

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Сумський державний університет
Факультет технічних систем та енергоефективних технологій
Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

_____ Андрій ЗАГОРУЛЬКО
(підпис)

_____ 2024 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на здобуття освітнього ступеня бакалавр

зі спеціальності 131 Прикладна механіка, освітньо-професійної програми «Комп'ютерний інжиніринг в механіці», на тему: Аналіз впливу підшипників на стійкість обертання ротора турбокомпресора.

Здобувача групи КМ-01/1 СІДНІНА Владислава Вікторовича.

Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ Владислав СІДНІН
(підпис)

Керівник: асистент, доктор філософії Олександр ПОЗОВНИЙ _____
(підпис)

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота бакалавра: 64 с., 28 рис., 3 табл., 10 дж.

Об'єкт дослідження – трьохмасова модель роторної системи турбокомпресора з урахуванням впливу підшипників ковзання.

Мета роботи - оцінити вплив підшипників ковзання на стійкість роторів турбокомпресорів шляхом розгляду трьохмасової моделі ротора, яка враховує вплив на динаміку підшипників ковзання та анізотропію жорсткостей опор.

Методи дослідження – аналітичний метод побудови трьохмасової моделі ротора і чисельні дослідження вібрацій ротора в умовах обертання в нестійкій області за допомогою програмного комплексу Maple, Mathcad, Ansys.

В роботі побудована трьохмасова модель ротора турбокомпресора, система диференціальних рівнянь, якої має дванадцятий порядок та дозволяє врахувати вплив підшипників ковзання роторів турбокомпресорів.

На основі отриманих результатів розрахунків побудовано області стійкості. Встановлено, що зі збільшенням коефіцієнта анізотропії границя стійкості зменшується. Збільшення безрозмірного коефіцієнту циркуляційної сили у підшипниках δ , в границях реальної його зміни, майже не звужує область стійкості обертання ротора.

ТРЬОХМАСОВА МОДЕЛЬ РОТОРА, ОБЛАСТЬ СТІЙКОСТІ, ВЛАСНІ ФОРМИ КОЛИВАННЯ РОТОРА, ДЕМПФУВАННЯ, ЦИРКУЛЯЦІЙНІ СИЛИ, АНІЗОТРОПІЯ ОПОР.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	5
ВСТУП.....	6
1 ОДНОМАСОВА СИСТЕМА РОТОРА.....	10
1.1 Принцип роботи підшипника ковзання	10
1.2 Аналіз стійкості роторної системи за критеріями Рауса-Гурвіца	13
1.3 Визначення динамічних коефіцієнтів ротора з урахуванням пружних елементів.....	15
1.4 Стійкість одномасових роторів.....	22
1.5 Автоколивання одно-масових роторів	25
1.6 Стійкість і автоколивання одномасової моделі при анізотропії пружних сил	27
1.7 Автоколивання ротора без торкання зі статором.....	29
1.8 Висновки	31
2 ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РОТОРА	33
2.1 Багатомасова система ротора ротора з урахуванням підшипників ковзання	33
2.2 Розрахунок коефіцієнтів одномасової моделі ротора відцентрового насоса	35
2.3 Інтегрування рівнянь руху ротора.....	44
2.3 Висновки	51
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	64

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

Ω	– кутова швидкість вала;
$\omega_{гр}$	– гранична кутова швидкість, в межах області стійкості;
m_p	– маса ротора;
$m_{екв}$	– еквівалентна маса ротора;
$C_{екв}$	– еквівалентна жорсткість вала;
c_b	– згинальна жорсткість ротора;
$C_{уц}$	– коефіцієнт гідростатичної жорсткості шпаринного ущільнення;
$C_{під}$	– згинальна жорсткість підшипника;
$Q_{уц}$	– коефіцієнт циркуляційної сили в шпаринному ущільненні;
$Q_{під}$	– коефіцієнт перехресної жорсткості в підшипнику ковзання;
$b_{уц}$	– коефіцієнт перехресного демпфірування в шпаринному ущільненні;
x, y	– координати центра мас вала;
L_i	– довжини ділянок ротора ;
d_i	– діаметри ротора;
m_i	– дискретні маси;
L_m	– довжини шпарин;
r_m	– радіуси шпарин;
ρ	– густина перекачуваного середовища;
b	– коефіцієнт депфування
P	– тиск; характеристичний показник;
ПК	- портативний комп'ютер;
МСЕ	– метод скінченних елементів;
ЕОМ	– електронно-обчислювальна машина.

ВСТУП

Сучасна індустрія машинобудування постійно збільшує потужність своїх агрегатів і прискорює обертання їх роторів, що призводить до зростання впливу коливальних явищ на роботу машин. Вібрації стають ключовими факторами, що визначають тривалість служби та надійність конструкцій, а також впливають на зношування підшипників та точність виконання технологічних процесів.

У контексті відцентрових машин, ротори з високо розвинуеною системою ущільнень проточної частини та малими зазорами виявляють тенденцію до втрати стійкості та коливань, що характерно для нелінійних систем. Ротори, хоч і є ефективними інструментами для перетворення енергії в різних галузях техніки, одночасно є джерелами шкідливих вібрацій, що визначають зниження надійності та довговічності машин, механізмів, будівель і споруд промислового призначення. Ротор є основним елементом в енергетичних машинах (турбінах, відцентрових компресорах, турбокомпресорах), в електричних машинах - синхронних генераторах, синхронних і асинхронних двигунах), в транспортних машинах, та машинах хімічної і текстильної промисловості, приладах (гіроскопах, відцентрових регуляторах).

Для роторів відцентрових машин, через наявність розвинуеної системи ущільнень проточної частини з малими зазорами, характерна тенденція до втрати стійкості і виникнення коливань, типових для нелінійних систем, зокрема автоколивань. Визначення умов стійкого обертання ротора є важливим завданням, оскільки забезпечення стійкості, разом з відбудовою від резонансних режимів і балансуванням, є необхідною передумовою вібронадійності.

Однак, якщо методи розрахунку і закономірності коливань лінійних моделей роторів, зокрема роторів відцентрових насосів, досить детально висвітлені в літературі, то питання стійкості і динаміки нелінійних моделей роторів, які враховують специфіку відцентрових машин, досліджені недостатньо[3]. В зв'язку з цим дослідження динаміки ротора та розроблення методів зниження автоколивань – є одним з основних напрямків досліджень щодо підвищення

якості машин.

Розвиток сучасної машинобудівної галузі, який супроводжується зростанням робочих швидкостей та ефективності функціональних систем машин, вимагає використання динамічних методів досліджень та розрахунків для забезпечення необхідного рівня надійності у проектуванні машин. Вивчення та вирішення проблем стійкості пов'язані з визначенням динамічних коефіцієнтів, що впливають на систему, включаючи підшипники ковзання та щільні ущільнення роторів. Аналіз стійкості та дослідження автоколивальних процесів при обертанні ротора в підшипниках ковзання є важливою складовою у цьому процесі, оскільки в таких конструкціях дуже складно оцінити коефіцієнти демпфірування та циркуляційних сил, які протилежні за знаком і є вирішальними при автоколивальних процесах.

Для роторів відцентрових машин, через сильно розвинену систему ущільнень проточної частини з малими зазорами, характерна тенденція до втрати стійкості та виникнення коливань, властивих нелінійним системам, зокрема автоколивальним. Визначення умов стійкого обертання ротора є важливим завданням, оскільки забезпечення стійкості, поряд із відновленням від резонансних режимів і балансуванням, є необхідною передумовою вібронадійності.

Досить докладний розгляд зазначених завдань виконано в монографії [1]. У цій роботі систематично викладені результати досліджень стійкості і нелінійних коливань роторів відцентрових машин, проаналізовано вплив конструктивних і режимних параметрів на стійкість, запропоновано нові методи розрахунку стійкості багатомасових роторів та виявлено деякі загальні закономірності впливу основних технічних факторів на їх стійкість. Також у роботі викладені загальні закономірності, характерні для автоколивальних і вимушених нелінійних коливань при відсутності контакту ротора із розточкою ущільнень та в умовах безперервного такого контакту.

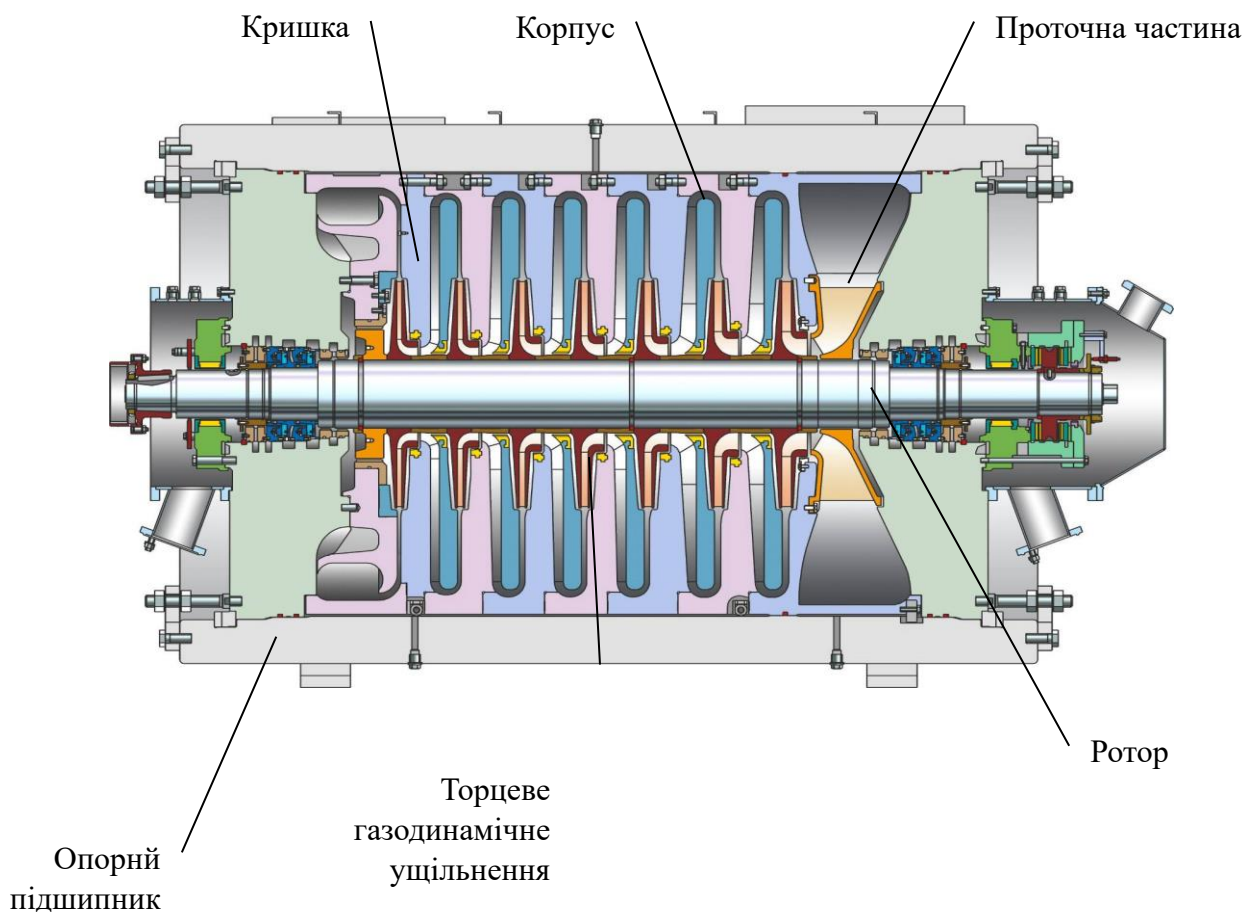
Дослідження стійкості обертання ротора і автоколивальних процесів також наведені у довіднику [4]. У цій роботі проводиться аналіз стійкості і дослідження

автоколивань при обертанні ротора в підшипниках ковзання. Враховуючи схожість виразів сил в підшипниках ковзання і в щілинних ущільненнях, багато результатів, отриманих у [3], можуть бути перенесені і на ротор в щілинних ущільненнях. Слід зауважити, що питання коливань роторів у підшипниках ковзання, включаючи нелінійні коливання, добре висвітлені в літературі, як і нелінійних коливань роторів у щілинних ущільненнях[4].

Результати таких досліджень дозволяють оцінити вплив підшипників ковзання на стійкість ротора та показати, що урахування впливу підшипників дає збільшення області стійкості робочих частот.

Резюмуючи все вищесказане, слід зазначити складність і важливість дослідження проблеми самозбудження коливань роторів, зокрема автоколивань роторів у підшипниках ковзання та щілинних ущільненнях з урахуванням анізотропії та дослідження впливу цього фактору на параметри автоколивань.

Об'єктом дослідження є гнучкий ротор відцентрового компресора 225GC2-135/12-50M1245 (рисунок 1). Його технічні параметри такі узагальнено в таблиці 1



Таблиця 1.1 – Технічні параметри

Параметри	Чисельне значення
Продуктивність, наведена до температури 273 К (0°C) та тиску 0,101 МПа $\left(1,033 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}\right), \frac{\text{м}^3}{\text{с}}$ (млн. м ³ /добу), не менше	25 (2.16)
Об'ємна продуктивність, наведена до початкових умов, м ³ /с (м ³ /хв), не менше	2.279 (136.76)
Тиск початковий, абсолютний, МПа (кгс/см ²) номінальний	1.20 (12.23)
Тиск кінцевий, абсолютний, МПа (кгс/см ²) номінальний	4.95 (50.46)
Відношення тисків (розрахунковий)	4.125
Політропний ККД компресора, %, не менше	70
Частота обертання ротора компресора, розрахункова, с ⁻¹ (об/хв)	148.7 (8919)
Номінальна (розрахункова) потужність, що споживається компресором, МВт	7.325
Температура газу на вході в компресор, розрахункова, К(°С)	301.1 (+28)
Підвищення температури газу в компресорі на номінальному режимі (розрахункове), °С	155.7
Коефіцієнт стисливості за умовами входу в компресор	0.977

Для подальшого вивчення динаміки ротора необхідно створити його розрахункову модель. Скінченно-елементна модель балки складено за допомогою авторської програми “Critical frequencies of the rotor”

1 ОДНОМАСОВА СИСТЕМА РОТОРА

1.1 Принцип роботи підшипника ковзання

Ротор турбокомпресора є складною динамічною системою та представляє одну з ключових частин агрегату – вал з жорстко закріпленими колесами компресора і турбіни. Плавне обертання ротора (взаємодія його зі статорними елементами) забезпечується підшипниками ковзання, які змащуються мастилом. Крім того, мастило виконує охолоджувальну функцію.

Підшипник – технічний пристрій, який виконує функцію підтримки вала, фіксує положення в просторі, забезпечує обертання з як найменшим опором та сприймає і передає навантаження на інші частини конструкції.

Призначення підшипників – підтримувати вали і осі, що обертаються (ротори) та забезпечувати їм можливість обертання або кочення, сприймати діючі на них навантаження.

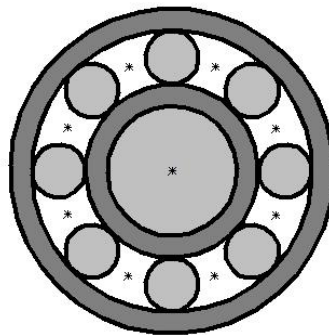


Рисунок 1.1 – Динамічна модель підшипника кочення

Розподіляють підшиники за видом тертя:

1. Підшипники кочення
2. Підшипники ковзання
3. Підшипники на магнітному підвісі.

Підшиники кочення – це опори деталей, що виконують функцію обертання чи гойдання, використовуючи тіла кочення (кульки або ролики) і працюють на основі тертя кочення.

Незважаючи на ряд переваг опор кочення, вони мають певний ряд недоліків, які обмежують їх область застосування.

У сучасному машинобудуванні спостерігається тенденція до збільшення потужності роторних машин, характерною особливістю цього є збільшення швидкості обертання ротора. Попередньо враховуючи недостатню надійність та малий ресурс підшипників кочення при великих навантаженнях і високих швидкостях, стає очевидним, що підшипники ковзання витіснятимуть інші типи підшипників, так як у високооберткових роторних машинах вони показують себе результативніше.

Підшипники ковзання на рідинному (газовому) змащуванні - це опори деталей, що обертаються, які працюють в умовах ковзання поверхні цапфи по поверхні підшипника. При доброму змащуванні і правильній конструкції підшипники ковзання можуть нести великі навантаження при високій частоті обертання, чим вигідно відрізняються від опор кочення. Вони мають малі радіальні розміри і масу.

Конструкція підшипника ковзання в більшій частині є простою, легкою та може бути виконана роз'ємною, коли застосування нероз'ємних підшипників неможливо.

Конструкція підшипника ковзання показана на рисунку 1.1. Підшипник ковзання являє собою корпус з циліндричною розточкою, в яку вставляється вкладиш або втулка з антифрикційного матеріалу (часто використовуються кольорові метали). Зазор, який є між валом і втулкою дозволяє вільно обертатися валу.

