} \frac{\pi r_c^2 l_c^2}{2lh_t} \Delta p_t$	$1.172 * 10^7$	$\xi_t = \xi_{t0} + 1.2$	13.2
$Re_{t0} = 2\rho h_t \omega_{t0} / \mu$	123.091	$\xi_{t0} = \lambda_{t0} l_c / 2h_t$	12
$\omega_{t0} = (2\Delta p / \rho \zeta_t)^{0.5}$	12.309	$\lambda_{t0} = c Re_{t0}^{-n}$	0.04
$\theta_3 = \theta_{3t} \frac{lh_t}{l_c h_0}$	0.106	$\theta_{3t} = \frac{\vartheta_3 l_c}{2h_t}$	0.5

Продовження таблиці 1.2

Коефіцієнт	Значення коефіцієнту	Коефіцієнт	Значення коефіцієнту
$\theta_4 = \frac{\vartheta_4 l_c}{2h_t}$	0	$b_{21} = \frac{l}{5} k_c \theta_2$	2.297
$b_{11} = \frac{\pi r l^4}{180 h_0} \rho \theta_2$	$4.088 * 10^{-4}$	$b_{41} = 0.5 b_{21} w$	344.609
$b_{31} = 0.5 b_{11} w$	0.061	$\beta_{11} = b_{11} / \theta_2$	$1.365 * 10^{-3}$
$\beta_{31} = 0.5 \beta_{11} w$	0.205	$\beta_{21} = \frac{l}{32} k_c (1 + \frac{128}{3 \xi_0} \theta_2)$	7.244
$\beta_{41} = 0.5 \beta_{21} w$	$1.087 * 10^3$	$\beta_{51} = \frac{\pi r l^2}{5 h_0} \alpha \Delta p$	$5.468 * 10^4$
$b_{51} = \beta_{51} [(c_3 - 1) \theta_2 - \frac{c_3}{3}]$	$-1.823 * 10^4$	c_3	1

Моменти M_1 і ΔM виникають в кільцевій дреселі при конусності $\vartheta = 0,00473$, тоді як момент ΔM є результатом відносного радіального руху кільця і вала при збереженні паралельності їхніх осей ($\theta_1 = \theta_3 = 0$). Момент M_1 є результатом кутових коливань, що характеризуються сумарним кутом нахилу їхніх валів. Момент M_2 створюється кутовими коливаннями кільця, що не обертається, відносно тіла в торцевому зазорі з конусом θ_4 (в даній роботі $\theta_4 = 0$). Коефіцієнти $b_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$ представляють інерційні складові гідродинамічних моментів, $b_{21}, \beta_{21}, \gamma_{21}$ – демпфуючі, b_{31}, β_{31} – гіроскопічні, b_{41}, β_{41} – циркуляційні, $b_{51}, \beta_{51}, \gamma_{51}$ – гідростатичні складові моментів, які залежать від радіального зміщення кільця відносно центра вала по середньому перетину та перекосу осей.

1.3 Висновок

Ущільнювальні елементи демонструють свої переваги лише тоді, коли виконується умова самовирівнювання, тобто максимальна сила вирівнювання кільцевого зазору, перевищує силу тертя на контактній торцевій поверхні. Однак, якщо ця умова не реалізується, кільце може легко переміщатися в нейтральне положення при радіальних ударах, забезпечуючи таким чином безконтактну роботу. Для цього достатньо забезпечити, щоб амплітуда радіальних коливань ротора не перевищувала радіального зазору.

Під час роботи плаваючого кільця та вала виникають гідродинамічні сили та моменти, що створюються у дроселі ущільнення. Ці сили та моменти змінюються як за величиною, так і за напрямком через радіальні та кутові коливання обертового вала. Крім того, сили тертя на торцевих контактних поверхнях створюють моменти відносно центру кільця. Під дією цих сил та моментів кільце може здійснювати плоскі коливання (коливання вздовж осей Ox і Oy , осьові зміщення не розглядаються) та кутові коливання навколо цих осей.

Кільце змушене до коливань під впливом кінематичного збудження від вала. Оскільки маса кільця невелика порівняно з масою ротора, вплив коливань кільця на коливання ротора є незначним.

2. СТАТИЧНИЙ ТА ДИНАМІЧНИЙ РОЗРАХУНОК

2.1 Статичний розрахунок

Розглянемо рівноважний стан сил, що діють на плаваюче кільце. Складові гідродинамічних сил, такі як циркуляційна та гідростатична, знаходяться у рівновазі:

$$\begin{cases} F_\omega = -h_0(a_{41}\varepsilon - \alpha_{41}\theta) \\ F_s = -h_0(a_{51}\varepsilon - \alpha_{51}\theta) \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} M_\omega = -h_0[b_{41}\varepsilon - \beta_{41}(\theta_3 - \theta_1)] \\ M_s = h_0[b_{51}\varepsilon - \beta_{51}\theta_1 + (\beta_{51} + \gamma_{51})\theta_3] \end{cases} \quad (2.2)$$

де $\theta = \theta_1 + \theta_3$, $\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$.

Зовнішні сили (див. рис. 2.1) включають силу тяжіння mg , що діє на кільце, силу тертя T на торцевому з'єднанні, радіальну силу тертя $T_1 = f_1R$ та осьову силу тертя $T_{1z} = f_1R$ на штифті, де $R = Mz/r_1$, де Mz - момент тертя в кільцевій порожнині (2.3).

$$\begin{aligned} M_z &= c_f \pi p l r^4 w^2 \\ c_f &= 0.25 \lambda_x, \quad \lambda_x = \bar{c} Re_x^{-\bar{n}}, \quad \bar{c} = 0.008 \\ Re_x &= 2 \rho h_0 r w / \mu \end{aligned} \quad (2.3)$$

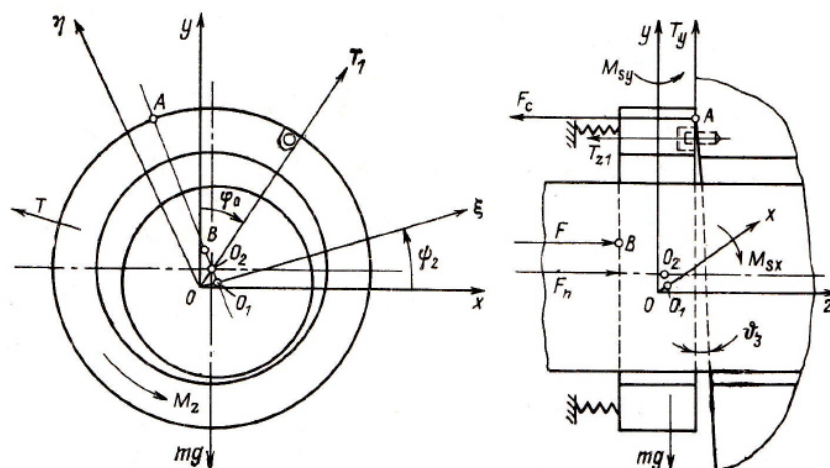


Рисунок 2.1 – Сили, які діють на плаваюче кільце з боку зовнішнього середовища

Максимальну величину сили тертя можна обчислити як добуток сили контактного тиску F_c на коефіцієнт тертя. У режимі змішаного тертя на торцях, величина контактного тиску визначається за наступним рівнянням:

$$F_c = \Delta p S_c (k - 0.5), \quad (2.4)$$

де $k = S_1/S_c$. У розрахунку вважається, що $S_1 = S_c$.

Поки в плаваючому кільці немає перекосу, сила контактного тиску F_c і відповідна сила стискання F рівномірно розподілені по поверхні контакту, а лінії дії збігаються з віссю кільця. Зі збільшенням перекосу зони контакту сходяться в точці А на зовнішньому радіусі кільця і сила контактного тиску F_c зміщується. Одночасно створюється момент $F_c r_e$, який протидіє обертанню кільця. Неспіввісність також призводить до того, що лінія дії сили притискання в точці В трохи зміщується, що призводить до незначного зменшення відновлювального моменту.

Визначимо умови, за яких торцеве з'єднання залишається герметичним ($\theta_{zx} = \theta_{zy} = 0, \theta_x = -\theta_y, \theta_x = -\theta_y$) і кільце самоцентрується на валу за рахунок гідростатичного тиску, тобто відсутній контакт між кільцем і валом, що обертається. При наявності викривлення або конусності умова самоцентрування виглядає наступним чином:

$$\varepsilon + \theta \leq 1 - |\theta_2| \quad (2.5)$$

Сили циркуляційні набагато менші, ніж статичний тиск води, і тому ними можна знехтувати в статичних розрахунках. Якщо штифт розташований на вертикальному діаметрі, максимальна зовнішня сила діє в напрямку вертикальної осі ($\varphi_0 = \frac{\pi}{2}, T_{1y} = T_1, T_{1x} = 0$).

Коли центральна лінія збігається з лінією дії еквівалентної зовнішньої сили, умова самовирівнювання визначається рівнянням (2.6). Використовується проекція гідростатичного тиску F_s на центральну лінію (2.1):

$$F_s = -h_0(a_{51}\varepsilon - \alpha_{51}\theta) \geq T + P, \quad (2.6)$$

$$P = \sqrt{T_1^2 + (mg - R)^2}.$$

Використовуючи умову (2.5), умова самоцентрування набуває вигляду:

$$(a_{51} + \alpha_{51})\varepsilon_* > \alpha_{51}(1 - |\theta_2|) + (T + P)/h_0, \quad (2.7)$$

ε_* – допустиме значення допустимого ексцентриситету, $\varepsilon_* \leq 0.5 \div 0.7$. З рівняння (2.7) при ексцентриситеті та асиметрії, де виконується умова самоцентрування, рівняння набуває наступного вигляду:

$$\varepsilon_{min} \geq \frac{a_{51}(1 - |\theta_2|) + (T + P)/h_0}{a_{51} + \alpha_{51}} \quad (2.8)$$

$$\theta_{max} \leq 1 - |\theta_2| - \varepsilon_{min}$$

Для параметрів кільця, що розглядаються, отримано силу тертя в торцевому з'єднанні $T = 0,132 \cdot 10^3$ Н, модуль пружності $P = 2,26$ Н для всіх сил та умови самоцентрування $\varepsilon_{min} \geq 0,46$, $\theta_{max} \leq 0,24$. Відносний ексцентриситет не може перевищувати $1 - |\theta_2| = 0,7$; якщо $\varepsilon_{min} > 1 - |\theta_2|$, кільце не може бути відцентроване гідростатичним тиском навіть без деформації вала. У цьому випадку кільце може бути відцентроване тільки за рахунок резонансу з валом.

