

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Сумський державний університет

Факультет електроніки та інформаційних технологій

Кафедра прикладної математики та моделювання складних систем

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри

_____ Коплик І.В.
(підпис)

_____ 2024 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття освітнього ступеня бакалавр

Зі спеціальності 113 «Прикладна математика»,
освітньо-професійної програми «Прикладна математика»,
на тему: «Моделювання напружено-деформованих станів в твёрдосплавній пластині із багат шаровим нанокompозитним покриттям в залежності від коефіцієнту тертя»

Здобувача групи ПМ-01 Пантюшенко Глеба Олександровича

Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

(підпис)

Пантюшенко Глеб
(Ім'я та ПРІЗВИЩЕ здобувача)

Керівник професор, доктор фіз.-мат. наук, Гончаров О.А. _____
(підпис)

Суми – 2024

СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет **електроніки та інформаційних технологій**
Кафедра **прикладної математики та моделювання
складних систем**
Рівень вищої
освіти **бакалавр**
Галузь знань **11 «Математика та статистика»**
Спеціальність **113 «Прикладна математика»**
Освітня
програма **освітньо-професійна «Наука про дані та моделювання
складних систем»**

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри ПМтаМСС

Коплик І. В. _____

«__» _____ 20__ р.

З А В Д А Н Н Я

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ ЗДОБУВАЧУ ВИЩОЇ ОСВІТИ

Пантюшенко Глебу Олександровичу

1. Тема роботи Моделювання напружено-деформованих станів в твёрдосплавній пластині із багатошаровим нанокompозитним покриттям в залежності від коефіцієнту тертя.

Керівник роботи Гончаров О.А., професор, доктор фіз.-мат. наук затверджено наказом по факультету ЕлІТ від «05» травня 2024р. № _____

2. Термін подання роботи студентом «14» червня 2024р.

3. Вихідні данні до роботи метод скінчених різниць; теоретичні та експериментальні відомості про теплові та деформаційні процеси при обробці металів різанням.

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, що їх належить розробити):

1. Дослідження теплових та деформаційних полів в середині ріжучої пластини з одношаровим захисним покриттям з урахуванням впливу коефіцієнту тертя.
 2. Практична реалізація побудованої математичної моделі.
5. Перелік графічного матеріалу:
- 1) Температурне поле ріжучої пластини з одношаровим захисним покриттям з урахуванням впливу коефіцієнту тертя;
 - 2) Залежність напруження-деформація згідно моделі Джонсона-Кука з урахуванням коефіцієнту тертя;
 - 3) Залежність температури від коефіцієнту тертя.
6. Консультанти до проекту (роботи), із значенням розділів проекту, що стосується їх

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		Завдання видав	Завдання прийняв

7. Дата видачі завдання «__» _____ 2024 р.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ п/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Термін виконання роботи	Примітка
1	Провести аналіз літератури за темою «Моделювання напружено-деформованих станів в твердосплавній пластині із одношаровим нанокompозитним покриттям в залежності від коефіцієнту тертя».	6.05.2024 – 12.05.2024	Виконано
2	Побудувати фізичну модель, що описує теплові та напружено-деформаційні процеси в середині ріжучої пластини.	12.05.2024 – 18.05.2024	Виконано
3	Побудувати математичну модель задачі дослідження.	18.05.2024 – 25.05.2024	Виконано
4	На базі математичної моделі створити комп'ютерну програму.	25.05.2024 – 30.05.2024	Виконано

Здобувач вищої освіти

_____ (підпис)

_____ (прізвище та ініціали)

Керівник роботи

_____ (підпис)

_____ (прізвище та ініціали)

АНОТАЦІЯ

Кваліфікаційна робота: 36 с., 9 рисунків, 2 таблиці і 17 джерел.

Мета роботи: Розробити математичну модель яка описує вплив коефіцієнту тертя на напружено-деформовані стани в одношарових нанокompозитних тонкоплівкових системах та зробити її програмну реалізацію.

Об'єкт дослідження: процес зміни теплового та напруженого стану на поверхні металевої пластини з одношаровим захисним покриттям з урахуванням впливу коефіцієнту тертя.

Предмет дослідження: математична модель, що описує вплив коефіцієнту тертя на напружено-деформовані стани в одношарових нанокompозитних тонкоплівкових системах.

Методи дослідження: математичний аналіз, метод скінчених різниць, алгоритм прогонки.

В результаті досліджень було проаналізовано комп'ютерну модель, яка дає можливість розглянути температурний розподіл на поверхні пластини ріжучого інструменту з урахуванням впливу коефіцієнту тертя.

Ключові слова: КОМП'ЮТЕРНА МОДЕЛЬ, РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРИ, ОДНОШАРОВЕ ПОКРИТТЯ, РІЖУЧА ПЛАСТИНА, ТЕРТЯ.

ЗМІСТ

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1 МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО ДЕФОРМАЦІЙНИХ СТАНІВ В НАНОКОМПОЗИТНИХ СИСТЕМАХ	5
ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД	5
РОЗДІЛ 2	13
ФІЗИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ	13
2.1 Виникнення тепла під час різання металів	13
2.2 Тертя в зоні контакту	14
РОЗДІЛ 3	16
МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА КОМП'ЮТЕРНА РЕАЛІЗАЦІЯ	16
3.1 Математична модель	16
3.2 Метод скінчених різниць	18
3.4 Залежність температури від коефіцієнту тертя з різними покриттями	22
3.5 Результати перевірки математичної моделі	23
ВИСНОВКИ	28
СПИСОК ВИКРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	29
ДОДАТОК А	31
ДОДАТОК Б	33
ДОДАТОК В	34

ВСТУП

Машинобудування – важлива в сучасному світі галузь промисловості та інженерії. Метою цієї галузі є проектування та створення корисних механічних систем для вирішення завдань виробництва, будівництва, транспортування та інших. При задачі виготовлення матеріалів використовується багато технологій, таких як наприклад обробка різанням. Цей процес дає змогу створювати необхідні у виробництві складні деталі. Важливість використання цієї технології полягає у прагненні до високої якості та точності, крім того обробка різанням забезпечує швидку та ефективну діяльність.

Однак, при використанні обробки різанням виникають численні технічні проблеми та виклики для інженерів через екстремальні навантаження. Серед таких варто виділити контроль температури та напруження. Температурні коливання можуть призвести до зміни властивостей матеріалу та зниження якості деталей. При підвищенні температури в процесі виникає напруження, яке при досягненні критичних значень, спричиняє пластичну деформацію деталі. Важливо забезпечити контроль температури та напруження під час обробки різанням, щоб гарантувати якість та надійність виготовлених деталей.

Розуміння напруження при деформаційних процесах в багатошарових нанокompозитних тонкоплівкових системах є ключовим для розробки нових матеріалів з покращеними механічними властивостями та їхнього використання в різних сферах, таких як електроніка, мікро- та нанотехнології, а також в аерокосмічній і автомобільній промисловості.

Напруження при деформації - це ключовий показник механічної поведінки матеріалів і структур, який досліджується в механіці матеріалів та інженерії. Цей показник є особливо важливим для розуміння та прогнозування руйнування та деформації матеріалів під дією зовнішніх навантажень.

РОЗДІЛ 1 МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО ДЕФОРМАЦІЙНИХ СТАНІВ В НАНОКОМПОЗИТНИХ СИСТЕМАХ

ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД

Механічна обробка або обробка різанням є одним із найбільш комплексних та багатофакторних процесів моделювання. При виконанні цього процесу треба звертати увагу на багато важливих факторів, таких як наприклад: температура, деформація поверхні та напруга. На даний момент знайдено багато способів експериментально використовувати математичне моделювання теплових та напружених процесів за допомогою новітніх комп'ютерних технологій. Спробам використання такої методики сучасні вчені виділяють не мало наукових статей та досліджень[1-6].

Для підвищення працездатності інструмента було винайдено багато методів. До таких можна віднести: використання композитних матеріалів, в яких компоненти в сувокупності розподіляють навантаження, мінімізують показник напруження в кожному шарі, додавання буферних шарів, які мають поглинати напругу, не даючи тій впливати на інші шари. Також наразі популярним методом запобігання зайвого навантаження є використання захисних покриттів.

