

УДК 533.951,533.932, 533.992;621,373

УКПП

№ держреєстрації 0120U102140

Інв. №

**Міністерство освіти і науки України**  
Сумський державний університет (СумДУ)  
40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2  
тел. (0542) 687-776 факс (0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Проректор з наукової роботи  
д-р фіз.-мат. наук, професор

\_\_\_\_\_ А.М. Черноус

**ЗВІТ**  
**ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ**  
**МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ПРОЦЕСИ В ЛАЗЕРАХ**  
**НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ КЛІСТРОННОГО ТИПУ**  
**(остаточний)**

Керівник НДР  
д-р фіз.-мат. наук, професор

О. В. Лисенко

2023

Рукопис завершено 31 травня 2023 року

Результати роботи розглянуто науковою радою СумДУ, протокол № \_\_ від \_\_.\_\_.2023 р.

**СПИСОК АВТОРІВ**

Керівник НДР, професор кафедри ПМтаМ,СС д-р фіз.-мат. наук	_____ (підпис) 31.05.23 р.	О.В. Лисенко (вступ, висновки, розділ 1-3)
Доцент, канд. фіз.-мат. наук	_____ (підпис) 31.05.23 р.	Г.А. Олексієнко (розділ 1)
Ст.викладач, канд. фіз.-мат. наук	_____ (підпис) 31.05.23 р.	Ю.Ю. Волк (розділ 3)
Аспірант	_____ (підпис) 31.05.23р.	С.С. Ільїн (розділ 1-2)
Магістр	_____ (підпис) 31.05.23 р.	А.Т. Шевченко (розділ 3)

## РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 52 с., 14 рис., 27 джерел.

ДВОПОТОКОВА НЕСТІЙКІСТЬ, ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИЙ  
ОНДУЛЯТОР, ІНКРЕМЕНТИ ЗРОСТАННЯ ХВИЛЬ,  
СУПЕРГЕТЕРОДИННИЙ ЛАЗЕР НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ,  
ТРИХВИЛЬОВИЙ ПАРАМЕТРИЧНИЙ РЕЗОНАНС, ХВИЛІ  
ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ

Об'єкт дослідження – процеси випромінювання хвиль релятивістськими електронними пучками (РЕП) в мультигармонічних лазерах на вільних електронах (ЛВЕ) клістронного типу.

Предмет дослідження – динаміка електромагнітних хвиль та хвиль просторового заряду (ХПЗ) в мультигармонічних ЛВЕ клістронного типу з урахуванням множинних трихвильових параметричних взаємодій.

Мета роботи – встановлення основних фізичних закономірностей, що пов'язані з формуванням у мультигармонічних ЛВЕ клістронного типу потужних мультигармонічних хвиль.

Методи дослідження – квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності та рівняння Максвелла. Для розв'язання задач руху та рівняння неперервності застосовували метод усереднених характеристик, польової задачі – метод повільно змінних амплітуд. Також застосовували стандартні числові методи.

У рамках квадратичного наближення побудована теорія односекційного супергетеродинного ЛВЕ, що використовує повздовжній електростатичний ондулятор для додаткового підсилення електромагнітної хвилі сигналу. З'ясовано, що в цьому пристрої для реалізації множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій поздовжніх хвиль ХПЗ достатньо наявності монохроматичного електростатичного ондулятора. Отримані й проаналізовані вирази для інкременту зростання хвиль.

Продемонстровано, що найбільше ефективно використовувати додаткове підсилення, що забезпечує електростатичний ондулятор, при відносно невеликих значеннях релятивістського фактора пучка й при досить високих значеннях частоти вхідного електромагнітного сигналу.

У рамках кубічного нелінійного наближення побудована теорія взаємодії мультигармонічних хвиль ХПЗ у секції підсилення супергетеродинного ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором. Враховано мультигармонічність поля накачки. Показано, що на довжинах менших довжини насичення ( $z < 0,8 z_{sat}$ ) інкременти зростання хвиль не залежать від частот підсилюваних хвиль, різниця початкових фаз практично не змінюється. Запропоновано використовувати цю властивість для підсилення мультигармонічної ХПЗ із широким частотним спектром без зміни його амплітудного спектру.

У рамках нелінійного кубічного наближення проведено аналіз керування шириною частотного спектра у мультигармонічних двопотокових лазерах на вільних електронах клістронного типу за допомогою поздовжнього електричного поля. Продемонстровано, що умови множинних трихвильових параметричних резонансів між гармоніками хвилі просторового заряду, які зростають через двопотокову нестійкість, зберігаються незважаючи на зміну швидкості двопотокового електронного пучка під впливом поздовжнього електричного поля. З'ясовано, що поздовжнє прискорювальне електричне поле призводить до значного збільшення ширини частотного спектра мультигармонічної хвилі просторового заряду. Уповільнювальне електричне поле призводить до зменшення ширини спектру частоти цієї хвилі, але рівень насичення гармонік збільшується. Запропоновано використовувати прискорювальне електричне поле в пролітній секції мультигармонічного двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах для формування потужних мультигармонічних електромагнітних сигналів із широким частотним спектром, включно ультракороткі кластери.

У межах дослідження підготовлено та захищено 3 бакалаврські роботи (Шапошніков В.О., Шевченко А.Т., Піддубна Д.І.) та 4 магістерські роботи (Дробоног А.М., Ільїн С.С., Шевченко А.Т., Федорченко С.С.). За матеріалами, що пов'язані з тематикою дослідження подані на конкурс студентських наукових робіт 2 роботи (Шевченко А.Т.).

## ЗМІСТ

СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ.....	7
ВСТУП .....	8
1 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ПРОЦЕСИ В ОДНОСЕКЦІЙНИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛВЕ З ПОЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ .....	11
1.1 Модель параметричного супергетеродинного ЛВЕ .....	11
1.2 Самоузгоджена система диференціальних рівнянь для амплітуд електромагнітних полів у квадратичному нелінійному наближенні.....	13
1.3 Аналіз інкрементів зростання .....	16
2 ДИНАМІКА МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ В СЕКЦІЇ ПІДСИЛЕННЯ З ПОЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ.....	21
2.1 Модель секції підсилення ХПЗ.....	21
2.2 Система диференціальних рівнянь у кубічному нелінійному наближенні для амплітуд хвиль просторового заряду .....	26
2.3 Аналіз динаміки мультигармонічних хвиль ХПЗ.....	27
3 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ТРИХВИЛЬОВІ РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ В ПРОЛІТНІЙ СЕКЦІЇ ДВОПОТОКОВОГО СУПЕРГЕТЕРОДИННОГО ЛВЕ З ПОЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ПОЛЕМ .....	33
1.1 Модель пролітної секції .....	33
1.2 Аналітичне дослідження .....	36
1.3 Аналіз формування спектрів хвиль просторового заряду .....	40
ВИСНОВКИ.....	46
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ .....	49

## СПИСОК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- ЛВЕ – лазер на вільних електронах;
- РЕП – релятивістський електронний пучок;
- ХПЗ – хвиля просторового заряду;
- $c.c.$  – комплексно-спряжена величина (complex conjugate);
- $c$  – швидкість світла;
- $e$  – заряд електрона;
- $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$  – орти осей  $X, Y, Z$  відповідно;
- $i$  – уявна одиниця;
- $m_e$  – маса електрона;
- $\gamma$  – релятивістський фактор;

## ВСТУП

Створення нових потужних джерел терагерцового випромінювання і їх практичне застосування є одним з основних напрямків сучасної електроніки [17]. Лазери на вільних електронах (ЛВЕ) є найбільш потужними пристроями в цьому в цьому діапазоні частот [3, 4]. Тому теоретичний аналіз нових схем таких пристроїв є важливою та актуальною задачею.

Серед різних типів ЛВЕ варто виділити супергетеродинні ЛВЕ [3]. Особливість супергетеродинних ЛВЕ полягає в тому, що вони використовують додатковий механізм для підсилення хвиль. У ряді випадків використання додаткового механізму підсилення хвиль приводить до того, що в супергетеродинних ЛВЕ стають можливими генерація й підсилення хвиль із широким частотним спектром, що може мати різні досить цікаві практичні застосування [17].

В поданому звіті проведено аналіз мультигармонічних процесів у клістронних супергетеродинних лазерах на вільних електронах двох типів: параметричних та двопотокових.

У розділі 1 і 2 розглядаються мультигармонічні процеси в параметричному супергетеродинному лазері на вільних електронах [3, 8, 9], в якому використовується як накачка періодичне реверсивне електростатичне поле [3, 8, 10]. Таке поле накачки розглядається як мультигармонічне, що є близьким до реальних експериментальних умов. Як додатковий механізм підсилення тут використовується трихвильовий параметричний резонанс між повільною, швидкою хвилями ХПЗ і поздовжнім періодично реверсивним електричним полем, що створюється електростатичним ондулятором [3, 8, 10].

У розділі 1 у рамках квадратичного нелінійного наближення проведено аналіз підсилення електромагнітного сигналу в односекційній моделі



супергетеродинного параметричного ЛВЕ, що використовує два механізми підсилення електромагнітного сигналу: механізм параметричного підсилення електромагнітного сигналу з використанням традиційної накачки на базі ондулятора з поперечним магнітним полем і додатковий механізм підсилення з використанням поздовжнього електростатичного ондулятора. Отримано рівняння, які описують нелінійну динаміку хвиль у досліджуваній системі, визначені інкременти зростання хвиль. Знайдено область параметрів, коли досліджуваній пристрій ефективно підсилює електромагнітне випромінювання.

У розділі 2 в рамках кубічної нелінійної теорії досліджено мультигармонічні процеси у секції підсилення мультигармонічної хвилі просторового заряду (ХПЗ) параметричного супергетеродинного ЛВЕ. Показано, що незважаючи на те, що періодичне реверсивне електричне поле електростатичного ондулятора є монохроматичним, у секції підсилення можливе підсилення ХПЗ, які складаються з багатьох гармонік без зміни його амплітудного спектра. Ще одною особливістю процесів, які відбуваються в цій секції, є генерація додаткового періодичного реверсивного електричного поля, що виникає в нерівноважній системі.

Розділ 3 присвячений дослідженню мультигармонічних процесів у пролітній секції двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах клістронного типу. Тут досліджено механізми, які дозволяють керувати частотними спектрами хвиль просторового заряду у двопотокових релятивістських електронних пучка. Досліджено вплив поздовжнього електростатичного поля на формування мультигармонічної ХПЗ. Унікальність досліджуваної ситуації полягає в тому, що зміна поздовжньої швидкості двопотокового релятивістського електронного пучка під впливом поздовжнього електростатичного поля не впливає на умови трихвильової параметричної взаємодії між гармоніками ХПЗ. Така ситуація забезпечується лінійністю дисперсійної характеристики зростаючої ХПЗ і синхронністю

зміни дисперсійних властивостей усіх гармонік ХПЗ при зміні швидкості електронного пучка.

Результати дослідження опубліковані у 11 працях, 5 з яких обліковується БД Scopus.

# 1 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ПРОЦЕСИ В ОДНОСЕКЦІЙНИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛВЕ З ПОЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ

## 1.1 Модель параметричного супергетеродинного ЛВЕ

Досліджуємо фізичні процеси односекційної моделі супергетеродинного ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором (рис. 1.1). Уздовж осі приладу рухається релятивістський електронний пучок 1. Приймаємо, що просторовий заряд релятивістського електронного пучка (РЕП) скомпенсований нерухомим іонним фоном. В поперечній площині модель є однорідною. Релятивістський пучок 1 проходить через магнітне поле, що створюється мультигармонічним Н-убітронним ондулятором 2 з періодом ондуляції основної гармоніки  $\Lambda_I$  (хвильове число  $k_{2,1} = 2\pi/\Lambda_I$ ). Магнітне поле ондулятора в досліджуваному пристрої є першою накачкою. У робочому об'ємі пристрою також створюється поздовжнє електростатичне поле за допомогою ондулятора 3. Це поле характеризується періодом ондуляції основної гармоніки  $\Lambda_{II}$  (хвильове число  $k_{\gamma,1} = 2\pi/\Lambda_{II}$ ).