Для найбільш несприятливого випадку, коли вісь $O\xi$ розміщена вертикально, рівняння балансу моментів без урахування циркуляційної складової набувають наступного вигляду:

$$M_s = M_{\xi s} = h_0[(\beta_{51} + \gamma_{51})\theta_3 - \beta_{51}\theta_1 + b_{51}\varepsilon] \geq 0.5l(T + T_1) - r_e T_{1z} \quad (2.9)$$

Гідростатичні моменти в торцевому зазорі, що виникають при русі рідини від периферії до центру, відкривають торцеві з'єднання. Його можна розрахувати лише для режиму рідкого тертя, коли весь зазор заповнений рідиною, а її перетікання можна описати рівняннями гермомеханіки. При розрахунку цього моменту радіальний та осьовий рух кільця не враховується. Тому, навіть якщо моменти врівноважуються в закритому торцевому з'єднанні, вони не є стабільними.

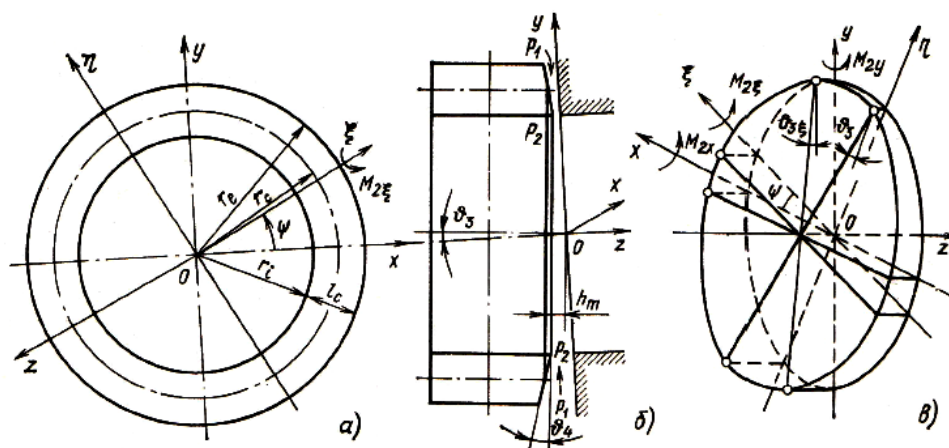


Рисунок 2.2 – Торцевий стик з відхиленням

- а) вид на контактну поверхню; б) поздовжній переріз; в) кути відхилення у рухомій системі координат (ξ, η) та нерухомій системі координат (x, y)

Умова нерухомої стійкості відносно обертання може бути сформульована як необхідність, щоб статичний коефіцієнт β_s був додатнім. Однак, в разі плаваючих коліс ця умова не виконується.

$$\beta_s = \frac{\partial M_i}{\partial \theta_3} - \frac{\partial M_s}{\partial \theta_3} = -h_0(\beta_{51} + \gamma_{51}) < 0 \quad (2.10)$$

де M_i - момент, створений зовнішніми силами (силами тертя на торцевому з'єднанні T та на штифті T_1), який не залежить від кута θ_3 .

Тому, якщо торцеве з'єднання не відкрите, плаваюче кільце не зможе працювати. При збільшенні осьового навантаження, кільце втрачає здатність до самовирівнювання за рахунок радіального гідростатичного тиску, і стає напіврухомим. Це супроводжується зменшенням амплітуди кутових коливань, яке відбувається за рахунок збільшення сил контактної реакції та відновлювальних моментів. Якщо амплітуда осьових коливань не перевищує радіальний зазор, кільце яке зазнає впливу від удару об вал, приймає нейтральне положення, коли відсутній контакт між кільцем і валом в урівноваженому стані.

Витрата речовини через плаваюче ущільнення в основному визначається витратою через кільцевий зазор і може бути розрахована з використанням рівняння (2.10).

$$Q = Q_0 \left(1 - 8 \frac{h_0}{\lambda_0 l} \theta_2 \right), \quad (2.11)$$

де Q_0 – витрати через канал одиничної ширини, $Q_0 = 2\pi r h_0 \omega_0$, $\omega_0 = \left(\frac{2\Delta p}{\rho \xi_0} \right)^{0.5}$.

Для прийнятих параметрів ущільнення, витрати складають $Q = 1.629 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$.

2.2 Динамічний розрахунок

2.2.1 Рівняння динаміки кільця

Під час роботи насоса плаваюче кільце, якщо воно само вирівнюється, здійснює радіальні кутові коливання через шар рідини, що міститься в ущільненій циліндричній порожнині, під дією збудження, що передається кільцю від вібраційного вала. Амплітуда вібрації повинна бути обмежена, щоб вона не впливала на вісь обертання.

Виходячи з теореми про обмін імпульсами і кінетичного моменту, рівняння для радіальних і кутових коливань кільця у фіксованій системі координат виглядають наступним чином:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_2 &= F_x - a_{п1}x_2 - a_{т1}\dot{x}_2, \\ m\ddot{y}_2 &= F_y - a_{п1}y_2 - a_{т1}\dot{y}_2, \\ I\ddot{\vartheta}_{3x} &= M_{1x} + M_{2x} + M'_{2x} - \beta_{п}\vartheta_{3x}, \\ I\ddot{\vartheta}_{3y} &= M_{1y} + M_{2y} + M'_{2y} - \beta_{п}\vartheta_{3y}, \end{aligned}$$

Проекція радіальних сил F_x і F_y визначається рівняннями (1.3) і (1.4), де задіяні переміщення і кут повороту кільця відносно осі: $x = x_2 - x_1$, $y = y_2 - y_1$, $\theta_x = \theta_{3x} - \theta_{1x}$, $\theta_y = \theta_{3y} - \theta_{1y}$, $\Delta_x = \Delta_{x2} - \Delta_{x1}$, $\Delta_y = \Delta_{y2} - \Delta_{y1}$.

Проекція моменту визначається рівняннями (1.5)-(1.7), де m, I - маса кільця та екваторіальний момент інерції. $a_{т1}$ - сумарний коефіцієнт в'язкого тертя на торцевій поверхні контакту і визначається в режимі рідинного тертя як:

$$a_{т1} = 2\pi\mu(r_c l_c / h_T) \quad (2.12)$$

Враховуючи рівняння гідродинамічних сил і моментів, рівняння коливань кільця має наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned}
& \bar{a}_1 \ddot{x}_2 + \bar{a}_2 \dot{x}_2 + a_3 \dot{y}_2 + a_4 y_2 + a_5 x_2 + \alpha_1 \ddot{\Delta}_{x2} + \\
& \quad + \alpha_2 \dot{\Delta}_{x2} + \alpha_3 \dot{\Delta}_{y2} + \alpha_4 \Delta_{y2} + \alpha_5 \Delta_{x2} = \\
& \quad = a_1 \ddot{x}_1 + a_2 \dot{x}_1 + a_3 \dot{y}_1 + a_4 y_1 + a_5 x_1 + \\
& \quad + \alpha_1 \ddot{\Delta}_{x1} + \alpha_2 \dot{\Delta}_{x1} + \alpha_3 \dot{\Delta}_{y1} + \alpha_4 \Delta_{y1} + \alpha_5 \Delta_{x1}, \\
& \bar{a}_1 \ddot{y}_2 + \bar{a}_2 \dot{y}_2 - a_3 \dot{x}_2 - a_4 x_2 + a_5 y_2 + \alpha_1 \ddot{\Delta}_{y2} + \\
& \quad + \alpha_2 \dot{\Delta}_{y2} - \alpha_3 \dot{\Delta}_{x2} - \alpha_4 \Delta_{x2} + \alpha_5 \Delta_{x2} = \\
& \quad = a_1 \ddot{y}_1 + a_2 \dot{y}_1 - a_3 \dot{x}_1 - a_4 x_1 + a_5 y_1 + \\
& \quad + \alpha_1 \ddot{\Delta}_{y1} + \alpha_2 \dot{\Delta}_{y1} + \alpha_3 \dot{\Delta}_{x1} + \alpha_4 \Delta_{x1} + \alpha_5 \Delta_{y1}, \\
& b_1 \ddot{x}_2 + b_2 \dot{x}_2 + b_3 \dot{y}_2 + b_4 y_2 + b_5 x_2 + \bar{\beta}_1 \ddot{\Delta}_{x2} + \bar{\beta}_2 \dot{\Delta}_{x2} + \\
& \quad + \bar{\beta}_3 \dot{\Delta}_{y2} + \bar{\beta}_4 \Delta_{y2} + \bar{\beta}_5 \Delta_{x2} = \\
& \quad = b_1 \ddot{x}_1 + b_2 \dot{x}_1 + b_3 \dot{y}_1 + b_4 y_1 + b_5 x_1 + \\
& \quad + \beta_1 \ddot{\Delta}_{x1} + \beta_2 \dot{\Delta}_{x1} + \beta_3 \dot{\Delta}_{y1} + \beta_4 \Delta_{y1} - \beta_5 \Delta_{x1}, \\
& b_1 \ddot{y}_2 + b_2 \dot{y}_2 - b_3 \dot{x}_2 - b_4 x_2 + b_5 y_2 + \bar{\beta}_1 \ddot{\Delta}_{y2} + \bar{\beta}_2 \dot{\Delta}_{y2} - \\
& \quad - \bar{\beta}_3 \dot{\Delta}_{x2} - \bar{\beta}_4 \Delta_{x2} + \bar{\beta}_5 \Delta_{x2} = \\
& \quad = b_1 \ddot{y}_1 + b_2 \dot{y}_1 - b_3 \dot{x}_1 - b_4 x_1 + b_5 y_1 + \\
& \quad + \beta_1 \ddot{\Delta}_{y1} + \beta_2 \dot{\Delta}_{y1} - \beta_3 \dot{\Delta}_{x1} - \beta_4 \Delta_{x1} - \beta_5 \Delta_{y1},
\end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

