

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Сумський державний університет
Факультет технічних систем та енергоефективних технологій
Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

_____ Андрій ЗАГОРУЛЬКО
(підпис)

_____ 2023 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на здобуття освітнього ступеня бакалавр

зі спеціальності 131 Прикладна механіка, освітньо-професійної програми «Комп'ютерний інжиніринг в механіці» на тему: Побудова дискретних моделей ротора турбокомпресора С325 ГЦ2-650/6-56М12 для дослідження його динаміки.

Здобувача групи КМ-91-1 ТКАЧЕНКА Володимира Володимировича.

Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Володимир ТКАЧЕНКО
(підпис)

Керівник: професор, д.т.н., професор Віталій СИМОНОВСЬКИЙ

_____ (підпис)

АНОТАЦІЯ

Дипломна робота бакалавра: 42 с., 6 рис., 3 табл., 12 джер.

Об'єкт дослідження – відцентровий компресор С325 ГЦ2-65 6/6 56М12.

Мета роботи – розрахунок власних частот і форм коливань ротора, створення дискретної нелінійної трьох масової моделі динаміки ротора турбокомпресора для аналізу стійкості і нелінійних коливань.

Методи дослідження – чисельний: використання програмного комплексу MathCAD для розрахунку власних частот та форм ротора компресора; метод розрахунку еквівалентних мас трьох масової дискретної моделі; метод розрахунку власних частот і форм дискретних лінійних динамічних систем.

В роботі були поставлені наступні задачі:

1. За допомогою методу скінченних елементів оцінити дискретну 3-масову модель ротору.
2. Побудувати дискретні лінійну і нелінійну моделі коливань ротора відцентрового компресору С325 ГЦ2-65 6/6 56М12 КС «Газлі».

На основі отриманих розрахунків побудовано трьох масову дискретну динамічну модель ротора, яку в подальшому можна використати для аналізу стійкості та нелінійних коливань ротора.

ДИСКРЕТНА МОДЕЛЬ РОТОРА, ОБЛАСТЬ СТІЙКОСТІ,
ЦИРКУЛЯЦІЙНА СИЛА, ТРЬОХМАСОВА МОДЕЛЬ РОТОРА

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень.....	5
Вступ.....	6
1. Розрахунок власних частот і форм роторної системи турбокомпресора	
1.1. Об'єкт дослідження.....	12
1.2. Розрахунок власних частот і форм СЕ-моделі ротора.....	16
1.3. Висновки.....	20
2. Розрахунок еквівалентних мас 3-масової моделі ротора.	
2.1. Методика розрахунку еквівалентних мас 3-масової моделі ротора.	21
2.2. Розрахунок еквівалентних мас.....	23
2.3. Висновки.....	29
3. Побудова дискретних моделей динаміки ротора турбокомпресора.	
3.1. Побудова лінійної дискретної моделі динаміки ротора турбокомпресора.....	30
3.2. Побудова нелінійної дискретної моделі.....	32
3.3. Висновки.....	33
Висновок.....	34
Список використаних джерел.....	35
Додаток А.....	37
Додаток Б.....	38
Додаток В.....	39
Додаток Г.....	41

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- ω – частота обертання ротора;
- ω_p – робоча частота обертання ротора;
- $\omega_{гр}$ – гранична частота обертання для області стійкості;
- $m_{екв}$ – еквівалентна маса ротора;
- c – жорсткість ротора;
- $q_{пч}$ – коефіцієнт циркуляційної сили в проточній частині;
- E – модуль пружності;
- x_i, y_i – координати мас ротора [$i=1,2,3$];
- m_i – i -та маса дискретної моделі
- ρ – щільність рідини;
- R – характеристичний показник;
- ПК – портативний комп'ютер;
- МСЕ – метод скінченних елементів;
- ЕОМ – електронно-обчислювальна машина.

ВСТУП

Машина, що використовують ротор як основний вузол, вважаються широко поширеним класом машин. Ротор є ключовим елементом в енергетичних машинах, електричних машинах, транспортних машинах та машинах хімічної та текстильної промисловості. Він служить інструментом для перетворення енергії, зокрема у компресорах газокompресорних станцій.

З метою підвищення потужності, швидкості обертання роторів постійно збільшують. Довгий час перша критична частота вважалась максимальною, проте сучасні роторні машини працюють на швидкостях, що перевищують дві або три критичні частоти.

Водночас, ротори можуть стати джерелом шкідливих вібрацій, особливо для самої машини. Вібрації охоплюють різні акустичні ефекти, такі як стукіт, тремтіння, тряска, дзеленчання, гудіння та інші. Ці вібрації є причиною зносу та зменшення надійності і тривалості роботи машин, механізмів, а також будівель і споруд.

Тому технічний рівень роторних машин, зокрема їх віброакустичні характеристики, має велике значення. Під час роботи ротор спричиняє і зазнає коливань різних типів і частот, включаючи радіальні, кутові, крутні та осьові.

Сучасні технології та зростання потужностей у машинобудуванні ставлять нові вимоги до дослідження та розрахунку машин. Зокрема, відцентрові машини, через гідродинамічні процеси в проточній частині, генерують потужні та широкосмугові коливання, відмінні від інших класів машин. Система ущільнень в проточній частині таких машин призводить до втрати стійкості та виникнення нелінійних коливань.

Нові модифікації відцентрових машин працюють на швидкостях, наближених до другої або третьої критичних частот, що ставить вимоги до їх вібронадійності. Для досягнення найвищого рівня надійності необхідно проводити точні динамічні розрахунки на етапі проектування.

Окрім гідродинамічних процесів, значний вплив на динамічний стан ротора мають підшипники та опори валу. Підшипники ковзання широко застосовуються в відцентрових машинах і мають властивості як демпфування, що сприяє стійкості, так і утворення циркуляційних сил, що призводить до втрати стійкості. Крім того, їх жорсткість та демпфіруючі властивості сильно залежать від температури.

Дослідження складних явищ, таких як втрата стійкості багатомасового ротора, є складною задачею навіть для сучасних методів дослідження з використанням комп'ютерних моделей. Існуючі програми розрахунку динаміки роторів, засновані на лінійних моделях, дозволяють визначити критичні частоти та форми коливань, але не здатні передбачити складні явища, такі як втрата стійкості та поява несинхронних складових. Для вивчення динаміки роторів потрібно використовувати дискретні багатомасові моделі та чисельне інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь.

Отже, розуміння динамічного стану роторів є ключовим для вдосконалення роторних машин. Дослідження віброакустичних характеристик та розробка точних динамічних моделей роторів допоможуть підвищити надійність, ефективність та тривалість роботи машин у різних галузях техніки. Такі дослідження враховують різноманітні чинники, включаючи гідродинамічні процеси, вплив підшипників та опорів валу, а також нелінійні ефекти, що виникають при високих швидкостях та потужностях. Застосування точних динамічних моделей і методів чисельного аналізу дозволить здійснювати передбачувані розрахунки та виявляти потенційні проблеми в роторних машинах

на ранніх етапах проектування, що сприятиме поліпшенню їх характеристик та забезпечить більшу надійність та тривалість їх роботи.

Система позначень компресорів відцентрових

Наприклад: С291ГЦ2-395/53-76М13, де:

С - Буква позначає тип компонування компресора в одному корпусі. Відсутність букви відповідає стандартному виконанню компресора з одним вхідним і одним вихідним патрубками.

Виконання двопоточного або багатосекційного корпусу визначається такими буквами:

- Д - двопотоковий компресор;
- П - двосекційний компресор із послідовним розташуванням робочих коліс;
- С - двосекційний компресор із розташуванням робочих коліс "спина до спини";
- Т - трисекційний компресор.

29 - Дві цифри позначають базовий діаметр внутрішньої розточки корпусу компресора, який визначається заокругленим значенням відношення діаметра розточки у міліметрах до числа 50. База 29 у прикладі відповідає діаметру 1450 мм.

1 - Цифра позначає порядковий номер виконання базового корпусу за довжиною. Довжини корпусів збільшуються від порядкового номера 1 до 2, 3.

ГЦ - Дві літери визначають призначення і тип компресора:

- ГЦ - Газовий Відцентровий;
- ВЦ - Повітряний Відцентровий.

2 -

- Цифра 1 - виконання компресора з горизонтальним роз'ємом корпусу.
- Цифра 2 - виконання компресора з вертикальним роз'ємом корпусу (тип "барель").
- Цифра 3 - виконання компресора мультиплікаторного типу.

395 - Число відповідає округленому значенню об'ємної продуктивності,

З приведеної до початкових умов, у м / хв.

53 - Число відповідає округленому значенню номінального початкового тиску (абс.) у кгс/см.

76 - Число відповідає округленому значенню номінального кінцевого тиску (абс.) у кгс/см .

М - Буква М - модифікація компресора, що передбачає різні конструктивні виконання основних вузлів.

