

Мелейчук С. С., Арсеньєв В. М., Івченко О. В.

# ТЕПЛОМАСООБМІН

Навчальний посібник



Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет

Мелейчук С. С., Арсеньєв В. М., Івченко О. В.

# ТЕПЛОМАСООБМІН

**Навчальний посібник**

Рекомендовано вченою радою Сумського державного університету

Суми  
Сумський державний університет  
2023

УДК 536.24(075.8)

М 47

Рецензенти:

*В. Б. Тарельник* – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри технічного сервісу Сумського національного аграрного університету;

*Л. Д. Пляцук* – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри екології та природозахисних технологій Сумського державного університету

*Рекомендовано до видання  
вченою радою Сумського державного університету  
як навчальний посібник  
(протокол № 13 від 16 травня 2023 року)*

**Мелейчук С. С.**

М 47      **Тепломасообмін : навчальний посібник / С. С. Мелейчук,  
В. М. Арсеньєв, О. В. Івченко. – Суми : Сумський державний  
університет, 2023. – 176 с.**

Навчальне видання містить сім теоретичних тем, що охоплюють питання основних визначень, стаціонарної та нестаціонарної теплопровідності, конвекційного теплообміну, променевого та теплообміну за фазових переходів, особливостей теплового розрахунку теплообмінних апаратів, а також масообмінних процесів.

Навчальний посібник призначений для студентів, які навчаються за спеціальностями 142 «Енергетичне машинобудування» та 144 «Теплоенергетика» і вивчають дисципліну «Тепломасообмін». Він також буде корисним для здобувачів освіти інших спеціальностей галузей знань 14 «Електрична інженерія».

**УДК 536.24(075.8)**

© Сумський державний університет, 2023

© Мелейчук С. С., Арсеньєв В. М.,

Івченко О. В., 2023

## Зміст

	С.
Вступ .....	6
РОЗДІЛ 1 Основні поняття і визначення.....	7
Контрольні питання до розділу 1 .....	12
РОЗДІЛ 2 Теплопровідність .....	13
2.1 Стаціонарна теплопровідність тіл простої форми ..	13
2.2 Інтенсифікація теплопередачі .....	35
2.3 Нестационарна теплопровідність.....	45
2.4 Теплопровідність за наявності внутрішніх джерел тепла.....	57
Контрольні питання до розділу 2 .....	64
РОЗДІЛ 3 Конвекційний теплообмін.....	65
3.1 Постановка задачі .....	65
3.2 Математичний опис задачі .....	69
3.3 Елементи теорії подібності.....	70
3.4 Інженерний розрахунок тепловіддачі.....	76
3.5 Тепловіддача за зовнішнього обтікання тіла .....	78
3.6 Тепловіддача за вимушеної течії всередині каналу.....	85
3.7 Тепловіддача за течії всередині каналу складної форми та шорстких трубах .....	90
3.8 Тепловіддача за вільної конвекції у великому об'ємі та вузьких зазорів .....	92
Контрольні питання до розділу 3 .....	96
РОЗДІЛ 4 Теплообмін за фазових переходів .....	97
4.1 Конденсація.....	97

4.2 Кипіння.....	105
4.3 Плавлення. Затвердіння.....	115
4.4 Сублімація. Десублімація.....	120
Контрольні питання до розділу 4.....	125
РОЗДІЛ 5 Променевий теплообмін.....	127
5.1 Фізичні основи променевого (теплого) випромінювання.....	127
5.2 Основні закони теплового випромінювання.....	129
5.3 Теплообмін випромінюванням між тілами.....	134
5.4 Теплообмін випромінюванням за наявності екранів.....	137
5.5 Складний теплообмін.....	139
5.6 Вплив газового шару на теплове випромінювання.....	140
Контрольні питання до розділу 5.....	141
РОЗДІЛ 6 Теплообмінні апарати.....	143
6.1 Класифікація.....	143
6.2 Рівняння теплового балансу.....	153
6.3 Середній температурний напір.....	154
6.4 Коефіцієнт теплопередачі.....	157
6.5 Тепловий розрахунок рекуперативних апаратів... ..	157
6.6 Гідродинамічний розрахунок.....	160
Контрольні питання до розділу 6.....	162
РОЗДІЛ 7 Масообмін.....	163
7.1 Молекулярна дифузія.....	163
7.2 Конвекційна дифузія.....	169
7.3 Потрійна аналогія.....	172

7.4 Масообмін між поверхнею води і повітрям.....	173
Контрольні питання до розділу 7 .....	174
Список використаної літератури.....	175

## Вступ

Навчальний посібник розроблено відповідно до робочої програми з дисципліни «Тепломасообмін» для студентів усіх форм навчання за спеціальностями 142 «Енергетичне машинобудування» та 144 «Теплоенергетика».

Метою дисципліни є систематичне засвоєння студентами основних методів сучасної теорії тепломасообміну, яка є однією з основних складових частин фундаментальної теплофізики – науки про макроперенесення енергії і речовини, які супроводжуються тепловими ефектами.

У навчальному посібнику розглянуто питання стаціонарної та нестаціонарної теплопровідності, методи інтенсифікації теплопередачі, наявність внутрішніх джерел тепла, крайові задачі конвекційного теплообміну та аналіз їх окремих випадків, теплообмін за фазових переходів, променевий і складний теплообмін, основні типи теплообмінних апаратів та їх розрахунок, механізм сумісного тепло- і масообміну.

Посібник складається зі вступу, семи розділів та списку використаної літератури. Кожний розділ містить питання для самоперевірки.

## РОЗДІЛ 1

### Основні поняття і визначення

Тепломасообмін – наука про самовільні незворотні процеси поширення тепла в змінному температурному полі, а також про самовільні незворотні процеси поширення маси в змінному полі концентрацій. Відповідно до другого закону термодинаміки самовільний процес поширення теплоти відбувається в бік зменшення температури.

У результаті розв'язування задач тепломасообміну знаходять розподіл поля температури й поля концентрацій, а також потоків теплоти та маси як функції координат і часу.

#### *Температурне поле*

Температурне поле є сукупністю значень температури в усіх точках даної розрахункової області та в часі:

$$t(x, y, z, \tau) = 0. \quad (1.1)$$

Це рівняння описує неоднорідне температурне поле.

Аналогічно можна ввести поле концентрацій:

$$c(x, y, z, \tau) = 0. \quad (1.2)$$

Науково обґрунтоване та строге визначення температури як фізичної величини базується на основі поняття про термодинамічну рівновагу. Температурою в цьому сенсі називають фізичну величину, що є мірилом відхилення стану даного тіла від термодинамічної рівноваги з іншим тілом, стан якого умовно беруть за нульовий.

Температуру вимірюють у градусах Цельсія та в Кельвінах:

$$T, K = T, ^\circ C + 273,15; T, ^\circ C = T, K - 273,15. \quad (1.3)$$

Зміна температури (перепад температур) не залежить від системи одиниць вимірювання температури.

Залежно від числа координат розрізняють тривимірне, двовимірне та одновимірне температурні поля. Температурне поле, що змінюється з часом, називають нестационарним температурним полем, і навпаки, температурне поле, що не



змінюється з часом, називають стаціонарним температурним полем.

Якщо подумки з'єднати всі макроскопічні точки з однаковою температурою, то можна ввести поняття ізотермічної поверхні.

Властивості ізотермічних поверхонь: ізотермічні поверхні не перетинаються; в нестаціонарних процесах ізотермічні поверхні переміщуються в просторі.

Тепловий потік – це кількість теплоти, що переноситься за одиницю часу в середовищі з неоднорідним температурним полем. Тепловий потік вимірюють у ватах ( $1 \text{ Дж/с} = 1 \text{ Вт}$ ).

Густина теплового потоку – це величина теплового потоку через одиницю ізотермічної поверхні:

$$q = \frac{\dot{Q}}{F}, \frac{Вт}{м^2}. \quad (1.4)$$

Кількість теплоти – кількість теплової енергії, одержана або віддана тілом (твердим, рідким або газоподібним) за час  $\tau$  внаслідок теплообміну. Кількість теплоти вимірюють у джоулях (Дж) або калоріях (кал).

В інженерних розрахунках вважають, що  $1 \text{ кал} = 4,187 \text{ Дж}$ ,  $1 \text{ Дж} = 0,24 \text{ кал}$ .

У розрахунках теплообміну використовують три питомих теплових потоки: поверхневу густина теплового потоку, лінійну густина теплового потоку та об'ємну густина теплового потоку.

Поверхнева густина теплового потоку  $q, \frac{Вт}{м^2}$ , – тепловий потік, віднесений до площі поверхні тіла. Лінійна густина теплового потоку  $q_l, \frac{Вт}{м}$ , тепловий потік, віднесений до довжини тіла з довільним, але постійним по довжині поперечним перерізом. Об'ємна густина теплового потоку  $q_v, \frac{Вт}{м^3}$ , – тепловий потік, віднесений до об'єму тіла.

Розглядають три способи перенесення енергії у формі теплоти:

- 1) теплопровідність (кондукція);
- 2) конвекція (перемішування);
- 3) випромінювання (радіація).

**Теплопровідність** – це молекулярне перенесення теплоти в суцільному середовищі, обумовлене неоднорідністю температурного поля. Визначається рухом мікрочасток тіла, тепловий рух атомів, молекул. У газах перенесення енергії пов'язане з дифузєю і зіткненням молекул. У краплинних рідинах – це коливальні рухи ансамблів молекул. У металах теплопровідність обумовлена рухом вільних електронів.

**Конвекція** – це процес перенесення теплоти в середовищі з неоднорідним розподілом температури, що здійснюється перемішуванням макроскопічних частин середовища. Через гіпотезу цілісності конвективне перенесення супроводжується молекулярною теплопровідністю. У рухомому середовищі спостерігається бінарний механізм конвективно-кондуктивного перенесення, названий конвективним теплообміном.

Розрізняють два види конвекції: природну (вільну) і вимушену. За природної конвекції рухома сила обумовлена неоднорідністю густини рідкого середовища за наявності в ньому різниці температур, унаслідок цього виникають піднімальні сили в полі масової сили будь-якого походження. Вимушена конвекція характерна тим, що рідина пересувається під дією зовнішньої рухомої сили.

**Випромінювання** – це процес передавання теплоти за допомогою електромагнітних хвиль, обумовлений температурою та оптичними властивостями тіл, що беруть участь у теплообміні. Теплове випромінювання пов'язане з подвійним взаємним перетворенням енергії (теплова – променева – тепла). На відміну від конвекції і теплопровідності променевий теплообмін може здійснюватися і за відсутності проміжного середовища речовини, наприклад, у вакуумі, де це є єдиний можливий спосіб перенесення теплоти.

Введемо поняття однорідності та ізотропності суцільного середовища. Однорідне (гомогенне) – суцільне середовище, в різних точках якого його фізичні властивості однакові за однакових температур та термодинамічного тиску. Неоднорідне – середовище, в різних точках якого його фізичні властивості неоднакові за однакових температур і тиску. Ізотропне – суцільне середовище, фізичні властивості якого не залежать від напрямку. Анізотропне – середовище, фізичні властивості якого залежать від напрямку.

У подальшому всі тіла вважатимемо гомогенними та ізотропними, оскільки це справедливо практично для всіх матеріалів, застосовуваних у тепломасообмінних апаратах виробництва.

Гradient температурного поля або gradient температури – це вектор, спрямований по нормалі до ізоtermічної поверхні в бік підвищення температури і чисельно дорівнює зміні температури на одиниці довжини:

$$\text{grad}(t) = \vec{n} \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right), \quad (1.5)$$

де  $n$  – нормаль до ізоtermічної поверхні;  $\vec{n}$  – одиничний вектор нормалі.

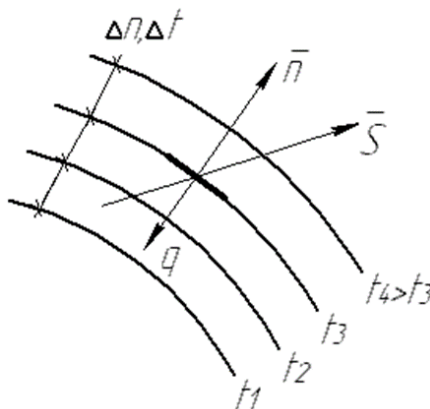


Рисунок 1.1 – Ізоtermічна поверхня

Тепловий потік, що передається теплопровідністю в твердому тілі, визначається гіпотезою (законом) Фур'є, згідно з яким «тепловий потік теплопровідністю пропорційний градієнту температури та площі ізотермічної поверхні перенесення». Це також векторна величина, але спрямована в напрямку зменшення температури:

$$\dot{q} = -\lambda \operatorname{grad} t, \frac{Bm}{M^2}, \quad (1.6)$$

де  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності (є теплофізичною властивістю речовини, залежить від параметрів тіла і його структури, наведений у теплотехнічних довідниках).

Знак « $\leftarrow$ » у рівнянні (1.6) показує, що напрям теплового потоку не збігається з градієнтом температури.

У скалярному вигляді, якщо спроектувати (1.6) на осі координат, одержуємо:

$$\dot{q}_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x}, \quad \dot{q}_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}, \quad \dot{q}_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z}. \quad (1.7)$$

Фізична сутність коефіцієнта теплопровідності та його залежність від основних параметрів стану речовини пов'язані з механізмом передавання тепла в тілі у відповідному стані. У загальному випадку коефіцієнт теплопровідності залежить від роду й агрегатного стану речовини, її температури і тиску, структури та об'ємної маси, пористості й вологості. Для більшості матеріалів із достатньою точністю для інженерних розрахунків залежність коефіцієнта теплопровідності від температури може бути прийнята за такою лінійною залежністю:

$$\lambda = \lambda_0 \left[ 1 + b(t - t_0) \right], \frac{Bm}{M \cdot K}, \quad (1.8)$$

де  $\lambda_0$  – де значення коефіцієнта теплопровідності за температури  $t_0$ ;

$b$  – стала, що визначається дослідним шляхом і залежить від властивостей матеріалу.

У таблиці 1.1 наведено значення коефіцієнта теплопровідності для різних матеріалів.

Таблиця 1.1 – Коефіцієнт теплопровідності матеріалів

Матеріал	Механізм передавання енергії у формі тепла	Коефіцієнт теплопровідності $\lambda, \frac{Вт}{м \cdot К}$	Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури
Газ	Дифузія і зіткнення окремих молекул	0,001–0,1	За збільшення температури збільшується
Рідина	Коливання ансамблів молекул	0,01–10	Зі збільшенням температури зменшується, виняток – вода
Метал	Рух вільних електронів	10–400	Для чистих металів із підвищенням температури збільшується, для сплавів – зменшується
Теплоізоляційні матеріали	Спільна дія теплопровідності, конвекції та випромінювання внаслідок неоднорідності матеріалів	0,1–1	Зі збільшенням температури збільшується

### Контрольні питання до розділу 1

1 Які закономірності вивчає наука «тепломасообмін», на яких законах базується?

2 Способи перенесення енергії у формі теплоти.

3 Основні закони теплообміну. Гіпотеза Фур'є.

4 Фізична сутність коефіцієнта теплопровідності.

5 Залежність коефіцієнта теплопровідності від температури.

## РОЗДІЛ 2

### Теплопровідність

#### 2.1 Стаціонарна теплопровідність тіл простої форми

##### 2.1.1 Крайова задача теплопровідності

На практиці необхідно знати вид температурного поля:

$$t(x, y, z, \tau) = 0. \quad (2.1)$$

Для визначення поширення теплоти через тверде тіло можна використовувати в чистому вигляді закон Фур'є:

$$\delta Q = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dF d\tau. \quad (2.2)$$

Використовуючи закон Фур'є і знаючи вид температурного поля, можна знайти тепловий потік.

Для опису нестационарного температурного поля необхідно поставити крайове завдання: систему диференціальних рівнянь з умовами однозначності.

Припущення:

- тіло однорідне й ізоентропне;
- фізичні параметри сталі;
- деформації даного об'єму незначні;
- внутрішні джерела тепла розподілені рівномірно.

Розглянемо розподіл теплоти через тверде тіло, яке має сталі теплофізичні властивості ( $\rho, c, \lambda = const$ ).

Вважатимемо, що температура за об'ємом тіла змінюється безперервно. Виділимо елемент тіла з декартовими координатами.

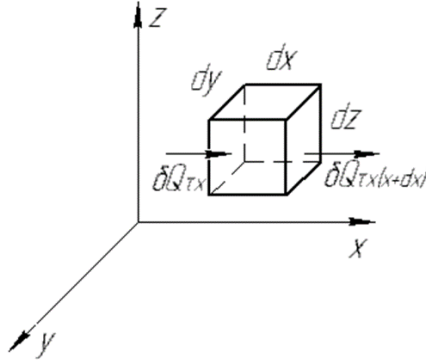


Рисунок 2.1 – Елементарний об'єм

Через грані елемента проходить тепловий потік. Через те, що температура елемента є безперервною функцією, то можна подати у вигляді такого ряду:

$$t + \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial t}{\partial z}\right) dz = 0. \quad (2.3)$$

З першого закону термодинаміки випливає, що за відсутності роботи підведена енергія у формі теплоти витрачається на підвищення внутрішньої енергії тіла:

$$\delta Q_{\tau} = dU. \quad (2.4)$$

Теплота, яка підводиться до грані елемента площею  $dy, dz$  за час  $d\tau$  дорівнює

$$dQ_{\tau,x} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) dy dz d\tau. \quad (2.5)$$

Через протилежну грань виводиться теплота в кількості

$$dQ_{\tau(x+dx)} = -\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left[ t + \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right) dx \right] dy dz d\tau. \quad (2.6)$$

Якщо теплота підводиться до елемента, то зміна внутрішньої енергії дорівнює різниці для проекції  $x$ , вираженої з (2.5) і (2.6):

$$dQ_{\tau x} - dQ_{\tau(x+dx)} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dy dz d\tau. \quad (2.7)$$

Одержуючи аналогічні різниці за двома іншими гранями і складаючи їх, одержимо

$$\delta Q_{\tau} = \lambda \underbrace{\left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)}_{\nabla^2 t} dx dy dz d\tau, \quad (2.8)$$

де  $\nabla^2 t$  – оператор Лапласа.

Зміна внутрішньої енергії елемента

$$dU = \rho \cdot c \cdot dx dy dz \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} \right) d\tau, \quad (2.9)$$

де  $\left( \frac{\partial t}{\partial \tau} \right)$  – температура прогрівання тіла.

Теплота внутрішніх джерел тепла

$$\delta Q_{\tau(\text{джл})} = q_v dx dy dz d\tau, \quad (2.10)$$

де  $q_v$  – потужність внутрішніх джерел тепла,  $\frac{Вт}{м^3}$ .

Прирівнюючи (2.8) і (2.9) та в загальному випадку враховуючи можливі теплові джерела всередині тіла (проходження електричного струму, хімічні реакції), одержимо

$$\delta U = \delta Q_{\tau} + \delta Q_{\tau(\text{джл})}. \quad (2.11)$$

Складаючи рівняння (2.8), (2.9) та (2.11) і позначаючи

$a = \frac{\lambda}{\rho c}$  – коефіцієнт температуропровідності,  $\frac{м^2}{с}$ , одержимо

рівняння енергії:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{\rho c}. \quad (2.12)$$



Розв'язати рівняння (2.12) і однозначно знайти розподіл температур можна, якщо відомі умови однозначності (крайові умови) для конкретного тіла.

### *Умови однозначності (крайові умови)*

Оскільки диференціальне рівняння теплопровідності виведено на підставі загальних законів фізики, то воно описує явище теплопровідності в загальному вигляді. Тому необхідно ввести умови однозначності.

1 Геометричний контур тіла (задають форму та лінійні розміри тіла, в якому проходить процес).

2 Теплофізичні властивості (задають  $\lambda, c, \rho$  та закон розподілу внутрішніх джерел тепла).

3 Тимчасові (початкові) умови (характеризують стан тіла в початковий момент часу).

4 Граничні умови (граничні умови, що характеризують взаємодію розглядуваного тіла з оточуючим середовищем і задаються декількома способами).

Залежно від вибору величин, які визначають зазначену взаємодію, розрізняють граничні умови:

#### **Граничні умови I роду**

На поверхні тіла задається температура на поверхні:

$$x, y, z = x_0, y_0, z_0; t_C(x_0, y_0, z_0, \tau) = 0$$

#### **Граничні умови II роду**

Задається значення теплового потоку для кожної точки на поверхні тіла:  $q = f(x, y, z, \tau)$ .

#### **Граничні умови III роду (теплопередача)**

Задається температура довкілля і закон теплообміну між поверхнею тіла та оточуючим середовищем (використовується закон Ньютона – Ріхмана).

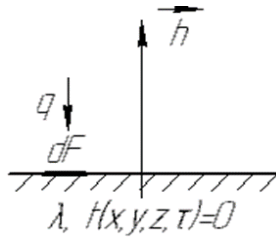


Рисунок 2.2 – До граничних умов III роду

На межі розподілу тепловий потік, який підводиться за рахунок тепловіддачі, та елементарний майданчик  $dF$  поширюється по тілу за законом Фур'є:

$$\alpha(t_p - t_c) = -\lambda \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_c, \quad (2.13)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі,  $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ , що характеризує інтенсивність теплообміну між поверхнею тіла й оточуючим середовищем. Числове значення дорівнює кількості тепла, що віддається (або сприймається) одиницею поверхні за одиницю часу за різниці температур між поверхнею тіла й оточуючим середовищем один градус.

#### Граничні умови IV роду (умова сумісності)

Характеризує умови теплообміну системи тіл або тіла з оточуючим середовищем за законом теплопровідності. Характерний для контакту твердих тіл або двох рідин, що не змішуються.

У разі ідеального контакту на межі двох тіл (температури стінок рівні) виконується умова рівності температур і рівності теплових потоків:

$$-\lambda_1 \left( \frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_0 = -\lambda_2 \left( \frac{\partial t_2}{\partial n} \right)_0. \quad (2.14)$$

За наявності фазових, хімічних перетворень або радіації це рівняння ускладняється.

Розглянемо завдання, в яких виконується умова постійності теплового потоку. Як тіло обираємо тіло простих форм (нескінченно плоска стінка, нескінченно довгий циліндр, сферична стінка). Нескінченна протяжність потрібна, щоб розглянути одновимірне завдання. На практиці ці розв'язки справедливі, якщо розмір тіла, за яким змінюється температура, набагато менший від інших розмірів.

### 2.1.2 Теплопровідність через плоску одношарову стінку

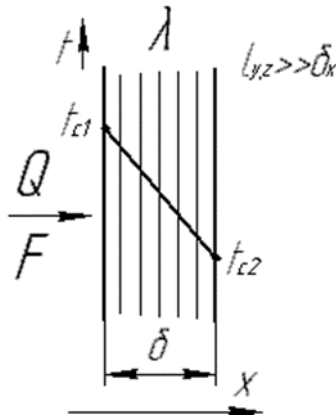


Рисунок 2.3 – Одношарова плоска стінка

Постановка задачі:

- одновимірна задача:  $\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} \rightarrow 0$ ;
- стаціонарна задача:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ;
- внутрішні джерела тепла відсутні:  $q_v = 0$ .

Для визначення теплового потоку, що проходить крізь пластину, необхідно визначити градієнт температури, тобто її температурне поле. У разі стаціонарної одновимірної задачі без

джерел теплоти рівняння (2.12) для декартової системи координат має вигляд

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0. \quad (2.15)$$

Розглянемо граничні умови **I роду**:

$$x = 0; t = t_{c1} = \text{const};$$

$$x = \delta; t = t_{c2} = \text{const}.$$

Для визначення температурного поля розв'яжемо рівняння (2.15):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left( \frac{dt}{dx} \right) &= 0, \quad \frac{dt}{dx} = c_1, \\ t &= c_1 x + c_2, \end{aligned} \quad (2.16)$$

де  $c_1$  та  $c_2$  – сталі інтегрування.

Стаціонарний розподіл температури в пластині

$$t = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x + t_{c1} = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\delta} x. \quad (2.17)$$

Таким чином, одержуємо, що стаціонарний розподіл температури в пластині поданий прямою лінією. Густина теплового потоку, що проходить крізь пластину, визначимо за гіпотезою Фур'є, враховуючи (2.16):

$$\dot{q} = \lambda \frac{\Delta t}{\delta} = \frac{\Delta t}{R_q}, \quad (2.18)$$

де  $R_q = \frac{\delta}{\lambda}$  – термічний опір плоскої стінки,  $\frac{m^2 \cdot K}{Wm}$ .

З (2.18) випливає, що за постійного теплового потоку перепад температур на стінці прямопропорційний термічному опору:  $\Delta t = \text{const} \cdot R_q$ .

Розглянемо граничні умови **II роду**:  $q_{cm} = \text{const}$ ,

$$t_{cm} = \text{const}.$$

Крайову задачу теплопровідності запишемо у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d^2 t}{dx^2} = 0, \\ -\lambda \frac{dt}{dx} = q_{cm}, \\ t_{x=0} = t_{cm1}. \end{cases} \quad (2.19)$$

Інтегруючи рівняння теплопровідності за відповідних граничних умов, одержимо таке рівняння поля температур у пластині:

$$t_x = t_{cm1} - q_{cm} \frac{x}{\lambda}. \quad (2.20)$$

Відповідно різниця температур на стінці

$$\Delta t_{cm} = t_{cm1} - t_{cm2} = q_{cm} \frac{\delta}{\lambda}. \quad (2.21)$$

### 2.1.3 Теплопровідність через плоску багат шарову стінку

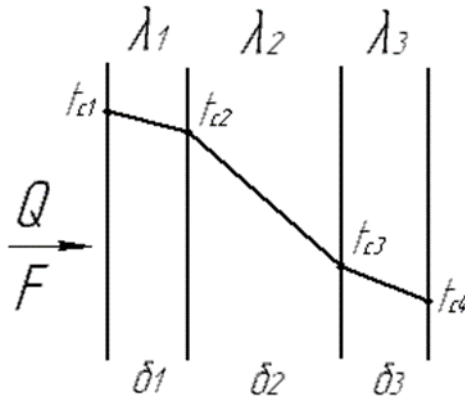


Рисунок 2.4 – Багат шарова плоска стінка

Постановка задачі:

- одновимірна задача:  $\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} \rightarrow 0$ ;
- стаціонарна задача:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ;
- внутрішні джерела тепла відсутні:  $q_v = 0$ ;
- площа стала:  $F = const$ ;
- тепловий потік через всі шари не змінюється:

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = \dot{q} = const .$$

Вважаємо, що контакт між окремими шарами ідеальний, це відповідає умові рівності температур на поверхнях сусідніх шарів.

Розглянемо граничні умови **I** роду.

За заданих температур на поверхнях стінки, розмірів окремих шарів та коефіцієнтів теплопередачі матеріалів, із яких вони складаються (за умови  $\lambda = const$ ), запишемо:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{q}_1 = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}}, \\ \dot{q}_2 = \frac{t_{c2} - t_{c3}}{\frac{\delta_2}{\lambda_2}}, \\ \dot{q}_3 = \frac{t_{c3} - t_{c4}}{\frac{\delta_3}{\lambda_3}}. \end{array} \right. \quad (2.22)$$

Додавши ліву та праву частини і скоротивши температури проміжних шарів, одержуємо

$$\dot{q} \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3} + \dots \right) = t_{c1} - t_{c(n+1)}. \quad (2.23)$$

Звідси визначаємо густину теплового потоку через багат шарову стінку:

$$q = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \dots + \frac{\delta_n}{\lambda_n}} = \frac{t_{c1} - t_{c(n+1)}}{R_{q\Sigma}}, \quad (2.24)$$

де  $R_{q\Sigma}$  – повний термічний опір шарів,  $\frac{M^2 \cdot K}{Bm}$ .

Температури на поверхнях поділу окремих шарів дорівнюють:

$$\begin{cases} t_{c2} = t_{c1} - q \frac{\delta_1}{\lambda_1}, \\ t_{c3} = t_{c2} - q \frac{\delta_2}{\lambda_2} = t_{c1} - q \left( \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} \right) = t_{c1} - q (R_{q1} + R_{q2}), \\ \dots \\ t_{c(n+1)} = t_{c1} - q \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} = t_{c1} - q \sum_{i=1}^n R_{qi}. \end{cases} \quad (2.25)$$

Розглянемо граничні умови III роду (теплопередача).

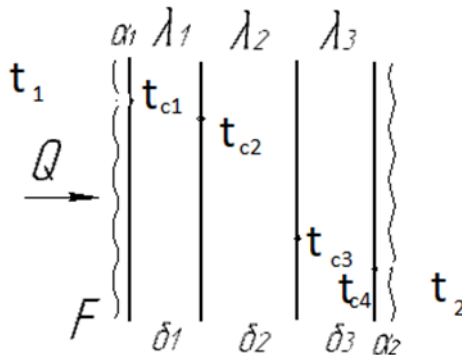


Рисунок 2.5 – Багат шарова плоска стінка з граничними умовами III роду

Постановка задачі:

– одновимірна задача:  $\frac{\partial t}{\partial y} = \frac{\partial t}{\partial z} \rightarrow 0$ ;

– стаціонарна задача:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ;

– внутрішні джерела тепла відсутні:  $q_v = 0$ ;

– площа стала:  $F = const$ ;

– тепловий потік через всі шари не змінюється

$$\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = \dot{q} = const;$$

–  $\alpha_1, \alpha_2$  – коефіцієнти тепловіддачі.

Крайову задачу теплопровідності запишемо у вигляді системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 t}{dx^2} = 0, \\ -\lambda \left( \frac{dt}{dx} \right)_{x=0} = \alpha_1 (t_1 - t_{c1}), \\ -\lambda \left( \frac{dt}{dx} \right)_{x=\delta} = \alpha_2 (t_{c2} - t_2). \end{array} \right. \quad (2.26)$$

Густина теплового потоку для кожного із шарів

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = \alpha_1 (t_1 - t_{c1}) = \frac{t_1 - t_{c1}}{\frac{1}{\alpha_1}}, \\ q_2 = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{\delta_1}{\lambda_1}}, \\ \dots \\ q_5 = \alpha_2 (t_{c4} - t_2) = \frac{t_{c4} - t_2}{\frac{1}{\alpha_2}}. \end{array} \right. \quad (2.27)$$



Додаючи рівняння та скорочуючи проміжні температури, одержимо

$$q\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{1}{\alpha_2}\right) = t_1 - t_2. \quad (2.28)$$

Згрупуємо:

$$q = \frac{t_1 - t_2}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \dots + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\Delta t}{R_{q\kappa}}. \quad (2.29)$$

Величину, обернену загальному термічному опору, називають коефіцієнтом теплопередачі:

$$k = \frac{1}{R_{q\kappa}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \left[ \frac{Wm}{m^2 \cdot K} \right]. \quad (2.30)$$

Очевидно, що коефіцієнт теплопередачі вимірюється в тих самих одиницях, що й коефіцієнт тепловіддачі. Він характеризує інтенсивність теплопередачі і дорівнює, за визначенням, густині теплового потоку на стінці (поверхні поділу), віднесений до різниці температур між теплоносіями (температурного напору між теплоносіями).

Тепловий потік через поверхню площею  $F$  визначимо з рівняння теплопередачі:

$$\dot{Q} = k\Delta t F. \quad (2.31)$$

#### 2.1.4 Теплопровідність через циліндричну стінку

За аналогією з тонкою пластиною вважаємо стінку настільки довгою, що втрати енергії з її торців практично не впливають на перенесення теплоти в ній та на поле температур. Відмінність циліндричної стінки від плоскої полягає в змінності площі теплообміну.

Розглянемо граничні умови I роду.

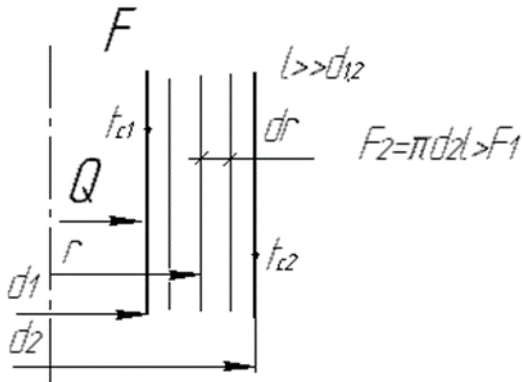


Рисунок 2.6 – Одношарова циліндрова стінка

Постановка задачі:

- безкінечно довгий циліндр:  $l \gg d_2$ ;
- стаціонарна задача:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ;
- внутрішні джерела тепла відсутні:  $q_v = 0$ .

У цьому разі задачу можна вважати осесиметричною одновимірною, коли температура змінюється лише в радіальному напрямку. Диференціальне рівняння теплопровідності в повних похідних запишемо в циліндричних координатах:

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dr} \cdot 2\pi r = const. \quad (2.32)$$

Граничні умови:  $r = \frac{d_1}{2} : t = t_{c1}$ ;  $r = \frac{d_2}{2} : t = t_{c2}$ .

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dt}{dr} \right) = 0, \quad \frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0. \quad (2.33)$$

Двічі інтегруючи, одержимо загальний розв'язок:

$$t = c_1 \ln r + c_2.$$

Ураховуючи граничні умови, одержимо:

$$c_1 = (t_{c1} - t_{c2}) \ln \frac{r_2}{r}, \quad c_2 = t_{c1} - (t_{c1} - t_{c2}) \ln r_1 \ln \frac{r_2}{r_1}, \quad (2.34)$$

$$t = t_{c1} - (t_{c1} - t_{c2}) \frac{\ln \left( \frac{r}{r_1} \right)}{\ln \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}. \quad (2.35)$$

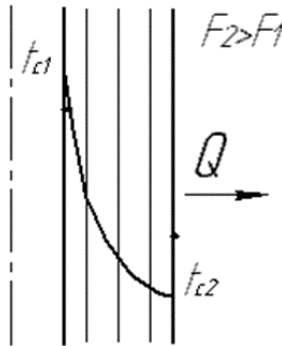


Рисунок 2.7 – Розподіл поля температури

З формули (2.35) очевидно, що характер розподілу температури в циліндричній стінці має логарифмічний характер.

Надалі у формули для розрахунків можна підставляти діаметр замість радіуса.

Розв'язок задачі можна поширити на багат шарову циліндрову стінку, якщо тепловий потік проходить через усі шари і не змінюється:

$$q_l = \frac{\pi(t_{c1} - t_{c(n+1)})}{\sum_j^n \frac{1}{2\lambda_j} \ln \left( \frac{d_{(j+1)}}{d_j} \right)}, \quad (2.36)$$

$$\dot{Q} = \dot{q}_l l = const. \quad (2.37)$$

Тепловий потік через циліндричний шар

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l \lambda (t_{c1} - t_{c2})}{\ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)} = \frac{\pi l (t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{2\lambda} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)}, \quad (2.38)$$

де  $R_l = \frac{1}{2\lambda} \ln\left(\frac{d_2}{d_1}\right)$  – лінійний термічний опір циліндричної стінки.

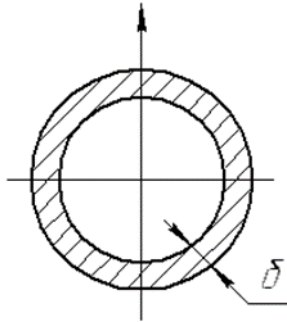


Рисунок 2.8 – Тонка труба

Часто на практиці відмінність внутрішньої площі від зовнішньої незначна, тому можна з достатньою точністю замінити розрахунок через циліндричний шар розрахунком через плоский шар.

Якщо виконується умова  $\frac{d_2}{d_1} < 2$ , то похибка розрахунку теплового потоку становить менше ніж 4 %. У цьому разі можна говорити про виконання умови тонкостінності труб та розрахунок теплового потоку проводять за таким рівнянням:

$$\dot{Q} = \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\frac{\delta}{\lambda}} \cdot \pi d_x l, \quad (2.39)$$

де  $d_x = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)$ .

Розглянемо граничні умови **III роду**.

