

PACS numbers: 07.57. – с, 02.30. Rz

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ У ДОФРАКТАЛЬНИХ СИСТЕМАХ МІКРОСТРІЧКОВИХ ЛІНІЙ МЕТОДОМ РЕЛЕЯ

Г.І. Кошовий

Національний аерокосмічний університет (ХАІ),
вул. Чкалова 17, 61070, Харків, Україна
E-mail: k405@d4.khai.edu

Проводиться дослідження електромагнітних хвиль у дофрактальній системі мікροстрічкових ліній. Задача поставлена у вигляді системи сингулярних інтегральних рівнянь першого роду, які далі перетворюються для застосування методу Релея. Цей метод приводить до виділення основних майже поперечних типів електромагнітних хвиль. Спочатку детально досліджується електростатичне наближення, а далі розглядаються дисперсійні поправки сталих розповсюдження майже поперечних хвиль.

Ключові слова: ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ ХВИЛІ, ФРАКТАЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ, МІКРОСТРІЧКОВІ ЛІНІЇ, ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ, МЕТОД РЕЛЕЯ.

(Одержано 12.06.2010, у відредагованій формі – 17.07.2010)

1. ВСТУП

До строгих методів, що застосовуються у електродинаміці належить один із найстаріших методів – метод малого параметру чи метод збурення, який пов'язує з ім'ям Релея [1, 2]. Він був з успіхом застосований у випадку однієї відкритої мікροстрічкової лінії (МСЛ) та певної її системи [2, 3]. У даній статті пропонується застосувати метод Релея до дослідження електромагнітних хвиль у дофрактальній системі МСЛ [4-6]. Актуальність роботи впливає з того, що застосування «фрактальних» моделей у різних сферах діяльності людини далеко обігнала їх теоретичні розробки. Як приклад можна розглядати практичне використання дофрактальної антени у Бостоні американським інженером Н. Коеном. Як свідчить один із сайтів Інтернету, присвячених «фрактальним» антенам, він вирізав з алюмінієвої фольги фігуру у вигляді деякої стадії побудови сніжинки Хельге фон Коха, наклеїв на аркуш паперу і приєднав до приймача. Виявилось, що така антена добре працює і може замінити зовнішню, яка у той час була під заборонаю. Хоча фізичні принципи її роботи не вивчені до сих пір, це не завадило створити підприємство і налагодити серійний випуск дофрактальних антен.

Що до використання терміну «фрактал», то він у даній статті позначає множину, топологічна розмірність якої є строго меншою за його розмірність Хаусдорфа (фрактальну) [6, 7]. Цей об'єкт є ідеальний, тому за звичай в моделюванні використовують тільки певні наближення до нього. Зокрема, при моделюванні в електродинаміці використовують від другої до четвертої стадії побудови таких класичних фракталів, як крива Давида Гілберта, сніжинка Хельге фон Коха, килим та серветка Серпінського тощо [8, 9]. Тому доречно вживати термін «дофрактальні» моделі, на відміну від справді «фрактальних» моделей при дослідженнях динамічних систем, хаосу та кластерів [10].

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Розглядається система відкритих несиметричних стрічкових ліній зі спільною діелектричною основою, де стрічки розташовуються у відповідності з відрізками, що утворюють певну стадію побудови досконалої множини Кантора (ДМК) зі змінною фрактальною розмірністю [6]. Тут буде використаний принцип побудови ДМК, згідно з яким, початковий об'єкт (утворювач) має три однакові сегменти. На рисунку 1 наведена права частина системи МСЛ, що відповідає утворювачу ДМК. У процесі побудови цього самоподібного фракталу кількість сегментів на кожному кроці потроюється, тобто на m -му кроці їх буде 3^m , а розмір кожного сегмента швидко зменшується. Коли продовжувати цей процес необмежено, то утвориться досконала множина, розрахунок розмірності Хаусдорфа якої, приводить до виразу $d_\chi = \ln 3 / [\ln(1 + \rho/\alpha)]$ де ρ та α – нормовані на товщину діелектричної основи d координата центра правої стрічки та її півширина.