Результати досліджень [1] свідчать, що плівкові покриття мають значно кращі характеристики порівняно з масивними матеріалами. Захисні покриття використовуються для запобігання пластичній деформації, яка є однією з головних проблем, що призводить до браку деталей.

Пластична деформація твердосплавних різальних інструментів з використанням захисного покриття було досліджено[2]. За допомогою метода кінцевих елементів було сформовано поле тиску та температури всередині інструменту які продемонстровані на рис.1,2. Нормальний розподіл напруги по поверхні об'єкту був оцінений за допомогою вимірювання різання та довжини контакту інструмента зі стружкою.

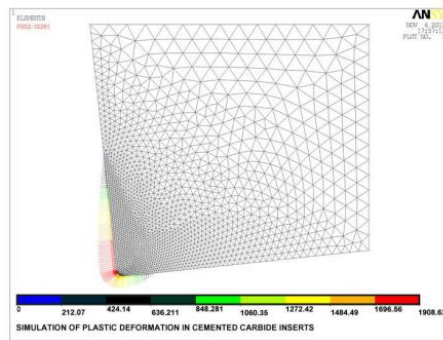


Рис. 1 Тиск вздовж передньої поверхні [2]

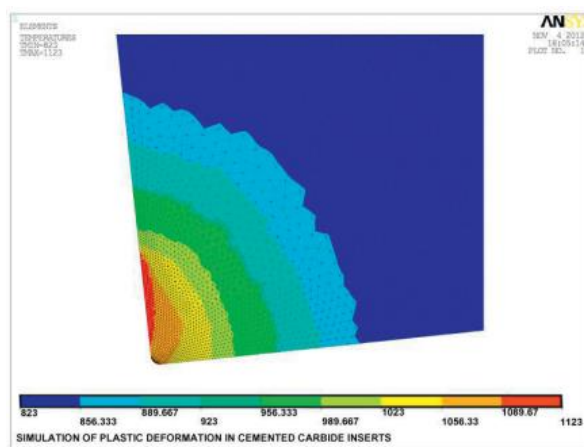


Рис. 2 Внутрішній розподіл температури[2]

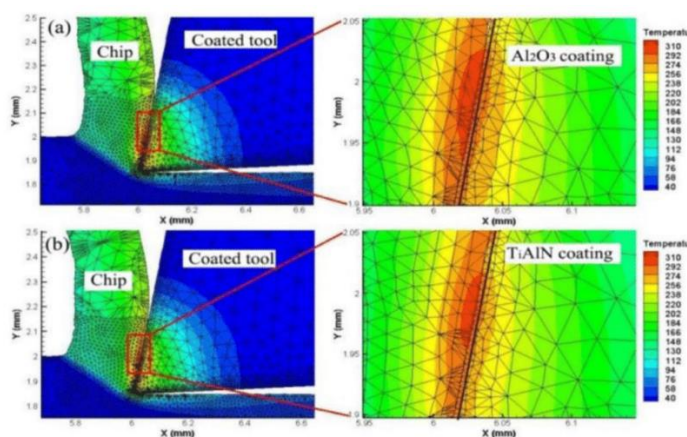
Важливим фактором, що впливає на пластичну деформацію обробленої поверхні, є параметри різання в процесі роботи. Збільшення швидкості різання зменшує шар пластичної деформації поверхні, при цьому інші параметри різання залишаються незмінними. Це пояснюється тим, що зі збільшенням швидкості різання скорочується час контакту між інструментом та матеріалом заготовки, і цього часу не вистачає для забезпечення якісної пластичної деформації заготовки.

Спираючись на роботи авторів [3] можна сказати, що температурне поле всередині ріжучого інструмента впливає на процес пластичної деформації. Це поле варіюється в залежності від покриття на робочій поверхні інструмента. На рис. 3 представлено його моделювання з використанням різних покриттів. Дослідження полягало у розгляді ефективності різання. Цільовим матеріалом

обрано сплав Al-Si. Для цього використовувалися прилад покритий Cr/W-DLC, тобто різновидом DLC покриття, що включає хром і вольфрам, у порівнянні з TiAlN, TiC, Al₂O₃. Враховано швидкість різання, завдяки чому була представлена обширна вибірка результатів та вибрані найбільш ефективні.

Основним методом оцінки був метод скінченних елементів (МСЕ). З його допомогою були чисельно досліджені фактори пов'язані з силою різання, температурою напруга.

Модель передбачала встановлення температури 20°C для середовища, заготовки та інструменту. Довжина заготовки 6 мм, а висота 2 мм. Коефіцієнт тертя встановлений як 0.1, хоча при більш точному дослідженні він має сильний вплив на результат. Важливим фактором є те, що коефіцієнт тертя в комп'ютерному моделюванні та отримані експериментально відрізняються. В реальних процесах цей показник може досягати значення 1-2, що має великий вплив на результати та необхідно враховувати при моделюванні.



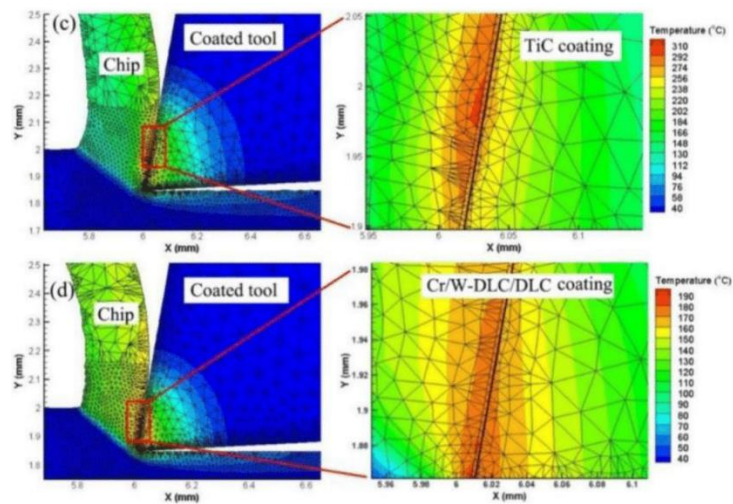


Рис.3. Результати побудови теплових полів [3]

Поступово, під дією високої температури, матеріал піддається термопружній пластичній деформації, при цьому на це також впливають великі швидкості деформації. Загальний вигляд рівняння процесу:

$$\sigma(\varepsilon^p, \varepsilon, T) = g(\varepsilon^p) * \Gamma(\varepsilon) * (T)$$

Де $g(\varepsilon^p)$ – функція зміцнення деформації, $\Gamma(\varepsilon)$ — функція ефекту швидкості деформації, а (T) - є функція термічного пом'якшення.

Існує три зони деформації, які здатні створювати тепло упродовж процесу різання. Припускається, що вся енергія різання перетворюється на тепло під час різання. Тепло переходить у заготовку, ріжучий елемент, стружку. У вторинній зоні деформації, частка тепла різання, що надходить у стружку на межі розділу інструмент-стружка, може позначатися символом R2. R2 - коефіцієнт теплорозподілу структури.

З посиланням на теорію ліній ковзання, запропоновану Лі та Шаффером, l_f можна визначити за формулою:

$$l_f = h_D \frac{\sqrt{2}}{2 \sin \phi \sin \left(\frac{\pi}{4} + \phi - \gamma_0 \right)}$$

Де — h_D товщина стружки, ϕ — кут зсуву, а γ_0 — передній кут інструменту. Коефіцієнт ефективного розподілу тепла (R_2), що надходить до структури в зоні інструмент-стружка, описується наступним чином:

$$R_2 = \frac{q_2(l_f \bar{A} / k_1) - \bar{\theta}_z + \theta_0}{q_2(l_f \bar{A} / k_1) + q_2(0.377 l_f / k_2 \sqrt{v_{ch} l_f / 4\alpha})}$$

Результати дослідження[3] свідчать, що інструмент покритий матеріалом Cr/W-DLC/DLC виявився найрацим серед досліджуваних. Було розглянуто процеси пластичної деформації робочої поверхні в залежності від швидкості різання. Виявлено, що при збільшенні швидкості збільшується сила тертя між інструментом та заготовкою. Висока швидкість може гарантувати збільшення сили різання, проте наслідком нарощування швидкості також буде швидка пластична деформація заготовки. Зростання сили різання і тертя спричиняє підвищення температури в процесі різання.

