

**О ДИССИПАТИВНЫХ МОДАХ В ГИДРОАКУСТИЧЕСКОМ
ВОЛНОВОДЕ С ДНОМ В ВИДЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВА С
ПОГЛОЩЕНИЕМ**

А.А. Ярошенко, О.Р. Ластовенко, В.А. Лисютин

Севастопольский национальный технический университет

Студгородок, г. Севастополь, Украина, 99053

e-mail: lastovenko2005@rambler.ru

Рассматривается гидроакустический волновод с дном в виде полупространства с поглощением. Из решения дисперсионного уравнения с учетом условия излучения определяется критическая частота мод. Собственные моды волновода разделяются на диссипативные и захваченные. Определяются частотные зависимости фазовой и групповой скорости мод, профили мод и коэффициенты поглощения. Обсуждается вопрос о наблюдаемости диссипативных мод.

ВВЕДЕНИЕ

Геоакустические модели строения дна мелкого моря в основном сводятся к двум типам: горизонтально жидко- или частично упруго-слоистое [1-8]. Однако, для дна Черноморского шельфа горизонтальная слоистость не характерна. Недра шельфа – сочетание геологических тел разнообразных масштабов с криволинейными наклонными границами, на которых происходит резкое изменение геоакустических свойств [9]. При таком строении дна достаточно адекватными для решения поставленной задачи можно считать две простейшие модели гидроакустических волноводов: волновод с дном в виде жидкого полупространства с поглощением (для районов с песчаным дном), трехслойный волновод (для районов, где песок покрывает слой жидкого ила) с изоскоростным слоем воды [10-12].

Граничная задача для волновода с дном в виде полупространства, решенная К. Пекерисом [1] более полувека назад оказалась актуальной для теоретической гидроакустики и обсуждается по сей день [13-16]. Однако Пекерис не учитывает затухание в полупространстве, из чего следует существование критического угла скольжения, определяемого законом Снелля, «критической частоты» для каждой моды и вещественность волновых чисел [1].

В последующие годы та же задача была решена в постановке, предполагающей наличие малого затухания в дне, комплексность волновых чисел и другие способы проведения разрезов в Римановой плоскости, поскольку конкретный способ выбора линии ветвления определяет границу вклада дискретной части спектра [14-17]. Но пропорционально-частотная зависимость затухания в грунтах [3] противоречит требованию малости мнимой части волновых чисел. При значительном затухании понятие о «критической частоте» частично утрачивает смысл.

Основная сложность решения для достаточно широкого диапазона частот заключается в поиске и отборе корней дисперсионного уравнения, поскольку в этом случае спектр «собственных» мод волновода состоит из «диссипативных» и «захваченных», причем при увеличении частоты мода проявляется сначала как диссипативная, а затем захваченная. Диапазон частот, в котором мода существует как диссипативная, лежит ниже её критической частоты, рассчитанной из закона Снелля [16].

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для бесконечно протяженного линейного горизонтального гармонического источника единичной мощности «поперечное» уравнение Гельмгольца в декартовых координатах для областей «1» (водный слой с плотностью ρ_1 , скоростью звука c_1) и «2» (донное полупространство с параметрами, соответственно, ρ_2 , c_2) может быть записано в виде [16]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial z^2} + b_1^2 \Psi_1 &= -\delta(z - z_0), \quad 0 \leq z \leq h, \\ \frac{\partial^2 \Psi_2}{\partial z^2} + b_2^2 \Psi_2 &= 0, \quad z > h, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\Psi_j = \Psi(z, \omega)$ – функция Грина, δ – дельта-функция Дирака, z – глубина, отсчитанная от поверхности, ось направлена вниз, z_0 – глубина источника, x – горизонтальное расстояние, h – глубина водного слоя, $b_j = \sqrt{k_j^2 - \xi^2}$, ξ , k_j – вертикальное и горизонтальное волновые числа в соответствующих областях, $j=1,2$.

Граничные условия определяют непрерывность звукового давления и нормальной составляющей колебательной скорости, что выражается условиями:

$$\Psi_1(z=0)=0; \quad \rho_1 \Psi_1 = \rho_2 \Psi_2, \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} = \frac{\partial \Psi_2}{\partial z} \Big|_{z=h}.$$

При учете затухания в грунте волновое число k_2 будет комплексным:

$$k_2 = \omega/c_2 - i\beta, \quad (2)$$

где $\text{Re}(k_2) = \omega/c_2$, β – показатель затухания, величина которого определяется физическими свойствами грунта.