де коефіцієнти, що входять до складу рівнянь знаходяться за формулами, поданими в таблиці 2.1

Таблиця 2.1 – Таблиця коефіцієнтів диференціальних рівнянь (2.13)

Коефіцієнт	Значення коефіцієнту	Коефіцієнт	Значення коефіцієнту
$a_1 = a_{11}/m$	0.545	$\bar{a}_1 = 1 + a_1$	0.564
$a_2 = a_{21}/m$	$4.959 * 10^3$	$\bar{a}_2 = a_2 + a_{2T}$	$4.959 * 10^3$
$a_3 = a_{31}/m$	81.803	$a_{2T} = a_{T1}/m$	0.447
$a_4 = a_{41}/m$	$2.882 * 10^5$	$b_1 = b_{11}l/2I$	0.012
$a_5 = a_{51}/m$	$1.768 * 10^7$	$b_2 = b_{21}l/2I$	64.806
$\alpha_1 = \alpha_{11}/m$	0.326	$b_3 = b_{31}l/2I$	1.73
$\alpha_2 = \alpha_{21}/m$	$5.942 * 10^3$	$b_4 = b_{41}l/2I$	$9.721 * 10^3$

Продовження таблиці 2.1

Коефіцієнт	Значення коефіцієнту	Коефіцієнт	Значення коефіцієнту
$\alpha_3 = \alpha_{31}/m$	48.905	$b_5 = b_{51}l/2I$	$-5.141 * 10^5$
$\alpha_4 = \alpha_{41}/m$	$1.253 * 10^6$	$\bar{\beta}_1 = 1 + \beta_1 + \bar{\gamma}_1$	4.525
$\alpha_5 = \alpha_{51}/m$	$2.988 * 10^7$	$\bar{\gamma}_1 = \gamma_{11}l/2I$	3.487
$\beta_1 = \beta_{11}l/2I$	0.038	$\bar{\beta}_2 = \beta_2 + \bar{\gamma}_2$	204.343
$\beta_2 = \beta_{21}l/2I$	204.343	$\bar{\gamma}_2 = \gamma_{21}l/2I$	$2.125 * 10^{-6}$
$\beta_3 = \beta_{31}l/2I$	5.774	$\bar{\beta}_3 = \beta_3 + 2\Omega(1 + \bar{\gamma}_1)$	$2.698 * 10^3$
$\beta_4 = \beta_{41}l/2I$	$3.065 * 10^4$	$\bar{\beta}_5 = -\beta_5 + \bar{\gamma}_5 - \Omega^2(1 + \bar{\gamma}_1)$	$-3.327 * 10^8$
$\beta_5 = \beta_{51}l/2I$	$1.542 * 10^6$	$\bar{\beta}_4 = \beta_4 + \Omega\bar{\gamma}_2$	$3.065 * 10^4$
$\bar{\gamma}_5 = -\gamma_{51}l/2I$	$-3.307 * 10^8$	-	-

Операторної форми ($p = \frac{d}{dt}$ - оператор різниці часів) та складених змінних ($z_{1,2} = x_{1,2} + iy_{1,2}, \Delta_{z_{1,2}} = \Delta_{x_{1,2}} + i\Delta_{y_{1,2}}$) набуває вигляду рівняння коливань:

$$\left. \begin{aligned} D_1(p)z_2 + D_2(p)\Delta_{z_2} &= M_1(p)z_1 + D_2(p)\Delta_{z_1}, \\ D_3(p)z_2 + D_4(p)\Delta_{z_2} &= D_3(p)z_1 + M_2(p)\Delta_{z_1}, \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

де

$$\left. \begin{aligned} D_1(p) &= \bar{a}_1p^2 + \bar{a}_2p + a_5 - i(a_3p + a_4), \\ D_2(p) &= \alpha_1p^2 + \alpha_2p + \alpha_5 - i(\alpha_3p + \alpha_4), \\ D_3(p) &= b_1p^2 + b_2p + b_5 - i(b_3p + b_4), \\ D_4(p) &= \bar{\beta}_1p^2 + \bar{\beta}_2p + \bar{\beta}_5 - i(\bar{\beta}_3p + \beta_4), \\ M_1(p) &= a_1p^2 + a_2p + a_5 - i(a_3p + a_4), \\ M_2(p) &= \beta_1p^2 + \beta_2p - \beta_5 - i(\beta_3p + \beta_4). \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

З використанням формули (2.14) можна виразити радіальні та кутові рухи кільця через передаточні функції:

$$\begin{aligned} z_2 &= W_{11}(p)z_1 + W_{12}(p)\Delta_{z1}, \\ \Delta_{z2} &= W_{21}(p)z_1 + W_{22}(p)\Delta_{z1}, \end{aligned}$$

де, використовуючи формули Крамера:

$$W_{ij}(p) = \frac{N_{ij}(p)}{D(p)}, i, j = 1, 2; \quad (2.16)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{11}(p) &= D_4M_1 - D_2D_3, \\ N_{12}(p) &= D_2(D_4 - M_2), \\ N_{21}(p) &= D_3(D_1 - M_1), \\ N_{22}(p) &= D_1M_2 - D_2D_3, \\ D(p) &= D_1D_4 - D_2D_3. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Оператор $D(p)$, зазначений в описі, є власним оператором системи. Виходячи з (2.16), комбіноване диференціальне рівняння для радіальних і кутових коливань може бути записане у вигляді операторного рівняння.

$$\begin{aligned} D(p)z_2 &= N_{11}(p)z_1 + N_{12}(p)\Delta_{z1}, \\ D(p)\Delta_{z2} &= N_{21}(p)z_1 + N_{22}(p)\Delta_{z1}, \end{aligned}$$

2.2.2 Вимушені коливання кільця ущільнення

Підставляючи $p = \frac{d}{dt} = i\omega$ в рівняння (2.16), отримуємо відповідну частотну передавальну функцію, з дійсної та уявної частин якої можна визначити амплітудну та фазову частотні характеристики кільця:

$$\begin{aligned} A_{jk}(\omega) &= |W_{jk}(i\omega)| = \sqrt{(ReW_{jk})^2 + (ImW_{jk})^2}, \\ \psi_{jk}(\omega) &= \arctg(ImW_{jk}/ReW_{jk}), j, k = 1, 2, \end{aligned}$$

де $A_{11} = e_2'/e_1$, $A_{12} = e_2''/\Delta e_1$, $A_{21} = \Delta e_2'/e_1$, $A_{22} = \Delta e_2''/\Delta e_1$; e_2' , $\Delta e_2'$ – радіальне та кутове зміщення кільця, обумовлене радіальним (e_1) зміщенням вала; e_2'' , $\Delta e_2''$ – компоненти переміщень кільця, що виникають внаслідок перекосу ($\Delta e_1 = l\vartheta_1/2$) осі вала.

Справжня та уявна частини передаточних функцій (2.16) можна обчислити використовуючи формули (2.18), тоді як частотні характеристики можуть бути визначені за допомогою формули (2.19).

$$\operatorname{Re}W_{jk} = \frac{U_{jk}U + V_{jk}V}{U^2 + V^2}, \operatorname{Im}W_{jk} = \frac{V_{jk}U + U_{jk}V}{U^2 + V^2} \quad (2.18)$$

$$A_{jk}(w) = \left(\frac{U_{jk}^2 + V_{jk}^2}{U^2 + V^2} \right)^{0.5}, \quad (2.19)$$

$$\psi_{jk}(w) = -\operatorname{arctg} \left(\frac{U_{jk}V - V_{jk}U}{U_{jk}U + V_{jk}V} \right),$$

де, U, V, U_{jk}, V_{jk} представляють справжні та уявні частини власного оператора $D(iw)$ та операторів $N_{jk}(iw)$ відповідно.

Для даного набору параметрів плаваючого кільця були створені амплітудні та фазові частотні характеристики, як показано на рисунку (2.3).

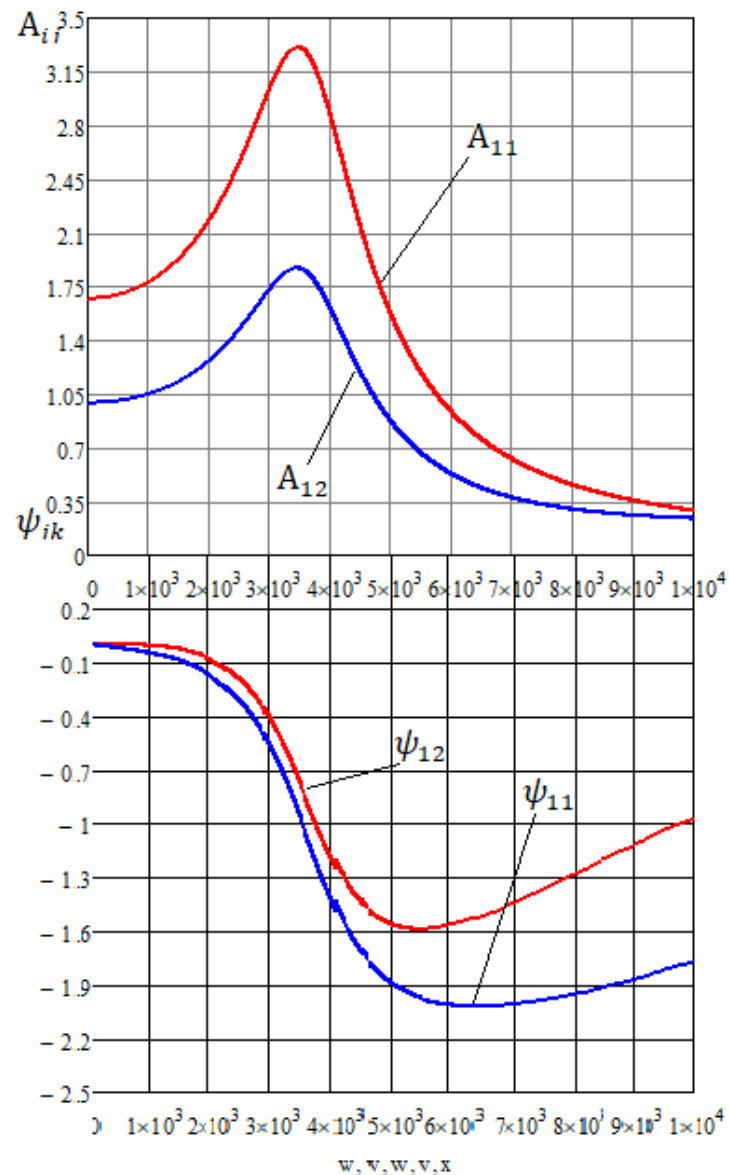


Рисунок 2.3 – Амплітудні та фазові частотні характеристики

На рисунку 2.3 показано радіальне зміщення кільця через радіальне зміщення вала (A_{11}) та радіальне зміщення кільця через зміщення осі вала (A_{12}).