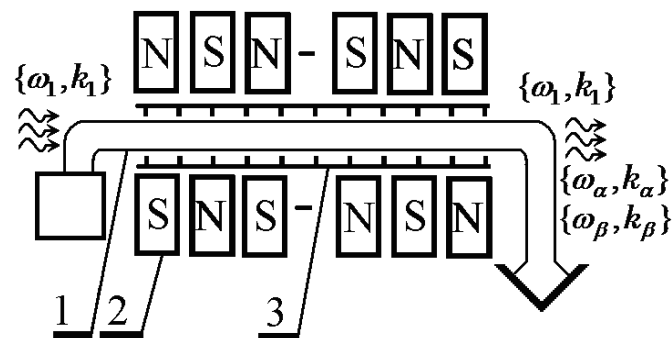


Рисунок 1.1 — Схема односекційної моделі супергетеродинного ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором: 1 - релятивістський електронний пучок; 2 - ондулятор, що створює поперечне Н-убітронне магнітне поле; 3 – ондулятор, що створює поздовжнє електростатичне поле

На вхід приладу подається поперечна електромагнітна хвиля сигналу із частотою першої гармоніки  $\omega_1$  й хвильовим числом  $k_{1,1}$ . Вважаємо, що в загальному випадку всі хвилі в досліджуваній системі є мультигармонічними.

У результаті параметричної резонансної взаємодії поперечної електромагнітної хвилі сигналу  $\{\omega_1, k_1\}$  й поперечного Н-убітронного магнітного поля накачки  $\{k_2\}$  в релятивістському електронному пучку збуджується поздовжня повільна хвиля просторового заряду із частотою першої гармоніки  $\omega_\alpha$  й хвильовим числом  $k_{\alpha,1}$ . Частоти й хвильові числа перших гармонік цих хвиль, які знаходяться у хвильовому параметричному резонансі, зв'язані між собою співвідношеннями

$$\omega_\alpha = \omega_1, \quad k_{\alpha,1} = k_{1,1} + k_{2,1}. \quad (1.1)$$

Завдяки відповідному вибору параметрів, у досліджуваному ЛВЕ створені також умови для реалізації ще однієї параметричної резонансної взаємодії. А саме, у результаті взаємодії між поздовжнім електростатичним полем другої накачки  $\{k_\gamma\}$  й повільною хвилею ХПЗ  $\{\omega_\alpha, k_\alpha\}$  збуджується швидка хвиля ХПЗ із частотою першої гармоніки  $\omega_\beta$  й хвильовим числом  $k_{\beta,1}$ . Частоти й хвильові числа цих поздовжніх хвиль ХПЗ задовольняють умовам другого параметричного резонансу

$$\omega_\alpha = \omega_\beta, \quad k_{\alpha,1} = k_{\gamma,1} + k_{\beta,1}. \quad (1.2)$$

Як відомо [3, 4], повільна хвиля ХПЗ характеризується від'ємною енергією, а швидка – додатною. Через те, що в параметричному резонансі беруть участь хвилі з різним знаком енергії, у досліджуваному пристрої виникає ситуація, коли амплітуди як повільної, так і швидкої хвиль ХПЗ

зростають. Це зростання забезпечується переходом частини кінетичної енергії поздовжнього руху релятивістського електронного пучка в енергію хвиль просторового заряду. Завдяки цьому забезпечується додаткове підсилення повільної хвилі ХПЗ, що переноситися, у свою чергу, на поперечний електромагнітний сигнал через механізм параметричного резонансу (1.1).

## 1.2 Самоузгоджена система диференціальних рівнянь для амплітуд електромагнітних полів у квадратичному нелінійному наближенні

Як вихідні використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності й рівняння Максвелла [3, 4]. Для вирішення задачі руху й знаходження концентрації використовуємо метод усереднених характеристик [3]. Для вирішення задачі збудження електромагнітних полів використовуємо метод повільно змінних амплітуд. Приймаємо, що хвиля електромагнітного сигналу, поздовжні електронні хвилі й поля накачок у загальному випадку мають мультигармонічну природу

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_1 &= \sum_{m=1}^N [E_{1,m} \exp(ip_{1,m}) + c.c.] \mathbf{e}_x, & \mathbf{B}_1 &= \sum_{m=1}^N [B_{1,m} \exp(ip_{1,m}) + c.c.] \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{E}_\alpha &= \sum_{m=1}^N [E_{\alpha,m} \exp(ip_{\alpha,m}) + c.c.] \mathbf{e}_z, & \mathbf{E}_\gamma &= \sum_{m=1}^N [E_{\gamma,m} \exp(ip_{\gamma,m}) + c.c.] \mathbf{e}_z, \\ \mathbf{E}_\beta &= \sum_{m=1}^N [E_{\beta,m} \exp(ip_{\beta,m}) + c.c.] \mathbf{e}_z, & \mathbf{B}_2 &= \sum_{m=1}^N [B_{2,m} \exp(ip_{2,m}) + c.c.] \mathbf{e}_y, \end{aligned} \quad (1.3)$$

де  $N$  – кількість гармонік, які враховуються при вирішенні задачі,

$m$  – індекс номера гармоніки;

$p_{1,m} = m\omega_1 - k_{1,m}z$  – фаза електромагнітної хвилі сигналу,

$p_{\alpha,m} = m\omega_\alpha - k_{\alpha,m}z$  – фаза повільної хвилі ХПЗ,

$p_{\gamma,m} = -mk_{\gamma}z$  – фаза поздовжнього електростатичного поля накачки,

$p_{\beta,m} = m\omega_{\beta} - k_{\beta,m}z$  – фаза швидкої хвилі ХПЗ,

$p_{2,m} = -mk_2z$  – фаза Н-убітронного поля накачки.

Таким чином, електричне й магнітне поля в робочому об'ємі системи мають вигляд

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_{\alpha} + \mathbf{E}_{\beta} + \mathbf{E}_{\gamma}; \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2. \quad (1.4)$$

Для вирішення задачі руху й рівняння неперервності використовуємо ієрархічний підхід до теорії коливань і хвиль [3]. У підсумку одержуємо для швидкоосцилюючих компонент вирази в аналітичному виді, а для повільно змінних компонентів диференціальні рівняння, які не залежать від швидкоосцилюючих компонент.

Далі отримані рішення для швидкості й концентрації підставляємо в рівняння Максвелла. Застосовуємо метод повільно змінних амплітуд. Уважаємо, що реалізується квазістаціонарний режим взаємодії, коли амплітуди полів залежать лише від координати  $z$  й не залежать від часу  $t$ . У результаті проведених перетворень у рамках нелінійного квадратичного наближення одержуємо систему диференціальних рівнянь для амплітуд взаємодіючих хвиль

$$\begin{aligned} C_{1,1,1} \frac{dE_{1,1}}{dz} &= C_{3,1,1}^I E_{\alpha,1} B_{2,1}^*, \\ C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} &= C_{3,\alpha,m}^I E_{1,m} B_{2,m} \cdot \delta_{m,1} + C_{3,\alpha,m}^{II} E_{\beta,m} E_{\gamma,m}, \\ C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} &= C_{3,\beta,m}^{II} E_{\alpha,m} E_{\gamma,m}^*. \end{aligned} \quad (1.5)$$

Частоти й хвильові числа взаємодіючих хвиль задовольняють дисперсійним рівнянням:

$$D_{1,m} \equiv \left[ k_{1,m}^2 - \frac{\omega_{1,m}^2}{c^2} - \frac{\omega_p^2}{\gamma_0 c^2} \right] = 0, \quad (1.6)$$

$$D_{\chi,m} \equiv -ik_{\chi,m} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\Omega_{\chi,m}^2 \nu_{z0}^2 \gamma_0^3} \right) = 0. \quad (1.7)$$

У цих співвідношеннях  $\cdot \delta_{m,1}$  – символ Кронекера, індекс  $\chi$  приймає значення  $\alpha, \beta$ ;

$$C_{1,1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(-ik_{1,m})}; \quad C_{3,1,m}^I = \frac{\omega_p^2 m \cdot \omega_1 \cdot e}{2\Omega_{\alpha,m} m_e \gamma_0^4 k_{1,m} k_{2,m} c^3 \nu_{z0}^2} \left( \frac{\nu_{z0}^2 \gamma_0^2}{c^2} - \frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,m}} \right);$$

$$C_{1,\chi,m} = \frac{\partial D_{\chi,m}}{\partial(-ik_{\chi,m})}; \quad C_{3,\alpha,m}^I = \frac{\omega_p^2 e k_{\alpha,m}}{\nu_{z0}^2 \Omega_{\alpha,m}^2 m_e \gamma_0^2 c^2 k_{2,m}} \left( \frac{\nu_{z0}}{c} - \frac{k_{\alpha,m} c}{m \cdot \omega_{\alpha}} \right); \quad (1.8)$$

$$C_{3,\alpha,m}^{II} = \frac{-k_{\alpha,m} \omega_p^2 e / m_e}{\Omega_{\alpha,m} \Omega_{\beta,m} \Omega_{\gamma,m} \gamma_0^6 \nu_{z0}^3} \times \left( \frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,m}} + \frac{k_{\beta,m}}{\Omega_{\beta,m}} + \frac{k_{\gamma,m}}{\Omega_{\gamma,m}} - \frac{3\nu_{z0}^2 \gamma_0^2}{c^2} \right);$$

$$C_{3,\beta,m}^{II} = -k_{\beta,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; \quad C_{3,\gamma,m}^{II} = -k_{\gamma,m} C_{3,\alpha,m}^{II} / k_{\alpha,m}; \quad \omega_p^2 = 4\pi n_0 e^2 / m_e.$$

$$\Omega_{\chi,m} = m\omega_{\chi} / \nu_{z0} - k_{\chi,m} \quad \gamma_0 = 1 / \sqrt{1 - (\nu_{z0} / c)^2};$$

$\nu_{z0}$  – постійна складова швидкості релятивістського пучка;

$n_0$  – концентрація електронів у пучку,

$c$  – швидкість світла у вакуумі;

$e = -|e|$ ,  $m_e$  – заряд і маса електрона, відповідно.

Система рівнянь (1.5) дозволяє досліджувати у квадратичному нелінійному наближенні мультигармонічні процеси в досліджуваному ЛВЕ.

### 1.3 Аналіз інкрементів зростання

Проведемо аналіз умов трихвильових резонансних взаємодій між поздовжніми хвилями. З дисперсійного співвідношення (1.7) нескладно одержати співвідношення між частотами й хвильовими числами для повільної й швидкої хвиль ХПЗ пучка:

$$k_{\alpha,m} = m\omega_{\alpha}/v_{z0} + \omega_p/(\gamma_0^{3/2}v_{z0}), \quad k_{\beta,m} = m\omega_{\beta}/v_{z0} - \omega_p/(\gamma_0^{3/2}v_{z0}). \quad (1.9)$$

Використовуючи ці співвідношення, легко переконатися, що з умов трихвильового параметричного резонансу (1.2) для перших гармонік повільної, швидкої ХПЗ і поздовжньої хвилі накачки впливає виконання умов трихвильового резонансу між  $m$ -ми гармоніками повільної, швидкої ХПЗ і першою гармонікою поздовжньої хвилі накачки:

$$p_{\alpha,m} = p_{\beta,m} + p_{2,1} \text{ або } m\omega_{\alpha} = m\omega_{\beta}, \quad k_{\alpha,m} = k_{\gamma,1} + k_{\beta,1}. \quad (1.10)$$

При цьому хвильове число першої гармоніки електростатичного поля накачки приймає наступне значення:

$$k_{\gamma,1} = 2\pi/\Lambda, \quad (1.11)$$

$$\text{де } \Lambda = \pi\gamma_0^{3/2}v_{z0}/\omega_p.$$

З (1.10), (1.11) випливає, що для реалізації величезної кількості трихвильових резонансних взаємодій поздовжніх хвиль ХПЗ достатньо наявності монохроматичного електростатичного ондулятора.