13 - Цифра (кілька цифр) визначають вид модифікації компресора:

- 0 - безмастильне виконання (МП+ТГДУ), у разі позначення компресора у безмастильному виконанні без інших модифікацій цифра "0" не ставиться;
- 1 - кінцеві ущільнення - ТГДУ;
- 2 - напрямок обертання ротора - проти годинникової стрілки (погляд з боку приводу);
- 3 - розташування вхідного патрубка праворуч (погляд з боку приводу);
- 4 - розташування опорної поверхні лап по поздовжній осі компресора(або нижче осі на товщину лап);
- 5 - розташування приводного кінця ротора з боку вихідного патрубка;
- 6 - наявність приводного і привідного кінців ротора в разі багатокорпусного виконання компресора.

Мета роботи – розрахунок власних частот і форм коливань ротора, створення дискретної нелінійної трьох масової моделі динаміки ротора турбокомпресора для аналізу стійкості і нелінійних коливань.

В роботі були поставлені наступні задачі:

1. За допомогою методу скінченних елементів оцінити дискретну 3-масову модель ротору.
2. Побудувати дискретні лінійну і нелінійну моделі коливань ротора відцентрового компресору С325 ГЦ2-65 6/6 56М12 КС «Газлі».

Об'єкт дослідження – відцентровий компресор С325 ГЦ2-65 6/6 56М12.

Методи дослідження – чисельний: використання програмного комплексу MathCAD для розрахунку власних частот та форм ротора компресора; метод розрахунку еквівалентних мас трьох масової дискретної моделі; метод розрахунку власних частот і форм дискретних лінійних динамічних систем.

На основі отриманих розрахунків побудовано трьох масову дискретну динамічну модель ротора, яку в подальшому можна використати для аналізу стійкості та нелінійних коливань ротора.

Перший розділ присвячений опису об'єкта дослідження.

Другий розділ присвячений розрахунку 3-масової динамічної моделі ротора, визначенню критичних частот та форм коливань .

В третьому розділі було проведено побудову дискретних моделей динаміки ротора турбокомпресора.

1. Розрахунок власних частот і форм роторної системи турбокомпресора

1.1 ОБ'ЄКТ ДОСЛІДЖЕННЯ

В роботі об'єктом дослідження виступає ротор (Рис. 1.1) відцентрового компресору С325ГЦ2-650/6-56М12 КС Газлі (Рис. 1.2). Відцентрові компресори даного класу призначені для перекачування природного газу. Ротори компресорів даного класу – гнучкі, тобто, такі частота обертання ротора яких перевищує 3-ю критичну частоту обертання.

Схему ротору відцентрового компресора наведено на (Рис. 1.3).

Технічні характеристики для відцентрового компресора приведені в таблиці 1.1.