У дослідженні [5] вивчено видалення матеріалу під час процесу різання, розглядаючи його як систему тертя з багатьма вхідними та вихідними параметрами. Складність цієї системи тертя виникає через екстремальні умови, що мають місце в контактах інструмент-стружка та інструмент-заготовка. Аналізується явище тертя в екстремальних умовах, таких як висока температура, великі швидкості деформації/деформації, контактні стани прилипання та ковзання, а також різні умови різання. Крім того, розглядаються фактори, що впливають на поведінку тертя, включаючи відповідність матеріалу, параметри різання, умови змащування/охолодження та покриття інструменту.

Потім проводиться аналіз наслідків явища тертя під час різання, таких як закономірності зношування інструменту, тривалість служби інструменту, утворення стружки та обробленої поверхні.

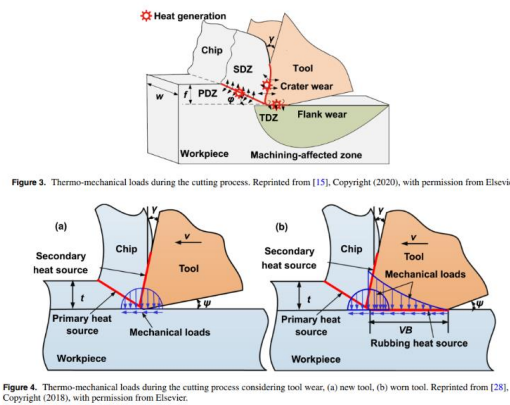


Рис.4. Термо-механічні навантаження під час процесу різання

Мета дослідження полягала у тому, щоб оглянути складну поведінку тертя в зоні контакту. Були запропоновані різноманітні моделі, при дослідженні яких було виявлено, що поведінка тертя вплинула на деформацію, її швидкість та температуру різання. Серед факторів які вплинули на поведінку тертя слід виділити: відповідність матеріалу для заготовки та ріжучого інструменту, охолоджуюче середовище та метод змащування в області контакту з різанням.

У статті [5] пріоритет у властивостях покриття інструмента віддається їх хімічному складу. Покриття AlCrN з високим вмістом Al продемонстрували краще стійкість до тертя, ніж покриття TiN і TiAlN.

Структура багат шарового покриття наділяє інструмент покращеною зносостійкістю, таким чином технологія пройшла свій етап вдосконалення від одношарового до багат шарових версій, які містять тонкі плівки.

Крім того, вплив товщини наночару в Ti–TiN– (Ti,Al,Cr)N покриття на властивості тертя також були оцінені, вказуючи на те, що коефіцієнт тертя виглядав як немонотонна варіація та товщина наночару 16 нм забезпечували

найменший коефіцієнт тертя. Висновок у досліджень був такий: висока зносостійкість, тоді як інструменти з м'яким покриттям - є низький коефіцієнт тертя.

У статті[6] розглядалося питання аналізу напруги різальних інструментів з покриттям при високотемпературному терті та закономірностей зміни напруги при різних навантаженнях і швидкостях обертання. Побудовану модель використали для аналізу фрикційного зношування між випробувальним блоком (ріжучі інструменти серії з твердого сплаву з покриттям ZrN) і фрикційним кільцем із швидкорізальної сталі.

В даному випробуванні під впливом високої температури була проведена динамічна імітація процесу тертя при різних навантаженнях і швидкостях обертання. В результаті експериментів були отримані закономірності, що описують розподіл напружень під час цього процесу в умовах високої температури.

Дослідження вказують на те, що ріжучі інструменти з твердого сплаву без покриття мають значно вищі максимальні значення еквівалентного напруження та напруги зсуву порівняно з покритими інструментами. Максимальні напруги зазвичай виникають в центральній частині контактної зони, тоді як напруги зсуву — на її краях. Збільшення навантаження посилює напруги, а швидкість обертання мало впливає на цей процес.

За результатами дослідження, аналіз напруги в ріжучих інструментах з покриттям ZrN може бути корисним для їх подальшого вдосконалення. Водночас вивчення розподілу напруг у покриттях під час високотемпературного тертя є складним завданням через численні варіабельні фактори, включаючи тип покриття, матеріал обробки, кількість різання тощо.

Важливість розуміння механізмів використання покриттів не можна недооцінювати, адже це сприяє розробці ріжучих інструментів з покращеними характеристиками. Покриття значно підвищують міцність та зносостійкість

ріжучих інструментів, що дозволяє збільшити їх термін служби та покращити якість обробки матеріалів. В західних країнах використання різців з покриттям стає все більш розповсюдженим, досягаючи в деяких випадках 85% від загального використання.

Карбіди та нітриди Ti та Zr, що використовуються як матеріали для покриттів, мають високу міцність та зносостійкість, роблячи їх ідеальними для застосування в ріжучих інструментах і значно покращуючи їх термін служби. Вище наведені дослідження також включають аналіз механізмів тертя та зношування при високих температурах. Це важливо для розуміння процесу зношування покриттів та підкладки, покращення їх зносостійкості.

Висновки до 1-го розділу:

На основі проведеного літературного огляду можна встановити, що існує проблематика оцінки тертя, через складність процесу моделювання та багато факторів впливу. У наукових статтях описано вплив сили тертя та коефіцієнту тертя на деформацію, її швидкість, температуру в зоні різання. Існуючі моделі тертя, такі як закон Кулона, не завжди достатньо точно описують фізичні явища на межі контакту, проте їх необхідно розвивати через вплив тертя на теплоутворення в процесі роботи, яке може вплинути на термін придатності інструменту.

РОЗДІЛ 2

ФІЗИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ

2.1 Виникнення тепла під час різання металів

В зоні контакту поверхні різання з ріжучим інструментом спостерігається значний тепловиділяючий процес. Це відбувається в результаті переходу механічної роботи в теплову енергію. Критичний нагрів в зоні різання може призвести до прискорення зношення інструменту та надмірної деформації металу.

Термічні впливи, що виникають в процесі різання, є одним з найважливіших факторів, що визначають напружено-деформований стан в зоні формування стружки і формування поверхні деталі. Теплові закони пояснюють явища, пов'язані з підтримкою параметрів процесу різання, терміну служби інструменту і якості обробки поверхні. Схема процесу термічного реологічного різання необхідна для побудови ефективної структури і параметрів моделі технологічного процесу. Теплота процесу різання Q утворюється за рахунок [7]:

1) внутрішнє тертя між частинками металу, що обробляється, під час деформації - Q_1 ;

2) зовнішнє тертя у стружки до торця інструменту - Q_2 ;

3) зовнішнє тертя ріжучої поверхні і оброблювальної поверхні до задньої частини інструменту - Q_3 ;

4) сепарація, деформація стружки і дисперсія стружки Q_4 .

Тепловий баланс процесу різання виражається рівнянням:

$$Q_{\Sigma} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 \quad (2.1)$$

Кількість виділеного тепла внаслідок пружної деформації, є відносно невеликою, але ігнорувати її вплив на теплові показники процесу різання не слід. Тепло різання виходить через стружку (q_1), переходить в матеріал (q_2) та на інструмент (q_3), залишок відходить до середовища (q_4) (рис. 2.1). Тепловий баланс задачі можна виразити як:

$$Q_{\Sigma} = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 \quad (2.2)$$