Розглянемо випадок слабого сигналу, приймаючи, що на початковому етапі взаємодії Н-убітронне поле поперечної накачки й електростатичне поле поздовжньої накачки є досить великими і їх змінами можна знехтувати, вищі



гармоніки взаємодіючих хвиль ще не сформовані. Тоді, використовуючи рівняння (1.5), для перших гармонік взаємодіючих хвиль можемо записати

$$\begin{aligned} C_{1,1,1} \frac{dE_{1,1}}{dz} &= C_{3,1,1}^I E_{\alpha,1} B_{2,1}^*, \\ C_{1,\alpha,1} \frac{dE_{\alpha,1}}{dz} &= C_{3,\alpha,1}^I E_{1,1} B_{2,1} + C_{3,\alpha,1}^{II} E_{\beta,1} E_{\gamma,1}, \\ C_{1,\beta,1} \frac{dE_{\beta,1}}{dz} &= C_{3,\beta,1}^{II} E_{\alpha,1} E_{\gamma,1}^*. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Шукаємо вирішення системи рівнянь (1.12) і першого рівняння системи (1.5) у вигляді  $E_{1,1}, E_{\alpha,1}, E_{\beta,1} \sim \exp(\Gamma z)$ . Підстановка таких розв'язків у ці рівняння дозволяє знайти вираз для результуючого інкременту зростання хвиль у досліджуваному ЛВЕ

$$\Gamma = \sqrt{\Gamma_I^2 + \Gamma_{II}^2}, \quad (1.13)$$

де

$$\Gamma_I = \sqrt{\frac{C_{3,1,1}^I}{C_{1,1,1}} \cdot \frac{C_{3,\alpha,1}^I}{C_{1,\alpha,1}} \cdot |B_{2,1}|^2}, \quad \Gamma_{II} = \sqrt{\frac{C_{3,\alpha,1}^{II}}{C_{1,\alpha,1}} \cdot \frac{C_{3,\beta,1}^{II}}{C_{1,\beta,1}} \cdot |E_{\gamma,1}|^2}. \quad (1.14)$$

Бачимо, що результуючий інкремент зростання  $\Gamma$  визначається як інкрементом зростання за рахунок параметричного резонансу поперечних хвиль  $\Gamma_I \sim |B_{2,1}|$ , так і інкрементом зростання за рахунок параметричного резонансу поздовжніх хвиль  $\Gamma_{II} \sim |E_{\gamma,1}|$ .

Проведемо чисельний аналіз інкрементів зростання залежно від параметрів системи. На рис. 1.2 подані залежності цих інкрементів зростання від релятивістського фактора електронного пучка  $\gamma_0$ . Крива 1 відповідає залежності  $\Gamma_I = \Gamma_I(\gamma_0)$ , що визначається параметричним резонансом

поперечних хвиль, крива 2 показує залежність  $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\gamma_0)$ , що визначається параметричним резонансом поздовжніх хвиль, крива 3 подає залежність результуючого інкременту зростання від релятивістського фактора  $\Gamma = \Gamma(\gamma_0)$ . Ці криві побудовані за умови сталості частоти першої гармоніки електромагнітного сигналу. Розрахунки виконані за наступними параметрами системи: плазмова частота пучка  $\omega_p = 3,0 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ ; амплітуда напруженості електричного поля поздовжнього електростатичного поля накачки  $E_{\gamma,1} = 30 \text{ кВ/см}$ , індукція магнітного поля накачки  $B_{2,1} = 0.02 \text{ Тл}$ , циклічна частота електромагнітної хвилі  $\omega_{1,1} = 3 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ . Варто звернути увагу, що з погляду «звичайних» ЛВЕ [3, 4] такі значення параметрів є досить помірними.

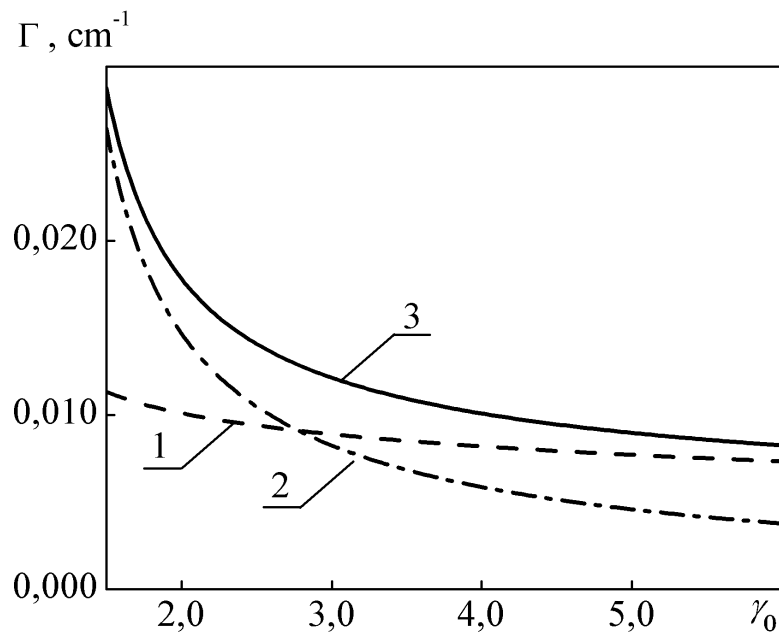


Рисунок 1.2 – Залежності інкрементів зростання хвиль від релятивістського фактора електронного пучка. Крива 1 відповідає залежності  $\Gamma_I = \Gamma_I(\gamma_0)$ , крива 2 –  $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\gamma_0)$ , крива 3 –  $\Gamma = \Gamma(\gamma_0)$ .

З рис. 1.2 випливає, що зі збільшенням релятивістського фактора всі інкременти зменшуються. Також бачимо, що при низьких значеннях

релятивістського фактора  $\gamma_0$  інкременти зростання  $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\gamma_0)$  (крива 2), які визначаються параметричним резонансом поздовжніх хвиль, домінує над інкрементами  $\Gamma_I = \Gamma_I(\gamma_0)$  (крива 1), що визначається параметричним резонансом поперечних хвиль. Це означає, що використання додаткового підсилення за рахунок поздовжнього електростатичного ондулятора буде найбільш ефективним при відносно низьких релятивістських факторах.

На рис. 1.3 подані залежності інкрементів зростання хвиль від частоти електромагнітного сигналу  $\omega_1$ . Крива 1 відповідає залежності  $\Gamma_I = \Gamma_I(\omega_1)$ , що визначається параметричним резонансом поперечних хвиль, крива 2 показує залежність  $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\omega_1)$ , що визначається параметричним резонансом поздовжніх хвиль, крива 3 подає залежність результуючого інкременту зростання від релятивістського фактора  $\Gamma = \Gamma(\omega_1)$ . Ці криві побудовані при постійному релятивістському факторі, що дорівнює трьом ( $\gamma_0 = 3$ ). Інші параметри системи такі ж як і у випадку рис. 1.2. З рис. 1.3 випливає, що інкремент зростання  $\Gamma_I = \Gamma_I(\omega_1)$ , обумовлений параметричним резонансом поперечних хвиль (крива 1), зі збільшенням частоти зменшується, що корелює з раніше проведеними дослідженнями [15, 17]. Інкремент зростання  $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\omega_1)$ , що пов'язаний з підсиленням хвиль у поздовжньому електростатичному ондуляторі (крива 2) в усьому досліджуваному діапазоні залишається практично постійним. У зв'язку із цим додаткове підсилення хвиль, яке створюється електростатичним ондулятором, буде ефективним при високих частотах. Таким чином, пропонована конструкція ЛВЕ буде більш ефективно працювати при відносно більших частотах вхідного електромагнітного сигналу.

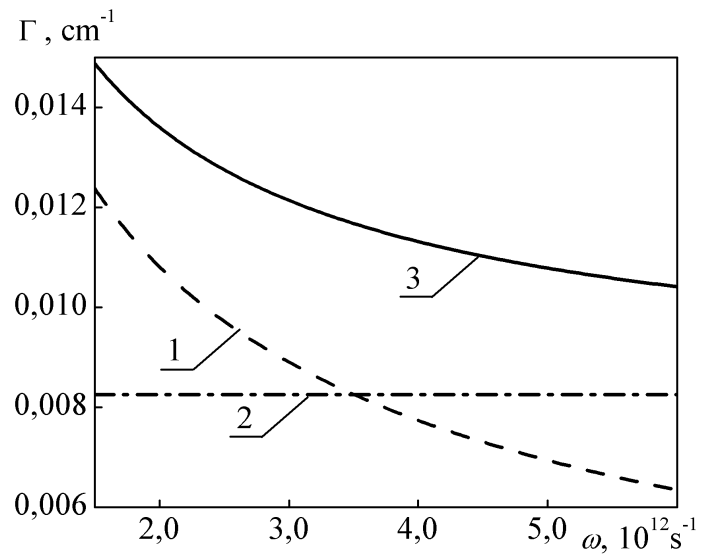


Рисунок 1.3 – Залежності інкрементів зростання хвиль від частоти електромагнітного сигналу  $\omega_1$ . Крива 1 відповідає залежності  $\Gamma_I = \Gamma_I(\omega_1)$ , крива 2 –  $\Gamma_{II} = \Gamma_{II}(\omega_1)$ , крива 3 –  $\Gamma = \Gamma(\omega_1)$ .

## 2 ДИНАМІКА МУЛЬТИГАРМОНІЧНИХ ХВИЛЬ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ В СЕКЦІЇ ПІДСИЛЕННЯ З ПОЗДОВЖНІМ ЕЛЕКТРОСТАТИЧНИМ ОНДУЛЯТОРОМ

### 2.1 Модель секції підсилення ХПЗ

Розглянемо модель супергетеродинного ЛВЕ [3, 8], у якого для підсилення мультигармонічних хвиль просторового заряду застосовується ондулятор з поздовжнім електростатичним полем. На рис. 2.1 показана одна з можливих схем такого приладу. Тут електронний пучок 1 проходить через нерезонансний модулятор 2, у якому відбувається модуляція пучка, і формуються мультигармонічні хвилі ХПЗ. Далі в секції 3, у якій розміщений поздовжній електростатичний ондулятор, відбувається підсилення мультигармонічних ХПЗ. У секції 4 електронний пучок прискорюється, а в секції 5, що містить поперечне мультигармонічне Н-убітронне магнітне поле, відбувається перетворення підсиленої й прискореної повільної мультигармонічної ХПЗ у мультигармонічну електромагнітну хвилю. Таким чином, на виході приладу одержуємо потужний електромагнітний сигнал із широким частотним спектром, у тому числі й потужний ультракороткий електромагнітний кластер.

У цьому звіті головна увага зосереджена на аналізі динаміки хвиль просторового заряду в секції підсилення хвиль ХПЗ (рис. 2.1, позиція 3). Підсилення мультигармонічних ХПЗ у цій секції відбувається завдяки використанню ондулятора з поздовжнім електростатичним полем [8], схема якого подана на рис. 2.2. Попередньо промодульований релятивістський електронний пучок 1 рухається уздовж осі електростатичного ондулятора й проходить через область періодично реверсивного поздовжнього електричного поля, що створюється електродами 2. Електроди 2 підключені до джерел високої напруги таким чином, що б електричні поля 3 між будь-яким електродом і його сусідами праворуч і ліворуч були спрямовані паралельно осі пучка й взаємно протилежно.

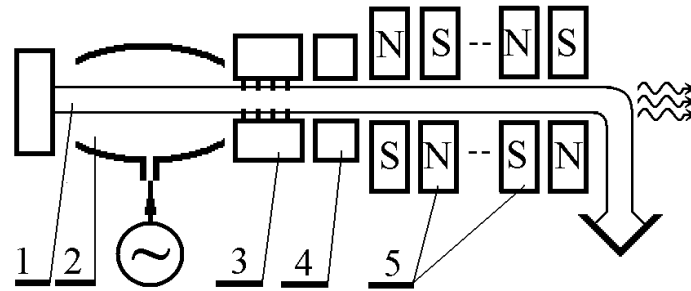


Рисунок 2.1 — Схема супергетеродинного ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором: 1 – електронний пучок; 2 – нерезонансний модулятор; 3 – секція підсилення мультигармонічних ХПЗ; 4 – секція прискорення електронного пучка; 5 – Н-убітронний ондулятор

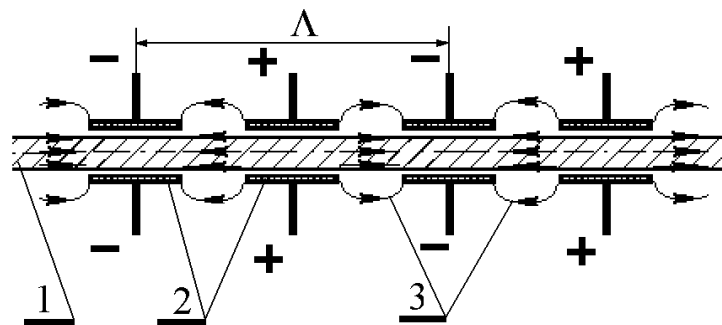


Рисунок 2.2 — Схема секції підсилення хвиль ХПЗ

Приймаємо, що на вхід секції підсилення подається промодульований пучок електронів, у якому розповсюджується повільна й швидка хвилі ХПЗ відповідно:

$$\mathbf{E}_\alpha = \sum_{m=1}^N [E_{\alpha,m} \exp(ip_{\alpha,m}) + c.c.] \mathbf{e}_z, \quad (2.1)$$

$$\mathbf{E}_\beta = \sum_{m=1}^N [E_{\beta,m} \exp(ip_{\beta,m}) + c.c.] \mathbf{e}_z, \quad (2.2)$$

де  $E_{\alpha,m}$  і  $E_{\beta,m}$  – комплексні амплітуди напруженостей електростатичного поля  $m$ -х гармонік повільної й швидкої хвиль ХПЗ відповідно,  
 $m = 1, 2, \dots, N$  – номери гармонік ХПЗ,  
 $p_{\alpha,m} = m \cdot \omega \cdot t - k_{\alpha,m} z$  і  $p_{\beta,m} = m \cdot \omega \cdot t - k_{\beta,m} z$  – фази  $m$ -х гармонік повільної та швидкої ХПЗ відповідно,  
 $k_{\alpha,m}$  і  $k_{\beta,m}$  – їх хвильові числа,  
 $\omega$  – частота першої гармоніки,  
 $\mathbf{e}_z$  – орт осі  $Z$ .