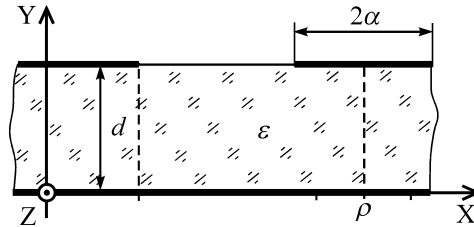


Рис. 1 – Поперечний перетин системи МСЛ

Отже, розглядається система з 3^m класичних відкритих МПЛ зі спільною діелектричною основою і досліджуються електромагнітні хвилі, що розповсюджуються у цій структурі.

Для знаходження їх характеристик використовують математичні моделі у вигляді систем інтегральних рівнянь (ІР) першого роду [3].

$$\int_l [j_z(\xi) \cdot T(x - \xi) - iv \cdot j_x(\xi) \cdot S(x - \xi)] d\xi = \Phi(v, x),$$

$$\int_l [-iv \cdot j_z(\xi) \cdot S(x - \xi) + j_x(\xi) \cdot R(x - \xi)] d\xi = -\frac{i}{v} \cdot \Phi'_x(v, x), \quad x \in l; \quad (1)$$

тут $x \in l = \bigcup_{k=1}^{3^m} l_k$ – об'єднання відрізків m -ої стадії побудови ДМК.

Ядра системи подаються наступними інтегралами:

$$T(u) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iuv} dw}{v \cdot \text{ctg } v + \gamma} + v^2 P(u), \quad P(u) = 2(\varepsilon - 1) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iuv} dw}{(v \cdot \text{ctg } v + \gamma)(\varepsilon v \cdot \text{ctg } v - \frac{v^2}{\gamma})},$$

$$R(u) = 2\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{iuv} dw}{\varepsilon v \cdot \text{ctg } v - \frac{v^2}{\gamma}} - v^2 P(u), \quad S(u) = P'(u),$$

$$\Phi(v, x) = A^\kappa \cos gx - B^\kappa \sin gx, \quad x \in l_k, \quad v = \sqrt{g^2 - w^2}, \quad g^2 = \chi^2 \varepsilon - v^2,$$

$\gamma = \sqrt{v^2 - \chi^2 + w^2}$, $\chi = kd = 2\pi d/\lambda$, $v = hd$, ε – діелектрична стала основи системи, k – хвильове число вільного простору, h – стала розповсюдження електромагнітної хвилі. У знаменниках функцій, що знаходяться під знаком інтегралів, стоять множники, які визначають поверхневі хвилі у екранованому діелектричному хвилеводі (та ж структура, але без решітки зі стрічок).

Завдяки співвідношенню між ядрами $R(u) - T(u) = S'(u) - v^2 \cdot P(u)$ рівняння (1) можуть бути перетворені до більш простих рівнянь:

$$\int_l q_\varepsilon(t) \cdot G_\varepsilon(x-t) dt = \chi^2 \cdot \Phi(v, x),$$

$$\int_l [j_z(t) \cdot G_1(x-t) + q_\varepsilon(t) \cdot P(x-t)] dt = \Phi(v, x), \quad x \in l. \quad (2)$$

Де маємо нову невідому функцію

$$q_\varepsilon(t) = -i \cdot [j'_x(t) + iv \cdot j_z(t)] \quad (3)$$

та нові ядра $G_\varepsilon(u) = 2\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i \cdot w \cdot u} dw}{\varepsilon \cdot v \cdot \text{ctg } v - v^2/\gamma}$, $G_1(u) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i \cdot w \cdot u} dw}{v \cdot \text{ctg } v + \gamma}$.