Второе из уравнений (1) – однородное, решение которого имеет вид:

$$\Psi_2(z, \omega) = \Psi_2(h, \omega) e^{-ib_2(z-h)}, \quad z > h.$$

В соответствии с условием излучения по вертикальной координате, поле в области дна должно убывать с глубиной. Следовательно $\text{Im}(b_2) < 0$.

2 ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Интегральное выражение для потенциала скорости Φ , зависящего от глубины, расстояния и частоты имеет вид [16]:

$$\begin{aligned} \Phi_1(z, \omega, x) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_1(b_1, b_2)}{D} \cdot e^{i\xi x} d\xi, \quad 0 \leq z \leq h, \\ \Phi_2(z, \omega, x) &= \frac{1}{2\pi m_{21}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{F_2(b_1, b_2)}{D} \cdot e^{i\xi x} d\xi, \quad z > h. \end{aligned} \quad (3)$$

В (3) $F_1(b_1, b_2) = \{ \sin(b_1 z_0) / b_1 \} \times \{ b_1 \cos(b_1(h - z_0)) + ib_2 \sin(b_1(h - z_0)) / m_{21} \}$, $F_2(b_1, b_2) = \sin(b_1 z_0) e^{-ib_2(z-h)}$, $z_>$ ($z_<$) соответствует координате z выше (ниже)

координаты z_0 источника; $m_{21} = \rho_2/\rho_1$ - отношение плотностей сред дна и водного слоя

$$D = b_1 \cos(b_1 h) + i b_2 \sin(b_1 h) / m_{21}. \quad (4)$$

Интегралы Фурье (3) составляют точное выражение для поля линейного источника. Они являются аналогами решения в виде преобразования Ханкеля для точечного источника и отличаются только ядрами интегральных преобразований – экспонента для линейного и функция Ханкеля для точечного источника.

Показатель β (м^{-1}) и коэффициент затухания α (дБ/м) связаны формулой: $\beta \approx \alpha / 8,68$.

Будем называть приведенным (к частоте 1 Гц) коэффициентом и показателем затухания отношение величин α и β к частоте f_0 , на которой производилось измерение: $\alpha_1 = \alpha(f_0)/f_0$, дБ/м/Гц , $\beta_1 = \beta(f_0)/f_0$, $\text{м}^{-1} \cdot \text{Гц}^{-1}$. Тогда $\alpha(f) = \alpha_1 \cdot f$, $\beta(f) = \beta_1 \cdot f$. Записывая (2) в виде:

$$k_2 = \frac{2\pi f}{c_2} (1 - i \frac{c_2}{2\pi} \cdot \beta_1) = \frac{2\pi f}{c_2} (1 - i\gamma), \quad (5)$$

где $\gamma = \frac{c_2 \beta_1}{2\pi}$, получим зависящую не от частоты, а только от физических параметров грунта величину γ , которую, как видно из (5), можно назвать «тангенсом угла потерь».

Знаменатели (4) подинтегральных выражений (3) одинаковы и определяют положение полюсов на плоскости комплексно-волновых чисел, которые идентичны и для водного слоя и для полупространства. Нули знаменателя являются корнями дисперсионного уравнения: $tg(b_1 h) = i b_1 m_{21} / b_2$.

Преобразуем дисперсионное уравнение, исключая вертикальное волновое число полупространства:

$$b_{1l} h = l\pi - \arctg \frac{b_{1l} m_{21}}{\sqrt{k_1^2 - k_2^2 - b_{1l}^2}}, \quad (6)$$

где второй нижний индекс (l) соответствует номеру моды, а l_m – максимальный номер моды, если (6) решается для фиксированной частоты.

Уравнение (6) имеет только конечное число комплексных корней, удовлетворяющих условию излучения, для определения которых был применен итерационный алгоритм Ньютона-Рафсона [18,19].