Електричне поле ондулятора має такий вигляд:

$$\mathbf{E}_{20} = \sum_{m=1}^{N_1} [E_{20,m} \exp(im p_2) + c.c.] \mathbf{e}_z, \quad (2.3)$$

де  $E_{20,m}$  – комплексна амплітуда напруженості електричного поля ондулятора  $m$ -ї гармоніки,  
 $p_2 = k_2 z$  – його фаза,  
 $k_2 = 2\pi/\Lambda$  - хвильове число,  
 $\Lambda$  – період ондуляції.

В роботі показано, що мультигармонічні режими можуть реалізовуватись і у випадку монохроматичного електростатичного поля ондулятора ( $N_1 = 1$ ). Але реалізоване експериментально електричне поля ондулятора буде мати і вищі гармоніки. У співвідношенні (2.3) це враховано. Також зазначимо, що однією з задач дослідження є вивчення впливу немонохроматичності поля електростатичного ондулятора на динаміку хвиль ХПЗ.

Слід також зазначити, що електронний пучок модулюється полем ондулятором і в результаті цього генерується додаткове періодичне реверсивне електричне поле, яке має фазу  $p_2$

$$\mathbf{E}_2^d = \sum_{m=1}^{N_1} [E_{2,m}^d \exp(im p_2) + c.c.] \mathbf{e}_z. \quad (2.4)$$

У підсумку результуюче електричне поле фази  $p_2$  буде мати вигляд

$$\mathbf{E}_2 = \mathbf{E}_{20} + \mathbf{E}_2^d, \quad (2.5)$$

Розглядаємо випадок, коли в системі реалізується раманівський режим взаємодії й виконуються наступні умови трихвильового параметричного резонансу для кожної трійки гармонік

$$p_{\alpha,m} = p_{\beta,m} - p_2 \text{ або } k_{\alpha,m} = k_{\beta,m} + k_2. \quad (2.6)$$

Як відомо, хвильові числа повільної і швидкої ХПЗ мають вигляд [3, 4]:

$$k_{\alpha,m} = m \cdot \omega / v_0 + \omega_p / (\gamma_0^{3/2} v_0), \quad k_{\beta,m} = m \cdot \omega / v_0 - \omega_p / (\gamma_0^{3/2} v_0), \quad (2.7)$$

де  $v_0$  – постійна складова швидкості електронів пучка,

$\gamma_0$  – їх релятивістський фактор,

$\omega_p$  – ленгмюрівська частота.

Підставивши (2.7) в (2.6), неважко переконатися, що умови параметричних резонансів (2.6) будуть виконані, якщо період ондуляції електростатичного поля буде дорівнювати:



$$\Lambda = \pi \gamma_0^{3/2} \nu_0 / \omega_p. \quad (2.8)$$

Аналізуючи умову (2.8) можемо переконатися, що період ондуляції не залежить від номера гармоніки  $m$ . Це означає, що коли умова параметричного резонансу (2.6) буде виконуватися для перших гармонік, то вона також буде справедливою й для усіх  $m$ -х гармонік. Це означає, що у всіх резонансних процесах буде брати участь тільки перша просторова гармоніка поля електростатичного ондулятора. Таким чином, наявність монохроматичного поля накачки електростатичного ондулятора достатньо для реалізації великої кількості трихвильових параметричних резонансів між  $m$ -и гармоніками швидкої, повільної хвиль ХПЗ і першою гармонікою поля електростатичного ондулятора. Про такі взаємодії говорять як про множинні параметричні резонанси [3, 9, 14].

Також слід зазначити, що дисперсійні залежності швидкої й повільної хвиль ХПЗ є лінійними й зміщеними одна відносно одної на постійну величину (див. співвідношення (2.7)). Тому між їх гармоніками реалізуються також і множинні параметричні резонансні взаємодії іншого типу:

$$\begin{aligned} k_{\alpha, n-m+l} \Big|_{n-m+l>0} &= k_{\beta, n} - k_{\beta, m} + k_{\alpha, l}, \\ k_{\alpha, n-m+l} \Big|_{n-m+l>0} &= k_{\alpha, n} - k_{\alpha, m} + k_{\alpha, l}, \\ k_{\alpha, n+m+l} &= k_{\alpha, n} + k_{\beta, m} + k_{\alpha, l}, \\ k_{\beta, n-m+l} \Big|_{n-m+l>0} &= k_{\alpha, n} - k_{\alpha, m} + k_{\beta, l}, \\ k_{\beta, n-m+l} \Big|_{n-m+l>0} &= k_{\beta, n} - k_{\beta, m} + k_{\beta, l}, \\ k_{\beta, n+m+l} &= k_{\beta, n} + k_{\alpha, m} + k_{\beta, k}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

де  $n, m, l$  – цілі числа.

Відомо, що повільна хвиля ХПЗ характеризується від'ємною енергією, а швидка – додатною [3, 4]. Тому в результаті множинних параметричних хвильових резонансів відбувається підсилення як швидкої, так і повільної мультигармонічних хвиль ХПЗ за рахунок кінетичної енергії електронного пучка.

## 2.2 Система диференціальних рівнянь у кубічному нелінійному наближенні для амплітуд хвиль просторового заряду

Як вихідні використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння [1, 5], рівняння неперервності й рівняння Максвелла. Застосуємо ієрархічний асимптотичний підхід до теорії коливань і хвиль [1, 5], метод повільно змінних амплітуд і одержуємо для амплітуд напруженості електричного поля хвиль просторового заряду  $\alpha$  і  $\beta$ , які беруть участь у параметричних резонансах, систему диференціальних рівнянь у кубічному нелінійному наближенні:

$$\begin{aligned} C_{2,\alpha,m} \frac{d^2 E_{\alpha,m}}{dz^2} + C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} + D_{\alpha,m} E_{\alpha,m} &= C_{3,\alpha,m} E_{\beta,m} E_2^* + F_{\alpha,m} \\ C_{2,\beta,m} \frac{d^2 E_{\beta,m}}{dz^2} + C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} + D_{\beta,m} E_{\beta,m} &= C_{3,\beta,m} E_{\alpha,m} E_2 + F_{\beta,m}. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Коефіцієнти цього рівняння визначаються параметрами системи, що відповідають хвильовими числами й частотами  $m$ -х гармонік:

$$D_{\chi,m} = -ik_{\chi,m} \left( 1 - \frac{\omega_p^2}{(m\omega_\chi - k_{\chi,m} v_0)^2 \gamma_0^3} \right), \quad (2.11)$$

$$C_{1,\chi,m} = \partial D_{\chi,m} / \partial(-ik_{\chi,m}), \quad C_{2,\chi,m} = \partial^2 D_{\chi,m} / \partial(-ik_{\chi,m})^2 / 2, \quad C_{3,\beta,m} = -k_{\beta,m} C_{3,\alpha,m} / k_{\alpha,m},$$

$$\Omega_{\chi,m} = m\omega_{\chi} - k_{\chi,m} v_0, \quad C_{3,\alpha,m} = \frac{k_{\alpha,m} \cdot \omega_p^2 e / m_e}{\Omega_{\alpha,m} \Omega_{\beta,m} k_2 v_0 \gamma_0^6} \times \left( \frac{k_{\alpha,m}}{\Omega_{\alpha,m}} + \frac{k_{\beta,m}}{\Omega_{\beta,m}} - \frac{k_2}{k_2 v_0} - \frac{3v_0 \gamma_0^2}{c^2} \right),$$

де індекс « $\chi$ » приймає значення  $\alpha$  і  $\beta$ ;

$e$  і  $m_e$  – заряд і маса електрона;

$F_{\chi,m} = F_{\chi,m}(\mathbf{E}_{\alpha}, \mathbf{E}_{\beta}, \mathbf{E}_2)$  – функції, які враховують кубічні нелінійні доданки, у тому числі й пов'язані із множинними параметричними резонансними взаємодіями.

Система рівнянь (2.10) урахує множинні параметричні резонансні взаємодії хвиль ХПЗ двох типів: (2.6) і (2.9). Вона дозволяє досліджувати в кубічному наближенні широке коло нелінійних процесів у плазмі релятивістського електронного пучка, що проходить через періодично реверсивне поздовжнє електричне поле.

### 2.3 Аналіз динаміки мультигармонічних хвиль ХПЗ

Розглянемо динаміку хвиль ХПЗ у наближенні слабого сигналу. Рівняння, які описують динаміку хвиль у цьому наближенні легко одержати із системи (2.10), видаливши з її кубічні доданки. У результаті отримуємо:

$$C_{1,\alpha,m} \frac{dE_{\alpha,m}}{dz} = C_{3,\alpha,m} E_{\beta,m} E_2^*, \quad C_{1,\beta,m} \frac{dE_{\beta,m}}{dz} = C_{3,\beta,m} E_{\alpha,m} E_2. \quad (2.11)$$

Тут також враховано, що  $D_{\chi,m} = 0$ . З отриманої системи (2.11) легко визначити інкременти зростання гармонік хвиль на початковому етапі взаємодії хвиль

$$\Gamma = |E_2| \sqrt{\frac{C_{3,\alpha,m} C_{3,\beta,m}}{C_{1,\alpha,m} C_{1,\beta,m}}} \approx \frac{3|e E_2|}{8m_e \gamma_0 v_0^2}. \quad (2.12)$$

Аналізуючи отриманий вираз (2.12), бачимо, що інкременти зростання різних гармонік хвиль просторового заряду (різні  $m$ ) є однаковими. Таким чином, в електростатичному ондуляторі навіть з монохроматичним полем (2.5) виявляється можливим реалізувати множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії (2.6) між гармоніками хвиль ХПЗ і при цьому їх інкременти зростання не залежать від їхніх частот. Завдяки цій властивості з'являється можливість підсилювати хвилі ХПЗ зі складним мультигармонічним спектром без спотворень.

Використовуючи систему кубічних нелінійних рівнянь (2.10), визначимо рівні й довжини насичення хвиль ХПЗ, область, у якій відбувається підсилення мультигармонічних ХПЗ без спотворення. На рис. 2.3 подана залежність амплітуд гармонік повільної хвилі просторового заряду  $E_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$ . Розрахунок виконано для випадку, коли на вході в секцію підсилення повільна хвиля ХПЗ має 10 однакових за модулем гармонік у субміліметровому діапазоні довжин хвиль, швидка ХПЗ – відсутній. Плазмова частота пучка дорівнює  $\omega_p = 1,2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , релятивістський фактор –  $\gamma = 2,5$ . При цьому, як впливає з (2.8), період ондуляції електростатичного поля дорівнює  $\Lambda = 2,8 \text{ см}$ .

З рис. 2.3 випливає, що дійсно на початковому етапі взаємодій всі гармоніки підсилюються однаково, на довжинах  $z < 0,8 z_{sat}$  амплітуди всіх гармонік мають те саме значення (нагадаємо, що на вході в підсилювач амплітуди всіх гармонік були однаковими). При насиченні амплітуди всіх гармонік напруженості електричного поля повільної ХПЗ виявляються порівнянними й мають значення порядку 3 МВ/м.