Вони будуть рівносильні попереднім рівнянням (1) при виконанні умов:

$$\int_l [iv \cdot j_x(t)R(\rho_\kappa - t) - v^2 \cdot j_z(t)S(\rho_\kappa - t)] dt = \Phi'(v, \rho_\kappa),$$

де ρ_κ – нормована на d координата центра κ -ої стрічки. Ці умови разом зі співвідношеннями

$$v^2 = \int_{l_m} q_\varepsilon(t) dt : \int_{l_m} q_1(t) dt, \quad (4)$$

що впливають з (3) інтегруванням, використовуються для визначення невідомих сталих v , A^m , B^m .

Об'єктом дослідження даної статті є майже поперечні електромагнітні хвилі, яких буде 3^m і для яких можна вважати виконаною умову $\chi \ll 1$. Тому далі користуємось методом малого частотного параметра (методом Релея).

3. МЕТОД РЕЛЕЯ

В головному (нульовому) наближенні рівняння (2) стають дуже простими і можуть бути записані з допомогою одного $\int_l q_{0\varepsilon}(t) \cdot G_{0\varepsilon}(x-t) dt = A_0$, $x \in l$ яке у розгорнутому вигляді набере вигляд наступної системи IP:

$$\sum_{i=1}^{3^m} \int_{-1}^1 q_{0\varepsilon}^i(t) G_{0\varepsilon}(\rho_{\kappa i} + \alpha_m(x-t)) dt = A_0^\kappa, |x| < 1, \kappa = 1, \dots, 3^m. \quad (5)$$

Параметри $\rho_{\kappa i}$, α_m , ρ_κ є безрозмірними геометричними співвідношеннями між відрізками, що утворюють певну стадію побудови ДМК [4-6].

Тут ядро визначається інтегралом $G_{0\varepsilon}(u) = 4\varepsilon \cdot \int_0^{\infty} \frac{\cos wu \cdot dw}{w(\varepsilon \cdot \operatorname{cth} w + 1)}$, який є головним доданком розкладення ядра першого рівняння (2). Його можна подати у вигляді суми типу геометричної прогресії

$$G_{0\varepsilon}(u) = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon + 1} \sum_{m=0}^{\infty} q^m \ln \frac{4(m+1)^2 + u^2}{4m^2 + u^2}, \text{ де } q = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}.$$

Щоб це побачити подамо знаменник інтеграла у наступному вигляді

$$\varepsilon \cdot \operatorname{cth} |w| + 1 = (\varepsilon + 1) \frac{1 - q \cdot e^{-2w}}{1 - e^{-2w}}$$

і скористаємось сумою нескінченно спадної геометричної прогресії зі знаменником qe^{-2w} : отримаємо ряд

$$G_{0\varepsilon}(u) = \frac{4\varepsilon}{\varepsilon + 1} \sum_{m=0}^{\infty} q^m \int_0^{\infty} \frac{e^{-2mw} - e^{-2(m+1)w}}{w} \cos wu dw. \text{ Подамо різницю невластних}$$

інтегралів цього виразу у вигляді приросту

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-2mw} - e^{-2(m+1)w}}{w} \cos wu dw = I(2m, u) - I(2m + 2, u),$$

тут функція $I(\xi, u) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-\xi w}}{w} \cos wu dw$, де $\xi \geq 0$, $|u| \leq 2$. Цей невластний

інтеграл має логарифмічну особливість при $u = 0$. Візьмемо частинну похідну за першим параметром і скористаємось формулою інтегрування частинами двічі. В результаті отримаємо $I'_{\xi}(\xi, u) = -\xi/(\xi^2 + u^2)$ і, нарешті інтегруючи в межах сегмента $[2m, 2m + 2]$, маємо

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-2mw} - e^{-2(m+1)w}}{w} \cos wu dw = \frac{1}{2} \ln \frac{4(m+1)^2 + u^2}{4m^2 + u^2},$$

що й приводить до зазначеної суми.