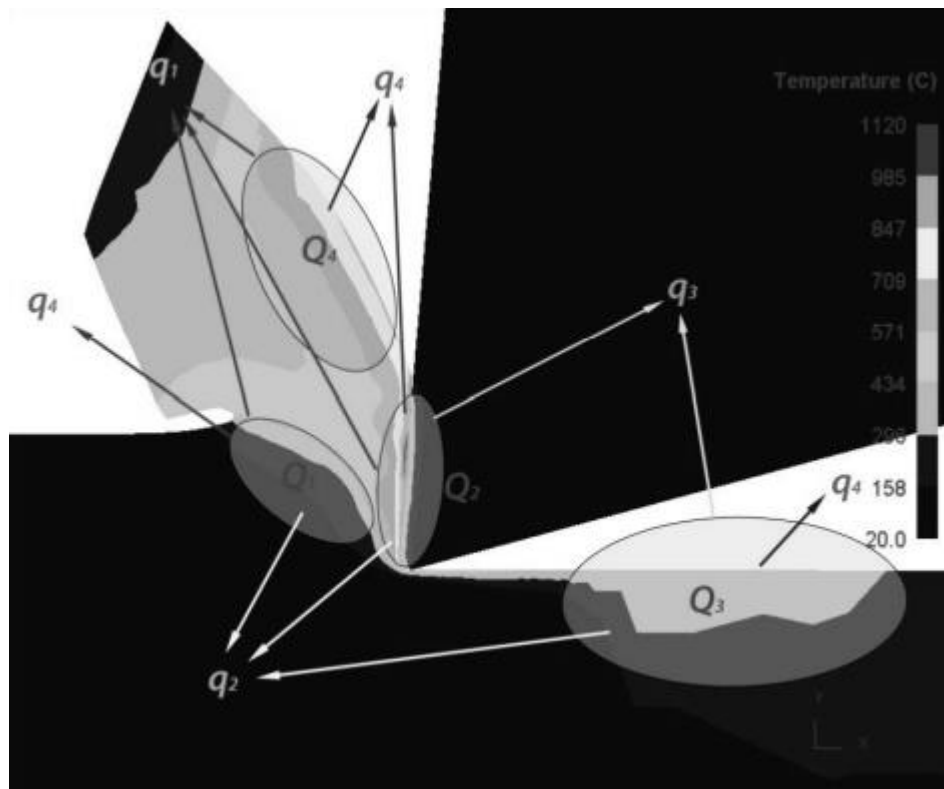


Рис.2.1 - Розповсюдження тепла в ділянці різання[7]

2.2 Тертя в зоні контакту

Тертя в контактї інструменту та стружки є складним для оцінки. Це можна описати як взаємозв'язок між нормальним напруженням і напруженням тертя на ріжучої поверхні. Найкращий спосіб виміряти характеристику тертя цієї області - оцінити нормальні та фрикційні напруги безпосередньо в процесі обробки. Оскільки цей метод за своєю складністю дозволяє виміряти приблизний розподіл напружень, то очікується, що метод скінченних

елементів дозволяє теоретично змодельовати залежність напруги та тертя під час різання.

Проаналізувавши дослідження по обробці різанням виявлено[8]: напруження коефіцієнту тертя, τ_f , є сумірним до загального напруження на грані інструменту, σ_n , і коефіцієнта тертя μ . Відповідно, формула виглядає так:

$$\tau_f = \mu \sigma_n \quad (2.4)$$

Якщо раніше тертя ігнорувалось або вважалось константою, то зараз стандартною практикою є обчислення середнього значення тертя на основі вимірювання сил різання (2.5) [9]:

$$\mu = \frac{F_t + F_c \tan \alpha}{F_c - F_t \tan \alpha} \quad (2.5)$$

Експериментальним методом автори статті[10] отримали рівняння характеристики напружень представлени у вигляді моделі тертя в зоні контакту інструменту (2.6) :

$$\tau_f = k [1 - e^{-(\mu \sigma_n / k)}] \quad (2.6)$$

де k – це напруга зсуву, μ - коефіцієнт тертя, що визначається в результаті експериментальних досліджень, в яких опробуються різноманітні матеріали обладнання.

РОЗДІЛ 3

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТА КОМП'ЮТЕРНА РЕАЛІЗАЦІЯ

3.1 Математична модель

В основі математичної моделі є пластина, яка має виміри $L_x \times L_y$ (0.01×0.01), схематично зображено на рисунку 3.1. На деякій ділянці T_k сторона пластини під тепловим навантаженням Q у наслідок теплового впливу. На зовнішній поверхні зі сторони яка є найбільш впливовою для до зовнішнього тепла розміщуємо одношарове покриття. Товщина шару становить $h_1 = L_y - y_1$. Припускаємо, що умови ізоляції від тепла дотримані для усіх боків пластини, крім одного, і що температурний розподіл не змінюється вздовж осі z . Також ігноруємо точну геометрію різця для спрощення аналізу. Виходячи з цих допущень, розробимо математичну модель для даної задачі.

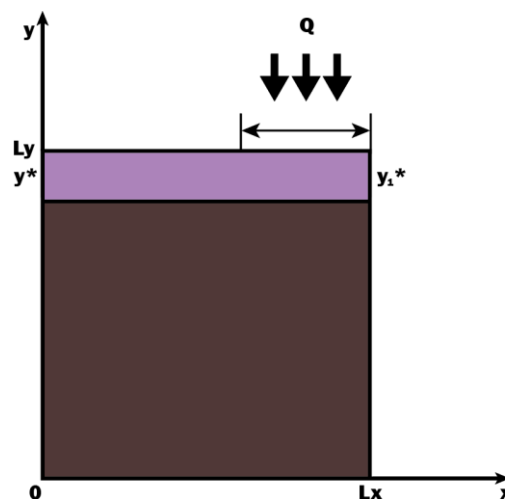


Рис. 3.1 – Схема різальної пластини із одношаровим захисним покриттям, яка знаходиться під впливом теплового джерела.

Наступна система рівнянь представляє собою постановку математичної задачі:

$$\begin{cases} \rho_1 c_1 \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_1 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), & \begin{cases} 0 < x < Lx \\ 0 < y < y^* \end{cases}; \\ \rho_2 c_2 \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), & \begin{cases} 0 < x < Lx \\ y^* < y < Ly \end{cases} \end{cases} \quad (3.1)$$

де c – теплоємність середовища (Дж/кг·°К); ρ – густина середовища(кг/м³); λ – теплопровідність середовища(Вт/кг·°К).

Задамо температуру на початку дослідження у всіх точках як $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

$$t = 0: T = T_0, \quad 0 < x < Lx, \quad 0 < y < Ly. \quad (3.2)$$

Встановимо граничні умови для даної задачі. Розглядаючи габарити заданої пластини $L_x \times L_y$, на границі L_y ділянка пластини T_k з довжиною $\frac{Lx}{2}$ контактує з оброблюваною поверхнею, що призводить до передачі тепла в різальний елемент.

$$y = Ly: \frac{Lx}{2} < Lx, \quad -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = k(T_k - T_0), \quad t > 0, \quad (3.3)$$

де $T_k = \theta$ – температура в зоні різання, k – коефіцієнт теплообміну ріжучою пластини з стружкою.

Розглядаючи нижні границі пластини варто вважати температуру сталою, а отже використати граничні умови першого роду:

$$y = 0: T = T_0, \quad t > 0. \quad (3.4)$$

На інших навколишніх границях встановлені умови теплообміну третього роду з довкіллям у наступному вигляді:

$$\begin{cases} x = 0, x = Lx \\ 0 < x < \frac{Lx}{2}, y = Ly; \end{cases} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = k(T_c - T_0), t > 0, k > 0. \quad (3.5)$$

де T_c – температура навколишнього середовища, k – коефіцієнт теплообміну між навколишнім середовищем (повітрям) і ріжучим інструментом на границі Γ_2 .

На краях y^* та y_1^* визначено умови четвертого роду через інтерфейс між трьома тілами з різними коефіцієнтами теплопровідності, припускаючи ідеальний контакт між основним матеріалом та захисними покриттями.

$$\begin{cases} T_1(t, y^*) = T_2(t, y^*) \\ T_2(t, y_1^*) = T_3(t, y_1^*) \\ -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial y} |_{y=y^*} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} |_{y=y^*} \\ -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial y} |_{y=y_1^*} = -\lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial y} |_{y=y_1^*} \end{cases} \quad (3.6)$$

Розроблена математична модель описує тепловий стан пластини під дією теплового навантаження на одній із сторін.

3.2 Метод скінчених різниць

Вирішенням цього завдання було вибрано метод скінчених різниць, зокрема поздовжньо-поперечну схему. Він апроксимує диференціальні рівняння, замінюючи диференціальні похідні на різницеві відношення. Цей підхід дає змогу виразити похідні через значення функції у дискретних точках, званих вузлами сітки. Така заміна трансформує початкову задачу в систему алгебраїчних рівнянь, де невідомі є значення функцій в окремих вузлах. Розв'язавши цю систему, ми отримаємо чисельний розв'язок задачі.