2.2.3 Динамічна стійкість

Витримку даного типу кільця можна оцінити використовуючи алгебраїчні критерій Гурвіца. Відокремивши у формулі власного оператора від дійсної частини:

$$D(p) = A_0 p^4 + A_1 p^3 + A_2 p^2 + A_3 p + A_4 + i(B_1 p^3 + B_2 p^2 + B_3 p + B_4), \quad (2.20)$$

де, за допомогою формули (2.15), вирази для коефіцієнтів можна записати таким чином:

$$\begin{aligned} A_0 &= \bar{a}_1 \bar{\beta}_1 - \alpha_1 b_1 \\ A_1 &= \bar{a}_1 \bar{\beta}_2 + \bar{a}_2 \bar{\beta}_1 - \alpha_1 b_2 - \alpha_2 b_1 \\ A_2 &= \bar{a}_1 \bar{\beta}_5 + \bar{a}_2 \bar{\beta}_2 - \alpha_3 \bar{\beta}_3 + \alpha_5 \bar{\beta}_1 - \alpha_1 b_5 - \alpha_2 b_2 + \alpha_3 b_3 - \alpha_5 b_2 \\ A_3 &= \bar{a}_2 \bar{\beta}_5 - \alpha_3 \bar{\beta}_4 - \alpha_4 \bar{\beta}_3 + \alpha_5 \bar{\beta}_2 - \alpha_1 b_5 + \alpha_3 b_4 + \alpha_4 b_3 - \alpha_5 b_2 \\ A_4 &= -\alpha_4 \bar{\beta}_4 + \alpha_5 \bar{\beta}_5 + \alpha_4 b_4 - \alpha_5 b_5 \\ B_1 &= -\bar{a}_1 \bar{\beta}_3 - \alpha_3 \bar{\beta}_1 + \alpha_1 b_3 + \alpha_3 b_1 \\ B_2 &= -\bar{a}_1 \bar{\beta}_4 - \bar{a}_2 \bar{\beta}_3 - \alpha_3 \bar{\beta}_2 - \alpha_4 \bar{\beta}_1 + \alpha_1 b_4 - \alpha_2 b_3 + \alpha_3 b_2 + \alpha_4 b_1 \\ B_3 &= -\bar{a}_2 \bar{\beta}_4 - \alpha_3 \bar{\beta}_5 - \alpha_4 \bar{\beta}_2 - \alpha_5 \bar{\beta}_3 + \alpha_2 b_4 + \alpha_3 b_5 + \alpha_4 b_2 + \alpha_5 b_3 \\ B_4 &= -\alpha_4 \bar{\beta}_5 - \alpha_5 \bar{\beta}_4 + \alpha_4 b_5 + \alpha_5 b_4 \end{aligned} \quad (2.21)$$

Умовою витримки системи, власні оператори якої є комплексними поліномами з коефіцієнтами (2.21), є те, що діагональні мінори Δ_{2j} ($j = 1, 2, 3, 4$) парного порядку в матриці Гурвіца (2.22) всі додатні.

$$H = \begin{vmatrix} 0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & 0 & 0 & 0 \\ A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & 0 & 0 \\ 0 & A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & B_1 & B_2 & B_3 & B_4 \\ 0 & 0 & 0 & A_0 & A_1 & A_2 & A_3 & A_4 \end{vmatrix} \quad (2.22)$$

Витримку даного кільця можливо визначити за допомогою рівняння незв'язаних радіальних та кутових коливань ($\alpha_i \ll a_i, b_i \ll \beta_i$):

$$\begin{aligned} D_1(p)z_2 &= M_1(p)z_1 + D_2(p)\Delta_{z1}, \\ D_4(p)\Delta_{z2} &= D_3(p)z_1 + M_2(p)\Delta_{z1}. \end{aligned}$$

У виразі для власного оператора $D(i\omega) = D_1(i\omega)D_4(i\omega) - D_2(i\omega)D_3(i\omega)$ другий доданок характеризує ефект взаємного зв'язку. Якщо $|D_2(i\omega)D_3(i\omega)| < |D_1(i\omega)D_4(i\omega)|$, то для всіх $\omega \in (-\infty; \infty)$, якщо незв'язана система асимптотично стійка, то зв'язана система також асимптотично стійка. Водночас, якщо виконуються умови стійкості для незалежних радіальних і кутових коливань, то стійкість зв'язаної системи забезпечується з певним запасом. Рівняння для вільних радіальних і кутових коливань описуються рівнянням (2.23):

$$D_1(p)z_2 = 0, \quad D_4(p)\Delta_{z_2} = 0 \quad (2.23)$$

Його стійкість визначається коефіцієнтами операторів $D_1(p)$ та $D_4(p)$ (3.4); склавши матриці Гурвіца та розкривши визначник, можна отримати наступні умови стійкості:

$$\begin{aligned} \bar{a}_1\bar{a}_2 &> 0, \\ \bar{a}_2\bar{a}_3\bar{a}_4 + \bar{a}_2^2\bar{a}_5 - \bar{a}_1\bar{a}_4^2 &> 0; \\ \bar{\beta}_1\bar{\beta}_2 &> 0, \\ \bar{\beta}_2\bar{\beta}_3\bar{\beta}_4 + \bar{\beta}_2^2\bar{\beta}_5 - \bar{\beta}_1\bar{\beta}_4^2 &> 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

З (2.24) видно, що сила інерції $(\bar{a}_1, \bar{\beta}_1)$ циркуляційна сила $(\bar{a}_4, \bar{\beta}_4)$ і момент порушують стійкість, тоді як демпфуюча $(\bar{a}_2, \bar{\beta}_2)$, і гідростатична сили $(\bar{a}_5, \bar{\beta}_5)$ роблять більш стабільним кільце, якщо $\bar{\beta}_5 > 0$. З урахуванням зв'язку між коефіцієнтами, формула (2.24) може бути переписана таким чином:

$$\omega < 2 \left(1 + \frac{a_{2T}}{a_2}\right) \left(\frac{a_5}{1 - a_1 a_{2T}/a_2}\right)^{0,5}, \quad (2.25)$$

а для радіальної стійкості:

$$\omega < 2 \left(1 + \frac{\bar{\gamma}_2}{\beta_2}\right) \left[\frac{-\bar{\beta}_5 + \bar{\gamma}_5}{(1 + \bar{\gamma}_1)(1 + 6\bar{\gamma}_2/\beta_2 + 4\bar{\gamma}_2^2/\beta_2^2) + \beta_1\bar{\gamma}_2/\beta_2} \right]^{0,5} \quad (2.26)$$

Це означає, що пружні компоненти створюють відновлювальні моменти, які пропорційні їх жорсткості. Тому для забезпечення стійкості кутових коливань кільця необхідно застосовувати додаткові заходи, такі як осьове пружне стиснення або радіальне пружне підвішування кільця. Ці заходи сприяють стабілізації кільця.

2.3 Висновок

Статичний розрахунок базується на складанні рівнянь балансу системи сил, що впливають на кільце. З стану балансу осьових сил визначається сила реакції F_C на контактній торцевій поверхні, яка, в свою чергу, визначає герметичність торцевого з'єднання і здатність кільця до само центрування. Для розглянутих ущільнень умова само центрування виконується, оскільки $\varepsilon_{min} = 0,46 < \varepsilon_*$. Максимальне значення відносного ексцентриситету, при якому гідродинамічні сили не можуть відцентрувати плаваюче кільце, становить $\varepsilon = 0,7$.

Від'ємне значення статичного коефіцієнта (умова нерухомої стійкості) вказує на те, що ущільнення з виконаною умовою центрування не працює без розкриття торцевого з'єднання. При збільшенні кута повороту θ_3 між торцем кільця і корпусом виникає локальний контакт, який створює відновлювальний момент відносно осі обертання кільця, що призводить до закриття торцевого з'єднання. Під час роботи насоса розмикання і замикання торців супроводжується періодичними коливаннями (кільце піддається кінематичному збудженню від вала). При цьому контактні напруження призводять до втомного руйнування від тертя.

Тому або збільшують навантаження на торець F_C так, щоб умова самовстановлення не виконувалася і кільце працювало як ущільнення з фіксованим зазором, яке може вирівнюватися відносно вала під резонансною дією (щоб амплітуда коливань вала в усталеному режимі не перевищувала величину радіального зазору), або вживають спеціальних заходів для забезпечення виконання умов статичної стійкості. Осьове стиснення і радіальна пружна підвіска кільця сприяють статичній стійкості кільця проти обертання. Може бути

використаний центруючий ефект конфузورних каналів для збільшення сил вирівнювання, що сприяє самовирівнюванню кільця.

Аналіз вимушених коливань плаваючого кільця дозволяє побудувати частотні характеристики амплітуди і фази плаваючого кільця, що дає наочне уявлення про рух під впливом кінематичного збудження від осі.

Аналізуючи стійкість коливань, можна зробити принципові висновки про вплив основних параметрів. Так, асиметрія θ_1 і дифузор ($\theta_2 < 0$) збільшують амплітуду вимушених коливань і звужують область динамічної стійкості. Кофузорність кільцевої порожнини стабілізує кільце. Динамічна стійкість плаваючих кілець досягається в основному за рахунок збільшення гідростатичної жорсткості і коефіцієнтів демпфування $\bar{a}_2, \bar{\beta}_2$ в радіальному (a_5) і кутовому (β_{50}) напрямках. На практиці останній зазвичай збільшують шляхом додавання циліндричних порожнин.