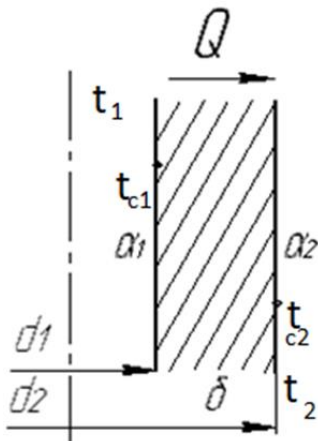


Рисунок 2.9 – Одношарова циліндрична стінка (граничні умови III роду)

Постановка задачі:

- безкінечно довгий циліндр:  $l \gg d_2$ ;
- стаціонарна задача:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ;
- внутрішні джерела тепла відсутні:  $q_v = 0$ ;
- $\alpha_1, \alpha_2$  – коефіцієнти тепловіддачі.

Система рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Q} = \alpha_1 (t_1 - t_{c1}) \pi d_1, \\ \dot{Q} = \frac{\pi (t_{c1} - t_{c2}) l}{\frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1}}, \\ \dot{Q} = \alpha_2 (t_{c2} - t_2) \pi d_2 l. \end{array} \right. \quad (2.40)$$

З урахуванням скорочення проміжних температур стінки загальне рівняння для теплопередачі через циліндрову стінку має такий вигляд:

$$Q_l = \frac{\pi(t_1 - t_2)l}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \quad (2.41)$$

де  $R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}$  – лінійний термічний опір циліндрової стінки.

Якщо ввести за аналогією з теплопередачею через плоску стінку поняття лінійного коефіцієнта теплопередачі, то

$$k_l = \frac{1}{R_l} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}. \quad (2.42)$$

Рівняння для теплопередачі через циліндричну стінку

$$\dot{Q} = k_l (t_{c1} - t_{c2}) \cdot \pi l. \quad (2.43)$$

Питома характеристика інтенсивності теплопередачі через циліндричну стінку на відміну від плоскої стінки може бути виражена трьома способами залежно від її віднесення:

а) до площі внутрішньої поверхні:

$$q_1 = \frac{Q}{\pi d_1 l} = \frac{k_l}{d_1} (t_1 - t_2); \quad (2.44)$$

б) до площі зовнішньої поверхні:

$$q_2 = \frac{Q}{\pi d_2 l} = \frac{k_l}{d_2} (t_1 - t_2); \quad (2.45)$$

в) до довжини труби:

$$q_l = \frac{Q}{l} = k_l \pi (t_1 - t_2). \quad (2.46)$$

Зв'язок між ними:

$$q_l = \pi d_1 q_1 = \pi d_2 q_2. \quad (2.47)$$

### 2.1.5 Критичний діаметр циліндричної стінки

Теплоізоляція плоскої стінки здійснюється будь-яким збільшенням товщини стінки або зменшенням  $\lambda$ . За  $F = const$   $q = const$ . Якщо ця умова не виконується, ізолюючи стінку, необхідно враховувати збільшення площі зовнішньої тепловіддачі  $F \neq const$ . Визначаємо умову вибору ізоляційного матеріалу.

Розглянемо вплив зовнішнього діаметра циліндричної стінки на лінійний термічний опір теплопередачі. Якщо зафіксувати величини  $\alpha_1, \alpha_2, \lambda, d_1$ , то термічний опір теплопередачі залежатиме лише від значення  $d_2$ .

Загальний вираз для лінійного термічного опору

$$R_l = \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}, \quad (2.48)$$

де  $R_{l1} = \frac{1}{\alpha_1 d_1} = const$  – внутрішній термічний опір;

$R_{lc} = \frac{1}{2\lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} = var ia$  – термічний опір теплопровідності;

$R_{l2} = \frac{1}{\alpha_2 d_2} = var ia$  – зовнішній термічний опір.

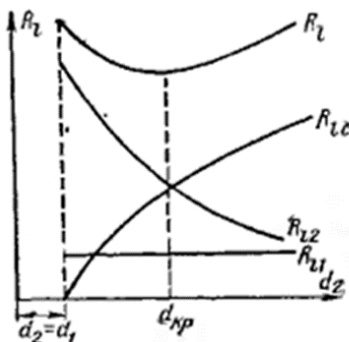


Рисунок 2.10 – Критичний діаметр

Очевидно, що термічний опір теплопровідності  $R_{IC}$  за збільшення діаметра  $d_2$  буде зростати, а зовнішній термічний опір  $R_{I2}$  за збільшення діаметра  $d_2$ , навпаки, буде зменшуватися.

Дослідимо на екстремум функцію  $\frac{\partial(R_I)}{\partial(d_2)} = 0$ . Знайдемо

значення  $d_2$ , за якого  $R_I$  матиме екстремум.

Це значення діаметра, яке називають критичним діаметром циліндричної стінки:

$$d_{кр} = \frac{2\lambda_{із}}{\alpha_2}. \quad (2.49)$$

Важливою сферою застосування результатів наведеного аналізу є підбір матеріалу для теплоізоляції трубопроводів. Теплова ізоляція – покриття поверхні шаром матеріалу з низьким коефіцієнтом теплопровідності (високий внутрішній термічний опір) для зниження теплового потоку через цю поверхню. Матеріали з низьким значенням коефіцієнта теплопровідності в техніці називають теплоізоляційними. Якщо для певного теплоізоляційного матеріалу розраховане значення критичного діаметра ізоляційного шару, так званого критичного діаметра ізоляції  $d_{кр.із}$ , виявиться більшим за значення внутрішнього діаметра (дорівнює зовнішньому діаметру ізолюваного трубопроводу), то лише в разі досягнення цього критичного діаметра тепловтрати почнуть знижуватись, і значний шар ізоляції виявиться неефективним. Тобто для ізоляції певного трубопроводу із зовнішнім діаметром  $d$  необхідно вибирати матеріал із таким коефіцієнтом теплопровідності, щоб виконувалась умова  $d \geq d_{кр.із}$  або

$$\lambda_{із} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}. \quad (2.50)$$

Якщо неможливо вибрати матеріал теплової ізоляції – то трубу не покривають ізоляцією.



Якщо задача полягає в збільшенні теплового потоку за рахунок покриття (наприклад, покриття електроприводу), то можна виразити теплопровідність покривного матеріалу:

$$\lambda_{\text{покр}} > \frac{\alpha_2 d_2}{2}. \quad (2.51)$$

### 2.1.6 Теплопровідність через сферичний шар

Розглянемо граничні умови I роду.

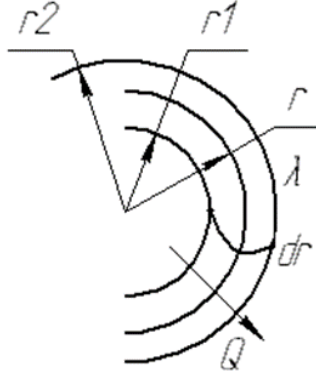


Рисунок 2.11 – Сферична стінка

Постановка задачі:

- теплофізичні властивості – постійні;
- стаціонарна задача  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ;
- внутрішні джерела тепла відсутні:  $q_v = 0$ .

Диференціальне рівняння теплопровідності у сферичних координатах запишемо у вигляді

$$\nabla^2 t = \frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dt}{dr} = 0. \quad (2.52)$$

Граничні умови:

$$r = r_1; \Rightarrow t = t_{e1},$$

$$r = r_2; \Rightarrow t = t_{e2}.$$

Розв'язуючи рівняння (2.52) введенням змінних  $U = \frac{dt}{dr}$

отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\frac{du}{dr} + \frac{2u}{r} = 0; \quad \frac{du}{u} = -\frac{2dr}{r}; \quad \ln u + 2 \ln r = \ln c_1; \quad u \cdot r^2 = c_1; \quad (2.53)$$

$$\frac{dt}{dr} = \frac{c_1}{r^2}.$$

Температура в перерізі

$$t = -\frac{c_1}{r} + c_2 \quad \text{за} \quad c_1 = -\frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}; \quad c_2 = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \cdot \frac{1}{r_1} \quad (2.54)$$

Підставляючи значення  $c_1$  та  $c_2$  в рівняння (2.54), одержуємо рівняння для температурного поля сферичної стінки:

$$t = t_{c1} - \frac{t_{c1} - t_{c2}}{\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r}\right). \quad (2.55)$$

Використовуючи рівняння Фур'є, одержуємо формулу для теплового потоку:

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dr} \cdot 4\pi r^2 = \text{const}. \quad (2.56)$$

Якщо в рівняння (2.56) підставити значення градієнта температури  $\frac{dt}{dr}$ , то одержимо

$$\dot{Q} = \frac{(t_{c1} - t_{c2})4\pi\lambda}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}. \quad (2.57)$$

З рівняння (2.57) випливає, що температура у сферичній стінці розподіляється за законом гіперболи.

Розглянемо граничні умови **III роду**.

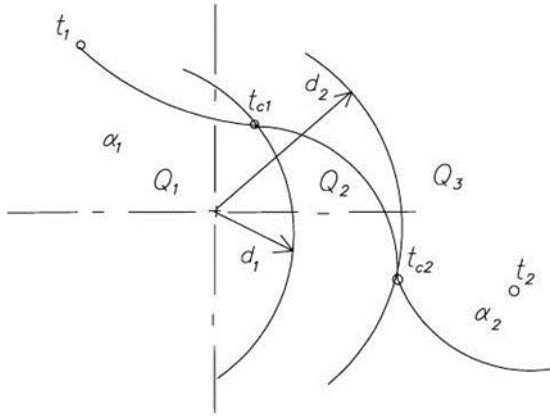


Рисунок 2.12 – Сферична стінка, граничні умови III роду

Постановка задачі:

- теплофізичні властивості постійні;
- стаціонарна задача:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$ ;
- внутрішні джерела тепла відсутні:  $q_v = 0$ ;
- $\alpha_1, \alpha_2$  – коефіцієнти тепловіддачі;
- $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3 = \dot{q} = const$ .

Оскільки тепловий потік постійний за всіма шарами, можна записати:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{Q}_1 = \alpha_1(t_1 - t_{c1})\pi d_1^2, \\ \dot{Q}_2 = \frac{2\pi\lambda(t_{c1} - t_{c2})}{\frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2}}, \\ \dot{Q}_3 = \alpha_2(t_{c2} - t_2)\pi d_2^2. \end{array} \right. \quad (2.58)$$

Виключаючи температури стінок, одержимо

$$\dot{Q} = \frac{\pi(t_1 - t_2)}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}}, \quad (2.59)$$

де  $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 d_1^2} + \frac{1}{2\lambda} \left( \frac{1}{d_1} - \frac{1}{d_2} \right) + \frac{1}{\alpha_2 d_2^2}}$  – коефіцієнт теплопередачі сферичного шару.

## 2.2 Інтенсифікація теплопередачі

### 2.2.1 Шляхи інтенсифікації

Під інтенсифікацією теплопередачі розуміють збільшення кількості переданої теплоти через стінку за фіксованих температурах теплоносіїв.

У стаціонарному тепловому режимі рівняння теплопередачі має такий вигляд:

$$\dot{Q} = k \Delta t F. \quad (2.60)$$

Якщо стінка достатньо тонка в теплообмінних апаратах, можна використовувати плоске наближення:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_j \left( \frac{\delta}{\lambda} \right)_j + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ тобто } k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.61)$$

Формули (2.60) та (2.61) дозволяють сформулювати шляхи інтенсифікації теплообміну:

- 1) режимний;
- 2) конструктивний.

Режимний спосіб передбачає зміну коефіцієнта тепловіддачі з обох сторін стінки. Проаналізувавши вплив

коефіцієнтів тепловіддачі  $\alpha_1$  та  $\alpha_2$  на коефіцієнт теплопередачі  $k$  (нехтуючи термічним опором стінки  $\left(\frac{\delta}{\lambda}\right) \rightarrow 0$ ), знаходимо:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_1}{1 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} = \frac{\alpha_2}{1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1}}. \quad (2.62)$$

Якщо  $\alpha_2 \gg \alpha_1$ , то  $k \rightarrow \alpha_1$ ; якщо  $\alpha_1 \gg \alpha_2$ , то  $k \rightarrow \alpha_2$ . Таким чином, коефіцієнт теплопередачі  $k$  не може бути більшим за найменший коефіцієнт тепловіддачі, тобто  $k \leq \min(\alpha_1, \alpha_2)$ .

Таким чином, для збільшення коефіцієнта теплопередачі необхідно збільшувати менше значення коефіцієнта тепловіддачі за рахунок зміни режиму руху теплоносіїв.

Раціональна умова теплопередачі

$$\alpha_1 \approx \alpha_2, \text{ або } k \approx \frac{\alpha}{2}. \quad (2.63)$$

Конструктивний спосіб передбачає таке: під час передавання теплоти через циліндричну стінку термічні опори визначаються не лише значенням коефіцієнтів тепловіддачі, а й розмірами самих поверхонь. Звідси випливає, що якщо  $\alpha$  мале, то термічний опір тепловіддачі можна зменшити за допомогою збільшення відповідної поверхні.

$$Q = \frac{\Delta t}{\left(\frac{1}{\alpha_1 F_1}\right) + \left(\frac{1}{\alpha_2 F_2}\right)}. \quad (2.64)$$

Такий принцип покладено в основу інтенсифікації теплопередачі за допомогою оребрення. Водночас термічні опори стануть пропорційними величинам  $\left(\frac{1}{\alpha_1 F_1}\right)$  та  $\left(\frac{1}{\alpha_2 F_2}\right)$ . Тобто якщо  $\alpha_1 \ll \alpha_2$ , то оребрювати потрібно поверхню зі сторони  $\alpha_1$

до того часу, поки  $\alpha_1 F_1$  не досягне значення  $\alpha_2 F_2$ . Подальше збільшення поверхні  $F_1$  малоефективне.

### 2.2.2 Оребрення поверхні

Ребра для формування оребреної поверхні виконують у вигляді прямокутних стрижнів. Ребра змінюють характер течії біля стінки і покращують інтенсивність тепловіддачі. Необхідно шукати оптимальне оребрення, яке знизить термічний опір. Оребрення буде неефективне, якщо  $\alpha$  знизиться за рахунок більшого збільшення  $F$ . Тобто повинне дотримуватися значення  $\alpha_{OP} \neq \alpha_2 < \alpha_1$ .

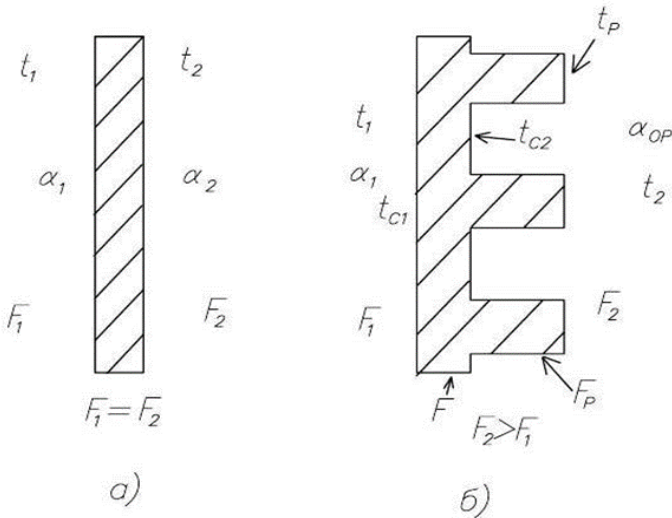


Рисунок 2.13 – Принципова схема:

а) неоробрена поверхня; б) оребрена поверхня;

$\alpha_1, \alpha_2$  – коефіцієнт тепловіддачі неоробреної поверхні;

$\alpha_{OP}$  – коефіцієнт тепловіддачі оребреної поверхні

Запишемо значення теплового потоку з урахуванням оребрення:

$$Q = \alpha_{op} (t_{c2} - t_2) F + \alpha_{op} (t_p - t_2) F_p . \quad (2.65)$$

Після винесення за дужки значення

$$Q = \alpha_{op} (t_{c2} - t_2) F \left\{ 1 + \frac{t_p - t_2}{t_{c2} - t_2} \left( \frac{F_{op}}{F} - 1 \right) \right\} , \quad (2.66)$$

де  $E = \frac{Q_{op}}{Q} = \frac{t_p - t_2}{t_{c2} - t_2} < 1$  – ступінь ефективності ребра;  $\varepsilon_{op} = \frac{F_{op}}{F}$  – коефіцієнт оребрення.

Основне рівняння теплопередачі для поверхні, оребреної ребрами:

$$\dot{Q}_{op} = k_{op} \cdot \Delta t \cdot F , \quad (2.67)$$

де  $k_{op} = \frac{1}{R_{qop}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_{2np}}}$  – коефіцієнт теплопередачі,

$\alpha_{2np} = \alpha_{op} [1 + E(\varepsilon_{op} - 1)]$  – зведений коефіцієнт тепловіддачі зі сторони оребреної поверхні.

### 2.2.3 Теплопровідність уздовж тонкого стрижня

Задачу про стаціонарне поширення тепла в ребрах розглядають за наявності низки припущень, які мають на меті спрощення:

- теплопровідність матеріалу ребра – постійна;
- внутрішні джерела тепла в ребрі – відсутні;
- товщина ребра є малою порівняно з його висотою;
- коефіцієнт тепловіддачі по поверхні ребра є сталим;
- температури оточуючого середовища й основи ребра є постійними.

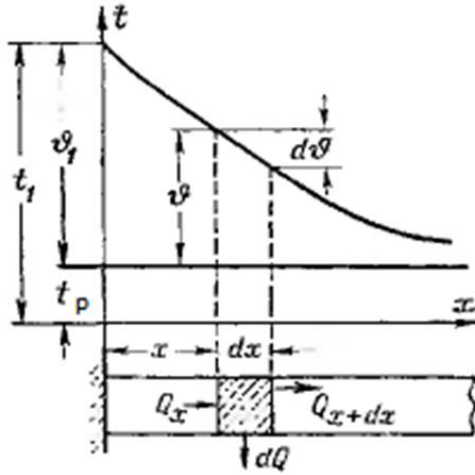


Рисунок 2.14 – Тонкий стрижень

Для знаходження теплового потоку, який передається від стрижня в середовище, необхідно мати температурне поле стрижня. Знайдемо диференціальне рівняння, що визначає розподіл температури в прямому стрижні.

Припустимо, що стрижень постійного перерізу має площину поперечного перерізу  $f$  та периметр  $U$ .

Температура змінюється уздовж ребра:  $\vartheta = t - t_p$ .

Баланс для елемента  $dx$

$$\delta \dot{Q}_x = -\lambda \cdot \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cdot f . \quad (2.68)$$

На координаті  $x + dx$  по осі  $x$  виділений елемент залишає потік теплоти:

$$\delta \dot{Q}_{x+dx} = -\lambda \cdot \frac{d}{dx} \cdot \left( \vartheta + \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right) dx \right) \cdot f . \quad (2.69)$$

Відведення теплоти з поверхні стрижня в довкілля

$$\delta \dot{Q} = \alpha U \vartheta dx . \quad (2.70)$$

Рівняння балансу

$$\delta Q_x - \delta Q_{x+dx} = \delta Q . \quad (2.71)$$



Підставивши (2.68), (2.69) в (2.70) та спростивши, одержимо:

$$\frac{d^2 \mathcal{G}}{dx^2} = \frac{\alpha \cdot U}{\lambda \cdot f} \cdot \mathcal{G} = m^2 \mathcal{G}, \quad (2.72)$$

де  $m = \sqrt{\frac{\alpha \cdot U}{\lambda \cdot f}}$ ,  $\frac{1}{m}$ , – характеристика стрижня, що є мірою відношення потоків теплоти тепловіддачею з поверхні стрижня та теплопровідністю вздовж осі стрижня (залежить від теплофізичних властивостей стрижня).

Для ребра, форми і розмір якого задані за умови  $\alpha_p = const$  та  $\lambda_p = const$  в інтервалі температур, загальний розв'язок запишемо так:

$$\mathcal{G} = c_1 \cdot e^{mx} + c_2 \cdot e^{-mx}. \quad (2.73)$$

Для визначення сталих інтегрування  $c_1$  і  $c_2$  необхідно до рівняння (2.73) додати умови на границях стрижня. У місці контакту стрижня з поверхнею (на координаті  $x = 0$ ) найчастіше відома температура.

Окремі випадки залежності від умов на другому кінці стрижня:

1 Стрижень безкінечної довжини:  $l \rightarrow \infty$ .

Граничні умови: якщо  $x = 0$ , то  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_c$ ; якщо  $x \rightarrow \infty$ , то  $\mathcal{G} = 0$ .

Відповідно  $\mathcal{G}_c = c_1 + c_2$ ,  $c_1 = 0$ ,  $c_2 = \mathcal{G}_c$ .

Кінцевий розв'язок:  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_c \cdot e^{-mx}$ .

2 Стрижень кінцевої довжини:  $l \gg \delta$ .

Стрижень повинен бути достатньо довгим, щоб можна було нехтувати теплообміном на торцях.

Граничні умови: якщо  $x = 0$ , то  $\mathcal{G} = \mathcal{G}_c$ ; якщо  $x = l$ , то  $\mathcal{G} \rightarrow 0$ .

Продиференціювавши, одержимо розподіл температури вздовж довгого стрижня:

$$\vartheta = \vartheta_c \frac{ch[m(l-x)]}{ch(ml)}. \quad (2.74)$$

Тепловий потік, що передається стрижнем у довкілля, дорівнює потоку, що надійшов в основу стрижня:

$$\dot{Q} = \lambda fm\vartheta_c \cdot th(lm). \quad (2.75)$$

Особливість гіперболічного тангенса  $th(lm)$  – швидке зниження в міру збільшення аргументу, наприклад, якщо  $lm = 2$ , то  $th(2) = 0,97$ .

#### 2.2.4 Вплив профілю перерізу та форми ребра на теплопровідність

Велике практичне значення має вибір оптимального профілю перерізу ребра, який забезпечує передавання заданої кількості теплоти за найменшої маси ребра.

*Прямокутний переріз ребра*

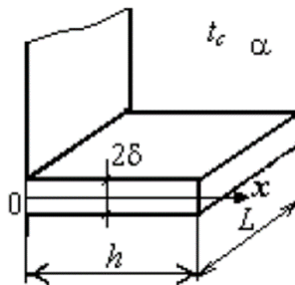


Рисунок 2.15 – Прямокутне ребро

Задано пряме ребро висотою  $h$ , довжиною  $L$ , завтовшки  $2\delta$ .

Площа перерізу ребра  $f = 2L\delta$ , периметр  $U = 2L + 2\delta$ .

Характеристика ребра:  $m = \sqrt{\frac{\alpha}{\lambda \cdot \delta}}$ .

Тепловий потік по ребру

$$Q = 2\vartheta_c L \sqrt{\alpha \lambda \delta} th(mh). \quad (2.76)$$

Максимальний тепловий потік із поверхні ребра за постійної температури, що дорівнює температурі в основі:

$$Q_{\max} = 2\alpha \vartheta_c Lh. \quad (2.77)$$

Ефективність ребра

$$E = \frac{th(mh)}{mh}. \quad (2.78)$$

Тепловий потік із погонного метра ребра визначаємо виразом

$$q_l = 2\vartheta_c \sqrt{\alpha \lambda \delta} th(mh). \quad (2.79)$$

#### *Трикутний та трапецієподібний перерізи ребра*

На практиці широко використовують прямі ребра як трикутного перерізу з гострою вершиною, так і зі зрізаною вершиною – трапецієподібні.

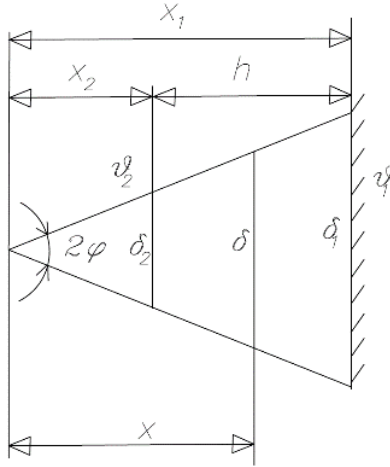


Рисунок 2.16 – Ребро складної форми

Для такого ребра площа поперечного перерізу  $f$  буде функцією лише координати  $x$ :  $f = l\delta = 2lx \cdot \operatorname{tg} \varphi$  ( $l$  – довжина ребра).

Кількість теплоти, яка віддаватиметься в довкілля з елемента ребра  $dx$  відповідно до рівняння Фур'є буде дорівнювати

$$\lambda f \frac{\partial \vartheta}{\partial x} = \frac{\alpha U \vartheta}{\cos \varphi} dx, \quad (2.80)$$

де  $a$  – коефіцієнт тепловіддачі на поверхні ребра;  $u$  – периметр перерізу ребра на відстані  $x$ , який можна виразити як  $u = 2l$ .

Продиференціювавши, одержимо

$$\frac{d^2 \vartheta}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{d\vartheta}{dx} - \frac{1}{x} \frac{\alpha}{\lambda \sin \varphi} \vartheta = 0. \quad (2.81)$$

Після введення нової змінної  $z = \frac{\alpha}{\lambda \sin \varphi} x$  рівняння (2.81)

набирає вигляду

$$\frac{d^2 \vartheta}{dz^2} + \frac{1}{z} \frac{d\vartheta}{dz} - \frac{1}{z} \vartheta = 0. \quad (2.82)$$

Диференціальне рівняння (2.82) є модифікованим рівнянням Бесселя, розв'язок якого має вигляд

$$\vartheta = C_1 I_0(2\sqrt{z}) + C_2 K_0(2\sqrt{z}), \quad (2.83)$$

де  $I_0$  і  $K_0$  – модифіковані функції Бесселя першого і другого родів.

Сталі  $C_1$  і  $C_2$  в рівнянні (2.83) знаходять із граничних умов, які для даного випадку запишемо так: за  $x = x_1$  має місце  $\vartheta = \vartheta_1$ . Якщо нехтувати втратами тепла з торця ребра, то за  $x = x_2$  одержимо  $\vartheta = \vartheta_2$  і  $(d\vartheta/dx)_{x=x_2} = 0$ .

Якщо ребро має трикутний переріз, то в цьому разі  $x_2 = 0$ ,  $z_2 = 0$ ,  $I_1(0) = 0$ , отже, формула для визначення відносної температури набере вигляду

$$\vartheta = \vartheta_1 \frac{I_0(2\sqrt{z})}{I_0 2\sqrt{z_1}}. \quad (2.84)$$

Тепловий потік для ребра трикутного перерізу

$$Q = \frac{\alpha \delta_1 \vartheta_1 l}{\sqrt{z_1} \sin \phi} \left[ \frac{I_1(2\sqrt{z_1})}{I_0(2\sqrt{z_1})} \right]. \quad (2.85)$$

Формули (2.84) і (2.85) великі і незручні для практичних розрахунків. Тому розрахунок ребер змінного перерізу можна звести до методики розрахунку прямих ребер постійного перерізу з урахуванням поправкового коефіцієнта.

Тепловий потік

$$Q = \varepsilon'' F q, \quad (2.86)$$

де  $\varepsilon'' = f(\vartheta_2/\vartheta_1, \delta_2/\delta_1)$  – поправковий коефіцієнт на звуженість ребра, визначають за номограмою.

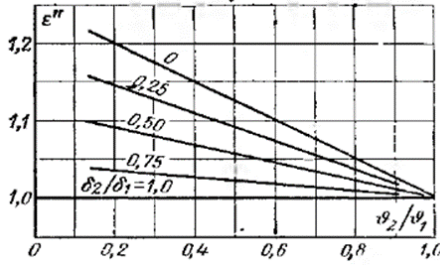


Рисунок 2.17 – Номограма для визначення поправкового коефіцієнта форми ребра

Нижня крива (за  $\delta_2/\delta_1 = 1$ ) відповідає прямому ребру постійного перерізу, а верхня ( $\delta_2/\delta_1 = 0$ ) – трикутному ребру.

Відношення ( $g_2/g_1$ ) обчислюють за такою формулою:

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{ch(m(l-x))}{ch(ml)}. \quad (2.87)$$

### 2.3 Нестационарна теплопровідність

Процеси теплопровідності, якщо поле температури в тілі змінюється не лише в просторі, а й за часом, називають нестационарними. Задачі нестационарної теплопровідності розглядають процеси нагрівання та охолодження тіл, які пов'язані з термонапруженим станом, тобто з термічною напругою, що виникає в тілі під час його нагрівання або охолодження.

#### 2.3.1 Розподіл поля температури

Розглянемо процес охолодження тонкої пластини, розміщеної в середовищі з температурою  $t_p$ , нижчою ніж температура пластини.

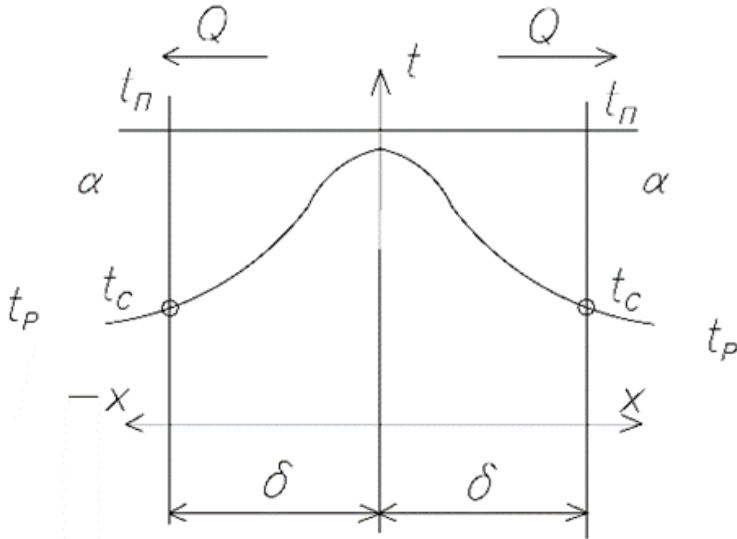


Рисунок 2.18 – Охолодження тонкої пластини

Постановка задачі: геометричні умови – пластина товщиною  $2\delta$ .

Фізичні умови – матеріал пластини ізотропний та однорідний, теплофізичні властивості незмінні, тобто  $\rho, c, \lambda = const$ , внутрішні джерела тепла відсутні  $q_V = 0$ ;

Часові умови – пластина в початковий момент часу мала однорідне поле температур –  $t = t_{II} = t_p = const$ .

Граничні умови III роду задають умови теплообміну пластини на межі поверхонь:

$$\text{за } x = \delta; \quad -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} = \alpha \cdot (t - t_p). \quad (2.88)$$

У межах наведених умов однозначності задача є симетричною, тобто за  $x = 0$ ,  $\frac{\partial t}{\partial x} = 0$ .

Диференціальне рівняння теплопровідності з урахуванням вищезазначеного запишемо у вигляді

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \cdot \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}. \quad (2.89)$$

Якщо рівняння (2.88) вирішувати прямим методом, то отримаємо складний розв'язок у вигляді багатофункціональної залежності поля температури:  $t = f(t_{II}, t_p, a, \lambda, \alpha, \delta, x, \tau)$ .

Розв'язуємо задачу зведенням до безрозмірного вигляду через розподіл змінних. Уведемо такі параметри:

- безрозмірну координату  $\bar{x} = \frac{x}{\delta}$ ,  $\bar{x} = 0-1$ ;
- відносну температуру  $\vartheta = t - t_p$ ;
- початкову відносну температуру  $\vartheta_0 = t_{II} - t_p$ ;
- безрозмірну температуру  $\theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_0} = \frac{t - t_p}{t_{II} - t_p}$ .

Застосуємо початкові умови  $\tau = 0$ ;  $\theta_{II} = 1$  до крайової задачі. Диференціальне рівняння теплопровідності запишемо у такому вигляді:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{a}{\delta^2} \cdot \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2}. \quad (2.90)$$

Величина  $F_0 = \frac{a \cdot \tau}{\delta^2}$  – безрозмірний критерій Фур'є, який можна трактувати як безрозмірний час.

У безрозмірному вигляді крайову задачу запишемо в такому вигляді:

$$\frac{\partial \theta}{\partial F_0} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \bar{x}^2}. \quad (2.91)$$

Граничні умови: якщо  $\bar{x} = 0$ , то  $\frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} = 0$ ; якщо  $\bar{x} = 1$ , то  $-\lambda \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \bar{x}} = \alpha \cdot \theta$ .



Ураховуючи, що  $\bar{x} = \delta$ , виразимо безрозмірний комплекс  $Bi = \frac{\alpha \delta}{\lambda}$ , що має назву безрозмірного критерію Біо. Критерій Біо характеризує відношення інтенсивності поширення теплоти за рахунок тепловіддачі ззовні тіла до теплопровідності всередині тіла.

Безрозмірна температура в загальному вигляді визначається методом розподілу змінних Фур'є:

$$\theta = \theta(1, \bar{x}, F_0, Bi) = \varphi(F_0) \cdot \psi(\bar{x}). \quad (2.92)$$

Кінцевий розв'язок рівняння (2.92) має вигляд нескінченного ряду:

$$\theta = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \mu_n \cos(\mu_n \cdot \bar{x})}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n} \exp(-\mu_n^2 \cdot F_0), \quad (2.93)$$

де  $\mu_n$  – корінь характеристичного рівняння.

Коефіцієнти ряду  $\mu_n$  наведені в довідниках у вигляді таблиць. Параметр  $\frac{\mu_n}{Bi} = ctg \mu_n$  називають власне число задачі.

Ураховуючи, що  $ctg \mu_n$  – функція періодична, розв'язок графічно виражається так.

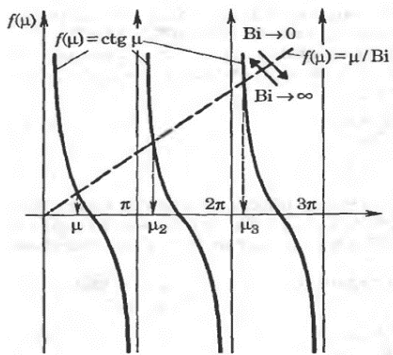


Рисунок 2.19 – Схема графічного розв'язку характеристичного рівняння

Рівняння (2.93) спрощується, враховуючи параметр

$$A_n = \frac{2 \sin \mu_n}{\mu_n + \sin \mu_n \cos \mu_n}.$$

Визначення безрозмірної температури з врахуванням заміни

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(\mu_n \cdot \bar{x}) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot F_0). \quad (2.94)$$

Чим ближче поточний час до початку процесу, тим потрібно використовувати більшу кількість членів ряду. Аналіз рівняння (2.94) показує, що якщо  $F_0 \geq 0,3$ , то всі члени ряду, за винятком першого, малі і ними можна нехтувати:

$$F_0 \geq 0,3; \quad \theta \approx A_1 \cdot \cos(\mu_1 \cdot \bar{x}) \cdot \exp(-\mu_1^2 \cdot F_0). \quad (2.95)$$

Оскільки в більшості практичних задач необхідно визначити температуру у фіксованих точках тіла, то графіки спрощуємо, і вони набувають вигляду  $\theta = \theta(\bar{x} = const, Bi, F_0)$ . Наведемо у вигляді номограми в логарифмічних координатах.

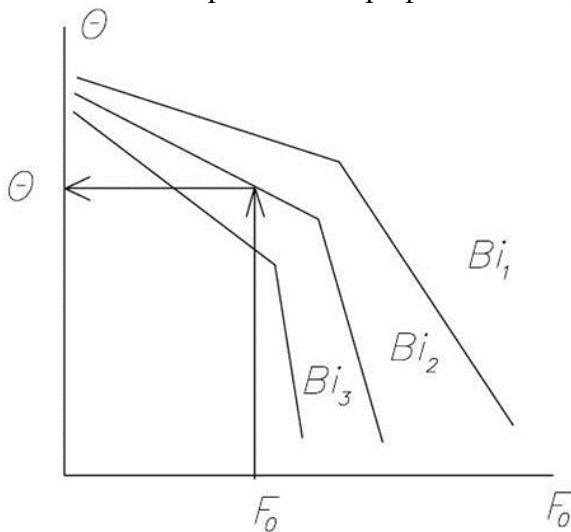


Рисунок 2.20 – Номограма для визначення температури

Знаючи  $Bi$  і  $F_0$ , легко визначити безрозмірну температуру в будь-який момент часу.