Для адаптації системи диференціальних рівнянь до методу скінчених різниць створимо просторово-часову сітку, яка включатиме координати, задані у задачі. Ця сітка дозволяє нам деталізувати розрахунки і підвищити точність апроксимації реальних фізичних процесів.

- $x_i = (i - 1) * h_x$, де h_x — крок сітки координатою x ; (3.0.71)
- $y_j = (j - 1) * h_y$, де h_y — крок сітки координатою y ; (3.0.72)
- $t_n = n * \tau$, де τ — крок по часу. (3.0.73)

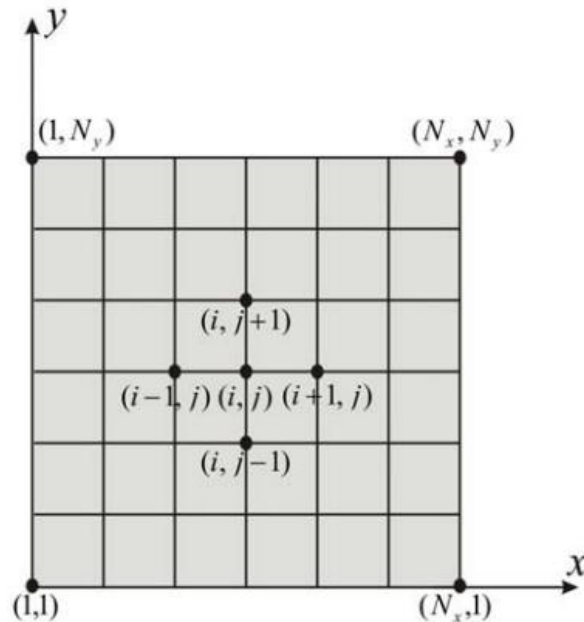


Рис. 3.2 – Різницева сітка моделі

Введемо позначення для значення температури в вузлі сітки:

$$T(x_i, y_j, t_n) = T_{i,j}^n. \quad (3.0.8)$$

Для дискретизації рівняння скористаємося одновимірною схемою Самарського[17]. Цей метод передбачає два етапи на кожному часовому кроці:

1. Розглянемо вісь OX . Виконуємо розділення на часовому кроці, в результаті отримуємо одновимірне рівняння.
2. Далі розглядаємо вісь OY і проводимо аналогічну дискретизацію. Це дає поле температур на відповідному часовому кроці.

Замінюємо диференціальні оператори на їхні кінцево-різницеві аналоги:

Для температури по часу:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^n}{\tau}, \quad (3.0.9)$$

Для температури по х:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2 * T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2}, \quad (3.0.10)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau}, \quad (3.0.11)$$

Для температури по у:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2 * T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{h_y^2}. \quad (3.0.12)$$

Система диференціальних рівнянь (3.0.1) перетвориться в СЛАР(3.0.13-3.0.14):

$$\left\{ \begin{array}{l} p_i * c_i * \frac{T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^n}{\tau} = \lambda_i \left(\frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2 * T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} \right), \quad (3.0.13) \\ p_i * c_i * \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} = \lambda_i \left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2 * T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{h_y^2} \right). \quad (3.0.14) \end{array} \right.$$

Для врахування впливу тертя вводимо додатковий член у праву частину рівнянь, згідно до закону Кулона, який відображає генерацію тепла за рахунок тертя:

$$\left\{ \begin{array}{l} p_i * c_i * \frac{T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} - T_{i,j}^n}{\tau} = \lambda_i \left(\frac{T_{i+1,j}^{n+\frac{1}{2}} - 2 * T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}} + T_{i-1,j}^{n+\frac{1}{2}}}{h_x^2} \right) + q_{i,j}^n, \quad (3.0.15) \\ p_i * c_i * \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^{n+\frac{1}{2}}}{\tau} = \lambda_i \left(\frac{T_{i+1,j}^{n+1} - 2 * T_{i,j}^{n+1} + T_{i-1,j}^{n+1}}{h_y^2} \right) + q_{i,j}^n. \quad (3.0.16) \end{array} \right.$$

Де $q_{i,j}^n$ - тепловиділення від тертя.

Спершу розв'язуємо рівняння (3.0.13) у всій області, застосовуючи метод прогонки який використовується для вирішення система лінійних рівнянь, а потім переходимо до рівняння (3.0.14) і виконуємо дії аналогічні колишнім.

Цей підхід дозволяє нам з точністю визначити вплив трення на температурні поля, що особливо важливо у випадках, коли тепловіддача від трення може істотно змінювати температурні умови в системі.

3.3 Залежність тертя від напружень

Для дослідження залежності деформації від напружень маємо розглянути наступну систему рівнянь та застосувати метод фазової площини до неї:

$$\dot{\sigma} = -\sigma + g(\varepsilon)\varepsilon, \quad (3.31)$$

$$\tau\dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T_e - 1 - \sigma\varepsilon + \sigma^2)\sigma. \quad (3.32)$$

Тут параметри σ та $g(\varepsilon)$ визначаються подібно закону Гука:

$$g(\varepsilon) = g_\theta \left(1 + \frac{\theta^{-1}-1}{1+(\frac{\varepsilon}{\alpha})^\beta} \right). \quad (3.23)$$

Для використання тертя буде використано модель Кулона, яка передбачає, що сила тертя пропорційна нормальній силі, яка діє на поверхню. Таким чином формула $g(\varepsilon)$ буде мати такий вигляд:

$$g(\varepsilon) = g_\theta \left(1 + \frac{\theta^{-1}-1}{1+(\frac{\varepsilon}{\alpha})^\beta} \right) * (1 - \mu) \quad (3.34)$$

$$g(\varepsilon) = g_\theta \left(1 + \frac{\theta^{-1}-1-\mu}{1+(\frac{\varepsilon}{\alpha})^\beta} \right) \quad (3.35)$$

В цій формулі μ це константа яка розглядається незалежно від деформації.

3.4 Залежність температури від коефіцієнту тертя з різними покриттями

Для оцінки теплового потоку, який проходить через контактну зону і обумовлений тертям між двома поверхнями, що викликає нагрівання можна використати закон Фур'є. Згідно його тепловий потік Q є пропорційним до різниці температур ΔT і обернено пропорційний до відстані Δx , через яку він проходить і коефіцієнту теплопровідності λ :

$$Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad (3.41)$$

В нашому випадку ми беремо Δx - це міцність контактної шару між поверхнею та стружкою, а ΔT - різниця температури, яку ми хочемо знайти.

Також необхідно встановити рівняння теплової рівноваги в контактній зоні:

$$Q = \frac{\mu * p * A}{\rho * c} \Delta T \quad (3.42)$$

де:

- μ - коефіцієнт тертя
- p - нормальний тиск на межі розділу
- A - площа контакту
- ρ - щільність матеріалу
- c - питома теплоємність матеріалу.

Тепер ми можемо вирішити рівняння щодо ΔT знаходження зміни температури контакту. Підставимо значення теплового потоку Q з (3.31) до рівняння теплової рівноваги та вирішимо його щодо ΔT :

$$\Delta T = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{\mu * p * A}{\rho * c} \Delta T \quad (3.43)$$

Далі, ми можемо скоротити ΔT і виразити її через початкову температуру, щоб отримати вираз для зміни температури контакту:

$$\Delta T = \frac{\mu * p * \Delta x}{\rho * c * \lambda} \quad (3.44)$$

Додамо ΔT до початкової температури T_0 , щоб отримати температуру контакту T_c .

$$T_c = T_0 + \frac{\mu * p}{\rho * c} \quad (3.45)$$

3.5 Результати перевірки математичної моделі

Моделювання теплових і деформаційних процесів в ході обробки пластини різанням, з урахуванням впливу коефіцієнту тертя, було проведено за допомогою пакету MATLAB. Проведені розрахунки температурних і деформаційних полів для пластини, виготовленої з високолегованої інструментальної сталі з одношаровим покриттям TiAlN (титан алюміній нітрид), пластини з алюміній оксиду Al_2O_3 з одношаровим покриттям TiAlN, пластини вольфрам карбід кобальт WC з одношаровим покриттям TiAlN.