Рис 1.1 –Вигляд ротора відцентрового компресора С325ГЦ2-650/6-56М12

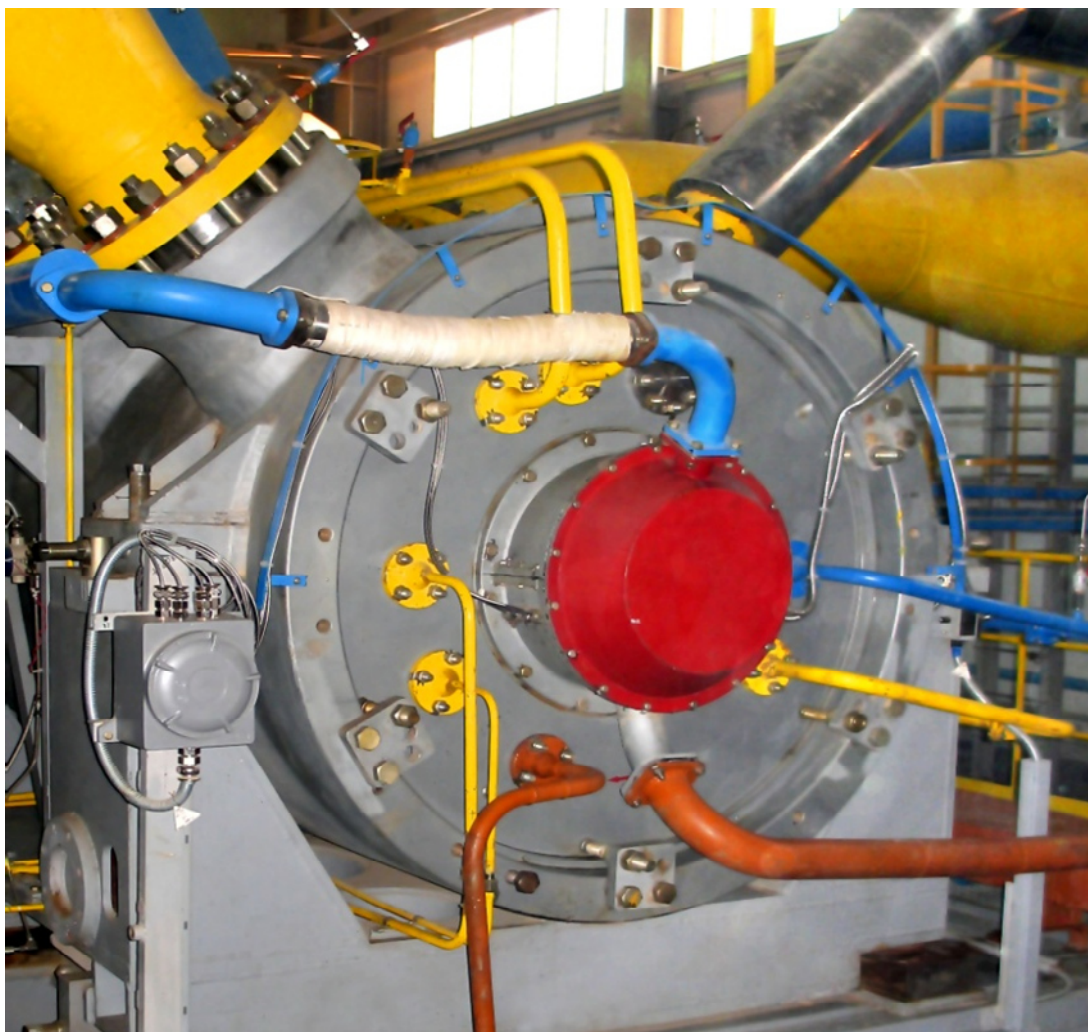


Рис 1.2 – Компресор відцентрового компресору С325ГЦ2-650/6-56М12 КС Газлі

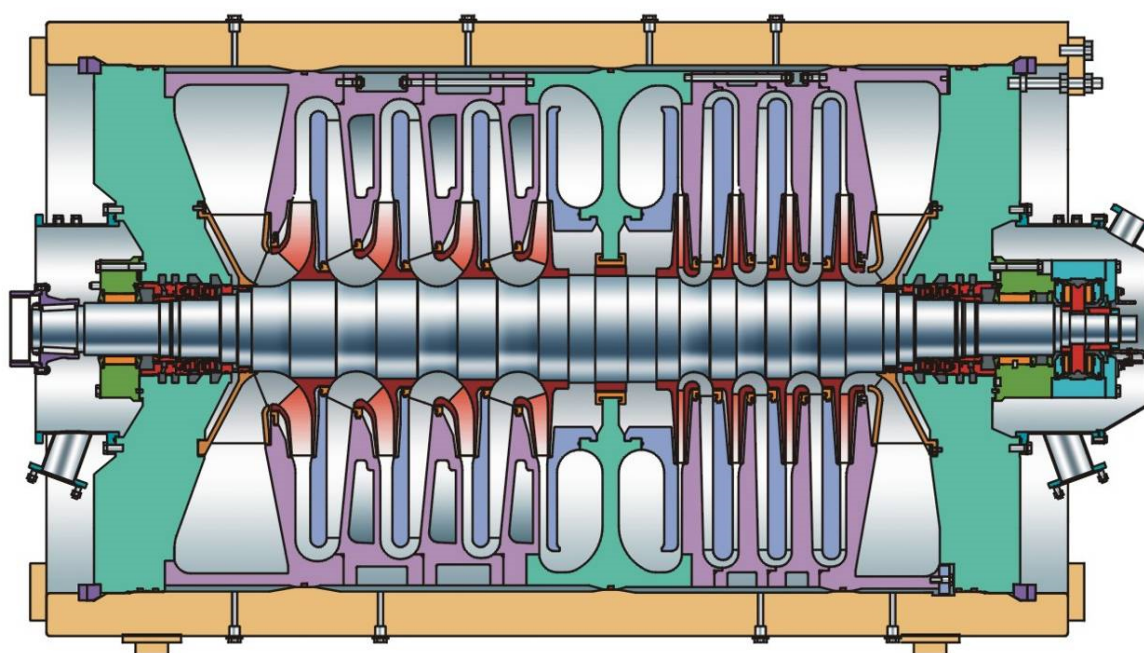


Рис 1.3 – Переріз ротору відцентрового компресора



Рис 1.4 – Корпус відцентрового компресора С325ГЦ2-650/6-56М12 КС Газлі

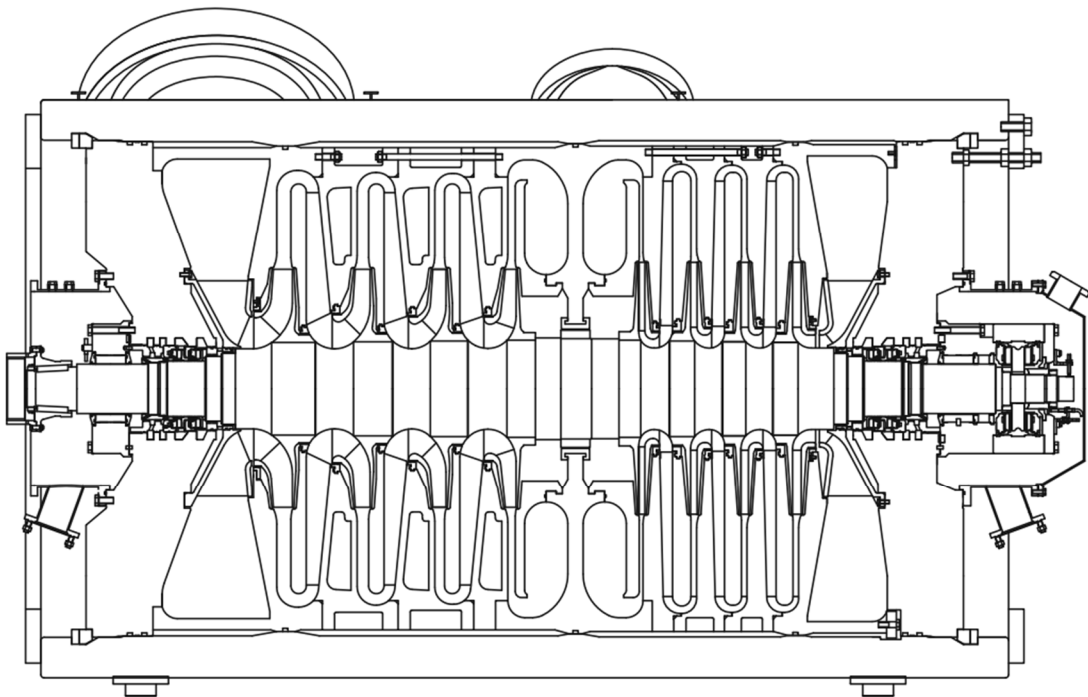


Рис 1.5 – Схема ротору відцентрового компресора

Таблиця 1.1 – Технічні характеристики відцентрового компресора

Параметр	Чисельне значення
Продуктивність, приведена до температури 273 К (0°C) та тиску 0,101 МПа (1,033кг/см ²), м ³ /с (млн.м ³ /добу), не менше	62,5 (5,4)
Об'ємна продуктивність, приведена до початкових умов, м ³ /с (м ³ /хв), не менш	3,97 (238,21)
Початковий абсолютний тиск, МПа (кгс/см ²) номінальний	0,588 (6,0)
Кінцевий абсолютний тиск, МПа (кгс/см ²) номінальний	5,573 (56,81)
Відношення тисків (розрах.)	9,4
Політропний ККД компресора, %, не менше	71
Частота обертання ротора компресора, розрахунк., с ⁻¹ (об/хв)	125 (7500)
Номінальна (розрахункова) потужність, що споживається компресором, МВт	25
Температура газу на вході до компресора, розрахункова, К (°С)	313,15 (40)
Підвищення температури газу в компресорі в номінальному режимі, (розрахункове), °С	116,7
коефіцієнт стисливості за умовами входу в компресор	0,990

1.2 Розрахунок власних частот і форм СЕ-моделі ротора

Для розрахування власних частот та форм коливання ротора скористаємося методом скінченних елементів (МСЕ).

При проведенні розрахунку застосуємо програму створену на базі методу скінченних елементів для балочних систем в програмному комплексі Mathcad.

Було побудовано модель ротора, яка урахувала геометричні параметри ділянок ротора, котрі приведені в додатку А.

Для опису кожної ділянки ротора були використані наступні параметрами: внутрішній та зовнішній діаметр, довжиною валу ротора, коефіцієнт жорсткості на краях ділянки та величина зосередженої точкової маси, густина матеріалу ($\rho = 7.85 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$), модуль пружності ($E = 2.1 \cdot 10^{11} \text{ Па}$).

Розрахункову схему ротора, яка враховує всі перераховані вище параметри наведено на рисунку 1.1.

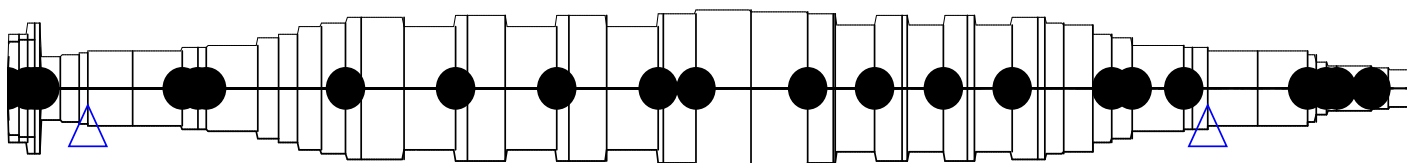


Рис. 1.1 – Розрахункова схема ротора; ● – місце розташування зосередженої точкової маси; Δ – місце розташування пружної опори.

Таблиця 1.2 Значення параметрів ротора

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.03	0.227	0.198	18	0	0	0	0
2	0.021	0.227	0.206	0	0	0	0	0
3	0.015	0.275	0.206	2.5	0	0	0	0
4	0.015	0.275	0.188	2.5	0	0	0	0
5	0.05	0.133	0	12	0	0	0	0
6	0.045	0.139	0	0	0	0	0	0
7	0.022	0.152	0	0	0	0	0	0
8	0.11	0.16	0	0	0	6·10 ⁸	0	0
9	0.12	0.16	0	0	0	0	0	0
10	0.04	0.171	0	2	0	0	0	0
11	0.021	0.176	0	8	0	0	0	0
12	0.125	0.18	0	8	0	0	0	0
13	0.053	0.21	0	0	0	0	0	0
14	0.046	0.23	0	0	0	0	0	0
15	0.058	0.26	0	0	0	0	0	0
16	0.06	0.275	0	0	0	0	0	0
17	0.037	0.3	0	102	0	0	0	0
18	0.105	0.3	0	0	0	0	0	0
19	0.125	0.26	0	0	0	0	0	0
20	0.03	0.305	0	100	0	0	0	0
21	0.096	0.305	0	0	0	0	0	0
22	0.124	0.26	0	0	0	0	0	0
23	0.032	0.31	0	99	0	0	0	0
24	0.089	0.31	0	0	0	0	0	0
25	0.129	0.262	0	0	0	0	0	0
26	0.012	0.315	0	92	0	0	0	0
27	0.08	0.315	0	0	0	0	0	0
28	0.133	0.33	0	22.5	0	0	0	0
29	0.139	0.325	0	0	0	0	0	0
30	0.065	0.315	0	98	0	0	0	0
31	5.9·10 ⁻³	0.315	0	0	0	0	0	0
32	0.095	0.264	0	0	0	0	0	0
33	0.068	0.31	0	99	0	0	0	0
34	0.013	0.31	0	0	0	0	0	0
35	0.089	0.264	0	0	0	0	0	0
36	0.06	0.305	0	100	0	0	0	0
37	0.016	0.305	0	0	0	0	0	0
38	0.092	0.264	0	0	0	0	0	0
39	0.063	0.3	0	102	0	0	0	0
40	0.019	0.3	0	0	0	0	0	0
41	0.044	0.274	0	0	0	0	0	0
42	0.072	0.264	0	0	0	0	0	0
43	0.046	0.23	0	0	0	0	0	0
44	0.053	0.21	0	8	0	0	0	0
45	0.125	0.18	0	8	0	0	0	0
46	0.021	0.176	0	2	0	0	0	0
47	0.04	0.171	0	0	0	0	0	0
48	0.121	0.16	0	0	0	6·10 ⁸	0	0
49	0.122	0.16	0	0	0	0	0	0
50	0.02	0.14	0	1.5	0	0	0	0
51	0.027	0.11	0	0	0	0	0	0
52	0.025	0.092	0	15	0	0	0	0
53	0.086	0.091	0	4.2	0	0	0	0
54	0.04	0.09	0	1.3	0	0	0	0
55	0.055	0.08	0	0	0	0	0	0