Залежно від зовнішніх умов тепловіддачі і внутрішніх властивостей тіл можна виділити *три граничних випадки нестационарного теплообміну*:

1-й випадок  $Bi \rightarrow \infty (Bi > 100)$ .

Внутрішній термічний опір значно переважає зовнішній. Тобто температура поверхні пластини практично відразу стає такою, що дорівнює температурі рідини, а це означає, що граничні умови третього роду переходять у граничні умови першого роду, а  $Bi$  перестає впливати на розподіл температур у пластині. Характерно для теплоізоляції й неметалічних матеріалів.

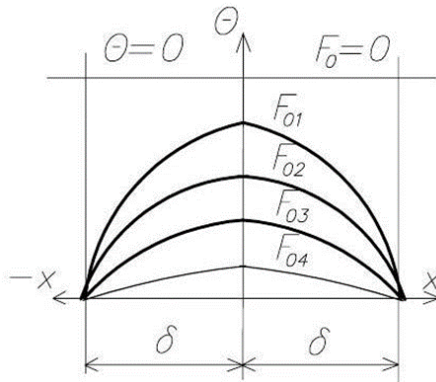


Рисунок 2.21 – Розподіл поля температури за  $Bi \rightarrow \infty$

Якщо значення критерію Фур'є  $F_0 > 0,3$ , то  $\mu_1 = \frac{\pi}{2}$ ,

$$A_1 \approx 1,27, \theta_1 = 0.$$

2-й випадок  $Bi \rightarrow 0 (Bi < 0,1)$ .

Внутрішній термічний опір значно менший від зовнішнього. Розподіл температур у тілі в будь-який момент часу

є прямою; температура практично не залежить від координат точки. Характерно для нагрівання тонких металевих пластин.

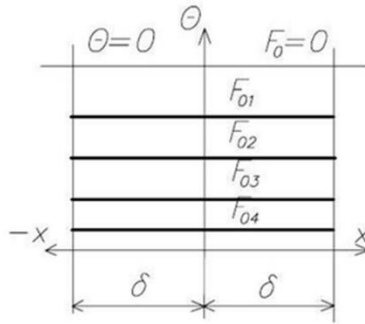


Рисунок 2.22 – Розподіл поля температури при  $Bi \rightarrow 0$

Рівняння набирає вигляду  $\theta = \exp(-Bi \cdot F_0)$ .

$$\mu_1 \approx 0-0,3, A_1 \approx 1, \theta_0 \approx \theta_1.$$

Температура на поверхні незначно відрізняється від температури всередині тіла.

3-й випадок ( $0.1 \leq Bi < 100$ ).

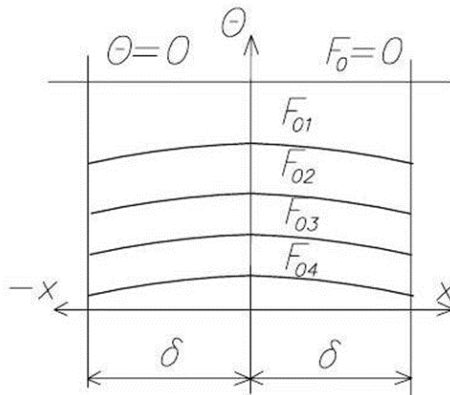


Рисунок 2.23 – Розподіл поля температури при ( $0,1 \leq Bi < 100$ )

Інтенсивність процесу охолодження визначаємо як зовнішніми, так і внутрішніми термічними опорами.  
Найбільш поширений варіант охолодження пластин.

### 2.3.2 Визначення теплоти нагрівання-охолодження пластини

*Залежність між теплотою і часом процесу*

Згідно з першим законом термодинаміки за відсутності роботи

$$\delta Q = \delta U. \quad (2.96)$$

Якщо використовувати гіпотезу локальної термодинамічної рівноваги, то загальну внутрішню енергію можна подати як

$$U = \sum_{j=1}^n U_j. \quad (2.97)$$

Тепловий потік від пластини:

1 За час  $\tau$  відведено

$$Q_\tau = c \cdot \rho \cdot \int_{(V)} (t_{II} - t) \cdot dV = c \cdot \rho \cdot t_{II} \cdot V - c \cdot \rho \cdot \int_{(V)} t \cdot dV. \quad (2.98)$$

Використовуючи теорему про середнє, вводимо середньооб'ємну температуру:

$$t_V = \frac{1}{V} \cdot \int_{(V)} t \cdot dV. \quad (2.99)$$

Тепловий потік у загальному вигляді з урахуванням замін

$$Q_\tau = c \cdot \rho \cdot V \cdot [(t_{II} - t_P) - (t_V - t_P)] = c \cdot \rho \cdot V \cdot (1 - \theta_V). \quad (2.100)$$

2 За час  $\tau \rightarrow \infty$

$$Q_\infty = c \cdot \rho \cdot V \cdot (t_{II} - t_P). \quad (2.101)$$

Поділивши рівняння (2.100) на (2.101), одержимо таку залежність:  $\frac{Q_\tau}{Q_\infty} = 1 - \theta_V$  – середньооб’ємна безрозмірна

температура по товщині пластини.

Визначаємо аналітично диференціюванням:

$$\begin{aligned} \theta_V &= \frac{1}{V} \cdot \int_{(V)} \theta \cdot dV = \frac{1}{\delta} \cdot \int_0^\delta \theta \cdot dx = \int_0^1 \theta \cdot d\bar{x} = \\ &= \int_0^1 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \cos(\mu_n \cdot \bar{x}) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot F_0) d\bar{x}. \end{aligned} \quad (2.102)$$

Середньооб’ємна температура для тіл найпростішої форми

$$\theta_V = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \frac{\sin \mu_n}{\mu_n} \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot F_0). \quad (2.103)$$

Для значення критерію Фур’є  $F_0 > 0,3$  рівняння (2.103) набирає вигляду

$$\theta_V = A_1 \cdot \frac{\sin \mu_1}{\mu_1} \cdot \exp(-\mu_1^2 \cdot F_0) \quad (2.104)$$

### 2.3.3 Методи регулярного режиму

Аналіз одержаних розв’язків для тіл різної геометричної конфігурації свідчить, що вони мають однакову структуру, тобто є сумою нескінченного ряду:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} C(Bi, \bar{x}) \cdot \exp(-\mu_n^2 \cdot F_0), \quad (2.105)$$

де  $C = A_n \cdot \cos(\mu_n \cdot \bar{x})$  – постійний коефіцієнт, який знаходять із початкових умов.

Комплекс  $\exp(-\mu_n^2 \cdot F_0)$ , який виражено через критерій Фур'є  $\mu_n^2 \cdot \frac{a}{\delta^2} = m_n$ , має назву темп нагрівання-охолодження тіла, що фізично має сенс відносної швидкості зміни температури.

Якщо побудувати розв'язок (2.105) в логарифмічних координатах для характерних точок тіла, одержимо

$$\ln \theta = C(Bi, \bar{x}) - m \cdot \tau. \tag{2.106}$$

Геометричне відображення рівняння (2.106) подано на рисунку 2.24.

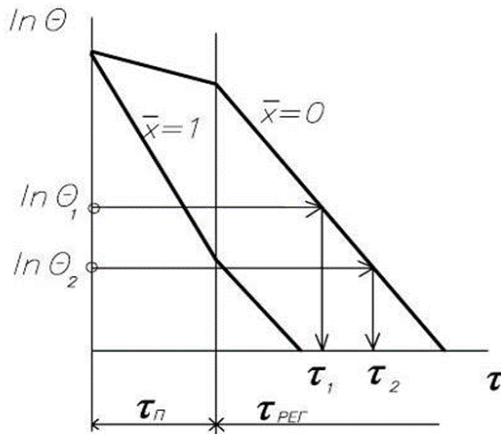


Рисунок 2.24 – Залежність  $\ln \theta$  від часу

На рисунку 2.24 відображено два режими нагрівання-охолодження тіла: початковий та регулярний. За початкового режиму температура всередині тіла залежить від виду початкового розподілу. За регулярного режиму розв'язання перестає залежати від початкових умов і визначається умовами охолодження на межі тіла і середовища, фізичними властивостями тіла та його геометричними розмірами. Профілі температури стають подібними. Після перших двох стадій

охолодження настає режим теплової рівноваги або стаціонарний, за якого температура в усіх точках тіла дорівнює температурі довкілля.

Знаючи експериментальний розподіл температур за часом, можна визначити темп прогрівання-охолодження тіла. Темп прогрівання-охолодження в стадії регулярного режиму знайдемо з виразу

$$m = \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{\tau_2 - \tau_1}. \quad (2.107)$$

Вираз  $\frac{1}{\theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = -m$  показує відносну швидкість зміни температури в будь-якій точці тіла.

$$\text{За } \theta = \theta_v \quad \frac{1}{\theta_v} \cdot \frac{\partial \theta_v}{\partial \tau} = -m.$$

Сумісне розв'язування першого закону термодинаміки та рівняння Ньютона – Ріхмана

$$\alpha \cdot \theta_1 \cdot F = -c \rho V \frac{d\theta_v}{d\tau}. \quad (2.108)$$

Поділимо на зведену об'ємну температуру  $\theta_v$  ліву і праву частини:

$$\frac{1}{\theta_v} \cdot \frac{d\theta_v}{d\tau} = -\frac{\theta_1}{\theta_v} \cdot \frac{\alpha \cdot F}{c \cdot \rho \cdot V}. \quad (2.109)$$

Одержимо темп нагрівання-охолодження тіла або відносну швидкість нагрівання-охолодження:

$$m = \psi \frac{\alpha F}{c \cdot \rho \cdot V} \quad (2.110)$$

Відповідно до рівняння (2.110) темп нагрівання-охолодження пропорційний коефіцієнту тепловіддачі та обернено пропорційний теплофізичним властивостям тіла. У рівнянні (2.110) параметр  $\psi = \frac{\theta_1}{\theta_v}$  називають коефіцієнтом



нерівномірності прогрівання-охолодження тіла, він залежить від умов на поверхні тіла.

З рівняння (2.110) виразимо першу теорему Кондратьєва, з урахуванням введення повної теплоємності:  $C = c \cdot \rho \cdot V$ ,  $\frac{Дж}{К}$ .

Перша теорема Кондратьєва:

$$m = \psi \frac{\alpha F}{C}. \quad (2.111)$$

Аналіз залежності коефіцієнта нерівномірності за двох випадків критерію Біо ілюструє таке:

$$1 \quad Bi \rightarrow 0 \quad (Bi < 0,1).$$

Для цих умов розподіл температури в тілі залежить від його розмірів і фізичних властивостей, відповідно осереднені по поверхні та об'єму безрозмірні температури будуть однаковими:

$$\theta_1 = \theta_v.$$

Таким чином, коефіцієнт нерівномірності  $\psi = 1$ .

$$2 \quad Bi \rightarrow \infty \quad (Bi > 100).$$

Для цих умов задача стає внутрішньою і процес охолодження визначається лише розмірами тіла та його фізичними властивостями. Через інтенсивний теплообмін температура на поверхні тіла набуває постійного значення, що дорівнює температурі довкілля. Коефіцієнт нерівномірності  $\psi = 0$ .

З цього розв'язку впливає друга теорема Кондратьєва:

$$a = Km_{\infty}, \quad (2.112)$$

де  $K$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від геометричної форми та розміру тіла.

З рівняння (2.112) впливає, що за критерію Біо  $Bi \rightarrow \infty$  темп нагрівання-охолодження прямопропорційний коефіцієнту теплопровідності  $a$ .

Знаючи рівняння (2.110), одержимо значення темпу прогрівання-охолодження тіл найпростішої форми:

1 Плоска плита:

$$m = \psi \frac{\alpha F}{c \cdot \rho \cdot V} = \psi \frac{\alpha}{c \cdot \rho} \cdot \frac{2 \cdot b \cdot l}{2 \cdot \delta \cdot b \cdot l} \cdot \frac{\lambda \cdot \delta}{\lambda \cdot \delta} = \psi \frac{Bi \cdot a}{\delta^2}.$$

2 Циліндровий стрижень:

$$m = \psi \frac{\alpha F}{c \cdot \rho \cdot V} = \frac{\psi \cdot \alpha \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot l}{c \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot l} \cdot \frac{\lambda \cdot r}{\lambda \cdot r} = \psi \frac{2 \cdot Bi \cdot a}{r^2}.$$

3 Куля:

$$m = \psi \frac{\alpha \cdot F}{c \cdot \rho \cdot V} = \psi \frac{\alpha \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2}{c \cdot \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3} \cdot \frac{\lambda}{\lambda} = \psi \frac{3 \cdot Bi \cdot a}{r^2}.$$

Залежно від форми тіла можна подати темп  $m$  у вигляді загального рівняння:

$$m = \psi \frac{\varepsilon \cdot Bi \cdot a}{L^2}. \quad (2.113)$$

де  $\varepsilon = \frac{F}{V}$  – коефіцієнт форми тіла ( $\varepsilon = 1$  – для плоскої плити,  $\varepsilon = 2$  – для циліндрового стрижня,  $\varepsilon = 3$  – для кулі);  $L$  – характерний розмір тіла.

## 2.4 Теплопровідність за наявності внутрішніх джерел тепла

На практиці часто трапляються випадки, коли в твердій стінці діють постійні джерела або стоки тепла. Під час проходження електричного струму виділяється тепло; тепловидільні елементи ядерних реакторів за наявності хімічних реакцій; при пористому охолодженні стінки.

Залежно від особливостей зміни величини внутрішнього джерела тепла розрізняють точкові, лінійні та об'ємні джерела тепла. Внутрішні джерела тепла позначаються як  $q_v$ ,  $\frac{W}{m^3}$ .

## 2.4.1 Теплопровідність плоскої плити з внутрішніми джерелами тепла (несиметрична задача)

Постановка задачі:

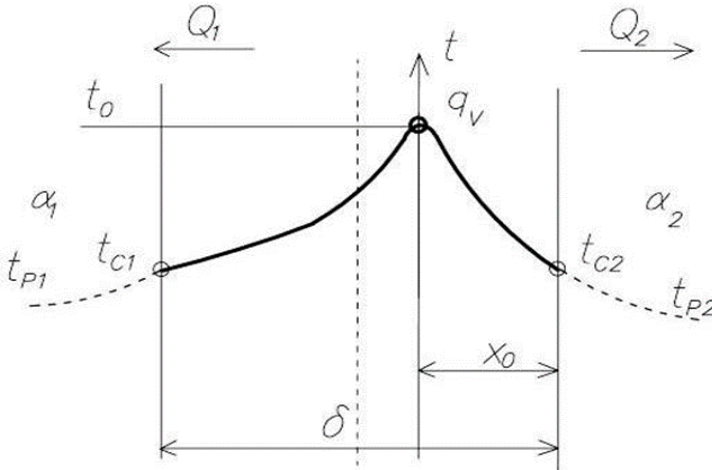


Рисунок 2.25 – Плоска плита з внутрішніми джерелами тепла

Довжина плити набагато більша від ширини для нехтування тепловими стоками на торцях  $l \gg \delta$ .

За рахунок охолодження стінки з обох боків усередині спостерігається певний розподіл температури, спричинений тепловиділенням. Буде виникати екстремум температури.

Для одновимірного випадку диференціальне рівняння теплопровідності запишемо у вигляді

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (2.114)$$

Граничні умови III роду передбачають визначення температури довкілля та закон теплообміну між поверхнею та довкіллям. Таким чином, щоб врахувати екстремум температури початкові координати необхідно розмістити так, щоб їхня лінія

збігалася з початком екстремуму ( $t_0$  – максимум температури усередині стінки).

Граничні умови записуємо у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} x = 0; \left(\frac{dt}{dx}\right)_0 = 0, \\ x = x_0; -\lambda \cdot \left(\frac{dt}{dx}\right)_{C_2} = \alpha_2 \cdot (t_{C_2} - t_{p_2}), \\ x = (x_0 - \delta); \lambda \cdot \left(\frac{dt}{dx}\right)_{C_1} = \alpha_1 \cdot (t_{C_1} - t_{p_1}). \end{cases} \quad (2.115)$$

Інтегруючи рівняння (2.115), з урахуванням сталих інтегрування одержимо розподіл температури з одного й іншого боку стінки:

$$\begin{cases} t_{C_1} = t_{p_1} + \frac{q_V}{\alpha_1} \cdot (\delta - x_0), \\ t_{C_2} = t_{p_2} + \frac{q_V}{\alpha_2} \cdot (x_0). \end{cases} \quad (2.116)$$

Якщо визначити центр екстремуму температури  $x_0$ , то можна знайти будь-які температури усередині стінки:

$$x_0 = \frac{\delta}{2} \cdot \frac{\frac{2}{\alpha_1} - \frac{2 \cdot \Delta t_p}{q_V \cdot \delta} + \frac{\delta}{\lambda}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (2.117)$$

Відповідно максимум розподілу температури в пластині визначаємо як

$$t_{\max} = t_0 = t_{(x=0)} = t_{C_2} + \frac{q_V}{2 \cdot \lambda} \cdot x_0^2. \quad (2.118)$$

У випадку симетричної задачі умови теплообміну з обох боків пластини будуть однаковими, тобто коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  та температура довкілля  $t_{p_1} = t_{p_2} = t_p$ .

Ураховуючи, що  $x_0 = \frac{\delta}{2}$ , максимум температури визначаємо так:

$$t_0 = t_C + \frac{q_V \cdot \delta^2}{8 \cdot \lambda}. \quad (2.119)$$

Температура з обох боків стінки

$$t_C = t_p + \frac{q_V}{2 \cdot \alpha} \cdot \delta. \quad (2.120)$$

Питомий тепловий потік через ізотермічні поверхні стінки

$$\begin{cases} \dot{q}_1 = \alpha_1 \cdot (t_{C_1} - t_{p_1}) = q_V \cdot (\delta - x_0), \\ \dot{q}_2 = \alpha_2 \cdot (t_{C_2} - t_{p_2}) = q_V \cdot x_0. \end{cases} \quad (2.121)$$

Тепловий потік із кожного боку

$$\begin{cases} \dot{Q}_1 = q_1 \cdot F_1 = q_V \cdot V_1, \\ \dot{Q}_2 = q_2 \cdot F_2 = q_V \cdot V_2. \end{cases} \quad (2.122)$$

Загальна кількість тепла, відданої поверхнею пластини,

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2. \quad (2.123)$$

Якщо з якогось боку тепловіддачею можна знехтувати, то максимум температури зміщується на цю поверхню.

#### 2.4.2 Теплопровідність циліндрового стрижня

Прикладом внутрішнього джерела тепла може бути циліндровий стрижень, по якому проходить електричний струм із нагріванням тіла.

Постановка задачі:

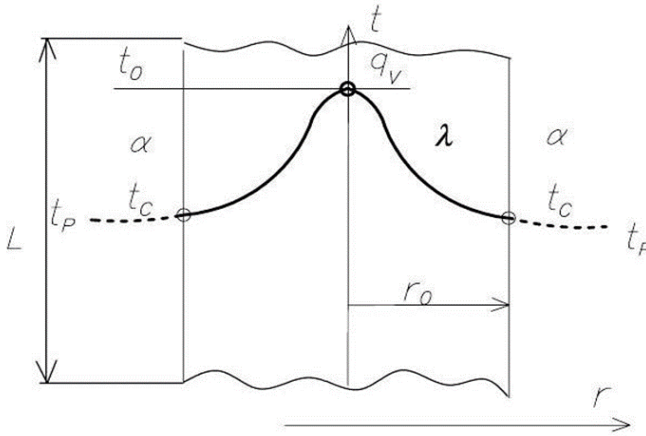


Рисунок 2.26 – Циліндровий стрижень із внутрішніми джерелами тепла

Радіус циліндра малий порівняно з його довжиною:  $r_0 \ll l$ . За таких умов температура буде змінюватися лише вздовж радіуса. Внутрішні джерела тепла рівномірно розподілені по об'єму тіла. Відповідно до граничних умов III роду задана температура рідини  $t = const$  і коефіцієнт тепловіддачі. За цих умов температура в усіх точках зовнішньої поверхні циліндра буде однаковою.

Диференціальне рівняння теплопровідності в циліндровій системі координат з урахуванням одновимірної та симетричної задачі запишемо в такому вигляді:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dr} \cdot \left( r \cdot \frac{dt}{dr} \right) + \frac{q_v}{\lambda} = 0. \quad (2.124)$$

Граничні умови запишемо у вигляді системи рівнянь:

$$\begin{cases} r = 0: \left( \frac{dt}{dr} \right) = 0, \\ r = r_0: \left( \frac{dt}{dr} \right)_{r_0} = -\frac{\alpha}{\lambda} \cdot (t_c - t_p). \end{cases} \quad (2.125)$$

Інтегруючи рівняння (2.124) з урахуванням сталих інтегрування, одержимо розподіл температури на стінці:

$$t_c = t_p + \frac{q_v}{2 \cdot \lambda} \cdot r_0. \quad (2.126)$$

Температура по центру стрижня

$$t_0 = t_p + \frac{q_v r_0}{2 \cdot \alpha} + \frac{q_v r_0^2}{4 \lambda}. \quad (2.127)$$

Питомий тепловий потік через ізотермічні поверхні стінки стрижня

$$\dot{q} = \alpha \cdot (t_c - t_p) = \frac{q_v \cdot r_0}{2}. \quad (2.128)$$

Загальна кількість тепла, віддана поверхнею стрижня,

$$\dot{Q} \cong \dot{q} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_0 \cdot l = q_v \cdot \pi \cdot r_0^2 \cdot l = \dot{q}_v \cdot V. \quad (2.129)$$

З рівняння випливає, що густина теплового потоку залежить лише від продуктивності внутрішніх джерел тепла і від величини зовнішньої поверхні  $r_0$ , через яку проходить тепловий потік.

### 2.4.3 Теплопровідність циліндричної труби

На відміну від циліндричного стрижня труба пустотіла та визначається внутрішнім  $r_1$  та зовнішнім  $r_2$  радіусами. У середині стінки наявні внутрішні джерела тепла  $\dot{q}_v$ , розподілені рівномірно. Диференціальне рівняння запишемо аналогічно (2.124).

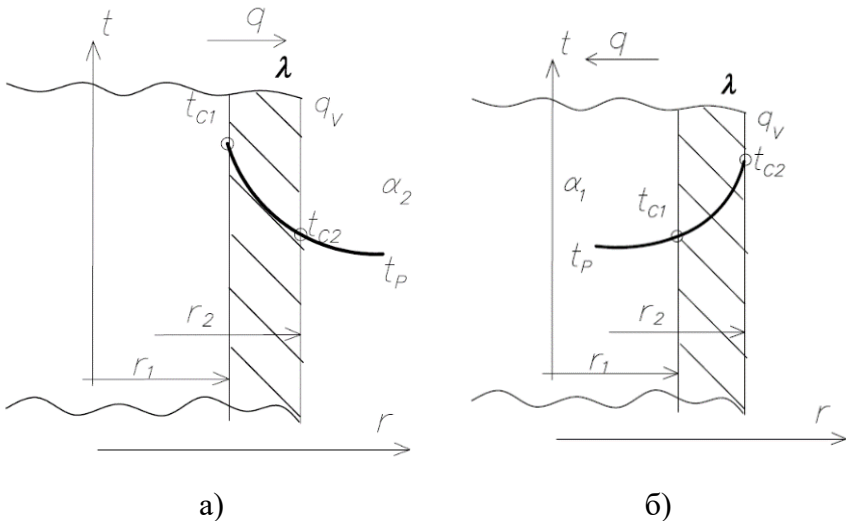


Рисунок 2.27 – Циліндрична труба:  
 а) зовнішня тепловіддача; б) внутрішня тепловіддача

Тепловіддача через зовнішню сторону характеризується тим, що задана температура рідини ззовні  $t_p$  і постійний коефіцієнт тепловіддачі від зовнішньої поверхні труби  $\alpha_2$ .

Температуру на зовнішній стінці визначаємо як

$$t_{C2} = t_p + \frac{q_v r_2}{2\alpha_2} \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (2.130)$$

Питомий тепловий потік через зовнішню сторону стінки

$$\dot{q} = \alpha_2 (t_{C2} - t_p) = \frac{q_v \cdot r_2}{2} \left[ 1 - \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right]. \quad (2.131)$$

Тепловіддача через внутрішню сторону характеризується тим, що задана температура рідини всередині труби  $t_p$  і постійний коефіцієнт тепловіддачі від внутрішньої поверхні труби  $\alpha_1$ .

Температуру на внутрішній стінці визначаємо так:



$$t_{c1} = t_p + \frac{q_V r_1}{2\alpha_1} \left[ \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 - 1 \right]. \quad (2.132)$$

Питомий тепловий потік через внутрішню сторону стінки

$$\dot{q} = \alpha_1 (t_{c1} - t_p) = \frac{q_V \cdot r_2}{2} \left[ \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 - 1 \right]. \quad (2.133)$$

### Контрольні питання до розділу 2

- 1 Крайова задача теплопровідності.
- 2 Диференціальне рівняння теплопровідності для твердого тіла.
- 3 Умови однозначності (крайові умови).
- 4 Стаціонарна теплопровідність через плоску стінку.
- 5 Теплопровідність через плоску багат шарову стінку.
- 6 Теплопровідність через циліндричну стінку.
- 7 Особливості теплоізоляції труб, поняття критичного діаметра.
- 8 Теплопровідність через сферичний шар.
- 9 Інтенсифікація теплопередачі.
- 10 Розрахунок теплопередачі через оребрену стінку.
- 11 Теплопровідність уздовж тонкого стрижня.
- 12 Вплив профілю перерізу та форми ребра на теплопровідність.
- 13 Нестационарна теплопровідність плоскої плити.
- 14 Визначення теплоти нагрівання-охолодження пластини.
- 15 Методи регулярного режиму.
- 16 Теплопровідність тіла з внутрішніми джерелами тепла.

## РОЗДІЛ 3

### Конвекційний теплообмін

#### 3.1 Постановка задачі

Конвекційний теплообмін – це перенесення теплоти в рухомому середовищі (рідина, газ) за наявності неоднорідного температурного поля.

На відміну від твердого тіла разом із теплопровідністю буде перенесення теплоти конвекцією (перемішування).

Явище теплопровідності в рідинах і газах визначається коефіцієнтом теплопровідності та градієнтом температури (як і в твердих тілах). За конвекції перенесення тепла неподільно пов'язане з перенесенням самого середовища. Тому конвекція є можливою лише в рідинах та газах, частки яких можуть легко пересуватися.

У будь-якій точці рухомого середовища існує перенесення теплоти теплопровідністю та конвекцією:

$$\vec{q} = \vec{q}_{\text{теплпр}} + \vec{q}_{\text{конв}}, \quad (3.1)$$

$$\vec{q} = -\lambda \nabla t + \rho \vec{w} h. \quad (3.2)$$

Конвекційний теплообмін між потоками рідини чи газу та поверхнею дотику з цим тілом називають конвекційною тепловіддачею або тепловіддачею. Під час розрахунків використовують закон Ньютона – Ріхмана:

$$\dot{Q} = \pm \alpha (t_c - t_p) F. \quad (3.3)$$

Коефіцієнт пропорційності  $\alpha$ , що входить до рівняння (3.3), називають коефіцієнтом тепловіддачі.

Коефіцієнт тепловіддачі залежить від багатьох чинників: у загальному випадку від форми та розміру тіла, режиму руху, швидкості, теплофізичних параметрів рідини та інших чинників.

Щоб надати руху рідині, до неї необхідно докласти зусиль. Залежно від виду докладеного зусилля сили розрізняють:

- масові;
- поверхневі.

*Масові сили* – докладено до всіх часток рідини та обумовлено дією зовнішніх силових полів, таких як гравітаційні або електричні.

*Поверхневі сили* – докладено до поверхні контрольного об'єму рідини, такі сили, як сила тертя або зовнішнього тиску.

За природою виникнення розрізняють два види руху:

- вільний;
- вимушений.

*Вільним* називається рух, що відбувається внаслідок різниці густини часток рідини у гравітаційному полі. Інтенсивність вільного руху визначається тепловими умовами процесу і залежить від роду рідини, різниці температур, напруженості гравітаційного поля і об'єму простору, в якому відбувається процес.

*Вимушеним* називається рух, що виникає під дією зовнішніх сил (різниці тисків). У загальному випадку одночасно із вимушеним може розвиватися й вільний рух. Вплив вільного руху (тобто його внесок у процес теплообміну) є тим більшим, чим більшою є різниця температур в окремих точках рідини і чим меншою є швидкість вимушеного руху.

Усі натуральні рідини мають в'язкість, обумовлену наявністю сил внутрішнього тертя, що протидіє руху. Відповідно до закону Ньютона сила тертя пропорційна зміні швидкості в напрямку нормалі до цієї поверхні:

$$\tau = \mu \frac{\partial w}{\partial n}, \quad (3.4)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості.

Взаємозв'язок коефіцієнта динамічної в'язкості  $\mu$  та кінематичної в'язкості  $\nu$  встановлюється через густину  $\rho$ :

$$\mu = \rho \nu. \quad (3.5)$$

Природна конвекція не може виникнути без наявності різниці температур на відміну від вимушеної.

Основні чинники, що впливають на інтенсивність тепловіддачі:

- 1) теплофізичні характеристики;
- 2) режими руху.

На тепловіддачу впливає стискання рідини, що визначається коефіцієнтом стискання за  $t = const$  :

$$\varepsilon = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_t. \quad (3.6)$$

Є відносною зміною густини рідини за зміни тиску.

Ще одну теплофізичну характеристику, яку необхідно враховувати, – це ступінь теплового розширення, що визначається коефіцієнтом об'ємного розширення:

$$\beta = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial t} \right)_p. \quad (3.7)$$

Є відносною зміною об'єму рідини за зміни температури. Для ідеального газу коефіцієнт об'ємного розширення визначаємо так:

$$\beta = \frac{1}{T}. \quad (3.8)$$

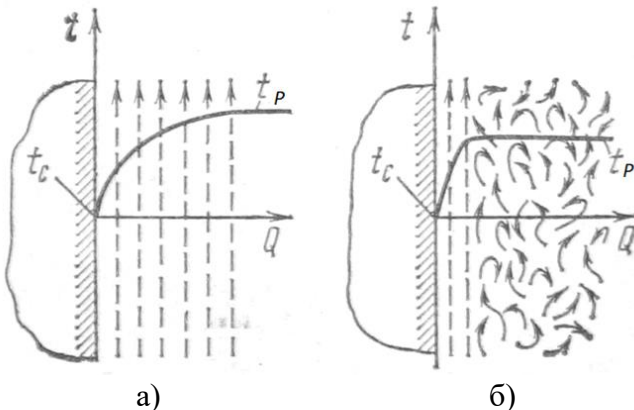


Рисунок 3.1 – Ламінарний (а) та турбулентний (б) режими руху рідини біля твердої поверхні

За ламінарного руху окремі цівки рухаються паралельно одна одній не перемішуючись. За турбулентного – в окремих точках спостерігаються пульсації швидкості та інтенсивне перемішування. У ламінарному потоці перенесення тепла конвекцією можливе лише за напрямом руху. У турбулентному – у всіх напрямках. Проте поблизу стінки існує тонкий в'язкий підшар, що характеризує ефект прилипання. У цьому шарі можлива лише теплопровідність. На поверхні розподілу за рахунок прилипання рідини до стінки її швидкість прямує до нуля. Поблизу стінки перенесення теплоти здійснюється теплопровідністю.

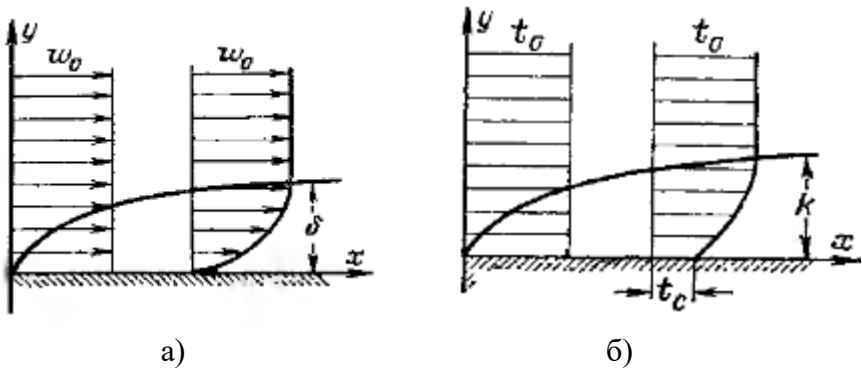


Рисунок 3.2 – Гідродинамічний (а) та тепловий (б) граничний шари

Гідродинамічний граничний шар утворюється в результаті обтікання рідиною пластини, через що швидкість потоку, що надходить, змінюється від нуля біля стінки до швидкості незбуреного потоку далеко від стінки.

Таким чином, під час обмивання тіла потік рідини ніби розділяється на дві частини: на граничний шар і на зовнішній потік. У зовнішньому потоці переважають сили інерції, в'язкісні сили тут не виявляються. У граничному шарі сили в'язкості й інерційні сили співмірні.

Тепловий граничний шар – це шар рідини біля стінки, в межах якого температура змінюється від значення, що дорівнює

температурі стінки до значення, яке дорівнює температурі далеко від стінки.

### 3.2 Математичний опис задачі

Інтенсивність конвекційного теплообміну визначається тепловими і гідродинамічними явищами. Математичний опис процесу являє собою систему диференціальних рівнянь й умов однозначності.

Диференціальне рівняння тепловіддачі

$$\alpha = \frac{\lambda}{t_c - t_p} \left( \frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0}. \quad (3.9)$$

Диференціальне рівняння енергії

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \nabla^2 t. \quad (3.10)$$

Рівняння руху Нав'є – Стокса

$$\rho \nabla w = \rho \vec{g} - \text{grad } p - \rho \vec{g} \beta \Delta t + \mu \nabla^2 \vec{w}. \quad (3.11)$$

Рівняння нерозривності

$$\frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} = 0. \quad (3.12)$$

Умови однозначності складаються з:

- геометричних умов, що характеризують форму і розміри системи, в якій проходить процес;
- фізичних умов, що характеризують фізичні властивості середовища і тіла;
- граничних умов, що характеризують особливості проходження процесу на межах тіла;
- часових умов, що характеризують особливості проходження процесу в часі.

*Приклад визначення граничних умов під час розгляду теплообміну в гладкій трубі:*

1 Труба гладка, кругла; внутрішній діаметр труби  $d_{BH}$  і довжина  $l$ .

2 Робочим тілом, тобто теплоносієм, є вода, що не стискається, її фізичні властивості однакові:  $\lambda(t)$ ,  $c_p(t)$ ,  $\mu(t)$  та  $\rho(t)$ . У разі якщо залежністю фізичних властивостей від температури можна знехтувати, тоді вони задаються просто у вигляді числових значень  $\lambda$ ,  $c_p$ ,  $\mu$  та  $\rho$ .

3 Температура рідини на вході дорівнює  $t'_p$ , а на поверхні труби –  $t_c$ . Швидкість на вході дорівнює  $\omega$ , а біля самої стінки –  $\omega = 0$ . Якщо температура і швидкість на вході не постійні, то повинен бути заданий закон їх розподілу за перерізом:

$$t = t(x, y, z), w = w(x, y, z).$$

4 Для стаціонарних процесів тимчасові умови однозначності відпадають:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0.$$

### 3.3 Елементи теорії подібності

Теорія подібності – це вчення про подібні явища. Теорія подібності розробляє способи узагальнення результатів експерименту і є базою для моделювання процесів та апаратів. Основна мета теорії подібності – за допомогою узагальнених залежностей, одержаних будь-яким способом на підставі поодиноких експериментів, поширити результати цих експериментів на ще невивчені об'єкти.