Решение Пекериса [1] для акустического поля состоит из суммы нормальных волн плюс криволинейный интеграл по берегам разреза Пекериса (II -разрез), который проходит вертикально в комплексной плоскости волновых чисел параллельно мнимой оси. Пекерис уточнил, что возможно не все полюсы подинтегральной функции (3) расположены именно справа от II -разреза на отрезке $[k_2; k_1]$ (вещественных) между точками ветвления [1]. Следует отметить, что результаты, опубликованные в цикле статей [4-8] основаны на использовании II -разреза.

Стиклер [17] в описании решения Пекериса установил, что оно включает три компоненты: конечную сумму l_{m0} «собственных» мод, затухающих в дне с глубиной, бесконечную сумму «несобственных»,

экспоненциально растущих в дне с глубиной и вклад от интеграла вдоль вертикального берега разреза. Существование нефизичных «несобственных» мод нарушает условие излучения. Альтернативное Пекерису решение, также описанное Стиклером, использует гиперболическую линию ветвления, предложенную Юингом, Жардецки и Прессом, называемую [14] ЮЖП-разрез. В этом случае решение состоит из двух компонент: конечной суммы l_{m0} нормальных волн, идентичных «собственным» модам Пекериса и интеграла вдоль ЮЖП-разреза. Интеграл вдоль ЮЖП-разреза представляет тождественные компоненты поля: боковую волну, распространяющуюся вдоль границы между каналом и донным полупространством при критическом угле скольжения и переизлучающую энергию в водный слой и непрерывное поле, уходящее в дно при углах скольжения больших критического.

При отсутствии поглощения в полупространстве число l_{m0} нормальных волн легко определяется из закона Снелля, эквивалентные им лучи отражаются без потерь, профили мод вещественны, осциллируют в канале и экспоненциально затухают в дне. Такие моды являются «захваченными» водным слоем, соответствующие им полюсы лежат на действительной оси на отрезке $[-k_2; -k_1]$.

При учете поглощения в полупространстве профили мод комплексны, а число нормальных волн возрастает свыше l_{m0} , но остается конечным. Разрез Букингема-Гидденса [16] аналогичен ЮЖП-разрезу, но смещен так, что единственные точки ветвления вертикального волнового числа $b_2 = \pm k_2$ попадают во 2 и 4 квадранты и волновые числа оказываются связаны друг с другом: $\xi_l = -\sqrt{k_1^2 - b_{1l}^2}$, $b_{2l} = -\sqrt{k_2^2 - \xi_l^2}$.

Предполагается, что мода является «собственной», если: существует соответствующий ей полюс в подынтегральных выражениях (3), вертикальное волновое число полупространства удовлетворяет условию излучения $\text{Im}(b_2) < 0$.

3 РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

Критические частоты. Графики зависимости критической частоты пяти мод от тангенса угла потерь в грунте приведены на рис.1 для двух значений показателя преломления $n = c_1/\text{Re}(c_2)$. По оси ординат отложены значения относительной критической частоты Ω , умноженной на номер моды. Частота Ω здесь определена как отношение критической частоты $f_{cr}(\gamma)$, полученной при решении уравнения (6) к критической частоте f_c ,

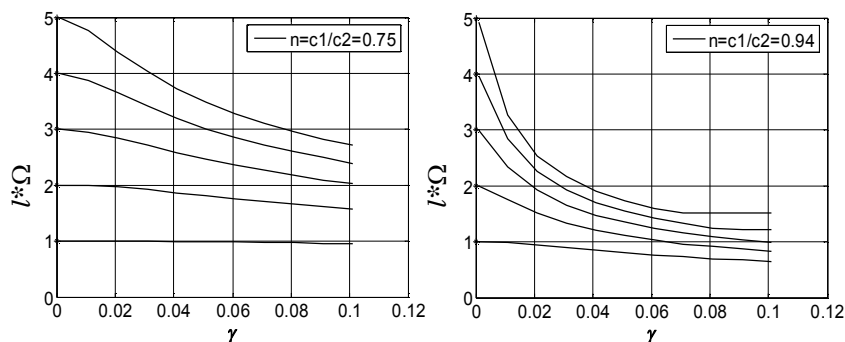


Рисунок 1- Зависимости критической частоты мод от тангенса угла потерь в грунте

следующей из закона Снелля: $\Omega = f_{cr}(\gamma) / f_c$.