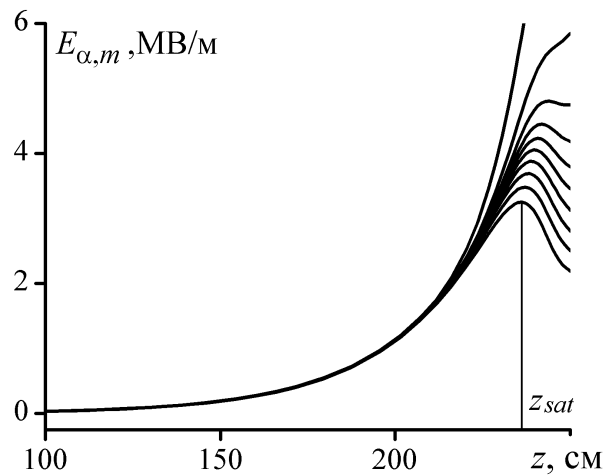


Рисунок 2.3 — Залежності амплітуд гармонік повільної ХПЗ  $E_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$

Залежності початкових фаз гармонік повільної хвилі просторового заряду  $\Phi_{\alpha,m}$  від координати  $z$  подані на рис. 2.4. Бачимо, що різниця початкових фаз між гармоніками змінюється несуттєво аж до процесів насичення.

Таким чином, секція підсилення, довжина якої визначається співвідношенням  $z < 0,8 z_{sat}$ , дозволяє підсилювати складний мультигармонічний сигнал без спотворень.

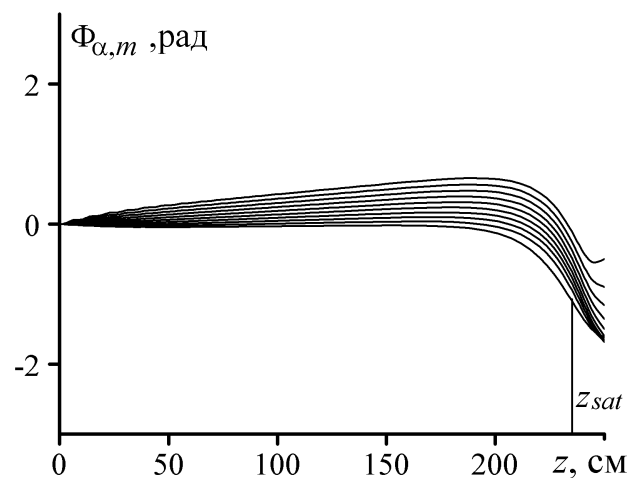


Рисунок 2.4 — Залежності початкових фаз гармонік повільної ХПЗ  $\Phi_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$

Слід також зазначити, що завдяки множинним параметричним резонансним взаємодіям відбувається збудження швидкої хвилі просторового заряду  $\beta$ . Залежності амплітуд і початкових фаз гармонік цієї хвилі від поздовжньої координати  $z$  подібні до аналогічних залежностей повільної ХПЗ  $\alpha$ , які подані на рис. 2.3 і 2.4.

З'ясуємо, як впливають на динаміку хвиль множинні параметричні резонанси (2.9). Побудуємо залежності амплітуд і початкових фаз гармонік від поздовжньої координати  $z$  без урахування параметричних резонансів (2.9). Для цього в системі рівнянь (2.10) з доданку  $F_{\chi,m}$  видалимо компоненти, що пов'язані з параметричними резонансами (2.9). У результаті одержимо залежності, які подані на рис. 2.5 і 2.6.

Порівняємо залежності амплітуд гармонік повільної ХПЗ  $E_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$  без урахування параметричних резонансів (2.9) (рис. 2.5) і з урахуванням таких резонансів (рис. 2.3). Бачимо, що у випадку відсутності урахування резонансів (2.9) у всій області взаємодії, у тому числі й при насиченні, амплітуди гармонік мають практично однакові значення, залежності амплітуд гармонік від координати  $z$  практично однакові. Розходження між рис. 2.3 і рис. 2.5 пояснюється резонансними взаємодіями (2.9). Із цього випливає, що розкид амплітуд при насиченні викликаний саме параметричними резонансними взаємодіями (2.9). Також варто зазначити, що урахування параметричних резонансів (2.9) приводить до зменшення рівня насичення майже в чотири рази (порівняєте рис. 2.3 і 2.5).

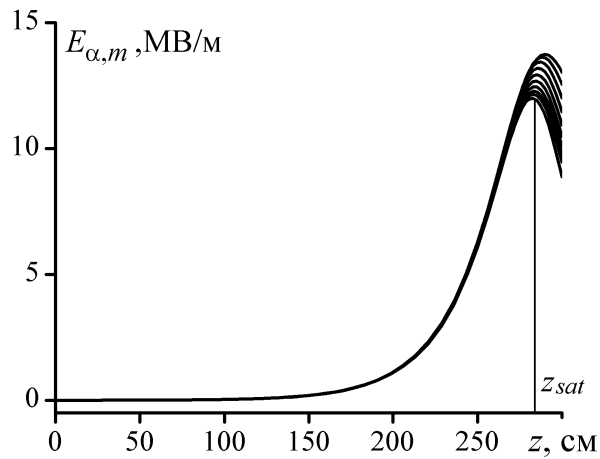


Рисунок 2.5 — Залежності амплітуд гармонік повільної ХПЗ  $E_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$  без урахування параметричних резонансів (2.9)

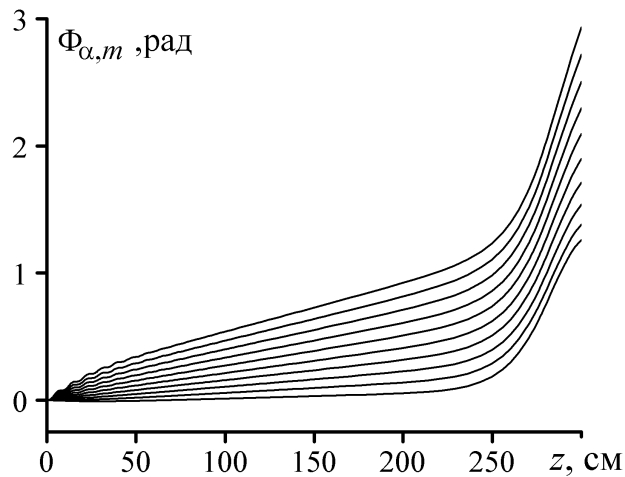


Рисунок 2.6 — Залежності початкових фаз гармонік повільної ХПЗ  $\Phi_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$  без урахування параметричних резонансів (2.9)

Порівняємо залежності початкових фаз гармонік повільної ХПЗ  $\Phi_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$  без урахування параметричних резонансів (2.9) (рис. 2.6) і з урахуванням таких резонансів (рис. 2.4). Бачимо, що урахування множинних резонансних взаємодій (2.9) приводить до зменшення зростання початкових фаз гармонік, до зменшення розкиду між ними, що сприяє підсиленню мультигармонічного сигналу без спотворень.

Відзначимо, що генерація вищих гармонік ХПЗ в електронному пучку відбувається винятково через множинні параметричні резонанси (2.9). Так на рис. 2.7 подані залежності амплітуд гармонік повільної ХПЗ  $E_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$ , коли на вході в секцію підсилення повільна хвиля ХПЗ має тільки одну основну гармоніку. При цьому враховувалися резонансні взаємодії як (2.9), так і (2.9). Інші параметри такі ж, як і у випадку рис. 2.3 – 2.6. Аналізуючи рис. 2.7, бачимо, що, незважаючи на те, що на вхід подається тільки одна перша гармоніка (рис. 2.7, позиція 1), в області насичення відбувається генерація вищих гармонік ХПЗ (рис. 2.7, позиція 2). За тих самих умов, але без урахування резонансів (2.9) аналогічна залежність не містить кривих вищих гармонік.

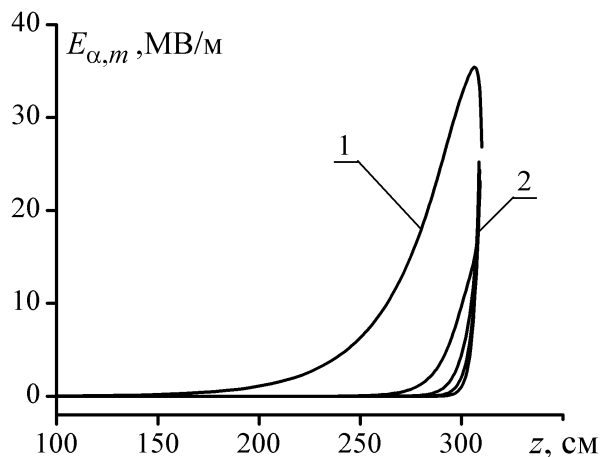


Рисунок 2.7 — Залежності амплітуд гармонік повільної ХПЗ  $E_{\alpha,m}$  від поздовжньої координати  $z$ . Випадок, коли на вході в секцію підсилення повільна хвиля ХПЗ має тільки одну основну гармоніку

Порівнюючи рис. 2.7 і 2.3, слід зазначити, що у випадку подачі на вхід мультигармонічного сигналу (на рис. 2.3 подано випадок, коли на вхід подається 10 однакових гармонік) рівень насичення зменшується з  $\sim 40$  МВ/м до  $\sim 4$  МВ/м, тобто зменшується майже в 10 разів. Таким чином, множинні параметричні резонансні взаємодії (2.9) істотно впливають на динаміку хвиль.



### 3 МУЛЬТИГАРМОНІЧНІ ТРИХВИЛЬОВІ РЕЗОНАНСНІ ВЗАЄМОДІЇ В ПРОЛІТНІЙ СЕКЦІЇ ДВОПОТОКОВОГО СУПЕРГЕТЕРОДИННОГО ЛВЕ З ПОЗДОВЖНИМ ЕЛЕКТРИЧНИМ ПОЛЕМ

#### 1.1 Модель пролітної секції

Розглянемо принцип дії мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу. Його схема подана на рис. 3.1. Двопоточковий електронний пучок 2 надходить у секцію модуляції 3 підсилювача двопотокового супергетеродинного лазера на вільних електронах (ДСЛВЕ). В секції модуляції створюється поперечне реверсивне Н-убітронне магнітне поле. На вхід секції модуляції також надходить монохроматичний електромагнітний сигнал 1 з частотою  $\omega_1$  і хвильовим числом  $k_1$ . У двопоточковому електронному пучку в результаті трихвильового параметричного резонансу між електромагнітною хвилею сигналу 1 і Н-убітронним магнітним полем збуджується мультигармонічна ХПЗ з частотою  $\omega_{3,1}$  і хвильовим числом першої гармоніки  $k_{3,1}$ . Далі електронний пучок 2, що містить збуджену ХПЗ, потрапляє в транзитну секцію 4. Електромагнітна хвиля сигналу 1 в прольотній секції 4 поглинається.

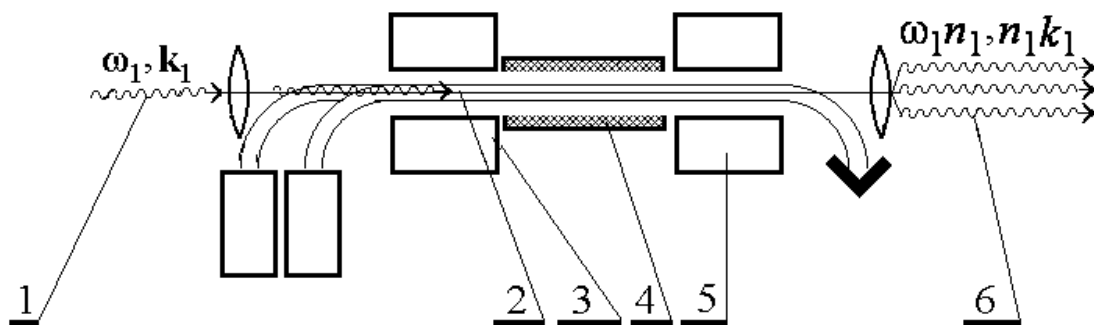


Рисунок 3.1 – Схема мультигармонічного двопотокового супергетеродинного ЛВЕ клістронного типу: 1 – монохроматичний електромагнітний сигнал; 2 – електронний пучок; 3 – секція модуляції; 4 – прольотна секція; 5 – кінцева секція; 6 – мультигармонічний електромагнітний сигнал

В прольотній секції 4 відбувається інтенсивне збудження та підсилення вищих гармонік хвилі просторового заряду завдяки двопотоковій нестійкості та множинні трихвильові параметричні резонанси. Частота першої гармоніки ХПЗ  $\omega_{3,1}$  вибирається значно меншою за критичну частоту двопотокової нестійкості  $\omega_{cr}$  для ефективного збудження вищих гармонік ХПЗ. Дисперсійна залежність гармонік зростаючої хвилі просторового заряду має лінійний характер [3, 14, 15]. Таким чином, частота і хвильове число будь-якої  $m$ -ї гармоніки ХПЗ задовольняють співвідношення:

$$\omega_{3,m} = m \cdot \omega_{3,1}, \quad k_{3,m} = m \cdot k_{3,1}. \quad (3.1)$$

Таким чином, гармоніки ХПЗ з номерами  $m_1$ ,  $m_2$  та  $m_3$  повинні задовольняти умовам трихвильового параметричного резонансу

$$\omega_{3,m1} = \omega_{3,m2} + \omega_{3,m3}, \quad k_{3,m1} = k_{3,m2} + k_{3,m3}. \quad (3.2)$$

Для цього їх номери повинні бути пов'язані між собою співвідношенням

$$m_1 = m_2 + m_3. \quad (3.3)$$

Цій вимозі відповідає багато гармонік. Наприклад, 6-та гармоніка бере участь у наборі резонансних взаємодій:  $6 = 4 + 2$ ,  $6 = 1 + 5$  і так далі. Такі резонансні взаємодії називають множинними [3, 14]. Завдяки цим взаємодіям у двопотоковому електронному пучку генерується велика кількість вищих гармонік.