*Умови подібності:*

- геометрична подібність (дві труби, подібні канали);
- фізична подібність (подібні поля всіх фізичних параметрів, що мають вплив на процес);
- умова гомохронності (для нестационарного процесу, подібність поля температур за  $\tau = 0$ ).

Для складних процесів і явищ множники перебувають у певних співвідношеннях. Такими множниками є безрозмірні комплекси – критерії подібності. Для здійснення цього необхідно привести завдання до безрозмірного вигляду, виділити критерії

подібності та одержати реальне рівняння. Таким чином, теорія подібності дозволяє подати задачу в безрозмірному вигляді. Для розв'язування задачі необхідно подати такі величини:

1) безрозмірна температура

$$\theta = \theta(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, S_H, Re, Pr, Gr, \dots); \quad (3.13)$$

2) безрозмірна швидкість

$$W = W(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \dots). \quad (3.14)$$

*Безрозмірні критерії подібності:*

1 Критерій Нуссельта  $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$  – безрозмірний

коефіцієнт тепловіддачі, що виражає відношення термічного опору теплопровідності до термічного опору тепловіддачі, іншими словами, характеризує теплообмін на межі стінка – рідина.

2 Критерій Рейнольдса  $Re = \frac{\rho \cdot \omega \cdot l}{\mu}$  – виражає

відношення сил інерції до сил в'язкого тертя в рухомому потоці, характеризує режим руху рідини.

3 Критерій Пекле  $Pe = Re \cdot Pr = \frac{wl}{a}$  – характеризує

відношення теплоти, що переноситься конвекцією до теплоти, яка переноситься теплопровідністю.

4 Критерій Грасгофа  $Gr = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2} \cdot \beta \cdot \Delta t$  – характеризує

інтенсивність природної термогравітаційної конвекції.

5 Критерій Архімеда  $Ar = \frac{g \cdot l^3}{\nu^2} \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho}$  – аналогічно числу

Грасгофа, але для однорідного середовища.

6 Критерій Ейлера  $Eu = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \omega^2}$  – характеризує відношення

перепаду статичних тисків до швидкісного тиску.



$$7 \text{ Критерій Прандтля } Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{wl}{a} \cdot \frac{v}{wl} = \frac{v}{a} = \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} \quad -$$

характеризує вплив теплофізичних властивостей рідини на конвекційний теплообмін.

8 Критерій Фруда  $Fr = \frac{gl}{w^2}$  – відношення сил інерції і тяжіння за вимушеного руху рідини.

9 Число Струхала  $Sh = \frac{w\tau}{l}$  – співвідношення частоти відриву вихорів до швидкості потоку.

$$10 \text{ Число Стантона (складний критерій) } St = \frac{Nu}{Pe} = \frac{\alpha}{c_p \rho w}.$$

11 Критерій Релея (складний критерій)

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g \beta \Delta t l^3}{\nu a}.$$

Дослідження фізичних явищ за допомогою теорії подібності має переваги:

1 Скорочується кількість незалежних змінних, що характеризують це явище, яке істотно спрощує експериментальні дослідження.

2 Розкриваються внутрішні зв'язки між змінними, що характеризують це явище, оскільки узагальнені змінні знаходять на підставі аналізу диференціальних рівнянь, що описують це явище.

3 Під час дослідження явища за допомогою узагальнених змінних розглядається не одне конкретне явище, а група подібних явищ (узагальнений індивідуальний випадок).

Сенс теорії подібності полягає в тому, що для моделей і для натурального зразка зберігається рівність відповідних критеріїв:

$$Re_{\text{мод}} = Re_{\text{зр}}. \quad (3.15)$$

Під час диференціювання повинна бути здійснена рівність чисел Рейнольдса на вході до зразка і модель:

$$\frac{w_{0\text{МОД}} l_{0\text{МОД}}}{v_{0\text{МОД}}} = \frac{w_{03P} l_{03P}}{v_{03P}}. \quad (3.16)$$

Звідси швидкість рідини на вході в модель повинна бути такою:

$$w_{0\text{МОД}} = w_{03P} \frac{v_{0\text{МОД}} l_{03P}}{v_{03P} l_{0\text{МОД}}}. \quad (3.17)$$

Припустимо, що в моделі і зразку протікає одна й та сама рідина; тоді, якщо не враховувати відмінності температур рідини,  $v_{\text{МОД}}/v_{3P} = 1$ . Нехай модель побудована в масштабі 1/10, тоді  $l_{3P}/l_{\text{МОД}} = 10$ . Отже,  $\omega_{0\text{МОД}} = 10\omega_{03P}$ .

Можна сформулювати три теореми подібності:

1 Для подібних явищ будь-які однойменні критерії однакові.

2 Розв'язок диференціального рівняння може бути поданий у вигляді функціональної залежності між критеріями подібності (критеріальні рівняння).

3 Подібні ті явища, в яких умови однозначності подібні.

Безрозмірні величини можна розглядати як нові змінні, які поділяються на три види:

– *незалежні змінні* – це безрозмірні координати  $X, Y$ ;

– *залежні змінні* – це  $Nu, \Theta, W_x, W_y$ ; вони однозначно визначаються значеннями незалежних змінних за певних значень величин, що входять до умов однозначності;

– *сталі величини* – це  $Pe, Re, Gr$ ; вони задані умовами однозначності і для конкретного завдання є сталими.

У результаті можна написати рівняння подібності у вигляді такої системи:

$$\begin{cases} Nu = f_1(X, Y, Pe, Re, Gr), \\ \Theta = f_2(X, Y, Pe, Re, Gr), \\ W_x = f_3(X, Y, Pe, Re, Gr), \\ W_y = f_4(X, Y, Pe, Re, Gr). \end{cases} \quad (3.18)$$

На практиці необхідно знати середню тепловіддачу на поверхні, тобто необхідно визначити критеріальне рівняння для середньої тепловіддачі:

$$Nu = Nu(Re, Pr, Eu). \quad (3.19)$$

Для локального коефіцієнта тепловіддачі необхідно ввести безрозмірні координати точки  $\frac{x}{L}, \frac{y}{L}$ :

$$Nu = Nu\left(Re, Pr, Eu, \frac{x}{L}, \frac{y}{L}\right). \quad (3.20)$$

Величину  $L$  називають «визначальним розміром». Визначальним розміром називають лінійний розмір тіла, яке бере участь у теплообміні, що найбільше впливає на інтенсивність тепловіддачі. У деяких випадках місце цього розміру може займати комплекс величин, що має розмірність лінійної величини. Наприклад, за поперечного обтікання труби визначальним буде зовнішній діаметр труби, а за повздовжнього обтікання плоскої пластини визначальною буде її довжина.

Аналогічно вводиться поняття «визначальної температури». Визначальною називають температуру, за якою визначають теплофізичні параметри рідини, що входять до узагальнених змінних, або сама узагальнена змінна (наприклад, критерій Прандтля). Як визначальну температуру середньої між теплоносієм і стінкою можна в деяких випадках врахувати вплив неізотермічності на процес тепловіддачі. Водночас може використовуватися як середньоарифметична температура, так і інші середні. Експериментальні й теоретичні дослідження тепловіддачі показали, що немає універсальної визначальної температури і загального методу врахування неізотермічності

процесу тепловіддачі. Це вимагає уваги за використання емпіричних співвідношень, оскільки необхідно за розрахунків брати ту саму визначальну температуру, що й автор співвідношення.

Залежність (3.20) повинна бути зведена до конкретного вигляду. Вирішення рівняння досягається таким чином:

1 Вдається одержати аналітичний розв'язок задачі (лише обмежена кількість задач, наприклад, ламінарне обтікання пластини).

2 Проведення чисельного експерименту на ЕОМ. Для узагальнення результатів використовують вид вирішення модельних задач.

3 Проведення експерименту фізичних досліджень на моделі – найбільш надійний, але складний метод.

4 Комбінація всіх цих методів.

Однією з можливостей наближеного моделювання є прояв так званої **автомодельності процесу** щодо якого-небудь критерію.

Говорять, що визначувана величина автомодельна відносно критерію подібності, якщо вона не залежить від нього.

Явище автомодельності дає можливість спрощення диференціальних рівнянь і умов однозначності.

Зважаючи на тяжкість точного моделювання, на практиці часто використовують **наближений метод локального теплового моделювання**.

Особливість цього методу полягає в тому, що подібність процесів прагнуть здійснити лише в тому місці, де проводиться дослідження тепловіддачі.

Наприклад, якщо вивчається тепловіддача під час обмивання рідиною пучка труб, то в дослідах у теплообміні може брати участь лише одна з труб. Решта труб служить лише для додання моделі форми, подібної до зразка. Дані про тепловіддачу отримують із вимірювань, проведених на одиничній трубі.

Передбачається, що тепловіддача випробовуваної труби переважно залежить від характеру її обтікання, що визначається розміщенням системи труб, а не тепловими умовами.

### 3.4 Інженерний розрахунок тепловіддачі

Під час постачання будь-якого експерименту завжди необхідно заздалегідь знати:

- 1) які величини необхідно вимірювати в дослідженні;
- 2) як обробляти результати дослідження;
- 3) які явища подібні до розглядуваного.

На ці питання відповідь міститься у вищевикладених трьох теоремах подібності.

На перше питання відповідає перша теорема: в досліді потрібно вимірювати всі величини, що містяться в числах подібності процесу, який вивчається.

На друге питання відповідає друга теорема: результати дослідження необхідно обробляти в числах подібності і залежність між ними подавати у вигляді рівнянь подібності; це дозволяє знайти загальну закономірність, справедливу для всіх процесів.

На третє питання відповідь дає третя теорема: подібні ті явища, в яких подібні умови однозначності і рівні визначальні числа подібності (критерії подібності).

Потім монтується експериментальна модель, у якій передбачене вимірювання всіх параметрів, що входять до визначальних безрозмірних чисел. Також вимірюють величини, необхідні для розрахунку коефіцієнта тепловіддачі, за формулою

$$\alpha = \frac{\dot{Q}}{(t_c - t_{12}) \cdot F} \quad (3.21)$$

Тепловий потік  $Q$  можна визначити вимірюванням потужності електронагрівника, за допомогою якого обігривається пластина.

На моделі проводять серію експериментів, причому звичайно в одній серії умови однозначності змінюють так, щоб змінювалося лише одне визначальне число, а інші залишалися

сталими. Так, для зміни числа  $Re$  зазвичай змінюють швидкість потоку  $w$ , яка не міститься в інших критеріях подібності. За результатами експерименту будують графічну залежність  $Nu$  від змінюваного безрозмірного числа. Переважно це роблять у логарифмічних координатах, у яких найпоширеніша в емпіричних рівняннях степенева залежність має вигляд прямої лінії:

$$Nu = c Re^n Pr^m. \quad (3.22)$$

Після проведення експерименту чисельно результати обробляють у вигляді критеріїв. Необхідно пам'ятати, що критеріальні рівняння використовуються лише для своїх граничних умов, це приводиться в довідковій літературі (за своїми визначальними розмірами і температурою).

Якщо відоме критеріальне рівняння, то пошук коефіцієнтів тепловіддачі зводиться до такого:

1 Установити фізичну картину течії і теплообміну (наприклад, вимушене обтікання твердого тіла визначеної конфігурації, вимушена течія по каналах, вільна конвекція тощо).

2 Визначити режим течії за  $Re = const$ .

3 За теплотехнічним довідником знайти потрібне критеріальне рівняння з відповідним описом. Наприклад, вимушена течія по каналах:

$$Nu = c \cdot Re^n \cdot Pr^m \cdot \left( \frac{Pr}{Pr_c} \right)^\gamma \cdot Eu,$$

$$l = d, \quad t = t_{\text{визн}}, \quad \alpha, \rho, c, \mu(t_{\text{визн}}), \quad \omega_{\text{визн}} = \frac{m}{\rho \cdot f}.$$

Завжди зазначають межі застосування цього рівняння:

$$Re = 10 - 2300, \quad Pr = 0,7 - 1,0, \quad \gamma = 0,25.$$

$\left( \frac{Pr}{Pr_c} \right)^\gamma$  – враховує змінність фізичних властивостей у

граничному шарі;

$Pr_c$  – критерій за температури стінки,  $Pr = 0,7-1,0$ .

4 Визначити коефіцієнт тепловіддачі  $\alpha = Nu \cdot \frac{\lambda}{l}$ .

### 3.5 Тепловіддача за зовнішнього обтікання тіла

Розглянемо плоску пластину, на яку надходить потік рідини із швидкістю  $w_0$ , спрямований уздовж поверхні з температурою  $t_0$ .

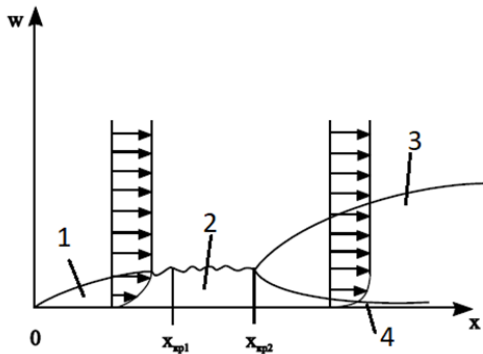


Рисунок 3.3 – Схема течії рідини за зовнішнього обтікання пластини:

- 1 – ламінарна течія; 2 – перехідна течія; 3 – турбулентна течія;
- 4 – область в'язкого граничного шару

Про режим течії роблять висновок за критичними значеннями числа Рейнольдса:

$$Re_{кр1} = \frac{w_0 x_{кр1}}{\nu}, \quad Re_{кр2} = \frac{w_0 x_{кр2}}{\nu}. \quad (3.23)$$

Знаючи  $Re_{кр1}$  і  $Re_{кр2}$ , можна розрахувати значення  $x_{кр1}$  і  $x_{кр2}$ , що визначає відповідно початок руйнування ламінарного шару і появу стійкої турбулентної течії. Досліди показують, що перехід до турбулентної течії може мати місце за значень  $Re$  приблизно від  $10^4$  до  $4 \cdot 10^6$ . Координати  $x_{кр1}$  і  $x_{кр2}$  залежать

від низки чинників. На перехід впливають такі характеристики зовнішнього потоку, як ступінь (інтенсивність) турбулентності, масштаб турбулентності, частота пульсацій. За прискорення потоку ( $\frac{\partial p}{\partial x} < 0$ , конфузорна течія) перехід затягується, за сповільнення ( $\frac{\partial p}{\partial x} > 0$ , дифузорна течія) – настає за менших значень  $x$  (або  $Re_x$ ).

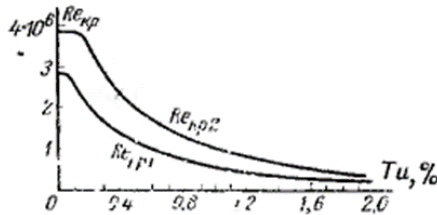


Рисунок 3.4 – Значення  $Re_{kp1}$  і  $Re_{kp2}$  залежно від ступеня турбулентності потоку  $Tu$

На рисунку 3.4 подана залежність критичних чисел Рейнольдса від ступеня турбулентності потоку  $Tu$ , що надходить. За порівняно малих значень перехід не залежить від ступеня турбулентності зовнішнього потоку, а визначається характеристиками самого ламінарного шару (його стійкістю). Збільшення  $Tu$  призводить до зменшення  $Re_{kp}$ .

Велика кількість чинників, що впливають, а також відсутність відомостей про значення  $Tu$  у промислових установках утруднюють точне визначення перетинів переходу. Тому в розрахунковій практиці відрізок  $\Delta x = x_{kp2} - x_{kp1}$  часто замінюють точкою, а критичне значення  $Re_{kp}$  оцінюють приблизно за даними дослідів. За достатньо зручнообтічної передньої кромки пластини можна взяти, що

$$Re_{kp1} = Re_{kp2} = Re_{kp} \approx 10^5. \quad (3.24)$$



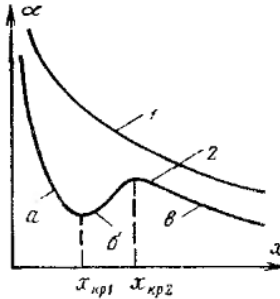


Рисунок 3.5 – Зміна коефіцієнта тепловіддачі вздовж пластини

Лінія 1 на рисунку 3.5 відповідає повністю турбулентному шару на пластині. За наявності на передній частині ламінарного шару коефіцієнт тепловіддачі змінюється за більш складним законом, що відповідає лінії 2 з різними ділянками (а – ламінарна течія; б – перехідна; в – турбулентна).

Критеріальне рівняння для визначення локального коефіцієнта тепловіддачі за обтікання плоскої пластини на відстані  $X = \frac{x}{l}$  від початку пластини:

$$Nu = 0,33 Re^{0,5} Pr^{0,33} X^{-0,5} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \quad (3.25)$$

Межі застосування  $Re < Re_{кр} = 5 \cdot 10^5$ ;  $0,6 < Pr \leq 1,5$ .

Якщо  $Re > Re_{кр} = 5 \cdot 10^5$  (перехідна область), то визначають тепловіддачу на ділянці довжиною  $X = \frac{Re_{кр}}{Re}$ . Іншу частину ділянки розраховують за формулою для турбулентної течії:

$$Nu = 0,03 Re^{0,8} Pr^{0,43} X^{-0,2} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \quad (3.26)$$

Критеріальне рівняння для визначення середнього по поверхні коефіцієнта тепловіддачі за обтікання плоскої пластини для ламінарного режиму течії  $Re < 5 \cdot 10^5$ :

$$Nu = 0,66 Re^{0,5} Pr^{0,33} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \quad (3.27)$$

За  $Re > 5 \cdot 10^5$

$$Nu = 0,037 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \quad (3.28)$$

Як визначальну температуру беруть температуру потоку, що надходить. Визначальний розмір – довжина пластини.

Поперечне обтікання одиночної труби має певні особливості.

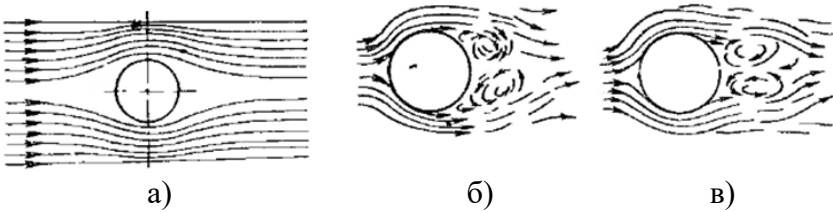


Рисунок 3.6 – Обтікання циліндра:  
 а) безвідривне ламінарне; б) ламінарне з відривом;  
 в) турбулентне з відривом

Плавне, безвідривне обтікання циліндра (рис. 3.6 а) має місце лише за  $Re \leq 5$ . За  $Re > 5$  поперечно-омиваний коловий циліндр є незручнообтічним тілом. Граничний шар, що утворюється на передній половині труби, відривається від поверхні в кормовій частині, і позаду циліндра утворюються два симетричних вихори. За подальшого збільшення числа Рейнольдса вихори витягуються за течією все далі від труби. Потім вихори періодично відриваються від труби і несуться потоком рідини, утворюючи за циліндром вихрову доріжку. В лобовій області утворюється ламінарний граничний шар, а з протилежного боку труби за рахунок інтенсивного вихороутворення – інтенсивний теплообмін. Відрив граничного шару – це основна особливість поперечного обтікання труби.

Критеріальне рівняння для визначення коефіцієнта тепловіддачі:

за  $5 < Re < 10^3$

$$Nu = 0,5 Re^{0,5} Pr^{0,38} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}; \quad (3.29)$$

за  $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$

$$Nu = 0,25 Re^{0,6} Pr^{0,38} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}; \quad (3.30)$$

за  $Re = 3 \cdot 10^5 \dots 2 \cdot 10^6$ :

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,37} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}. \quad (3.31)$$

Тепловіддача за периметром циліндра має різний характер, зображений на рисунку 3.7.

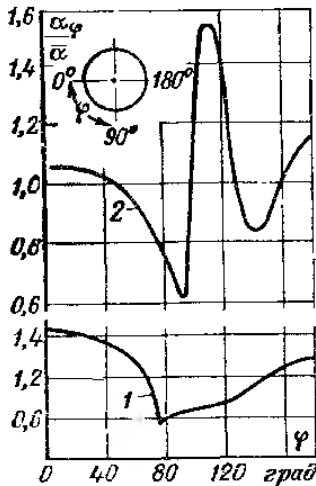


Рисунок 3.7 – Зміна коефіцієнта тепловіддачі за периметром циліндра:

1 –  $Re = 7 \cdot 10^4$ ; 2 –  $Re = 2 \cdot 10^5$

Крива 1 відповідає режиму тепловіддачі з відривом ламінарного граничного шару, крива 2 – турбулентного граничного шару.

Зменшення тепловіддачі на кривій 1 характеризується збільшенням товщини граничного шару, мінімум відповідає зриву потоку (приблизно  $80^\circ$ ). Перший мінімум на кривій 2 відповідає переходу від ламінарного до турбулентного режиму, за кута  $90^\circ$  різко зростає тепловіддача за рахунок початку вихороутворення та другий мінімум – відрив граничного шару. Далі зростає тепловіддача за рахунок наявності складної течії з вихорів. На відміну від обтікання одиначної труби (циліндра), обтікання пучків труб має свої особливості, оскільки на характер течії впливають сусідні ряди труб.

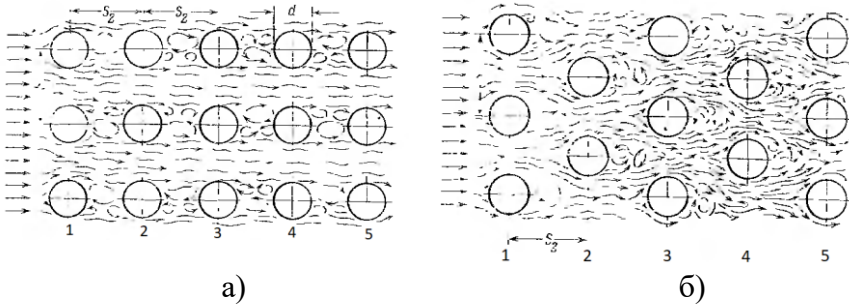


Рисунок 3.8 – Характер течії в пучках труб:  
а) коридорний; б) шаховий

Режим та форма течії в пучку труб у багатьом залежать від параметрів течії перед пучком. Якщо перед входом у пучок течія мала ламінарний характер, то залежно від величини критерію Рейнольдса може перейти в турбулентну течію, кожен наступний ряд труб буде хорошим турбулізатором. За  $Re \approx 10^5$  – основна маса труби міститься в турбулентній області.

Ламінарне обтікання пучка труб ( $Re = 10 - 200$ ).

Середня тепловіддача тісних десятирядних шахового і коридорного пучків за  $\frac{s_1}{d} = \frac{s_2}{d} \leq 1,25$ :

$$Nu = c Re^{0,33} Pr^{0,33} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}, \quad (3.32)$$

де  $c = 1,8$  – для шахового пучка;  $c = 1,2$  – для коридорного пучка.

Перехідний режим обтікання пучка труб ( $Re = 10^3 - 10^5$ ).

$$Nu = c Re^n Pr^{0,33} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \varepsilon_i \cdot \varepsilon_s, \quad (3.33)$$

де  $c = 0,41$  та  $n = 0,6$  – для шахового пучка;  $c = 0,26$  та

$n = 0,65$ ,  $\varepsilon_s = \left( \frac{s_2}{d} \right)^{-0,15}$  – для коридорного пучка;  $\varepsilon_s = \left( \frac{s_1}{s_2} \right)^{0,17}$  –

для шахового пучка за  $\left( \frac{s_1}{s_2} \right) < 2$  та  $\varepsilon_s = 1,12$  – для шахового пучка

за  $\left( \frac{s_1}{s_2} \right) \geq 2$ .

Поправковий коефіцієнт  $\varepsilon_i$ , що враховує зміну тепловіддачі в початкових рядах труб, визначаємо з рисунка 3.9.

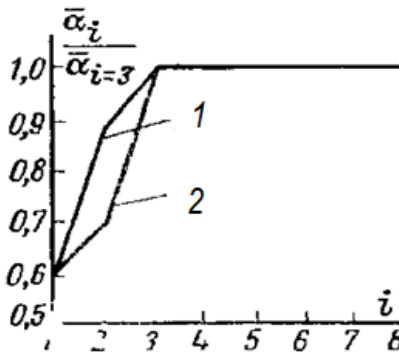


Рисунок 3.9 – Зміна коефіцієнта тепловіддачі залежно від ряду труб:  
1 – коридорний; 2 – шаховий

Тепловіддача першого ряду труб має меншу тепловіддачу як для шахового, так і для коридорного розміщення пучка. Починаючи з третього ряду труб тепловіддача вирівнюється, що відповідає відношенню середнього коефіцієнта тепловіддачі  $i$ -го ряду до середнього коефіцієнта тепловіддачі третього ряду  $\frac{\bar{\alpha}_i}{\bar{\alpha}_{i=3}} = 1$ .

Турбулентне обтікання пучка труб ( $Re > 2 \cdot 10^5$ )

$$Nu = 0,021 Re^{0,84} Pr^{0,35} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \quad (3.34)$$

### 3.6 Тепловіддача за вимушеної течії всередині каналу

Процес тепловіддачі за течії рідини в трубах є складнішим процесом, ніж течія біля плоскої поверхні, оскільки поперечний переріз труби має кінцеві розміри. Тому, починаючи з деякої відстані від входу в трубу, на рідину по всьому перерізу каналу діє гальмувальний вплив сил тертя. Відрізок труби від входу до злиття приграничних шарів називають відрізком гідродинамічної стабілізації потоку.

Режим течії визначають критерієм Рейнольдса. Якщо  $Re < 2000$  – течія вважається ламінарною, за  $Re = 2 \cdot 10^3 - 10^4$  – перехідною, та за  $Re > 10^4$  – турбулентною. Під час руху біля стінок утворюється гідродинамічний граничний шар, товщина якого постійно зростає.

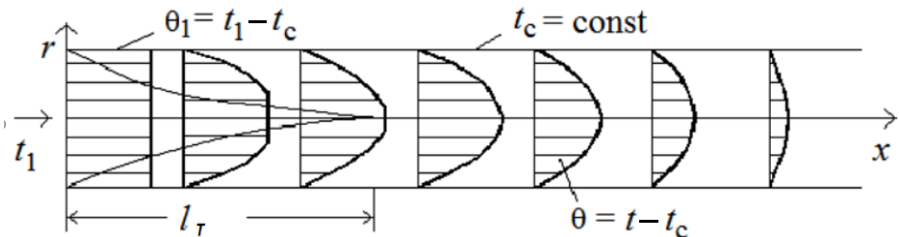


Рисунок 3.10 – Початкова ділянка стабілізованої течії

На початку труби центральне ядро рідини має температуру, що дорівнює температурі на вході. У міру руху рідини вздовж труби відбувається нагрівання (охолодження) пристінних шарів. Таким чином, біля поверхні труби в її початковій ділянці утворюється тепловий граничний шар, товщина якого в міру віддалення від входу збільшується. Ділянку довжиною  $l_T$  називають початковою ділянкою теплового приграничного шару.

Для **ламінарного режиму течії** теоретичні розв'язки визначають відносну довжину відрізка теплової стабілізації потоку у такому вигляді:

$$\text{за } t_{CT} = \text{const} \quad \frac{l_T}{d} = 0,055Pe, \quad (3.35)$$

$$\text{за } q = \text{const} \quad \frac{l_T}{d} = 0,07Pe. \quad (3.36)$$

Тепловіддача в гладких трубах за ламінарного режиму характеризується стабілізованим теплообміном:

$$\text{за } t_{CT} = \text{const} \quad Nu = 3,66, \quad (3.37)$$

$$\text{за } q = \text{const} \quad Nu = 4,36. \quad (3.38)$$

За ламінарного руху рідини можна розглядати два режими неізотермічного руху: в'язкісний та в'язкісно-гравітаційний. За в'язкісного режиму сили в'язкості переважають над піднімальними силами, а за в'язкісно-гравітаційного режиму ці сили співмірні.

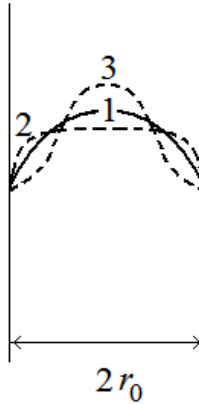


Рисунок 3.11 – Розподіл поля температури за в'язкісного режиму

За в'язкісного режиму розподіл поля швидкості в перерізі труби, поданий на рисунку 3.11 (1 – ідеальний профіль; 2 – під час нагрівання рідини; 3 – під час охолодження рідини), характеризується зміною в'язкості по перерізу труби. До того ж під час нагрівання рідини в'язкість збільшується, і таким чином теплообмін біля стінки буде вищим, ніж під час охолодження.

За в'язкісно-гравітаційного режиму розподіл поля швидкості залежить від напрямку руху потоків, що обумовлено вільною конвекцією через зміну густини рідини. Залежно від взаємного напрямку вимушеного і вільного рухів можна виділити три випадки:

- 1) напрям вільного та вимушеного рухів збігається;
- 2) напрям вільного та вимушеного рухів перпендикулярні;
- 3) напрям вільного та вимушеного рухів протилежні.



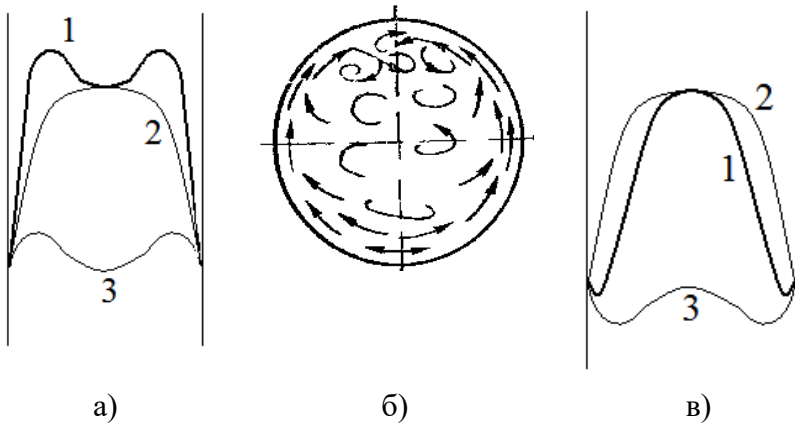


Рисунок 3.12 – Розподіл поля температури  
за в'язкісно-гравітаційного режиму

На рисунку 3.12 а (1 – підсумкова крива; 2 – вимушений рух; 3 – вільний рух) вільний і вимушений рухи збігаються у випадку нагрівання рідини та її руху у вертикальній трубі знизу вгору або під час охолодження рідини та її руху зверху вниз. Рисунок 3.12 б відповідає перпендикулярному руху вимушеної та вільної конвекції, спостерігається в горизонтальних трубах. У поперечному перерізі під впливом вільної конвекції виникає поперечна циркуляція рідини, що сприяє утворенню гвинтоподібного руху. Як результат, за рахунок кращого перемішування покращується тепловіддача. На рисунку 3.12 в зображено протилежний рух вимушеної та вільної конвекції (1 – підсумкова крива; 2 – вимушений рух; 3 – вільний рух) під час нагрівання рідини і руху її у вертикальній трубі зверху вниз або охолодженні та руху рідини знизу вгору.

За в'язкісного режиму течії розрахунок місцевого коефіцієнта тепловіддачі на початковій ділянці труби визначається за виразом

$$Nu = 0,33 \cdot Re^{0,5} \cdot Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \left( \frac{x}{d} \right)^{0,1}, \quad (3.39)$$

де  $x$  – початкова ділянка труби.

Якщо довжина труби більша за початкову теплову ділянку, середній коефіцієнт тепловіддачі визначається так:

$$Nu = 1,55 \cdot \left( Pe \frac{d}{l} \right)^{0,33} \left( \frac{\mu_{CT}}{\mu} \right)^{-0,14} \varepsilon_l, \quad (3.40)$$

де  $\varepsilon_l = \frac{0,10 \left( \frac{1}{Re} \frac{l}{d} \right)^{-1,2}}{\left( 1 + 2,5 \frac{1}{Re} \frac{l}{d} \right)}$  – поправка, що враховує початкову

гідродинамічну ділянку.

За в'язкісно-гравітаційного режиму течії необхідно враховувати й наявність вільної конвекції, що значно ускладнює розрахунок. Наближена оцінка середнього коефіцієнта тепловіддачі подана в наступному виразі:

$$Nu = 0,15 \cdot Re^{0,32} \cdot Pr^{0,33} (Gr \cdot Pr)^{0,1} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \bar{\varepsilon}_l, \quad (3.41)$$

де  $\bar{\varepsilon}_l$  – поправка, що враховує зміну середнього коефіцієнта тепловіддачі за довжиною труби. За  $\frac{l}{d} \geq 50$   $\bar{\varepsilon}_l = 1$ , а за умови

$\frac{l}{d} < 50$  значення  $\bar{\varepsilon}_l$  вибираємо з таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Значення  $\bar{\varepsilon}_l$

$\frac{l}{d}$	1	2	5	10	15	20	30	40	50
$\bar{\varepsilon}_l$	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

Для турбулентного режиму течії крапельних рідин за  $\frac{l}{d} \geq 50$  критеріальне рівняння має вигляд

$$Nu = 0,021 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}. \quad (3.42)$$

Для тепловіддачі під час руху газу в турбулентному режимі в гладкій трубі

$$Nu = 0,022 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \bar{\varepsilon}_l, \quad (3.43)$$

де  $\bar{\varepsilon}_l$  – поправковий коефіцієнт, що враховує зміну коефіцієнта тепловіддачі на початковій ділянці труби:  $\bar{\varepsilon}_l = 1$  за  $\frac{x}{d} \geq 15$  та

$$\bar{\varepsilon}_l = 1,38 \left( \frac{x}{d} \right)^{-0,12} \quad \text{за} \quad \frac{x}{d} < 15.$$

### 3.7 Тепловіддача за течії всередині каналу складної форми та шорстких трубах

Розрахунок для каналів складної форми проводять з урахуванням значення еквівалентного діаметра:

$$d_{екв} = \frac{4f}{U}, \quad (3.44)$$

де  $f$  – площа перерізу каналу;  $U$  – периметр.

Середній коефіцієнт тепловіддачі для турбулентної течії газів і рідин для каналів кільцевої форми (рис. 3.13):

$$Nu = 0,017 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,4} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^{0,18}. \quad (3.45)$$

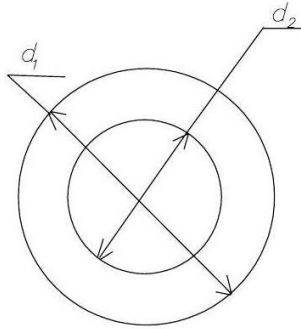


Рисунок 3.13 – Канал кільцевої форми (труба в трубі)

Визначальний розмір  $d_{екв} = d_1 - d_2$ , де  $d_1$  – зовнішній діаметр труби;  $d_2$  – внутрішній діаметр труби.

Формула (3.43) справедлива для  $\frac{d_1}{d_2} = 1,2 - 1,4$ ,

$\frac{l}{d} = 50 - 460$  та  $Pr = 0,7 - 100$ .

Тепловіддача в шорстких трубах значно залежить від форми та висоти штучних нерівностей. За ламінарного режиму течії тепловіддача не залежить від шорсткості, а починає проявлятися лише за турбулентного режиму. За певних умов виконання шорсткої поверхні тепловіддача може збільшитися втричі порівняно з гладкою. Такий спосіб використовують як засіб для інтенсифікації теплообміну. За нераціональної шорсткої поверхні може навіть погіршитися коефіцієнт тепловіддачі, тому необхідно використовувати оптимальну величину шорсткості:

$\left(\frac{s}{\delta}\right)_{opt} = 12 - 14$ , де  $s$  та  $\delta$  – крок та висота штучних нерівностей.