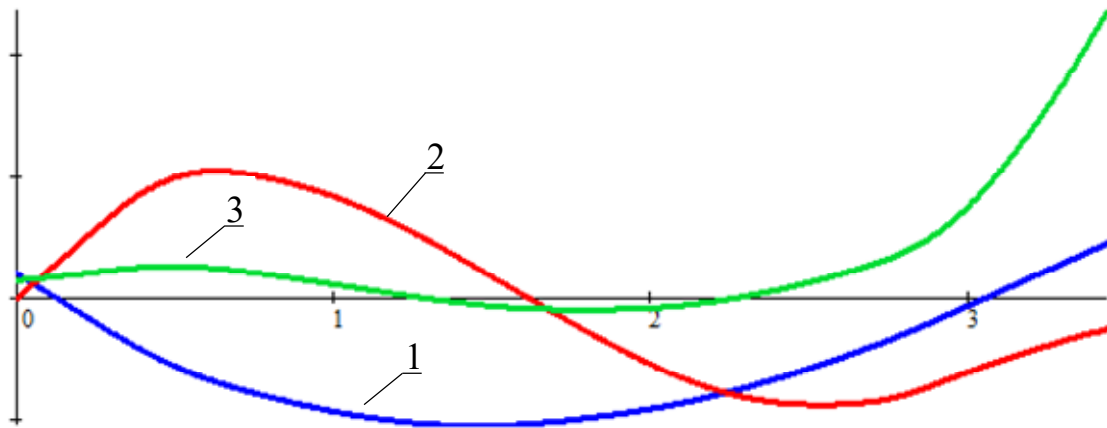


Рисунок 1.2 –Форми власних коливань ротора для перших трьох критичних частот

У наслідку обчислень були отримано перші три критичних частоти

$$\omega = (308 \ 991 \ 1689) \text{ c}^{-1}.$$

та відповідні власні форми коливань ротора.

Таблиця 1.3 - Значення форм вільних коливань ротора для перших трьох критичних частот

$\omega_1 = 308$	$\omega_2 = 991$	$\omega_3 = 1689$
0.039	-3.435e-3	0.027
0.029	0.01	0.029
0.022	0.02	0.03
0.017	0.027	0.031
0.012	0.034	0.031
-4.259e-3	0.057	0.034
-0.019	0.077	0.036
-0.026	0.087	0.038
-0.062	0.137	0.044
-0.097	0.179	0.049
-0.107	0.189	0.05
-0.112	0.194	0.05
-0.139	0.207	0.047
-0.147	0.206	0.045

-0.154	0.203	0.042
-0.162	0.198	0.038
-0.17	0.191	0.034
-0.175	0.186	0.031
-0.187	0.169	0.023
-0.198	0.144	0.013
-0.2	0.137	0.01
-0.206	0.113	2.357e-3
-0.211	0.079	-6.764e-3
-0.212	0.069	-8.826e-3
-0.213	0.042	-0.014
-0.21	2.855e-3	-0.019
-0.21	-8.356e-4	-0.02
-0.206	-0.025	-0.021
-0.199	-0.064	-0.021
-0.188	-0.102	-0.02
-0.183	-0.118	-0.018
-0.182	-0.12	-0.018
-0.172	-0.14	-0.013
-0.164	-0.152	-8.428e-3
-0.163	-0.154	-7.47e-3
-0.151	-0.166	2.314e-4
-0.142	-0.172	6.307e-3
-0.139	-0.173	7.968e-3
-0.125	-0.178	0.019
-0.114	-0.179	0.027
-0.111	-0.179	0.03
-0.103	-0.178	0.036
-0.089	-0.176	0.047
-0.081	-0.173	0.055
-0.07	-0.168	0.065
-0.042	-0.148	0.098
-0.038	-0.144	0.106
-0.028	-0.135	0.121
2.055e-4	-0.113	0.184
0.029	-0.091	0.265
0.034	-0.088	0.279
0.04	-0.083	0.298
0.046	-0.079	0.317
0.066	-0.066	0.388
0.075	-0.061	0.422
0.088	-0.054	0.469

Графіки для власних форм коливання ротора приведені в додатку Б. Таблиці значень функцій форм вільних коливань ротора наведені в Додатку В.

1.3 Висновки

1. У даному розділі було розглянуто скінченну елементну модель ротора, на основі якої розраховано власні частоти та форми коливань для ротора заданого компресора.

2. Було одержано значення перших трьох критичних частот, які дорівнюють:

$$\omega_1 = 308 \text{ c}^{-1}, \omega_2 = 991 \text{ c}^{-1}, \omega_3 = 1689 \text{ c}^{-1}$$

2. РОЗРАХУНОК ЕКВІВАЛЕНТНИХ МАС 3-МАСОВОЇ МОДЕЛІ РОТОРА.

2.1 Методика розрахунку еквівалентних мас 3-масової моделі ротора.

Розрахункова схема 3-масової дискретної моделі ротора наведена на рисунку 2.1. Скориставшись СЕ-моделлю було отримано коефіцієнти впливу λ_{ij} сил F_j прикладених в j -й точці на переміщення x_i i -ї точки. Коефіцієнт λ_{ij} визначається за допомогою програми вимушених коливань ротора, як прогин ротора в i -й точці при прикладеному в j -й точці дисбалансу $D = 1$ та при частоті обертання ротора $\omega = 1$.

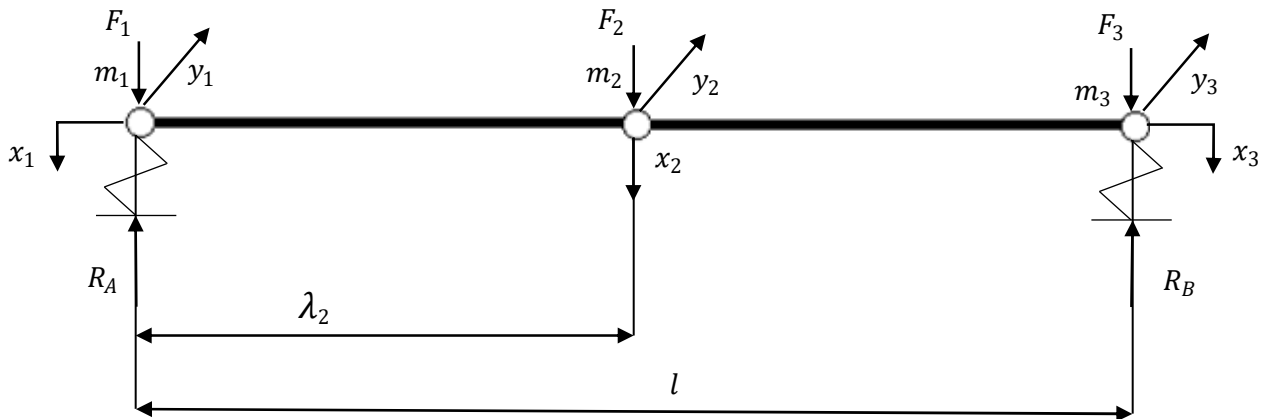


Рис. 2.1 – Розрахункова схема 3-масової дискретної моделі ротора

Запишемо систему диференціальних рівнянь (2.1) вільних коливань ротора в зворотній формі:

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_{11}F_1 + \lambda_{12}F_2 + \lambda_{13}F_3 \\ x_2 = \lambda_{21}F_1 + \lambda_{22}F_2 + \lambda_{23}F_3 \\ x_3 = \lambda_{31}F_1 + \lambda_{32}F_2 + \lambda_{33}F_3 \end{cases} \quad (2.1)$$

В систему диференційних рівнянь (2.1) використовуючи принцип Д'Аламбера підставимо рівність (2.2).

$$F_j = -m_j \cdot x_j \quad \ddot{\quad} \quad (2.2)$$

В результаті підстановки 2.2 в 2.1 маємо систему диференційних рівнянь вільних коливань (2.3) лінійної 3-хмасової моделі ротора.

$$\begin{cases} x_1 = -\lambda_{11}m_1\ddot{x}_1 - \lambda_{12}m_2\ddot{x}_2 - \lambda_{13}m_3\ddot{x}_3 \\ x_2 = -\lambda_{21}m_1\ddot{x}_1 - \lambda_{22}m_2\ddot{x}_2 - \lambda_{23}m_3\ddot{x}_3 \\ x_3 = -\lambda_{31}m_1\ddot{x}_1 - \lambda_{32}m_2\ddot{x}_2 - \lambda_{33}m_3\ddot{x}_3 \end{cases} \quad (2.3)$$

Для знаходження розв'язку коливань дискретних мас x_1, x_2, x_3 подамо рівність у вигляді:

$$\begin{cases} x_1 = B \cdot \sin(\omega t), \\ x_2 = B \cdot \sin(\omega t), \\ x_3 = B \cdot \sin(\omega t), \end{cases} \quad (2.4)$$

Підставивши (3.4) в (3.3) та скоротивши на $\sin(\omega t)$, маємо:

$$\begin{cases} B_1 = \lambda_{11}m_1B_1\omega^2 + \lambda_{12}m_2B_2\omega^2 + \lambda_{13}m_3B_3\omega^2 \\ B_2 = \lambda_{21}m_1B_1\omega^2 + \lambda_{22}m_2B_2\omega^2 + \lambda_{23}m_3B_3\omega^2 \\ B_3 = \lambda_{31}m_1B_1\omega^2 + \lambda_{32}m_2B_2\omega^2 + \lambda m_3B_3\omega^2 \end{cases} \quad (2.5)$$