Из рис.1 видно, что чем больше номер моды и меньше скорость звука в грунте, тем быстрее снижается критическая частота при увеличении затухания. При $n=0,94$ (характерно для плотного ила [3]) и $\gamma \approx 0,03$, или крупнозернистого песка ($n \approx 0,75$, $\gamma \approx 0,04$), критическая частота пятой моды уменьшается до $\approx 46\%$ и $\approx 75\%$ от ожидаемых из закона Снелля.

Фазовые и групповые скорости. Фазовую и групповую скорости v и u нормальной волны для волновода с поглощающим дном следует определять как:

$$v_l = \omega / \text{Re}(\xi_l), \quad (7)$$

$$u_l = \partial \omega / \partial (\text{Re}(\xi_l)). \quad (8)$$

Формулу для групповой скорости можно записать иначе: $u_l = \frac{v_l}{1 - \xi_l \frac{\partial v_l}{\partial \omega}}$,

откуда видно, что в зависимости от знака $\partial v_l / \partial \omega$ групповая скорость моды может быть и больше фазовой. Нормальная дисперсия фазовой скорости соответствует $\partial v / \partial \omega < 0$ и $u_l < v_l$. Дисперсию фазовой скорости, когда $\partial v_l / \partial \omega > 0$ будем считать аномальной. При этом может оказаться, что $u_l > v_l$.

Графики частотных зависимостей фазовой и групповой скоростей, рассчитанные по определениям (7) и (8) для 5 мод при различных величинах затухания γ и двух значениях показателя преломления n приведены на рис.2.

По оси абсцисс отложена «параметрическая» безразмерная частота $v = f \cdot h / c_1$, по оси ординат – отношение фазовой и групповой скорости к скорости звука в воде. Горизонтальными пунктирными линиями отмечены величины, обратные двум показателям преломления грунта, для которых построены графики при $c_1 = 1500$ м/с. Расчеты показали, что изменение относительной плотности грунта на фазовые скорости влияет слабо, поэтому выбрано типичное значение $m_{21} = 1,7$. Сплошные кривые соответствуют групповой (u), пунктирные – фазовой (v) скоростям.

Для $\gamma = 0,005$ и $n = 0,75$ графики имеют почти «классический» вид [1,2,13] на критической частоте $v \approx c_2$, однако u_l несколько меньше чем c_2 , причем тем меньше, чем больше номер моды. На графике групповой скорости четвертой и пятой моды уже заметен участок «диссипативности». Для $n = 0,94$ кривые групповой скорости имеют два экстремума, у диссипативной «части» моды меньшая по сравнению с захваченной групповая скорость, участок возрастания групповой скорости на частоте ниже ее минимума, соответствующий грунтовой волне, не проявляется.

При затуханиях $\gamma = 0,02$ и $\gamma = 0,05$ фазовые скорости 2-5 мод вблизи критической частоты начинают возрастать, а групповые на участке диссипативности – уменьшаться, причем частотные зависимости групповой скорости для $n = 0,94$ не имеют экстремума и похожи на аналогичные зависимости для волновода с абсолютно отражающими границами, где грунтовая волна не проявляется.

При дальнейшем увеличении затухания картина качественно меняется. Возникает участок аномальной дисперсии, на котором групповая скорость превышает фазовую. Для $\gamma = 0,2$ графики построены только для одного значения показателя преломления. Причиной аномальной дисперсии является достаточно большое поглощение энергии донным полупространством в узком диапазоне частот.