Середній за довжиною труби коефіцієнт тепловіддачі для води обчислюють за виразом

$$Nu = 0,022 \cdot Re^{0,8} \cdot Pr^{0,47} \left(\frac{Pr}{Pr_{CT}}\right)^{0,25} \varepsilon_{ш}, \quad (3.46)$$

$$\text{де } \varepsilon_{ui} = \exp \left[ 0,85 \frac{\left(\frac{s}{\delta}\right)_{onm}}{\left(\frac{s}{\delta}\right)} \right] \text{ за } \left(\frac{s}{\delta}\right) > \left(\frac{s}{\delta}\right)_{onm},$$

$$\varepsilon_{ui} = \exp \left[ 0,85 \frac{\left(\frac{s}{\delta}\right)}{\left(\frac{s}{\delta}\right)_{onm}} \right] \text{ за } \left(\frac{s}{\delta}\right) < \left(\frac{s}{\delta}\right)_{onm}.$$

### 3.8 Тепловіддача за вільної конвекції у великому об'ємі та вузьких зазорів

Вільна конвекція біля вертикальної стінки характеризується режимом течії. На рисунку 3.14 а зображено три характерні ділянки: ламінарну (1), перехідну (2) та турбулентну (3).

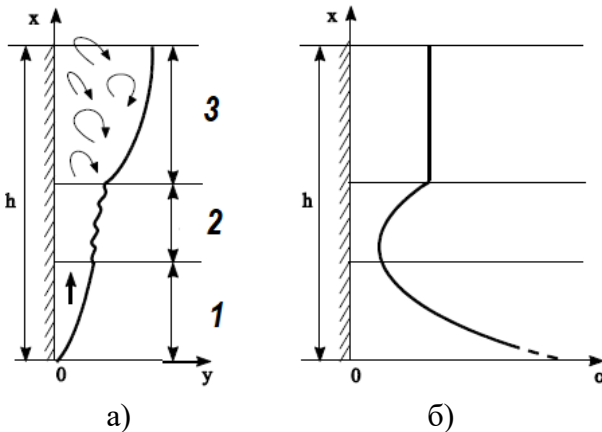


Рисунок 3.14 – Характерний розподіл вільної конвекції біля вертикальної стінки

Зміна коефіцієнта тепловіддачі, зображена на рисунку 3.14 б, характеризується значною невизначеністю в області

ламінарного й перехідного режимів руху та нормалізується в області турбулентного режиму.

Для ламінарного режиму руху ( $10^3 < Ra \leq 10^9$ ) за постійної температури стінки ( $t = const$ ) середній коефіцієнт тепловіддачі

$$Nu = 0,73 \cdot Ra^{0,25} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}. \quad (3.47)$$

За постійного теплового потоку ( $Q = const$ )

$$Nu = 0,75 \cdot Ra^{0,25} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}. \quad (3.48)$$

Для турбулентного режиму руху ( $Ra > 6 \cdot 10^{10}$ ) за постійної температури стінки ( $t = const$ ) та постійного теплового потоку ( $Q = const$ ) середній коефіцієнт тепловіддачі

$$Nu = 0,15 \cdot Ra^{0,33} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25}. \quad (3.49)$$

Для перехідної області використовують лінійну інтерполяцію.

Вільна конвекція біля горизонтальної стінки (рис. 3.15) характеризується подібними з вертикальною стінкою процесами.

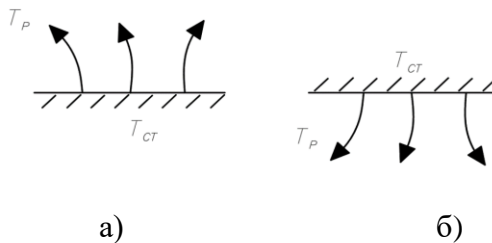


Рисунок 3.15 – Вільна конвекція біля горизонтальної стінки

Розрахунок коефіцієнта тепловіддачі відбувається за формулами 3.45–3.47 з уведенням поправок. Для поверхні теплообміну, розміщеної вгору (рис. 3.15 а):

$$\alpha_{\Gamma} = 1,3\alpha_{\text{в}}. \quad (3.50)$$

Для поверхні теплообміну, розміщеної донизу (рис. 3.14 б):

$$\alpha_{\Gamma} = 0,7\alpha_{\text{в}}. \quad (3.51)$$

Вільна конвекція під час обтікання горизонтальних циліндрів (труб) (рис. 3.16) характеризується ширшим спектром фізичних можливостей.

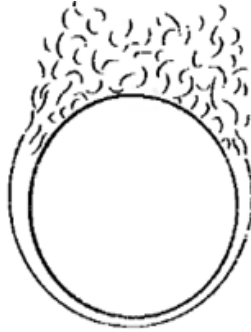


Рисунок 3.16 – Обтікання горизонтальної труби

Під час обтікання горизонтальної труби, під дією масових сил, тепловий потік буде омивати поверхню знизу вгору. Водночас на тилловій частині труби буде руйнуватися ламінарний прошарок за рахунок вихороутворення часток потоку.

Критеріальне рівняння для розрахунку вільної конвекції горизонтальної циліндричної поверхні має такий вигляд:

$$Nu = c \cdot Ra^n. \quad (3.52)$$

Таблиця 3.2 – Коефіцієнти розрахунку рівняння (3.52)

	<b>Плівковий</b>	<b>Перехідний</b>	<b>Ламінарний</b>	<b>Турбулентний</b>
<b>Ra</b>	$10^{-4} - 10^{-3}$	$10^{-3} - 5 \cdot 10^2$	$5 \cdot 10^2 - 2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^7 - 10^{13}$
<b>c</b>	0,5	1,18	0,54	0,13
<b>n</b>	0	0,125	0,25	0,33

Тепловіддача у вузьких зазорах (рис. 3.17) умовно поділяється на три випадки: велика відстань між стінками, співмірна відстань та вузькі щілини.

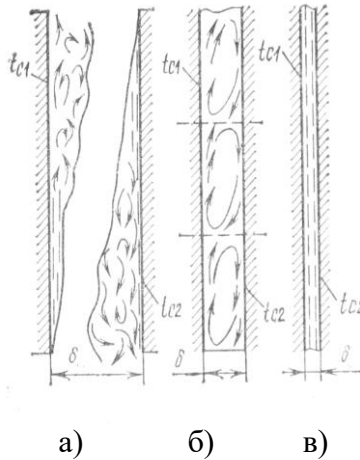


Рисунок 3.17 – Вільна конвекція у вертикальних рідинних та газових прошарках різної товщини ( $\delta_a > \delta_b > \delta_c$ ):

- а) якщо відстань велика, то висхідний і низхідний потоки не взаємодіють, що відповідає закону вільної конвекції, тепловіддачу від нагрітої і вільної стінок можна розраховувати самостійно;
- б) потоки починають взаємодіяти один з одним, загальмовуватися, утворюватися ряд циркуляційних контурів;
- в) потоки загальмовуються один від одного, виникає чиста теплопровідність

Для варіанта а) розрахунок вільної конвекції відбувається за відомими залежностями без урахування взаємного впливу.

Для варіантів б) і в) може бути використано метод еквівалентної теплопровідності, що враховує взаємний вплив потоків.

Тепловий потік через вузький зазор

$$Q = \varepsilon_K \cdot \frac{\lambda}{\delta} \cdot (t_{c1} - t_{c2}) \cdot F, \tag{3.53}$$

де  $\varepsilon_K$  – поправка, що враховує конвекційне перенесення.



За  $Ra < 10^3$   $\varepsilon_K = 1$ , за  $10^3 < Ra < 10^6$ ,  $\varepsilon_K = 0,105Ra^{0,3}$ , за  $10^6 < Ra < 10^{10}$ ,  $\varepsilon_K = 0,4Ra^{0,2}$ .

### Контрольні питання до розділу 3

- 1 Фізичне уявлення і математичний опис конвекційного теплообміну.
- 2 Постановка крайової задачі (основні рівняння).
- 3 Крайова задача конвекційного теплообміну (умови однозначності).
- 4 Елементи теорії подібності (постановка задачі).
- 5 Критерії подібності.
- 6 Перша теорема подібності.
- 7 Друга теорема подібності.
- 8 Третя теорема подібності.
- 9 Критеріальні рівняння. Інженерний розрахунок тепловіддачі.
- 10 Елементи теорії граничного шару.
- 11 Тепловіддача за зовнішнього обтікання тіла.
- 12 Обтікання пластини потоком нестисливої рідини та газом.
- 13 Обтікання поодинокі труби та пучка труб.
- 14 Тепловіддача за вимушеної течії в каналах.
- 15 Тепловіддача за термогравітаційної конвекції, тепловіддача у великому об'ємі.
- 16 Тепловіддача у вузьких зазорах.

## РОЗДІЛ 4 Теплообмін за фазових переходів

### 4.1 Конденсація

#### 4.1.1 Загальне уявлення про конденсацію пари

Процес перетворення речовини з пароподібного стану в рідкий називають *конденсацією*. Конденсація може відбуватися як в об'ємі пари, так і на охолоджуваній поверхні теплообміну.

*Об'ємна конденсація* відбувається в парі і парогазовій суміші, коли тиск в об'ємі вищий за тиск насиченої пари над рідиною за даної температури, тобто в переохолодженій (пересиченій) парі. Для виникнення об'ємної конденсації необхідна наявність центрів конденсації (найдрібніші порошинки і частинки твердого тіла, краплини рідини). Прикладами такої конденсації можуть бути конденсація водяної пари в об'ємі вологого повітря, конденсація за розширення пари в останніх ступенях парових турбін.

У холодильній техніці, теплоенергетиці, хімічній, харчовій та інших галузях промисловості мають справу переважно з конденсацією на *поверхні твердого тіла* (усередині труб, на трубах, плоских стінках). Для виникнення конденсації температура поверхні теплообміну повинна бути нижчою за температуру насичення за даного тиску чистої пари або його парціального тиску, якщо пара знаходиться в суміші з газами, що не конденсуються.

Розрізняють два види конденсації: *плівкову і краплинну*. У початковий момент зіткнення пари зі стінкою на ній утворюється мономолекулярний шар, який в процесі конденсації або збільшується і ущільнюється (*плівкова конденсація*), або, досягаючи товщини порядку мікрметра, розривається на частини (*краплинна конденсація*). У першому випадку рідинна фаза стікає по поверхні охолодження у вигляді суцільної безперервної плівки, в другому – утворюється у вигляді окремих крапель. Плівкова конденсація здійснюється на поверхнях,

змочуваних даною рідиною, краплинна – на незмочуваних поверхнях.

Характер розподілу температур за плівкової конденсації чистої насиченої пари на плоскій стінці показаний на рисунку 4.1.

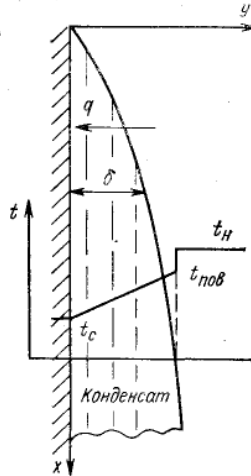


Рисунок 4.1 – Конденсація на вертикальній стінці

Пара далеко від охолодженої поверхні має температуру насичення  $t_n$  та температуру на стінці  $t_c$ , температурний напір між парою і стінкою  $\Delta t = t_n - t_c$ . Температурний напір між парою та рідиною визначається як напір фазового переходу  $\Delta t_\phi = t_n - t_{пов}$ , де  $t_{пов}$  – температура поверхні плівки рідини. Наявність  $\Delta t_\phi$  пов'язано з тим, що не всі молекули пари, що вдаряються об поверхню рідини, захоплюються нею, частина молекул із поверхні рідини випаровується і знову переходить у пару. Для рідин за нормального тиску можна вважати, що  $t_n = t_{пов}$ .

Інтенсивність тепловіддачі за плівкової конденсації залежить від режиму течії плівки конденсату, що визначається за значенням критерію Рейнольдса:  $Re = \frac{\omega \cdot \delta}{\nu}$ .

Течія плівки може бути ламінарною та турбулентною. За ламінарного режиму течії теплота переноситься теплопровідністю, а за турбулентного – додатково до існуючого механізму додається й конвекційна складова. За ламінарної течії може утворюватися хвильовий режим руху. Частки рідини під дією випадкових збурень суміщуються, що спричинює деформації поверхні. Сили міжмолекулярної взаємодії намагаються повернути до початкового стану, що викликає амплітудне коливання, на яке додатково впливає й сила тяжіння. Таким чином, утворюються хвилі плівки конденсату, що накладаються одна на одну та стікають згори вниз. Як показують дослідження, для води за  $t_{нов} = 15^0 C$ ,  $Re_{XB} = 5$ . За  $Re > 400$  течія стає турбулентною. Водночас у верхній частині пластини течія залишається бути ламінарною, а на певній середній ділянці течія матиме перехідний характер.

#### 4.1.2 Плівкова конденсація пари на вертикальній стінці та стінці під нахилом

Схема руху плівки конденсату відповідає рисунку 4.1. Середня швидкість руху плівки

$$\bar{\omega} = \frac{\rho g [\delta(x)]^2}{3\mu}, \quad (4.1)$$

де  $\rho$ ,  $\mu$  – густина та динамічна в'язкість плівки конденсату;  $g$  – прискорення вільного падіння.

Товщина плівки конденсату в даному вимірі

$$\delta(x) = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\mu(T_H - T_{CT})x}{g\rho^2}}, \quad (4.2)$$

де  $\lambda$  – теплопровідність плівки конденсату;  $r$  – теплота фазового переходу;  $x$  – значення від верхньої точки поверхні вертикальної стіни.

Локальний коефіцієнт тепловіддачі за конденсації на вертикальній поверхні

$$\alpha(x) = \frac{\lambda}{\delta(x)} = \sqrt[4]{\frac{gr\rho^2\lambda^3}{4\mu(T_H - T_{CT})x}}. \quad (4.3)$$

Середній за висотою вертикальної стінки коефіцієнт тепловіддачі

$$\bar{\alpha} = 0,943 \sqrt[4]{\frac{gr\rho^2\lambda^3}{4\mu(T_H - T_{CT})H}}. \quad (4.4)$$

Для врахування залежності теплофізичних властивостей плівки конденсату від температури та хвильового режиму течії вводять відповідні поправки:

$$\alpha' = \alpha \cdot \varepsilon_t \varepsilon_{x\phi}, \quad (4.5)$$

де  $\varepsilon_t = \left[ \left( \frac{\lambda_{CT}}{\lambda_H} \right)^3 \left( \frac{\mu_H}{\mu_{CT}} \right) \right]^{0,125}$  – поправка на залежність від

температури;

$\varepsilon_{x\phi} = \text{Re}^{0,04}$  – поправка на залежність від хвильового режиму.

На поверхні стінки, що має нахил (рис. 4.2), фізичні процеси конденсації відбуваються за тими самими механізмами, що й на вертикальній поверхні, але з меншою інтенсивністю.

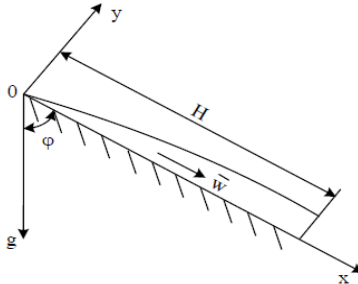


Рисунок 4.2 – Плівкова конденсація на поверхні під нахилом

Коефіцієнт тепловіддачі для такої поверхні розраховуємо на таким виразом:

$$\alpha_{\text{нахил}} = \alpha \cdot \sqrt[4]{\cos \varphi}. \quad (4.6)$$

#### 4.1.3 Плівкова конденсація пари на горизонтальних трубах

Конденсатори теплоенергетичних і холодильних установок часто виконують у вигляді пучка горизонтальних труб, розміщених у шаховому, коридорному або ромбічному порядку. У цьому випадку умови теплообміну на різних за висотою рядах труб у пучку будуть неоднаковими. Якщо припустити, що стікання конденсату з верхніх рядів на нижні безперервне, то товщина плівки повинна збільшуватися, а коефіцієнт тепловіддачі зменшуватися від ряду до ряду під час переміщення зверху вниз (рис. 4.3).

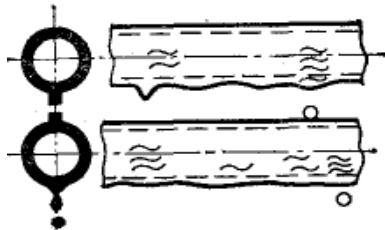


Рисунок 4.3 – Конденсація на горизонтальних трубах

Як показують експериментальні дослідження, стікання конденсату з труби на трубу відбувається не плавно, а у вигляді окремих крапель і струйок. Останні, потрапляючи на трубу, що пролягає нижче, з одного боку, потовщують плівку (в момент падіння), а потім розтікаються по поверхні, а з іншої – турбулізують рух конденсату в плівці.

Унаслідок цього деяке збільшення товщини плівки у момент падіння до певної міри компенсується турбулізуючою дією крапель і бризок на характер руху конденсату.

Середній коефіцієнт тепловіддачі для горизонтальної труби

$$\bar{\alpha} = 0,7284 \sqrt[4]{\frac{gr\rho^2\lambda^3}{\mu(T_H - T_{CT})d_3}}, \quad (4.7)$$

де  $d_3$  – зовнішній діаметр труби.

Коефіцієнт тепловіддачі для пучка труб

$$\alpha_{пуч} = \alpha \cdot \varepsilon_n, \quad (4.8)$$

де  $\varepsilon_n = n^{-0,25}$  – коефіцієнт, що враховує вплив числа рядів на теплообмін за конденсації в пучку;  $n$  – число труб у вертикальному ряду.

#### 4.1.4 Чинники, що впливають на теплообмін за плівкової конденсації

Під час експлуатації теплообмінного обладнання не завжди досягаються ідеальні умови теплообміну, тому необхідно враховувати вплив зовнішніх факторів на плівкову конденсацію пари.

Чинники, що впливають на конденсацію:

- 1) швидкість руху пари;
- 2) вологість пари та її перегрів;
- 3) неконденсувальні гази в парі;
- 4) стан поверхні;
- 5) орієнтація труби;
- 6) суміш компонентів пари.

Якщо пара має деяку початкову швидкість, швидкість пари чинить істотний вплив на умови тепловіддачі. Рух пари створює силу тертя між поверхнею плівки і парою, яка впливає на рух плівки, як наслідок, виникає динамічна дія пари на плівку. Під час руху пари і конденсату в одному напрямі (супутній рух), ця сила прискорюватиме рух рідини в плівці, внаслідок цього товщина останньої буде меншою, а коефіцієнт тепловіддачі вищим, ніж для нерухомої пари.

Швидкість руху пари враховується через введення поправкового коефіцієнта на рух пари:

$$\alpha_w = \alpha \cdot \varepsilon_w, \quad (4.9)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі нерухомої пари;  $\varepsilon_w$  – поправковий коефіцієнт, що наводиться в довідниковій літературі для різних типів теплообмінників.

Вологість пари враховується під час розрахунку теплового потоку за фазового переходу:

$$Q = G \cdot r \cdot x, \quad (4.10)$$

де  $r$  – теплота фазового переходу розглядуваного середовища;  $x$  – ступінь сухості пари.

Перегрів пари також входить у рівняння розрахунку теплового потоку:

$$Q = G(r + q_{nep}) = G(r + c_p \Delta t_{nep}), \quad (4.11)$$

де  $q_{nep}$  – питома теплота перегріву;  $c_p$  – ізобарна теплоємність перегрітої пари.

Наявність неконденсованих газів у парі у вигляді, наприклад, повітря значно зменшує інтенсивність конденсації. У цьому разі на поверхні конденсації утворюється повітряний прошарок із великим термічним опором. Наявність лише 1 % повітря в парі знижує тепловіддачу практично вдвічі. У зв'язку з цим видаленню повітря з теплообмінних апаратів приділяється значна увага.

Стан поверхні – ще один із важливих чинників, що безпосередньо впливає на конденсацію. Під час конденсації на шорстких або окиснених поверхнях коефіцієнт тепловіддачі зменшується, оскільки через опір течії збільшується товщина плівки конденсату. Крім того, окисні осадження створюють додатковий термічний опір перенесенню теплоти від пари до стінки.

Орієнтація труби в просторі впливає на характер проходження конденсації і визначається виразом відношення коефіцієнта тепловіддачі горизонтальної труби до вертикальної:



$$\frac{\alpha_{\Gamma}}{\alpha_B} = \sqrt[4]{\frac{H}{6,23d}}. \quad (4.12)$$

Очевидно, що за  $6,23 < H < x_{кр}$  тепловіддача на горизонтальній трубі вища, ніж на вертикальній.

Суміш пари враховується в такому випадку: для конденсації пари рідин, що не змішуються, на горизонтальній трубі може бути використана наближена емпірична формула:

$$\alpha_{см} = \frac{\alpha_{N1}g_1 + \alpha_{N2}g_2}{g_1 + g_2}, \quad (4.13)$$

де  $\alpha_{N1}$  і  $\alpha_{N2}$  – середні коефіцієнти тепловіддачі для першого та другого компонентів;  $g_1$  і  $g_2$  – масові концентрації компонентів в суміші.

#### 4.1.5 Крапельна конденсація

Якщо поверхня рідини не змочується конденсатом, то наявна так звана крапельна конденсація пари. Різниця щодо характеру взаємодії поверхні з конденсатом визначається різницею фізико-хімічних властивостей середовища. Умови змочуваності формально подані рівновагою сил поверхневого натягу на краях краплини. Під час крапельної конденсації стикання пари з поверхнею призводить до утворення адсорбційного шару, а потім тонкої плівки рідини. Ця плівка, що знаходиться в силовому молекулярному полі твердої стінки та пари, піддається дії розклинювального тиску. Частинки плівки притягуються одна до одної, тим сильніше, чим тонша плівка. У результаті плівка розривається, після цього утворюються краплі. Найімовірніші центри утворення крапель – мікрозападини поверхні. Процес утворення крапель відбувається з такою швидкістю, що здається, ніби вони утворюються вибухоподібно. З подальшим зростанням крапель відбувається їх злиття до такого розміру, коли крапля під дією сили тяжіння скочується по охолодженій поверхні, захоплюючи під час руху зустрічні

краплі. Отже, крапельна конденсація, по суті, є нестационарним процесом. Оперуючи з осередненими в часі параметрами, його можна розглядати як квазістационарний.

Краплинна конденсація описується рівнянням типу  $Nu_{cep} = f(Re, Pr, \Pi_K)$ :

$$Nu_{cep} = \frac{\alpha_{cp} 2\sigma T_H}{\lambda_p \Delta h \rho_p (T_H - T_{cm})}, \quad (4.14)$$

де  $T_H, T_{cm}$  – температура насичення та температура стінки;  $\lambda_p, \rho_p$  – теплопровідність та густина рідини;  $\sigma$  – сила поверхневого натягу між рідиною та паром.

Критерій Рейнольдса

$$Re = \frac{\lambda_p (T_H - T_{cm})}{\Delta h \mu_p}, \quad (4.15)$$

де  $\mu_p$  – динамічна в'язкість рідини.

$\Pi_K$  – безрозмірний комплекс.

Критеріальні рівняння мають такий вигляд:

за  $Re = 8 \cdot 10^{-4} - 3,3 \cdot 10^{-3}$

$$Nu_{cep} = 3,2 \cdot 10^{-4} Re^{-0,84} \Pi_K^{1,16} Pr^{0,33}, \quad (4.16)$$

за  $Re = 3,3 \cdot 10^{-3} - 3,4 \cdot 10^{-2}$

$$Nu_{cep} = 5 \cdot 10^{-6} Re^{-1,57} \Pi_K^{1,16} Pr^{0,33}. \quad (4.17)$$

## 4.2 Кипіння

### 4.2.1 Механізм кипіння

Кипінням називають процес паротворення в рідині, нагрітої вище від температури насичення, що характеризується виникненням нових вільних поверхонь розподілу рідкої і парової фаз.

Для виникнення кипіння необхідні перегрів рідини вище від температури насичення і наявність центрів паротворення.

Центрами паротворення називають місця виникнення зародків парової фази на поверхні нагріву або в об'ємі рідини. Зародок – це область, займана паровою фазою в момент її виникнення всередині рідкої фази. Кипіння – це механізм насичення за температур, вищих від температури насичення. Рідина прагне утворити нові поверхні розподілу в тому місці, де здійснюється перегрів. Для виникнення кипіння необхідний активний центр паротворення. Такими центрами є стінка. На стінці утворюються бульбашки пари. Дослідно встановлена наявність двох основних режимів кипіння: бульбашкового і плівкового (рис. 4.4).

Під час бульбашкового кипіння пара утворюється на поверхні нагріву у вигляді окремих бульбашок, що періодично виникають, збільшуються в об'ємі та переходять через масу рідини в паровий простір над нею. Водночас основна частина поверхні нагріву омивається рідиною, а перенесення теплоти відбувається переважно в прилеглому до поверхні граничному шарі, який інтенсивно перемішується і руйнується паровими бульбашками.

Під час плівкового кипіння на поверхні нагріву утворюється паровий шар (плівка пари), що відокремлює її від маси рідини. Від цього шару з боку, зверненого до рідини, час від часу відриваються великі парові об'єми, які спливають у рідині. Підведення теплоти від нагрівальної поверхні до рідини відбувається через паровий шар переважно за допомогою теплопровідності (за дуже високих  $q$  ще й випромінюванням). Теплопровідність пари в 20–40 разів менша, ніж у рідини. Унаслідок цього інтенсивність теплообміну за стійкого плівкового кипіння в десятки разів менша, ніж за бульбашкового.

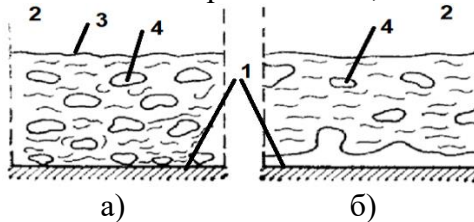


Рисунок 4.4 – Види кипіння:  
а) бульбашкове; б) плівкове

На рисунку 4.4 зображено: 1 – стінка; 2 – насичена водяна пара; 3 – поверхня води; 4 – бульбашки.

За розміщенням поверхні, на якій відбувається кипіння, розрізняють кипіння на вертикальній, горизонтальній чи нахиленій поверхні. За характером кипіння розрізняють: нерозвинене, нестійке та розвинене.

За законом Лапласа тиск у бульбашці буде більшим, ніж в оточуючій рідині:

$$\Delta p = \frac{4\sigma}{d}, \quad (4.18)$$

де  $d$  – критичний діаметр бульбашки.

Оскільки тиск усередині бульбашки більший, то температура фазового переходу більша. Чим менший діаметр бульбашки, тим більшим повинен бути тиск у ній, щоб вона змогла існувати. Певний ступінь перегріву рідини біля стінки дозволяє існувати бульбашкам певного розміру. Під час кипіння на стінці повинен існувати певний ступінь перегріву для утворення бульбашок. У разі тепловіддачі температурний натиск під час кипіння буде дорівнювати ступеню перегріву рідини.

Під час кипіння за рахунок інтенсивного утворення бульбашок і перенесення ними тепла збільшується коефіцієнт тепловіддачі, тепловий потік становить  $q \sim 10^5 - 10^7 \frac{Вт}{м^2}$ .

Тепловіддача під час кипіння використовується там, де необхідно відводити з малих поверхонь великі потоки.

На підставі вищевикладеного і математичних залежностей для процесу пароутворення можна вважати, що коефіцієнт тепловіддачі під час кипіння є функцією багатьох незалежних змінних, таких як теплопровідність, теплоємність, густина, в'язкість, поверхневий натяг, шорсткість поверхні, тиск насичення тощо:

$$\alpha = f(\lambda, c_p, \rho, \mu, \sigma, R_z, p_H, \dots). \quad (4.19)$$

Коефіцієнт тепловіддачі за бульбашкового кипіння зростає зі зростанням теплопровідності, теплоємності і густини рідини та зі зменшенням її в'язкості і поверхневого натягу ( $\sigma$ ).

Збільшення густини пари і теплоти паротворення також приводить до зростання коефіцієнта тепловіддачі. Для всіх рідин  $\alpha$  за бульбашкового кипіння збільшується зі збільшенням  $q$  (або  $\Delta t$ ) і тиску. Окрім величин, що відображено в рівнянні (4.19), на інтенсивність тепловіддачі за бульбашкового кипіння впливає ще ціла низка чинників. До них відносять величину недогріву рідини, рівень рідини над поверхнею нагріву, характер руху рідини, прискорення вільного падіння та інші. Тобто немає точного аналітичного розв'язку опису процесу кипіння, всі розв'язки емпіричні або експериментальні.

#### 4.2.2 Тепловіддача під час кипіння у великому об'ємі

Для аналізу процесу кипіння використовують експериментально одержану залежність густини теплового потоку від температурного напору, що має назву «кривої кипіння» (рис. 4.5).

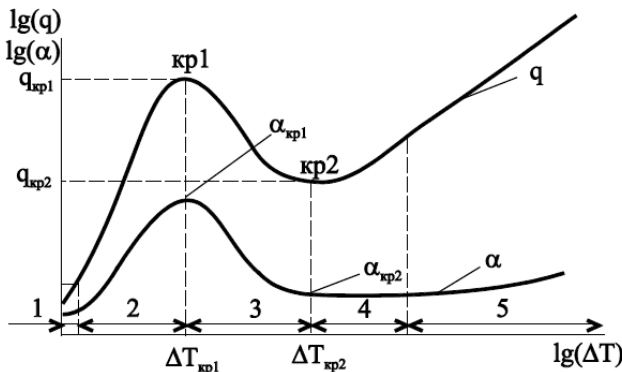


Рисунок 4.5 – Зміна густини теплового потоку та коефіцієнта тепловіддачі від температурного напору:

- 1 – конвекція; 2 – бульбашкове кипіння; 3 – перехідна область;
- 4 – плівкове кипіння; 5 – плівкове кипіння з випромінюванням

Ділянка 1 характеризується механізмом передачі тепла через конвекцію. На початку ділянки 2 відбувається нерозвинене або нестійке бульбашкове кипіння, в кипінні беруть участь великі центри пароутворення. Зі збільшенням перегріву рідини

активізуються більш дрібні центри пароутворення, тому кількість бульбашок та частота їх відриву зростає. У результаті тепловіддача різко збільшується.

Інтенсивність тепловіддачі обумовлена термічним опором теплопровідності тонкої рідкої плівки, яка змочує тверду поверхню і знаходиться під областю парових бульбашок. Зі збільшенням кількості та частоти відриву бульбашок рідкий прошарок руйнується (турбулізується) та його термічний опір зменшується. Режим бульбашкового кипіння забезпечує найбільш ефективну тепловіддачу.

За подальшого збільшення перегріву пари інтенсивність тепловіддачі досягає максимуму в точці  $q_{кр1}$ , після цього починає знижуватися через з'єднання бульбашок у парові плями (ділянка 3). Кількість парових плям збільшується зі зростанням перепаду температур, які в результаті і займають усю поверхню теплообміну, зливаючись у суцільну парову плівку, яка погано проводить теплоту. Таким чином, відбувається поступовий перехід від режиму бульбашкового кипіння до плівкового режиму кипіння, який супроводжується зниженням інтенсивності тепловіддачі через зростання термічного опору парової плівки. Перехід від бульбашкового кипіння до плівкового і, навпаки, від плівкового кипіння до бульбашкового, має велике практичне значення під час вибору раціональних температурних режимів роботи теплообмінного апарату.

Початок переходу називають *першою кризою кипіння*. Під кризою розуміють докорінну зміну механізму кипіння та тепловіддачі.

За подальшого збільшення температурного напору інтенсивність тепловіддачі, що досягнула мінімуму в точці  $q_{кр2}$ , починає збільшуватись у ділянці плівкового кипіння (ділянки 4, 5). Це називають *другою кризою кипіння*. Тепловий потік на цій ділянці починає збільшуватися з постійним зростанням температурного напору, а також власного теплового випромінювання парового шару. Інтенсивність тепловіддачі за

плівкового режиму кипіння дуже низька, що призводить до сильного перегріву поверхні теплообміну.

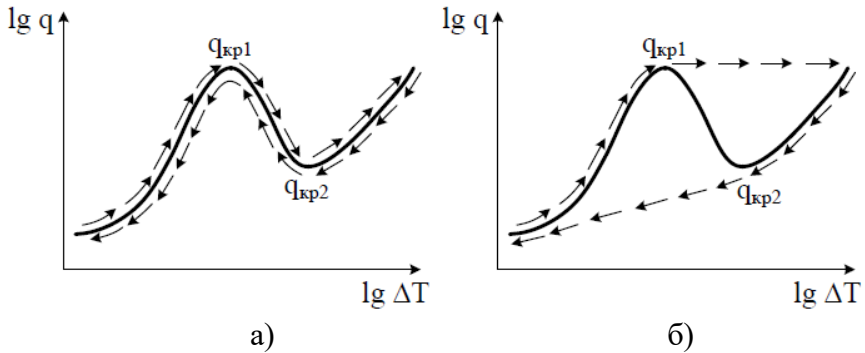


Рисунок 4.6 – Перехід від бульбашкового до плівкового кипіння: а) плавно; б) стрибком

Поступовий перехід від розвиненого бульбашкового кипіння до плівкового має місце за регульованої температури стінки (граничні умови I роду), а стрибкоподібний – за постійного теплового потоку, що надходить від стінки до рідини (граничні умови роду II) (рис. 4.6). Під час охолодження перехід від плівкового до бульбашкового кипіння відбувається шляхом мінімального теплового навантаження  $q_{кр2}$ , через руйнування плівки пікового теплового навантаження  $q_{кр1}$  не спостерігається.

Розрахунок першої кризи кипіння:

$$q_{кр1} = 0,14r^4 \sqrt{\sigma g (\rho_p - \rho_n) \rho_n^2}, \quad (4.20)$$

де  $\rho_p, \rho_n$  – густина рідини та пари відповідно;  $\sigma$  – сила поверхневого натягу;  $r$  – теплота фазового переходу речовини.

Розрахунок другої кризи кипіння:

$$q_{кр2} = 0,125 \rho_n r^4 \sqrt{\frac{\sigma g (\rho_p - \rho_n)}{\rho_p^2}}. \quad (4.21)$$

Для наближених розрахунків можна використовувати залежність

$$\frac{q_{кр1}}{q_{кр2}} = 0,2. \quad (4.22)$$

Середній коефіцієнт тепловіддачі за бульбашкового кипіння води:

– за заданого теплового потоку

$$\alpha = 0,56 \cdot q^{0,7} p^{0,15}; \quad (4.23)$$

– за заданого температурного напору

$$\alpha = 0,145 \cdot \Delta t^{2,33} p^{0,5}. \quad (4.24)$$

### 4.2.3 Тепловіддача за плівкового кипіння

Схема плівкового кипіння подана на рисунку 4.7.

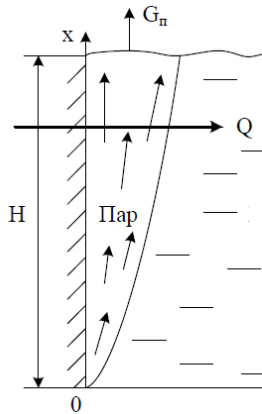


Рисунок 4.7 – Плівкове кипіння

Спостерігається аналогія процесів конденсації та плівкового кипіння – плівка конденсату стікає вниз, а плівка пари піднімається вгору в полі земного тяжіння. Тому формули для розрахунку коефіцієнта тепловіддачі за плівкового кипіння аналогічні формулам розрахунку коефіцієнта за конденсації.

