

PACS numbers: 43.20.Mv; 43.30. – k; 43.30. + m

ОСОБЕННОСТИ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН В ГИДРОАКУСТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

О.Р. Ластовенко, В.А. Лисютин, А.А. Ярошенко

Севастопольский национальный технический университет,
ул. Университетская, 33, 99053, Севастополь, Украина
E-mail: yaroshenko@optima.com.ua

Рассматривается изоскоростной гидроакустический волновод с дном, состоящим из жидкого промежуточного слоя и полупространства. Учитывается затухание в слое и полупространстве. Определяются критические частоты мод в зависимости от толщины слоя. Рассчитываются частотные характеристики волновых чисел, модуля и фазы коэффициента отражения, входного импеданса дна, модальных коэффициентов поглощения, фазовой и групповой скоростей нормальных волн.

Ключевые слова: НОРМАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ, ГИДРОАКУСТИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД, ДИССИПАТИВНАЯ МОДА, ЗАХВАЧЕННАЯ МОДА, ВХОДНОЙ ИМПЕДАНС, КОЭФФИЦИЕНТ ОТРАЖЕНИЯ, КРИТИЧЕСКАЯ ЧАСТОТА, ПОКАЗАТЕЛЬ ПОГЛОЩЕНИЯ.

(Получено 14.02.2009, в отредактированной форме –24.07.2009)

1. ВВЕДЕНИЕ

Мелким принято считать море, в котором звуковое поле определяется акустическими характеристиками слоистого дна и профилем скорости звука [1-3]. Тогда «очень мелким» можно назвать море, где влиянием профиля скорости звука можно пренебречь, но необходимо учитывать поглощение акустической энергии в дне. При учёте затухания в средах закон Снеллиуса становится неприменим, и критические частоты мод должны определяться иначе, исходя из условий излучения [4-6]. В этом случае собственные моды для волновода с поглощающим дном разделяются на диссипативные и захваченные. Комплексные волновые числа, соответствующие собственным модам, являются решениями дисперсионного уравнения, и для них выполняется условие излучения, однако для диссипативных мод угол скольжения эквивалентного луча оказывается больше критического [6].

Для объяснения экспериментально обнаруженных эффектов при распространении акустических волн в мелком море использовались модели горизонтально-слоистых волноводов различной степени сложности с жидким, либо упругим дном [1-3, 7-10]. С целью улучшения адекватности значительное внимание уделялось и учету профиля скорости звука, и слоистости дна [11, 12].

При учете затухания в средах определяющее влияние на акустическое поле должны оказывать слои, расположенные выше слоя, в котором волна испытывает наибольшее ослабление. Модель дна в виде промежуточного слоя и полупространства соответствует илу на песчано-ракушечном основании. Скорость звука в илистом слое может быть несколько больше или меньше скорости звука в воде, а его толщина сравнима с глубиной водного слоя. Такой промежуточный слой будет оказывать сложное влияние на распространение акустических волн в волноводе [13].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Модель волновода состоит из изоскоростного водного слоя «1» глубиной h , промежуточного донного слоя «2» толщиной d и жидкого полупространства «3». Скорости звука в средах «1», «2», «3» и их плотности - c_1, c_2, c_3 и ρ_1, ρ_2, ρ_3 соответственно, причем $c_1 \leq c_2 < c_3$ или $c_2 \leq c_1 < c_3$ и $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$. Затухание в средах «2» и «3» характеризуется тангенсами углов потерь γ_2 и γ_3 . Отсчет глубины z ведется от поверхности, положительное направление оси - вниз.

Для исследования частотных характеристик нормальных волн дисперсионное уравнение, определяющее положение полюсов, удобно записать в виде [7]

$$1 + V \exp(2ib_1h) = 0, \quad (1)$$

где b_1 - вертикальное волновое число в водном слое, V - коэффициент отражения от слоистого дна.

Критерии, на основе которых мода классифицируется как «собственная» для волновода с поглощающим дном, следующие: существует полюс, определяемый из (1), и мнимая часть вертикального волнового числа в полупространстве отрицательная [6].

3. ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН

Для численного решения уравнение (1) было преобразовано к виду

$$-2hb_{1l} + (2l - 1)\pi - i\ln(V) = 0, \quad (2)$$

где $l = 1, 2, 3, \dots$ - номер моды. Коэффициент отражения V и входной импеданс дна Z_{ex} рассчитывались по формулам [6,14]:

$$V = \frac{Z_{ex} - Z_1}{Z_{ex} + Z_1}, \quad Z_{ex} = \frac{Z_3 - iZ_2 \operatorname{tg}(b_2d)}{Z_2 - iZ_3 \operatorname{tg}(b_2d)} Z_2, \quad (3)$$