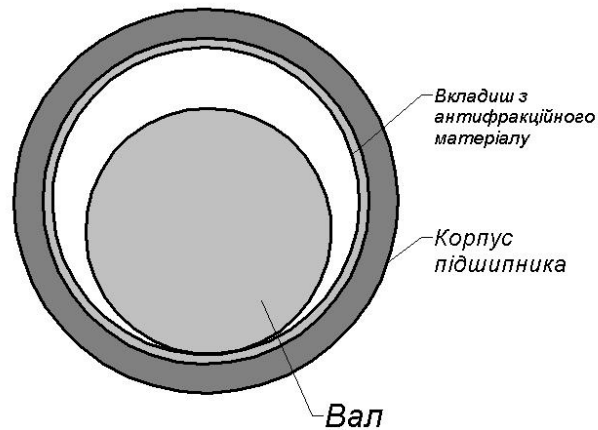


Рисунок 1.2 – Динамічна модель підшипника ковзання

Переваги підшипників ковзання в високооберткових навантажених машинах є надзвичайно важливими. Вони відзначаються безшумністю та високою демпфіруючою здатністю під час дії циклічних та ударних навантажень, а також можливістю працювати на високих швидкостях обертання. У порівнянні з підшипниками кочення, ресурс підшипників ковзання не залежить від швидкості обертання ротора, що робить їх більш довговічними. Вони конкурують з підшипниками кочення у багатьох галузях машинобудування. Важливо також зазначити, що підшипники ковзання мають стійкість у хімічно активних середовищах і можуть працювати при широкому діапазоні температур. Вони зберігають працездатність навіть при недостатньому або відсутньому змащуванні, що робить їх вельми привабливими для спеціальних конструкцій. Застосування опор ковзання постійно розширюється, особливо у машинах з високообертковими валами, де малі порушення балансування ротора можуть призвести до аварій. У таких умовах підшипники ковзання виявляються вібростійкими завдяки демпфіруючим властивостям змащувального шару. Незамінними є підшипники ковзання для парових турбін і турбогенераторів, що працюють тривалий час без зупинки, де підшипники кочення можуть бути недостатньо довговічними. Умови рідинного змащування майже не впливають на знос опор ковзання.

1.2 Аналіз стійкості роторної системи за критеріями Рауса-Гурвіца

Критерії Рауса-Гурвіца можуть бути використані для аналізу стійкості роторної системи, включаючи турбінні генератори, компресори, вітроенергетичні установки та інші механічні системи з обертовими деталями. Щоб визначити стійкість роторної системи за критеріями Рауса-Гурвіца, необхідно виконати такі кроки:

1. Отримання характеристичного полінома: спочатку отримайте характеристичний поліном роторної системи. це може бути зроблено шляхом лінійаризації рівнянь руху навколо статичної робочої точки.

2. Запишіть характеристичний поліном у вигляді коефіцієнтів: запишіть характеристичний поліном у вигляді коефіцієнтів

3. Складіть таблицю Рауса: складіть таблицю Рауса, як було описано раніше, використовуючи коефіцієнти характеристичного полінома.

4. Перевірка стійкості за критеріями Рауса-Гурвіца: після заповнення таблиці перевірте критерії Рауса-Гурвіца. Зазвичай, це включає визначення кількості змін знаку у першому стовпці таблиці. Якщо всі елементи першого стовпця відмінні від нуля, то система вважається стійкою. Якщо хоча б один елемент першого стовпця рівний нулю, то потрібно проводити додатковий аналіз.

5. Додатковий аналіз: у випадку, коли один або декілька елементів першого стовпця таблиці дорівнюють нулю, виконайте додатковий аналіз для визначення стійкості системи. Це може включати розрахунок інших критеріїв стійкості або використання числових методів для аналізу стійкості системи.

Важливо зауважити, що критерії Рауса-Гурвіца дають можливість аналізувати лише лінійні системи. У реальних роторних системах можуть виникати нелінійні ефекти, які можуть впливати на їх стійкість. Також слід мати на увазі, що результати аналізу за критеріями Рауса-Гурвіца можуть бути чутливими до похибок у визначенні параметрів системи та методів апроксимації.

Сили внутрішнього тертя в роторі можуть виникати з кількох джерел і грають важливу роль у динаміці роторних систем. Ось кілька факторів, які можуть спричиняти сили внутрішнього тертя в роторі:

1. Тривалість тертя в підшипниках: підшипники, які підтримують ротор, можуть викликати тертя через контакт між кульками (або роликками) та кільцями підшипника. Це може бути зумовлене як в'язкістю мастила (якщо воно використовується), так і мікронерівностями поверхні, що можуть призводити до деформації і тертя.

2. Тертя в кільцях та деталях ротора: між кільцями підшипників та внутрішніми частинами ротора може також виникати тертя, особливо якщо вони рухаються одне відносно одного.

3. Тертя в контактних поверхнях компонентів ротора: якщо в роторі присутні елементи, які контактують один з одним, такі як лопатки турбіни або компресора в двигуні, може виникати тертя внаслідок їх руху один відносно одного.

4. Тертя в оброблених поверхнях: навіть між обробленими поверхнями може виникати тертя через мікроскопічні нерівності та мікрохвилювання.

Сили внутрішнього тертя можуть впливати на ефективність роботи роторних систем, викликати знос деталей, підвищувати споживання енергії та призводити до появи вібрацій та шуму. Для мінімізації впливу сил внутрішнього тертя можуть застосовуватися різні техніки, такі як використання підшипників з меншими втратами енергії, використання спеціальних покриттів для зменшення тертя, а також оптимізація конструкції ротора для зменшення контактних поверхонь та тертя.

Гідростатичне ущільнення може мати значний вплив на ротор в різних аспектах. Ось деякі з найбільш значущих впливів:

1. Зменшення тертя та зносу: гідростатичне ущільнення дозволяє створити тонкий шар стиснутої рідини між ротором і стінкою або підшипниками. Це зменшує тертя і знос, що може покращити тривалість служби ротора.

2. Підтримка стійкого обертання: гідростатичне ущільнення допомагає утримувати ротор у стійкому положенні, що дозволяє йому обертатися без коливань або вібрацій.

3. Зменшення теплових навантажень: якщо ротор працює при великих швидкостях або з великими навантаженнями, гідростатичне ущільнення може допомогти зменшити теплові навантаження шляхом відведення тепла від ротора до струменів рідини.

4. Підвищення точності і стабільності роботи: гідростатичне ущільнення може покращити точність та стабільність роботи ротора, забезпечуючи йому рівномірний рух та запобігаючи зсувам або деформаціям.

5. Зменшення шуму та вібрацій: через зменшення тертя та покращення стабільності роботи, гідростатичне ущільнення може допомогти зменшити шум і вібрації, що виникають під час роботи ротора.

У цілому, гідростатичне ущільнення може бути важливим елементом у роботі ротора, особливо в умовах високих навантажень та великих швидкостей обертання. Воно допомагає забезпечити ефективну та надійну роботу роторної системи, зменшуючи тертя, підвищуючи точність та тривалість служби обладнання.

1.3 Визначення динамічних коефіцієнтів ротора з урахуванням пружних елементів

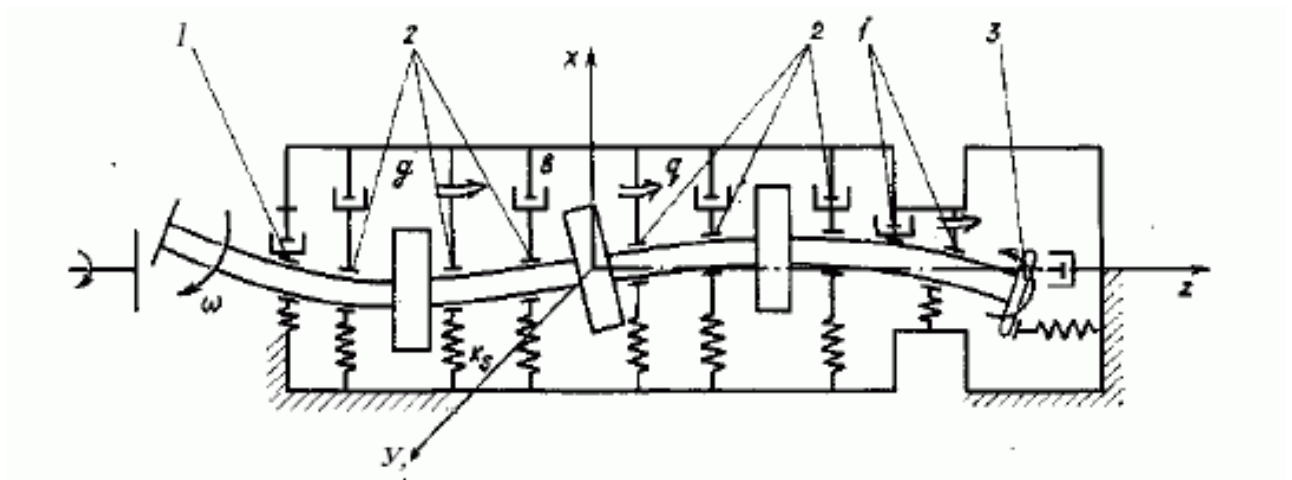
Ротор відцентрової машини є складною динамічною системою, характеристики якої значною мірою залежать не лише від пружно-масових параметрів самого ротора, але й від сил, що виникають при його взаємодії зі статорними елементами.

Відцентрові машини відрізняються тим, що ротор взаємодіє зі статором через підшипники ковзання та ущільнення проточної частини, які в насосах зазвичай виконуються у вигляді щілинних ущільнень. Вплив цих ущільнень на динаміку ротора полягає в діях сил реакції рідинного шару в зазорі, які в підшипниках. Розрахунок цих сил відрізняється від розрахунку в підшипниках

ковзання, оскільки в ущільненнях рідина примусово дроселюється в осьовому напрямку, що спричиняє деякі розходження в динамічних характеристиках ущільнень і гідродинамічних підшипників ковзання.

Крім ущільнень проточної частини, для зменшення або повного запобігання витоків перекачуваної рідини або нагнітального газу з корпусу машини використовуються кінцеві ущільнення. За принципом дії виділяють контактні та безконтактні ущільнення. Контактні ущільнення мало перешкоджають зсувам ротора під час коливань, тому їх вплив на динаміку ротора зазвичай невеликий. Натомість вплив безконтактних кінцевих ущільнень на динаміку роторів насосів слід враховувати в такій самій мірі, як і ущільнень проточної частини.

Динамічна модель ротора багатоступінчастого відцентрового насоса з урахуванням зазначених зауважень може бути представлена у вигляді схеми, показаної на рисунку 1.2.



- 1 – кільцеві ущільнення;
- 2 – ущільнення проточної частини;
- 3 – опірний підшипник.

Рисунок 1.3 – Динамічна модель ротора багатоступінчастого відцентрового насоса

Водночас, у багатьох випадках корпуси машин можна вважати абсолютно жорсткими. При цьому розглядаються схеми типу ротор – зв'язок, і в розрахунках динаміки жорстких двохопорних роторів у першому наближенні може бути прийнята одномасова схема.

Таким чином, крім опорних точок, ротор відцентрової машини взаємодіє зі статорними елементами через ущільнення проточної частини та кінцеві ущільнення. Ці елементи, в ряді випадків, є досить податливими. В результаті, для адекватного опису динаміки ротора, в якості розрахункової коливальної системи доводиться приймати схему ротор-зв'язок-корпус.

У такій системі на валу ротора розташована лише одна маса або один масивний об'єкт. Вона зазвичай використовується для простих моделей або дослідницьких цілей.

Схема одномасової ротора з щілинними ущільненнями, зображена на рисунку 1.3, може служити розрахунковою для деяких типів насосів (наприклад, одноступінчаті насоси типу D), або розрахунковою в першому наближенні для двохопорних багатоступеневих насосів. Одномасова модель широко використовується в експериментальних установках для дослідження впливу різних чинників на динамічні властивості ротора [1,6-12].

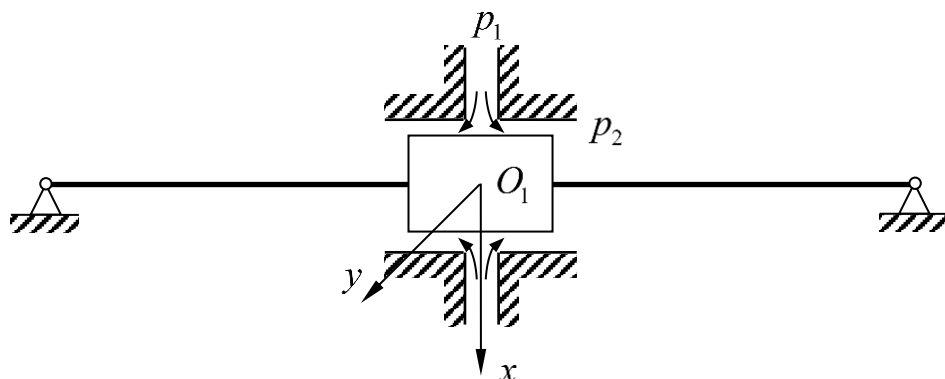


Рисунок 1.4– Одномасова модель ротора

Як видно з рисунка, одномасова модель складається з пружного невагомго валу, на якому розташований масивний диск, маса якого дорівнює приведеній (еквівалентній) масі ротора. Уся маса диска зосереджена в одній точці – центрі мас диска (точка C). Опори вала ротора вважаються абсолютно жорсткими, а кінці валу закріплені шарнірно.

Диференціальні рівняння руху центру мас ротора O_1 у випадку вільних коливань, тобто за відсутності дисбалансу, в нерухомій системі координат, зображеній на рисунку (1.3), в загальному випадку можуть бути представлені у вигляді:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x = -(b + b_1)\dot{x} - (g_0 + g)\dot{y} - (c + c_1)x - (q_0 + q)y; \\ m\ddot{y} &= F_y = -(b - b_1)\dot{y} - (g_0 - g)\dot{x} - (c - c_1)y - (q_0 - q)x, \end{aligned} \quad (1.1)$$

де m – приведена маса ротора;

У випадку анізотропних опор і відцентрового рівноважного положення відносно статорних розточок щілинних ущільнень, для ротора $b_1 = g_0 = q_0 = 0$ і система (1.1) набуває вигляду:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -b\dot{x} - g\dot{y} - (c + c_1)x - qy; \\ m\ddot{y} &= -b\dot{y} - g\dot{x} - (c - c_1)y + qx \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} c_1 &= kc \\ (c + c_1) &= c_x \\ (c - c_1) &= c_y \end{aligned}$$

де k – коефіцієнт анізотропності.

Тут коефіцієнти b , c , q , g в загальному випадку залежать від прогину вала ротора, оскільки гідродинамічні сили, що виникають в щілинному ущільненні, можуть вважатися лінійними лише при малих вібраціях (які не перевищують 0,2-0,4 величини зазору ущільнень).

Формули для коефіцієнтів b , c , q , отримані у роботі [6] для циліндричної щілини без перекосу осей вала і втулки, при умові, що довжина щілинного ущільнення до його радіусу не перевищує одиниці (так звана коротка щілина), мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} c_x &= c_B + (1 + k)c_{y_{\text{щ}0}} \left(1 + \frac{3}{4} \alpha \frac{|z|}{h_0^2} \right); \\ c_y &= c_B + (1 - k)c_{y_{\text{щ}0}} \left(1 + \frac{3}{4} \alpha \frac{|z|}{h_0^2} \right); \\ b &= b_0 \left(1 - \frac{|z|^2}{h_0^2} \right)^{-\frac{3}{2}}; \\ q &= 0,5b\omega, \\ c_{y_{\text{щ}}} &= c_{y_{\text{щ}0}} \left(1 + \frac{3}{4} \alpha \frac{r_{\text{в}}^2}{h_0^2} \right) \end{aligned} \quad (1.3)$$

де $z = x + iy$; $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$; c_B – згинальна жорсткість вала це міра того,

наскільки вал стійкий проти згину або вигину; $c_{y_{\text{щ}0}} = \frac{\pi r l \Delta p}{2h_0} \frac{\sigma}{(1 + \sigma)^2}$ – коефіцієнт

жорсткості вала ущільнення при концентричному розташуванні вала і втулки щілинного ущільнення - це коефіцієнт, який визначає жорсткість вала і втулки ущільнення, коли вони розташовані концентрично.; r – радіус шпаринного ущільнення; l – довжина шпаринного ущільнення; h_0 – зазор в щілинному ущільненні; $\Delta p = p_1 - p_2$ – перепад тиску дрослюючого через ущільнення;

$\sigma = \frac{2\zeta_1 h_0}{\lambda l}$; ζ_1 – коефіцієнт втрат на вході в ущільнення; λ – коефіцієнт

гідралічного тертя; $\alpha = \frac{\sigma}{1 + \sigma}$; $b_0 = \frac{\pi k_z \mu l^3 r}{12h_0^3}$ – коефіцієнт демпфірування при

концентричному розташуванні валу і втулки ущільнення; k_z – коефіцієнт рівняння Рейнольдса; припускаючи в щілині ущільнення автотельний режим

течії, можна записати $k_z = 0,005 \text{Re}_0$; $\text{Re}_0 = \frac{2\rho h_0 w_0}{\mu}$ – число Рейнольдса для течії рідини в щілині ущільнення; w_0 – швидкість течії середовища в щілині ущільнення; ρ – щільність середовища; ω – частота обертання ротора; k – коефіцієнт анізотропії щілинних ущільнень.

Вирази для k_z , Re_0 , w_0 взяті із роботи [7].

Крім сил пружності та демпфування, в ущільненнях можуть діяти і так звані інерційні та гіроскопічні сили [7,8]. Зазвичай їх вплив на ротор є невеликим, тому в більшості випадків можна не враховувати їх [1].

Для спрощення подальшого аналізу і скорочення рівняння рівняння (1.2) можна переписати у "спресованому" вигляді. Для цього додаткове рівняння отримують, помноживши друге рівняння системи на уявну одиницю $i = \sqrt{-1}$ і склаіши з першим рівнянням. В результаті отримано одне рівняння щодо параметра $z = x + iy$ [1]

$$m\ddot{z} + [b(|z|) + n]\dot{z} + [c_e + c_{yщ}(|z|)]z - iq(|z|)z = me\omega^2 e^{i\omega t} \quad (1.4)$$

де n – коефіцієнт зовнішнього демпфування;

e – зміщення ротора.