Кипіння на вертикальній поверхні:



$$\bar{\alpha} = 0,943^4 \sqrt{\frac{gr \rho_{II} (\rho_P - \rho_{II}) \lambda_{II}^3}{\mu_{II} (T_H - T_{CT}) H}} \quad (4.25)$$

Кипіння на горизонтальній трубі:

$$\bar{\alpha} = 0,728^4 \sqrt{\frac{gr \rho_{II} (\rho_P - \rho_{II}) \lambda_{II}^3}{\mu_{II} (T_H - T_{CT}) d_{TP}}} \quad (4.26)$$

де параметри з індексом «п» – для пари, з індексом «р» – для рідини.

#### 4.2.4 Тепловіддача під час кипіння в трубах

Теплообмін під час кипіння в трубах і каналах відрізняється від теплообміну під час кипіння у великому об'ємі, тому що процес безперервного пароутворення істотно впливає на гідродинаміку течії, а отже, і на теплообмін. Під час кипіння в трубах із постійним підведенням теплоти відбувається безперервне збільшення парової та зменшення рідкої фаз. Гідродинамічна структура двофазового потоку також залежить від розміщення труб та каналів у просторі.

Схема кипіння всередині вертикальної труби зображена на рисунку 4.8.

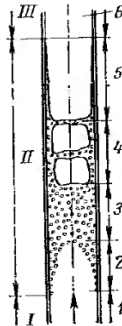


Рисунок 4.8 – Кипіння всередині вертикальної труби:  
I – ділянка підігріву; II – ділянка кипіння; III – ділянка підсихання вологої пари

На рисунку 4.8 область 1 – це однофазова рідина, область 2 – бульбашкове кипіння. До випарної ділянки входять області з поверхневим кипінням і об’ємним кипінням насиченої рідини. Ділянка труби з об’ємним кипінням насиченої рідини вміщує області емульсійного 3, кіркового 4 і стрижневого 5 режимів течії. В емульсійному режимі двофазовий потік складається з рідини і рівномірно розподілених у ній дрібних бульбашок. З подальшим збільшенням паровмісту деякі з них зливаються, утворюючи великі бульбашки-пробки, порівняні з діаметром труби.

За кіркового режиму пара рухається як окремий об’єм великих бульбашок; зі збільшенням паровмісту відбувається злиття вже великих бульбашок і утворення так званої стрижневої структури потоку, за якої в ядрі потоку суцільною масою рухається волога пара, а біля стінки труби – тонкий кільцевий шар рідини. Товщина цього шару поступово зменшується з випаровуванням; після повного випаровування рідини ця область перетворюється на область підсихання 6.

Схема кипіння всередині горизонтальної труби зображена на рисунку 4.9.

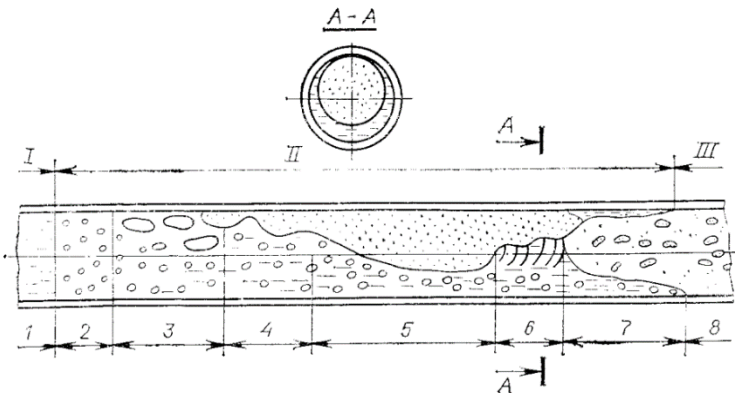


Рисунок 4.9 – Кипіння всередині горизонтальної труби:  
 I – ділянка підігріву; II – ділянка кипіння; III – ділянка підсихання.  
 Режими: 1 – підігрів рідини; 2 – бульбашкове кипіння; 3 – пробковий;  
 4 – хвильовий; 5 – режим розшарування; 6 – хвилекільцевий;  
 7 – кільцевий; 8 – дисперсний

Під час руху двофазового потоку в горизонтальних трубах структура потоку змінюється не лише за довжиною, а й перерізом труби. На початковій ділянці горизонтальної труби відбувається підігрів рідини до температури насичення. Потім, якщо швидкість руху велика, а густина теплового потоку мала, розвивається бульбашковий режим, який за подальшого збільшення кількості пари перетворюється на пробковий. За пробкового режиму в горизонтальній трубі парова фаза зміщена у верхню частину потоку. Зі зростанням паровмісту пробки поєднуються, утворюючи хвильовий або розшарований режими, які характеризуються тим, що верхня частина поверхні труби омивається паром. За великих паровмістів настає хвилеве-кільцевий, кільцевий, а потім і дисперсний режим.

Розрахунок тепловіддачі під час кипіння всередині труби ділиться на три етапи:

1) за формулою (4.22) обчислюємо коефіцієнт тепловіддачі під час кипіння  $\alpha_{\text{кип}}$  ;

2) обчислюємо коефіцієнт тепловіддачі за вимушеної конвекції за турбулентної течії всередині труб без фазового перетворення  $\alpha_{\text{конв}}$  :

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{CT}} \right)^{0,25} .$$

3) порівнюємо  $\alpha_{\text{кип}}$  та  $\alpha_{\text{конв}}$  за таким алгоритмом:

за  $\frac{\alpha_{\text{кип}}}{\alpha_{\text{конв}}} > 2$  беремо  $\alpha = \alpha_{\text{кип}}$  ;

за  $\frac{\alpha_{\text{кип}}}{\alpha_{\text{конв}}} < 0,5$  беремо  $\alpha = \alpha_{\text{конв}}$  ;

за  $0,5 < \frac{\alpha_{\text{кип}}}{\alpha_{\text{конв}}} < 2$  беремо  $\alpha = \alpha_{\text{конв}} \cdot \varepsilon_t$ ,

де  $\varepsilon_t = \frac{4\alpha_{ст} + \alpha_{кип}}{5\alpha_{ст} - \alpha_{кип}}$  – поправковий коефіцієнт на тепловіддачу під час кипіння.

### 4.3 Плавлення. Затвердіння

*Плавлення* – це процес переходу речовини з твердого стану в рідкий, що відбувається з поглинанням теплоти. Зворотний процес переходу речовини з рідкого стану в твердий із виділенням теплоти, називають *затвердінням*.

Найбільш важливим питанням, яке виникає під час розрахунку і конструювання теплообмінної апаратури, що реалізовує перелічені процеси, є питання про інтенсивність процесів і її зміну з часом. Відповідь на це питання може бути одержана під час розв’язування відповідної задачі теплообміну.

Особливістю передавання теплоти під час плавлення і твердіння (як і інших форм зміни агрегатного стану) є поглинання (під час плавлення) або виділення (під час твердіння) теплоти фазового переходу. Цю теплоту потрібно підводити ззовні до даного тіла або відводити від нього, щоб відповідний процес продовжувався впродовж тривалого часу. Твердіння і плавлення чистих речовин за невеликих температурних натисків (точніше, в рівноважному процесі) відбуваються за постійної для даного тиску температури фазового переходу  $t_\phi$  у тонкому шарі речовини – зоні утворення або руйнування кристалів.

Існує межа розподілу фаз – зона з ізотермічною поверхнею, а властивості ( $\lambda, C_p, a$ ) на даній межі змінюються стрибком.

Переміщення межі розподілу фаз за напрямом нормалі до цієї поверхні за одиницю часу називають відповідно *швидкістю плавлення* або *затвердіння* (під час плавлення переміщення спрямоване в бік твердої фази, під час твердіння – в бік рідкої). За величиною швидкості процесів плавлення і твердіння можна говорити про їх інтенсивність.

У розчинах і речовинах, що містять домішки, температура фазового переходу змінна і залежить від концентрації окремих компонентів. У міру зміни агрегатного стану змінюється склад обох фаз, тому в таких речовинах виділення теплоти фазового переходу відбувається в ширшому, ніж у чистих речовинах, шарі, обмеженому ізотермами початку  $t_{\phi 1}$  і кінця  $t_{\phi 2}$  фазового переходу. Поняття межі розподілу фаз у цьому разі більш умовне, ніж для чистої речовини, а іноді взагалі непридатне. В останньому випадку застосовують модель процесу, що ґрунтується на уявленні про зону фазового переходу і спектр температур фазового переходу.

Фазовий стан речовини визначає можливий спосіб перенесення теплоти. Так, у твердій фазі і в мерзлій зоні вологого матеріалу передавання теплоти відбувається лише теплопровідністю. У рідкій фазі, крім того, можливе й конвекційне перенесення теплоти. Межа розподілу фаз змінює своє положення з часом.

У талій зоні вологого матеріалу теплота передається переважно теплопровідністю, хоча не виключена і конвекція у великих закритих порах або капілярах. Конвекцію в порах зазвичай ураховують, запроваджуючи поняття ефективної теплопровідності.

Під час затвердіння теплота фазового переходу зазвичай відводиться через шар твердого матеріалу змінної товщини і змінного термічного опору незалежно від того, чи йде процес затвердіння рідини або заморожування вологого матеріалу. У зв'язку з цим швидкість затвердіння завжди з часом зменшується. Під час плавлення тіла з утворенням рідкої фази підведення теплоти фазового переходу може здійснюватися в процесі тепловіддачі рідкої фази до межі розподілу. В цьому випадку термічний опір передавання теплоти приблизно постійний, що призводить до сталості швидкості плавлення.

Побудуємо модель затвердіння напівобмеженого масиву (рис. 4.10).

Напівобмежений масив – це необмежена пластина, товщина якої достатньо велика, щоб температурні збурення на одній з її поверхонь не досягли іншої поверхні в даний проміжок часу.

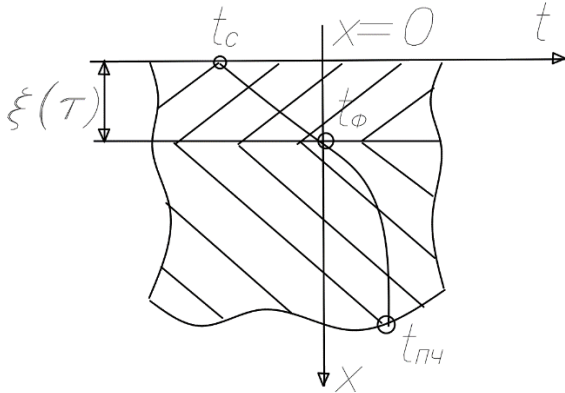


Рисунок 4.10 – Модель затвердіння

Масив спочатку перебуває в талому стані за заданої температури  $t_{nc} > t_\phi$ . У простому випадку можна вважати, що, починаючи з деякого моменту часу  $\tau = 0$ , на обмежувальній поверхні встановлюється і надалі підтримується постійна температура  $t_c < t_\phi$  (гранична умова першого роду), що приводить до утворення мерзлого шару.

Нижня поверхня цього шару із змінною координатою  $\xi(\tau)$  є межею розподілу фаз і зберігає постійну температуру  $t_\phi$ . На цій поверхні виділяється теплота фазового переходу.

У разі затвердіння чистої речовини теплота фазового переходу дорівнює теплоті плавлення  $\phi$  (для води  $\phi = 335$  кДж/кг), а в разі промерзання вологого матеріалу  $\phi W$ , де  $W$  – масова частка вологи в матеріалі (частки одиниці).

У міру просування межі розподілу фаз відбувається охолодження талої зони, але на достатній відстані (за  $x \rightarrow \infty$ ) температура зберігає початкове значення  $t_{nc}$ . Очевидно, що

передавання теплоти відбувається лише в напрямку осі  $x$ . Позначимо теплофізичні параметри в мерзлому шарі  $\lambda_m, c_m, a_m$ , у талому шарі –  $\lambda_m, c_m, a_m$ . У простому випадку густину мерзлого і талого матеріалу беруть однаковою:  $\rho_m = \rho_m = \rho = \text{const}$ .

Потрібно знайти температурне поле в мерзлій  $t_m(x, \tau)$  і в талій  $t_m(x, \tau)$  зонах, а також закон переміщення в часі межі розподілу  $\xi(\tau)$  і швидкість переміщення цієї межі  $d\xi/d\tau$  – швидкість затвердіння.

*Математичне формулювання завдання*

Запишемо диференціальне рівняння теплопровідності:

а) у мерзлій зоні

$$\frac{\partial t_m}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 t_m}{\partial x^2}; \quad (4.27)$$

б) у талій зоні

$$\frac{\partial t_m}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 t_m}{\partial x^2}. \quad (4.28)$$

Кількість теплоти, що відводиться від межі розподілу фаз у мерзлу зону, повинна дорівнювати сумі теплоти фазового переходу, що виділяється на межі, і теплоти, що надходить із талої зони:

$$dQ_m = dQ_m + dQ_\phi. \quad (4.29)$$

Відповідно до закону Фур'є

$$\begin{cases} dQ_m = -\lambda \left( \frac{\partial t_m}{\partial x} \right)_{-\xi} d\tau \\ dQ_m = -\lambda \left( \frac{\partial t_m}{\partial x} \right)_{+\xi} d\tau \end{cases}, \quad (4.30)$$

де  $\left( \frac{\partial t_m}{\partial x} \right)_{-\xi}$  та  $\left( \frac{\partial t_m}{\partial x} \right)_{+\xi}$  – градієнти температур на межі розподілу відповідно в мерзлій і талій зонах.

За час  $d\tau$  межа розподілу переміститься на величину  $d\xi$ , отже, з розрахунку на  $1 \text{ м}^2$  поверхні замерзне об'єм  $dV$  ( $\text{м}^3$ ):

$$dV = 1d\xi. \quad (4.31)$$

Кількість теплоти фазового переходу (в разі замерзання чистої речовини  $W = 1$ ):

$$dQ_\phi = \phi W \rho d\xi. \quad (4.32)$$

З урахуванням записаних виразів для складових і під час ділення на  $d\tau$  рівняння теплового балансу (4.28) набирає вигляду за  $x = \xi(\tau)$ :

$$-\lambda \left( \frac{\partial t_m}{\partial x} \right)_{-\xi} = -\lambda \left( \frac{\partial t_m}{\partial x} \right)_{+\xi} + \Phi \frac{d\xi}{d\tau}, \quad (4.33)$$

де  $\Phi = \phi W \rho$  – теплота фазового переходу одиниці об'єму.

Швидкість переміщення межі розподілу фаз у момент часу  $\tau$ :

$$\frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \sqrt{\frac{a_m}{2K_0}} \tau^{-0,5}, \quad (4.34)$$

де  $K_0 = \frac{\Phi}{c_m \rho_m (t_{nc} - t_c)}$  – критерій фазового переходу.

Закон переміщення межі розподілу фаз

$$\xi(\tau) = 2p \sqrt{a_m \tau}. \quad (4.35)$$

Затвердіння плоского шару на поверхні рухомої рідини

$$F_{0,m} = K_{0,m} \left[ \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right)^2 \ln \frac{1}{1 - \frac{\xi(\tau)}{\xi_{\max}}} + \left( 1 + \frac{1}{Bi} \right) \frac{\xi(\tau)}{\xi_{\max}} \right], \quad (4.36)$$

де  $F_{0,m} = \frac{a_m \tau}{\xi^2}$  – критерій Фур'є;  $\xi_{\max}$  – максимально можливий шар за  $\tau \rightarrow \infty$ .



Тверднення речовини в безмежному об'ємі, що охолоджується через циліндричну площину:

$$F_{0,m} = K_{0,m} \left[ \frac{R^2}{2} \ln R + \left( \frac{1}{2Bi} - \frac{1}{4} \right) (R^2 - 1) \right]. \quad (4.37)$$

На практиці прикладом такого завдання може бути розрахунок процесу замороження ґрунтового масиву за допомогою труби зовнішнім радіусом  $r_0$ , по якій циркулює холодоносія із температурою  $t_{хл} < t_{ф}$  з коефіцієнтом тепловіддачі до холодоносія  $\alpha_{хл}$ .

Закон переміщення межі розподілу фаз у часі  $r_{ф}(\tau)$  і швидкість тверднення в цьому випадку визначаються так само, як для процесу переміщення межі розподілу фаз плоского шару на поверхні конвекційної рідини.

#### 4.4 Сублімація. Десублімація

**Сублімація**, тобто безпосередній перехід твердого тіла в газоподібний стан, минувши рідку фазу, можлива за параметрів, менших за параметри потрійної точки для даної речовини. Для води, наприклад, потрійна точка має параметри:  $T = 273,15 \text{ К}$ ;  $P = 610,8 \text{ Па}$  (4,58 мм рт. ст.).

Основні уявлення щодо процесу зводяться до такого. Унаслідок безперервного теплового руху молекули, що знаходяться на межі розподілу твердої фази і пари, час від часу відриваються від поверхні і переходять у пару. Цьому переміщенню перешкоджають сили міжмолекулярного зчеплення, які можуть бути подолані за достатньо великої середньої кінетичної енергії теплового руху. Під час підведення теплоти збільшується амплітуда коливань, виникає поступальна хода молекул, і вони можуть залишати свої місця. Відірватися від твердої фази можуть ті молекули, в яких складова швидкості, нормальна до поверхні, достатньо велика, щоб подолати сили міжмолекулярного зчеплення і опір оточуючого середовища.

Частина молекул може знову повернутися на поверхню твердої фази.

Для розрахунку сублімації чистих речовин використовують:

– за вільної конвекції

$$Nu = f(Gr), Nu_D = f(Gr, Gu); \quad (4.38)$$

– за вимушеної конвекції

$$Nu = f(Re), Nu_D = f(Re, Gu), \quad (4.39)$$

де  $Gu = \frac{T_p - T_c}{T_p}$  – критерій Гухмана;  $Nu_D = \frac{\beta l}{D}$  – дифузійний

критерій Нуссельта ( $l$  – характерний розмір;  $\beta$  – коефіцієнт масообміну;  $D$  – коефіцієнт дифузії).

Масовий потік речовини,  $\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$ :

$$j = \beta \Delta p, \quad (4.40)$$

де  $\Delta p$  – різниця парціального тиску пари, що сублімується, над поверхнею тіла і в довкіллі.

Потім можна визначити тривалість  $\tau$  переходу в пару заданої кількості речовини  $M$  (кг):

$$\tau = \frac{M}{Fj}, \quad (4.41)$$

де  $F$  – площа поверхні тіла.

Для здійснення процесу сублімації необхідно дотримання двох умов: підведення енергії в зону сублімації для компенсації витрат енергії на фазовий перехід «тверде тіло – пара» і відведення пари, що утворюється, для підтримання парціального тиску сублімованого компонента в цій зоні нижче від точки плавлення (інакше процес сублімації перейде в процес випаровування).

У реальних умовах процес сублімації з гетерогенних тіл використовується для отримання хімічно чистих речовин, а частіше за все для зневоднення вологих харчових продуктів, що швидко псуються та біологічних матеріалів. Загально визнано, що

висушування багатьох продуктів та матеріалів у замороженому стані (сублімаційне сушіння) є найкращим методом тривалої консервації, через те що їх вихідні властивості (зовнішній вигляд, розміри, смак, поживні властивості) зберігаються за такого оброблення максимально.

Принципова схема вакуумної сушильної установки сублімації подана на рисунку 4.11.

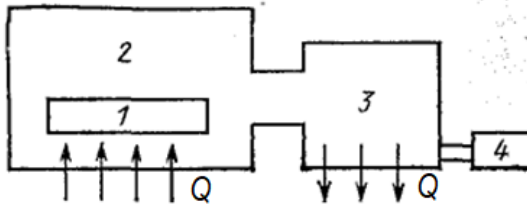


Рисунок 4.11 – Принципова схема сублімаційної сушильної установки:

1 – вихідний матеріал; 2 – субліматор; 3 – десубліматор;  
4 – вакуум-насос

Лід із замороженого матеріалу 1, поміщеного у вакуумну камеру – субліматор 2, сублімує під впливом теплоти, що підводиться. Пара, що утворюється, переміщується до охолоджуваної поверхні 3 під дією різниці його парціального тиску, що відповідає температурі сублімації (наприклад,  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), і температури десублімації (наприклад,  $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) і знову перетворюється на лід.

Процес сублімаційного сушіння може бути організований і за атмосферного тиску, однак в умовах вакууму, коли тиск середовища стає нижчим за рівень парціального тиску вологи в матеріалі (відповідно до вимог до температурного режиму сушіння), досягається значна інтенсифікація масоперенесення із субліматора до десубліматора.

Фізична картина сублімаційного зневоднення є досить складною. Під час сушіння зона сублімації заглиблюється у товщу продукту. Підсохлий шар, що утворюється, чинить опір як

виходу пари із зони пароутворення до поверхні матеріалу, так і передавання теплоти в цю зону ззовні. Інтенсивність процесу визначається властивостями матеріалу, що висушується, різними для зневодненої і замороженої зон та змінними під час процесу, і зовнішніми умовами: методом теплопідведення в зону сублімації, потенціалом й умовами масоперенесення в довкілля.

Розрахунок часу сублімаційного сушіння матеріалу товщиною  $h$  (мм) за радіаційного інфрачервоного тепловідведення:

$$\tau = \frac{(W_{II} - W_K) \rho_C h}{B(p_C - p_D)} + \frac{\ln \frac{W_{KP}}{W_K} h^{0.75}}{K^{0.5} p^{0.2}}, \quad (4.42)$$

де  $W_{II}, W_K$  – початковий та кінцевий вологовміст;

$W_{KP} = \frac{At_K^{0.5} h^{0.75}}{p^{0.2}}$  – критичний вологовміст;  $p_C$  – тиск сублімації;

$p_D$  – тиск десублімації;  $p$  – загальний вакуум у системі;  $\rho_C$  – густина сухого матеріалу;  $K, B, A$  – коефіцієнти, для кожної речовини визначаються експериментально.

**Десублімація** (тобто фазовий перехід «пара – лід» за параметрів, менших параметрів потрійної точки) істотно відрізняється від процесу конденсації пари в рідину.

На відміну від плівки конденсату, що безперервно стікає з поверхні апарата, шар льоду, що утворюється на цій поверхні за десублімації, зазвичай міцно утримується нею. Товщина і термічний опір цього шару безперервно наростають під час процесу. Для створення апаратів із поверхнею (скребкових десубліматорів), що безперервно очищається, не знайдено прийнятних технічних рішень.

Десублімація відбувається зазвичай за наявності неконденсованих газів, що надходять через нещільності у вакуумну установку і виділяються висушуванням матеріалом. Унаслідок цього товщина утворюваного льоду змінна вздовж

охолоджуваної поверхні: вона максимальна на початковій ділянці і зменшується практично до нуля на деякому відрізку по довжині поверхні. Відбувається своєрідне «стікання» шару десублімату вздовж поверхні за будь-якого її розміщення та форми. Вхідна ділянка десубліматора може бути повністю закрита утворюваним льодом, після цього апарат регенерує (звільняють від льоду). Зазвичай змінна з часом кількість пари, що надходить до десубліматора: в міру висихання матеріалу ця кількість зменшується.

Складність розрахунку полягає в нестаціонарності процесу. Значення термічного опору утворюваного десублімату (льоду) і дифузійного опору газів, що не конденсуються, істотно залежать від конкретних умов організації процесу і конструкції десубліматора.

Розрахунок десубліматора в процесах сублімаційного сушіння описується наступною моделлю. За заданою загальною продуктивністю десубліматора  $G$  (витрата пари, що видаляється з продукту, який висушується) визначається питома (віднесена до подвоєної висоти панелі) витрата пари  $j_n$ :

$$j_n = \frac{G}{B}, \quad (4.43)$$

де  $B = \frac{2Ah}{H + s}$  – подвоєна сумарна висота всіх панелей десубліматора;  $A$  – ширина корпусу десубліматора;  $h$  – прийнята висота панелі;  $H$  – відстань між панелями;  $s$  – товщина однієї панелі.

Довжина панелей  $x(\tau)$ , необхідна для підтримання заданого режиму в сушильній установці впродовж часу  $\tau$ , визначається із залежності

$$x(\tau) = 1,3 \frac{\sqrt{a\tau}}{K}, \quad (4.44)$$

де  $K = \frac{\pi a_l \rho_l \beta}{2j_n}$ ;  $a_l$ ,  $\rho_l$  – відповідно температуропровідність і густина льоду;

$$\beta = \sqrt{\frac{c_l (t_l - t_0)}{2r}},$$

де  $c_l$  – питома теплоємність льоду;

$t_l$  і  $t_0$  – температури поверхонь льоду і десубліматора;

$r$  – теплота десублімації.

#### **Контрольні питання до розділу 4**

- 1 Фізичні основи конденсації.
- 2 Плівкова конденсація.
- 3 Крапельна конденсація.
- 4 Плівкова конденсація нерухомої пари на пучку горизонтальних труб.
- 5 Чинники, що впливають на теплообмін під час конденсації.
- 6 Плівкова конденсація усередині труб.
- 7 Крапельна конденсація пари.
- 8 Фізичні основи кипіння.
- 9 Бульбашкове кипіння.
- 10 Плівкове кипіння.
- 11 Тепловіддача під час кипіння у великому об'ємі.
- 12 Фактори, що впливають на бульбашкове кипіння у великому об'ємі.
- 13 Плівковий режим кипіння у великому об'ємі.
- 14 Тепловіддача під час кипіння в трубах.
- 15 Фізичні основи плавлення та затвердіння.
- 16 Затвердіння-плавлення напівобмеженого масиву.
- 17 Математична модель затвердіння-плавлення напівобмеженого масиву.

- 18 Затвердіння плоского шару на поверхні рухомої рідини.
- 19 Фізичні уявлення сублімації (десублімації).
- 20 Установка для сублімаційного сушіння.

## РОЗДІЛ 5 Променевий теплообмін

### 5.1 Фізичні основи променевого (теплого) випромінювання

Теплове випромінювання – це перенесення внутрішньої енергії від одного тіла до іншого через газовий шар за рахунок фотонів електромагнітного випромінювання. Водночас на поверхні випромінюваного тіла відбувається перетворення внутрішньої енергії на кванти електромагнітного випромінювання, а на поверхні тіла, що поглинає випромінювання, відбувається зворотний процес – перетворення квантів електромагнітного випромінювання на внутрішню енергію тіла.

Прийнята класифікація випромінювання наведена в таблиці 5.1 залежно від довжини хвилі.

Таблиця 5.1 – Класифікація випромінювання

<b>Вид випромінювання</b>	<b>Довжина хвилі, м</b>
Космічне	$< 10^{-13}$
Гамма	$10^{-13} - 10^{-10}$
Рентгенівське	$5 \cdot 10^{-12} - 2 \cdot 10^{-8}$
Ультрафіолетове	$2 \cdot 10^{-8} - 2 \cdot 10^{-7}$
Видиме	$4 \cdot 10^{-7} - 8 \cdot 10^{-7}$
Теплове	$10^{-7} - 10^{-4}$
Радіохвилі	$\succ 2 \cdot 10^{-4}$

Будь-яке тверде або рідке тіло має здатність випромінювати фотони. Газовий шар прозорий для теплового випромінювання. Із зростанням молекул газу він починає частково поглинати і випромінювати у вибіркового спектрі, стає частково непрозорим. Теплове випромінювання підлягає законам оптики, оскільки є частиною електромагнітних коливань.



## Види променистих потоків

Сумарне випромінювання, що проходить через довільну поверхню  $F$  за одиницю часу, називають потоком випромінювання  $Q$ , Вт. Променистий потік, що випускається з одиниці поверхні за всіма напрямками півсферичного простору, називають густиною потоку випромінювання  $E$ :

$$E = \frac{dQ}{dF}, \frac{Bm}{m^2}. \quad (5.1)$$

Потік випромінювання і густина потоку випромінювання містять промені різних довжин хвиль, тому ці характеристики випромінювання також називаються *інтегральними*.

Випромінювання, що відповідає вузькому інтервалу зміни довжин хвиль від  $\lambda$  до  $\lambda + \delta\lambda$  називають *монохроматичним*.

На рисунку 5.1 подана схема розподілу падаючої променистої енергії.

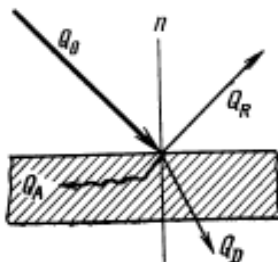


Рисунок 5.1 – Схема розподілу падаючої променистої енергії

Нехай зі всієї кількості енергії  $Q_0$ , падаючої на тіло, частина  $Q_A$  поглинається, частина  $Q_R$  відбивається і частина  $Q_D$  проходить крізь тіло.

Таким чином,

$$Q_0 = Q_A + Q_R + Q_D. \quad (5.2)$$

Ділячи обидві частини цієї рівності на  $Q_0$ , одержуємо

$$\frac{Q_A}{Q_0} + \frac{Q_R}{Q_0} + \frac{Q_D}{Q_0} = 1 \text{ або } A + R + D = 1. \quad (5.3)$$

Перший член співвідношення (5.3) характеризує собою *поглинальну здатність*  $A$ , другий – *відбивну здатність*  $R$ , третій – *пропускну здатність тіла*  $D$ . Усі ці величини мають нульову розмірність і змінюються лише в межах від 0 до 1.

Якщо  $A = 1$ , то  $R = 0$  і  $D = 0$  – це означає, що вся падаюча промениста енергія повністю поглинається тілом. Такі тіла називаються **абсолютно чорними**.

Якщо  $R = 1$ , то  $A = 0$  і  $D = 0$  – це означає, що вся падаюча промениста енергія повністю відбивається. Водночас, якщо віддзеркалення правильне, тіла називаються **дзеркальними**; якщо ж віддзеркалення дифузне – **абсолютно білими**.

Якщо  $D = 1$ , то  $A = 0$  і  $R = 0$  – це означає, що вся падаюча промениста енергія повністю проходить крізь тіло. Такі тіла називаються **прозорими або діатермічними**.

Більшість твердих і рідких тіл для теплових променів практично непрозорі, тобто для них  $D = 0$ , тобто  $A + R = 1$ .

Абсолютно чорних, білих і прозорих тіл у природі немає, у застосуванні до реальних тіл ці поняття умовні. Значення  $A$ ,  $R$  і  $D$  залежать від природи тіла, його температури і спектра падаючого випромінювання. Наприклад, повітря для теплових променів прозоре, але за наявності в ньому водяної пари або вуглекислоти воно стає напівпрозорим.

Випромінювальна здатність тіла у світловій частині спектра визначається переважно кольором його поверхні. Для поглинання та відбиття теплових променів основне значення має не колір, а шорсткість поверхні. Чим більша остання, тим більше енергії тіло поглинає та випромінює в інфрачервоній частині спектра. Тому якщо необхідно якийсь апарат захистити від впливу випромінювання, його поверхню роблять не лише білою, а й гранично гладкою.

## 5.2 Основні закони теплового випромінювання

### 5.2.1 Закон Планка

Основним законом теплового випромінювання є закон Планка. Закон Планка встановлює зв'язок між спектральною

інтенсивністю випромінювання, довжиною хвилі і температурою тіла:

$$E_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1}, \quad (5.4)$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі, м;  $T$  – абсолютна температура тіла, К;  $c_1$  і  $c_2$  – сталі випромінювання, відповідно дорівнюють  $3,74 \cdot 10^{-16} \text{ Вт} \cdot \text{м}^2$  і  $1,44 \cdot 10^{-2} \text{ м} \cdot \text{К}$ .

Цей закон застосовують для абсолютно чорного тіла. Із рівняння (5.4) випливає, що інтенсивність випромінювання дорівнює нулю в той час, коли  $T=0$  або  $\lambda=0$ . Графічна інтерпретація закону Планка подана на рисунку 5.2.

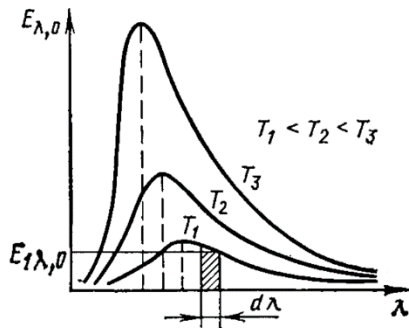


Рисунок 5.2 – Графічна інтерпретація закону Планка

Інтенсивність випромінювання спочатку в області коротких хвиль швидко зростає до максимуму, а потім повільно зменшується, не досягаючи нульового значення навіть за найбільших довжин хвиль, що ще відповідають тепловому випромінюванню.

Реальні тіла не поглинають всієї падаючої на них енергії. Для багатьох тіл  $A \approx const$  у вузькому інтервалі температур. На практиці використовують модель «сірого» тіла.  $A(\lambda) \approx \varepsilon = const$ ,

де  $\varepsilon$  є ступінню чорноти тіла, як відношення енергії, що випромінюється сірим тілом до енергії абсолютного тіла:

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0}. \quad (5.5)$$

### 5.2.2 Закон Віна

Зв'язок між температурою тіла і довжиною хвилі зв'язаний через закон Віна:

$$\lambda_{\max} = \frac{2900}{T}, \text{ м}. \quad (5.6)$$

Із цього закону випливає, що з підвищенням температури тіла максимум випромінювання зміщається в бік більш коротких хвиль. Для діапазону 300 – 6000К характерне  $\lambda = 0,4 - 0,8 \text{ мкм}$ .

### 5.2.3 Закон Стефана – Больцмана

Із закону Планка випливає окремий випадок закону Стефана – Больцмана. Він визначає залежність випромінювальної здатності чорного тіла від температури.

Якщо проінтегрувати закон Планка, одержимо

$$E_0 = \int_{(\lambda)} I_0 d\lambda = \sigma_0 \cdot T^4, \quad (5.7)$$

де  $\sigma_0$  – стала Стефана – Больцмана, що дорівнює  $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}^4$ .

У технічних розрахунках зручно використовувати закон у такому вигляді:

$$E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (5.8)$$

де  $c_0 = 5,67 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}$  – коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла.

Для сірого тіла кількість випромінюваної енергії виражається аналогічним рівнянням, але з меншим коефіцієнтом випромінювання:

$$E_0 = c \left( \frac{T}{100} \right)^4, \quad (5.9)$$

де  $c = \varepsilon \cdot c_0$  – коефіцієнт випромінювання сірого тіла.

#### 5.2.4 Закон Ламберта

Закон Ламберта визначає загальну кількість енергії, що випромінюється тілом під кутом до нормалі поверхні:

$$E_\phi = E_n \cos \phi, \quad (5.10)$$

де  $E_n$  – кількість енергії, що випромінюється по напрямку нормалі до поверхні тіла;  $\phi$  – кут до поверхні стосовно нормалі тіла.

Інтегрування рівняння (5.10) дає:

$$E_n = \frac{1}{\pi} E. \quad (5.11)$$

З рівняння (5.11) бачимо, що здатність до випромінювання по нормалі в  $\pi$  разів менше від повної здатності тіла до випромінювання.

#### 5.2.5 Закон Кірхгофа

Використовуючи умову термодинамічної рівноваги випромінювання-поглинання, можна одержати закон Кірхгофа, що характеризує умову рівності коефіцієнта випромінювання і коефіцієнта поглинання.

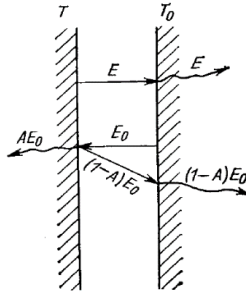


Рисунок 5.3 – Закон Кірхгофа

Розглянемо процес теплообміну випромінюванням між двома паралельними поверхнями, одна з яких – сіра, інша – абсолютна чорна. Сіра поверхня характеризується випромінювальною здатністю  $E$ , коефіцієнтом поглинання  $A$  і температурою  $T$ . Відповідно для абсолютно чорної стіни  $E_0$ ,  $A_0$  та  $T_0$ . Як відомо, для абсолютно чорної поверхні коефіцієнт поглинання  $A_0 = 1$ .