где b_2 - вертикальное волновое число в промежуточном слое «2», $Z_{1,2,3} = \omega\rho_{1,2,3}/b_{1,2,3}$ - импедансы слоев «1», «2» и полупространства «3». Вертикальные волновые числа в промежуточном слое и полупространстве в (3) были выражены через $b_1 = b_{1l}$ с помощью соотношений:

$$b_2 = b_{2l} = \sqrt{k_2^2 - \xi_l^2}, \quad b_3 = b_{3l} = \sqrt{k_3^2 - \xi_l^2}, \quad \xi_l = -\sqrt{k_1^2 - b_{1l}^2}, \quad (4)$$

где ξ_l - горизонтальное волновое число. Волновые числа в водном, промежуточном слоях и полупространстве задавались в виде: $k_1 = \omega/c_1$, $k_2 = \omega/c_2 - i\gamma_2$, $k_3 = \omega/c_3 - i\gamma_3$.

Уравнение (2) решалось методом секущих [15]. Начальные приближения корней $0,5l\pi/h$ and $l\pi/h$.

На рис. 1 показан 2-й квадрант комплексной плоскости горизонтально-волновых чисел и полюсы, соответствующие собственным модам на частоте $f = 500$ Гц для волновода с параметрами: $h = 20$ м, $d = 25$ м, $c_2/c_1 = 1,02$, $c_3/c_1 = 1,28$, $\rho_2/\rho_1 = 1,4$, $\rho_3/\rho_1 = 1,9$, $\gamma_2 = 0,001$, $\gamma_3 = 0,01$ (кружки), $\gamma_2 = 0,01$, $\gamma_3 = 0,02$ (точки). Вертикальными пунктирными линиями отмечены разрезы Пекериса, выходящие из точек ветвления второго и третьего радикалов в (4). При меньшем затухании (кружки) собственных мод - 13,

из них 5 диссипативных, при большем затухании (точки) число собственных мод - 16, из них 8 диссипативных. Из рис. 1 видно, что полюсы не сгруппированы только между разрезами Пекериса, а располагаются вдоль гиперболической линии, аналогичной разрезу Юинга-Жардецки-Пресса [5, 6, 16].

На рис. 2 показаны частотные зависимости действительных и мнимых частей вертикальных волновых чисел в полупространстве и водном слое для волновода с $\gamma_2 = 0,01$, $\gamma_3 = 0,03$ (остальные параметры те же).

По горизонтали - параметрическая частота $k_1 h \nu / \pi$, $\nu = \sqrt{1 - (c_1/c_3)^2}$. Из рис.2а видно, как изменяется $\text{Im}(b_{3l})$ при приближении к критической частоте, где $\text{Im}(b_{3l}) = 0$.

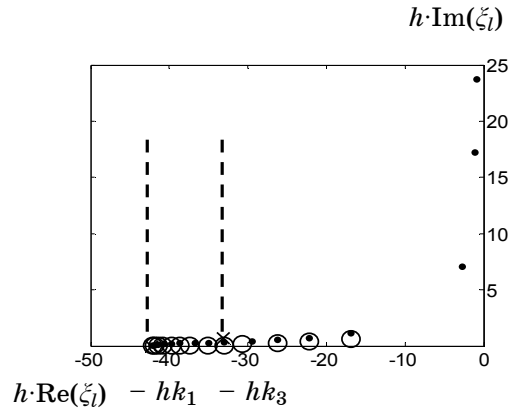


Рис. 1 - Расположение полюсов на плоскости горизонтально-волновых чисел для двух значений угла потерь

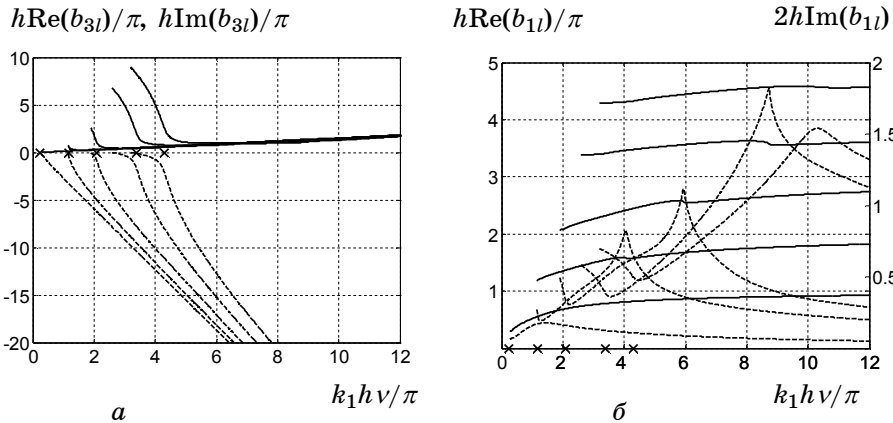


Fig. 2 - Частотные зависимости действительных и мнимых частей вертикальных волновых чисел: в полупространстве (а), в водном слое (б). × - критическая частота для волновода без поглощения, — — Re(b), and - - - Im(b)