Відомо, що інтенсивність параметричної взаємодії зменшується зі збільшенням частоти ХПЗ. Однак гармоніки ХПЗ з частотами, меншими за критичну частоту двопотокової нестійкості також підсилюються за рахунок двопотокової нестійкості. Інкремент підсилення двопотокової нестійкості

зростає з частотою аж до оптимальної частоти двопотокової нестійкості  $\omega_{opt}$  [3, 14]. Коли ми вибираємо частоту першої гармоніки ХПЗ  $\omega_{cr}$  меншу за оптимальну частоту  $\omega_{opt}$ , завдяки двопотоковій нестійкості швидкість зростання таких гармонік буде зростати. Це дає можливість створювати ХПЗ із широким частотним спектром. Цей спектр має аномальну частину, в якій гармоніки з більш високою частотою мають вищі амплітуди. Тому на виході пролітної секції 4 формується ХПЗ із широким частотним спектром.

Крім того, в пролітній секції в досліджуваній моделі створюється поздовжнє постійне електричне поле  $E_0$ . Це електричне поле може бути як сповільнювальним, так і прискорювальним. У цьому розділі основна увага зосереджена на впливі електричного поля на формування мультигармонічної ХПЗ. Показано, що це поле суттєво впливає на ширину мультигармонічного частотного спектру ХПЗ, рівень насичення та довжину насичення.

Після виходу з секції 4 промодульований електронний промінь потрапляє в кінцеву секцію 5 з мультигармонічним Н-убітронним магнітним полем. Параметри системи вибираємо таким чином, щоб виконувались умови параметричних резонансів між трійками  $m$ -х гармонік мультигармонічного електромагнітного сигналу, накачкою і ХПЗ. За рахунок таких параметричних резонансів генерується і підсилюється потужний мультигармонічний електромагнітний сигнал 6. Фактично, на ділянці 6 відбувається зворотне перетворення мультигармонічної енергії ХПЗ в енергію мультигармонічного електромагнітного сигналу. Формою спектра ХПЗ можна керувати в пролітній секції, за допомогою повздовжнього електричного поля. Таким чином, ми можемо керувати спектром мультигармонічного електромагнітного сигналу 6, включно створювати ультракороткий кластер електромагнітного поля [3].

## 1.2 Аналітичне дослідження

Як вихідні рівняння для аналізу процесів в описаній моделі ми використовуємо квазігідродинамічне рівняння, рівняння неперервності та рівняння Максвелла. До вихідних рівнянь застосовуємо методи ієрархічної теорії коливань і хвиль [3]. Напруженість електричного поля ХПЗ подаємо як таку, що складається з багатьох гармонік

$$\mathbf{E}_3 = E_3 \mathbf{e}_z = \sum_{m=1}^N [E_{3,m} \exp(ip_{3,m}) + c.c.] \mathbf{e}_z, \quad (3.4)$$

Тут  $E_{3,m}$  є амплітудами  $m$ -х гармонік,

$$p_{3,m} = \omega_{3,m} \cdot t - k_{3,m} \cdot z = m(\omega_{3,1} \cdot t - k_{3,1} \cdot z), \quad (3.5)$$

є їх фазами,  $\mathbf{e}_z$  – одиничний вектор осі  $Z$ ,  $N$  – номер найвищої гармоніки, яку враховуємо під час розв'язування задачі. Вважаємо також, що електрони двопотокового пучка рухаються в постійному поздовжньому електричному полі

$$\mathbf{E}_0 = E_0 \mathbf{e}_z. \quad (3.6)$$

Таким чином, результуюче електричне поле дорівнює  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_3$ . Ми вважаємо, що зіткненням і розкидом швидкості електронів можна знехтувати. У поточній моделі всі величини залежать тільки від поздовжньої координати  $z$  і часу  $t$ .

Можемо подати релятивістське квазігідродинамічне рівняння, рівняння нерозривності та рівняння Максвелла в наступному вигляді

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_{\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} \right) v_{\alpha z} = \frac{eE_z}{m_e \gamma_\alpha}, \quad (3.7)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + v_{\alpha z} \frac{\partial}{\partial z} \right) n_\alpha = -n_\alpha \frac{\partial v_{\alpha z}}{\partial z}, \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = 4\pi \sum_{\alpha=1}^2 e n_\alpha. \quad (3.9)$$

де  $v_{\alpha z}$ ,  $\gamma_\alpha = (1 - (v_{\alpha z}/c)^2)^{-1/2}$  – проекція швидкості на вісь  $Z$  і релятивістський фактор  $\alpha$ -го електронного пучка відповідно,

$c$  – швидкість світла,

$$e = -|e|,$$

$m_e$  – заряд і маса електрона відповідно,

$n_\alpha$  – концентрація електронів  $\alpha$ -го електронного пучка.

Процес розв'язування системи (3.7)-(3.9) складається з трьох формально незалежних етапів: розв'язання задачі про рух двошвидкісного релятивістського електронного пучка в заданих електромагнітних полях; розв'язування рівняння неперервності, припускаючи, що швидкості пучка електронів відомі; розв'язання задачі збудження електромагнітних полів, припускаючи, що швидкість і концентрація є відомими функціями.

Задачі руху та нерозривності розв'язуються методом усереднених характеристик [3], задача збудження електричного поля – методом повільно змінних амплітуд. Також використаємо особливості множинної трихвильової параметричної резонансної взаємодії ХПЗ і хвилі сигналу. Здійснимо перехід від рівнянь у часткових похідних (3.7)-(3.8) до рівнянь у повних похідних (характеристик) відповідно до методу усереднених характеристик. Далі ми використовуємо ієрархічний підхід до теорії коливань і хвиль [3].

Для вирішення задачі руху переходимо до характеристик рівняння (3.7) [3], яка є рівнянням у повних похідних. Оскільки ми розв'язуємо граничну

задачу, ми переходимо від похідної за часом до похідної за координатою, використовуючи загальне співвідношення для швидкості  $dt = dz/v_z$ . Доповнимо систему рівнянь виразами швидких фаз  $p_{\alpha,m}$ . Амплітуди поля розглядаються як такі, що повільно змінюються зі зміною поздовжньої координати  $z$ . Щоб описати такі повільні зміни амплітуди, ми введемо повільну поздовжню координату  $\chi = z/\xi$ . Тут великий параметр задачі  $\xi$  визначається відношенням швидкості зміни фази до швидкості зміни амплітуд хвилі. У результаті отримуємо систему рівнянь, подану у стандартному вигляді для методу усереднених характеристик [3].

$$\frac{dv_{\alpha z}}{dz} = \frac{e}{m_e \gamma_\alpha v_{\alpha z}} \left( \sum_{m=1}^N [E_{3,m}(\chi) \exp(ip_{3,m}) + c.c.] + E_0 \right), \quad (3.10)$$

$$\frac{d\chi}{dz} = \frac{1}{\xi}, \quad \frac{dp_{3,\alpha,m}}{dz} = \frac{m\omega_{3,1}}{v_{\alpha z}} - k_{3,m} \equiv \Omega_{3,\alpha,m}. \quad (3.11)$$

Порівняємо систему (3.10)-(3.11) зі стандартною [3] і запишемо в явному вигляді вектор повільних змінних  $\mathbf{x}$ , вектор-функцій  $\mathbf{X}$ , вектор швидких фаз  $\Psi$  і вектор фазових швидкостей  $\Omega$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \{x_{v_{\alpha z}}, x_\chi\} = \{v_{\alpha z}, \chi\}, \\ \frac{1}{\xi} \mathbf{X} &= \left\{ \frac{e}{m_e \gamma_\alpha v_{\alpha z}} (E_3 + E_0), \frac{1}{\xi} \right\}, \\ \Psi &= \{p_{3,\alpha,1}, \dots, p_{3,\alpha,N}\}, \quad \Omega = \{\Omega_{3,\alpha,1}, \dots, \Omega_{3,\alpha,N}\}. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Далі використаємо метод усереднених характеристик алгоритму [3] для випадку кількох швидких фаз. Відповідно до його процедури переходимо до усереднених змінних  $\bar{\mathbf{x}} = \{\bar{v}_{\alpha z}, \bar{\chi}\}$ :

$$v_{\alpha z} = \bar{v}_{\alpha z} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi), \quad (13)$$

$$\chi = \bar{\chi} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} u_{\chi}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \Psi).$$

Ця заміна містить повільні змінні, які є незалежними від швидких. Вони визначаються відношеннями

$$\frac{d\bar{v}_{\alpha z}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{v_{\alpha z}}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad \frac{d\bar{\chi}}{dz} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} A_{\chi}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (14)$$

Так можемо продовжити процедуру включно до третього наближення за  $1/\xi$ , тобто  $n=1,2,3$ . Алгоритм знаходження  $u^{(n)}$  та  $A^{(n)}$  функцій відомий і описаний, наприклад, в [3]. У результаті ми отримуємо розв'язки як для коливальної, так і для постійної складової швидкості. Розв'язок для концентрації отримуємо аналогічно з рівняння неперервності.

Далі отримані розв'язки для швидкості та концентрації підставляємо в рівняння Максвелла. В результаті, отримуємо систему самоузгоджених нелінійних диференціальних рівнянь для комплексних амплітуд гармонік напруженості електричного поля зростаючої ХПЗ у кубічному наближенні

$$C_{2,m} \frac{d^2 E_{3,m}}{dz^2} + C_{1,m} \frac{dE_{3,m}}{dz} + D_m E_{3,m} = C_{3,m} \left\langle E_3 \cdot \sum_{m'=1}^N [E_{3,m'} \exp(ip_{3,m'}) / (im') + c.c.] \right\rangle_{P_m} + F_m \quad (3.15)$$

У рівнянні (3.15)

$$D_m \equiv -ik_{3,m} \left( 1 - \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\omega_{p,\alpha}^2}{(\omega_{3,m} - k_{3,m} \bar{v}_{\alpha z})^2 \bar{\gamma}_\alpha^3} \right) \quad (3.16)$$

є дисперсійна функція ХПЗ,  $C_{2,m} = \partial^2 D_m / \partial(-ik_{3,m})^2 / 2$ ,  $C_{1,m} = \partial D_m / \partial(-ik_{3,m})$ ,

$$C_{3,m} = \sum_{\alpha=1}^2 \frac{3e\omega_{p,\alpha}^2 k_{3,1}}{im(\omega_{3,1} - k_{3,1} \bar{v}_{\alpha z})^3 v_{\alpha z} \bar{\gamma}_\alpha^4 m_e} \left[ \frac{\omega_{3,1}}{(\omega_{3,1} - k_{3,1} \bar{v}_{\alpha z}) \bar{\gamma}_\alpha^2} - 1 \right],$$

$\langle \dots \rangle_{p_{3,m}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-ip_{3,m})) dp_{3,m}$ ,  $F_m$  – функції, що враховують кубічні

нелінійні компоненти і залежать від напруженості електричного поля гармонік хвиль, що взаємодіють. Коефіцієнти системи рівнянь (3.15) залежать від постійних складових швидкостей  $v_\alpha$  і концентрацій  $n_\alpha$  парціальних пучків, які змінюються під час нелінійної взаємодії гармонік ХПЗ. Тому доповнимо систему (3.15) рівняннями для постійних складових

$$\frac{d\bar{v}_{\alpha z}}{dz} = V_\alpha(E_0, E_{3,1}, \dots, E_{3,N}, v_\alpha), \quad \frac{d\bar{n}_\alpha}{dz} = N_\alpha(E_0, E_{3,1}, \dots, E_{3,N}, v_\alpha, \bar{n}_\alpha). \quad (3.17)$$

Система рівнянь (3.15), (3.17) дозволяє досліджувати вплив поздовжньої складової електричної поля про динаміку ХПЗ на транзитній ділянці ДСЛВЕ в рамках кубічно-нелінійного наближення.