При розгляді другого рівняння системи (2) у нульовому наближенні маємо ту ж систему ІР (5), де слід покласти $\varepsilon = 1$. Зокрема, ядро

$$G_{01}(u) = G_{0\varepsilon}(u)|_{\varepsilon=1} = 2 \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i \cdot w \cdot u} dw}{|w|(\operatorname{cth} |w| + 1)} = \ln \frac{4 + u^2}{u^2}.$$

Перший графік рис. 2 а) показує порівняння розрахунків $G_{0\varepsilon}(u)$ для $\varepsilon = 16$: суцільна лінія для повного ряду, крапками – суми перших 4 та 5 доданків. Графічна точність виникає після 15 перших доданків. Три інші графіки порівнюють розрахунки $G_{01}(u)$ (суцільна лінія) з $G_{0\varepsilon}(u)$ для трьох значень $\varepsilon = 4$ б), $\varepsilon = 16$ в), $\varepsilon = 64$ г).

Чисельні експерименти показують про швидку збіжність ряду для ядра $G_{0\varepsilon}(u)$ з $\varepsilon > 1$ та не велику відміну між ядрами $G_{01}(u)$ та $G_{0\varepsilon}(u)$. Отже, функція $G_{0\varepsilon}(u)$ має логарифмічну особливість при $u = 0$, яка проявляється у вигляді такої ж особливості для діагональних ядер ІР: $\rho_{kk} = 0$, $\tau = t$. Поза діагональні ядра, завдяки нерівності $\rho_{ik} + 2\alpha_m > 0$ для $k \neq i$, будуть обмеженими та неперервними.

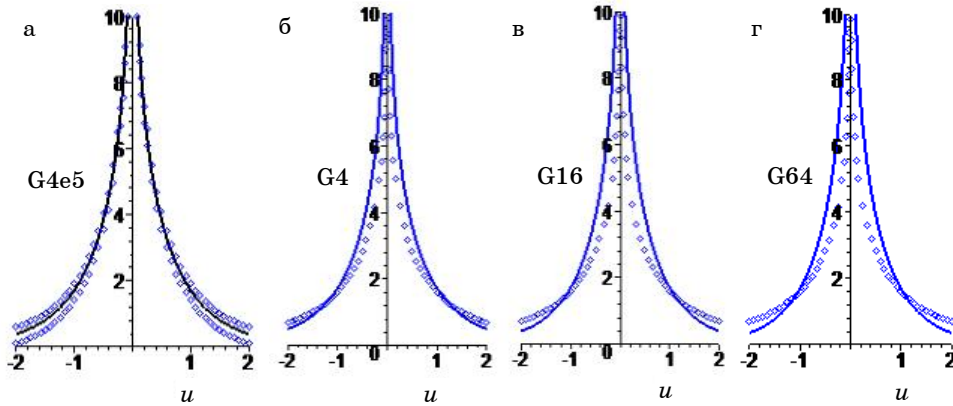


Рис. 2 – Графіки залежності $G_{0\epsilon}(u)$

Для визначення основних характеристик майже поперечних хвиль застосуємо відому схему, яка ґрунтується на розв'язанні систем сингулярних ІР першого роду з відомою правою частиною наступного вигляду:

$$\sum_{i=1}^{3^m} \int_{-1}^1 q_\epsilon^{in}(t) G_{0\epsilon}(\rho_{\kappa i} + \alpha_m(x-t)) dt = \delta_{\kappa n}, |x| < 1, \kappa = 1, \dots, 3^m. \quad (6)$$

Тут індекс n вказує на стрічку з одиничним потенціалом (він теж змінюється від 1 до 3^m) і визначає певну електростатичну задачу: знайти розподіл густини поверхневих зарядів на стрічках при умові, що потенціали на них нульові, окрім n -ої. Тобто маємо 3^m систем ІР з майже нульовою правою частиною: δ_{nm} – символ Кронекера.