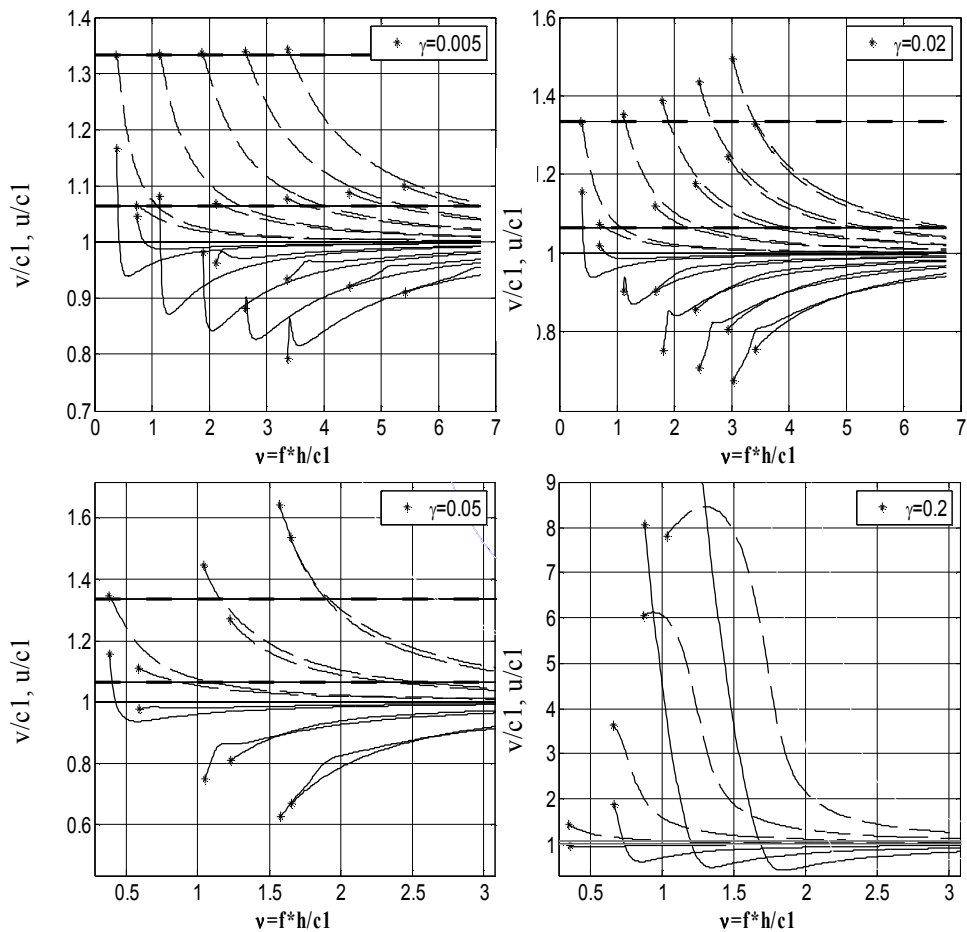


Рисунок 2 – Частотные зависимости фазовой и групповой скоростей мод при различных величинах тангенса угла потерь и показателя преломления

Профили мод. Функции вертикального профиля мод определяют зависимость от глубины звукового давления нормальной волны и имеют известный вид [1,2,13,16]:

$$\Psi_l(z) = \begin{cases} \sin(b_{1l}z_0) \cdot \sin(b_{1l}z), & 0 \leq z \leq h, \\ \sin(b_{1l}z_0) \cdot \sin(b_{1l}h) \cdot \exp(-ib_{2l}(z-h)), & z > h. \end{cases} \quad (9)$$

Выражения (9) пригодны для всех собственных мод – и диссипативных и захваченных. Отличие от [1,2,13] в том, что профили комплексные.

На рис.3 показано “превращение” третьей моды из диссипативной в захваченную при постепенном увеличении частоты.