### 1.3 Аналіз формування спектрів хвиль просторового заряду

Проведемо аналіз впливу поздовжнього електричного поля на динаміку ХПЗ у пролітній секції ДСЛВЕ за допомогою системи рівнянь (3.15), (3.17). Розглянемо систему з наступними параметрами: плазмова частота кожного з парціальних електронних пучків дорівнює  $\omega_p = 1.0 \cdot 10^{11} \text{ c}^{-1}$ , середній релятивістський фактор двопотокового пучка становить  $\gamma_0 = 3.0$ , різниця релятивістських факторів парціальних електронних пучків становить  $\Delta\gamma = 0.15$ . У розрахунках ми враховуємо п'ятдесят гармонік ( $N = 50$ ).



Розглядаємо випадок, коли на вході в пролітну секцію ( $z = 0$ ) збуджується тільки одна гармоніка ХПЗ. Частота першої гармоніки ХПЗ дорівнює  $\omega_{3,1} = 5.8 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , що в 15 разів менше критичної частоти двопотокової нестійкості  $\omega_{\text{cr}} = 8.7 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ .

Отже, як описано вище, збудження і підсилення вищих гармонік відбувається в двопотоковому електронному пучку за рахунок параметричних резонансних взаємодій. У цих процесах беруть участь гармоніки, частоти яких менші за критичну частоту двопотокової нестійкості. Ці гармоніки також підсилюються через ефект двопотокової нестійкості. Результуюче підсилення гармонік визначається темпами зростання двопотокової нестійкості, оскільки вони значно перевищують темпи зростання трихвильового параметричного резонансу. Слід очікувати, що спектр гармонік (або залежність амплітуд гармонік від частоти в деякій координаті  $z$ ) визначається залежністю інкременту зростання амплітуд хвиль від частоти. Наближені аналітичні розв'язки для максимального інкременту зростання амплітуд хвиль  $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$  та критичної частоти  $\omega_{\text{cr}}$  можна чітко отримати з дисперсійного рівняння (3.16) [3, 14]:

$$\Gamma(\omega_{\text{opt}}) = \frac{\omega_p}{2v_0\gamma_0^{3/2}}, \quad (3.18)$$

$$\omega_{\text{cr}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \omega_p \gamma_0^{3/2} (1 - 1/\gamma_0^2)}{\Delta\gamma}, \quad (3.19)$$

де  $v_0$  – середня швидкість двопотокового пучка електронів.

Проаналізуємо вплив поздовжнього електричного поля  $E_0$  на максимальний інкремент зростання  $\Gamma(\omega_{\text{opt}})$  та критичну частоту  $\omega_{\text{cr}}$  (3.18)-(3.19). По-перше, вплив повздовжнього електричного поля  $E_0$  призводить до

зміни середнього релятивістського фактору  $\gamma_0$ . У випадку прискорювального поля  $E_0$  релятивістський фактор збільшується  $\gamma_0$ , а у випадку сповільнювального поля  $E_0$  релятивістський коефіцієнт зменшується  $\gamma_0$ . Середня швидкість двопотокового пучка електронів близька до швидкості світла і незначно змінюється зі зміною релятивістського фактора в області досліджуваних параметрів. Решта параметрів, що входять у співвідношення (3.18)-(3.19), залишаються майже незмінними. Це означає, що у разі прискорювального електричного поля  $E_0$  інкремент зростання зменшується, а критична частота збільшується. Якщо електричне поле  $E_0$  гальмівне, то, навпаки, швидкість росту зростає, а критична частота зменшується.

Такий самий результат ми отримуємо із системи рівнянь (3.15)-(3.17), яка описує амплітудну динаміку гармонік ХПЗ в кубічному нелінійному наближенні. На рис. 3.2, 3.3 та 3.4 наведено спектри ХПЗ в досліджуваній системі в області насичення для випадків без поздовжнього електричного поля, з прискорювальним поздовжнім полем  $E_0$  і з уповільнювальним полем  $E_0$  відповідно. Напруженість поздовжнього електричного поля  $E_0 = 3,0 \cdot 10^5 \text{ В/м}$ .

Як впливає з рис. 3.2, 3.3 і 3.4 видно, що в усіх трьох випадках формується мультигармонічна ХПЗ із широким частотним спектром. Таким чином, за відсутності поля (рис. 3.2) ширина спектра ХПЗ становить  $\omega_{\text{min},1} - \omega_{3,1} = 1,2 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  (20 гармонік), а насичення відбувається біля  $z_1 = 110$  см. Цей спектр має аномальну частину — перші 11 гармонік, амплітуда яких зростає зі збільшенням частоти.

На рис. 3.3 показано зміну спектра ХПЗ під впливом прискорювального поздовжнього електричного поля  $E_0$ . Видно, що ширина мультигармонічного спектра ХПЗ  $\omega_{\text{min},2} - \omega_{3,1} = 1,75 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  (30 гармонік) збільшується в 1,5 рази порівняно з випадком відсутності поля (рис. 3.2). При цьому відбувається збільшення довжини насичення в 1,5 раза, і насичення

досягається біля точки з координатою  $z_2 = 166$  см. Також слід зазначити, що максимальна амплітуда мультигармонічного сигналу зменшується приблизно в 2 рази. Таким чином, прискорювальне електричне поле дозволяє істотно збільшити ширину мультигармонічного спектра ХПЗ, хоча при цьому зменшуються амплітуди гармонік і збільшується довжина насичення. Таке поле доцільно використовувати в мультигармонічних ЛВЕ, основним призначенням яких є формування електромагнітних хвиль з максимальною шириною спектру частот.

На рис. 3.4 подано зміну спектра ХПЗ під впливом гальмівного поздовжнього електричного поля  $E_0$ . Ширина спектру мультигармонічної ХПЗ  $\omega_{\min,3} - \omega_{3,1} = 0.87 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  (15 гармонік) зменшується в 1,4 рази порівняно з випадком відсутності поля (рис. 2). При цьому відбувається зменшення довжини насичення в 1,3 рази, і насичення досягається біля точки  $z_3 = 84$  см. Слід також зазначити, що максимальна амплітуда мультигармонічного сигналу збільшується приблизно в 2 рази. Таким чином, гальмівне електричне поле дозволяє збільшити амплітуду гармонік ХПЗ і зменшити довжину насичення. Це відкриває можливість досягти менших поздовжніх розмірів системи. При цьому зменшується ширина частотного спектру. Таке поле доцільно застосовувати в ДСЛВЕ, які призначені для формування електромагнітних хвиль з максимальною амплітудою.

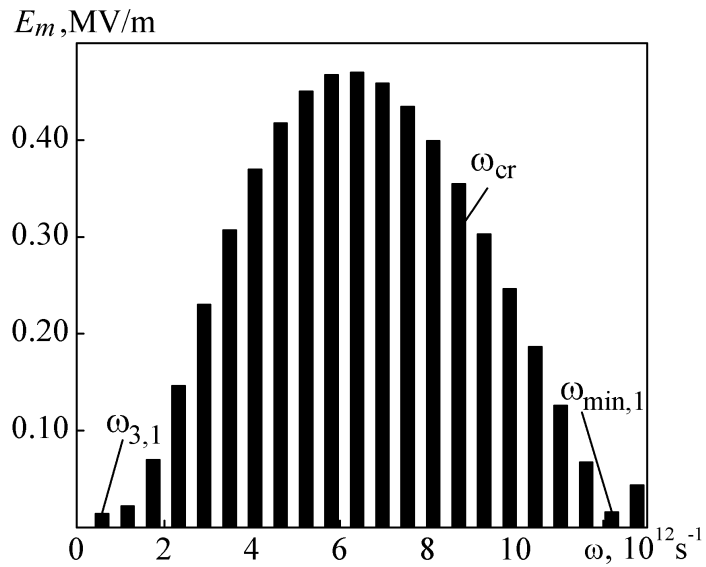


Рисунок 3.2 – Залежність амплітуд гармонік ХПЗ  $E_m$  від частоти  $\omega$  для двопотокового РЕП при  $z_1 = 110$  см, прискорювальне поздовжнє електричне поле відсутнє

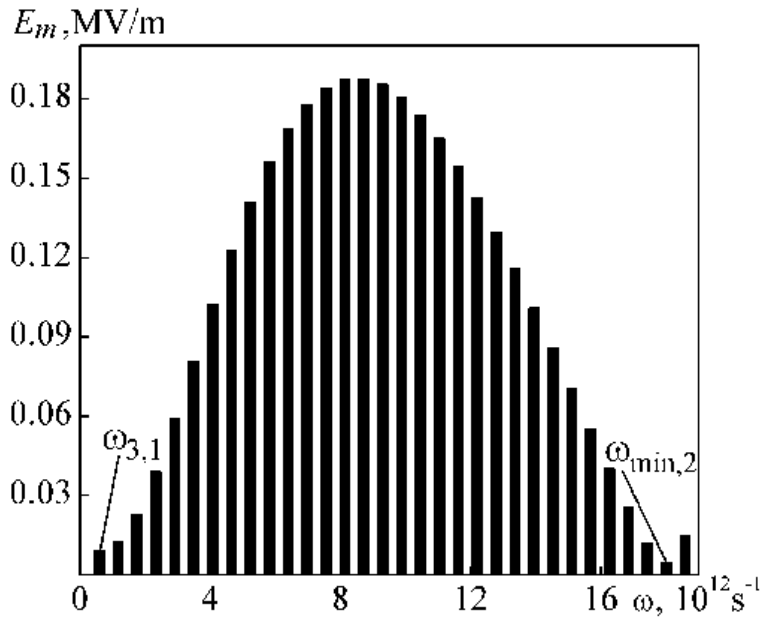


Рисунок 3.3 – Залежність амплітуд гармонік ХПЗ  $E_m$  від частоти  $\omega$  для двопотокового РЕП при  $z_2 = 166$  см, прискорювальне поздовжнє електричне поле  $E_0 = 3,0 \cdot 10^5$  В/м

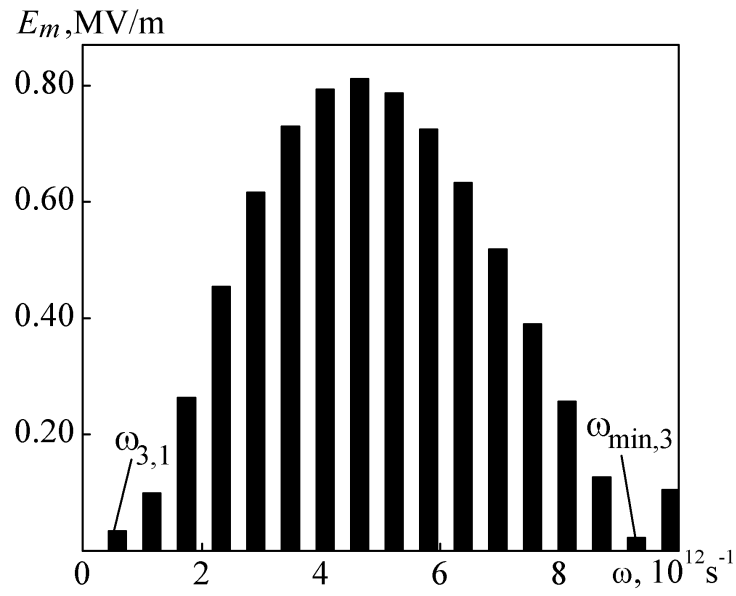


Рисунок 3.4 – Залежність амплітуд гармонік ХПЗ  $E_m$  від частоти  $\omega$  для двопотокового РЕП при  $z_3 = 84$  см, гальмувальне поздовжнє електричне поле  $E_0 = 3,0 \cdot 10^5$  В/м

## ВИСНОВКИ

В поданій роботі проведено аналіз мультигармонічних процесів у клістронних супергетеродинних лазерах на вільних електронах двох типів: в параметричному супергетеродинному ЛВЕ та двопотоковому супергетеродинному ЛВЕ. Незважаючи на різні механізми додаткового підсилення ці пристрої здатні формувати потужні мультигармонічні хвилі з широким частотним спектром.