З рисунка 5.3 випливає, що енергія випромінювання  $E$  повністю поглинається абсолютно чорним тілом. У той самий час енергія власного випромінювання абсолютно чорного тіла  $E_0$ , потрапляючи на сіру поверхню, поглинається лише частково  $A \cdot E_0$ , також частково відбивається  $(1 - A) E_0$ . Відбита енергія потрапляє на абсолютно чорну поверхню та повністю поглинається. Для сірої поверхні надходження енергії становить  $A \cdot E_0$ , витрата відповідно  $E$ . Баланс енергії випромінювання буде становити:

$$q = A \cdot E_0 - E. \quad (5.12)$$

У стані теплової рівноваги  $q = 0$ , відповідно одержимо

$$\frac{E}{A} = E_0. \quad (5.13)$$

Одержане співвідношення справедливе для будь-яких сірих тіл:

$$\frac{E_1}{A_1} = \frac{E_2}{A_2} = \dots = \frac{E_0}{A_0} = E_0. \quad (5.14)$$

Закон Кірхгофа формулюється так: відношення здатності випромінювання до поглинання для всіх тіл однакове і дорівнює здатності випромінювання абсолютно чорного тіла за тієї самої температури, тобто поглинальна здатність дорівнює ступеню чорноти тіла.

### 5.3 Теплообмін випромінюванням між тілами

#### 5.3.1 Теплообмін між двома плоскими стінками

Розглянемо теплообмін між двома паралельними нескінченними стінками. Нескінченність стінок дозволяє стверджувати, що весь потік від однієї стінки потрапляє на іншу. Для визначення результуючого потоку використовують метод інтегрального балансу. Ступінь чорноти і температура лівої пластини  $\varepsilon_1$  та  $T_1$ , правої  $\varepsilon_2$  і  $T_2$  відповідно.

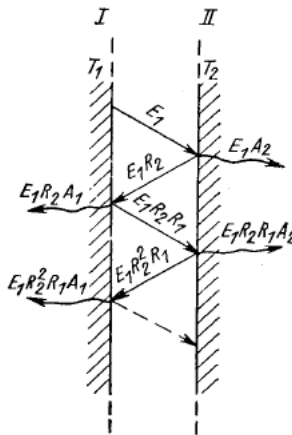


Рисунок 5.4 – Теплообмін випромінюванням між двома паралельними пластинами

Відповідно до зображення на рисунку 5.4 пластина I випромінює в напрямку пластини II потік енергії  $E_1$ . У разі попадання на пластину II потік у частині  $E_1 A_2$  поглинається, а частина  $E_1 R_2 = (1 - \varepsilon_2) E_1$  відбивається і так далі.

Таким чином,

$$\begin{cases} E_{\text{pez1}} = E_1 + \overbrace{(1 - \varepsilon_1)}^{R_1} \cdot E_{\text{nad2}}, \\ E_{\text{pez2}} = E_2 + \overbrace{(1 - \varepsilon_2)}^{R_2} \cdot E_{\text{nad1}}. \end{cases} \quad (5.15)$$

Ураховуючи, що  $E = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4$ , одержимо

$$\dot{q} = E_{\text{pez1}} - E_{\text{pez2}} = c_0 \cdot \varepsilon_{12} \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (5.16)$$

де  $\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}$  – зведений ступінь чорноти.

Якщо розглядати теплообмін випромінюванням на ділянці площею  $F$  за проміжок часу  $\tau$ , рівняння визначення кількості теплоти набирає вигляду

$$Q = c_0 \cdot \varepsilon_{12} \cdot \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F \tau. \quad (5.17)$$

Формула справедлива для оптично тонкого газового шару  $D = 1$  та з деякими поправками може застосовуватися для паралельних стін кінцевої довжини.

### 5.3.2 Теплообмін між тілом і оболонкою

Часто виникає завдання теплообміну між тілом і оболонкою, коли всі промені від першого тіла потрапляють на



друге без втрат. Внутрішнє тіло передбачається опуклим (рис. 5.5).

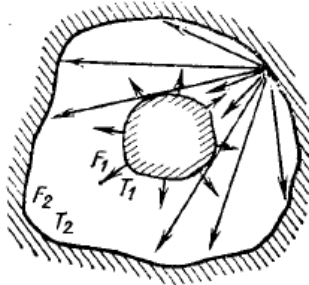


Рисунок 5.5 – Теплообмін випромінюванням між тілом і оболонкою

Площа поверхні тіла  $F_1$ , її температура та ступінь чорноти відповідно  $T_1$  та  $\varepsilon_1$ . Параметри оболонки  $F_2$ ,  $T_2$  та  $\varepsilon_2$ .

Кількість теплоти, що передається від тіла до оболонки, виразимо так:

$$Q_{12} = Q_1 - \varphi Q_2, \quad (5.18)$$

де  $\varphi$  – кутовий коефіцієнт.

Тепловий потік тіла з урахуванням випромінювання тіла та частки відбитого випромінювання

$$Q_1 = E_1 F_1 + R_1 \varphi Q_2. \quad (5.19)$$

Аналогічно тепловий потік оболонки

$$Q_2 = E_2 F_2 + R_2 Q_1 + R_2 (1 - \varphi) Q_2. \quad (5.20)$$

Результуючий потік з урахуванням рівняння Стефана – Больцмана

$$\dot{Q}_{12} = \varepsilon_{12} \cdot c_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] F_1, \quad (5.21)$$

де  $\varepsilon_{12} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \left( \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \frac{F_1}{F_2}}$  – зведений ступінь чорноти.

З рівняння (5.21) випливає, що якщо  $F_2 \gg F_1$ , то  $\varepsilon_{12} \approx \varepsilon_1$ .

Формулу (5.21) можна використовувати для розрахунку теплового випромінювання двох тіл будь-якої форми за умови, що менше з них є випуклим.

#### 5.4 Теплообмін випромінюванням за наявності екранів

Для захисту від теплового випромінювання використовують два способи:

1) зниження ступеня чорноти тіл – заміна шорсткої поверхні на сталеву приводить до більшого ступеня віддзеркалення;

2) використання екранів – тонких листів, що мають низький ступінь чорноти.

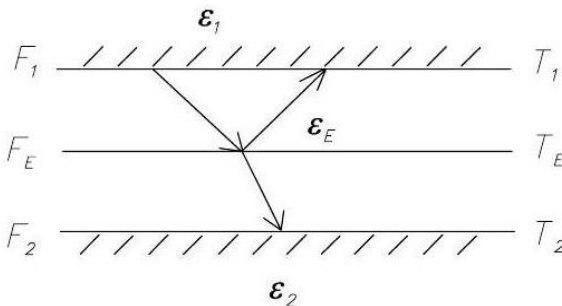


Рисунок 5.6 – Теплообмін випромінюванням за наявності екрана

На рисунку (5.6) зображено два плоских тіла з температурами  $T_1$ ,  $T_2$ , площами  $F_1$ ,  $F_2$  та ступенями чорноти  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  відповідно. Між цими поверхнями розміщений екран із температурою  $T_E$ , площею  $F_E$  та ступенем чорноти  $\varepsilon_E$ .

Водночас  $F_1 = F_2 = F_E$  та  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_E$ .

Питомий тепловий потік від стінки 1 до екрана

$$q_{E1} = \varepsilon_E \cdot c_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_E}{100} \right)^4 \right]. \quad (5.22)$$

Питомий тепловий потік від екрана до стінки 2

$$q_{E2} = \varepsilon_E \cdot c_0 \left[ \left( \frac{T_E}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (5.23)$$

За встановленого режиму теплової рівноваги  $q_{E1} = q_{E2} = const$  можна визначити температуру екрана:

$$\left( \frac{T_E}{100} \right)^4 = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (5.24)$$

Підставивши це значення в (5.21), одержимо

$$q_E = \frac{1}{2} \varepsilon_E \cdot c_0 \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \frac{1}{2} q_{12}, \quad (5.25)$$

де  $q_{12}$  – тепловий потік між двома плоскими стінками за відсутності екранів. Тобто встановлення одного екрана зменшує питомий тепловий потік удвічі.

За установки  $n \geq 1$  екранів

$$q_E = \frac{1}{n+1} \cdot q_{12}, \quad (5.26)$$

де  $n$  – кількість екранів.

Ще більший ефект зниження одержуємо, якщо застосовуються екрани з малим ступенем чорноти. Так, якщо між двома плоскими поверхнями зі ступенем чорноти  $\varepsilon$  встановлено  $n$  екранів із ступенем чорноти  $\varepsilon_E$ , то одержимо рівняння

$$q_E = \frac{1}{n+1} \cdot \frac{\varepsilon_E}{\varepsilon} q_{12}. \quad (5.27)$$

Отже, наприклад, встановлення лише одного екрана із ступенем чорноти  $\varepsilon_E = 0,1$  між поверхнями зі ступенем чорноти

$\varepsilon = 0,8$  дає зниження променистого теплообміну приблизно в 16 разів.

### 5.5 Складний теплообмін

Складним теплообміном називають перенесення теплоти, обумовлене всіма механізмами (теплопровідність, конвекційний теплообмін та теплове випромінювання).

Розрізняють:

- радіаційно-конвекційний теплообмін (перенесення тепла радіацією і конвекцією) (рис. 5.7 а);
- радіаційно-кондуктивний теплообмін (перенесення тепла випромінюванням і теплопровідністю) (рис. 5.7 б).

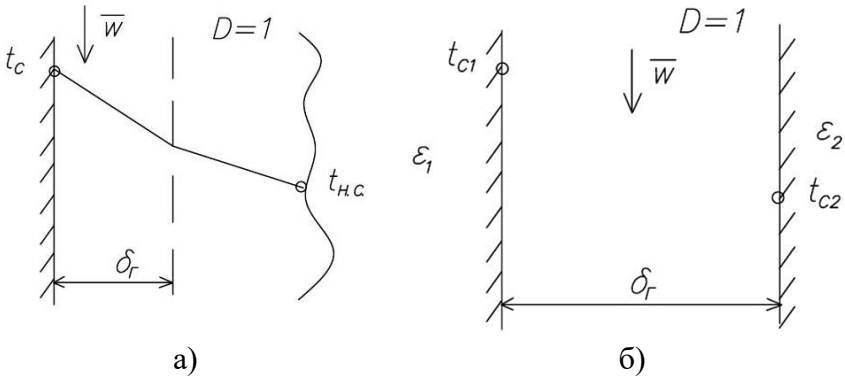


Рисунок 5.7 – Складний теплообмін

Складний теплообмін характерний для оптично-прозорого газового шару:  $D = 1$ .

Тепловий потік для радіаційно-конвекційного теплообміну

$$q = q_{\alpha} + q_{\varepsilon} = \alpha \cdot (t_c - t_{н.с.}) + \varepsilon_{12} \cdot c_0 \cdot \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{довк.}}{100} \right)^4 \right]. \quad (5.28)$$

З рівняння (5.28) можна знайти коефіцієнт тепловіддачі:

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{12} \cdot c_0 \cdot \left[ \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{\text{довк.}}}{100} \right)^4 \right]}{T_c - T_{\text{довк.}}}. \quad (5.29)$$

Тепловий потік для радіаційно-кондуктивного теплообміну

$$q = q_\lambda + q_\varepsilon = \varepsilon_K \cdot \frac{\lambda}{\delta_r} (t_{c1} - t_{c2}) + \varepsilon_{12} \cdot c_0 \cdot \left[ \left( \frac{T_{c1}}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_{c2}}{100} \right)^4 \right], \quad (5.30)$$

де  $\varepsilon_K = f(Ra, Pr)$  – коефіцієнт еквівалентної теплопровідності.

### 5.6 Вплив газового шару на теплове випромінювання

Випромінювання газів обумовлене коливальними рухами атомів. Одно- і двохатомні гази, молекули яких складаються з однорідних атомів (азот, водень, кисень), практично не випромінюють (прозорі або діатермічні). Значну випромінювальну і поглинальну здатність, як і значний ступінь чорноти, мають три- і багатоатомні гази. До таких газів відносяться  $\text{CO}_2$  та  $\text{H}_2\text{O}$  (продукти згоряння пального, водяна пара). На відміну від твердих тіл випромінюванню газів властиве селективне (вибіркове) випромінювання. Також їх радіаційні властивості залежать від густини та товщини газового шару. Товсті шари поглинають більше енергії, і пропускають менше ніж тонкі шари. Таким чином, здатність газів поглинати та випромінювати енергію характеризується певними інтервалами довжини хвиль, розміщених на різних ділянках спектра.

Один із параметрів, що характеризує випромінювання газів, є середня довжина шляху променя, яку можна буде визначити за формулою

$$L = 3,6 \frac{V}{F}, \quad (5.31)$$

де  $V$  – об'єм газу;  $F$  – площа поверхні, що оточує оболонку.

Завдяки відносно великим відстаням між молекулами променева енергія поглинається всім об'ємом і не відбивається. Під час проходження променів через газ їх енергія зменшується. Ослаблення енергії залежить від кількості молекул поглинального газу на шляху променевого потоку і визначається його парціальним тиском, температурою і довжиною шляху променя. Ступінь чорноти газу визначається за таким співвідношенням:

$$\varepsilon_r = 1 - \exp(-k \cdot p \cdot L), \quad (5.32)$$

де  $k$  – коефіцієнт ослаблення;  $p$  – тиск газу;  $L$  – середня довжина шляху променя.

Густина теплового потоку власного випромінювання газу

$$q_r = \varepsilon_r c_0 \left( \frac{T_r}{100} \right)^4. \quad (5.33)$$

Ступінь чорноти суміші газів

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2} - \varepsilon_{r1} \cdot \varepsilon_{r2} \quad (5.34)$$

Променевий теплообмін між газом і стінкою

$$q = \varepsilon_{12} \cdot c_0 \cdot \left[ \left( \frac{T_r}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_c}{100} \right)^4 \right], \quad (5.35)$$

де  $\varepsilon_{12} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_r (1 - \varepsilon_c)}$  – зведений ступінь чорноти.

### Контрольні питання до розділу 5

- 1 Фізичні основи теплового випромінювання.
- 2 Основні закони теплового випромінювання.
- 3 Теплообмін випромінюванням між двома плоскими стінками.
- 4 Теплове випромінювання між тілом і оболонкою.
- 5 Тепловий захист, екрани.
- 6 Вплив газового шару на теплове випромінювання.

- 7 Радіаційно-кондуктивний теплообмін.
- 8 Радіаційно-конвекційний теплообмін.

## РОЗДІЛ 6 Теплообмінні апарати

### 6.1 Класифікація

Теплообмінним апаратом називають пристрій, призначений для передавання теплоти від одного середовища до іншого. Так, теплообмінними апаратами є: паровий котел і конденсатор паросилової установки, випарник і конденсатор холодильної машини та системи кондиціонування повітря, батарея опалення в приміщенні та багато інших пристроїв, що використовуються в теплоенергетиці, холодильній і криогенній техніці, хімічній, харчовій та інших галузях промисловості. Речовини (робочі середовища, потоки), що беруть участь у теплообміні, можуть перебувати в рідкому або газоподібному стані або є сумішшю рідини з паром, так званого двофазового потоку.

За принципом дії теплообмінні апарати поділяють на:

1 Поверхневі (в процесі теплопередачі задіяна поверхня апарата).

1.1 Рекуперативні – гаряче і холодне середовище омивають з обох боків стінки (кожухотрубчасті, «труба в трубі», оребрені, пластинчасті, спіральні, пластинчасто-ребристі та ін.).

1.2 Регенеративні – гаряче і холодне середовища омивають одну і ту ж саму поверхню теплообміну поперемінно, через певний проміжок часу (з нерухою та рухою насадками).

2 Змішувальні (теплопередача від гарячого середовища до холодного здійснюється шляхом їх безпосереднього зіткнення і змішування). До цього типу відносять градирні: відкриті, закриті, вентиляторні, безвентиляторні, бризкальні басейни та інших типів.

3 Теплообмінники з внутрішніми джерелами енергії (пристрої з одним теплоносієм, що відводить теплоту, виділену в самому апараті (ядерний реактор, електричний водонагрівник).



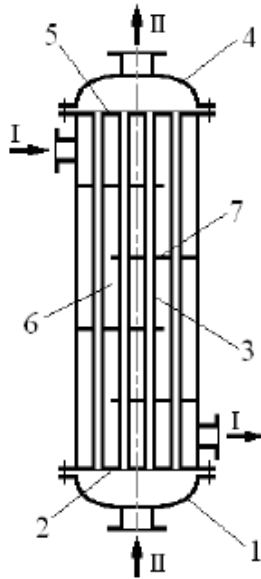


Рисунок 6.1 – Кожухотрубчастий теплообмінник

Кожухотрубчастий теплообмінний апарат (рис. 6.1) являє собою днище 1 та 4, на яких закріплено трубні решітки 2 та 5 з трубами 3. Всередині корпусу утворено міжтрубний простір 6, розділений перегородками 7. У міжтрубному просторі рухається теплоносій I, по трубах рухається теплоносій II. Труби в трубних решітках можуть розміщуватися за двома основними схемами: у вигляді коридорного чи шахового пучка. Рух теплоносія I у міжтрубному просторі визначається встановленими перегородками, що збільшує довжину руху теплоносія в теплообміннику, а також турбулізує потік.

Кожухотрубчасті теплообмінники можуть виконуватись як одно-, так і двоходові (рис. 6.2 а), чотириходові (рис. 6.2 б), з U-подібними трубами (рис. 6.2 в) та інші.

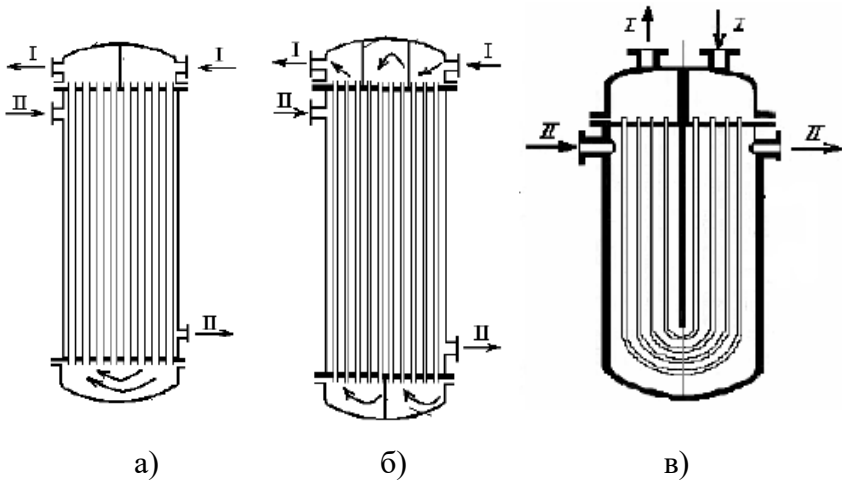


Рисунок 6.2 – Типи кожухотрубчастих теплообмінних апаратів

*Переваги кожухотрубчастих теплообмінників:*

- велика площа поверхні теплопередачі за відносно компактних розмірів;

- простота виготовлення;
- надійні в роботі;
- здатні працювати під великим тиском.

*Недоліки кожухотрубчастих теплообмінників:*

- не здатні ефективно працювати за низьких витрат теплоносіїв;

- труднощі виготовлення з матеріалу, що не допускає розвальцювання та зварювання;

- труднощі під час огляду, чищення та ремонту.

Теплообмінник типу «труба в трубі» використовується за теплообмінної поверхні, що не перевищує 30 м<sup>2</sup>. Конструкція (рис. 6.3) складається із зовнішньої 1 та внутрішньої 2 труб, вхідного 5 та вихідного 6 патрубків, з'єднувальних секцій 7, 8. Один теплоносій рухається у внутрішній трубі, інший – у

кільцевому каналі, утвореному зовнішньою та внутрішньою трубами.

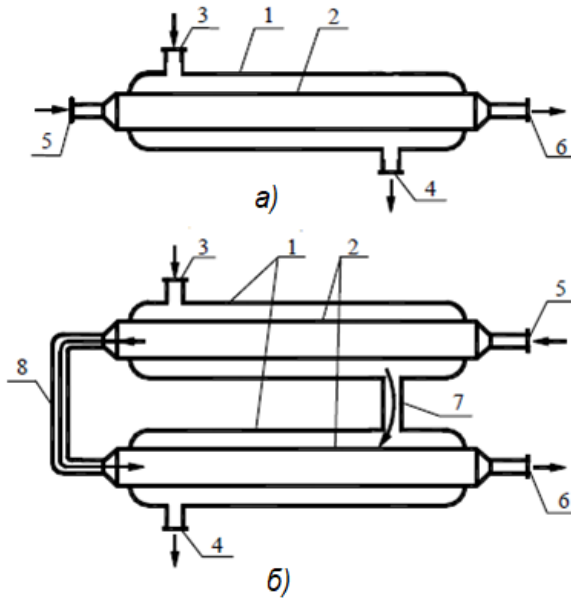


Рисунок 6.3 – Теплообмінний апарат типу «труба в трубі»:  
а) односекційний; б) багатосекційний

*Переваги теплообмінників типу «труба в трубі»:*

- високі коефіцієнти тепловіддачі завдяки високим швидкостям руху теплоносіїв;

- можливість роботи за невеликих витрат теплоносіїв;
- можливість роботи за високих тисків.

*Недоліки теплообмінників:*

- відносно невеликі площі поверхні теплопередачі за значних габаритних розмірів теплообмінника;

- велика витрата матеріалу виготовлення;
- у нерозбірних теплообмінниках ускладнене чищення.

Пластинчасті теплообмінники відносяться до підкласу теплообмінників із плоскою поверхнею теплопередачі, утвореною гофрованими паралельними пластинами.

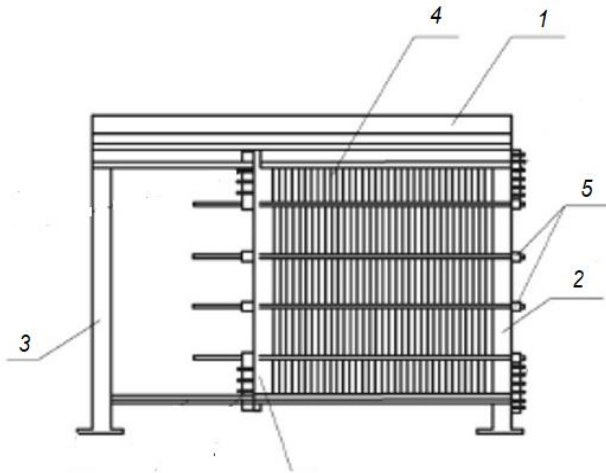


Рисунок 6.4 – Пластинчастий теплообмінник

Пластинчастий теплообмінник (рис. 6.4) складається з корпусу 1, рами з правої 2 та лівої 3 частин, пластин 4 та напрямних 5. Пластини розвернуті одна відносно іншої на 180°, зібрані в пакет і закріплені в рамі. До того ж утворюється система вузьких хвилястих каналів шириною 3–6 мм, по яких проходять теплоносії. Така установка пластин забезпечує чергування гарячих та холодних каналів. У процесі теплообміну рідини рухаються назустріч одна одні в протитечії. Подвійне гумове ущільнення практично виключає перемішування та втрату теплоносіїв. Пакет пластин закріплюється на рамі за допомогою напрямних. Змінна кількість пластин дозволяє змінювати необхідну площу теплообміну.

*Переваги пластинчастих теплообмінників:*

- пластинчасті теплообмінники компактні (у 4–8 разів менші за габаритними розмірами порівняно з рівними за площею поверхні теплопередачі кожухотрубчастими теплообмінниками);

- пластинчасті теплообмінники забезпечують високий коефіцієнт теплопередачі більше ніж втричі ніж у кожухотрубчастих, завдяки високій швидкості теплоносіїв у каналах (1–3 м/с), невисокому для таких швидкостей гідравлічному опору;

- розбірні пластинчасті теплообмінники зручні для обслуговування, чищення та ремонту;

- є можливість різних схем пластин, що дозволяє підібрати оптимальний режим роботи за заданих витрат теплоносіїв.

*Недоліки пластинчастих теплообмінників:*

- неможливість роботи за високих тисків через недостатню герметичність прокладок у розбірних пластинчастих теплообмінниках та небезпеку деформації пластин у зварних (розбірні теплообмінники працюють за тисків до 1 МПа, зварні – до 4 МПа);

- проблема обслуговування зварних пластинчастих теплообмінників – чищення та ремонт значно ускладнені.

У спіральних теплообмінниках (рис. 6.5) поверхня теплообміну створена двома довгими металевими листами 1 та 2, згорнутими по спіралі. Внутрішні кінці листів приварені до глухої перегородки 3. Між листами утворені два ізольовані один від одного спіральні канали прямокутного перерізу шириною 2–12 мм. По каналах протитечією рухаються теплоносії I та II. З торців апарат закритий плоскими кришками 4 з ущільнювальною прокладкою, яку виготовляють із гуми, пароніту, азбесту або м'якого металу. Кришки кріплять болтами до фланців 5.

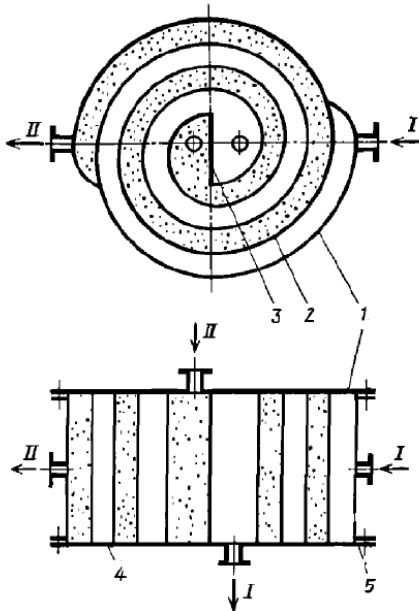


Рисунок 6.5 – Спіральний теплообмінний апарат

*Переваги спіральних теплообмінників:*

- спіральні теплообмінники компактні, забезпечують велику площу поверхні тепловіддачі (до 100 м<sup>2</sup>) за відносно невеликих габаритних розмірів;
- спіральні теплообмінники забезпечують високий коефіцієнт теплопередачі завдяки високій швидкості теплоносіїв у каналах (1–2 м/с) за порівняно невисоких для таких швидкостей гідравлічних опор.

*Недоліки спіральних теплообмінників:*

- неможливість роботи за високих тисків більше ніж 1 МПа через недостатню герметичність прокладок;
- складні у виготовленні.

Пластинчасто-ребристий теплообмінний апарат (рис. 6.6) являє собою конструкцію, сформовану з гофрованих сталевих, мідних, титанових чи алюмінієвих пластин. Гофровані канали мають невелику висоту – 5–7 мм, що дозволяє утворювати високу

ступінь оребрення. Конструкція теплообмінника передбачає чергування каналів із гарячим і холодим теплоносієм у взаємно перпендикулярному напрямку. Висока герметичність конструкції теплообмінника досягається спіканням його пластин методом вакуумного паяння.

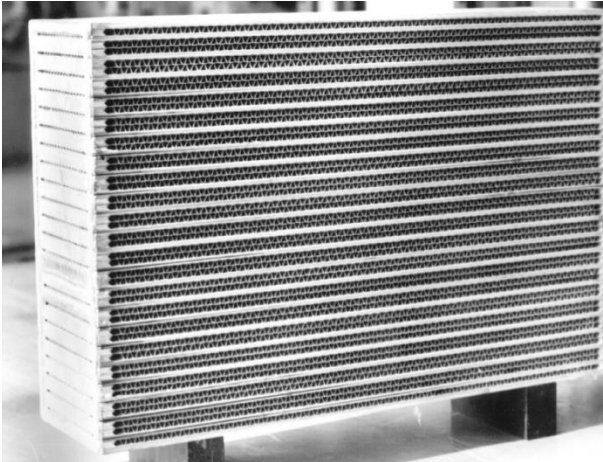


Рисунок 6.6 – Пластинчасто-ребристий теплообмінник

*Переваги пластинчасто-ребристих теплообмінників:*

- висока компактність теплообмінних апаратів ( $1\ 500\text{--}4\ 000\ \text{м}^2/\text{м}^3$ );
- висока теплова ефективність за невеликої різниці температур на кінці апарата;
- можливість швидкої зміни поверхні теплообміну додаванням або зменшенням кількості пластин у пакеті в межах наявної конструкції апарата.

*Недоліки пластинчасто-ребристих теплообмінників:*

- через невеликий розмір робочих каналів теплообмінники бажано використовувати для теплообміну незабруднених середовищ;
- складність виготовлення.

Регенеративні теплообмінні апарати – це апарати періодичного принципу дії (рис. 6.7).

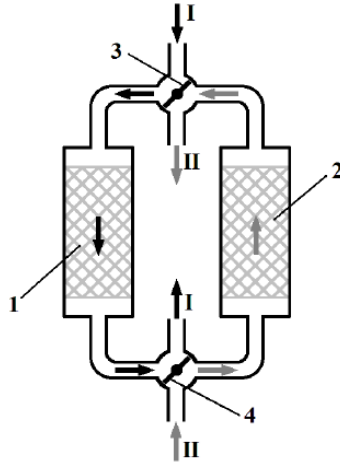


Рисунок 6.7 – Регенеративний теплообмінний апарат

Складаються з двох апаратів циліндричної або прямокутної форми, корпуси яких заповнені насадкою з розвиненою поверхнею контакту (1, 2).

Цикл роботи кожного з апаратів складається з двох періодів: періоду нагрівання насадки та періоду її охолодження. У той час як у першому апараті відбувається нагрівання насадки пропусканням через неї гарячого теплоносія (I), у другому апараті насадка охолоджується, віддаючи теплоту холодному теплоносію (II), що проходить через неї. Потім за допомогою клапанів (3, 4) відбувається перемикання апаратів і в перший апарат надходить холодний теплоносій, контактуючи з нагрітою в попередньому періоді насадкою, а в другий апарат – гарячий теплоносій, нагріваючи охолоджену насадку. Таким чином, загалом установка працює безперервно завдяки автоматичному перемиканню потоків.

*Переваги регенеративних теплообмінників:*

- простота конструкції та низька вартість обслуговування;



- можливість роботи із значними кількостями теплоносіїв;

- можливість роботи за високих температур.

*Недоліки регенеративних теплообмінників:*

- громіздкість конструкції через наявність механізму приводу клапанів;

- періодичність роботи через необхідність регенерації.

Змішувальний принцип дії під час охолодження теплоносіїв реалізований у градирнях різних типів (рис. 6.8).

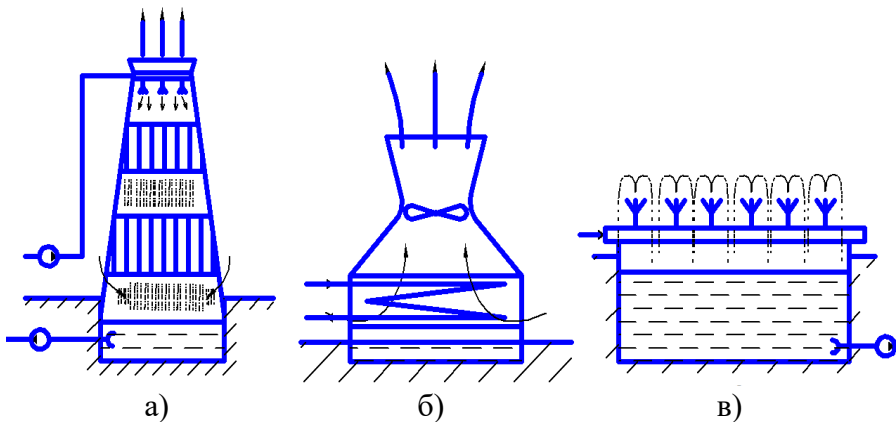


Рисунок 6.8 – Градирні:

а) безвентиляторна; б) вентиляторна; в) бризкальний басейн

Безвентиляторна градирня являє собою порожнисту башту, в якій зверху зі спеціальних пристроїв-форсунок подається вода, а знизу за рахунок самотяги продувається повітря. У вентиляторній градирні принцип дії аналогічний за попередній тип, крім вимушеного руху повітря за рахунок роботи вентилятора. Охолодження відбувається через інтенсивне переміщення води та повітря. Бризкальний басейн виконується зазвичай відкритого типу. У верхній частині містяться форсунки,

з яких розбризкується вода, яка за рахунок природнього випаровування охолоджується.

*Переваги градирень:*

- низька вартість процесу охолодження;
- простота конструкції та низька вартість обслуговування;
- велика продуктивність.

*Недоліки градирень:*

- високі масогабаритні показники;
- невідомні втрати води внаслідок випаровування;
- низька ефективність процесу охолодження.

### 6.2 Рівняння теплового балансу

Для рекуперативного апарата повна зміна ентальпії теплоносія за постійної витрати, спричиненої теплообміном, визначається у вигляді

$$dQ = -m_1 dh_1 = m_2 dh_2, \quad (6.1)$$

або

$$Q = m_1 (h_1' - h_1'') = m_2 (h_2'' - h_2') \quad (6.2)$$

де  $h_i$  – ентальпія теплоносія;  $m_i$  – масова продуктивність теплоносія.

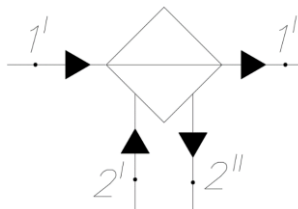


Рисунок 6.9 – Умовний рух теплоносіїв у теплообмінному апараті (індекс 1 та 2 – параметри «гарячого» та «холодного» теплоносія відповідно, значення з індексом «/» та «//» – параметри теплоносія на вході та виході відповідно)

Для ідеального газу можна записати так:

$$Q = c_{pm1} m_1 (t_1' - t_1'') = c_{pm2} m_2 (t_2'' - t_2'), \quad (6.3)$$

де  $c_{pmi}$  – середньомасові ізобарні теплоємності теплоносіїв.

Позначивши  $C_i = c_{pmi} m_i$ , як повну теплоємність (водяний еквівалент теплоносія) одержимо

$$Q = C_1 (t_1' - t_1'') = C_2 (t_2'' - t_2'), \quad (6.4)$$

або в безрозмірному вигляді

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(t_2'' - t_2')}{(t_1' - t_1'')} = \frac{\delta t_2}{\delta t_1}. \quad (6.5)$$

Останнє показує, що відношення повних теплоємностей обернено пропорційно до відношення різниці температур теплоносіїв. Це відношення справедливе як для кінцевої різниці температури, так і для нескінченно малої.

У разі зміни агрегатного стану речовини, тобто за  $t = const$  (у випарнику чи конденсаторі) значення повної теплоємності дорівнює безкінечності  $C = W \rightarrow \infty$ .

### 6.3 Середній температурний напір

Залежно від напрямку руху теплоносіїв (рис. 6.10) теплообмінні апарати можна поділити на прямотечійну (а), протитечійну (б), перехресну (в), змішану (г) та інші більш складні похідні схеми.

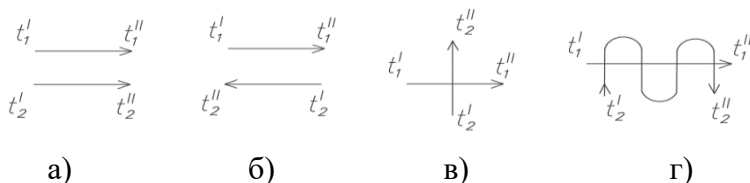


Рисунок 6.10 – Схема руху теплоносіїв

Для прямотечійної схеми зміна температури за площею теплообміну подана на рисунку 6.11.