Выражение для поля в полупространстве имеет вид [7]: $p_{3l} = p_{2l}(h + d)\exp(-ib_{3l}(z - h - d))$. Разделив действительные и мнимые части b_{3l} , запишем p_{3l} иначе:

$$p_{3l}(z) = p_{2l}(h + d)e^{\text{Im}(b_{3l})(z-h-d)}e^{-i \text{Re}(b_{3l})(z-h-d)} = |p_{3l}| e^{-i \arg(p_{3l})}$$

Можно видеть, что $\text{Im}(b_{3l})$ имеет смысл «вертикального» показателя затухания, а $\text{Re}(b_{3l})$ - вертикальной пространственной частоты нормальной волны. С другой стороны, $\arg(p_{3l}) = \text{Re}(b_{3l})(z - h - d)$ есть начальная фаза мгновенного поля акустического давления, которая не только зависит от

частоты, но и непостоянна по глубине, что означает утечку и диссипацию энергии в полупространстве [17].

На рис. 2б – графики действительных и мнимых частей волновых чисел в водном слое. Значение $h\text{Re}(b_{1l})$ на критической частоте за счёт наличия промежуточного слоя оказывается меньше величины $(2l - 1)\pi/2$, характерной для модели Пекериса [18].

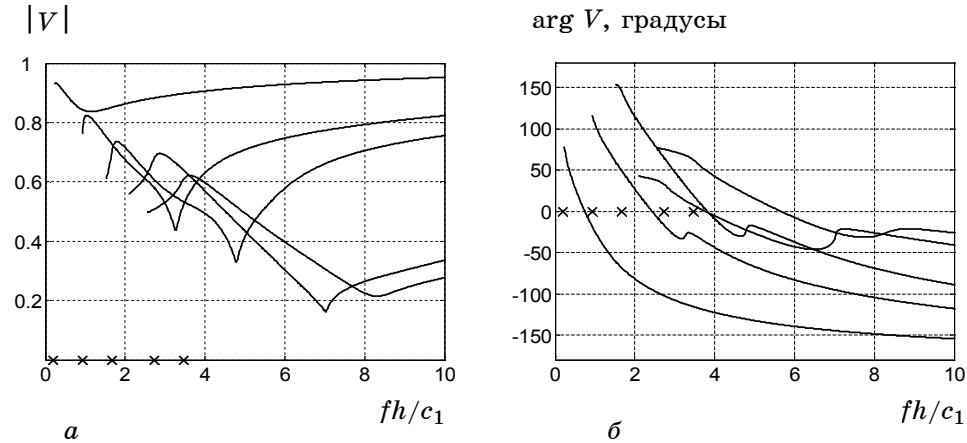


Рис. 3 – Зависимость модуля и фазы коэффициента отражения от частоты. 1-5 моды

Из дисперсионного уравнения (1), представленного в форме

$$V_l = e^{-2h \text{Im}(b_{1l})} e^{i(\pi(2l-1) - 2h \text{Re}(b_{1l}))} = |V_l| e^{i \arg(V_l)},$$

видно, что $\text{Im}(b_{1l})$ определяет модуль коэффициента отражения, а $\text{Re}(b_{1l})$ – его фазу. Возрастание $\text{Im}(b_{1l})$ приводит к уменьшению $|V|$ и увеличению утечки звуковой энергии в дно. На высоких частотах, где $\text{Im}(b_{1l}) \rightarrow 0$, $|V| \rightarrow 1$, а $\arg(V) \rightarrow -\pi$.

Частотные зависимости модуля и фазы коэффициента отражения V от параметра $fh/c_1 = h/\lambda$ (f – частота, λ – длина волны в водном слое) показаны на рис. 3. Модуль коэффициента отражения на определённой частоте имеет минимум, соответствующий максимальной акустической «прозрачности» промежуточного слоя. Минимум возникает за счёт интерференции волн, отраженных от границ раздела водный-промежуточный слой и промежуточный слой-полупространство. Ниже критической частоты для волновода без поглощения (отмечена крестиками на горизонтальной оси) $|V|$ монотонно снижается.

На рис. 4 представлены частотные зависимости входного импеданса дна для 1, 2 моды и вертикальные профили второй моды, рассчитанные по формулам [19]:

в водном слое:

$$p_{1l} = \sin(b_{1l}z),$$

в промежуточном : $p_{2l} = (A \sin(b_{2l}z) + B \cos(b_{2l}z)) \rho_2 / \rho_1$,

где

$$A = \frac{b_{1l}}{b_{2l}} \cos(b_{2l}h) \cos(b_{1l}h) + \frac{\rho_1}{\rho_2} \sin(b_{2l}h) \sin(b_{1l}h),$$

$$B = -\frac{b_{1l}}{b_{2l}} \sin(b_{2l}h) \cos(b_{1l}h) + \frac{\rho_1}{\rho_2} \cos(b_{2l}h) \sin(b_{1l}h).$$

Частотные характеристики входного импеданса дна для первой моды имеют «одногорбый», второй и высших мод – «двугорбый» вид, вследствие упомянутых интерференционных явлений. Увеличение отношения c_2/c_1 приводит к обострению пиков. При увеличении толщины промежуточного слоя экстремум на частотной зависимости импеданса дна для 1-й моды смещается в сторону более высоких частот, что объясняется удалением максимума на профиле моды от границы водный-промежуточный слой.