Деякого розширення межі стійкості можна досягти збільшенням радіальної та кутової жорсткості пружного кільцевого підвісу. Іншим методом стабілізації є використання торцевих дроселів в задній частині кільця. Збільшуючи перепад тиску через торцеві дроселі, можна досягти динамічної стабільності за будь-яких умов експлуатації.

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ

3.1 Вступ

Основна мета аналізу системи роторного ущільнення полягає в обчисленні гідродинамічних сил, які впливають на кільцеві дроселі та визначають вібраційний стан ротора. Цей процес потребує вирішення спільних рівнянь, які роблять опис гідродинамічні процеси в ущільненнях та коливання вала з розподіленими параметрами. Однак математичне описання цих процесів досить складне, особливо в плаваючих ущільненнях, тому необхідні спрощення математичної моделі.

Як ми знаємо, що одношаринні значно впливають на рухому стійкість ротора. Щоб визначити коефіцієнти жорсткості та демпфірування в плаваючих кільцях, беруть числові розв'язання за допомогою методу скінченних об'ємів [5]. Завдяки цьому методу знаходять гідродинамічні сили в зазорі, за якими оцінюють динамічні коефіцієнти [6, 7]. Також розв'язуються осереднені рівняння Нав'є-Стокса за моделлю турбулентності $k-\epsilon$ [8], що дозволяє моделювати прецесійне переміщення вала навколо центрального положення. Після розв'язування полів течії та розподілів тиску знаходять рухомі коефіцієнти ущільнень.

Перевірку правильності цих спрощень можна провести на основі результатів розрахункових та експериментальних досліджень. Для плаваючих ущільнень розрахунковий аналіз гідродинамічних процесів потребує вирішення тривимірної задачі за допомогою методів обчислювальної гідродинаміки та верифікації результатів досліджень порівнянням з експериментальними даними. Експериментальні дослідження є важливим критерієм для перевірки правильності запропонованих методів розрахунків.

Слід зазначити, що тиск напірної течії викликає гідростатичну радіальну силу, яка суттєво впливає на згинальну жорсткість валу [9]. Ця сила є ключовою для правильної оцінки критичних обертових швидкостей валу.

3.2 Розрахункові дослідження при не обертовому валу

Розвиток комп'ютерних програм сприяв поліпшенню процесу створення CFD моделей та аналізу їх результатів. Завдяки можливості візуалізації та інтерактивного тривимірного керування моделями, цей процес став менш трудомістким і часово ефективним. Сучасні комп'ютерні програми включають алгоритми, які забезпечують швидке та надійне знаходження розв'язків поставлених задач.[10]

Як наслідок, методи обчислювальної гідродинаміки тепер прийняті в інженерному світі як інструмент промислового проектування, який може допомогти скоротити час проектування і вдосконалити процеси. CFD стає хорошою альтернативою експериментальним дослідженням, пропонуючи явні переваги у швидкому впровадженні різних варіантів моделювання.

Для дослідження гідродинаміки в циліндричному каналі з плаваючим ущільненням у програмному комплексі ANSYS CFX розв'язано рівняння Нав'є-Стокса для осередненої за Рейнольдсом турбулентної течії нестисливої рідини, оточеної k-ε моделлю турбулентності, методом скінченних об'ємів. Розглядається ізотермічна течія рідини (води). У стаціонарній постановці розглядається радіальне зміщення вала, а не саме обертання вала.[10]

Під час проведення числових розрахунків були отримані графіки, що відображають залежність розподілу тиску (див. рис. 3.1) від радіального зміщення вала e .

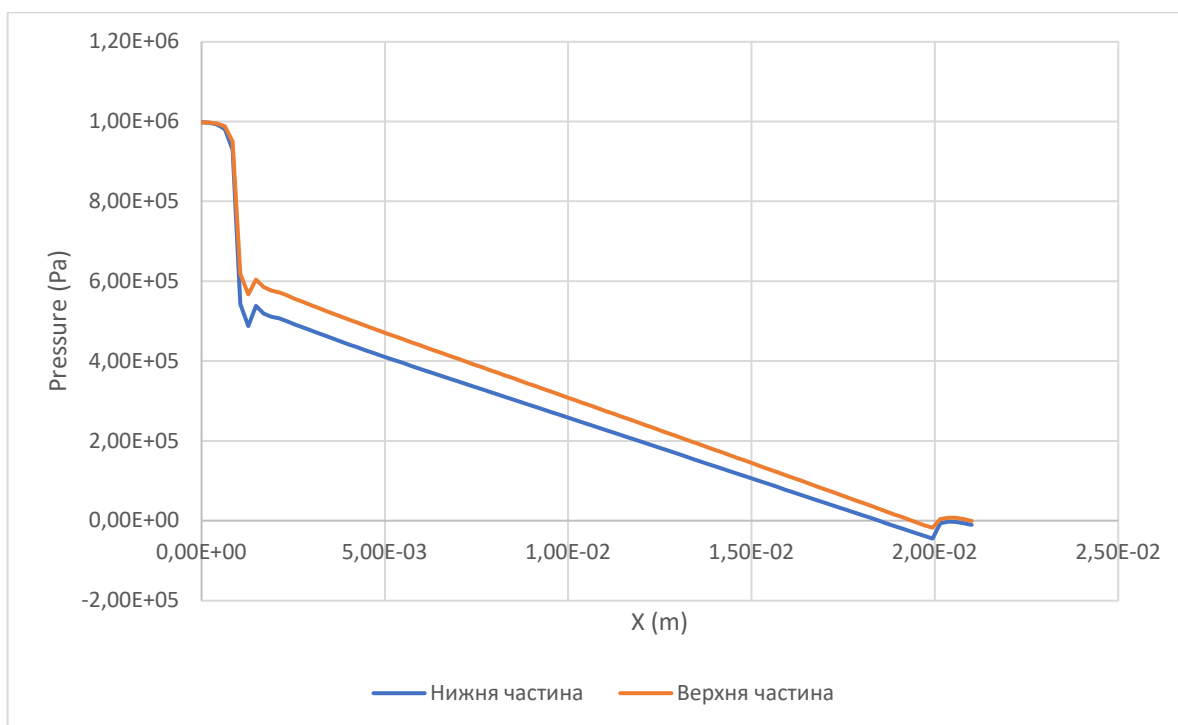


Рисунок 3.1 – Розподіл тиску в статичній постановці плаваючого ущільнення

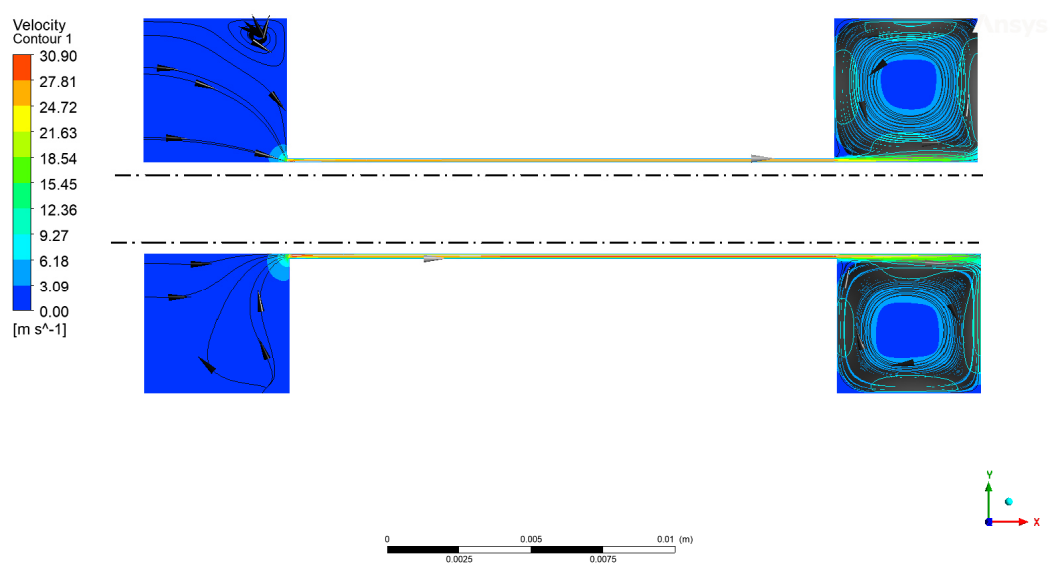


Рисунок 3.2 - Поля швидкості та лінії току

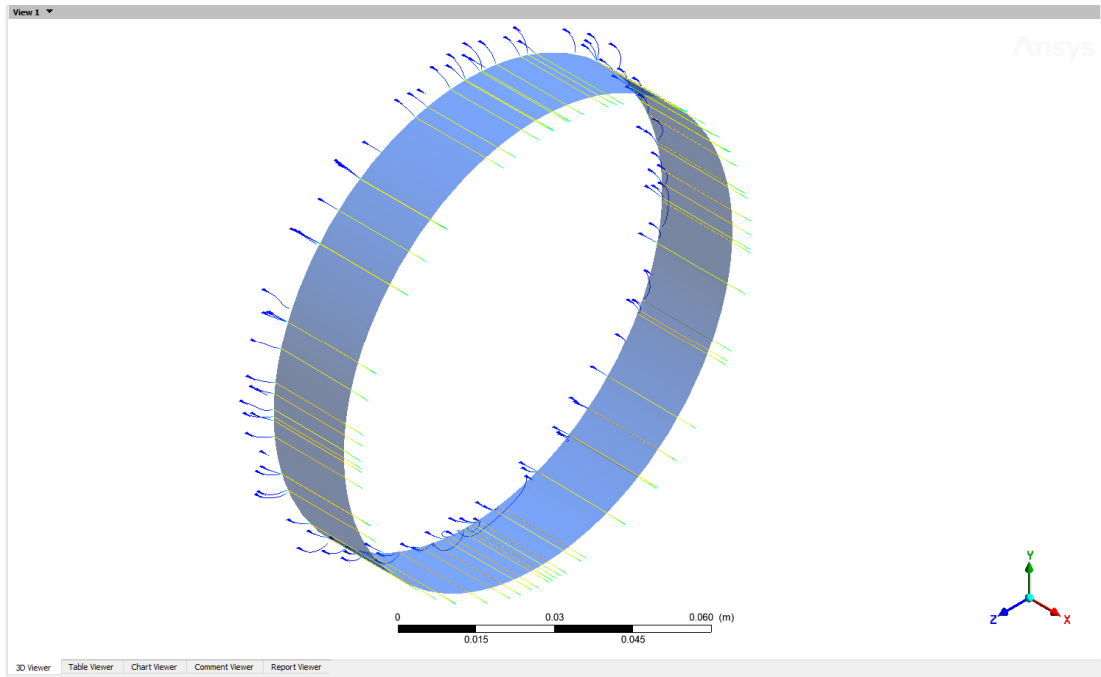


Рисунок 3.3 - Лінії струму для щілини при не обертовому валу турбулентному характері течії