Тепер порівнявши системи (5) та (6) отримаємо зв'язок між їх розв'язками у наступному вигляді: $q_{0\epsilon}^i(t) = \sum_{n=1}^{3^m} A_0^n q_\epsilon^{in}(t)$.

Після інтегрування цієї рівності прийдемо до іншої $q_{0\epsilon}^i = \sum_{n=1}^{3^m} A_0^n q_\epsilon^{in}$, де позначено $q_{0\epsilon}^i = \int_{-1}^1 q_{0\epsilon}^i(t) dt$. Далі використовуємо співвідношення $q_{0\epsilon}^i = v_0 q_{01}^i$, які виникають з (4) і пов'язують розв'язки системи (5) для $\epsilon > 1$ та $\epsilon = 1$. Коли до них підставити відповідні суми, то отримаємо

$$\sum_{n=1}^{3^m} A_0^n (q_\epsilon^{in} - v_0 q_1^{in}) = 0, i = 1, \dots, 3^m. \quad (7)$$

В матричній формі запису маємо $(Q_\epsilon - v_0 Q_1) \bar{A}_0 = 0$. Отже, задача про визначення характеристик майже поперечних електромагнітних хвиль приведена до розв'язання узагальненої проблеми власних значень пари матриць Q_ϵ, Q_1 утворених елементами q_ϵ^{in} при $\epsilon > 1$ та $\epsilon = 1$. Ці матриці є симетричними та позитивно визначеними, тому власні значення v_{0i} є позитивними. Вони визначають сталі розповсюдження майже поперечних електромагнітних хвиль за такими наближеними формулами: $h_i \approx \sqrt{v_{0i}} k$. Відповідно, розподіл щільності поверхневих струмів на стрічках $j_z(t) \approx \sum_{n=1}^{3^m} A_0^n q_1^{kn}(t)$,

$$j_x(x) \approx i\sqrt{v_0} \cdot \chi \cdot \sum_{n=1}^{3^m} A_0^n \int_{\rho_\kappa}^x [q_\varepsilon^{\kappa n}(t)/v_0 - q_1^{\kappa n}(t)] dt,$$

де індекс κ вказує на стрічку, де розглядається зазначена функція. Можливість враховувати поперечну складову щільності поверхневих струмів на стрічках (вона вже залежить від частоти) є суттєвою відмінною даного підходу від статичного чи Т-наближення [11]. Як наслідок вказаної можливості, у нульовому наближенні інша складова щільності поверхневих струмів визначається розподілом щільності поверхневих зарядів у системі без діелектричної основи, тобто, $\varepsilon = 1$. Щоб узгодити отримані вирази для характеристик за порядком малого частотного параметру χ , слід знайти дисперсійні поправки першого порядку для h та $j_z(t)$.

4. ДОСЛІДЖЕННЯ ДИСПЕРСІЇ

Дисперсійні поправки першого порядку визначаються подібними до (5) рівняннями

$$\sum_{i=1}^{3^m} \int_{-1}^1 q_{1\varepsilon}^i(t) G_{0\varepsilon} [\rho_{\kappa i} + \alpha_m(x-t)] dt = A_1^\kappa, |x| < 1, \kappa = 1, \dots, 3^m.$$

Тому за попередньою схемою знаходимо вирази для шуканих функцій

$$q_{1\varepsilon,1}^i(t) = \sum_{n=1}^{3^m} A_1^n q_{\varepsilon,1}^{in}(t).$$

При цьому для визначення сталих A_1^n маємо

$$\sum_{n=1}^{3^m} A_1^n (q_\varepsilon^{in} - v_0 q_1^{in}) = v_1 \cdot \sum_{n=1}^{3^m} A_0^n q_1^{in}.$$

Помножимо цю рівність на A_0^i , пододаємо і скористаємось симетрією матриць Q_ε, Q_1 та рівняннями (7). В результаті прийдемо до рівності $v_1 \cdot (Q_1 \bar{A}_0 \cdot \bar{A}_0) = 0$, з якої, внаслідок позитивної визначеності матриці Q_1 , отримуємо $v_1 = 0$. Таким чином, дисперсійні поправки першого порядку для h та $j_z(t)$ (у випадку простого власного значення v_{0i} , що й припускається) відсутні і всі отримані у нульовому наближенні вирази мають похибку порядку $O(\chi^2 \ln \chi^{-1})$. Щоб покращити їх ще потрібно розглядати наступне наближення.