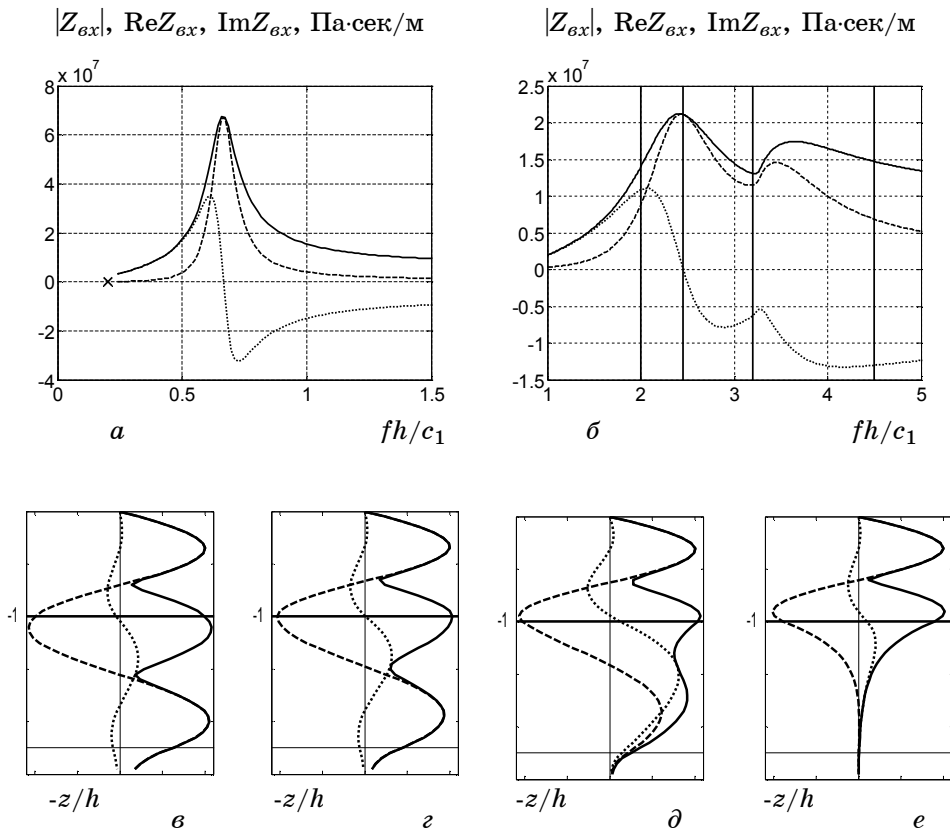


Рис. 4 – Частотные зависимости входного импеданса дна для первой (а) и второй (б) моды и вертикальных профилей $p(z)$ второй моды (в-е). Линии: — модуль, ---- активная (действительная), реактивная (мнимая) составляющие

Для высших мод изменение толщины промежуточного слоя воздействует только на «седловую» часть, никак не влияя на левый и правый скаты частотной характеристики (рис. 4б).

Рассмотрим вертикальные профили 2-й моды (захваченной) на четырех частотах (рис. 4в-е), отмеченных на рис. 4б вертикальными сплошными линиями. Горизонтальными толстой и тонкой линиями на рис. 4в-е обозначены соответственно границы водного и промежуточного слоев. На наибольшей частоте ($h/\lambda = 4,5$) второй максимум модуля поля $|p_2(z)|$ находится в водном слое, а в промежуточном слое поле убывает

апериодически – рис. 4е. С уменьшением частоты ($h/\lambda = 3,2$, рис. 4д) второй максимум поля приближается ко дну, в промежуточном слое поле постепенно приобретает осциллирующий характер. На рис. 4г ($h/\lambda = 2,45$) второй максимум поля совпадает с дном, $\text{Im}(p_2(z)) = \text{Im}(Z_{in}) = 0$, $|Z_{ex}|$ имеет максимум, фаза коэффициента отражения второй моды (рис.3б) равна нулю. На более низкой частоте – рис. 4в ($h/\lambda = 2,45$), второй максимум поля перемещается в промежуточный слой, а реактивная составляющая входного импеданса дна меняет знак. Здесь $\arg V > 0$.