Урахування коефіцієнта n зовнішнього опору враховує той факт, що в насосах, які працюють з рідиною, окрім демпфування в ущільненнях, також істотно демпфується поза ущільненнями в місцях встановлення підшипників ковзання та областю поза ущільненням [1, 2], що може мати значний вплив.

Рівняння (1.4) стає нелінійним через нелінійні залежності від ексцентриситету коефіцієнтів демпфування, пружності та циркуляційних сил. Лінеаризоване рівняння виглядає так:

$$m\ddot{z} + (b_0 + n)\dot{z} + (c_e + c_{yщ_0})z - iq_0z = me\omega^2 e^{i\omega t} \quad (1.5)$$

де $q_0 = 0,5b_0\omega$.

Для спрощення розв'язання та подальшого аналізу, представимо рівняння (1.2) і відповідне їм рівняння у "спресованому" вигляді (1.4) в безрозмірну форму. Введемо безрозмірні координати центру мас ротора та безрозмірний час.

$$\xi = \frac{x}{h_0}; \quad \eta = \frac{y}{h_0}; \quad u = \frac{z}{h_0}; \quad u = \xi + i\eta; \quad \tau = t\omega_0, \quad (1.6)$$

де $\omega_0 = \sqrt{\frac{(c_s + c_{yш0})}{m}}$ – критична частота ротора в ущільненнях.

Підставляючи (1.6) в (1.4), після очевидних алгебраїчних перетворень, прийдемо до диференціального рівняння руху центру мас ротора в «спресованій» формі в безрозмірному вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d^2u}{d\tau^2} + \bar{A} \left[(1 - |u|^2)^{-\frac{3}{2}} + \bar{\beta} \right] \frac{du}{d\tau} + \bar{B} \left[\bar{\lambda}_f + \left(1 + \frac{3}{4} \alpha^2 |u|^2 \right) \right] u - \\ - i \cdot 0,5 \bar{A} \bar{\omega} (1 - |u|^2)^{-\frac{3}{2}} u = \bar{\varepsilon} \bar{\omega}^2 \exp(i\bar{\omega}\tau), \end{aligned} \quad (1.7)$$

де \bar{A} , \bar{B} – безрозмірні параметри одномасової моделі ротора, що враховують жорсткість і демпфування в системі відповідно; $\bar{\beta}$ – відносне зовнішнє демпфування; $\bar{\lambda}_f$ – відносна згинальна жорсткість вала ротора; $\bar{\omega}$ – відносна частота обертання ротора; $\bar{\varepsilon}$ – відносний ексцентриситет.

Штрихи над позначеннями змінних підкреслюють, що це безрозмірні параметри.

Вирази для зазначених безрозмірних параметрів мають вигляд:

$$\bar{A} = \frac{b_0}{m\omega_0}; \quad \bar{B} = \frac{c_{yш}}{m\omega_0^2}; \quad (1.8)$$

$$\bar{\beta} = \frac{n}{b_0}; \quad \bar{\lambda}_f = \frac{c_a}{c_{yш0}};$$

$$\bar{\omega} = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{e}{h_0}.$$

Підставляючи в рівняння (1.7) вираз для u (1.6) і прирівнюючи уявні і дійсні частини лівої і правої частин отриманого рівності, отримаємо систему диференціальних рівнянь (1.7) в безрозмірному вигляді:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\xi}{d\tau^2} + \bar{A} \left\{ [1 - (\xi^2 + \eta^2)]^{-\frac{3}{2}} + \bar{\beta} \right\} \frac{d\xi}{d\tau} + (1+k) \times \\ & \times \bar{B} \left\{ \bar{\lambda}_f + \left[1 + \frac{3}{4} \alpha^2 (\xi^2 + \eta^2) \right] \right\} \xi + 0,5 \bar{A} \bar{\omega} [1 - (\xi^2 + \eta^2)]^{-\frac{3}{2}} \eta = \\ & = \bar{\varepsilon} \bar{\omega}^2 \cos \bar{\omega} \tau; \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^2\eta}{d\tau^2} + \bar{A} \left\{ [1 - (\xi^2 + \eta^2)]^{-\frac{3}{2}} + \bar{\beta} \right\} \frac{d\eta}{d\tau} + (1-k) \times \\ & \times \bar{B} \left\{ \bar{\lambda}_f + \left[1 + \frac{3}{4} \alpha^2 (\xi^2 + \eta^2) \right] \right\} \eta - 0,5 \bar{A} \bar{\omega} [1 - (\xi^2 + \eta^2)]^{-\frac{3}{2}} \xi = \\ & = \bar{\varepsilon} \bar{\omega}^2 \sin \bar{\omega} \tau. \end{aligned}$$

Отримані рівняння дозволяють визначити безрозмірні координати центру мас ротора.

Рівняння (1.9) будуть використані надалі при проведенні чисельних експериментів для опису коливань ротора.

1.4 Стійкість одномасових роторів

Стійкість одномасових роторів можна розглядати через лінеаризоване рівняння (1.1), яке описує вільні коливання такого ротора. Це рівняння

перетворюється на характеристичне рівняння 4-го порядку, яке має вигляд, як показано в рівнянні (1.10),

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0, \quad (1.10)$$

де деякі коефіцієнти визначаються як функції різних параметрів:

$$\begin{aligned} a_0 &= m^2; \\ a_1 &= 2mb; \\ a_2 &= 2mc - g_0^2 + g^2 - b_1^2 + b^2; \\ a_3 &= 2(bc - b_1 c_1 + gq - g_0 q_0); \\ a_4 &= c^2 - c_1^2 + q^2 - q_0^2. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Згідно з критерієм Гурвіца, рівняння (1.10) стійке, якщо виконується умова: зазначена в рівнянні (1.12):

$$a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_4 a_1^2 > 0. \quad (1.12)$$

Використавши рівняння (1.11) формулу (1.12), запишемо умову стійкості одно масового ротора:

$$\begin{aligned} & (bc - b_1 c_1 + gq - g_0 q_0) \times \\ & \times \left[b \left(2c + \frac{g^2 - g_0^2 + b^2 - b_1^2}{m} \right) - (bc - b_1 c_1 + gq - g_0 q_0) \right] - \\ & - (c^2 - c_1^2 + q^2 - q_0^2) b^2 > 0. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Враховуючи це та вираз для коефіцієнта циркуляційних сил, умову стійкості (1.13) можна записати, якщо дія циркуляційної сили ($q \neq 0$) може призвести до втрати стійкості, як показано в рівнянні (1.14).

Враховуючи вираз для коефіцієнта циркуляційних сил, можна записати умову стійкості в виді:

$$\omega < 2\omega_0. \quad (1.14)$$

Це означає, що стійкість ротора досягається при частотах обертання, що не перевищують подвоєну критичну частоту, яка знайдена без врахування динамічних сил: інерції, дисипативних, циркуляційних та гіроскопічних.

З метою врахування зовнішнього демпфірування в умові (1.13) замість коефіцієнта демпфірування в ущільненнях b вводиться новий параметр $b+n$. Тоді умова стійкості має вигляд, як в рівнянні (1.15):

$$\omega < 2\omega_0 \left(1 + \frac{n}{b}\right) = \omega_{\text{гр}}, \quad (1.15)$$

В результаті, в залежності від величини співвідношення n/b , чим більше його значення тим різниця більш може відрізнятись від одиниці коефіцієнт при $2\omega_0$. В [1] наведено опис експерименту, в якому ротор не втрачав стійкості при частотах обертання перевищують $3,6\omega_0$.

Враховуючи, що

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c_g + c_{y\text{ш}0}}{m}} = \sqrt{\frac{c_g}{m} \left(1 + \frac{c_{\text{шп}}}{c_g}\right)} = \sqrt{1 + \frac{c_{\text{шп}}}{c_g}} \sqrt{\frac{c_g}{m}} = \sqrt{1 + \frac{c_{\text{шп}}}{c_g}} \cdot \omega'_0, \quad (1.16)$$

Далі, враховуючи ω'_0 - критичну частоту обертання ротора в повітрі, умова стійкості може бути записана з врахуванням рівнянь з безрозмірними коефіцієнтами(1.8) система набуває вигляду, як у рівнянні (1.17), де відносна гранична частота означає максимальну частоту обертання ротора, при якій він залишається стійким.

$$\bar{\omega} < 2 \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda_f}} (1 + \beta) = \bar{\omega}_{\text{гр}}. \quad (1.17)$$

де $\bar{\omega}_{\text{гр}} = \omega_{\text{гр}} / \omega_0$ – відносна гранична по стійкості частота обертання ротора.

1.5 Автоколивання одно-масових роторів

Коли частота обертання ротора досягає граничного значення (1.16) або відносна частота обертання ротора досягає відносного граничного значення (1.17), ротор втрачає свою стійкість, що може призвести до автоколивань у формі прямої несинхронної прецесії. Через жорстку характеристику коефіцієнта жорсткості ущільнень амплітуда таких коливань може залишитися нижче від зазору в щільному ущільненні, що спричиняє автоколивання, де ротор не торкається статорних розточок. Ці автоколивання можуть бути причиною підвищеної вібрації та шуму у відцентрових машинах. Зазвичай намагаються повністю уникнути автоколивань, що досягається за допомогою забезпечення надійного запасу стійкості, але на практиці це не завжди вдається. Такі процеси можуть бути помірними у відцентрових машинах з великим демпфіруванням і можуть залишатися непоміченими без спеціального вивчення вібрацій. Для практичних цілей, таких як діагностика, корисним є знання частот автоколивань, оскільки їх виявлення в спектрі вібрацій машини може свідчити про негативний вібраційний стан машини.

Розглянемо вільні коливання одномасового врівноваженого ротора, що описуються рівнянням (1.4) з нульовою правою частиною:

$$m\ddot{z} + [b(|z|) + n]\dot{z} + [c_v + c_{\text{ущ}}(|z|)]z - iq(|z|)z = 0. \quad (1.18)$$

де c_v – згинальна жорсткість вала;

$c_{\text{ущ}_0}$, q_0 , b_0 , – коефіцієнт демпфірування, коефіцієнт циркуляційної сили, жорсткості, в шпарині при радіальному зміщенні вала відносно втулки ущільнення, $q_0 = 0,5b_0\omega$;

n – коефіцієнт демпфірування за межею ущільнення.

Умова стійкості системи (1.18) отримаємо із (1.13), якщо покласти $q = 0$ і b замінити на $b_0 + n$, c на c_0 , q на q_0

$$(b_0 + n)^2 c_0 - m q_0^2 > 0, \quad (1.19)$$

де $c_0 = c_b + c_{\text{уп}_0}$;

$$q_0 = 0,5b_0\omega.$$

Якщо умови (1.15) або (1.17) не виконуються, виникають самозбудні коливання. У випадку, коли автоколивання можливі, для системи типу (1.18) рішення необхідно шукати у формі [2, 4]

$$z = A e^{i\Omega t}. \quad (1.20)$$

Розв'язок (1.20) відповідає прямій круговій прецесії ротора з круговою частотою Ω .

Підставивши (1.20) у (1.18), після скорочення на $A e^{i\Omega t}$, отримаємо:

$$-m\Omega^2 + i\Omega [b(A) + n] + c(A) - iq(A) = 0.$$

Прирівнюючи окремо уявну і дійсну частини нулю, приходимо до системи нелінійних рівнянь відносно параметрів автоколивань A і Ω :

$$f(A) = [n + b(A)]^2 c(A) - m q^2(A) = 0; \quad (1.21)$$

$$\Omega = \frac{q(A)}{b(A) + n} = 0,5 \frac{b(A)}{b(A) + n} \omega.$$

Розв'язок системи (1.22) позначимо через A_0, Ω_0 .

Згідно з критерієм стійкості автоколивального режиму [2], останній стабільний, якщо при $A = A_0 + \Delta A$, де ΔA – як завгодно мале збільшення амплітуди автоколивань, дотримується умова стійкості гармонійно лінеаризованого рівняння. Ця умова еквівалентно такому [2]:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial A} \right)_{A=A_0} > 0. \quad (1.22)$$

Таким чином, (1.22) є умовою практичної реалізованості автоколивань.

1.6 Стійкість і автоколивання одномасової моделі при анізотропії пружних сил

Анізотропність одномасової системи (ротора, плаваючого ущільнення) обумовлюється головним чином, неоднаковістю жорсткості у горизонтальному і вертикальному напрямі в ущільненнях і опорах. В ущільненнях це може бути при початково-ексцентричному положенні ротора відносно ущільнених втулок.[12]

Із системи рівнянь (1.2) де покладемо:

$$\begin{aligned} b &= const, \\ q &= 0.5b\omega, \\ c &= c_0 + \mu|z|^2, \\ c_0 &= c_B + c_{ущ0}, \\ \mu &= \frac{0.75c_{ущ0}\alpha^2}{h_0^2} \end{aligned}$$

Стійкість будемо досліджувати на основі розглядання характеристичного рівняння лінеаризованої системи (1.5)

$$\begin{aligned}
A(p) &= \begin{vmatrix} mp^2 + bp + (c_0 + c_1) & q \\ -q & mp^2 + bp + (c_0 - c_1) \end{vmatrix} = \\
&= m^2p^4 + 2mbp^3 + (2c_0m + b^2)p^2 + 2bc_0p + c_0^2 - c_1^2 + q^2 = \\
&= a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0
\end{aligned}$$

Умова стійкості $(a_1a_2 - a_0a_3)a_3 - a_4a_1^2 > 0$ тут зводиться до вигляду:

$$\frac{b^2c_0 - mq^2 + mc_1^2}{\frac{1 + q^2}{b^2}} > 0 \quad (1.23)$$

Якщо порівняти співвідношення (1.23) та (1.19) між собою, то стає зрозумілим, що анізотропність ($c_1 \neq 0$) завжди поліпшує стійкість. Якщо умова (1.24) не виконується очевидна поява автоколивань.

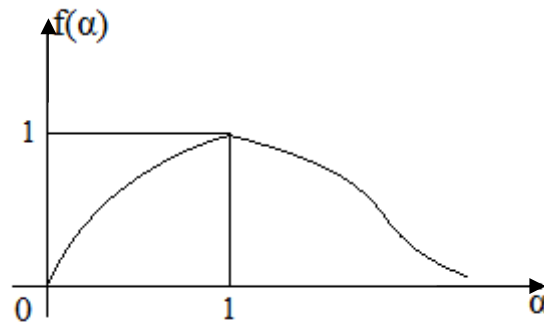
Зауважимо, що при анізотропності частота автоколивань завжди буде нижчою за частоту коливань ізотропної системи, яка дорівнює [12] :

$$\Omega_{\text{із}} = \frac{q}{b} = 0.5\omega \quad (1.24)$$

Введем позначення $\alpha = \frac{A}{B}$ (де A, B – амплітуди вимушеної та автоколивальної складової), то отримуємо

$$\begin{aligned}
\Omega_{\text{аніз}} &= \frac{qf(\alpha)}{b} \\
f(\alpha) &= \frac{2\alpha}{(1 + a^2)}
\end{aligned} \quad (1.25)$$

Графік $f(\alpha)$ приведено на рисунку 1.5

Рисунок 1.5 – Вигляд функції $f(\alpha)$

Із графіка видно, що дана функція максимальна при $\alpha = 1$, де $f(\alpha) = 1$.

Тому при $A \neq B$ буде $\alpha < 1$ або $\alpha > 1$ і $\Omega_{\text{аніз}} < \Omega_{\text{із}}$

1.7 Автоколивання ротора без торкання зі статором

Розклавши функцію $b(|z|)$ із (1.3) в ряд Тейлора

$$b(|z|) = b_0 \left(1 - \frac{|z|^2}{h_0^2} \right)^{\frac{3}{2}} \approx b_0 \left(1 + \frac{3|z|^2}{2h_0^2} \right)$$

і враховуючи також формулу для $c(|z|)$ із (1.3), (1.22) запишеться в вигляді:

$$f(A) = \left[n + b_0 \left(1 + \frac{3A^2}{2h_0^2} \right) \right]^2 \left[c_B + c_{\text{упо}} \left(1 + \frac{3}{4} \alpha^2 \frac{A^2}{h_0^2} \right) \right] -$$

$$- 0,25m\omega^2 b_0^2 \left(1 + \frac{3A^2}{2h_0^2} \right)^2 = 0; \tag{1.26}$$

$$\Omega = 0,5 \frac{b_0 \left(1 + \frac{3A^2}{2h_0^2} \right)}{b_0 \left(1 + \frac{3A^2}{2h_0^2} \right) + n} \omega.$$

Перше рівняння системи є кубічним щодо параметра A^2 . Обчисливши найменший позитивний корінь A_0 цього рівняння і підставивши його в друге рівняння системи (1.22), знайдемо частоту Ω_0 . Неважко показати, що умова стійкості автоколивального режиму (1.22) при цьому виконується. Справді, перший доданок виразу $f(A)$ представляє собою поліном шостого степеня відносно A , другий доданок – поліном четвертого степеню. При $A = A_0$ ці доданки рівні, при $A = A_0 + \Delta A$ перший доданок при однаково малому $\Delta A > 0$ буде більше другого. Отже, автоколивальний режим, який визначається параметрами A_0, Ω_0 стійкий.

Для випадку малого зовнішнього демпфування ($n \ll b$) рівняння (1.26) прийдуть вигляд[1]:

$$f(A) = c_b + c_{yn_0} \left(1 + \frac{3}{4} \alpha^2 \frac{A^2}{h_0^2} \right) - 0,25m\omega^2 = 0; \quad (1.27)$$

$$\Omega = 0,5\omega.$$

Тоді із першого рівняння (1.27) можна отримати:

$$A_0 = \frac{2h_0}{\sqrt{3}\alpha} \sqrt{\frac{0,25m\omega^2 - c_b}{c_{yn}} - 1}; \quad (1.28)$$

$$\Omega_0 = 0,5\omega.$$

Вводячи критичну частоту обертання ротора в ущільненнях $\omega_0^2 = \frac{c_b + c_{yn_0}}{m}$, перепишемо (1.28) у вигляді:

$$A_0 = \frac{2h_0}{\sqrt{3\alpha}} \frac{\omega'_0}{\omega_0} \sqrt{0,25 \frac{\omega^2}{\omega_0'^2} - 1}; \quad (1.29)$$

$$\Omega_0 = 0,5\omega.$$

Необхідною умовою існування автоколивального режиму є позитивність підкоренного виразу (1.29), а це має місце при $\omega > 2\omega_0$, тобто у разі порушення умови стійкості (1.19).