Дисперсійні поправки другого порядку визначаються рівняннями

$$\sum_{i=1}^{3^m} \int_{-1}^1 q_{2\varepsilon}^i(t) G_{0\varepsilon} (\rho_{\kappa i} + \alpha_m(x-t)) dt = A_2^\kappa + F_{2\varepsilon}(\rho_\kappa + \alpha_m x), |x| < 1, \kappa = 1, \dots, 3^m. \quad (8)$$

Тут $F_{2\varepsilon}(u) = \Phi_2(u) - \sum_{i=1}^{3^m} \int_{-1}^1 q_{0\varepsilon}^i(t) G_{2\varepsilon}(u - \alpha_m t) dt$, $\Phi_2(u) = -B_0 \sqrt{\varepsilon - v_0} u - A_0(\varepsilon - v_0) \frac{1}{2} u^2$,

$F_{21}(u) = \Phi_2(u) - \sum_{i=1}^{3^m} \int_{-1}^1 [q_{01}^i(t) G_{21}(u - \alpha_m t) + q_{0\varepsilon}^i(t) P_0(u - \alpha_m t)] dt$,

$G_{2\varepsilon}(u)$, $G_{21}(u)$, $P_0(u)$ – відповідні коефіцієнти розкладень ядер системи IP (2) за малим частотним параметром:

$$G_{2\varepsilon}(u) = 2 \frac{2\varepsilon - \nu_0 - 1}{\varepsilon^2} \cdot \left[\ln \frac{2\varepsilon}{\chi\sqrt{\nu_0 - 1}} + \varepsilon^2 i_1(\varepsilon, u) \right] - \frac{\nu_0 - 1}{\varepsilon^2} + 4\varepsilon(\varepsilon - \nu_0) i_2(\varepsilon, u),$$

$$i_1(\varepsilon, u) = \int_0^\infty \left[\frac{\cos wu}{w^2(\varepsilon \cdot \operatorname{cth} w + 1)^2} - \frac{1}{(\varepsilon + w)^2} \right] \frac{dw}{w},$$

$$i_2(\varepsilon, u) = \int_0^\infty \frac{\operatorname{sh} 2w - 2w}{2w(\operatorname{ch} 2w - 1)} \cdot \frac{\cos wu \cdot dw}{w^2(\varepsilon \cdot \operatorname{cth} w + 1)^2};$$

$$G_{21}(u) = -2(\nu_0 - 1) \cdot \left[\ln \frac{2}{\chi\sqrt{\nu_0 - 1}} - \frac{1}{2} + i_1(1, u) \right] + 4(\varepsilon - \nu_0) i_2(1, u),$$

$$P_0(u) = 4\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \ln \frac{2}{\chi\sqrt{\nu_0 - 1}} - 4 \frac{\ln \varepsilon}{\varepsilon} + \\ + 4(\varepsilon - 1) \int_0^\infty \left[\frac{\cos wu}{w^2(\varepsilon \cdot \operatorname{cth} w + 1)(\operatorname{cth} w + 1)} - \frac{1}{(\varepsilon + w)(1 + w)} \right] \frac{dw}{w}.$$

У правій частині рівнянь (8) маємо невідомі A_2^k , які можна виділити з невідомих функцій $q_{2\varepsilon}^i(t)$ за допомогою розв'язків (6) так, як це було зроблено у нульовому наближенні

$$q_{2\varepsilon}^i(t) = \sum_{n=1}^{3^m} A_2^n q_\varepsilon^{in}(t) + p_{2\varepsilon}^i(t).$$