3.3 Аналіз течії в плаваючому ущільненні

В українських джерелах для оцінки щільності течії використовують число Рейнольдса (Re), яке визначається за допомогою діаграми Нікурадзе. У цій діаграмі наведені значення числа Рейнольдса для ламінарного потоку ($Re < 2300$), перехідного режиму від ламінарного до турбулентного ($2300 < Re < 4000$) та турбулентного потоку ($Re > 4000$). Проте ці значення отримані лише для гладких та шорстких труб, тоді як наразі проведено багато досліджень для шпаринних ущільнень [11,12]. Для ламінарної течії використовуються значення числа Рейнольдса ($Re < 1000$), для перехідного режиму ($1000 < Re < 3000$) та для турбулентної течії ($Re > 3000$). При визначенні загального числа Рейнольдса (3.3) використовуються осьове Re_z (3.1) та окружне Re_θ (3.2) числа Рейнольдса.

$$Re_z = \frac{QC_r\rho}{A\mu} \quad (3.1)$$

$$Re_\theta = \frac{R\omega C_r\rho}{2\mu} \quad (3.2)$$

$$Re = \sqrt{Re_z^2 + Re_\theta^2} \quad (3.3)$$

В рівняннях використовуються $A = 2\pi/RC_r\rho + \pi C_r^2\rho$ – площа зазору ущільнення, μ – в'язкість, ρ – густина, Q – об'ємна втрата, C_r – радіальний зазор, ω – частота обертання, R – радіус ущільнення.

В розглядуваній конструкції ущільнення для представлених розрахунків виходить турбулентний режим течії. Тому при моделюванні розглядалась саме турбулентна течія.

При аналізі характеристик потоку, таких як швидкість та тиск, були враховані значення числа Рейнольдса. Моделі турбулентності з двома рівняннями ($k - \varepsilon$ та $k - \omega$ моделі) є найбільш популярними сьогодні, оскільки вони забезпечують достатню точність розрахунків та є компромісом між експериментом та складністю моделі.

Обидві моделі використовують гіпотезу градієнтної дифузії, щоб пов'язати напруження Рейнольдса з градієнтами середньої швидкості та турбулентною в'язкістю. Турбулентна в'язкість в цих моделях визначається як добуток турбулентної швидкості та масштабу турбулентної течії. Крім того, у цьому дослідженні була використана стандартна $k - \varepsilon$ модель для розрахунку турбулентного потоку та масштабована логарифмічна функція стінки для опису швидкості біля стінки. У системі рівнянь моделі $k - \varepsilon$ вводяться дві нові змінні: k – кінетична енергія турбулентності, яка характеризує дисперсію коливань швидкості, та ε – вихрова дисипація турбулентності, яка визначає швидкість розсіювання флуктуацій. Опис руху в'язкої ньютонівської рідини здійснюється за

допомогою системи диференціальних рівнянь Нав'є-Стокса (3.4, 3.5), яка виглядає як для некомпресійної рідини:

$$\frac{d}{dt}(\rho u_i) + \frac{d}{dx_i}(\rho u_i u_j) = -\frac{dp}{dx_i} + \frac{d}{dx_j} \left[\mu_{eff} \left(\frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i} \right) \right] + f_i, \quad (3.4)$$

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{d}{dx_j}(\rho u_j) = 0 \quad (3.5)$$

У даному рівнянні використовується скорочений запис рівнянь, де i та j приймають значення від 1 до 3, що передбачає підсумовування за відповідними індексами. Осі координат позначені як x_1, x_2, x_3 . Член f_i відображає вплив масових сил, t позначає час, μ_{eff} представляє собою ефективну в'язкість з урахуванням турбулентності, а p позначає модифікований тиск, який визначається наступним чином:

$$p = p + \frac{2}{3}\rho k + \frac{2}{3}\mu_{eff} \frac{du_k}{dx_k} \quad (3.6)$$

У даній системі рівнянь, самостійними параметрами, які потрібно знайти, є 3 компоненти швидкості u_1, u_2, u_3 та тиск p . Густина рідини та газу, при швидкостях менших за 0,3 числа «Маха», вважається постійною величиною.

Потік рідини у робочих місцях гідромашин, які обертаються, досліджується у відносній системі відліку, при цьому член f_i який знаходиться у правій частині рівнянь (3.4) формулює дію відцентрових і Каріолісових сил:

$$\vec{f}_i = -\rho(2\vec{\omega} * \vec{u} + \vec{\omega} * (\vec{\omega} * \vec{r})),$$

де ω – швидкість обертання нахилу, r – радіус-вектор (значення якого рівняється відстані від цієї точки до лінії в просторі, відносно якої відбувається обертання). Потік у насосах, як правило, є турбулентним. $K - \epsilon$ модель створена на концепції вихрової в'язкості, тому

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t$$

де μ_t є динамічною в'язкістю. $K - \varepsilon$ модель встановлює залежність динамічної в'язкості від кінетичної енергії турбулентності та дисипації за допомогою наступного співвідношення:

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon}, \quad (3.8)$$

де C_μ є фіксованою константою; значення k і ε отримуються безпосередньо з диференціальних рівнянь перенесення для кінетичної енергії турбулентності та швидкості дисипації турбулентності:

$$\frac{d(\rho k)}{dt} + \frac{d}{dx_j} + \frac{d}{dx_i} (\rho u_j k) = \frac{d}{dx_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{dk}{dx_j} \right] + P_k - \rho \varepsilon + P_{kb}, \quad (3.9)$$

$$\frac{d(\rho \varepsilon)}{dt} + \frac{d}{dx_j} = \frac{d}{dx_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{dk}{dx_j} \right] + \frac{\varepsilon}{k} (C_{\varepsilon 1} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho \varepsilon + C_{\varepsilon 1} P_{\varepsilon b}) \quad (3.10)$$

де $C_{\varepsilon 1}$, $C_{\varepsilon 2}$, σ_k та σ_ε – константи. P_k та $P_{\varepsilon b}$ демонструють вплив сил плавучості. P_k - моделювання в'язких сил, що виникають внаслідок турбулентності, виражається за допомогою:

$$P_k = \mu_t \left(\frac{du_i}{dx_j} + \frac{du_j}{dx_i} \right) \frac{du_i}{dx_j} - \frac{2}{3} \frac{du_k}{dx_k} \left(3\mu_t \frac{du_k}{dx_k} + \rho k \right), \quad (3.11)$$

3.4 Ідентифікація динамічних коефіцієнтів

У даному дослідженні було проведено чисельний розрахунок на складній тривимірній моделі за допомогою програми "Ansys" було використано середовище "ANSYS CFX" для визначення витратних та динамічних характеристик плаваючого ущільнення відцентрового насоса. Під час розв'язання поставленої задачі, пряма синхронна прецесія вала по циліндричній траєкторії була змодельована у нестационарній постановці, і було розглянуто чотири повні обертання вала для визначення значення гідродинамічних сил в ущільненні. На рис. 3.4 схематично показано прецесійний рух вала та сили, які виникають у рідині під час циліндричної прецесії. Ротородинамічні коефіцієнти можуть бути виражені як компоненти сил реакції в ущільненні F_r та F_t при малих збуреннях відносно положення рівноваги, і вони мають наступний вигляд:

$$-\begin{Bmatrix} F_r \\ F_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{yx} & K_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} \\ C_{yx} & C_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{xx} & M_{xy} \\ M_{yx} & M_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x} \\ \Delta \ddot{y} \end{Bmatrix} \quad (3.12)$$

де $\Delta x, \Delta y$; $\Delta \dot{x}, \Delta \dot{y}$; і $\Delta \ddot{x}, \Delta \ddot{y}$ - відносні компоненти переміщення,

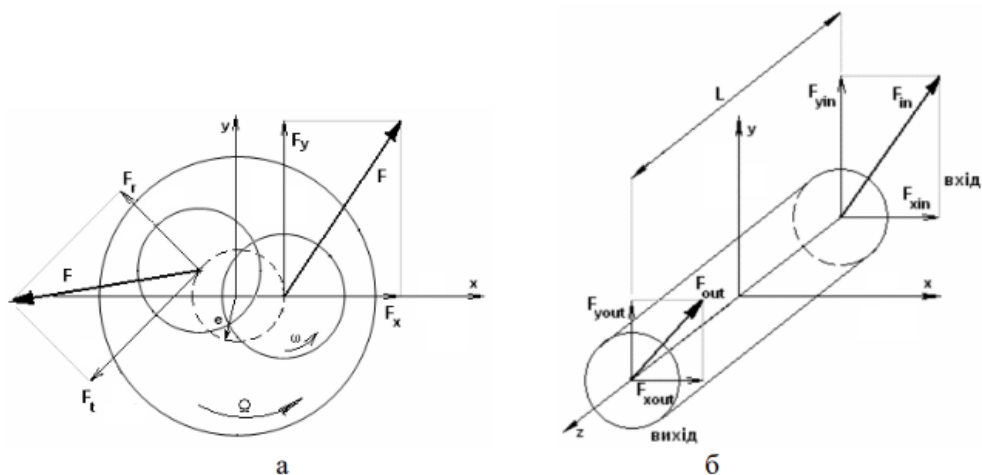


Рисунок 3.4 – Шлях руху вала в плаваючому ущільненні:
сили (а) та моменти реакції рідини (б)