З (1.29) випливає, що амплітуда автоколивань монотонно зростає зі збільшенням частоти обертання, а область коливань ротора без контакту зі статором $A_0 < h_0$ обмежується умовою:

$$\omega < \sqrt{3\alpha} \omega'_0 \sqrt{\frac{4}{3\alpha^2} \frac{\omega_0^2}{\omega_0'^2} + 1}. \quad (1.30)$$

З (1.27) видно, що частота автоколивань дорівнює половині частоти обертання ротора. Цей результат багаторазово підтверджується експериментально [2, 6].

1.8 Висновки

Основним джерелом вібрацій відцентрових машин є неврівноважений ротор. Для аналізу та прогнозування їх вібраційного стану необхідні насамперед розрахунки динаміки роторів. Складність цих розрахунків обумовлена тим, що колювання роторів значною мірою визначаються пружно-демпфуючими та інерційними властивостями рідини, яка протікає через дросельні зазори між роторними та статорними елементами. Навіть якщо не враховувати податливості корпусу, ротор можна представити як багатомасову систему, з'єднану з корпусом гідродинамічними силами, що виникають в радіальних опорах і кінцевих ущільненнях, в опорах проточної частини, в урівноважуючому пристрої та

опірному підшипнику. Тому при дослідженні коливань роторів відцентрових насосів намагаються максимально знизити кількість ступенів свободи.

У подібних дослідженнях часто застосовуються одномасові моделі ротора, припускаючи, що цей ротор еквівалентний у динамічному відношенні певному багатомасовому ротору. У цій роботі також використовується одномасова модель ротора. Використання такої моделі обумовлено тим, що дослідження проводиться з урахуванням нелінійності реактивних сил в рідинному шарі щільних ущільнень, що робить диференціальні рівняння, які описують динаміку ротора, нелінійними. Чисельне інтегрування таких рівнянь у випадку багатомасових роторів є досить трудомістким і навряд чи виправданим, оскільки основні закономірності коливань можуть бути вивчені й на одномасовій моделі.

В цьому розділі наведені рівняння коливань ротора, умови його стійкості, а також інші аналітичні залежності, які будуть використані для аналізу результатів, отриманих в результаті чисельного експерименту.

2 ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РОТОРА

2.1 Багатомасова система ротора ротора з урахуванням підшипників ковзання

Для вивчення складних динамічних нелінійних процесів у роторах відцентрових машин зараз почали використовувати дискретні багатомасові моделі високого порядку. Однак ускладнення моделі, що дозволяє більш точно врахувати особливості реального об'єкта, призводить до труднощів чисельної реалізації. Тому важливо максимально спростити модель, щоб зберегти якісні особливості поведінки об'єкта, але при цьому уникнути помилок в обчисленнях. Використання як складних, так і простих математичних моделей є корисним, оскільки дозволяє здійснювати взаємний контроль та узагальнювати виявлені закономірності.

В представленій моделі на валу може бути розташовано більше одної маси. Це може бути кілька окремих мас або система з'єднаних між собою мас. Багатомасові системи роторів зазвичай застосовуються в складних технічних пристроях, таких як двигуни автомобілів або промислові механізми, де необхідно більше точно контролювати динаміку та вибірково змінювати параметри руху.

У підшипниках ковзання під дією вагових і динамічних навантажень відбуваються пластичні деформації в місцях контакту тіл ковзання з внутрішнім і зовнішнім обіймами(кільцями) Динамічна стійкість роторів залежить від характеристик підшипників ковзання: від несучої здатності, від жорсткості і демпфування мастильного шару.

Варіант I: Неконсервативна система, яка враховує вплив демпфірування, а також циркуляційні сили в ущільненнях, а в вузлах підшипника враховується тільки квазіпружна сила.

Варіант II: Уточнена модель, яка враховує неконсервативні сили не тільки в ущільненнях, а й у підшипникових вузлах.

Важливо відмітити, що циркуляційна сила направлена у бік обертання. Вона ніби намагається прискорити прецесію ротора. В подальшому буде продемонстровано, вплив циркуляційної сили на стійкість ротора та втрату її.

Диференціальні рівняння центру мас ротора у випадку вільних коливань, тобто за відсутності дисбалансу, в нерухомій системі координат, в загальному випадку можна представити у вигляді:

$$\text{Варіант I:} \quad m_p \ddot{x} + b_{\text{уц}} \dot{x} + C_{\Sigma} x + qy = 0 \quad (2.1)$$

$$m_p \ddot{y} + b_{\text{уц}} \dot{y} + C_{\Sigma} y - qx = 0$$

$$\text{Варіант II:} \quad m_p \ddot{x}_1 + C_B(x - x_1) = 0$$

$$m_p \ddot{y}_1 + C_B(y - y_1) = 0$$

$$2m_p \ddot{x}_1 + 2b_{\text{п}} \dot{x}_1 + 2q_{\text{п}} y_1 + 2C_{\text{п}} x_1 + C_B(x_1 - x_2) = 0 \quad (2.2)$$

$$2m_p \ddot{y}_1 + 2b_{\text{п}} \dot{y}_1 + 2q_{\text{п}} x_1 + 2C_{\text{п}} y_1 + C_B(y_1 - y) = 0$$

$$q_{\text{п}} = \delta \cdot d_{\text{п}} \omega$$

- m_p – приведена маса ротора;
- C_B – згинальна жорсткість ротора;
- $C_{\text{уц}}$ – коефіцієнт гідростатичної жорсткості шпаринного ущільнення;
- $C_{\text{під}}$ – згинальна жорсткість підшипника;
- $q_{\text{уц}}$ – коефіцієнт циркуляційної сили в шпаринному ущільненні;
- $q_{\text{під}}$ – коефіцієнт перехресної жорсткості в підшипнику ковзання;
- $d_{\text{п}} \equiv b_{\text{п}}$ – коефіцієнт демпфірування в підшипнику;
- $b_{\text{уц}}$ – коефіцієнт перехресного демпфірування в шпаринному ущільненні;

Відповідні характеристичні рівняння мають вигляд визначників:

$$\text{Варіант I: } \begin{bmatrix} mp^2 + bp + C_{\Sigma} & q \\ -q & mp^2 + bp + C_{\Sigma} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.3)$$

Варіант II:

$$\begin{bmatrix} mp^2 + C_B & 0 & -C_B & 0 \\ 0 & mp^2 + C_B & 0 & -C_B \\ -C_B & 0 & 2m_{\Pi}p^2 + 2b_{\Pi}p + (2C_{\Pi} + C_B) & 2q_{\Pi} \\ 0 & -C_B & -2q_{\Pi} & 2m_{\Pi}p^2 + 2b_{\Pi}p + (2C_{\Pi} + C_B) \end{bmatrix} = 0 \quad (2.4)$$

Представлені математичні моделі з використанням програмного забезпечення дозволяють ще на стадії проектування робити оцінку динамічного стану роторних систем з підшипниками ковзання з урахуваннями факторів, що викликають автоколивання.

2.2 Розрахунок коефіцієнтів одномасової моделі ротора відцентрового насоса

Для дослідження динаміки роторів у підшипниках ковзання та моделюванні напрям підйомної

течії мастила в підшипнику необхідно визначати значення сили в підшипнику, коефіцієнти матриць жорсткості і демпфування підшипника ковзання. Визначення коефіцієнтів жорсткості і демпфування (динамічних коефіцієнтів) підшипника ковзання виконано в роботах В.І Симоновського.

Завдання дослідження динамічних характеристик роторів відцентрових насосів в чому схожа з завданням розрахунку параметрів поперечних коливань і стійкості гнучких роторів, опираючихся на підшипники ковзання. Важливість і складність питань динаміки роторів в підшипниках ковзання вже досить добре оцінена. Існує чітке уявлення про реакцію ротора на дисбаланс і нестійкості, пов'язаної з підшипниками. Це безпосередньо відноситься і до роторів відцентрових насосів.

Однак є ряд факторів, притаманних виключно цим роторам. Їх поперечні коливання значною мірою визначаються пружними, демпфуючими і інерційними

властивостями рідини, протікаючої через ущільнюючі зазори між обертовими і нерухомими елементами.

У даному розділі розглянуто вплив різних конструкцій підшипників на динамічну поведінку ротора, зокрема, нелінійності жорсткості підшипників ковзання, а також циркуляційних сил, що виникають в них. При прецесії валу вектор циркуляційної сили спрямований протилежно вектору демпфуючих частково компенсують демпфування і є сил, тому циркуляційні сили дестабілізуючими. Крім того, за певних умов циркуляційні сили викликають прецесію ротора з частотою, несинхронної обертання, що означає втрату динамічної стійкості. Коефіцієнт циркуляційних сил залежить від закрутки потоку на вході.

Вирази для коефіцієнтів b , C_B , $q_{\text{п}}$, q , m , мають такий вигляд

$$C_B = \frac{1}{\delta_{11}}, \quad (2.5)$$

Визначення параметрів еквівалентної жорсткості вала одномасової моделі мають вигляд

$$C_{\text{екв}} = C_{\text{ущ}} + \frac{C_B * C_{\text{п}}}{C_B + C_{\text{п}}} \quad (2.6)$$

Циркуляційна сила в підшипнику ковзання

$$q_{\text{під}} = \delta_{\text{вп}} \omega. \quad (2.7)$$

Циркуляційна сила в щілинному ущільненні

$$q_{\text{ущ}} = 0,5 v_{\text{ущ}} \omega \quad (2.8)$$

де C_B - жорсткість вала;

$C_{\text{екв}}$ - еквівалентна жорсткість вала;

$q_{\text{під}}$ - циркуляційна сила в підшипнику ковзання;

$q_{\text{ущ}}$ - циркуляційна сила в щілинному ущільненні.

В околі першої критичної частоти коливання таких роторів звичайно досить точно описуються рівнянням коливань еквівалентної матеріальної точки.

Необхідно обчислити еквівалентну масу ротора

$$m_{\text{екв}} = m_{\text{в}} 0.5 + \Sigma m_1 \quad (2.9)$$

де: Σm_1 - сумарна маса всіх насадних деталей;

$m_{\text{в}}$ - маса валу.

Маса валу складається з маси всіх ділянок

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} 0.5 + \Sigma \frac{\pi}{4} l_i d_i^2 \quad (2.10)$$

де $\rho_{\text{в}}$ - густина матеріалу валу;

l_i - довжина ділянки валу;

d_i^2 - діаметр валу.

Діаметр валу і одномасової моделі знайдемо, як діаметр, при якому маса валу буде дорівнювати масі, обчисленої по формулі (2.6).

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \Sigma_i \frac{\pi}{4} l_i d_i^2 = \rho_{\text{в}} \frac{\pi}{4} l_i D^2 \quad (2.11)$$

де $L = \Sigma_i l_i$ - довжина валу ротора.

Тоді

$$D = \sqrt{\frac{1}{L} \Sigma_i l_i d_i^2}. \quad (2.12)$$

Визначення параметрів еквівалентних щілинних ущільнень одномасової моделі представляє певні труднощі. З іншого боку, ці параметри потрібні лише для визначення коефіцієнтів жорсткості і демпфірування щілинного ущільнення, які можна отримати з інших міркувань.

Якщо припустити, що переміщення точок валу у всіх щілинних ущільненнях однаково, тобто, рух ротора являє собою кругову прецесію прямолінійною осі ротора, то коефіцієнти жорсткості і демпфірування еквівалентного ущільнення будуть рівні сумі коефіцієнтів жорсткості і демпфірування всіх ущільнень вихідного ротора.

$$\begin{aligned} c &= \sum_m c_m, \\ b &= \sum_m b_m \end{aligned} \quad (2.13)$$

Значення коефіцієнтів b і c залежать від геометричних розмірів, ексцентриситету і перекосу осей вала і втулки щілинного ущільнення, режиму течії і інших параметрів [2]. З таблиці 2.2 видно, що для всіх щілинних ущільнень вихідного ротора, відношення довжини ущільнення до його радіусу менше одиниці. У цьому випадку можна використовувати теорію короткої щілини. Крім того припускаємо, що конусність статорних розточень щілинних ущільнень дорівнює нулю, тобто, форма зазору щілинних ущільнень в осьовому напрямку циліндрична, ексцентриситет дорівнює нулю, тобто, ротор в рівноважному стані відцентрований щодо статорних розточень ущільнень, і немає перекосу осей. Тоді для обчислення жорсткості і демпфування в щілинному ущільненні получимо

$$c_{у\text{п}0} \left(1 + \frac{3}{4} a^2 \frac{|z|^2}{h_0^2}\right) = \sum_m c_{у\text{п}0} \left(1 + \frac{3}{4} a_m^2 \frac{|z|^2}{h_0^2}\right) \quad (2.14)$$

В ущільненнях всі зазори різні, проте, переглядаючи значення величин зазорів в 7-ій графі таблиці 2.2, можна помітити, що вони мало відрізняються один від одного. Таким чином, можна ввести припущення про те, що зазори в усіх ущільненнях вихідного ротора дорівнюють і величина зазору складає $h_0 = 0,28$ мм. Закономірно також вважати, що і зазор в щілинних ущільненнях одномасової моделі дорівнює зазначеній величині. Тоді, розкриваючи дужки в (2.14), розписуючи суму в правій частині рівності на дві суми і виносячи

загальний множник $\frac{|z|^2}{h_0^2}$ за знак другої суми, отримаємо

$$c_{у\text{щ}0} + \frac{3}{4} c_{у\text{щ}0} a^2 \frac{|z|^2}{h_0^2} = \sum_m c_{у\text{щ}0} + \frac{3}{4} \frac{|z|^2}{h_0^2} \sum_m c_{у\text{щ}0} a_m^2. \quad (2.15)$$

Порівнюючі відповідні доданки в (2.15) приходимо до співвідношення

$$c_{ущ_0} = \sum_m c_{ущ_{0m}},$$

$$c_{ущ_0} a^2 = \sum_m c_{ущ_{0m}} a_m^2. \quad (2.16)$$

В результаті з другого співвідношення можна визначити значення коефіцієнта a для ущільнення одномасової моделі ротора

$$a = \sqrt{\frac{\sum_m c_{ущ_{0m}} a_m^2}{c_{ущ_0}}} = \sqrt{\frac{\sum_m c_{ущ_{0m}} a_m^2}{\sum_m c_{ущ_{0m}}}}. \quad (2.17)$$

При зроблених припущеннях можна також визначити значення коефіцієнта демпфірування для одномасової моделі. Підставляючи в друге співвідношення (2.14) вираз для b отримаємо

$$b_0 \left(1 - \frac{|z|^2}{h_0^2}\right)^{-\frac{3}{2}} = \sum_m b_{0m} \left(1 - \frac{|z|^2}{h_0^2}\right)^{-\frac{3}{2}}. \quad (2.18)$$

Виносячи дужки з під знака суми і скорочуючи на них, отримаємо наступне співвідношення

$$b_0 = \sum_m b_{0m}. \quad (2.19)$$

Для обчислення параметрів щільного ущільнення одномасової ротора по залежностях (2.16), (2.17), (2.19) необхідно обчислити параметри щільних ущільнень вихідного одно масового ротора. Додатково припустимо, що режим течії в зазорах ущільнень є автотельним. При маючих місце перепадах тиску на ущільненнях і прийнятій величині зазору таке припущення цілком припустимо. У разі автотельної області турбулентної течії, величини, вхідні величини у вираз для $c_{ущ_0}$ і b_0 , рівні [2]

$$k_z = 0,005 Re_0$$

$$Re_0 = \frac{2\rho h_0 \omega_0}{\mu},$$

$$\omega_0 = 10 \left(\frac{h_0 \Delta p}{\rho l}\right)^{0,5},$$

$$\lambda = 0,03 \quad (2.20)$$

Значення коефіцієнта динамічної в'язкості прийmemo рівним

$\mu = 3 \cdot 10^{-4}$ Па * с. Для всіх ущільнень приймаємо, що коефіцієнт втрат на вході $\zeta_1 = 1,3$ [2].