Нові невідомі функції $p_{2\varepsilon}^i(t)$ задовольняють (8) без невідомих A_2^k у правій частині. Для визначення дисперсійної поправки другого порядку ν_2 звернемося до відповідного співвідношення, що випливає з (4) $q_{2\varepsilon}^i = \nu_2 q_{01}^i + \nu_0 q_{21}^i$. Його можна переписати у наступному вигляді:

$$\sum_{n=1}^{3^m} A_2^n (q_\varepsilon^{in} - \nu_0 q_1^{in}) = \nu_2 \sum_{n=1}^{3^m} A_0^n q_1^{in} + \nu_0 p_{21}^i - p_{2\varepsilon}^i$$

Помножимо ці рівняння на A_0^i , подаємо і скористаємось (7). В результаті отримаємо вираз

$$\nu_2 \sum_{i=1}^{3^m} A_0^i \sum_{n=1}^{3^m} A_0^n q_1^{in} + \sum_{i=1}^{3^m} A_0^i (\nu_0 p_{21}^i - p_{2\varepsilon}^i) = 0.$$

З нього, внаслідок позитивної визначеності матриці Q_1 , легко отримати вираз для дисперсійної поправки другого порядку

$$\nu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{3^m} A_0^i (p_{2\varepsilon}^i - \nu_0 p_{21}^i)}{(Q_1 \bar{A}_0 \cdot \bar{A}_0)}. \quad (9)$$

Слід зазначити, що суму з чисельника можна знайти не розв'язуючи ІР

$$\sum_{i=1}^{3^m} \int_{-1}^1 p_{2\varepsilon}^i(t) G_{0\varepsilon}(\rho_{\kappa i} + \alpha_m(x - t)) dt = F_{2\varepsilon}(\rho_\kappa + \alpha_m x), \quad |x| < 1, \quad \kappa = 1, \dots, 3^m.$$

Дійсно, коли помножимо цю рівність на $q_{0\varepsilon}^k(x)$, інтегруємо, пододаємо і скористаємось парністю функції $G_{0\varepsilon}(u)$ та рівняннями (5), то отримаємо

$$\sum_{i=1}^{3^m} A_0^i p_{2\varepsilon}^i = \sum_{\kappa=1}^{3^m} \int_{-1}^1 q_{0\varepsilon}^k(x) F_{2\varepsilon}(\rho_\kappa + \alpha_m x) dx .$$

Таким чином, чисельник (9) повністю визначається нульовим наближенням та відповідними коефіцієнтами розкладень ядер системи IP (2):

$$\sum_{i=1}^{3^m} A_0^i (p_{2\varepsilon}^i - v_0 p_{21}^i) = \sum_{\kappa=1}^{3^m} \int_{-1}^1 [q_{0\varepsilon}^k(x) F_{2\varepsilon}(\rho_\kappa + \alpha_m x) - v_0 q_{01}^k(x) F_{21}(\rho_\kappa + \alpha_m x)] dx .$$

В результаті виникає наступний вираз $h = k\sqrt{v_0} [1 + \chi^2 v_2 / 2v_0] + O(\chi^3)$, за яким розраховується стала розповсюдження майже поперечних електромагнітних хвиль.

5. ВИСНОВОК

Досліджується задача розповсюдження електромагнітних хвиль у дофрактальній системі МСЛ з застосуванням методу Релея. Цей метод приводить до виділення основних майже поперечних типів електромагнітних хвиль. Проведено перетворення та спрощення сингулярних IP першого роду, які використовуються для визначення характеристик зазначених хвиль. Спочатку детально досліджується нульове чи електростатичне наближення. Проводиться перетворення ядра, що визначається інтегралом, до суми типу геометричної прогресії та чисельні розрахунки. Вже в нульовому наближенні проявляється частотна залежність і можливість враховувати поперечну складову щільності поверхневих струмів на стрічках.