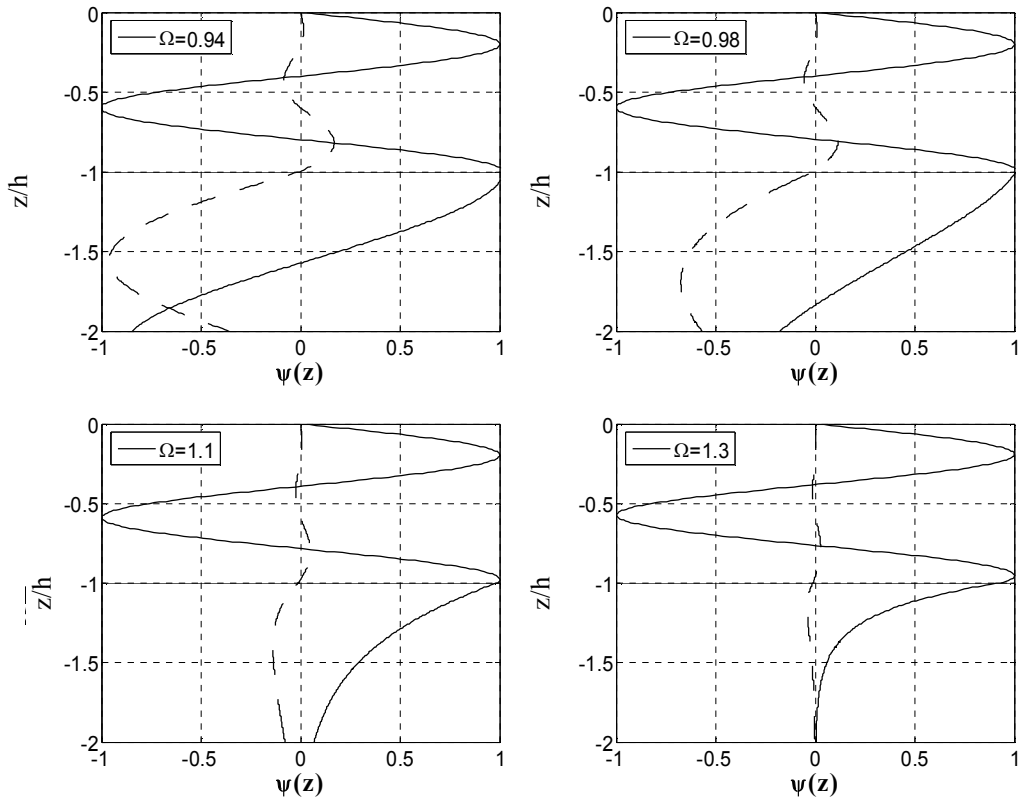


Рисунок 3 – Функции профиля мод при различных частотах.
Сплошная линия – действительная, пунктирная – мнимая части

Критическая частота f_c , рассчитанная по закону Снелля принята за единицу, $f_c=1$. Относительная частота определена как $\Omega = f/f_c$. Сплошная линия – вещественная часть $\Psi(z)$ – функции профиля моды, пунктирная – мнимая. На двух верхних рисунках $\Omega=0,94$ и $\Omega=0,98$, мода является диссипативной, двух нижних $\Omega=1,1$ и $\Omega=1,3$, мода захваченная. При увеличении частоты уменьшается мнимая часть Ψ – функции, амплитуда которой на верхних рисунках сравнима, а на нижних значительно меньше амплитуды вещественной составляющей. При относительной глубине $|z/h|>1$ профили и действительной и мнимой составляющих диссипативной моды имеют осциллирующий характер с уменьшающейся амплитудой, что означает утечку энергии в дно. При $|z/h|>1$ профили захваченной моды аperiодичны и экспоненциально спадают.

Модальные показатели поглощения и наблюдаемость диссипативных мод. Модальный показатель поглощения β_l зависит от бриллюэновского угла скольжения нормальной волны, а следовательно и от частоты, и рассчитывается здесь как мнимая часть горизонтального волнового числа:

$$\beta_l = \text{Im}(\zeta_l(\omega)). \quad (10)$$

Модальный коэффициент поглощения α_l (дБ/м), связан с показателем $\alpha_l \approx 8,68 \cdot \beta_l$. Графики частотных зависимостей модальных коэффициентов поглощения для пяти мод приведены на рис.4.

Величины плотности, скорости звука и показателя затухания взяты характерными для двух типов грунта – ил (рис. 4а) и песок крупнозернистый (рис. 4б) [3]. Звездочками на оси абсцисс отмечены критические частоты, рассчитанные из закона Снелля. Размер звездочки на рисунке пропорционален номеру моды. Для исследования вопроса о возможности наблюдения диссипативных мод модальные коэффициенты поглощения умножены на $x=10h=200$ (м) – десятикратную глубину канала.