Введемо заміну $\omega^2 = z$ та згрупуємо:

$$\begin{cases} (\lambda_{11}m_1 - z)B_1 + \lambda_{12}m_2B_2 + \lambda_{13}m_3B_3 = 0 \\ \lambda_{21}m_1B_1 + (\lambda_{22}m_2 - z)B_2 + \lambda_{23}m_3B_3 = 0 \\ \lambda_{31}m_1B_1 + \lambda_{32}m_2B_2 + (\lambda_{33}m_3 - z)B_3 = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

Скоротивши систему рівнянь (2.6) на B_1 прийдемо до вигляду:

$$\begin{cases} (\lambda_{11}m_1 - z) + \lambda_{12}m_2U_2 + \lambda_{13}m_3U_3 = 0 \\ \lambda_{21}m_1 + (\lambda_{22}m_2 - z)U_2 + \lambda_{23}m_3U_3 = 0 \\ \lambda_{31}m_1 + \lambda_{32}m_2U_2 + (\lambda_{33}m_3 - z)U_3 = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

Оскільки з розрахунку скінченної елементної моделі тепер відомі значення власних частот ω_k (а отже, відомі і відповідні Z_k) та відносні амплітуди вільних коливань на власних частотах $U_i^{(k)}$ (i – номер маси; k – номер власної частоти), можемо аналізувати задачу оцінювання, за параметри якої оберемо маси дискретної моделі (2.8).

2.2 Розрахунок еквівалентних мас.

Запишемо рівність (2.7) в наступному вигляді:

$$\bar{D} * \bar{m} = \bar{C} \quad (2.8)$$

Де \bar{D} – матриця розмірністю (9×3) :

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12}U_2^{(1)} & \lambda_{13}U_3^{(1)} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22}U_2^{(1)} & \lambda_{23}U_3^{(1)} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32}U_2^{(1)} & \lambda_{33}U_3^{(1)} \\ \lambda_{11} & \lambda_{12}U_2^{(2)} & \lambda_{13}U_3^{(2)} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22}U_2^{(2)} & \lambda_{23}U_3^{(2)} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32}U_2^{(2)} & \lambda_{33}U_3^{(2)} \\ \lambda_{11} & \lambda_{12}U_2^{(3)} & \lambda_{13}U_3^{(3)} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22}U_2^{(3)} & \lambda_{23}U_3^{(3)} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32}U_2^{(3)} & \lambda_{33}U_3^{(3)} \end{bmatrix}$$

\bar{m} – вектор-стовпець еквівалентних мас розмірністю (3×1):

$$\bar{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_2 \end{pmatrix} \text{ кг}$$

\bar{C} – вектор-стовпець правих частин розмірністю (9×1)

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_1U_2^{(1)} \\ z_1U_3^{(1)} \\ z_2 \\ z_2U_2^{(2)} \\ z_2U_3^{(2)} \\ z_3 \\ z_3U_2^{(3)} \\ z_3U_3^{(3)} \end{bmatrix}$$

Використавши формули для лінійної регресії

$$\bar{m} = [\bar{D}^T \bar{D}]^{-1} \bar{D}^T \bar{C}$$

були отримані значення величин еквівалентних мас для ротора (додаток Г):

$$\bar{m} = \begin{pmatrix} 182.735 \\ 1333 \\ 724.648 \end{pmatrix} \text{ кг}$$

Правильність побудованої трьохмасової моделі ротора було перевірено за допомогою порівнянь значень критичних (власних) частот коливань ротора.

Похибка розрахунків для значень частот СЕ-моделі та 3-масової визначались за формулою (2.9):

$$\varepsilon_k = \frac{\omega_k - \omega_k^*}{\omega_k^*} \% \quad (2.9)$$

де ω_k^* - відповідна критична частота коливань ротора СЕ-моделі

ω_k – критична частота коливань дискретної 3-масової моделі

За допомогою умови нетривіального розв'язку системи (2.7) відносно амплітуд U_k , знайдемо критичні (власні) частоти коливань дискретної трьохмасової моделі з рівняння (2.10):

$$\Delta(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_{11}m_1 - \delta & \lambda_{12}m_2 & \lambda_{13}m_3 \\ \lambda_{21}m_1 & \lambda_{22}m_2 - \delta & \lambda_{23}m_3 \\ \lambda_{31}m_1 & \lambda_{32}m_2 & \lambda_{33}m_3 - \delta \end{bmatrix} = 0 \quad (2.10)$$

Результатом розв'язання системи (2.8) є знайдені власні частоти коливань дискретної трьохмасової моделі:

$$\omega_k = \begin{bmatrix} 308.339 \\ 933.382 \\ 1876 \end{bmatrix} \text{ с}^{-1}$$

Відповідні критичні частоти коливань ротора СЕ-моделі:

$$\omega_k^* = \begin{bmatrix} 308 \\ 991 \\ 1689 \end{bmatrix} \text{ c}^{-1}$$

Підставивши отримані значення в рівняння (2.9) маємо наступні значення величини похибки:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0.11 \\ -5.814 \\ 11.083 \end{bmatrix} \% \quad (2.11)$$

З результатів (2.11), які отримані з рівності (2.9) ми бачимо, що величина значень похибки є допустимою, що в свою чергу дозволяє проводити подальші розрахунки. Розрахунки для пошуку похибки наведені в додатку Г.

Знаходження еквівалентних мас за допомогою програми Mathcad

ORIGIN := 1

$$\lambda_{1,1} := 1.667 \times 10^{-9}$$

$$\lambda_{2,1} := 8.966 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{3,1} := 1.084 \times 10^{-15}$$

$$\lambda_{1,2} := 8.966 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{2,2} := 7.832 \times 10^{-9}$$

$$\lambda_{3,2} := 7.701 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{1,3} := 1.081 \times 10^{-15}$$

$$\lambda_{2,3} := 7.701 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{3,3} := 1.667 \times 10^{-9}$$

$$B_{1,1} := 1$$

$$B_{1,2} := 1$$

$$B_{1,3} := 1$$

$$B_{2,1} := 8.192$$

$$B_{2,2} := 0.482$$

$$B_{2,3} := -0.368$$

$$B_{3,1} := 1.077$$

$$B_{3,2} := -1.552$$

$$B_{3,3} := 3.184$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 8.192 & 0.483 & -0.368 \\ 1.077 & -1.552 & 3.184 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} 1.667 \times 10^{-9} & 8.966 \times 10^{-10} & 1.081 \times 10^{-15} \\ 8.966 \times 10^{-10} & 7.832 \times 10^{-9} & 7.701 \times 10^{-10} \\ 1.084 \times 10^{-15} & 7.701 \times 10^{-10} & 1.667 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$$

$$\omega := (308 \ 991 \ 1.689 \cdot 10^3)^T$$

$$\delta_1 := \frac{1}{(\omega_1)^2}$$

$$\delta_2 := \frac{1}{(\omega_2)^2}$$

$$\delta_3 := \frac{1}{(\omega_3)^2}$$

$$C := \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{1,3} \cdot \lambda_{3,1} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,1} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,1} \\ \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{1,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{1,3} \cdot B_{3,3} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,3} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,3} \end{pmatrix}$$

$$D := \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_1 \cdot B_{2,1} \\ \delta_1 \cdot B_{3,1} \\ \delta_2 \\ \delta_2 \cdot B_{2,2} \\ \delta_2 \cdot B_{3,2} \\ \delta_3 \\ \delta_3 \cdot B_{2,3} \\ \delta_3 \cdot B_{3,3} \end{pmatrix}$$

$$\underline{m} := (C^T \cdot C)^{-1} \cdot C^T \cdot D = \begin{pmatrix} 182.735 \\ 1.333 \times 10^3 \\ 724.648 \end{pmatrix}$$

$$C(x) := \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} \cdot m_1 - x & \lambda_{1,2} \cdot m_2 & \lambda_{1,3} \cdot m_3 \\ \lambda_{2,1} \cdot m_1 & \lambda_{2,2} \cdot m_2 - x & \lambda_{2,3} \cdot m_3 \\ \lambda_{3,1} \cdot m_1 & \lambda_{3,2} \cdot m_2 & \lambda_{3,3} \cdot m_3 - x \end{pmatrix}$$

$$f(x) := |C(x)|$$

$$x := f(x) \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 2.8408460492472524431e-7 \\ 0.000001147839163451060151 \\ 0.000010518258467619808797 \end{pmatrix}$$

$$\omega_1 := \sqrt{\frac{1}{x}}$$

$$\omega_1 = \begin{pmatrix} 1.876 \times 10^3 \\ 933.382 \\ 308.339 \end{pmatrix}$$

$$\omega_{1n} := \omega_{1_3} = 308.339$$

$$\omega_{1c} := \omega_1 = 308$$

$$\omega_{2n} := \omega_{1_2} = 933.382$$

$$\omega_{2c} := \omega_2 = 991$$

$$\omega_{3n} := \omega_{1_1} = 1.876 \times 10^3$$

$$\omega_{3c} := \omega_3 = 1.689 \times 10^3$$

$$\eta_1 := \frac{\omega_{1n} - \omega_{1c}}{\omega_{1c}} \cdot 100 = 0.11$$

$$\eta_2 := \frac{\omega_{2n} - \omega_{2c}}{\omega_{2c}} \cdot 100 = -5.814$$

$$\eta_3 := \frac{\omega_{3n} - \omega_{3c}}{\omega_{3c}} \cdot 100 = 11.083$$

2.3. Висновки

У даному розділі описана методика побудови дискретних багато масових моделей ротора відцентрової машини. Виконано конкретний розрахунок еквівалентних мас розглянутого ротора турбокомпресора.