Далі розглядаються дисперсійні поправки сталих розповсюдження майже поперечних хвиль. Доводиться, що поправки першого порядку відносно малого частотного параметра χ для h та $j_z(t)$ (для випадку простого власного значення узагальненої проблеми власних значень (7)) відсутні. Отримані дисперсійні поправки сталих розповсюдження які мають порядок $O(\chi^2 \ln \chi^{-1})$ та $O(\chi^2)$, які можна визначати без розв'язання IP (8), користуючись нульовим наближенням та відомою правою частиною (8). Слід зазначити про можливість застосування наведеної схеми до визначення дисперсійних поправок довільного порядку відносно частотного параметра χ .

INVESTIGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN PREFRACTAL MICROSTRIP LINE SYSTEMS BY THE RALEIGH METHOD

G.I. Koshovy

National Aerospace University,
17, Chkalov Str., 61070, Kharkov, Ukraine
E-mail: k405@d4.khai.edu

Investigation of electromagnetic waves in the prefractal microstrip line system is presented. The problem is formulated in the form of a set of the first kind singular integral equations, which are transformed for application of the Raleigh method. This

method separates the basic types of quasi-transverse electromagnetic waves. At first the electrostatic approach is examined in details. Then the dispersion additional terms of the quasi-transverse wave propagation constants are considered.

Keywords: ELECTROMAGNETIC WAVES, FRACTAL MODELING, MICROSTRIP LINES, INTEGRAL EQUATIONS, THE RALEIGH METHOD.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ДОФРАКТАЛЬНЫХ СИСТЕМАХ МИКРОПОЛОСКОВЫХ ЛИНИЙ МЕТОДОМ РЕЛЕЯ

Г.И. Кошевой

Национальный аэрокосмический университет (ХАИ),
ул. Чкалова 17, 61070, Харьков, Украина
E-mail: k405@d4.khai.edu

Проводится исследование электромагнитных волн в дофрактальной системе микрополосковых линий. Задача поставлена в виде системы сингулярных интегральных уравнений первого рода, которые далее преобразуются для применения метода Релея. Этот метод приводит к выделению основных почти поперечных типов электромагнитных волн. Сначала детально исследуется электростатическое приближение, а далее рассматриваются дисперсионные поправки постоянных распространения почти поперечных волн.

Ключевые слова: ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ, ФРАКТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, МИКРОПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ, ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, МЕТОД РЕЛЕЯ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль, *Теория дифракции* (М.: Мир: 1964).
2. Е.И. Нефедов, А.Т. Фиалковский, *Полосковые линии передачи* (М.: Наука: 1980).
3. Г.И. Кошевой, В.Г. Сологуб, *Препр./АН УССР. Ин-т радиофизики и электрон.* № 322, 39 (1986).
4. А.Г. Кошовий, Г.І. Кошовий, *Радиофизика и электроника* **13**, 29 (2008) (A.G. Koshovy and G.I. Koshovy, *Telecommun. Radio Eng.* **68**, 1305 (2009)).
5. Г.І. Кошовий, *Радиотехника* **155**, 282 (2008).
6. Г.И. Кошевой, *Электромагнитные волны и электронные системы* **12** №11, 28 (2007).
7. F. Hausdorf, *Mangellehre* (New York: Dover: 1944).
8. В.Ф. Кравченко, М.А. Басараб, *Письма в ЖТФ* **29** №24, 89 (2003) (V.F. Kravchenko, M.A. Basarab, *Tech Phys. Lett.* **29**, 1055 (2003)).
9. С.В. Крупенин, *Радиотехника и электроника* **51**, 561 (2006). (S.V. Krupenin, *J. Commun. Technol. El.* **51**, 526 (2006)).
10. Б. Мандельброт, *Фрактальная геометрия природы* (М.: Институт Компьютерных Исследований: 2002).
11. *Справочник по расчету и конструированию СВЧ полосковых устройств* (Ред. В.И. Вольман) (М.: Радио и связь: 1982).