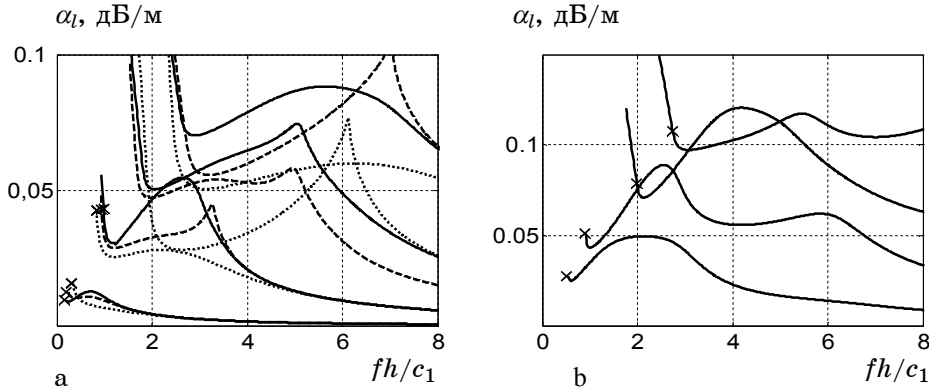


Рис. 5 – Частотные зависимости модального коэффициента поглощения первой – четвертой моды: при различной толщине промежуточного слоя, $c_2 \geq c_1$, (.....) $d = 10$ м, (----) $d = 25$ м, (—) $d = 40$ м (а); для случая $c_2 \leq c_1$, $d = 10$ м (б)

На рис. 5 показаны частотные зависимости модального коэффициента поглощения $\alpha_l = 8,68\text{Im}(\xi_l)$. При толщине промежуточного слоя $d < h$ он оказывает существенное влияние только на моды с номером $l > 1$ (рис.5а). При увеличении толщины слоя свыше h максимумы поглощения становятся менее острыми и смещаются по оси частот вниз. При наличии низкоскоростного слоя (рис. 5б) условия для распространения звука наиболее неблагоприятны, коэффициент поглощения даже 1-й моды возрастает почти на порядок.

Для возможности обнаружения моды в канале известен следующий критерий [6]: величина поглощения при длине трассы, равной десятикратной глубине канала, не должна превышать 10 дБ, что для канала с $h = 20$ м составляет величину 0,05 дБ/м. Учитывая приведенный критерий, можно сделать вывод, что поле в слоистых волноводах на низких частотах ($h/\lambda < 8$) будет формироваться 1-й, 2-й и ограниченно 3-й захваченными модами. Конечно, приведенная оценка пригодна только для очень мелкого моря. Частотные зависимости фазовой $v_l = \omega/\text{Re}(\xi_l)$ и групповой $u_l = \delta\omega/\delta(\text{Re}(\xi_l))$ скоростей мод показаны на рис. 6.

Сплошной горизонтальной линией отмечено отношение c_3/c_1 . Частотная характеристика групповой скорости 1-й моды почти классического вида [7], с двумя максимумами. Групповая скорость u_1 на критической частоте (отмечена звездочкой) на рис.6 не достигает скорости звука c_3 в полупространстве только вследствие дискретности вычисления волновых чисел и расчета производной. Фазовые скорости высших мод на частоте ниже критической для волновода без поглощения

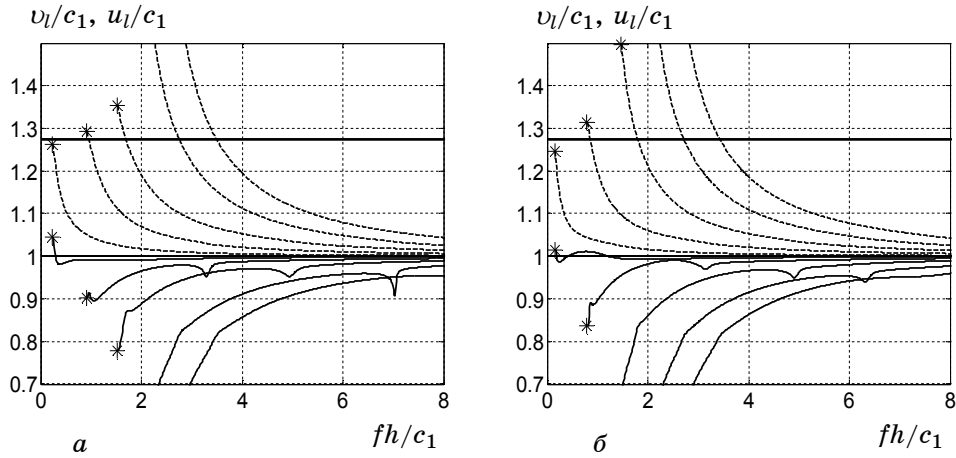


Рис. 6 – Частотные зависимости фазовой (пунктир) и групповой (сплошная) скоростей; $d = 25$ м (а); $d = 50$ м (б)

(легко определяется как точка пересечения кривой фазовой скорости и горизонтали c_3/c_1) возрастают свыше c_3 , а групповые резко уменьшаются. Это проявление возрастающего поглощения при приближении к критической частоте. Второй максимум $u_l(f)$ формируется при разделении законов дисперсии в двух парциальных волноводах, причем групповые скорости различных мод на некоторой частоте могут оказаться очень близкими или даже равными (рис. 6б, 1-я и 2-я моды). Промежуточный слой проявляется так же и в том, что при определённой скорости звука c_2 на определённой частоте существует глубокий минимум групповой скорости. Модуль коэффициента отражения $|V_l|$ (рис. 3а) и модальные коэффициенты поглощения α_l (рис. 5а) на этих же частотах имеет соответствующие экстремумы. Здесь утечка энергии через промежуточный слой максимальна.