Були отримані системи рівнянь та відповідний характеристичний визначник для дискретної трьохмасової лінійної моделі та нелінійної моделі ротора турбокомпресора.

3. Побудова дискретних моделей динаміки ротора турбокомпресора.

3.1 Побудова лінійної дискретної моделі динаміки ротора турбокомпресора.

Базуючись на отриманих характеристиках трьох масової моделі ротора, можна побудувати дискретну лінійну неконсервативну модель вільних коливань ротора (рис. 3.1), доповнивши систему описуючу трьох масову модель **Ошибка! Источник ссылки не найден.** компонентами, що враховують дію демпфування та циркуляційних сил в двох напрямках:

$$\begin{cases} x_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} (-m_j \cdot \ddot{x}_j - d_j \cdot \dot{x}_j - q_j \cdot y_j) \\ y_i = \sum_{j=1}^3 \alpha_{ij} (-m_j \cdot \ddot{y}_j - d_j \cdot \dot{y}_j - q_j \cdot x_j) \end{cases} \quad (3.1)$$

де d_j – коефіцієнт демпфування на j -й масі
 q_j – коефіцієнт циркуляційних сил в j -й точці.

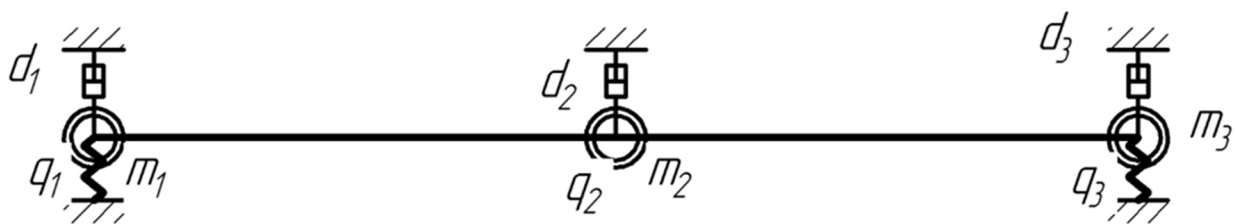


Рисунок 3.1 – Дискретна лінійна трьох масова модель ротора

Точкам 1 та 3 (відповідно коефіцієнти d_1, q_1, d_3, q_3) відповідають коефіцієнти для підшипників, а точці 2 (d_2, q_2) – робочої частини.

$q = 0,5b\omega = \alpha_{ij}\delta\omega d_{\Pi}$ – циркуляційна сила, δ – безрозмірний коефіцієнт циркуляційної сили.

На основі принципу Д'аламбера в рівняннях загального вигляду (3.2) необхідно покласти систему рівнянь (3.1):

$$\begin{aligned} F_{1x} &= -d_{\pi}\dot{x}_1 - \delta\omega d_{\pi}y_1 - m_1\ddot{x}_1; \\ F_{1y} &= -d_{\pi}y_1 + \delta\omega d_{\pi}x_1 - m_1\ddot{y}_1; \\ F_{2x} &= -m_2\ddot{x}_2; \\ F_{2y} &= -m_2\ddot{y}_2; \\ F_{3x} &= -d_{\pi}\dot{x}_3 - \delta\omega d_{\pi}y_3 - m_3\ddot{x}_3; \\ F_{3y} &= -d_{\pi}y_3 + \delta\omega d_{\pi}x_3 - m_3\ddot{y}_3; \end{aligned}$$

Базуючись на системах рівнянь (3.1) та(3.2) складемо систему рівнянь (3.3) :

$$\begin{aligned} X_1 &= \alpha_{1,1}(-d_{\pi}\dot{x}_1 - \delta\omega d_{\pi}y_1 - m_1\ddot{x}_1) + \alpha_{1,2}(-m_2\ddot{x}_2) + \alpha_{1,3}(-d_{\pi}\dot{x}_3 - \delta\omega d_{\pi}y_3 - m_3\ddot{x}_3) \\ Y_1 &= \alpha_{1,1}(-d_{\pi}y_1 + \delta\omega d_{\pi}x_1 - m_1\ddot{y}_1) + \alpha_{1,2}(-m_2\ddot{y}_2) + \alpha_{1,3}(-d_{\pi}y_3 + \delta\omega d_{\pi}x_3 - m_3\ddot{y}_3) \\ X_2 &= \alpha_{2,1}(-d_{\pi}\dot{x}_1 - \delta\omega d_{\pi}y_1 - m_1\ddot{x}_1) + \alpha_{2,2}(-m_2\ddot{x}_2) + \alpha_{2,3}(-d_{\pi}\dot{x}_3 - \delta\omega d_{\pi}y_3 - m_3\ddot{x}_3) \\ Y_2 &= \alpha_{2,1}(-d_{\pi}y_1 + \delta\omega d_{\pi}x_1 - m_1\ddot{y}_1) + \alpha_{2,2}(-m_2\ddot{y}_2) + \alpha_{2,3}(-d_{\pi}y_3 + \delta\omega d_{\pi}x_3 - m_3\ddot{y}_3) \\ X_3 &= \alpha_{3,1}(-d_{\pi}\dot{x}_1 - \delta\omega d_{\pi}y_1 - m_1\ddot{x}_1) + \alpha_{3,2}(-m_2\ddot{x}_2) + \alpha_{3,3}(-d_{\pi}\dot{x}_3 - \delta\omega d_{\pi}y_3 - m_3\ddot{x}_3) \\ Y_3 &= \alpha_{3,1}(-d_{\pi}y_1 + \delta\omega d_{\pi}x_1 - m_1\ddot{y}_1) + \alpha_{3,2}(-m_2\ddot{y}_2) + \alpha_{3,3}(-d_{\pi}y_3 + \delta\omega d_{\pi}x_3 - m_3\ddot{y}_3) \end{aligned}$$

Розв'язок даної системи знаходимо з умови , що:

$$x_i = A_i \sin pt \quad (3.4)$$

Тоді, вводячи заміну (3.4) та скорочуючи на $\sin pt$, приходимо до характеристичного визначника (3.5):

$$\begin{bmatrix} (\alpha_{1,1} \cdot m_1 \cdot p^2 + \alpha_{1,1} \cdot d \cdot p + 1) & (\alpha_{1,1} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{1,2} \cdot m_2 \cdot p^2) & 0 & (\alpha_{1,3} \cdot m_3 \cdot p^2 + \alpha_{1,3} \cdot d \cdot p) & (\alpha_{1,3} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) \\ -(\alpha_{1,1} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{1,1} \cdot m_1 \cdot p^2 + \alpha_{1,1} \cdot d \cdot p + 1) & 0 & (\alpha_{1,2} \cdot m_2 \cdot p^2) & -(\alpha_{1,3} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{1,3} \cdot m_3 \cdot p^2 + \alpha_{1,3} \cdot d \cdot p) \\ (\alpha_{2,1} \cdot m_1 \cdot p^2 + \alpha_{2,1} \cdot d \cdot p) & (\alpha_{2,1} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{2,2} \cdot m_2 \cdot p^2 + 1) & 0 & (\alpha_{2,3} \cdot m_3 \cdot p^2 + \alpha_{2,3} \cdot d \cdot p) & (\alpha_{2,3} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) \\ -(\alpha_{2,1} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{2,1} \cdot m_1 \cdot p^2 + \alpha_{2,1} \cdot d \cdot p) & 0 & (\alpha_{2,2} \cdot m_2 \cdot p^2 + 1) & -(\alpha_{2,3} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{2,3} \cdot m_3 \cdot p^2 + \alpha_{2,3} \cdot d \cdot p) \\ (\alpha_{3,1} \cdot m_1 \cdot p^2 + \alpha_{3,1} \cdot d \cdot p) & (\alpha_{3,1} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{3,2} \cdot m_2 \cdot p^2) & 0 & (\alpha_{3,3} \cdot m_3 \cdot p^2 + \alpha_{3,3} \cdot d \cdot p + 1) & (\alpha_{3,3} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) \\ -(\alpha_{3,1} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{3,1} \cdot m_1 \cdot p^2 + \alpha_{3,1} \cdot d \cdot p) & 0 & (\alpha_{3,2} \cdot m_2 \cdot p^2) & -(\alpha_{3,3} \cdot d \cdot \delta \cdot \omega) & (\alpha_{3,3} \cdot m_3 \cdot p^2 + \alpha_{3,3} \cdot d \cdot p + 1) \end{bmatrix}$$

- де $d=d_{\text{п}}$ -коефіцієнт демпфування, δ -безрозмірний коефіцієнт циркуляційної сили, $\omega = \omega_1 \bar{\omega}$ – робоча частота обертання, де ω_1 – перша власна частота обертання ротора. Визначник (3.5) далі використовуються для дослідження областей стійкості обертання ротора [11].