швидкості та прискорення між ущільненням і валом у відповідних напрямках x та y . Крім того, коефіцієнти K_{ij} , C_{ij} і M_{ij} залежать від параметра e . Для невеликого прецесійного руху вала навколо центра, модель рівняння (3.12) може бути спрощена до наступної моделі для сил реакції, яка залежить від ексцентриситету:

$$-\begin{Bmatrix} F_r \\ F_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K & k \\ -k & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C & c \\ -c & C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \Delta \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} M & m \\ -m & M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \ddot{x} \\ \Delta \ddot{y} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

де F_r і F_t представляють сили реакції ущільнення, K відповідає прямій жорсткості, k відповідає перехресній жорсткості, C представляє пряме демпфірування, c - перехресне демпфірування. Терміни ΔX і ΔY вказують на відносні рухи між ротором та статором. Модель враховує інерцію рідини за допомогою прямого віртуального масового члена M та перехресного віртуального масового члена m . Рішення проводиться для невеликих зміщень відносно центрального положення з нульовим ексцентриситетом. Модель застосовується для відносного ексцентриситету $e = 0,1$, за умови, що динамічні коефіцієнти незалежні від статичного ексцентриситету.

$$\begin{aligned} x &= e * \cos(\Omega t) \\ y &= e * \cos(\Omega t) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Для визначення коефіцієнтів жорсткості та демпфування ущільнення було здійснено чотири розрахунки циліндричної прецесії вала при різних частотах прецесії Ω та з різними значеннями ексцентриситету e (3.14). В результаті обчислень було проведено апроксимацію радіальної сили F_r за допомогою полінома другого порядку відносно частоти прецесії, а тангенціальна сила F_t була апроксимована поліномом першого порядку. Коефіцієнти цих поліномів виступають як динамічні характеристики ущільнення. Застосовуючи методику оцінки рухливих характеристик ущільнень [13] та використовуючи відповідне рівняння, були знайдені коефіцієнти жорсткості та демпфірування.

$$\begin{cases} \frac{F_r}{e} = -K - \Omega c + \Omega^2 M \\ \frac{F_t}{e} = -k - \Omega C \end{cases}, \quad (3.15)$$

За допомогою системи рівнянь (3.15) були встановлені значення коефіцієнтів жорсткості та демпфірування плаваючого ущільнення.

У цьому дослідженні було проведено числовий експеримент для визначення динамічних коефіцієнтів плаваючого ущільнення з такими параметрами:

Таблиця 3.1 – Параметри плаваючого ущільнення

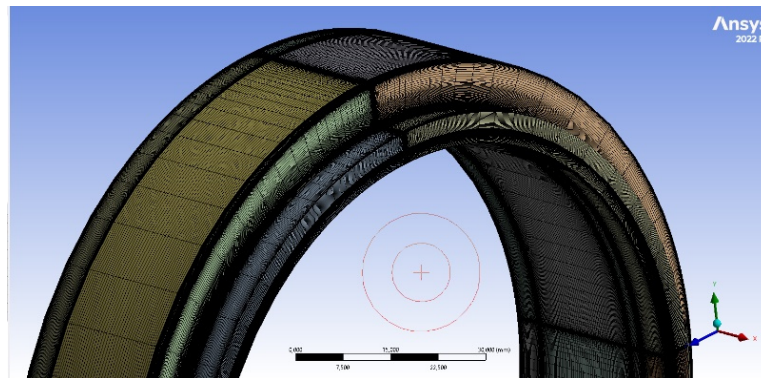
Радіус, мм	52.65
Зазор, мм	0.15
Довжина, мм	19
Ексцентриситет, мм	0.015
Перепад тиску, кПа	1000
Швидкість обертання ротора, Гц	50

В якості рідини ми беремо воду, яку можна вважати нестисливою й з постійними властивостями:

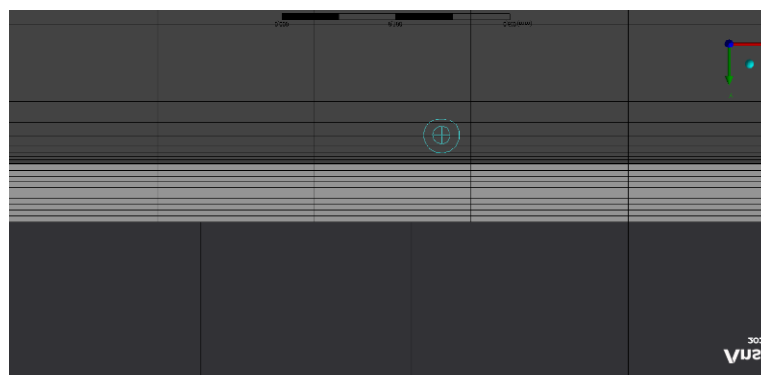
Густина, (кг/м) – 997

Динамічна в'язкість (Па/с) – $8.899 \cdot 10^{-4}$

Створена 3-х вимірна модель плаваючого ущільнення, що містить (2527840) елементів-гексаєдрів



(a)



(б)

Рисунок 3.5 – Сітка: Повний вигляд (а) і зазор (б)

Кількість елементів в осьовому напрямку – 70, а в радіальному – 10

В програмі «Ansys» було використано комплекс «ANSYS-CFX» який має стандартну $k-\varepsilon$ модель турбулентності з функцією стінки для моделювання руху рідини в плаваючому ущільненні. Під час розрахунку було розглянуто повний оберт вала, який розділений на 20 ітерацій, для аналізу перехідного процесу.

Для того щоб визначити коефіцієнти жорсткості й демпфірування ущільнення, було виконано 4 розрахунки при різних швидкостях прецесії. Величини визначених сил показані в таблиці 3.2

Таблиця 3.2 – Значення сил при різних частотах прецесії

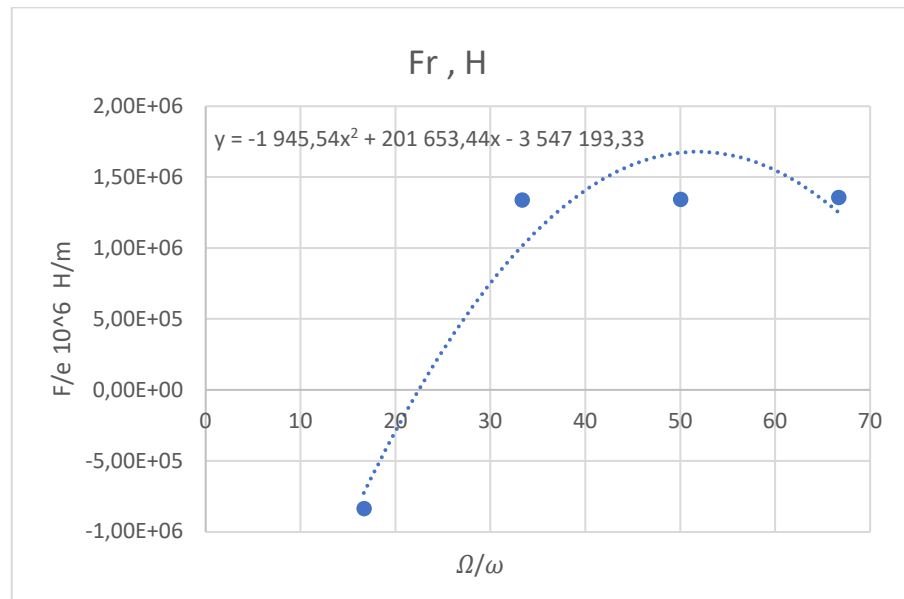
Ω , Гц	F_r , Н	F_t , Н
16,66	-12,5416	-96,2991
33,33	20,1152	-75,9299
50	20,1526	-75,3801
66,66	20,3838	-29,1443

На основі отриманих результатів розв'язків була виконана апроксимація радіальної сили F_r поліномом другого порядку залежно від частоти прецесії, а дотичної сили F_t - поліномом першого порядку згідно з рівнянням (3.15). Результати рівнянь були представлені у наступному вигляді:

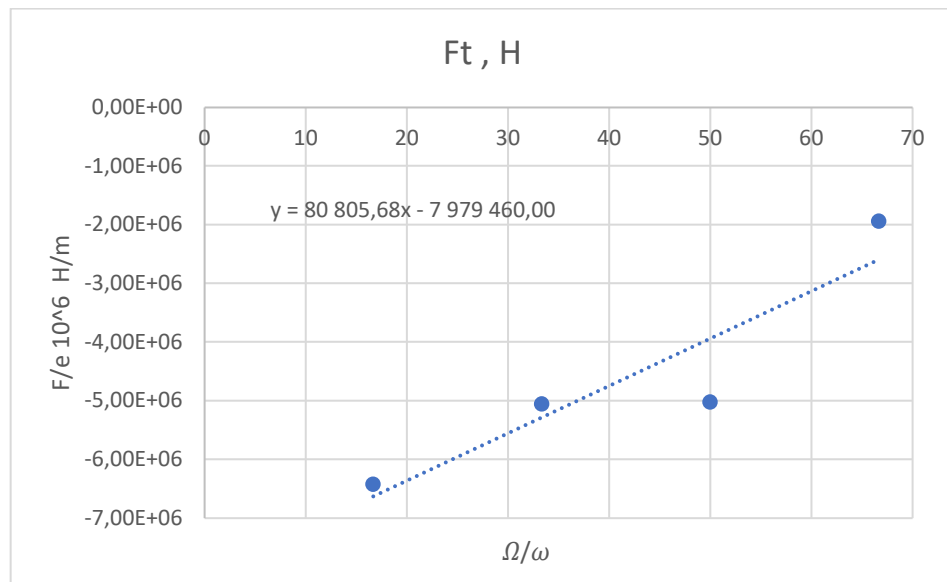
$$\begin{cases} \frac{F_r(\Omega)}{e} = -3547193,33 + 201653,44 * \Omega - 1945,54 * \Omega^2 \\ \frac{F_t(\Omega)}{e} = -7979460,00 + 80805,68 * \Omega \end{cases}, \quad (3.16)$$

На (рис. 3.6 а, б) продемонстровані криві радіальних та окружних сил від відносної частоти прецесії.