Частотные характеристики групповой скорости 1-й моды при различной толщине и разных скоростях звука в промежуточном слое показаны на рис. 7.

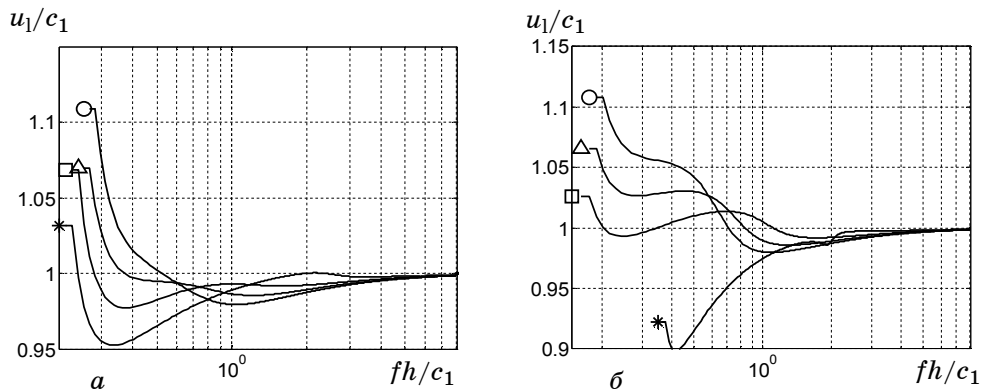


Рис. 7 – Частотные зависимости групповой скорости первой моды при различных скоростях звука c_2 в промежуточном слое: $d = 25$ м (а); $d = 50$ м (б). c_2 , м/сек: 1500 (*); 1550 (□); 1600 (Δ); 1650 (O)

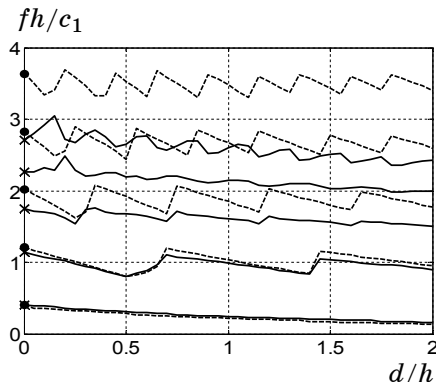


Рис. 8 – Зависимость критической частоты от толщины промежуточного слоя для 1-5-й мод. Пунктир – волновод без поглощения, сплошная – с поглощением

максимумами превышает c_1 . В диапазоне частот, где $c_1 < u_1 < c_2$, угол скольжения эквивалентного луча близок к критическому, и звуковая волна распространяется в промежуточном слое, отражаясь от его границ. Зависимость от толщины промежуточного слоя критической частоты мод, модуля, фазы коэффициента отражения, а также вертикальные профили 2-й моды показаны на рис. 8, рис.9. На рис.8 точками и крестами на вертикальной оси (при $d \rightarrow 0$, переход к модели Пекериса) отмечены критические частоты соответственно непоглощающего и поглощающего волноводов. Зависимости критической частоты и модуля коэффициента отражения от толщины слоя монотонны только для 1-й моды, а для высших имеет сложный осциллирующий характер. Размах осцилляций для поглощающего волновода при увеличении толщины слоя снижается, для волновода без поглощения – практически не изменяется. Фаза коэффициента отражения при увеличении толщины промежуточного слоя возрастает от 0 (при $d = 0$) до π ($d/h = 0,6$), при этом минимум модуля акустического поля на профиле моды постепенно перемещается из водного слоя и приближается ко дну. При $d/h = 0,6$ величина коэффициента отражения максимальна, и экспоненциальный «хвост» на профиле моды в полупространстве затухает с глубиной наиболее быстро. При возрастании толщины слоя до $d/h = 0,7$ $|V_2|$ резко уменьшается, фаза снова приближается к значению 0, и минимум поля возвращается в толщину водного слоя. При дальнейшем увеличении толщины промежуточного слоя фаза коэффициента отражения снова возрастает, стремясь к π , и минимум поля снова приближается ко дну. Коэффициент бегущей волны, рассчитанный как отношение амплитуд в узле и пучности для 1-го, 3-го и 4-го профилей рис. 9 в, д, е, составляет КБВ $\approx 0,12$, для 2-го профиля (рис. 9г) КБВ $\approx 0,08$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проявление диссипативных мод следует ожидать, скорее, в акваториях очень мелкого моря с однородным до глубины $\sim 2h$ дном, сложенным крупнозернистым песком или ракушкой, для которых максимальны и угол потерь, и скорость звука.