Для виконання розрахунків застосовувалися раніше описані математичні співвідношення. Програмний код наведено в додатку А.

Термофізичні властивості матеріалу, використані під час розрахунків взяті з дослідження [12] та наведені в таблиці 1. Для визначення теплових полів при одношаровому покритті знаходиться середнє значення між табличними значеннями покриття та матеріалу.

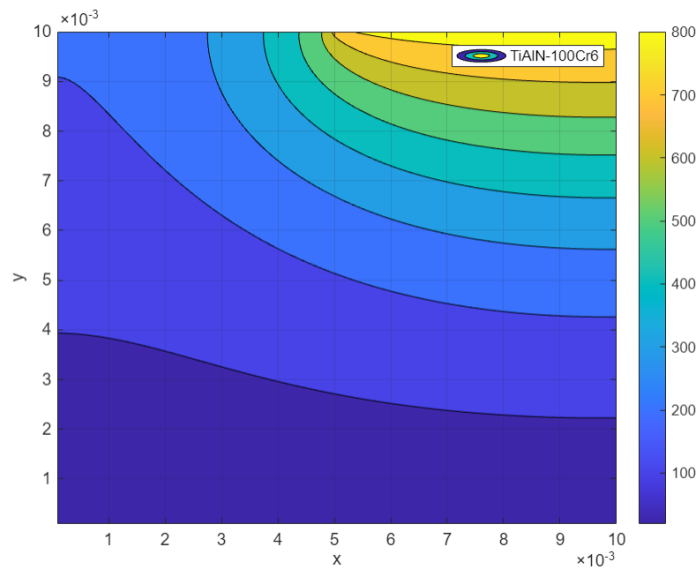
Таблиця 1

Термофізичні характеристики матеріалів матеріалів, $T = 900 \text{ }^\circ\text{C}$ [12]

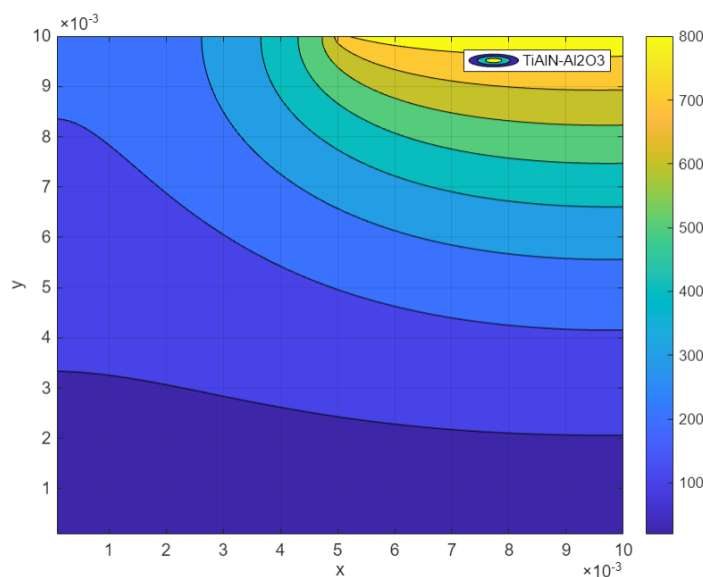
	TiAlN	100Cr6	Al_2O_3	WC
Густина (ρ), kg/m^3	5200	7700	3900	15500
Питома теплоємність (c), $J/(kg \cdot ^\circ C)$	460	465	775	134

Теплопровідність (λ), W/(m·°C)	25.75	35	26	70
коефіцієнт тертя, (μ)	0.35	1.2	1.1	0.58

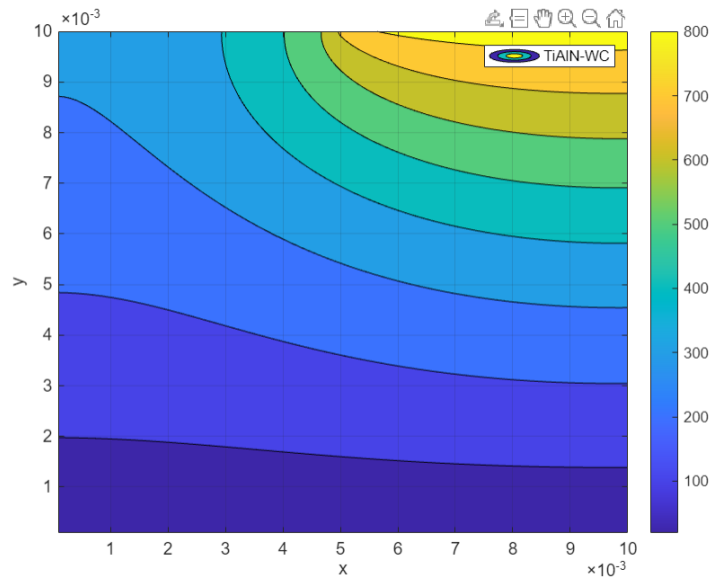
Рисунок 3.51. Температурне поле пластини і відповідний фазовий портрет пластичної деформації:



а) пластина TiAlN з одношаровим покриттям(TiAlN / 100Cr6);вхідні параметри(фазовий портрет): $T_e = 2.5$, $g = 0.5$, $\tau = 1$



б) пластина TiAlN з одношаровим покриттям(TiAlN / Al₂O₃); вхідні параметри(фазовий портрет): $T_e = 2.5$, $g = 0.5$, $\tau = 1$



в) пластина TiAlN з одношаровим покриттям(TiAlN / WC);вхідні параметри(фазовий портрет): $T_e = 2.5$, $g = 0.5$, $\tau = 1$

Поглянувши на дані, які ми маємо, ми можемо стверджувати, що шар з нижчим коефіцієнтом тертя забезпечує більш ефективне розповсюдження тепла, що в кінцевому підсумку призводить до зниження напруги в точці контакту. Отже, відбувається зниження зносу інструменту у процесі роботи.

Згідно з рисунком 3.52 , який відображає результати моделювання деформацій та напружень за моделлю Джонсона-Кука, ми можемо проаналізувати вплив коефіцієнту тертя на поведінку матеріалу. Для цього ми задамо коефіцієнт тертя у вигляді констант, рівних 0.1, 0.5, 1. Модель була представлена в додатку Б, написана на мові програмування python.

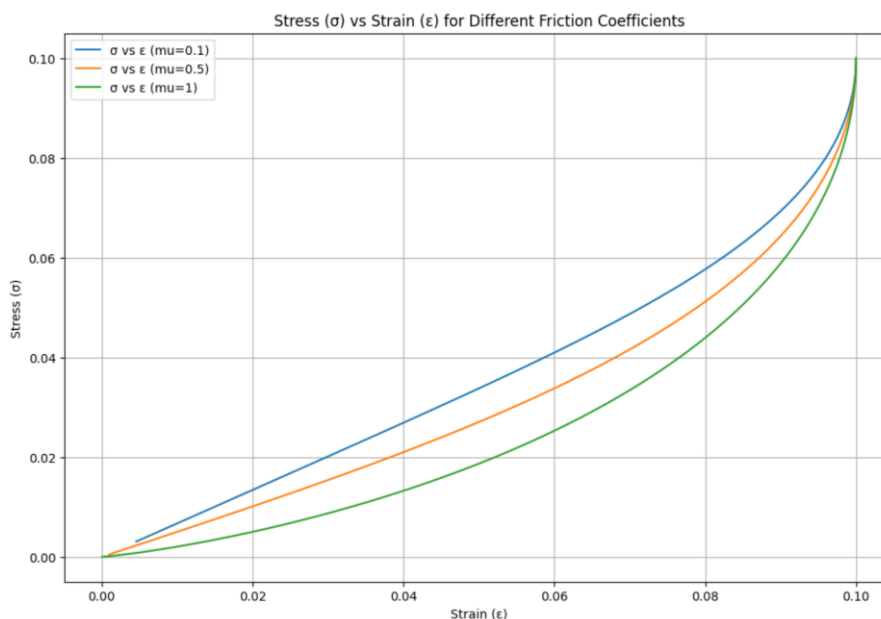


Рис. 3.52 – Залежність напруження-деформація згідно моделі Джонсона-Кука з урахуванням коефіцієнту тертя

При різанні металевих пластин важливо мінімізувати деформацію, оскільки вона призводить до зносу ріжучого інструменту. Менший коефіцієнт тертя зменшує опір руху, що сприяє меншій деформації і, відповідно, зниженню зносу інструменту. Графічний аналіз допомагає візуалізувати вплив різних значень тертя на деформацію і напруження, що сприяє ухваленню правильного рішення.