Параметри ущільнень наведені в таблиці 2.1

Номер ділянки	Довжина ділянки (м)	Діаметр (м)	Маса деталі m_i (кг)	Довжина ущільнення L_m (м)	Радіус ущільнення r_m (м)	Середній зазор в ущільненні h_{om} (м)	Перепад тиску на ущільненні Δp (МПа)	Жорсткість (Н/м)
1	0.22	0.105	2.1					
2	0.32	0.114	3.7	0.074 0.076	0.0675 0.0675	0.0003 0.0003	1.00 1.05	$2.615 \cdot 10^7$ $2.82 \cdot 10^7$
3	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
4	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
5	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
6	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
7	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
8	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
9	0.14	0.118	2.4	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
10	0.23	0.114	4.6					
11	0.24	0.114	3.1	0.06 0.05	0.0675 0.0675	0.0003 0.0003	1.00 1.05	$2.121 \cdot 10^7$ $1.856 \cdot 10^7$
12	0.23	0.105	2.13					

Підсумовуючи, відповідно до (2.16), (2.19) значення 7-го і 10-го стовпців, отримаємо значення коефіцієнтів жорсткості і демпфування щільних ущільнень одномасового ротора

$$c_{ущ_0} = \sum_m c_{ущ_0m} = 130,13 \cdot 10^6 \text{ Н/м}$$

$$b_0 = \sum_m b_{0m} = 12,0 \cdot 10^4 \text{ Н/(м/с)}$$

За формулою (2.17) обчислюємо значення параметра a

$$a = \sqrt{\frac{\sum_m c_{ущ_0m} a^2 m}{c_{ущ_0}}} = \sqrt{\frac{\sum_m c_{ущ_0m} a^2 m}{\sum_m c_{ущ_0m}}} = 0,3390$$

Жорсткість вала отримано із програми вимушених коливань, поклавши в розрахунковій схемі ротора $\omega = 1, D = 1$, жорсткість ущільнень рівній нулю. Розрахункова схема ротора, а також результати розрахунку приведені на рисунках 2.1 -2.3

На рисунку 2.2 наведена розрахункова схема МСЕ - власні форми по першій і другій вільних формах коливань ротора

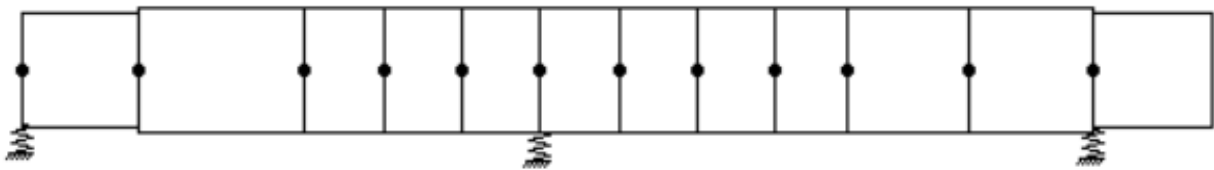


Рисунок 2.1 – Досліджувальна модель ротора.

Таблиця 2.2 Вхідні дані для прогину вала

	<i>L</i>	<i>D</i>	<i>C</i>	<i>M</i>	<i>D_x</i>	<i>D_y</i>
1	2.20000E-1	1.05000E-1	1.20000E+7	2.10000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
2	3.20000E-1	1.14000E-1	0.00000E+0	3.70000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
3	1.50000E-1	1.18000E-1	0.00000E+0	2.72000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
4	1.50000E-1	1.18000E-1	0.00000E+0	2.72000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
5	1.50000E-1	1.18000E-1	0.00000E+0	2.72000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
6	1.50000E-1	1.18000E-1	1.30130E+6	2.72000E+0	1.00000E+0	0.00000E+0
7	1.50000E-1	1.18000E-1	0.00000E+0	2.72000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
8	1.50000E-1	1.18000E-1	0.00000E+0	2.72000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
9	1.40000E-1	1.18000E-1	0.00000E+0	2.40000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
10	2.30000E-1	1.14000E-1	0.00000E+0	4.60000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
11	2.40000E-1	1.14000E-1	0.00000E+0	3.10000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0
12	2.30000E-1	1.05000E-1	1.40130E+7	2.13000E+0	0.00000E+0	0.00000E+0

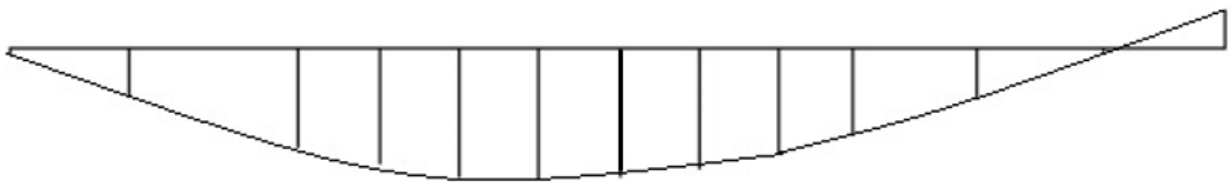


Рисунок 2.2 – Прогин вала.

<i>Y1</i>	3.684027986E-8
<i>Y2</i>	6.186210934E-8
<i>Y3</i>	9.218911154E-8
<i>Y4</i>	1.022959242E-7
<i>Y5</i>	1.089686074E-7
<i>Y6</i>	1.114606173E-7
<i>Y7</i>	1.092660425E-7
<i>Y8</i>	1.028414933E-7
<i>Y9</i>	9.288421274E-8
<i>Y10</i>	8.101853309E-8
<i>Y11</i>	5.733917009E-8
<i>Y12</i>	2.946477923E-8
<i>Y13</i>	2.228192103E-9

Рисунок 2.3 Результати розрахунків

За основу було взято ротор живильного насоса 16ГЦ2-395/53-76С. Живильний насос продуктивністю 600 м³/ год, розвиваючий тиск 300 атм. Робоча рідина - вода,

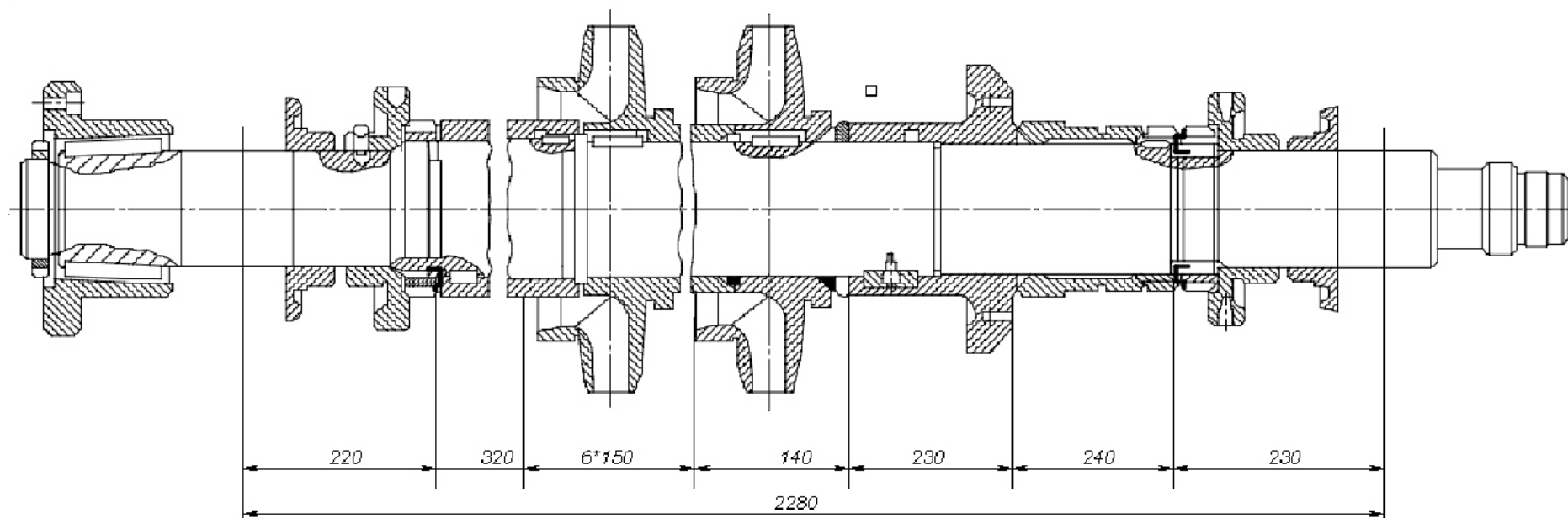


Рисунок 2.4 - Схема ротора живильного насоса

температура середовища-160 °С, щільність середовища при даній температурі-911 кг/м³.

Дані ротора із зазначенням основних розмірів, маси робочих коліс та інших насадних деталей, а також геометричні розміри щілинних ущільнень ротора наведені в таблиці 2.2

На рисунку 2.4 - Наведено схему ротора живильного насоса 16ГЦ2-395/53-76С

При цьому прогин в центрі ротора вала буде численно рівним податливості ротора як балки, а жорсткість вала дорівнює:

$$c_B = \frac{1}{1,11 \times 10^{-7}} = 9,009 \times 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$$

Таким чином, визначені всі величини, що входять в диференціальні рівняння руху центру мас одномасового ротора (1.4).

Безрозмірні параметри одномасової моделі (1.8) з урахуванням певних параметрів будуть рівні: $\bar{A} = 0,910$; $\bar{B} = 0,946$; $\lambda_f = 0,054$. Коефіцієнт k будемо варіювати з метою аналізу впливу анізотропії на границю стійкості та амплітуду автоколивальної складової.

Таблиця 2.2 - Параметри розрахункової моделі ротора

Номер ділянки	Довжина ділянки (м)	Діаметр (м)	Маса деталі m_i (кг)	Довжина ущільнення L_m (м)	Радіус ущільнення r_m (м)	Середній зазор в ущільненні h_{om} (м)	Перепад тиску на ущільненні Δp (МПа)	Жорсткість (Н/м)
1	0.22	0.105	2.1					
2	0.32	0.114	3.7	0.074 0.076	0.0675 0.0675	0.0003 0.0003	1.00 1.05	$2.615 \cdot 10^7$ $2.82 \cdot 10^7$
3	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
4	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
5	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
6	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$

7	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
8	0.15	0.118	2.72	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
9	0.14	0.118	2.4	0.04 0.017 0.015	0.0975 0.075 0.07	0.00028 0.00028 0.00028	2.93 0.73 0.73	$6.411 \cdot 10^6$ $5.221 \cdot 10^6$ $4.3 \cdot 10^6$
10	0.23	0.114	4.6					
11	0.24	0.114	3.1	0.06 0.05	0.0675 0.0675	0.0003 0.0003	1.00 1.05	$2.121 \cdot 10^7$ $1.856 \cdot 10^7$
12	0.23	0.105	2.13					

2.3 Інтегрування рівнянь руху ротора

Проінтегруємо рівняння руху центру мас ротора (1.9). Оскільки ці рівняння є нелінійними через нелінійність коефіцієнтів сил у щілинному ущільненні (1.3), єдиним способом інтегрування цієї системи диференціальних рівнянь є чисельне інтегрування. Чисельне інтегрування рівнянь (1.9) виконаємо за допомогою програмного комплексу «Mathcad». Цей програмний комплекс є зручним інструментом для різного роду обчислень і широко використовується як для інженерних розрахунків, так і в науковій практиці. У цій роботі «Mathcad» застосовується через простоту в освоєнні, наочність процесу отримання рішень та достатню обчислювальну потужність для цілей даної роботи.

Результати чисельного рішення системи (1.9) у вигляді графіків залежності $\xi(\tau)$, побудовані при різній відносній частоті обертання ротора $\bar{\omega}$, показані на рисунках 2.5 – 2.9. Графіки побудовані при значеннях k , $k=0, 0.25, 0.5$, тобто коли система ізотропна (коефіцієнт анізотропності дорівнює нулю), а потім, варіюючи даний коефіцієнт, вивчено вплив анізотропії на характер орбіт.

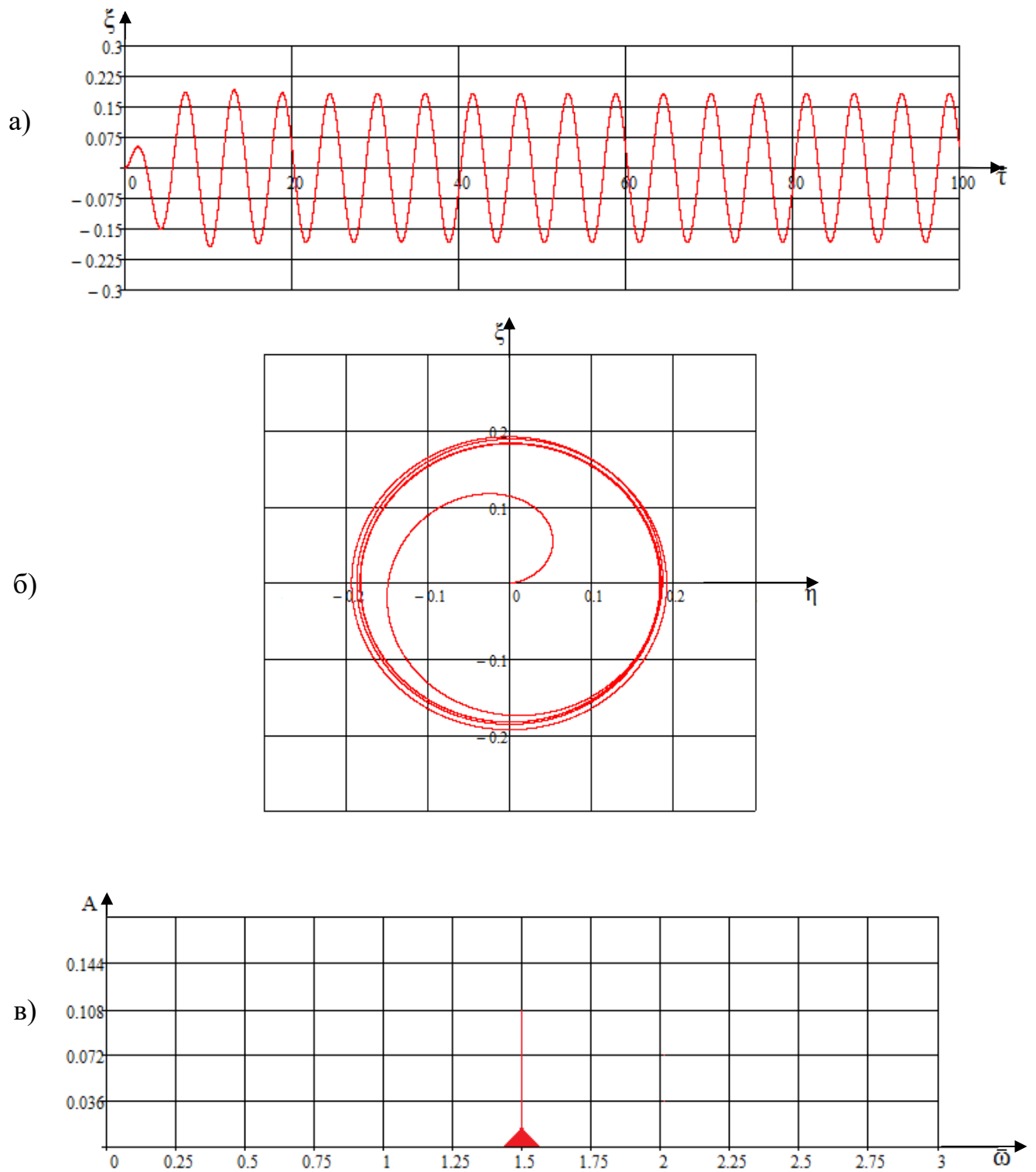


Рисунок 2.5 – Синхронна прецесія в стійкій області частот коливання :

а) закон коливання в вертикальній площині;

б) орбіта центру мас;

в) спектральний аналіз.

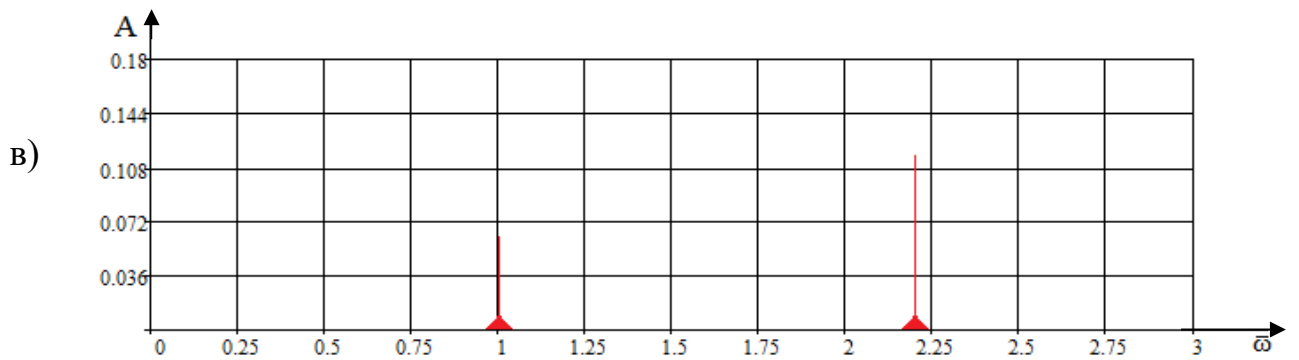
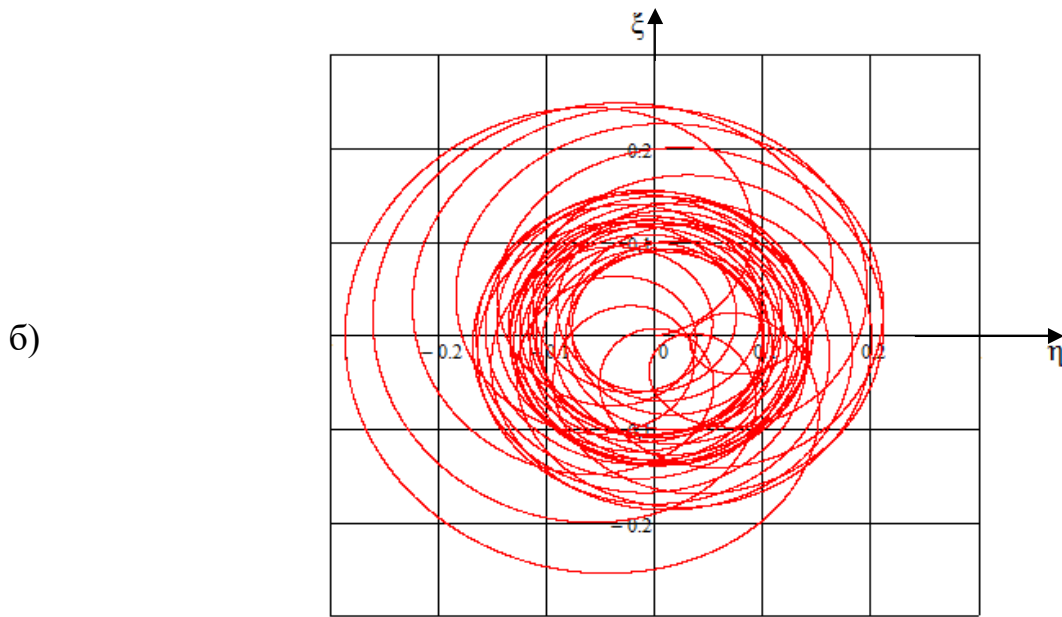
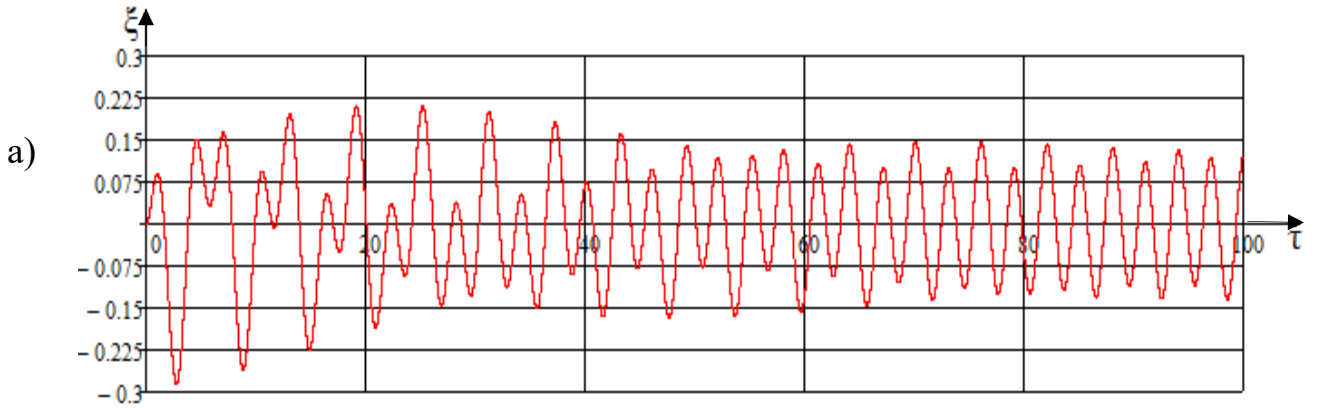


Рисунок 2.6 – Несинхронна прецесія в нестійкій області частот коливання :

а) закон коливання в вертикальній площині;

б) орбіта центру мас;

в) спектральний аналіз.