Масштаб по оси частот логарифмический. Чем ближе отношение c_2/c_1 к единице, тем острее первый минимум и слабее выражен второй максимум групповой скорости (сближение с моделью Пекериса). При существенной разнице между скоростями звука в воде и слое ($c_2/c_1 \geq 1,1$, $d/h = 1,25$) законы дисперсии тоже практически не разделяются, максимумы u_1 почти сливаются – модель трёхслойного волновода снова сближается с моделью Пекериса. Для «толстого» промежуточного слоя разделение и слияние законов дисперсии при возрастании c_2/c_1 от 1 до c_3/c_1 выражено более отчетливо, групповая скорость между 1-м и 2-м ее

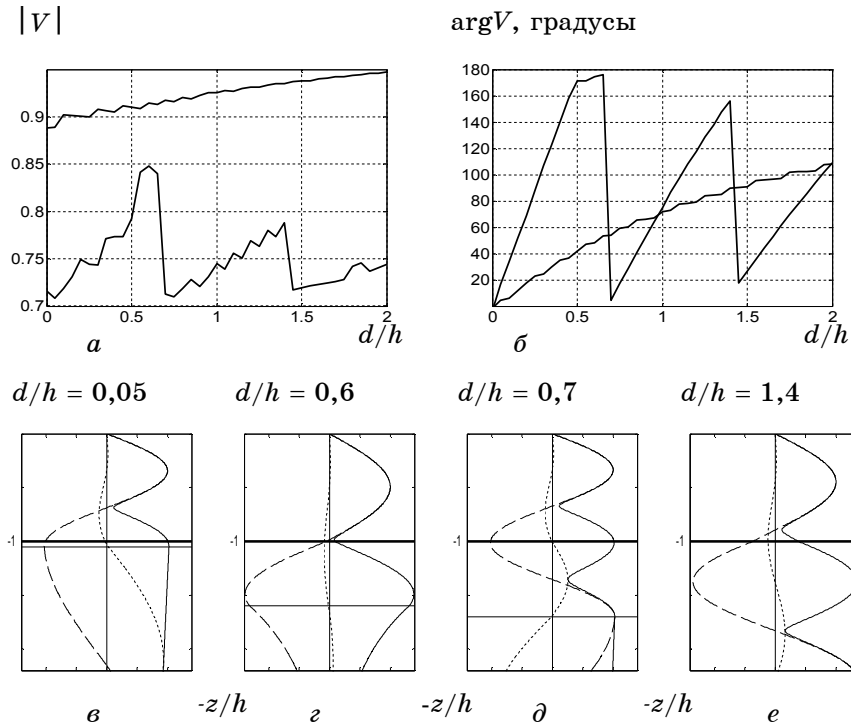


Рис. 9 – Зависимости модуля и фазы коэффициента отражения на критической частоте 1-й и 2-й мод (а, б) и изменение профиля 2-й моды (в-е) от толщины промежуточного слоя: (—) $|p(z)|$; (-----) $Re p(z)$; (.....) $Im p(z)$

В акваториях со слоистым дном определяющее влияние на акустическое поле оказывает слой, граничащий с водным, при условии его достаточной толщины. Ниже залегающие слои грунта на звуковое поле влияют слабо, поэтому допустимо их представление в виде полупространства с эквивалентными параметрами. Основной вклад в акустическое поле на низких частотах ($h/\lambda < 10$) вносят моды с номерами $l < 4$.

Толщину промежуточного слоя, в пределах которой он оказывает наибольшее влияние на акустическое поле в очень мелком море, можно заключить в пределы $0,25 < d/h < 2$. Вне указанных пределов частотные зависимости нормальных волн в слоистой модели приближаются к аналогичным в модели Пекериса. В слоистых волноводах критическая частота мод с номерами $l > 1$ сложным образом зависит от угла потерь и от толщины слоев.

Частотные характеристики фазовой и групповой скорости для волновода с поглощением существенно отличаются от классических (для волновода без поглощения). Диапазоны частот с повышенным поглощением соответствуют значительно сниженной групповой скорости мод.

FEATURES OF FREQUENCY CHARACTERISTICS OF NORMAL WAVES IN HYDROACOUSTIC WAVEGUIDE

O.R. Lastovenko, V.A. Lisutin, A.A. Yaroshenko

Sevastopol National Technical University,
33, Universitetskaya Str., 99053, Sevastopol', Ukraine
E-mail: yaroshenko@optima.com.ua

We consider the isovelocity hydroacoustic waveguide with a bottom composed of a liquid intermediate layer and a half-space. Damping in a layer and a half-space is taken into account. Critical modes frequencies subject to the layer depth are determined. Frequency characteristics of the wave numbers, the modulus and the phase of reflection coefficient, the bottom input impedance, the modal absorption coefficients, the phase and the group velocities of normal waves are calculated as well.