У рамках квадратичного наближення побудована теорія параметричного супергетеродинного ЛВЕ, що використовує поздовжній електростатичний ондулятор для додаткового підсилення електромагнітної хвилі сигналу. З'ясовано, що в цьому пристрої для реалізації множинних трихвильових параметричних резонансних взаємодій поздовжніх хвиль ХПЗ достатньо наявності монохроматичного електростатичного ондулятора. У роботі отримані й проаналізовані вирази для інкременту зростання хвиль, які визначаються як параметричною нестійкістю поперечних хвиль, так і параметричною нестійкістю поздовжніх хвиль в електростатичному ондуляторі. Продемонстровано, що найбільше ефективно використовувати додаткове підсилення при відносно невеликих значеннях релятивістського фактора пучка й при досить високих значеннях частоти вхідного електромагнітного сигналу.

У роботі також побудована кубічна нелінійна теорія взаємодії мультигармонічних хвиль ХПЗ у секції підсилення параметричного супергетеродинного ЛВЕ з поздовжнім електростатичним ондулятором. Враховано мультигармонічність поля накачки, прийнято до уваги ефект генерації додаткового електростатичного поля накачки. Показано, що у досліджуваній системі реалізуються множинні параметричні резонанси двох типів, які визначаються умовами (2.6) і (2.9) відповідно. Вивчено вплив цих резонансів на динаміку мультигармонічних хвиль просторового заряду. Продемонстровано, що резонансні взаємодії (2.9) істотно зменшують рівні

насичення хвиль ХПЗ. З'ясовано, що генерація вищих гармонік хвиль ХПЗ визначається винятково множинними резонансними взаємодіями (2.9). Показано, що на довжинах менші довжини насичення ( $z < 0,8 z_{sat}$ ) інкременти зростання хвиль не залежать від частот підсилюваних хвиль. Запропоновано використовувати цю властивість для підсилення мультигармонічної ХПЗ із широким частотним спектром без зміни його амплітудного спектру.

У рамках нелінійного кубічного наближення проведено аналіз можливості керування параметрами широкого частотного спектра у мультигармонічних дво потокових лазерах на вільних електронах клістронного типу за допомогою поздовжнього електричного поля. З'ясовано, що в досліджуваній системі можлива реалізація множинних трихвильових параметричних резонансів між гармоніками хвилі просторового заряду. Продемонстровано, що умови множинних трихвильових параметричних резонансів між гармоніками хвилі просторового заряду, які зростають через дво потокову нестійкість, зберігаються, незважаючи на зміну швидкості дво потокового електронного пучка під впливом поздовжнього електричного поля. З'ясовано, що поздовжнє прискорювальне електричне поле призводить до значного збільшення ширини частотного спектра мультигармонічної хвилі просторового заряду. Уповільнювальне електричне поле призводить до зменшення ширини спектра частоти цієї хвилі, але рівень насичення гармонік збільшується. Запропоновано використовувати прискорювальне електричне поле в пролітній секції мультигармонічного дво потокового супергетеродинного лазера на вільних електронах для формування потужних мультигармонічних електромагнітних сигналів із широким частотним спектром, включаючи ультракороткі кластери.

У межах дослідження підготовлено та захищено 3 бакалаврські роботи (Шапошніков В.О., Шевченко А.Т., Піддубна Д.І.) та 4 магістерські роботи (Дробонюк А.М., Ільїн С.С., Шевченко А.Т., Федорченко С.С.). За

матеріалами, що пов'язані з тематикою дослідження подані на конкурс студентських наукових робіт 2 роботи (Шевченко А.Т.).

Результати дослідження опубліковані у 11 працях [16-27], 5 з яких обліковується БД Scopus [16-18, 20-21].



## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Zhang X. Terahertz surface plasmonic waves: a review / X. Zhang, Q. Xu, L. Xia, [et al.] // *Advanced Photonics*. — 2020. — Vol. 2, No. 1. — P. 014001.
2. Liao G. Review of intense terahertz radiation from relativistic laser-produced plasmas / G. Liao, Y. Li // *IEEE Transactions on Plasma Science*. — 2019. — Vol. 47, No. 6. — P. 3002–3008.
3. V. V. Kulish, *Hierarchic Electrodynamics and Free Electron Lasers: Concepts, Calculations, and Practical Applications*. CRC Press, 2011.
4. Freund H. P. *Principles of free electron lasers* / H. P. Freund, T. M. A. Jr. — Springer, 2018. — 716 p.
5. Sei N. Observation of terahertz coherent edge radiation amplified by infrared free-electron laser oscillations / N. Sei, T. Sakai, Y. Hayakawa, [et al.] // *Scientific Reports*. — 2021. — Vol. 11, No. 1. — P. 3433.
6. Kawasaki T. Dissolution of a fibrous peptide by terahertz free electron laser / T. Kawasaki, K. Tsukiyama, A. Irizawa // *Scientific Reports*. — 2019. — Vol. 9, No. 1. — P. 1–8.
7. Kawase K. Extremely high-intensity operation of a thz free-electron laser using an electron beam with a higher bunch charge / K. Kawase, M. Nagai, K. Furukawa, [et al.] // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2020. — Vol. 960. — P. 163582.
8. В.В. Куліш, О.В. Лисенко, І.В. Губанов, А.Ю. Бруснік. Патент 87750 (Україна). Супергетеродинний параметричний лазер на вільних електронах з повздовжнім електричним ондулятором. Опубл. 10.08.2009, Бюл. № 15.
9. On Theory of Superheterodyne FELs with Longitudinal Electrostatic Undulator / A.V. Lysenko, A.Yu. Brusnik, I.I. Volk, M.A. Korovai, S.S. Ilin, O.L. Bunetskyi // *Journal of Nano- and Electronic Physics*. — 2020. — Vol. 12, No 4. — P. 004037(5pp).

10. Kurayev A.A. Free electron laser with electrostatic modulator / A.A. Kurayev, V.V. Matveyenko, A.K. Sinitsyn // *Doklady BGUIR*. — 2018. — No.6. — P. 59-64.
11. Plural Three-Wave Resonant Interactions in the Transit Section of Two-Stream Superheterodyne FEL with a Longitudinal Electric Field / A.V. Lysenko, I.I. Volk, G.A. Oleksiienko, M.A. Korovai, A.T. Shevchenko // *Journal of Nano- and Electronic Physics*. – 2021. – Vol. 13, No 4. – P. 04027(6pp).
12. Лисенко О.В. Застосування методу гармонічного балансу для моделювання множинних трихвильових параметричних резонансів у ЛВЕ з електростатичним ондулятором / О.В. Лисенко, С.С. Ільїн, С.Ф. Бондаренко // *Інформатика, математика, автоматика (ІМА 2022) : Матеріали та програма міжнародної науково-технічної конференції, 18 по 22 квітня 2022 року*. – Суми, СумДУ, 2022. – С. 146.
13. Лисенко О.В. Генерування додаткового електричного поля у секції підсилення у супергетеродинному ЛВЕ з електростатичним ондулятором / О.В. Лисенко, С.С. Ільїн, Д.І. Піддубна // *Інформатика, математика, автоматика (ІМА 2022) : Матеріали та програма міжнародної науково-технічної конференції, 18 по 22 квітня 2022 року*. – Суми, СумДУ, 2022. – С. 151.
14. Kulish V. V. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, M. Yu. Rombovsky, [et al.] // *Chinese Physics B*. — 2015. — Vol. 24, No. 9. — P. 095201.
15. Forming of ultrashort electromagnetic clusters by two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky and I.I. Volk // *Acta Physica Polonica A*. – 2017. – Vol. 131, No. 2. – P. 213–221.
16. On Theory of Superheterodyne FELs with Longitudinal Electrostatic Undulator / A.V. Lysenko, A.Yu. Brusnik, I.I. Volk, M.A. Korovai, S.S. Ilin, O.L.

Bunetskyi// Journal of Nano- and Electronic Physics. – 2020. –Vol. 12, No 4. – P. 004037(5pp).

17. Plural Three-Wave Resonant Interactions in the Transit Section of Two-Stream Superheterodyne FEL with a Longitudinal Electric Field / A.V. Lysenko, I.I. Volk, G.A. Oleksiienko, M.A. Korovai, A.T. Shevchenko // Journal of Nano- and Electronic Physics. – 2021. –Vol. 13, No 4. – P. 04027(6pp).
18. Multiharmonic Interactions of Longitudinal Waves in Amplification Section of Superheterodyne Free Electron Laser / A.V. Lysenko, S.S. Ilin // Journal of Nano- and Electronic Physics. – 2022. –Vol. 14, No 5. – P. 05006(6pp).
19. Лысенко А.В. Влияние продольного электростатического поля на ширину спектра мультигармонической ВПЗ в двухпоточковом супергетеродинном ЛСЭ с винтовым электронным пучком / А.В. Лысенко, Г.А. Алексеенко, Ю.Ю. Волк // Радиофизика и электроника. – 2020. – Т. 25, № 1. – С. 70-79
20. Amplification of Waves with Broad Frequency Spectrum in FEL with Longitudinal Electrostatic Undulator / A. Lysenko, I. Volk, A. Brusnik, M. Korovai, V.Koval // 10th International Conference on Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals (UWBUSIS-2020), September 21 – 25, 2020 : proceeding. – Kharkiv, Ukraine, 2020. – P. 1018
21. Ilin S.S. Interactions of Multiharmonic Space Charge Waves in Amplification Section of Superheterodyne Free Electron Laser / S.S. Ilin, A.V. Lysenko //2022 IEEE 2nd Ukrainian Microwave Week (UkrMW), November 14 – 18, 2022 : proceeding. – Kharkiv, Ukraine, 2022. – pp. 246-249.
22. Lysenko A.V. Effect of a generated additional pump electrostatic field on the space charge waves amplification in free electron lasers with an electrostatic undulator / A.V. Lysenko, S.S. Ilin // Electronics and Applied Physics : 18<sup>th</sup> International Conference, October 18–22, 2022 : book of proceeding. – Kyiv, Ukraine, 2022. – P. 105–106.
23. Лисенко О.В. Моделювання множинних резонансних взаємодій у двоповерховому релятивістському електронному пучку, що

прискорюється поздовжнім електричним полем / О.В. Лисенко, Ю.Ю. Волк, А.Т. Шевченко, А.В. Івашина, А.О. Полуянов // Інформатика, математика, автоматика (ІМА 2021) : Матеріали та програма міжнародної науково-технічної конференції, 19 по 23 квітня 2021 року. – Суми, СумДУ, 2021. – С. 181.

24. Лисенко О.В. Моделювання динаміки хвиль у параметричних лазерах на вільних електронах з електростатичним ондулятором у кубічному нелінійному наближенні / О.В. Лисенко, М.О. Коровай, С.С. Ільїн, І.Д. Литвиненко, В.Ю. Перебейнос // Інформатика, математика, автоматика (ІМА 2021) : Матеріали та програма міжнародної науково-технічної конференції, 19 по 23 квітня 2021 року. – Суми, СумДУ, 2021. – С. 180.
25. Лисенко О.В. Застосування методу гармонічного балансу для моделювання множинних трихвильових параметричних резонансів у ЛВЕ з електростатичним ондулятором / О.В. Лисенко, С.С. Ільїн, Є.Ф. Бондаренко // Інформатика, математика, автоматика (ІМА 2022) : Матеріали та програма міжнародної науково-технічної конференції, 18 по 22 квітня 2022 року. – Суми, СумДУ, 2022. – С. 146.
26. Лисенко О.В. Генерування додаткового електричного поля у секції підсилення у супергетеродинному ЛВЕ з електростатичним ондулятором / О.В. Лисенко, С.С. Ільїн, Д.І. Піддубна // Інформатика, математика, автоматика (ІМА 2022) : Матеріали та програма міжнародної науково-технічної конференції, 18 по 22 квітня 2022 року. – Суми, СумДУ, 2022. – С. 151.
27. Лисенко О.В. Підсилення хвиль просторового заряду з урахуванням ефекту генерації додаткового поля накачки в супергетеродинному лазері на вільних електронах з електростатичним ондулятором / О.В. Лисенко, С.С. Ільїн // Інформатика, математика, автоматика (ІМА 2023) : Матеріали та програма міжнародної науково-технічної конференції, 24 по 28 квітня 2023 року. – Суми, СумДУ, 2023. – С. 280-281.