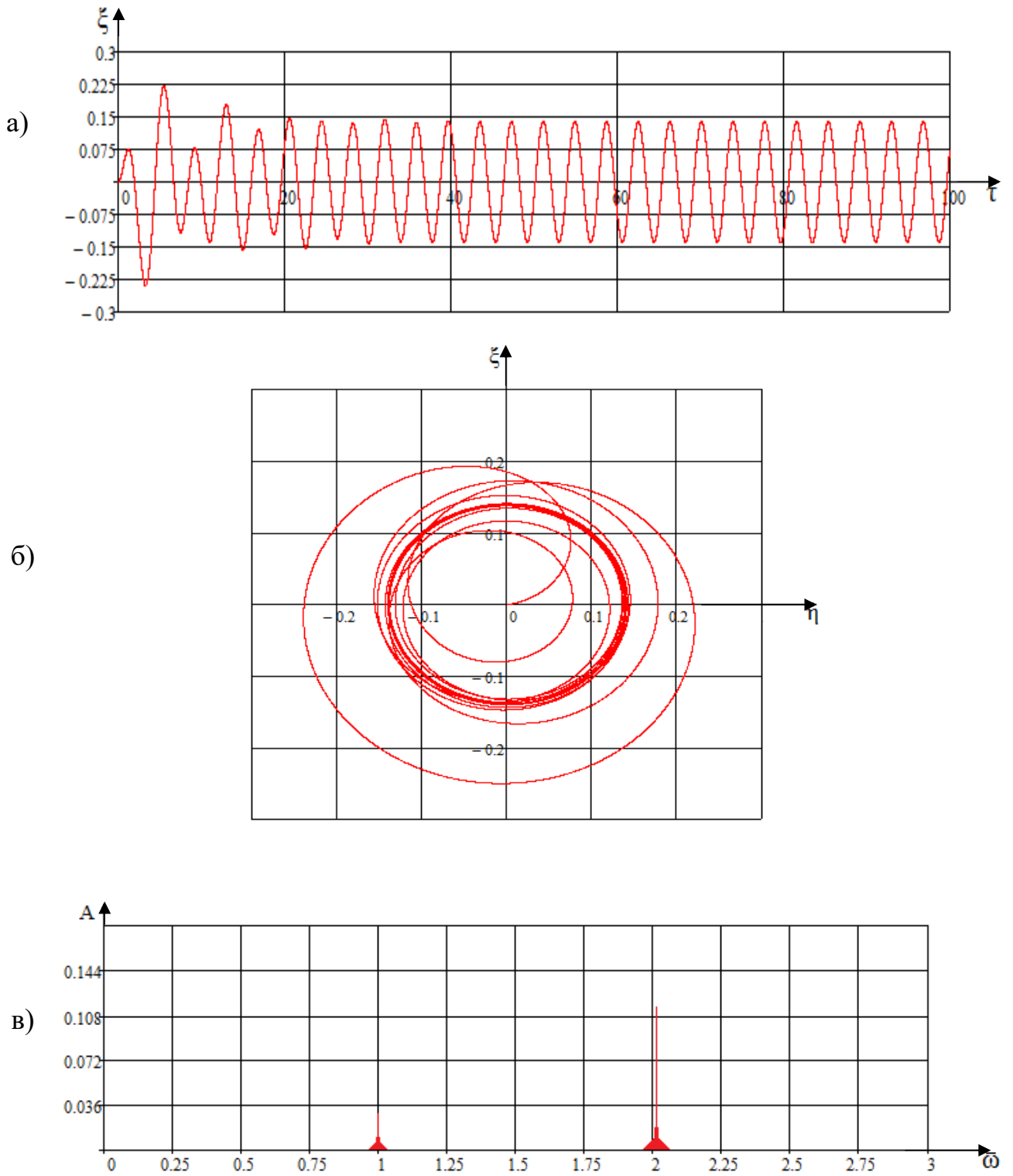


Рисунок 2.7 – Коливання на границі стійкості ($\bar{\omega}_{\text{гр}} = 2.04, k = 0$):

а) закон коливання в вертикальній площині;

б) орбіта центру мас;

в) спектральний аналіз.

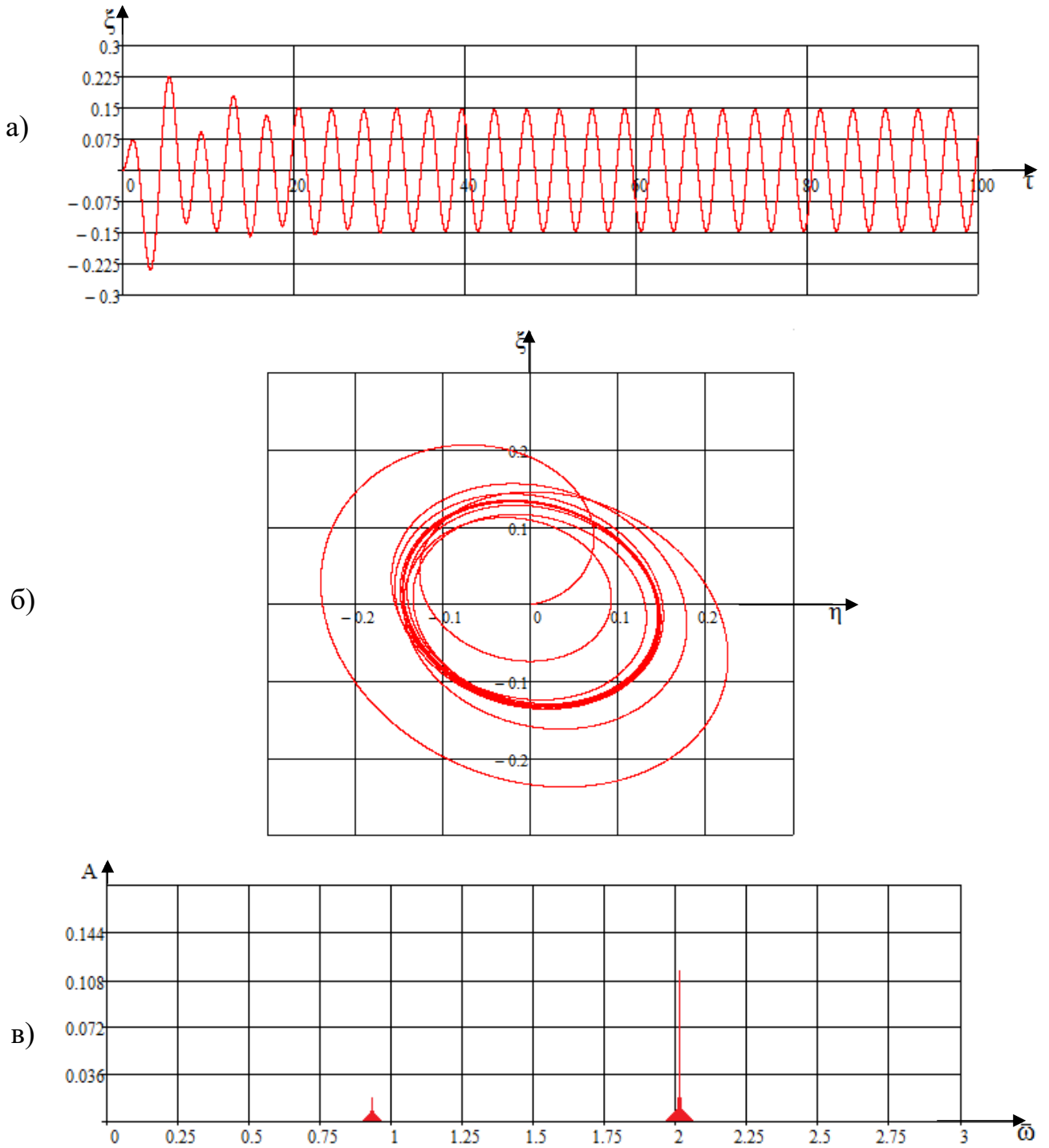


Рисунок 2.8 – Коливання на границі стійкості ($\bar{\omega}_{\text{гр}} = 2.04, k = 0.25$):

а) закон коливання в вертикальній площині;

б) орбіта центру мас;

в) спектральний аналіз.

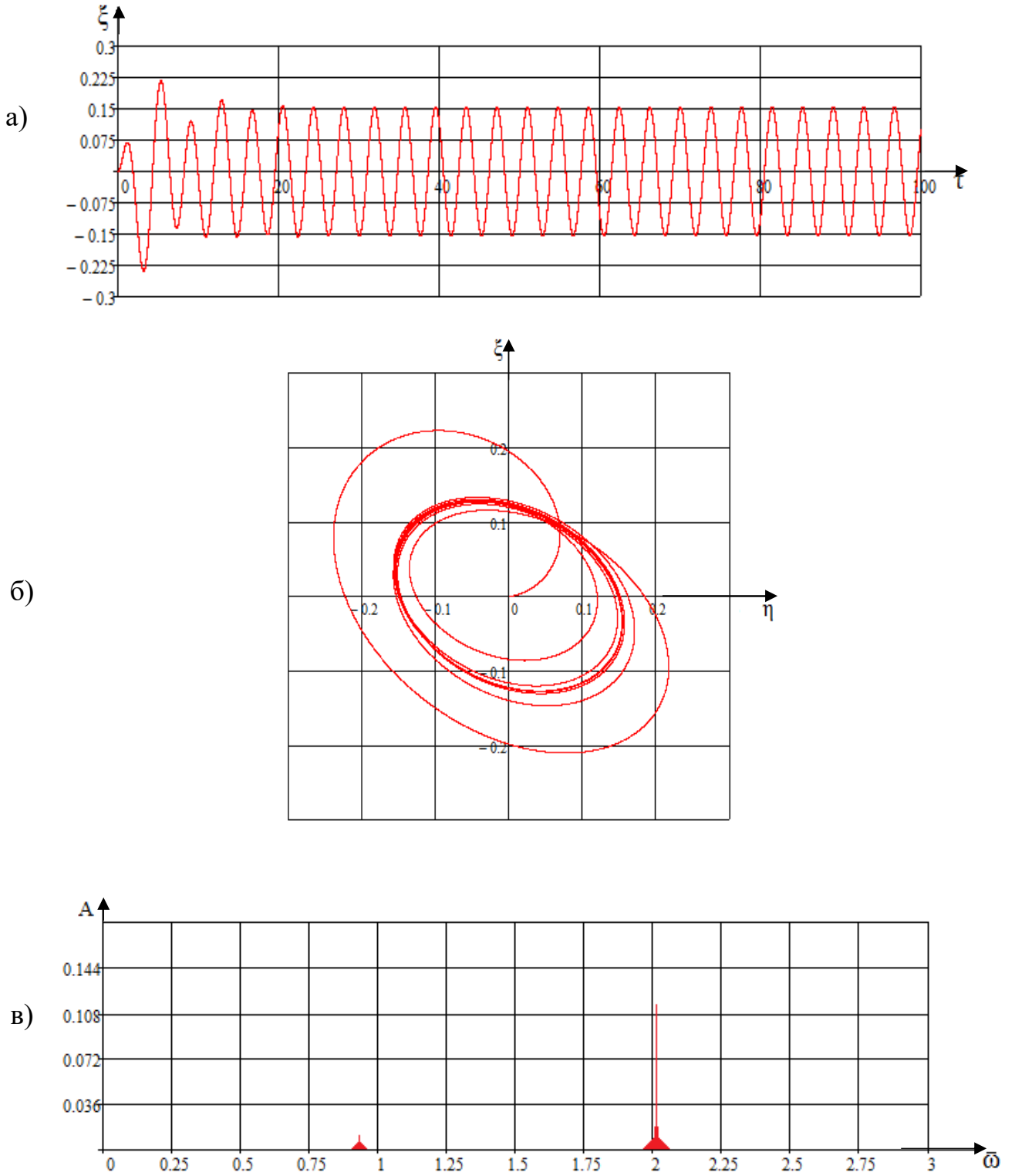


Рисунок 2.9 – Коливання на границі стійкості ($\bar{\omega}_{\text{гр}} = 2.04, k = 0.5$):

а) закон коливання в вертикальній площині;

б) орбіта центру мас;

в) спектральний аналіз.

Аналізуючи наведені графіки, легко помітити, що зі збільшенням коефіцієнта анізотропії субгармонійна складова коливань зменшується, що є очікуваним при анізотропії.

Далі проаналізуємо, як саме анізотропія впливає на межу стійкості. Розрахунок проводиться наступним чином: спочатку визначається величина піку субгармонійної складової в ізотропній системі ($k=0$), потім систему роблять анізотропною ($k=0.25$) і, варіюючи частотою, знаходять такий самий пік (величину субгармонійної складової), як і в ізотропній системі. Аналогічні дослідження проводяться при $k=0.5$ і $k=0.75$. На наведеному нижче графіку показано, як змінюється частота обертання в нестійкій області зі збільшенням коефіцієнта анізотропії.

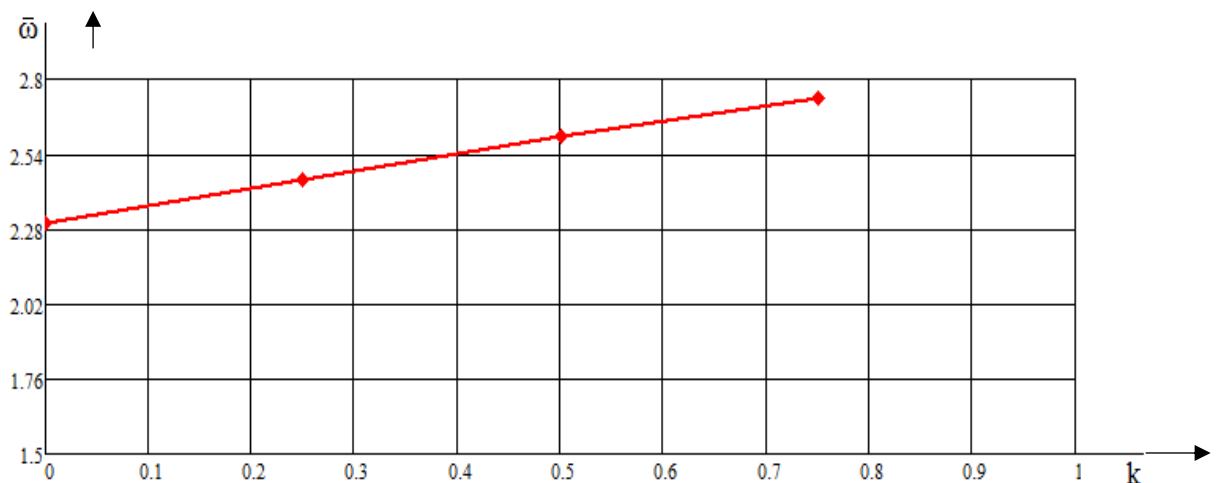


Рисунок 2.10 – Залежність граничної за стійкістю частоти обертання в нестійкій області при збільшенні коефіцієнта анізотропії

Графік залежності частоти обертання в нестійкій області демонструє, що анізотропність одномасової моделі ротора завжди покращує його стійкість.

Практичний інтерес полягає у визначенні, як швидко амплітуда автоколивальної складової досягне рівня амплітуди синхронної прецесії ротора, тобто як ротор поводить себе за межами стійкості. Також важливо з'ясувати, як анізотропія впливає на межу стійкості та розвиток автоколивальної складової за цією межею. Відомо, що ротор може працювати за межами стійкості, але ця

ситуація не вважається аварійною, поки амплітуда автоколивань не досягне величин, порівняних з амплітудою синхронної прецесії ротора.