Keywords: NORMAL WAVES, HYDROACOUSTIC WAVEGUIDE, DISSIPATIVE MODE, TRAPPED MODE, REFLECTION COEFFICIENT, INPUT IMPEDANCE, CRITICAL FREQUENCY, ABSORPTION INDEX.

ОСОБЛИВОСТІ ЧАСТОТНИХ ХАРАКТЕРИСТИК НОРМАЛЬНИХ ХВИЛЬ У ГІДРОАКУСТИЧНОМУ ХВИЛЕВОДІ

О.Р. Ластовенко, В.О. Лісютін, О.О. Ярошенко

Севастопольський національний технічний університет,
вул.Університетська, 33, 99053, Севастополь, Україна
E-mail: yaroshenko@optima.com.ua

Розглядається ізошвидкісний гідроакустичний хвилевід з дном, складеним з проміжного шару рідини і напівпростору. Ураховується згасання в шарі та полу просторі. Визначаються критичні частоти мод в залежності від товщини шару. Обчислюються частотні характеристики хвильових чисел, модуля та фази коефіцієнта відбиття, вхідного імпедансу дна, модальних коефіцієнтів поглинання, фазової та групової швидкості нормальних хвиль.

Ключові слова: НОРМАЛЬНІ ХВИЛІ, ГІДРОАКУСТИЧНИХ ХВИЛЕВІД, ДИСИПАТИВНА МОДА, ЗАХОПИЧЕНА МОДА, ВХІДНИЙ ІМПЕДАНС, КОЕФІЦІЄНТ ВІДБИТТЯ, КРИТИЧНА ЧАСТОТА, ПОКАЗНИК ПОГЛИНАННЯ.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Н.С. Агеева, В.Д. Крупин, *Акуст. журн.* **XXV** №3, 340 (1979).
2. Н.С. Агеева, В.Д. Крупин, *Акуст. журн.* **XXVI** №2, 161 (1980).
3. Н.С. Агеева, *Акустика океана. Современное состояние*, 107 (М.: Наука: 1982).
4. Б.А. Касаткин, *Акустика океана. Доклады 9-й школы-семинара акад. Л.М. Бреховских, XII сессия РАО*, 144 (М.: ГЕОС: 2002).
5. Б.А. Касаткин, Н.В. Злобина, *Акустика океана. Доклады XI-й школы-семинара акад. Л.М. Бреховских, XVII сессия РАО*, 86 (М.: ГЕОС: 2006).
6. M.J. Buckingham, E.M. Giddens, *J. Acoust. Soc. Am.* **119** No1, 123 (2006).
7. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973. - 343с.
8. Н.С. Агеева, В.Д. Крупин, *Акуст. журн.* **XXVII** №5, 669 (1981).
9. Б.Г. Кацнельсон, В.Г. Петников, *Акустика мелкого моря* (М.: Наука: 1997).
10. О.Н. Грудская, С.М. Грудский, Е.А. Ривелис, *Акуст. журн.* **XXXV** №6, 1054 (1989).
11. S.J. Levinson, E.K. Westwood, R.A. Koch, S.K. Mitchell, C.V. Sheppard, *J. Acoust. Soc. Am.* **97** No3, 1576 (1995).
12. В.Т. Гринченко, І.В. Вовк, В.Т. Мадипура, *Основи акустики* (К.: Вид. "Наукова думка" НАН України: 2007).
13. В.К. Богусевич, Л.Н. Замаренова, М.И. Скипа, *Мор. гидрофиз. журн.* №5, 40 (2003) (V.K. Bogushevich, L.N. Zamarenova and M.I. Skipa, *Physical Oceanography* **13** No5, 279 (2003)).
14. Л.М. Бреховских, О.А. Годин, *Акустика неоднородных сред: В 2 т. Т.1: Основы теории отражения и распространения звука* (М.: Наука: 2007).

15. Д. Мэтьюз, К. Финк, *Численные методы. Использование MATLAB* (М.: Вильямс, 2001).
16. *Акустика океана: Пер. с англ.* (ред. Дж. Де Санто) (М.: Мир: 1982).
17. Б.И. Гончаренко, Л.Н. Захаров, В.Е. Иванов, *Акуст. журн.* XXV №4, 507 (1979).
18. Ф.И. Кряжев, Н.А. Петров, *Акуст. журн.* VI №2, 229 (1960).
19. И. Толстой, К. Клей *Акустика океана. Теория и эксперимент в подводной акустике: Пер. с англ.* (М.: Мир: 1969).