Для розрахунку залежності температури від коефіцієнту тертя використану модель написану на мові програмування python, представлену у додатку В. Було отримано результати, з урахуванням різних покриттів.

Використані термофізичні характеристики матеріалу при побудові графіків представлені у таблиці 2[13].

Таблиця 2

Термофізичні характеристики матеріалів, $T = 900\text{ }^{\circ}\text{C}$ [13]

	AISI/SAE 1045	TiN	$\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$	TiCN
Густина (ρ), kg/m^3	7844	5420	3780	4180

Питома теплоємність (c), J/(kg·°C)	873.6	857.6	1252	1810
Теплопровідність (λ), W/(m·°C)	25.75	25.5	5.5	35

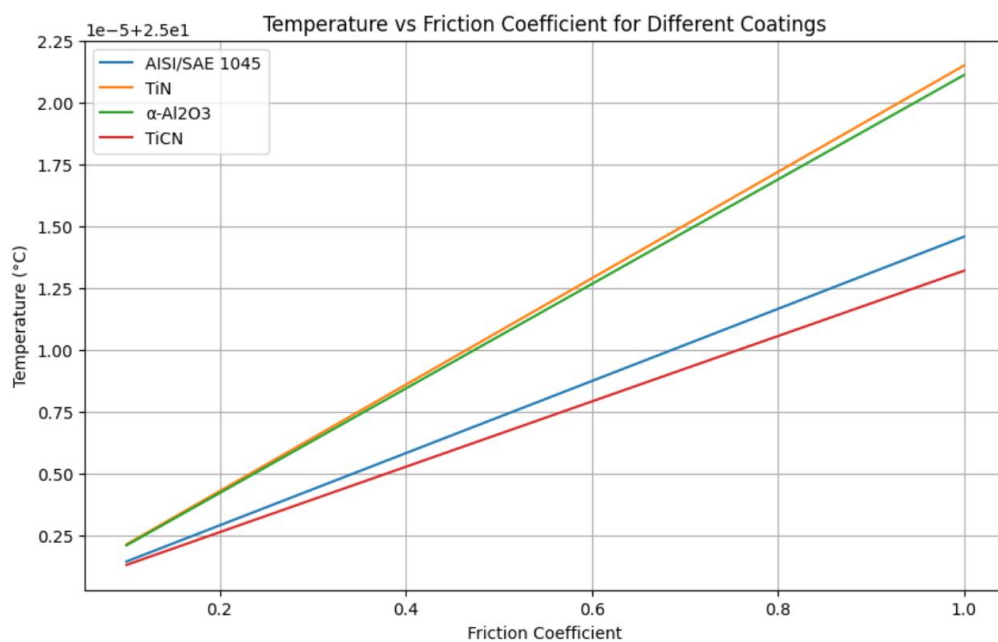


Рис. 3.53 – Залежність температури від коефіцієнту тертя

Збільшення коефіцієнта тертя призводить до зростання температури в системі. Перевірка результатів на різних значеннях коефіцієнта тертя також показує зростання температури, що відповідає теоретичним очікуванням.

ВИСНОВКИ

1. Було сформульовано математичну модель та побудована її програмну реалізація. Це дозволило оцінити вплив тертя в напружено-деформованих станах та обрати найбільш ефективні характеристики. Виявлено, що поверхні з захисним шаром, які мають нижчий коефіцієнт тертя, забезпечують більш ефективне розподілення тепла. Це призводить до зниження напруги в точці контакту, що, в свою чергу, зменшує знос інструменту під час роботи. Використання математичної моделі дає змогу оцінити ефективність матеріалу та підібрати оптимальні характеристики для продовження терміну служби інструменту та підвищення ефективності процесу.
2. При різанні металевих пластин важливо мінімізувати деформацію, яка призводить до зносу ріжучого інструменту. Зменшення коефіцієнта тертя знижує опір руху, що сприяє меншій деформації і знижує знос інструменту.
3. Збільшення коефіцієнта тертя спричиняє підвищення температури в системі. Перевірка результатів на різних значеннях коефіцієнта тертя підтверджує зростання температури, що узгоджується з теоретичними очікуваннями. Це свідчить про важливість контролю коефіцієнта тертя для забезпечення стабільної роботи системи.

СПИСОК ВИКРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Безумова О.О. "Плазмове субмікро і наноструктурування різьбонарізного інструменту" – Київ, 2021.
2. Nordgren A., Samani B., Saoubi R. "Experimental Study and Modelling of Plastic Deformation of Cemented Carbide Tools in Turning" – 2014.
3. Hao T., Du J., Zhang X., Su G., Zhang P., Sun Y., Zhang J., Xu C. "Finite Element Investigation of Cutting Performance of Cr/W-DLC/DLC Composite Coated Cutting Tool" – 2021.
4. Fox-Rabinovich G., Gershman I., Locks E., DePaiva J.M., Endrino J., Dosbaeva G.K., Veldhuis S. "The Relationship between Cyclic Multi-Scale Self-Organized Processes and Wear-Induced Surface Phenomena under Severe Tribological Conditions Associated with Buildup Edge Formation" – 2021.
5. Liang, X. L. et al. "Friction behaviors in the metal cutting process: state of the art and future perspectives." *Int. J. Extrem. Manuf.*, 2023, 5, 012002.
6. Ostrovskaya, Ye.L. et al. "Friction and wear behaviour of hard and superhard coatings at cryogenic temperatures."
7. Stupnytskyy, V. "Thermodynamic pattern of the workpiece machining by the rheological imitation modelling in Deform-3D system." 2013.
8. Schwer, L. "Optional Strain-Rate Forms for the Johnson Cook Constitutive Model and the Role of the parameter". In *Proceedings of the 6th European LS-DYNA Users' Conference, Gothenburg, Sweden, 28–30 May 2007*
9. Zorev, N.N. "International Research in Production Engineering". New York: ASME, 1963.
10. Usui, E. and Shirakashi, T. "Proceedings of the Winter Annual Meeting of the American Society of Mechanical Engineers." 1982, 7, 13.
11. Maharjan N., Zhou W., Wu N. "Surface and Coatings Technology" – 2020.
12. Ordonez Michell Felipe Cano, Restrepo Paruma Johan Steeven, Osorio Federico Sequeda, More Farias María Cristina. "The effect of counterpart material on the sliding wear of TiAlN coatings deposited by reactive cathodic

- pulverization." *Scientia Cum Industria (Sci. Cum Ind.)*, 2015, v. 3, n. 2, pp. 59-66.
13. Fahad M., Mativenga P., Sheikh M. "An investigation of multilayer coated (TiCN/Al₂O₃-TiN) tungsten carbide tools in high speed cutting using a hybrid finite element and experimental technique" – 2011.
14. Хоменко, В., Трощенко, Д.С., Метлов, Л.С., Трофименко, П.Е. "Наносистеми, наноматеріали, нанотехнології." 2020, Т. 18, № 3, С. 565–576.
15. Ma, Haijing; Yan, Zaizai; Jia, Junmei. "Multicomponent Stress–Strength Model Based on Generalized Progressive Hybrid Censoring Scheme: A Statistical Analysis" 2022.
16. Skowronek, Adam; Grajcar, Adam. "Effect of Deformation Temperature on the Mechanical Behavior and Stability of Retained Austenite in TRIP-Assisted Medium-C Multiphase Steel." 2020.
17. М. Хоменко, Б. Перссон і К. Хоменко, "Трибологічні Листи", 65, № 2: 71 (2017).