Дослідження поведінки ротора за межами стійкості проводилося шляхом варіювання частоти обертання в нестійкій області до моменту, коли автоколивальна складова автоколивань не зрівняється з складовою синхронної прецесії, при різних коефіцієнтах анізотропії.

Аналіз графіка показує, що зі збільшенням коефіцієнта анізотропії характер розвитку автоколивальної складової практично не змінюється і майже не відрізняється від ізотропної системи. Відзначимо, що в даному випадку аварійним є стан, коли відносна частота обертання ротора досягне позначки 3.

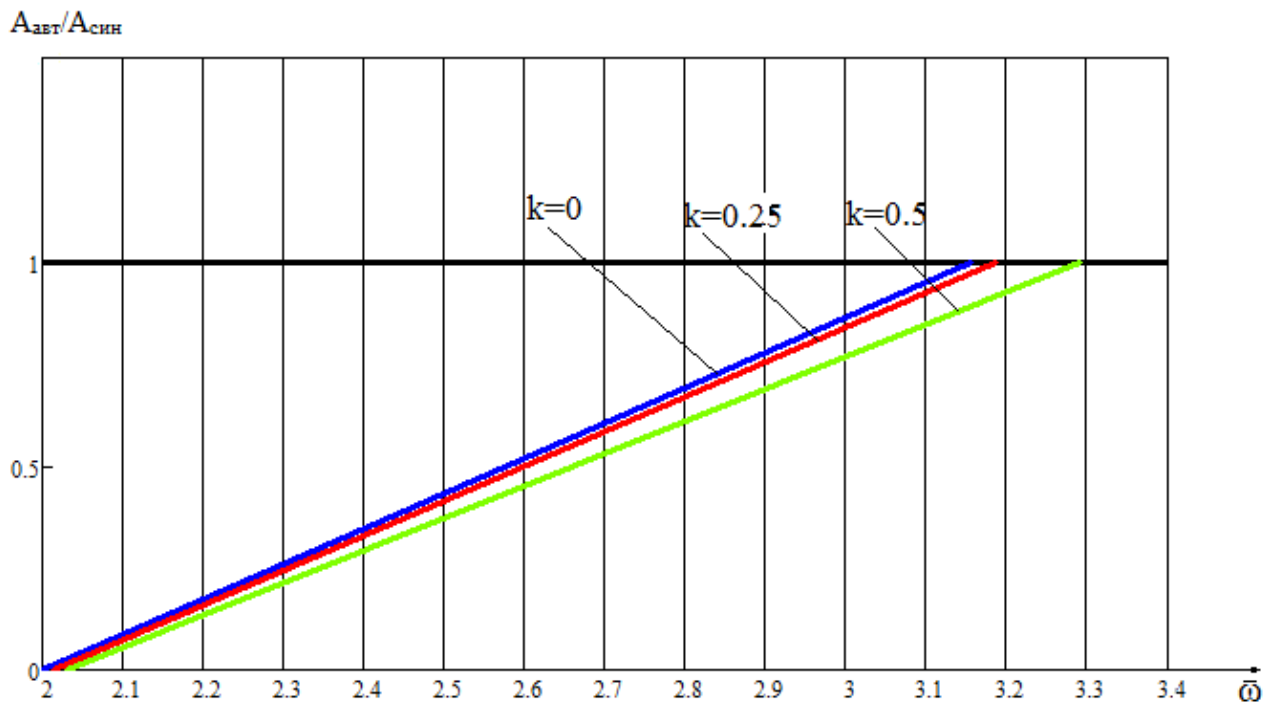


Рисунок 2.11 – Залежність відносної амплітуди автоколивань від частоти обертання ротору

2.3 Висновки

У цьому розділі були проінтегровані диференціальні рівняння руху центру мас ротора у безрозмірному вигляді (1.9). В процесі обчислень були

побудовані графіки різних залежностей, на основі яких можна зробити наступні висновки:

1. Отримана одномасова модель ротора відцентрового насоса, яка має порівняно невеликий порядок (а саме шостий) системи диференціальних рівнянь, яка дозволяє врахувати спільний вплив як підшипників ковзання, так і щілинних ущільнень роторів відцентрових насосів на їх стійкість.

2. Наведена розрахункова схема МКЄ – моделі, та власні форми по першій і другій вільних формах коливань ротора.

3. Розглянуто вплив різних конструкцій підшипників на динамічну поведінку ротора, зокрема, не лінійності жорсткості підшипників ковзання, а циркуляційних сил, що виникають в них.

3 ЧИЛОВИЙ АНАЛІЗ БАГАТОМАСОВОЇ СИСТЕМИ РОТОРА

3.1 Модальний аналіз динаміки ротора

Модальний аналіз є важливим інструментом у дослідженні динамічної поведінки механічних систем, таких як вали роторів відцентрових машин. Розуміння власних частот і форм коливань ротора дозволяє інженерам уникати небажаних явищ резонансу, які можуть спричинити значні механічні проблеми і призвести до передчасного руйнування обладнання.

При розрахунках одним із найважливіших факторів є знаходження власних частот. В першу чергу, для уникнення резонансу. Коли частота зовнішнього збудження збігається з власною частотою системи, виникає резонанс, який значно підвищує амплітуду коливань. Наприклад, вібрації автомобіля на нерівній дорозі можуть бути резонансними, коли власна частота компонентів підвіски збігається з частотою вібрацій дороги. Аналогічно, якщо частота вібрацій компресора збігається з власною частотою трубопроводу, це викликає резонанс у трубопроводі, що призводить до небажаного шуму, механічного напруження та деформацій, і, зрештою, до передчасного руйнування від втоми.

Знаючи власні частоти компонентів, ми можемо спроектувати їх таким чином, щоб уникнути певних діапазонів частот, запобігаючи резонансу. Це дозволяє зменшити шум, знизити рівень механічного зносу та підвищити загальну надійність і тривалість експлуатації обладнання.

Крім того, власні частоти допомагають зрозуміти більш складну динамічну поведінку системи. Наприклад, при дослідженні динаміки ротора, який деформується під впливом турбулентності, модальний аналіз може показати, які форми деформацій є домінуючими. Це дозволяє інженерам оцінити динамічну реакцію ротора на випадкові збурення і запобігти небажаним режимам коливань.

Аналізуючи власні частоти та форми коливань вала ротора відцентрової машини, можна побачити, які режими деформацій виникають під впливом робочих умов. Модальні результати можуть відповісти на важливі питання для інженерів, зокрема:

- Чи відповідають перші кілька режимів очікуваним з урахуванням заданих граничних умов?
- Які деформаційні моделі вони представляють? Чи це вигин, кручення чи інші види деформацій?
- Яка форма деформації є домінуючою? Чи є вона очікуваною?

Використання модального аналізу дозволяє оптимізувати конструкцію роторів відцентрових машин, підвищити їх надійність та ефективність, а також забезпечити безперебійну та безпечну роботу обладнання.

Частоти на яких система виникають автоколивання зі збільшенням амплітуди називають резонансом. І зазвичай розглядається як динамічна нестабільність у структурі.

Розглянемо процес виконання аналізу суперпозиції режиму в Ansys modal на прикладі моделі ротора турбокомпресора з різною товщиною ділянок. Оскільки товщина ділянок ротора різниться, їхні власні частоти не будуть близькі одна до одної.

Для виконання задачі були застосовані два підходи:

- З урахуванням підшипників, які фіксують вал.
- Без урахування підшипників, при цьому вал фіксується за торець.

Для початку розв'язання необхідно додати модальний аналіз:

1. Імпорт або створення геометрії ротора в Ansys Workbench і створення сіткової моделі ротора:
 - Спочатку була імпортована або створена геометрія ротора в Ansys Workbench.
 - Після цього була побудована сіткова модель ротора для забезпечення точності розрахунків(рис.31).

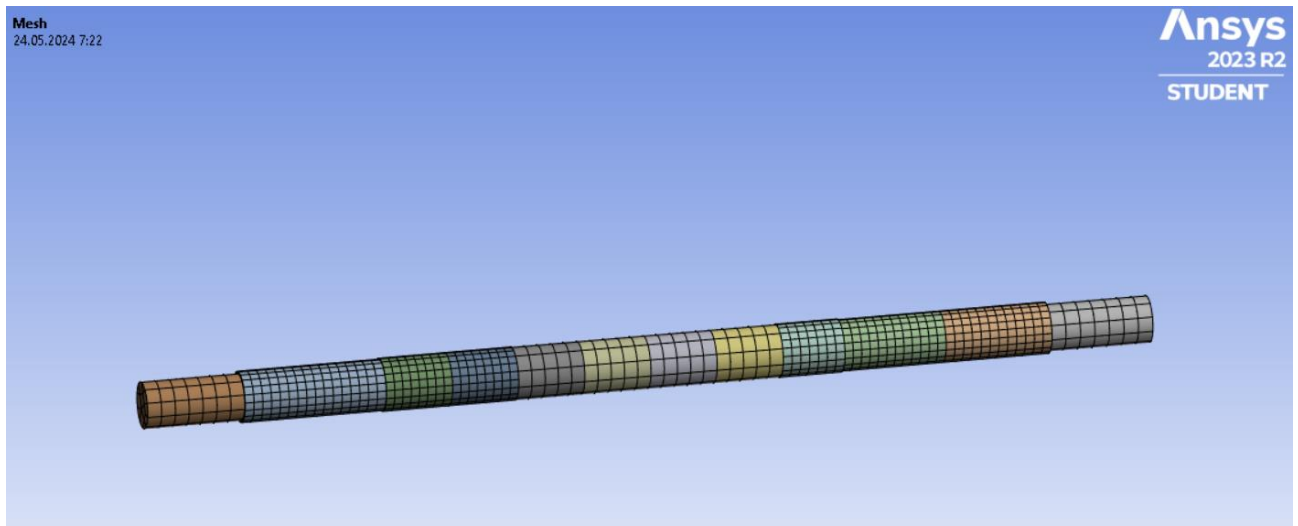


Рисунок 3.1 – Розрахункова сітка вала

2. Додавання точкових мас та їх інерцій в межах ротора:

До моделі ротора були додані точкові маси та їх інерційні характеристики для врахування реалістичних умов навантаження і поведінки ротора (рис.3.2).

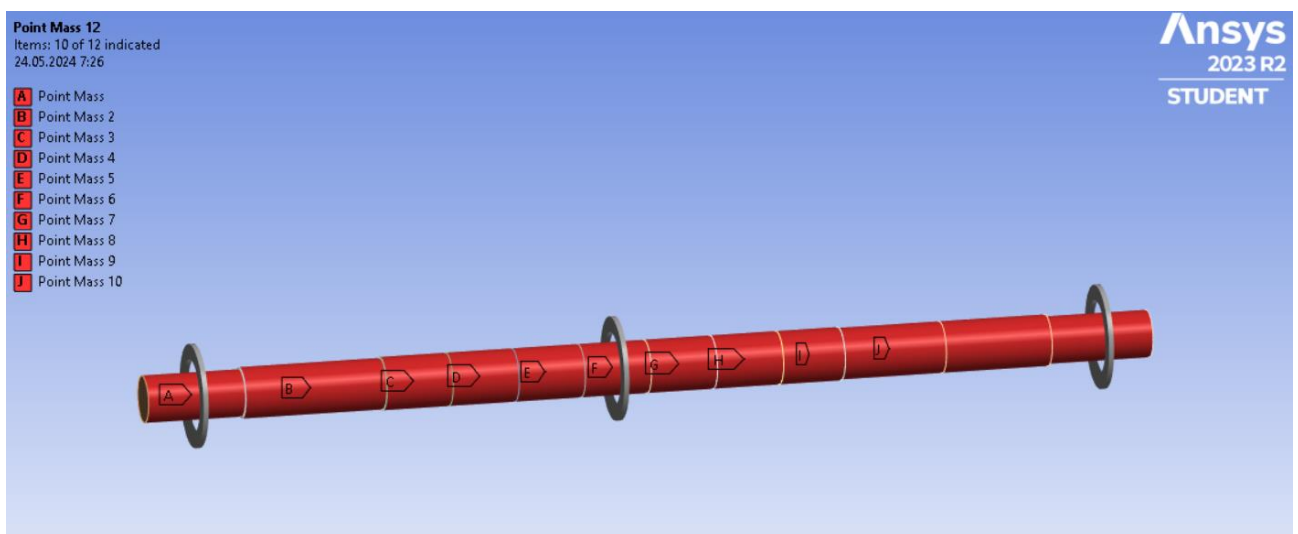


Рисунок 3.2 – Задання точкових мас

3. Додавання опорних елементів у вигляді підшипників до ротора та визначення їх жорсткості і коефіцієнта демпфування:

До ротора були додані підшипники як опорні елементи, зокрема, ротор мав три точки опори.

Кожен підшипник був налаштований з урахуванням його параметрів:

Перший підшипник розташований на першій ділянці ротора, з відповідними параметрами.

Другий підшипник розташований на шостій ділянці ротора, з відповідними параметрами.

Третій підшипник розташований на дванадцятій ділянці ротора, з відповідними параметрами.

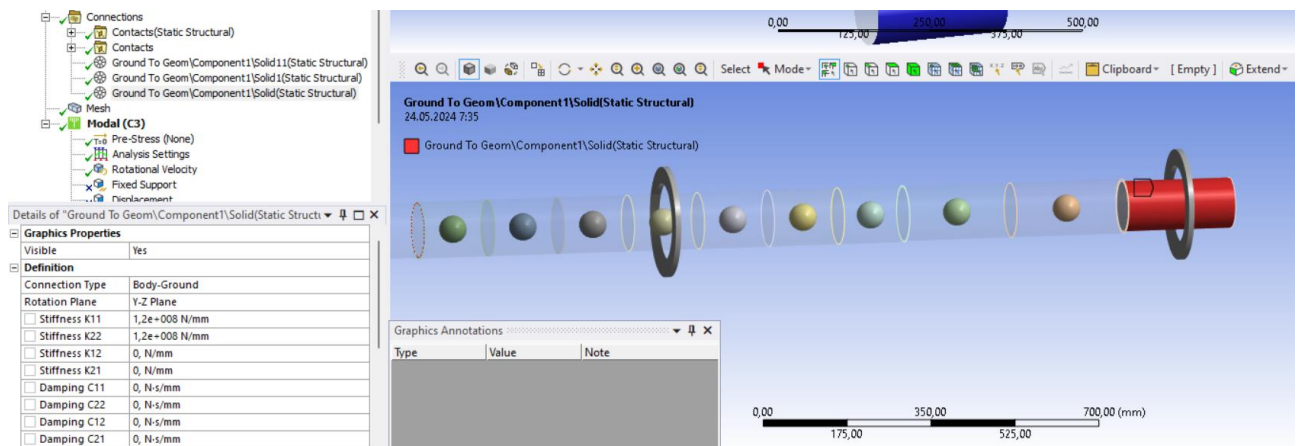


Рисунок 3.3 – Налаштування підшипників ковзання

4. Визначення налаштувань аналізу та елементів керування демпфуванням:

- **Damping Control:** Коефіцієнт масового демпфування (α), який представляє демпфування тертя, загалом можна ігнорувати ($\alpha=0$).
- **Stiffness Coefficient:** Коефіцієнт демпфування жорсткості (β) може представляти структурне демпфування матеріалу, було встановлено значення ($\beta=0.0001$).

Ці кроки забезпечили проведення точного і надійного динамічного аналізу демпфованого ротора. Виконання даного аналізу дозволяє отримати важливі дані про поведінку ротора, що є критично важливим для забезпечення його стабільної та безаварійної роботи.