За допомогою системи рівнянь (3.16) були отримані значення коефіцієнтів жорсткості, демпфірування та приєднаних мас. Конкретні значення цих коефіцієнтів такі: коефіцієнт приєднаної маси $M = -1,945.54$ кг, коефіцієнт прямої жорсткості $K = 3,547,193.33$ Н/м, коефіцієнт перехресної жорсткості $k = -7,979,460.00$ Н/м, коефіцієнт прямого демпфірування $C = -80,805.68$ Нс/м, коефіцієнт перехресного демпфірування $c = -201,653.44$ Нс/м.



(а) радіальна сила



(б) дотична сила

Рисунок 3.6 – Залежності радіальних та окружних сил (а) і (б) від відносної частоти прецесії

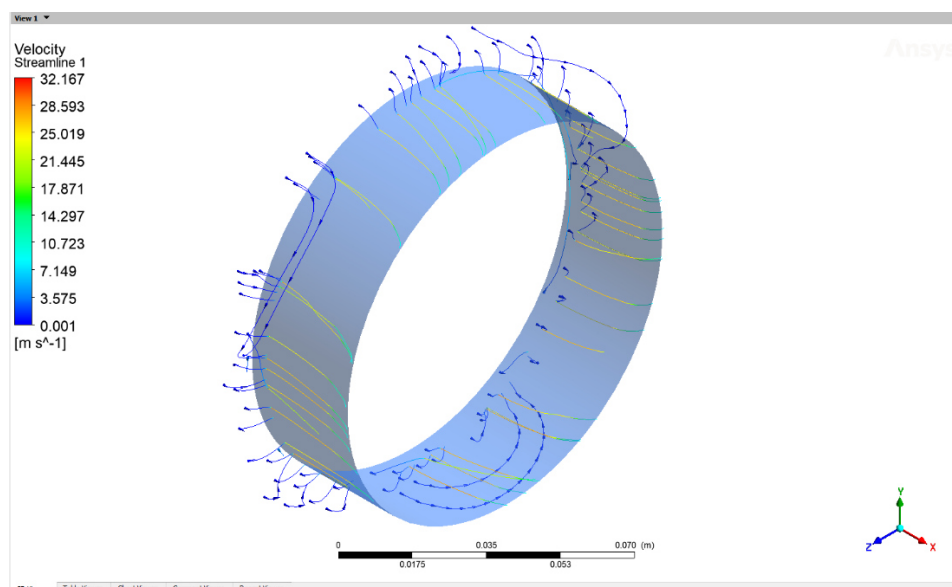


Рисунок 3.7 - Лінії струму для щілини при турбулентному характері течії при обертанні валу $\omega = 314 \text{ c}^{-1}$

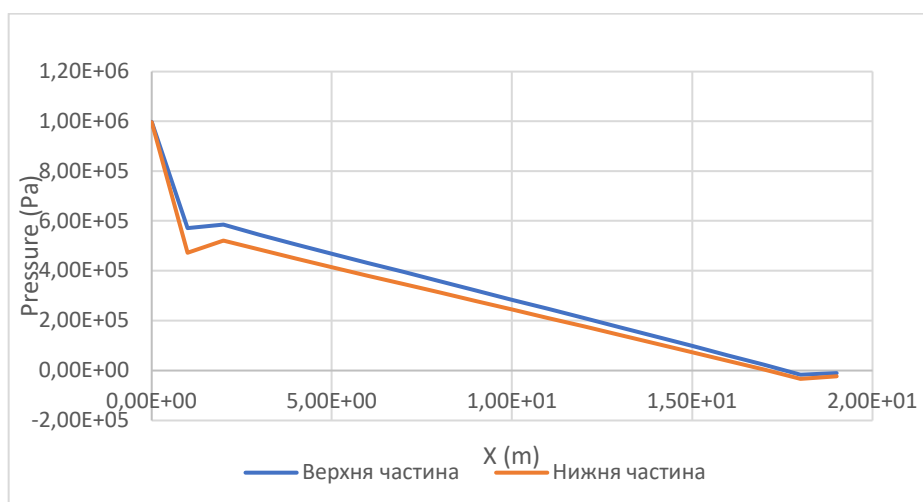


Рисунок 3.8 – Розподіл тиску в динамічній постановці плаваючого ущільнення

ВИСНОВКИ

В дипломній роботі наведені результати теоретичних та експериментальних досліджень ротородинамічних характеристик плаваючих ущільнень. Розглянуті методи розрахунків статичних та динамічних характеристик плаваючих ущільнень які дозволяють зробити нові і покращити стандартні конструкції ущільнень та підвищити їх герметичність та вібронадійність в відцентрових насосах. За результатами досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Плаваючі кільцеві ущільнення - це комбінація кільцевих і механічних ущільнень. Якщо гідродинамічні сили, що виникають в кільцевій порожнині, перевищують сили тертя на торцях, кільце може самовирівнюватися щодо осі і працювати безконтактно. Контактний тиск знаходиться коефіцієнтом навантаження $k = S_1 / S_c$. Кільце пов'язане з валом системою гідродинамічних сил і моментів, що генеруються в кільцевій порожнині, і коливається під впливом кінематичного збудження від вала.

2. Нерухомий розв'язок кільця виконується як складання рівнянь рівноваги системи сил і моментів, що діють на кільце. Умова самовстановлення виражається рівнянням (2.8) і нерівністю $\varepsilon_{min} \geq 0,46$ для розрахованих формоутворюючих параметрів, а допустимі значення ексцентриситету знаходяться в діапазоні $\varepsilon_* \leq 0,5 \div 0,7$. Відносний ексцентриситет не може перебільшувати 0,7. Якщо друга умова не виконується, кільце не може бути відцентроване гідродинамічними силами. Умовою нерухомої стійкості є позитивне значення статичного коефіцієнта (2.10), яке в разі його невиконання означає, що кільце не буде працювати, якщо не буде відкрито торцеве з'єднання. Під час роботи насоса розмикання і замикання торців відбувається час від часу, що може призвести до втомного руйнування. Тому потрібно додаткові заходи для виконання вимог статичної стійкості.

3. Структура амплітудної та фазової частотних характеристик чітко показує радіальне зміщення кільця, на яке впливає радіальне та кутове зміщення вала. Аналіз динамічної стійкості показує, що перекіс θ_1 і поширення $\theta_2 < 0$ звужують область динамічної стійкості, в той час як коефіцієнт змішування, радіальна і кутова гідростатична жорсткість і коефіцієнт демпфування стабілізують кільце.

4. Застосування нових методів розрахунків статичних та динамічних характеристик плаваючих ущільнень дозволяє досягти кращої адаптації до умов роботи насоса. Це допомагає знизити тертя, підвищити ефективність та продовжити термін служби ущільнень. Це важливо для забезпечення стабільності роботи насоса та запобігання небажаному зносу чи пошкодженню ущільнень

5. Висновки досліджень можуть бути використані при проектуванні та виробництві відцентрових насосів з метою поліпшення їхньої ефективності, надійності та тривалості роботи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Колеченко Б. О., студент, група КМ-91/1; Позовний О. О., к.т.н., асистент, каф. КМ ім. В. Марцінковського, СумДУ, м. Суми
2. Müller, H. K., and Nau B. S., 1998, Fluid Sealing Technology-Principles and Applications, Marcel Dekker, New York.
3. Amoser M. Strömungsfelder und Radikalkräfte in Labyrinthdichtungen hydraulischer Strömungsmaschinen: Doctoral Thesis: Zürich, 1995.
4. Amoser M., Staubli T. Three-dimensional flow phenomena in labyrinth seals. The Ninth Conference on Fluid Machinery: Budapest. 1991 P. 1-9.
5. Childs D.W. Finite-length Solutions for the Rotordynamic Coefficients of Constant Clearance and Convergent-Tapered Annular Seals. 3rd Int. Conf. Vibr. Rotat. Mach Int. Conf. Heslington 11-13 Sept. 1984. London. P. 223-231.
6. Nelson C., Nguyen D. Analysis of Eccentric Annular Incompressible Seals: Part 1 - A New Solution Using Fast Fourier Transforms for Determining Hydrodynamic Force. Journal of Tribology. 1988. 110. P. 354-359.
7. Nelson C., Nguyen D. Analysis of Eccentric Annular Incompressible Seals: Part 2 – Effects of Eccentricity on Rotordynamic Coefficients. Journal of Tribology. 1988. 110. P. 361-366.
8. Dietzen F.J., Nordmann R. Calculating Rotordynamic Coefficients of Seals by Finite- Difference Techniques. ASME J. of Tribology. July. 1987. Vol. 109. P. 388-393.
9. Simon F., Frene J. Analysis for Incompressible Flow in Annular Pressure Seals. Journal of Tribology. 1992. 114(3). 431. P. 431-438. doi:10.1115/1.2920902.
10. Позовний, О. О. Вплив багатошпаринних ущільнень на герметичність та вібронадійність відцентрових насосів : дис. ... д-ра філософії : 133. Суми, 2021. 181 с.

- 11.** Zirkelback, N., San Andrés, L. Bulk-Flow Model for the Transition to Turbulence Regime in Annular Seals. *STLE Tribology Transactions*. 39. P. 835- 842.
- 12.** Black H.F., Allaire, P., and Barret, L. Inlet Flow Swirl in Short Turbulent Annular Seal Dynamics. In *Ninth International Conference on Fluid Sealing*. Noordwijkerhout, Netherlands. 1981. P. 141-152.
- 13.** Kanemori Y. Iwatsubo T. Experimental Study of Dynamic Fluid Forces and Moments for a Long Annular seals. *ASME Journal of Tribology*, 1992, T.114, P.773-778.
- 14.** Arghir, M., Nguyen, M. -, Tonon, D., & Dehouve, J. (2012). Analytic modeling of floating ring annular seals. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134(5) doi:10.1115/1.4004728
- 15.** Баєнко О. В. «Статичний та динамічний розрахунок ущільнень з плаваючими кільцями»: робота на здобуття кваліфікаційного рівня магістра: спец. 131 - прикладна механіка / наук. кер. О. О. Позовний. Суми: Сумський державний університет, 2022. 58 с.