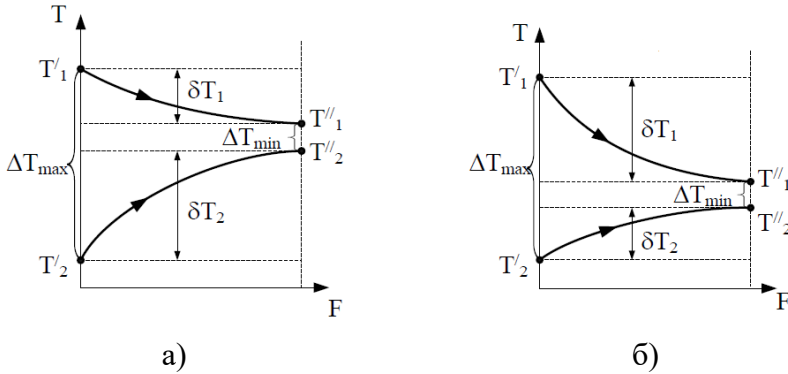


Рисунок 6.11 – Зміна температури за площею теплообміну для прямотечійної схеми руху:

а)  $C_1 > C_2$ ; б)  $C_1 < C_2$

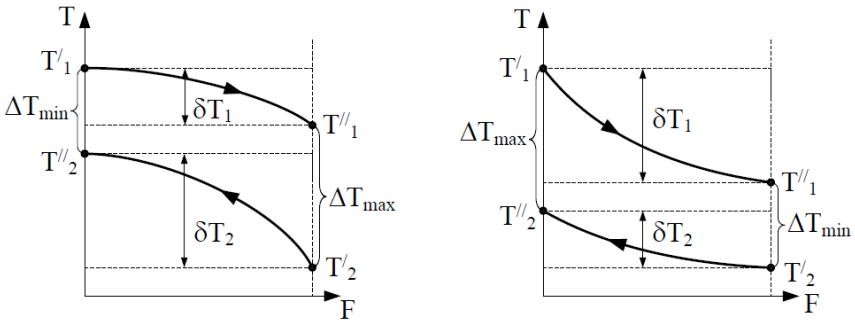


Рисунок 6.12 – Зміна температури за площею теплообміну для протитечійної схеми руху:

а)  $C_1 > C_2$ ; б)  $C_1 < C_2$

Середній температурний напір (різниця температур) для прямотечійної та протитечійної схем руху теплоносіїв визначають за такими виразами:

$$\text{за } \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}} \leq 2 \quad \Delta \bar{T} = \frac{\Delta T_{\max} + \Delta T_{\min}}{2}; \quad (6.6)$$

$$\text{за } \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}} > 2 \quad \Delta \bar{T} = \frac{\Delta T_{\max} - \Delta T_{\min}}{\ln \left( \frac{\Delta T_{\max}}{\Delta T_{\min}} \right)}. \quad (6.7)$$

Для складніших схем течії теплоносіїв спочатку визначається середній температурний напір для найбільш характерної простої схеми течії (прямотечія або протитечія), а потім за допомогою номограм (рис. 6.13) обчислюють поправку  $\varepsilon = f(P, R)$  на конструктивні особливості цієї схеми.

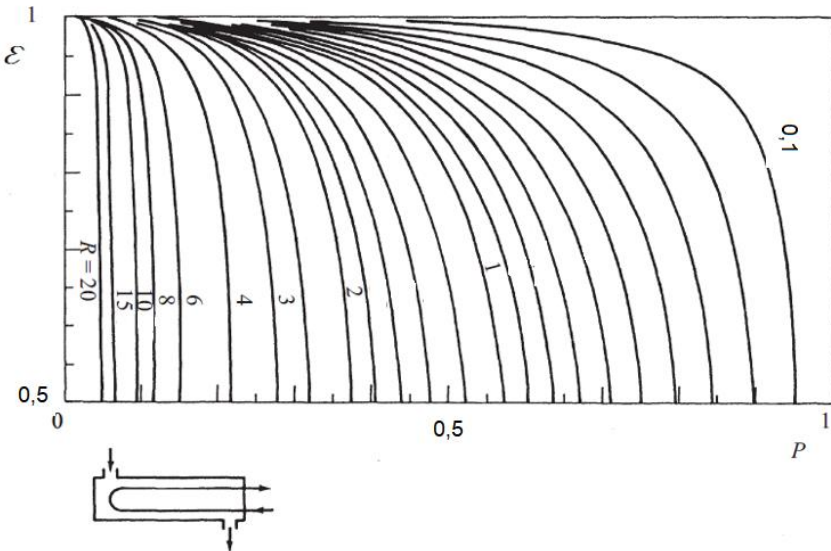


Рисунок 6.13 – Номограма для врахування поправки на складність течії теплоносіїв, де  $P = \frac{t_1'' - t_1'}{t_2' - t_1'}$ ,  $R = \frac{t_2' - t_2''}{t_1'' - t_1'}$

## 6.4 Коефіцієнт теплопередачі

Коефіцієнт теплопередачі від гарячого до холодного середовища залежить від коефіцієнтів тепловіддачі  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$ , термічного опору стінки апарата (труби, пластини). Якщо умови обтікання поверхні кожним із середовищ не змінюються, то значення  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  можна вважати постійними для всього апарата. Водночас вплив температури рідини на коефіцієнт тепловіддачі враховують, відносячи  $\alpha_1$  і  $\alpha_2$  відповідно до середньої температури  $t_{1cep}$  і  $t_{2cep}$ . Якщо ж умови обтікання різні: наприклад, у верхній частині апарата має місце поздовжнє обтікання, а в нижній – поперечне, або необхідно враховувати вплив зміни температур рідини на  $\alpha$ , то поверхню апарата ділять на ряд ділянок:

$$\bar{k} = \frac{k_1 F_1 + k_2 F_2 + \dots + k_i F_i}{\sum F_i}, \quad (6.8)$$

де  $k_i$  – коефіцієнт теплопередачі на поверхні  $F_i$ .

Таким чином, тепловий потік, що передається в теплообмінному апараті, визначається як

$$Q = \bar{k} \cdot \Delta T \cdot F. \quad (6.9)$$

Також необхідно враховувати забруднення, накип, іній і т. д.

## 6.5 Тепловий розрахунок рекуперативних апаратів

Порядок теплового розрахунку передбачає вирішення двох задач: прямої і зворотної.

Пряма задача – це проведення *конструктивного* (проектного) розрахунку. Зворотна задача – *перевірний* розрахунок. Конструктивний розрахунок дозволяє визначити площу поверхні теплообміну під час проектування нового апарата (в цьому випадку задається теплове навантаження на апарат і температури робочих середовищ). Перевірний

розрахунок дозволяє уточнити теплове навантаження і кінцеві температури середовищ для апарата з відомою площею поверхні теплообміну.

Алгоритм конструктивного розрахунку розглядається більш докладно в рамках курсового проєктування з дисципліни і передбачає такі етапи:

- визначення середнього температурного напору;
- визначення коефіцієнта тепловіддачі обох теплоносіїв;
- визначення коефіцієнта теплопередачі;
- визначення площі поверхні теплообміну;
- визначення всіх інших конструктивних параметрів теплообмінного апарата.

Залежно від того, до якої поверхні відносять розраховане значення коефіцієнта теплопередачі, одержують зовнішню, внутрішню площу чи площу оребрення.

Перевірний розрахунок передбачає визначення теплового навантаження (продуктивності) апарата і температур гарячого  $t_1''$  та холодного  $t_2''$  теплоносіїв на виході з апарата. У цьому випадку повинні бути відомі площа поверхні апарата  $F$ , повні теплоємності (водяні еквіваленти) теплоносія  $C_1(C_2)$  і початкові температури середовищ  $t_1'$  і  $t_2'$ .

Значення кінцевих температур теплоносіїв визначаються за такими залежностями:

$$t_1'' = t_1' - \frac{Q}{C_1} \quad \text{та} \quad t_2'' = t_2' + \frac{Q}{C_2}. \quad (6.10)$$

Якщо прийняти лінійний закон зміни температури по поверхні за  $\frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}} \leq 2$ , то тепловий потік визначається виразом

$$Q = kF \left( \frac{t_1' + t_1''}{2} - \frac{t_2' + t_2''}{2} \right). \quad (6.11)$$

Перетворивши рівняння, одержимо

$$Q = \frac{t_1' - t_2'}{\frac{1}{kF} + \frac{1}{2C_1} + \frac{1}{2C_2}}. \quad (6.12)$$

За умови  $\frac{\Delta t_{\max}}{\Delta t_{\min}} \succ 2$  температурний напір змінюється уздовж поверхні теплообміну за експотенційним законом і визначається за такими залежностями.

Значення кінцевих температур теплоносіїв:

$$t_1'' = t_1' - (t_1' - t_2')\Pi; \quad (6.13)$$

$$t_2'' = t_2' + (t_1' - t_2')\frac{C_1}{C_2}\Pi. \quad (6.14)$$

У формулах (6.13) та (6.14) параметр  $\Pi$  для прямотечійної схеми визначається як

$$\Pi = \frac{1 - \exp\left[-\frac{kF}{C_1}\left(1 + \frac{C_1}{C_2}\right)\right]}{\left[1 + \frac{C_1}{C_2}\right]}. \quad (6.15)$$

Для протитечійної схеми руху теплоносіїв

$$\Pi = \frac{1 - \exp\left[-\frac{kF}{C_1}\left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right)\right]}{1 - \frac{C_1}{C_2} \exp\left[-\frac{kF}{C_1}\left(1 - \frac{C_1}{C_2}\right)\right]}. \quad (6.16)$$

Тепловий потік

$$Q = C_1(t_1' - t_1''). \quad (6.17)$$



Порівнюючи дійсний  $Q_o$  та розрахунковий  $Q_p$  тепловий потік, визначають похибку розрахунку  $\delta_o$ , яка не повинна перевищувати 5–7 %:

$$\delta_o = \left( \frac{Q_p - Q_o}{Q_o} \right) \cdot 100\% . \quad (6.18)$$

### 6.6 Гідродинамічний розрахунок

Під час руху робочих середовищ в апараті виникають гідравлічні опори, внаслідок цього тиск середовища на вході в апарат відрізняється від тиску на виході з нього:

$$p' - p'' = \Delta p . \quad (6.19)$$

На подолання опорів витрачається механічна енергія, пропорційна  $\Delta p$ . Завданням гідродинамічного розрахунку апаратів є визначення гідравлічних опорів, або втрат тиску, що виникає під час руху гарячого та холодного середовищ. Знання цих величин необхідне для розрахунку потужності вентиляторів або насосів для проштовхування теплоносіїв по апарату, а також для вибору раціональної конструкції та оптимального режиму роботи апарата.

Опори, що виникають, залежно від їх природи можна поділити на декілька складових:

- опір тертя ( $\Delta p_{\text{терт}}$ );
- місцеві опори ( $\Delta p_{\text{м}}$ );
- опори, пов'язані з прискоренням потоку ( $\Delta p_{\text{пр}}$ ).

Опір тертя виникає через наявність сил в'язкості на ділянці безвідривної течії і для рідини, що рухається в каналах, розраховують за рівнянням

$$\Delta p_{\text{терт}} = \xi \frac{l}{d_{\text{екв}}} \frac{\rho \omega^2}{2} , \quad (6.20)$$

де  $\xi$  – коефіцієнт опору тертя;  $l$  – повна довжина каналу;  $d_{екв} = \frac{4f}{u}$  – еквівалентний діаметр каналу;  $f$  та  $u$  – площа та периметр поперечного перерізу каналу відповідно;  $\rho$  та  $\omega$  – густина та швидкість робочого середовища відповідно.

Коефіцієнт опору тертя  $\xi$  є безрозмірною величиною, яка береться з довідникової літератури залежно від різних факторів, таких як режим течії, її ізотермічність, наявність початкової гідродинамічної ділянки, напрямку руху потоку та іншого.

Місцеві опори виникають через вихороутворення за різкої зміни напрямку руху або форми потоку (зміна перерізу каналу, повороти і т. ін.). Місцеві опори визначають за формулою

$$\Delta p_m = \zeta \frac{\rho \omega^2}{2}, \quad (6.21)$$

де  $\zeta$  – коефіцієнт місцевого опору, залежить від характеру руху середовища у теплообмінному апараті (наводиться у довідниковій літературі).

Опори, пов'язані з прискоренням потоку, спричинені зміною густини середовища і відповідною зміною її швидкості за довжиною каналу. Під час руху в каналі постійного перерізу величину цих втрат розраховують за формулою

$$\Delta p_{np} = \rho_2^2 \omega_2^2 - \rho_1^2 \omega_1^2. \quad (6.22)$$

З рівняння (6.22) бачимо, що втрати на прискорення виникають лише за неізотермічної течії, до того ж під час нагрівання  $\Delta p_{np}$  позитивне, під час охолодження – негативне.

Втрати  $\Delta p_{np}$  порівняно з опором тертя та місцевими опорами малі і ними можна знехтувати.

У загальному випадку повний перепад тиску

$$\Delta p = \Delta p_{терт} + \Delta p_m + \Delta p_{np}. \quad (6.23)$$

Визначивши повний гідравлічний опір, розраховують потужність на валу насоса або вентилятора, необхідну для переміщення робочого середовища:

$$N = \frac{V\Delta p}{\eta} = \frac{G\Delta p}{\rho\eta}, \quad (6.24)$$

де  $V$  – об’ємна витрата середовища, м<sup>3</sup>/с;  $G$  – масова витрата середовища, кг/с;  $\Delta p$  – повний гідравлічний опір, Па;  $\rho$  – густина середовища, кг/м<sup>3</sup>;  $\eta$  – ККД насоса або вентилятора.

### **Контрольні питання до розділу 6**

- 1 Класифікація та основні конструкції теплообмінних апаратів.
- 2 Кожухотрубчасті теплообмінні апарати.
- 3 Теплообмінні апарати типу «труба в трубі».
- 4 Пластинчасті теплообмінні апарати.
- 5 Спіральні теплообмінні апарати.
- 6 Пластинчасто-ребристі теплообмінні апарати.
- 7 Регенеративні теплообмінні апарати.
- 8 Теплообмінні апарати змішувального типу.
- 9 Рівняння теплового балансу.
- 10 Середній температурний напір.
- 11 Тепловий та гідродинамічний розрахунок рекуперативних апаратів.

## РОЗДІЛ 7 Масообмін

### 7.1 Молекулярна дифузія

Процеси, що супроводжуються перенесенням маси, широко використовують на підприємствах хімічної та харчової промисловостей, в холодильній та криогенній техніці. Це можливе в тому випадку, коли неоднорідне температурне поле середовища поєднується з неоднорідним полем речовини. Неоднорідність речовини характеризується неоднорідністю її концентрації. Масообмін відбувається на поверхні розподілу фаз, що повинна мати розвинену поверхню контакту. Зважаючи на цей принцип, масообмінні апарати поділяються на поверхневі (насадкові) та барботажні.

У поверхневих апаратах застосовують спеціальні насадки, по яких рідина стікає по поверхні. У барботажних масообмін відбувається за рахунок пропускання бульбашок газу через рідину в апараті.

Перенесення компонентів може відбуватися двома способами:

- молекулярною дифузією;
- конвекційною дифузією.

**Молекулярною дифузією** називають мимовільний процес перенесення маси, обумовлений рухом частинок даного компонента. Різновиди молекулярної дифузії: термодифузія та бародифузія.

**Конвекційною дифузією** називають процес перенесення маси з однієї фази в іншу, обумовлений переміщенням молярних об'ємів компонентів, складових системи. Перенесення маси з однієї фази в іншу спостерігається за наявності різних концентрацій даного компонента в даному і рівноважному станах.

Сукупність значень концентрації даного компонента в даний момент часу в даній системі називають полем концентрації цього компонента.

Математичний опис поля концентрації  $i$ -го компонента можна подати рівнянням

$$c_i = f(x, y, z, \tau), \quad (7.1)$$

де  $x, y, z$  – поточні координати;  $\tau$  – час.

Поле концентрацій може бути стаціонарним і нестаціонарним. Якщо поле концентрації змінюється з часом, то він нестаціонарний. Рівняння описує нестаціонарне поле концентрацій. Якщо поле концентрацій не змінюється з часом, то він стаціонарний.

Рівняння стаціонарного поля концентрацій

$$c_i = f(x, y, z). \quad (7.2)$$

Поле концентрацій скалярне. Воно може бути три-, дво- і одновимірним. У будь-якому концентраційному полі є точки, в яких концентрація даного компонента однакова. Їх сукупність є ізоконцентраційною поверхнею. Рівняння ізоконцентраційної поверхні виражається так:

$$f(x, y, z, \tau) = 0. \quad (7.3)$$

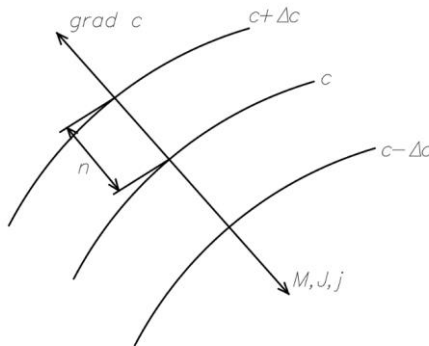


Рисунок 7.1 – Градієнт поля концентрації

Градiєнтом поля концентрації називають вектор, спрямований по нормалі до ізоконцентраційної поверхні у бік зростання концентрації (рис. 7.1) і чисельно дорівнює похідній

від концентрації за відстанню, що замірjana по нормалі до цієї поверхні. Виражається так:

$$\text{grad } c = \bar{n}_0 \frac{\partial c}{\partial n}. \quad (7.4)$$

Для кількісної характеристики масоперенесення введемо поняття кількості маси  $M$ , потоку маси  $J$ , густини потоку маси  $j$ .

Кількістю маси  $M$  називають масу, що проходить через ізоконцентраційну поверхню. Потік маси  $J$  – відношення кількості маси, що переміщається, до часу. Густина потоку маси  $j$  – відношення потоку маси, що проходить через ізоконцентраційну поверхню, до площі цієї поверхні.

Частинки, з яких складається будь-який компонент, в реальних умовах (за температури  $T > 0$  К) перебуває в русі. Ці частинки в процесі руху зіштовхуються з іншими частинками даного компонента й інших компонентів. Результатом руху, зіткнення частинок даного компонента буде переміщення їх у той бік, де кількість цих частинок та їх концентрація менша.

**Перший закон Фіка** встановлює залежність між кількістю речовини, що переміщається, і полем її концентрації, іншими словами – кількість маси даного компонента, що проходить через ізоконцентраційну поверхню, пропорційна градієнту поля концентрації:

$$M_i = -D_i \frac{\partial c}{\partial n} F \tau \quad \text{або} \quad j_i = -D_i \frac{\partial c}{\partial n}, \quad (7.5)$$

де  $D_i$  – коефіцієнт молекулярної дифузії,  $\text{м}^2/\text{с}$ , показує швидкість поширення молекул.

Знак «мінус» свідчить про те, що кількість маси спрямована в протилежний бік від концентрації. Значення коефіцієнта молекулярної дифузії залежить від фізичних властивостей розглядуваних компонентів. Чисельне значення коефіцієнтів молекулярної дифузії для газів знаходиться в діапазоні від  $9 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$  до  $70 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ , для рідин – на 4–5 порядків менше.

Значення коефіцієнтів молекулярної дифузії деяких газів в повітрі за 0 °С і абсолютного тиску  $p = 0,1$  МПа наведені в таблиці 7.1.

Таблиця 7.1 – Значення коефіцієнтів молекулярної дифузії деяких газів

Газ	$D \cdot 10^4,$ $\frac{m^2}{c}$	Газ	$D \cdot 10^4,$ $\frac{m^2}{c}$
Кисень	17,8	Аміак	17,0
Азот	13,2	Водяна пара	21,9
Водень	61,1	Метилловий спирт	13,3
Діоксид вуглецю	13,8	Етиловий спирт	10,2
Діоксид сірки	10,3	Сірчаний ангідрид	9,4

Якщо відоме значення коефіцієнта молекулярної дифузії  $D_1$  заданої пари газів з одними режимними параметрами  $(T_1, p_1)$ , визначити коефіцієнт молекулярної дифузії  $D_2$  для тих самих газів з іншими параметрами  $(T_2, p_2)$  можна за наближеною формулою:

$$D_2 = D_1 \frac{p_1}{p_2} \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (7.6)$$

Для слабкорозведених розчинів рекомендується залежність для визначення значення коефіцієнта молекулярної дифузії  $D_2$  за будь-якої температури  $T_2$ , якщо відоме його значення за температурою  $T_1(D_1)$ :

$$D_2 = D_1 \frac{T_2}{T_1} \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad (7.7)$$

де  $\mu_1, \mu_2$  – динамічні коефіцієнти в'язкості розчину за температур  $T_1$  і  $T_2$ .

Для визначення коефіцієнта молекулярної дифузії газу, розчиненого в рідині, за температури, відмінної від  $t = 20$  °C:

$$D = D_{20} [1 + b(t - 20)], \quad (7.8)$$

де  $b = \frac{0,2\sqrt{\mu}}{3\sqrt{\rho}}$ ,  $\mu$  – коефіцієнт динамічної в'язкості рідини за  $t = 20$  °C;  $\rho$  – густина рідини.

Для обчислення коефіцієнта молекулярної дифузії води в повітря використовують такий вираз:

$$D = 0,0231 \cdot 10^{-3} \frac{p_0}{p} \left( \frac{T}{T_0} \right)^{1.81}, \quad (7.9)$$

де  $p_0 = 9,8 \cdot 10^5$  Па;  $T_0 = 273$  К.

**Другий закон Фіка** встановлює залежність між концентрацією, координатами і часом для процесу поширення маси за допомогою молекулярної дифузії.

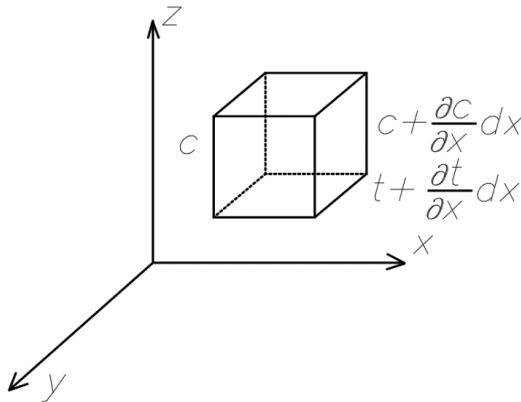


Рисунок 7.2 – Елементарний об'єм



Із системи, в якій змінюється концентрація даного компонента, виділимо елементарний об'єм із сторонами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  (рис. 7.2).

На вході в елементарний об'єм за допомогою молекулярної дифузії надходить маса:

$$\delta M_x = -D \frac{\partial c}{\partial x} dydzd\tau . \quad (7.10)$$

На виході з нього відповідно

$$\delta M_{x+dx} = -D \frac{\partial \left( c + \frac{\partial c}{\partial x} dx \right) dydzd\tau}{\partial x} . \quad (7.11)$$

Сумарний потік маси для грані за координатою  $x$

$$dM_x = \delta M_x - \delta M_{x+dx} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} dx dy dz d\tau . \quad (7.12)$$

Аналогічно одержуємо рівняння для граней за координатами  $y$ ,  $z$  та, враховуючи повний приріст маси компонента в усьому елементарному об'ємі,

$$dM = dM_x + dM_y + dM_z = D \nabla^2 c dydzd\tau , \quad (7.13)$$

де  $\nabla^2 c = \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа.

Маса даного компонента, що надійшла за допомогою молекулярної дифузії, спричинила зміну його концентрації в елементарному об'ємі, яку можна подати такою залежністю:

$$dM = dx dy dz \frac{\partial c}{\partial \tau} d\tau \quad (7.14)$$

Ураховуючи рівняння (7.13) та (7.14), одержуємо аналітичний вираз другого закону Фіка:

$$\frac{\partial c}{\partial \tau} = D \nabla^2 c . \quad (7.15)$$

Різновиди молекулярної дифузії: термодифузія та бародифузія.

Явище зміни концентрації, обумовлене наявністю неоднорідності температурного поля в різних точках системи, називають термодифузією або термічною дифузією.

Кількісно це явище оцінюють таким рівнянням:

$$j_i = -\rho \frac{D_{iT}}{T} \frac{\partial t}{\partial n}, \quad (7.16)$$

де  $\rho$  – густина суміші;  $T$  – загальна температура суміші;  $D_{iT}$  – коефіцієнт термодифузії:

$$D_{iT} = k_{iT} D_i,$$

де  $k_{iT}$  – термодифузійне відношення для  $i$ -го компонента. Явище термодифузії враховують за великих градієнтів температури.

Зміну концентрації за рахунок наявності нерівномірності поля тиску називають бародифузією та визначають за таким рівнянням:

$$j_i = -\rho \frac{D_{iP}}{p} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad (7.17)$$

де  $\rho$  – густина суміші;  $p$  – загальний тиск суміші;  $D_{iP}$  – коефіцієнт бародифузії:

$$D_{iP} = k_{iP} D_i,$$

де  $k_{iP}$  – бародифузійне відношення для  $i$ -го компонента.

## 7.2 Конвекційна дифузія

Конвекційна дифузія також має назву масоперенесення, обумовлена переміщенням мольних об'ємів компонентів, що складають суміш. Конвекційна дифузія супроводжується молекулярною дифузією. Таке сумісне перенесення називають масовіддачею. Масовіддача спостерігається за наявності газових і рідинних середовищ та описується рівнянням

$$M = \beta (c^I - c^{II}) F \tau, \quad (7.18)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт масовіддачі;  $c^I, c^{II}$  – концентрації компонента на двох ізоконцентраційних поверхнях.

Коефіцієнт масовіддачі чисельно дорівнює кількості маси, що передається за одиницю часу від одиниці площі однієї ізоконцентраційної поверхні до іншої за одиничної різниці концентрацій між ними. Коефіцієнт масовіддачі вимірюється в метрах за секунду. Його значення великою мірою залежить від гідродинамічних умов течії середовища. Для рідких середовищ коефіцієнт масовіддачі пропорційний коефіцієнту молекулярної дифузії.

Розглянемо масообмін між рідким або газовим середовищем і поверхнею твердого тіла. Біля самої поверхні перенесення маси відбуватиметься завдяки молекулярній дифузії. Відповідно до першого закону Фіка для елементарної кількості маси, яким обмінюється тіло із середовищем, можна записати таке співвідношення:

$$d^2M = -D \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0} dF d\tau \quad (7.19)$$

З іншого боку, елементарна поверхня  $dF$  обмінюється із середовищем тією самою масою, що визначається рівнянням масовіддачі, тобто

$$d^2M = \beta (c_{II} - c_P) dF d\tau, \quad (7.20)$$

де  $c_{II}, c_P$  – концентрації даного компонента на поверхні тіла і в об'ємі рідини.

Розв'язуючи сумісно рівняння (7.19) та (7.20), одержуємо рівняння для коефіцієнта масовіддачі:

$$\beta = - \frac{D}{(c_{II} - c_P)} \left( \frac{\partial c}{\partial x} \right)_{x=0}. \quad (7.21)$$

**Диференціальне рівняння масовіддачі** в загальному вигляді з урахуванням впливу термо- та бародифузії

$$\frac{Dc}{d\tau} = D\nabla^2 c + \rho \left( \frac{D_T}{T} \nabla^2 t + \frac{D_p}{p} \nabla^2 p \right). \quad (7.22)$$

Аналогічно без врахування впливу термо- та бародифузії рівняння (7.22) спрощуємо так:

$$\frac{Dc}{d\tau} = D\nabla^2 c. \quad (7.23)$$

Ураховуючи наявність градієнтів температур та концентрацій, **диференціальне рівняння тепломасообміну** запишемо у такому вигляді:

$$\frac{dt}{d\tau} = a\nabla^2 t + \frac{D}{\rho c_p} \nabla^2 (hc), \quad (7.24)$$

де  $a$  – коефіцієнт температуропровідності;  $h$  – питома ентальпія;  $\rho$  – густина;  $c_p$  – питома ізобарна теплоємність.

Під час розгляду дифузійних явищ аналогічно з тепловими використовуються критерії подібності, які називають дифузійними.

Безрозмірні дифузійні критерії подібності:

1) дифузійний критерій Нуссельта  $Nu_D = \frac{\beta l}{D}$  –

характеризує співвідношення між масовіддачею і молекулярною дифузією;

2) дифузійний критерій Фур'є  $Fo_D = \frac{D\tau}{l^2}$  –

характеризує зв'язок між швидкістю зміни поля концентрацій, фізичними характеристиками і розмірами тіла;

3) дифузійний критерій Пекле  $Pe_D = \frac{wl}{D}$  –

характеризує відношення молекулярного і конвекційного перенесення маси в потоці;

4) дифузійний критерій Прандтля  $Pr_D = \frac{Pe_D}{Re} = \frac{\nu}{D}$  – є

мірою подібності концентраційних і швидкісних полів у потоці рухомого середовища;

5) дифузійний критерій Стантона  $St_D = \frac{Nu_D}{Pe_D} = \frac{\beta}{w}$  –

характеризує подібність полів концентрації та швидкості в турбулентних потоках;

6) критерій Льюїса – Семенова  $Le = \frac{Pr}{Pr_D} = \frac{D}{a}$  – є мірою

подібності концентраційного і температурного полів.

### 7.3 Потрійна аналогія

В умовах течії рідини під час формування динамічного граничного шару за рахунок неоднорідності поля концентрацій відбувається також формування дифузійного граничного шару.

Поле концентрацій у дифузійному граничному шарі з певними припущеннями описують таким рівнянням:

$$w_x \frac{\partial c}{\partial x} + w_y \frac{\partial c}{\partial y} = D \frac{\partial^2 c}{\partial y^2}. \quad (7.25)$$

За наявності перенесення маси виникає динамічний граничний шар, рівняння руху в якому можна записати так:

$$w_x \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_y \frac{\partial w_y}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2}. \quad (7.26)$$

Часто перенесення маси здійснюється в системах, де відбувається поширення теплоти, обумовлене наявністю градієнта температур у рухомому середовищі. У подібних ситуаціях виникає тепловий граничний шар. Рівняння теплопровідності в ньому записується в такому вигляді:

$$w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}. \quad (7.27)$$

Рівняння (7.25), (7.26), (7.27) однакові за формою. За дотримання співвідношення  $D = \nu = a$  матиме місце потрібна аналогія – аналогія між процесами перенесення кількості маси, руху і теплоти.

Водночас дотримується таке співвідношення:

$$\text{Pr} = \text{Pr}_D = \text{Le} = 1. \quad (7.28)$$

Таким чином, певний клас явищ можна описати відомим співвідношенням:

$$\text{Nu} = C \text{Re}^n \text{Pr}^m. \quad (7.29)$$

Для аналогічного класу явищ масовіддачі буде справедлива залежність

$$\text{Nu}_D = C \text{Re}^n \text{Pr}_D^m. \quad (7.30)$$

Цей підхід широко використовується у випадках дифузії в сумішах газів, що пояснюється близькістю значень  $\text{Pr}$  та  $\text{Pr}_D$ .

#### 7.4 Масообмін між поверхнею води і повітрям

Масообмін між поверхнею води, що контактує з парогазовим середовищем (повітрям), визначається градієнтом температур води і повітря та градієнтом парціальних тисків водяної пари у повітрі й біля границі розподілу фаз. Маса води, що надходить у повітря з поверхні води:

$$M = \beta F \Delta c, \quad (7.31)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт масовіддачі;  $\Delta c$  – різниця концентрацій;  $F$  – площа поверхні води.

Середній коефіцієнт масовіддачі у разі невимушеного руху повітря біля поверхні розподілу фаз у діапазоні ( $3 \cdot 10^6 \leq \text{Ar} \cdot \text{Pr}_D < 2 \cdot 10^8$ ) визначається рівнянням

$$\text{Nu}_D = 0,66 (\text{Ar} \cdot \text{Pr}_D)^{0,26}. \quad (7.32)$$

Визначальна температура – середньоарифметична температура в граничному шарі, визначальний розмір – менша сторона поверхні розподілу фаз.

Середній коефіцієнт масовіддачі у випадку вимушеного руху повітря:

$$\text{за } Re = 3,15 \cdot 10^3 - 2,2 \cdot 10^4$$

$$Nu_D = 0,49 Re^{0,61} Pr_D^{0,33} Gu^{0,135} \left( \frac{T_{II}}{T_B} \right)^2; \quad (7.33)$$

$$\text{за } Re = 2,2 \cdot 10^4 - 3,15 \cdot 10^5$$

$$Nu_D = 0,0248 Re^{0,9} Pr_D^{0,33} Gu^{0,135} \left( \frac{T_{II}}{T_B} \right)^2. \quad (7.34)$$

У рівняннях зазначено:  $Gu$  – критерій Гухмана;  $T_{II}$  – температура повітря;  $T_B$  – температура води.

Визначальна температура – середньоарифметична температура в граничному шарі, визначальний розмір – довжина поверхні води у напрямку руху повітря.

### Контрольні питання до розділу 7

- 1 Фізичні основи молекулярної та конвективної дифузії.
- 2 Поле концентрації.
- 3 Перший закон Фіка.
- 4 Другий закон Фіка.
- 5 Різновиди молекулярної дифузії (термодифузія, бародифузія).
- 6 Масовіддача.
- 7 Диференціальне рівняння масовіддачі.
- 8 Диференціальне рівняння тепломасообміну.
- 9 Дифузійні критерії подібності.
- 10 Потрійна аналогія.
- 11 Масообмін між поверхнею води і повітрям.

## Список використаної літератури

1. Василенко С. М. Основи тепломасообміну / С. М. Василенко, А. І. Українець, В. В. Олішевський ; за ред. І. С. Гулого. – Київ : НУХТ, 2004. – 250 с.
2. Омельченко О. В. Теплообмін : навч. посіб. / О. В. Омельченко, Л. О. Цвіркун. – Кривий Ріг : ДонНУЕТ, 2021. – 100 с.
3. Акмен Р. Г. Тепло- та масообмін : текст лекцій і задачі з коментарями до розв'язання для студентів спеціальностей 7.050601-01 «Теплоенергетика» і 7.050601-02 «Енергетичний менеджмент» / Р. Г. Акмен. – Харків : НТУ «ХП», 2009. – 148 с.
4. Погорелов А. І. Тепломасообмін. Основи теорії і розрахунку : навчальний посібник для вузів / А. І. Погорелов. – Львів : Новий Світ-2000, 2004. – 144 с.
5. Лабай В. Й. Приклади і задачі з курсу тепломасообміну : навчальний посібник / В. Й. Лабай. – Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2017. – 228 с.
6. Дубровська В. В. Термодинаміка та тепломасообмін : навчальний посібник / В. В. Дубровська, В. І. Шкляр. – Київ : НТУ КПІ, 2016. – 152 с.
7. Юшко С. В. Нестационарна теплопровідність : навчальний посібник / С. В. Юшко, О. Є. Борщ, Г. І. Токар. – Харків : НТУ ХПІ, 2012. – 112 с.
8. Співак О. Ю. Тепломасообмін : навчальний посібник / О. Ю. Співак, Н. В. Резидент. – Вінниця : ВНТУ, 2021. – Ч. І. – 113 с.
9. Lienhard J. A heat transfer textbook / J. Lienhard. – Fifth edition. – Phlogiston press. – Cambridge, Massachusetts, 2020. – 784 p.
10. Adrian Bejan. Heat transfer handbook / Adrian Bejan, Allan D. Kraus. – Published by John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2003. – 1481 p.



11. Михеев М. А. Основы теплопередачи / М. А. Михеев, И. М. Михеева. – Москва : Энергия, 1977. – 344 с.
12. Теоретические основы хладотехники. Тепломассообмен / С. Н. Богданов, Н. А. Бучко, Э. И. Гуйго и др. ; под ред. Э. И. Гуйго. – Москва : Агропромиздат, 1986. – 320 с.
13. Исаченко В. П. Теплопередача : учебник для вузов / В. П. Исаченко, В. А. Осипова, А. С. Сукомел. – Москва : Энергия, 1975. – 488 с.

Електронне навчальне видання

**Мелейчук** Станіслав Станіславович,  
**Арсеньєв** В'ячеслав Михайлович,  
**Івченко** Олександр Володимирович

# **ТЕПЛОМАСООБМІН**

**Навчальний посібник**

Художнє оформлення обкладинки О. В. Івченка  
Редактор Н. З. Ключко  
Комп'ютерне верстання С. С. Мелейчука

Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 10,11. Обл.-вид. арк. 9,82.

Видавець і виготовлювач  
Сумський державний університет,  
вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК № 3062 від 17.12.2007.