3.2. Побудова нелінійної дискретної моделі.

Якщо в системі (3.1) покласти

$$F_{1x} = -m_1 \omega_{\text{н}} \frac{d^2 x_1}{d\tau^2} - d_{\text{п}} \omega_{\text{н}} \frac{dx_1}{d\tau} - f \cdot (x_1^2 + y_1^2) \cdot x_1 - q_{\text{п}} y_1,$$

$$F_{2x} = -m_2 \omega_{\text{н}} \frac{d^2 x_2}{d\tau^2} + m_2 e \omega_{\text{отн}}^2 \omega_{\text{н}}^2 \cos \omega_{\text{отн}} \tau - q_{\text{пч}} y_2,$$

$$F_{3x} = -m_3 \omega_{\text{б}} \frac{d^2 x_3}{d\tau^2} - d_{\text{п}} \omega_{\text{н}} \frac{dx_3}{d\tau} - f \cdot (x_3^2 + y_3^2) \cdot x_3 - q_{\text{п}} y_3,$$

$$F_{1y} = -m_1 \omega_{\text{н}} \frac{d^2 y_1}{d\tau^2} - d_{\text{п}} \omega_{\text{н}} \frac{dy_1}{d\tau} - f \cdot (y_1^2 + x_1^2) \cdot y_1 + q_{\text{п}} x_1,$$

$$F_{2y} = -m_2 \omega_{\text{н}} \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} + m_2 e \omega_{\text{отн}}^2 \omega_{\text{н}}^2 \sin \omega_{\text{отн}} \tau + q_{\text{пч}} x_2,$$

$$F_{3y} = -m_3 \omega_{\text{н}} \frac{d^2 y_2}{d\tau^2} - d_{\text{п}} \omega_{\text{н}} \frac{dy_{\text{н}}}{d\tau} - f \cdot (y_5^2 + x_5^2) \cdot y_5 + q_{\text{п}} x_5,$$

то отримаємо нелінійну дискретну модель вимушених коливань ротора, де дисбаланс прикладено в точці другої маси, а нелінійність врахована у квазіупругих реакціях підшипників. Така модель може бути використана у подальшому для дослідження вимушених нелінійних коливань ротора шляхом чисельного інтегрування та спектрального аналізу отриманих результатів, як це було виконано, наприклад, в роботах [9,10,11].

3.3 Висновки

1. В даному розділі було отримано систему рівнянь вільних коливань трьохмасової дискретної моделі ротора відцентрового компресору, скориставшись якою в подальшому було знайдено значення величин дискретних мас за формулою лінійної регресії для перших трьох критичних частот.
2. Було проведено оцінку похибки розрахунку для власних (критичних) частот для скінченної елементної моделі й трьохмасової дискретної моделі ротора. Величина похибки для перших трьох критичних частот є наступною: 0.11%, -5.8% й 11.08%.

ВИСНОВОК

У цій роботі було розглянуто скінченну елементну модель ротора, на основі якої розраховано власні частоти та форми коливань для ротора заданого компресора. Було одержано значення перших трьох критичних частот.

Також, була описана методика побудови дискретних багато масових моделей ротора відцентрової машини. Виконано конкретний розрахунок еквівалентних мас розглянутого ротора турбокомпресора. Були отримані системи рівнянь та відповідний характеристичний визначник для дискретної трьохмасової лінійної моделі та нелінійної моделі ротора турбокомпресора.

Крім того, було отримано систему рівнянь вільних коливань трьохмасової дискретної моделі ротора відцентрового компресору, скориставшись якою в подальшому було знайдено значення величин дискретних мас за формулою лінійної регресії для перших трьох критичних частот. Було проведено оцінку похибки розрахунку для власних (критичних) частот для скінченної елементної моделі й трьохмасової дискретної моделі ротора.

На основі отриманих розрахунків побудовано трьох масову дискретну динамічну модель ротора, яку в подальшому можна використати для аналізу стійкості та нелінійних коливань ротора.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. В. І. Симоновський. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними. – Суми, вид-во СумДУ, 2010. – 91 с.
2. Павленко І.В., Симоновський В.І. Комп'ютерна програма «Critical frequencies of the rotor». Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №59855 від 27.05.2015.
3. Исследование устойчивости ротора на сегментных подшипниках / Л. Ю. Равлюк, В. И. Симоновский, Д. В. Лейких // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. – 2011. – № 4. – С. 83–87.
4. Марцинковский В.А. Динамика роторов центробежных машин / Марцинковский В.А./ Сумы 2012
5. Симоновский В.И. Устойчивость и нелинейные колебания роторов центробежных машин / В.И. Симоновский. – М. : Изд-во «Вища школа», 1986. – 128 с.
6. Симоновський В.И. Динамика роторов центробежных машин / В.И. Симоновський. – Сумы: СумГУ, 2006. – 126 с.
7. Симоновський В. І. Оцінювання коефіцієнтів математичних моделей за експериментальними даними. Теорія і практика. / В.І. Симоновський. – Суми, 2015. – 120 с.
8. Равлюк, Л.Ю. Разработка нелинейной математической модели ротора турбокомпрессора, вращающегося в сегментных подшипниках [Текст] / Л.Ю. Равлюк, В.И. Симоновский // Вісник Сумського державного університету. Серія Технічні науки. — 2012. — № 2. — С. 84-89.
9. Павленко І.В., Симоновський В.І. Комп'ютерна програма «Forced oscillation of the rotor». Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №61788 від 23.09.2015.

10. Спицын Н.А. Опоры валов и осей машин и приборов. М.: Машиностроение, 1970. 570с.
11. Симоновський В.І. Оцінювання параметрів динамічних моделей роторів / Симоновський В.І., Хворост В.А.. – Суми: СумДУ, 2002. – 144 с.
12. Бабаков И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. – М.: Наука, 1968. – 560 с.