ДОДАТОК А

```

clear; clc;
% Температурне поле пластини
lengthX = 0.01; lengthY = 0.01;
totalTime = 1;
gridStep = 0.0001; timeStep = 0.0001;
numStepsX = lengthX/gridStep; numStepsY = lengthY/gridStep;
gridX = 0.0001:gridStep:lengthX; gridY = 0.0001:gridStep:lengthY;

% Параметри матеріалу WC
lambda = (25.75 + 70) / 2; ro = (5200 + 15500) / 2; c = (460 + 134) / 2;

frictionCoefficient = 1.58;
normalForce = 100;
relativeVelocity = 0.01;
frictionHeat = normalForce * relativeVelocity * frictionCoefficient; % тепло від
тертя на одиницю площі

thermalDiffusivity = lambda / (ro * c);
heatTransferCoefficient1 = 100; % коеф. тепловіддачі
heatTransferCoefficient2 = 100000;
initialTemperature = 20; % початкова температура
airTemperature = 20;
highTemperature = 900;
temperatureField = ones(numStepsX, numStepsY) * initialTemperature;
tempFieldPrevious = ones(numStepsX, numStepsY) * initialTemperature;
currentTime = 0;
alpha = zeros(1, numStepsY);
beta = zeros(1, numStepsY);
depth = 50;
boundaryDepth = 100 - depth;

while currentTime < totalTime
    % прямий хід прогонки
    % по осі OX
    for j = 1:numStepsY
        alpha(1) = 0;
        beta(1) = airTemperature;
        for i = 2:numStepsX-1
            ai = lambda / (gridStep * gridStep); bi = 2 * lambda / (gridStep *
            gridStep) + ro * c / timeStep; ci = lambda / (gridStep * gridStep);
            fi = -ro * c * tempFieldPrevious(i, j) / timeStep - frictionHeat / (gridStep *
            gridStep);
            alpha(i) = ai / (bi - ci * alpha(i-1));
            beta(i) = (ci * beta(i-1) - fi) / (bi - ci * alpha(i-1));
        end
        if j < boundaryDepth
            tempFieldPrevious(end, j) = (lambda * gridStep * gridStep *
            tempFieldPrevious(end, j) + 2 * thermalDiffusivity * timeStep * (lambda *
            beta(numStepsY-1) + heatTransferCoefficient1 * gridStep * highTemperature)) /
            (lambda * gridStep * gridStep + 2 * thermalDiffusivity * timeStep * (lambda * (1
            - alpha(numStepsY-1)) + heatTransferCoefficient1 * gridStep));
        else
            tempFieldPrevious(end, j) = (lambda * gridStep * gridStep *
            tempFieldPrevious(end, j) + 2 * thermalDiffusivity * timeStep * (lambda *
            beta(numStepsY-1) + heatTransferCoefficient2 * gridStep * highTemperature)) /

```

```

(lambda * gridStep * gridStep + 2 * thermalDiffusivity * timeStep * (lambda * (1
- alpha(numStepsY-1)) + heatTransferCoefficient2 * gridStep));
    end
    for i = numStepsX-1:-1:1
        tempFieldPrevious(i, j) = alpha(i) * tempFieldPrevious(i+1, j) +
beta(i);
    end
end
% no oci OY
for i = 2:numStepsX-1
    alpha(1) = 2 * thermalDiffusivity * timeStep * lambda / (lambda *
gridStep * gridStep + 2 * thermalDiffusivity * timeStep * (lambda +
heatTransferCoefficient1 * gridStep));
    beta(1) = (lambda * gridStep * gridStep * tempFieldPrevious(i, 1) + 2 *
thermalDiffusivity * timeStep * heatTransferCoefficient1 * gridStep *
airTemperature) / (lambda * gridStep * gridStep + 2 * thermalDiffusivity *
timeStep * (lambda + heatTransferCoefficient1 * gridStep));
    for j = 2:numStepsY-1
        ai = lambda / (gridStep * gridStep); bi = 2 * lambda / (gridStep *
gridStep) + ro * c / timeStep; ci = lambda / (gridStep * gridStep); fi = -ro * c
* tempFieldPrevious(i, j) / timeStep - frictionHeat / (gridStep * gridStep);
        alpha(j) = ai / (bi - ci * alpha(j-1));
        beta(j) = (ci * beta(j-1) - fi) / (bi - ci * alpha(j-1));
    end
    tempFieldPrevious(i, end) = (lambda * gridStep * gridStep *
tempFieldPrevious(i, end) + 2 * thermalDiffusivity * timeStep * (lambda *
beta(numStepsY-1) + heatTransferCoefficient1 * gridStep * airTemperature)) /
(lambda * gridStep * gridStep + 2 * thermalDiffusivity * timeStep * (lambda * (1
- alpha(numStepsY-1)) + heatTransferCoefficient1 * gridStep));
    for j = numStepsY-1:-1:1
        tempFieldPrevious(i, j) = alpha(j) * tempFieldPrevious(i, j+1) +
beta(j);
    end
end
    currentTime = currentTime + timeStep;
end

figure;
contourf(gridX, gridY, tempFieldPrevious(:,,:));
grid on;
xlabel('x');
ylabel('y');
colorbar;
legend('TiAlN-WC');

```

ДОДАТОК Б

```
g0 = 0.1
theta = 0.2
alpha = 0.3
beta = 3
Te = 2
def g(epsilon, mu):
    return g0 * (1 + ((theta**-1) - 1) / (1 + (epsilon/alpha)**beta)) * (1 - mu)
epsilon_values = np.linspace(0, 1, 100) # Від 0 до 1 з 100 точками
mu_values = [0.1, 0.2, 0.3]
plt.figure(figsize=(8, 6))
for mu in mu_values:
    sigma_values = [g(eps, mu) * eps for eps in epsilon_values] # Обчислення
    # напруження для кожного значення деформації
    plt.plot(epsilon_values, sigma_values, label=f'Mu = {mu}')
plt.xlabel('Strain ( $\epsilon$ )')
plt.ylabel('Stress ( $\sigma$ )')
plt.title('Stress vs. Strain for Different Friction Coefficients')
plt.legend()
plt.show()
```

ДОДАТОК В

```

materials = {"AISI/SAE 1045": {"density": 7844, "specific_heat_capacity": 873.6,
"thermal_conductivity": 25.75},

    "TiN": {"density": 5420, "specific_heat_capacity": 857.6,
"thermal_conductivity": 25.5},

    "α-Al2O3": {"density": 3780, "specific_heat_capacity": 1252,
"thermal_conductivity": 5.5},

    "TiCN": {"density": 4180, "specific_heat_capacity": 1810,
"thermal_conductivity": 35}}

initial_temperature = 25

normal_pressure = 100

contact_length = 0.01

def calculate_temperature(base_material, coating_material, mu, p, dx):

    if coating_material:

        coat = materials[coating_material]

        density = (materials[base_material]['density'] + coat['density']) / 2

        specific_heat_capacity = (materials[base_material]['specific_heat_capacity'] +
coat['specific_heat_capacity']) / 2

        thermal_conductivity = (materials[base_material]['thermal_conductivity'] +
coat['thermal_conductivity']) / 2

    else:

        density = materials[base_material]['density']

        specific_heat_capacity = materials[base_material]['specific_heat_capacity']

        thermal_conductivity = materials[base_material]['thermal_conductivity']

    Q = mu * p * dx #

    delta_T = Q / (thermal_conductivity * specific_heat_capacity * density)

    return initial_temperature + delta_T

friction_coefficients = np.linspace(0.1, 1.0, 100)

coatings = {"No Coating": [], "TiN": [], "α-Al2O3": [], "TiCN": []}

```

```
base_material = "AISI/SAE 1045"
for mu in friction_coefficients:
    coatings ["No Coating"]. append(calculate_temperature(base_material, None,
mu, normal_pressure, contact_length))
    for coating in ["TiN", " $\alpha$ -Al2O3", "TiCN"]:
        coatings[coating].append(calculate_temperature(base_material, coating, mu,
normal_pressure, contact_length))
plt.figure(figsize=(10, 6))
for coating, temperatures in coatings.items():
    plt.plot(friction_coefficients, temperatures, label=coating)
plt.xlabel('Friction Coefficient')
plt.ylabel('Temperature (°C)')
plt.title('Temperature vs Friction Coefficient for Different Coatings')
plt.legend()
plt.show()
```