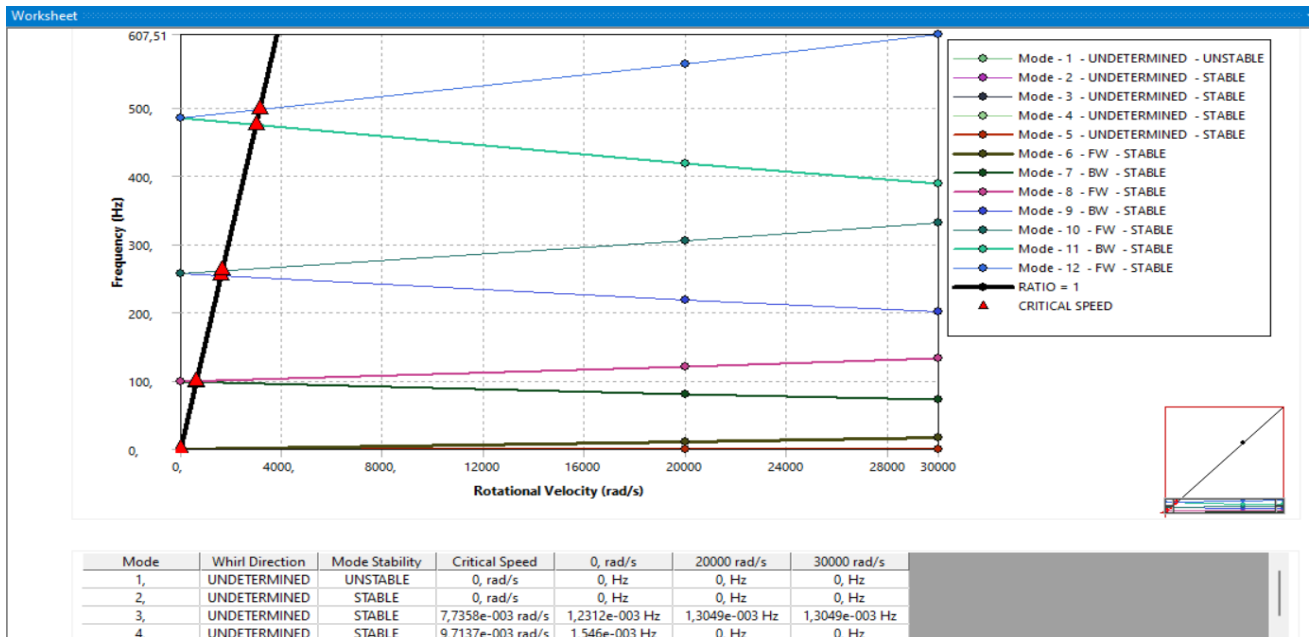


Рисунок 3.4 – Діаграма Кембелла без врахування підшипників

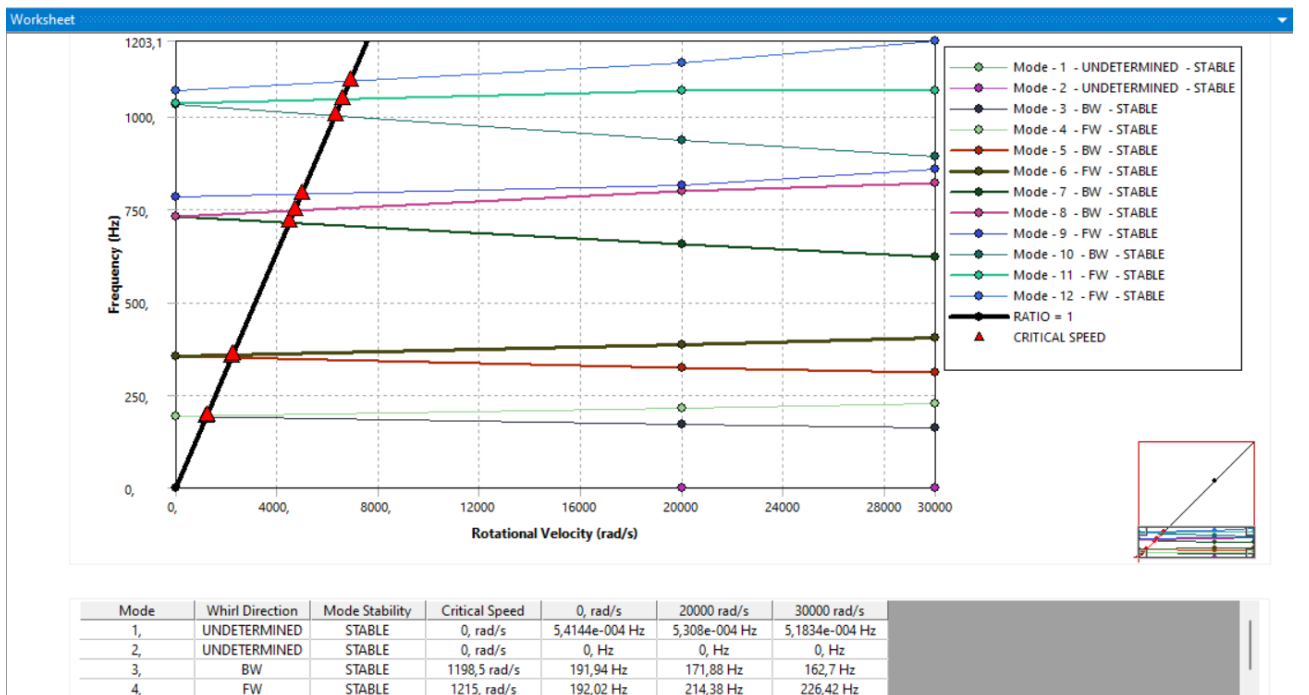


Рисунок 3.4 – Діаграма Кембелла з врахуванням підшипників

3.1 Гармонічний аналіз динаміки ротора

Гармонічний аналіз є важливим інструментом для визначення стабільної реакції конструкцій, які зазнають синусоїдальних навантажень, що змінюються з часом. Цей тип аналізу дозволяє інженерам перевірити здатність конструкцій витримувати резонанс, втому та інші шкідливі наслідки вимушених вібрацій.

Існують два основні методи гармонічного аналізу: повний гармонічний метод і метод суперпозиції мод.

В обох методах передбачається, що всі навантаження змінюються синусоїдально в часі та мають однакову частоту. Нелінійні ефекти не враховуються, і перехідні процеси не розглядаються. Метод суперпозиції мод є швидшим і менш обчислювально затратним, ніж повний гармонічний метод. Він використовує модальні форми, отримані з модального аналізу, для обчислення реакції конструкції. Це дозволяє кластеризувати розв'язок навколо власних частот структури, що забезпечує плавніші результати та точніше відстеження кривої відгуку. Крім того, можна врахувати ефекти попереднього напруження та модального демпфування.

Гармонічний аналіз є альтернативним способом моделювання реакції конструкції на вимушені вібрації, який, на відміну від динамічного аналізу перехідних процесів, вирішує динаміку конструкції в частотній області. Це особливо корисно для розуміння таких явищ, як резонанс, коли на певних частотах виникають надмірні рухи, напруження, шум і вібрація.

Аналіз гармонічного відгуку обчислює стійкий динамічний відгук системи на синусоїдальні навантаження. Найефективнішим методом для цього є метод суперпозиції мод, який лінійно комбінує різні форми мод для отримання деформаційного відгуку. Однак для досягнення складних форм деформації може знадобитися більша кількість форм мод, що відповідно збільшує обчислювальну вартість. Для підвищення точності розв'язання за допомогою меншої кількості модових форм можна використовувати залишкові вектори, які допомагають представляти складні форми деформації, зменшуючи кількість мод, необхідних для обчислень.

В рамках цього аналізу розглядається ротор турбокомпресора з різною товщиною ділянок, де власні частоти не близькі одна до одної. Задача має два шляхи розв'язку: з урахуванням підшипників, які фіксують вал, та без урахування підшипників, коли вал фіксується за торець. Для початку розв'язання був виконаний модальний аналіз і слідом гармонічний аналіз.

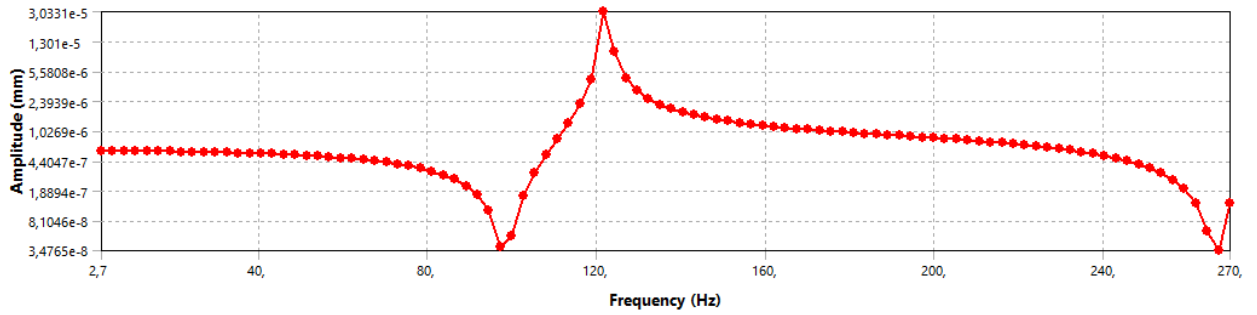


Рисунок 3.5 – Амплітудно-частота характеристика без врахування підшипників

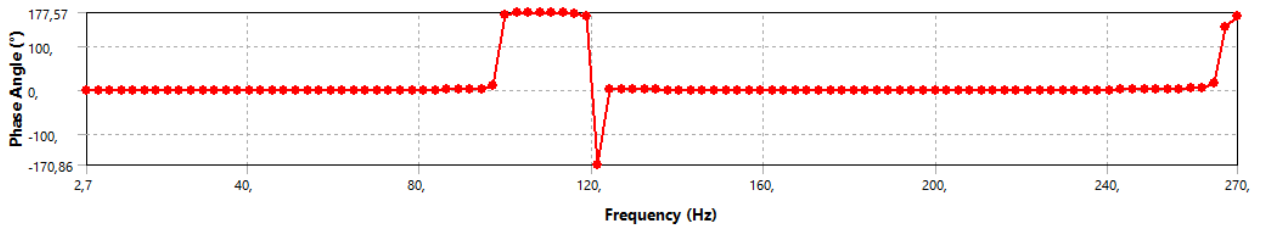


Рисунок 3.6 – Фазова-частота характеристика без врахування підшипників

B: Harmonic Response
 Directional Deformation
 Type: Directional Deformation(Y Axis)
 Frequency: 121,5 Hz
 Sweeping Phase: 170,86°
 Unit: mm
 Global Coordinate System
 06.06.2024 6:00

5,1952e-5 Max
 3,4534e-5
 1,7115e-5
 -3,0276e-7
 -1,7721e-5
 -3,5139e-5
 -5,2557e-5
 -6,9976e-5
 -8,7394e-5
 -0,00010481 Min



Рисунок 3.7 – Деформація ротора на критичній частоті без врахування підшипників

Цей підхід дозволяє провести динамічний аналіз демпфованого ротора з урахуванням нелінійності реактивних сил, що виникають у рідинному шарі щільних ущільнень та підшипників ковзання.

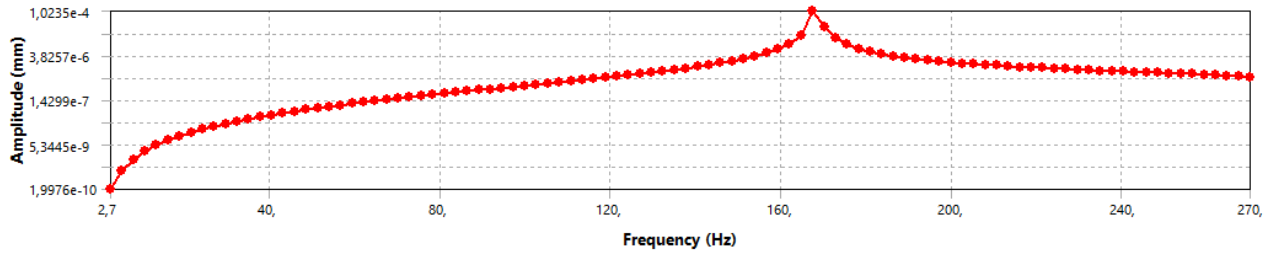


Рисунок 3.8 – Амплітудно-частотна характеристика з врахування підшипників

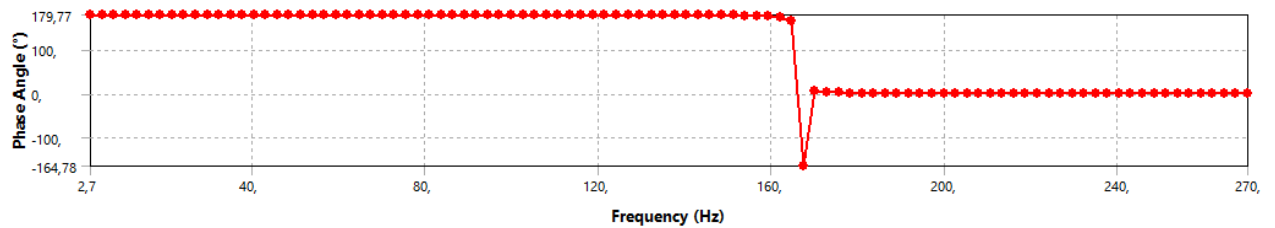


Рисунок 3.9 – Фазова-частотна характеристика з врахування підшипників

B: Harmonic Response
 Directional Deformation
 Type: Directional Deformation(Y Axis)
 Frequency: 167,4 Hz
 Sweeping Phase: 164,78 °
 Unit: mm
 Global Coordinate System
 06.06.2024 6:15

0,00011896 Max
 9,9995e-5
 8,103e-5
 6,2064e-5
 4,3098e-5
 2,4132e-5
 5,1664e-6
 -1,3799e-5
 -3,2765e-5
 -5,1731e-5 Min

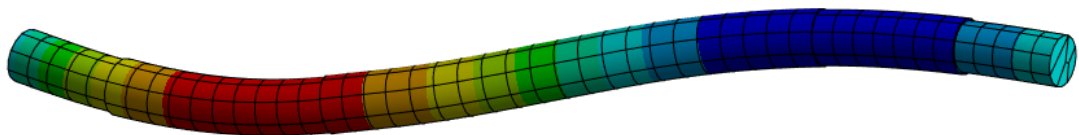


Рисунок 3.10 – Деформація ротора на критичній частоті з врахування підшипників

3.3 Висновки до третього розділу

На основі проведених розрахунків було встановлено, що додавання підшипників до конструкції ротора значно впливає на його динамічні характеристики. Без урахування підшипників власна частота ротора становить 120 Герц. Однак, при додаванні підшипників власна частота збільшується до 175,5 Герц.

Це значне підвищення власної частоти свідчить про те, що система з підшипниками має покращену стійкість. Збільшення власної частоти означає, що ротор здатний витримувати більш високі частоти обертання, не досягаючи резонансу. Це розширює межі стійкості системи, що є важливим фактором для запобігання втомі матеріалу, зменшення небажаних вібрацій та підвищення надійності конструкції.

Таким чином, включення підшипників у моделі роторів відцентрових машин є доцільним і ефективним заходом для підвищення їхньої динамічної стійкості та розширення робочого діапазону частот. Це також підкреслює важливість детального динамічного аналізу для проектування і оптимізації роторних систем, що працюють у складних умовах експлуатації.

ВИСНОВКИ

Проведений динамічний аналіз одномасової моделі ротора відцентрового компресора дозволив отримати цінні результати щодо поведінки системи при вимушених коливаннях. Дослідження показали, що включення підшипників ковзання значно впливає на власні частоти системи та її стійкість.

1. Одномасова модель ротора:

Для спрощення аналізу аналітичними методами була застосована одномасова модель ротора відцентрового компресора. Ця модель дозволяє врахувати основні закономірності коливань та забезпечує адекватну оцінку динамічних характеристик без значного ускладнення розрахунків.

2. Аналіз вимушених коливань:

Дослідження вимушених коливань неврівноваженого багатомасового ротора, який обертається в підшипниках ковзання, проводилося в широкому діапазоні частот, включаючи частоти, що перевищують частоту обертання граничної стійкості. Таким чином, були досліджені коливання як в стійких, так і в нестійких областях частот обертання.

3. Врахування нелінійностей:

Особливістю даної роботи є врахування нелінійностей гідродинамічних сил, що виникають в підшипниках ковзання при обертанні ротора, а також анізотропії ущільнень. Це дозволило більш точно моделювати реальні умови експлуатації ротора та оцінити їх вплив на динаміку системи.

4. Власні частоти системи:

Власна частота ротора без підшипників становила 120 Герц, тоді як з урахуванням підшипників вона збільшилася до 175,5 Герц. Це свідчить про значне покращення стійкості системи завдяки використанню підшипників, що розширює межі стійкості системи та зменшує ризик резонансу на робочих частотах.

5. Вплив анізотропії:

Аналіз показав, що збільшення коефіцієнта анізотропії призводить до зменшення субгармонійної складової коливань. Це означає, що анізотропність ущільнень сприяє підвищенню стійкості системи, зменшуючи небажані коливання.

6. Поведінка ротора за границею стійкості:

Дослідження показали, що ротор може обертатися і за границею стійкості без аварійних ситуацій до тих пір, поки амплітуда автоколивань не досягне величин, сумірних з амплітудою синхронної прецесії. Виявлено, що анізотропія незначно впливає на характер розвитку автоколивальної складової за границею стійкості.

Узагальнюючи, проведені дослідження підтвердили важливість врахування нелінійних гідродинамічних сил і анізотропії ущільнень при динамічному аналізі роторів відцентрових машин. Отримані результати можуть бути використані для оптимізації конструкцій роторів та підвищення їхньої надійності та ефективності в експлуатації.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Subbiah, Raj; Littleton, Jeremy Eli,. Rotor and structural dynamics of turbomachinery : a practical guide for engineers and scientists / Raj Subbiah, Jeremy Eli Littleton. Cham, Switzerland : Springer, 2018.
2. Simonovskiy V., Pavlenko I., Pitel J., Stremoukhov D., Ivanov V. Methods and Algorithms for Calculating Nonlinear Oscillations of Rotor Systems. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing IV: Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2021. P. 63–74.
3. Pavlenko I. V. Rotor machinery dynamics: Practical trainings [electronic version] / I. V. Pavlenko – Sumy : Sumy State University, 2022. – 42 p.
4. Конспект лекцій з дисципліни «Теорія коливань» [Електронний ресурс] / Н.В.Совенко. - Суми : Сумський державний університет, 2020.
5. Zahorulko A.V., Lee Y.-B. Dynamic behavior and difference pressure control of difference pressure regulator for dry gas seals(2022) *Mechanical Systems and Signal Processing*, 165.
6. Павленко, І.В. Методи ідентифікації параметрів математичних моделей коливальних процесів [Текст]: монографія / І.В. Павленко, В.І. Симоновський. - Суми: СумДУ, 2020. - 145 с.
7. Екологічна безпека експлуатації компресорного і насосного обладнання / Марцинковський В. А, Тарельник В. Б., Аношевський Б., Марцинковський В. С., Радіонов О. В., Коноплянченко Є. В., Гапонова О. П., Позовний О. О.: монографія. Суми: Сумський державний університет, 2018. 282 с.
8. Позовний, О. О. Вплив багатошпаринних ущільнень на герметичність та вібронадійність відцентрових насосів : дис. ... д-ра філософії : 133. Суми, 2021. 181 с.
9. Павленко І.В., Симоновський В.І. Комп'ютерна програма «Critical frequencies of the rotor». Свідectво про реєстрацію авторського права на твір №59855 від 27.05.2015.
10. Симоновский В.І Динаміака роторних машин - – Суми: Видавництво СумДУ, 2011