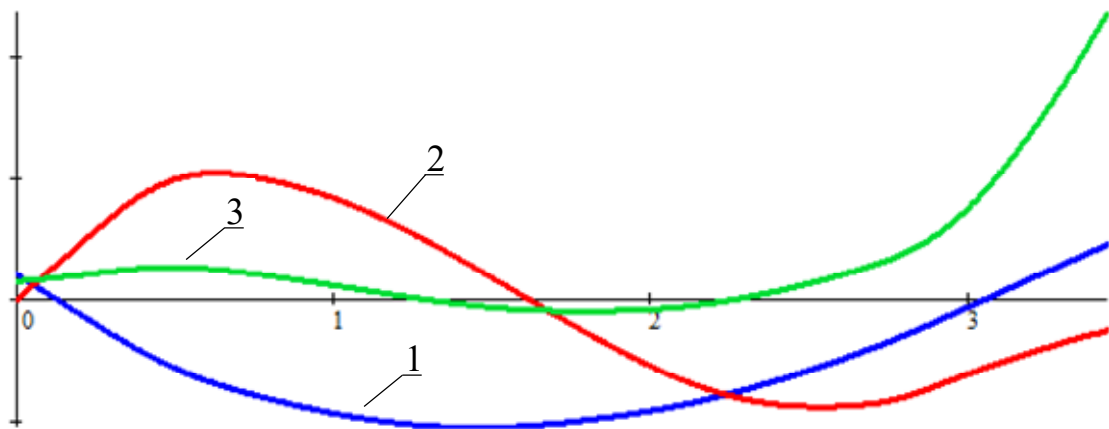
Додаток А

Значення параметрів ротора

A :=

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.03	0.227	0.198	18	0	0	0	0
2	0.021	0.227	0.206	0	0	0	0	0
3	0.015	0.275	0.206	2.5	0	0	0	0
4	0.015	0.275	0.188	2.5	0	0	0	0
5	0.05	0.133	0	12	0	0	0	0
6	0.045	0.139	0	0	0	0	0	0
7	0.022	0.152	0	0	0	0	0	0
8	0.11	0.16	0	0	0	6·10 ⁸	0	0
9	0.12	0.16	0	0	0	0	0	0
10	0.04	0.171	0	2	0	0	0	0
11	0.021	0.176	0	8	0	0	0	0
12	0.125	0.18	0	8	0	0	0	0
13	0.053	0.21	0	0	0	0	0	0
14	0.046	0.23	0	0	0	0	0	0
15	0.058	0.26	0	0	0	0	0	0
16	0.06	0.275	0	0	0	0	0	0
17	0.037	0.3	0	102	0	0	0	0
18	0.105	0.3	0	0	0	0	0	0
19	0.125	0.26	0	0	0	0	0	0
20	0.03	0.305	0	100	0	0	0	0
21	0.096	0.305	0	0	0	0	0	0
22	0.124	0.26	0	0	0	0	0	0
23	0.032	0.31	0	99	0	0	0	0
24	0.089	0.31	0	0	0	0	0	0
25	0.129	0.262	0	0	0	0	0	0
26	0.012	0.315	0	92	0	0	0	0
27	0.08	0.315	0	0	0	0	0	0
28	0.133	0.33	0	22.5	0	0	0	0
29	0.139	0.325	0	0	0	0	0	0
30	0.065	0.315	0	98	0	0	0	0
31	5.9·10 ⁻³	0.315	0	0	0	0	0	0
32	0.095	0.264	0	0	0	0	0	0
33	0.068	0.31	0	99	0	0	0	0
34	0.013	0.31	0	0	0	0	0	0
35	0.089	0.264	0	0	0	0	0	0
36	0.06	0.305	0	100	0	0	0	0
37	0.016	0.305	0	0	0	0	0	0
38	0.092	0.264	0	0	0	0	0	0
39	0.063	0.3	0	102	0	0	0	0
40	0.019	0.3	0	0	0	0	0	0
41	0.044	0.274	0	0	0	0	0	0
42	0.072	0.264	0	0	0	0	0	0
43	0.046	0.23	0	0	0	0	0	0
44	0.053	0.21	0	8	0	0	0	0
45	0.125	0.18	0	8	0	0	0	0
46	0.021	0.176	0	2	0	0	0	0
47	0.04	0.171	0	0	0	0	0	0
48	0.121	0.16	0	0	0	6·10 ⁸	0	0
49	0.122	0.16	0	0	0	0	0	0
50	0.02	0.14	0	1.5	0	0	0	0
51	0.027	0.11	0	0	0	0	0	0
52	0.025	0.092	0	15	0	0	0	0
53	0.086	0.091	0	4.2	0	0	0	0
54	0.04	0.09	0	1.3	0	0	0	0
55	0.055	0.08	0	0	0	0	0	0

Додаток Б



Графік. 1.1 –Форми власних коливань ротора для перших трьох критичних частот

Додаток В

Значення форм вільних коливань ротора для перших трьох критичних частот

$\omega_1 = 308$	$\omega_2 = 991$	$\omega_3 = 1689$
0.039	-3.435e-3	0.027
0.029	0.01	0.029
0.022	0.02	0.03
0.017	0.027	0.031
0.012	0.034	0.031
-4.259e-3	0.057	0.034
-0.019	0.077	0.036
-0.026	0.087	0.038
-0.062	0.137	0.044
-0.097	0.179	0.049
-0.107	0.189	0.05
-0.112	0.194	0.05
-0.139	0.207	0.047
-0.147	0.206	0.045
-0.154	0.203	0.042
-0.162	0.198	0.038
-0.17	0.191	0.034
-0.175	0.186	0.031
-0.187	0.169	0.023
-0.198	0.144	0.013
-0.2	0.137	0.01
-0.206	0.113	2.357e-3
-0.211	0.079	-6.764e-3
-0.212	0.069	-8.826e-3
-0.213	0.042	-0.014
-0.21	2.855e-3	-0.019
-0.21	-8.356e-4	-0.02
-0.206	-0.025	-0.021
-0.199	-0.064	-0.021
-0.188	-0.102	-0.02
-0.183	-0.118	-0.018
-0.182	-0.12	-0.018
-0.172	-0.14	-0.013
-0.164	-0.152	-8.428e-3
-0.163	-0.154	-7.47e-3
-0.151	-0.166	2.314e-4
-0.142	-0.172	6.307e-3
-0.139	-0.173	7.968e-3

-0.125	-0.178	0.019
-0.114	-0.179	0.027
-0.111	-0.179	0.03
-0.103	-0.178	0.036
-0.089	-0.176	0.047
-0.081	-0.173	0.055
-0.07	-0.168	0.065
-0.042	-0.148	0.098
-0.038	-0.144	0.106
-0.028	-0.135	0.121
2.055e-4	-0.113	0.184
0.029	-0.091	0.265
0.034	-0.088	0.279
0.04	-0.083	0.298
0.046	-0.079	0.317
0.066	-0.066	0.388
0.075	-0.061	0.422
0.088	-0.054	0.469

Додаток Г

Знаходження еквівалентних мас за допомогою програми Mathcad

ORIGIN:= 1

$$\lambda_{1,1} := 1.667 \times 10^{-9}$$

$$\lambda_{2,1} := 8.966 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{3,1} := 1.084 \times 10^{-15}$$

$$\lambda_{1,2} := 8.966 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{2,2} := 7.832 \times 10^{-9}$$

$$\lambda_{3,2} := 7.701 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{1,3} := 1.081 \times 10^{-15}$$

$$\lambda_{2,3} := 7.701 \times 10^{-10}$$

$$\lambda_{3,3} := 1.667 \times 10^{-9}$$

$$B_{1,1} := 1$$

$$B_{1,2} := 1$$

$$B_{1,3} := 1$$

$$B_{2,1} := 8.192$$

$$B_{2,2} := 0.482$$

$$B_{2,3} := -0.368$$

$$B_{3,1} := 1.077$$

$$B_{3,2} := -1.552$$

$$B_{3,3} := 3.184$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 8.192 & 0.483 & -0.368 \\ 1.077 & -1.552 & 3.184 \end{pmatrix}$$

$$\lambda = \begin{pmatrix} 1.667 \times 10^{-9} & 8.966 \times 10^{-10} & 1.081 \times 10^{-15} \\ 8.966 \times 10^{-10} & 7.832 \times 10^{-9} & 7.701 \times 10^{-10} \\ 1.084 \times 10^{-15} & 7.701 \times 10^{-10} & 1.667 \times 10^{-9} \end{pmatrix}$$

$$\omega := (308 \ 991 \ 1.689 \cdot 10^3)^T$$

$$\delta_1 := \frac{1}{(\omega_1)^2}$$

$$\delta_2 := \frac{1}{(\omega_2)^2}$$

$$\delta_3 := \frac{1}{(\omega_3)^2}$$

$$C := \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{1,3} \cdot \lambda_{3,1} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,1} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,1} \\ \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{1,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{1,3} \cdot B_{3,3} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,3} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,3} \end{pmatrix}$$

$$D := \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_1 \cdot B_{2,1} \\ \delta_1 \cdot B_{3,1} \\ \delta_2 \\ \delta_2 \cdot B_{2,2} \\ \delta_2 \cdot B_{3,2} \\ \delta_3 \\ \delta_3 \cdot B_{2,3} \\ \delta_3 \cdot B_{3,3} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{m}} := (C^T \cdot C)^{-1} \cdot C^T \cdot D = \begin{pmatrix} 182.735 \\ 1.333 \times 10^3 \\ 724.648 \end{pmatrix}$$

$$C(x) := \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} \cdot m_1 - x & \lambda_{1,2} \cdot m_2 & \lambda_{1,3} \cdot m_3 \\ \lambda_{2,1} \cdot m_1 & \lambda_{2,2} \cdot m_2 - x & \lambda_{2,3} \cdot m_3 \\ \lambda_{3,1} \cdot m_1 & \lambda_{3,2} \cdot m_2 & \lambda_{3,3} \cdot m_3 - x \end{pmatrix}$$

$$f(x) := |C(x)|$$

$$x := f(x) \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 2.8408460492472524431e-7 \\ 0.000001147839163451060151 \\ 0.000010518258467619808797 \end{pmatrix}$$

$$\omega 1 := \sqrt{\frac{1}{x}}$$

$$\omega 1 = \begin{pmatrix} 1.876 \times 10^3 \\ 933.382 \\ 308.339 \end{pmatrix}$$

$$\omega 1n := \omega 1_3 = 308.339$$

$$\omega 1c := \omega_1 = 308$$

$$\omega 2n := \omega 1_2 = 933.382$$

$$\omega 2c := \omega_2 = 991$$

$$\omega 3n := \omega 1_1 = 1.876 \times 10^3$$

$$\omega 3c := \omega_3 = 1.689 \times 10^3$$

$$\eta_1 := \frac{\omega 1n - \omega 1c}{\omega 1c} \cdot 100 = 0.11$$

$$\eta_2 := \frac{\omega 2n - \omega 2c}{\omega 2c} \cdot 100 = -5.814$$

$$\eta_3 := \frac{\omega 3n - \omega 3c}{\omega 3c} \cdot 100 = 11.083$$