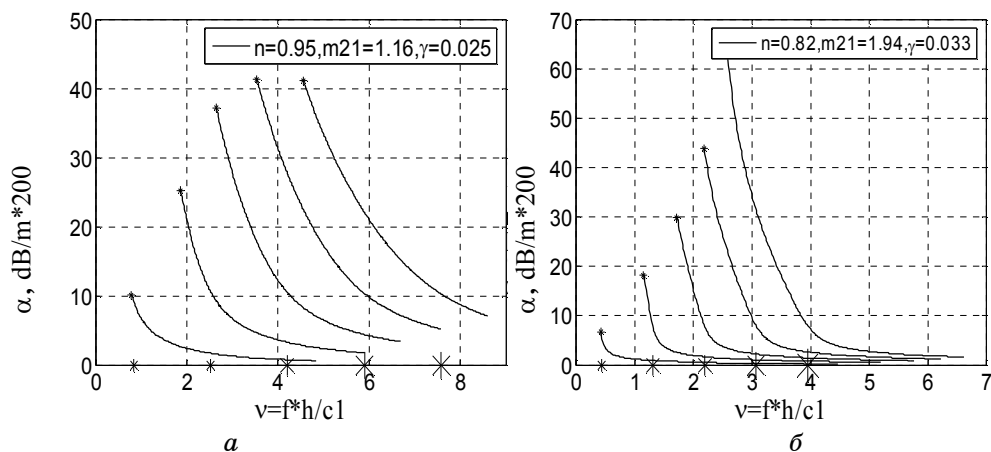


Рисунок 4 – Частотные зависимости величины поглощения мод, рассчитанные для расстояния, равного десятикратной глубине канала

Из рис.4 видно, что для песчаного грунта величина поглощения при уменьшении угла скольжения (с ростом частоты) снижается быстрее, чем для илистого, абсолютные величины поглощения вблизи критической частоты несколько меньше для низших и больше для высших мод (начиная с пятой).

Для возможности обнаружения (селективного выделения) моды в волноводе принят следующий критерий: величина поглощения при длине трассы x , равной десятикратной глубине канала ($x=10h$) не должна превышать 10 дБ [16]. Для $h=20$ м длина трассы составит $x=200$ м. На рис.4 а (дно - ил) ни одна мода этому критерию не удовлетворяет, однако рис.4 б все моды имеют небольшой участок в диапазоне диссипативности с поглощением менее 10 дБ. Следовательно, диссипативные моды скорее могут быть обнаружены на трассах, дно которых состоит из грубых, плотных осадков, например крупнозернистого песка.

ВЫВОДЫ

1. В мелком море, на фиксированной частоте, оказывающими вклад в звуковое давление может оказаться большее число мод, чем следует из расчетов, основанных на законе Снелля. Число собственных мод увеличивается с ростом затухания в грунте.
2. При распространении широкополосных сигналов в волноводе возможно появление специфических искажений вследствие особенностей на частотных зависимостях групповой скорости мод.
3. Отмеченную аномальную дисперсию, вероятно, следует классифицировать как «волноводно-материальную» или «геометро-физическую», поскольку она возникает за счет физических (материальных) свойств среды, лежащих за (для волновода Пекериса) геометрическими границами волновода.

SUMMARY

ABOUT DISSIPATION MODES IN THE HYDROACOUSTIC WAVEGUIDE WITH THE ATTENUATION HALF-SPACE BOTTOM

A.A. Yaroshenko, O.R. Lastovenko, V.A. Lisiutin
Sevastopol National Technical University
e-mail: Yaroshenko@optima.com.ua

The hydroacoustic waveguide with attenuation in the bottom half-space is considered. The critical modes after allowing for radiation condition is defined from dispersion equation. The proper modes of waveguide consist of "dissipation" and "trapped" modes. The frequency characteristics of phase and group velocity, modes profiles, absorption coefficient is defined. The problem of modes observability is discussed.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пекерис К. Теория распространения звука взрыва в мелкой воде // Распространение звука в океане. – М.: Изд-во иностр. лит., 1951. – С. 48-156.
2. Толстой И. Клей К.С. Акустика океана. Теория и эксперимент в подводной акустике /Пер. с англ.– М.: Мир, 1969.– 301с.
3. Гамилтон Э.Л. Геоакустические модели морского дна // Акустика морских осадков /Под ред. Л. Хэмптона – М.: Мир, 1977.–С.176-211.
4. Агеева Н.С. Крупин В.Д. Влияние дна на формирование звукового поля в мелком море // Акуст. журн. –1980. – Т. XXVI, Вып.2. – С.161-166.
5. Агеева Н.С. Крупин В.Д. Структура инфразвукового поля в мелком море // Акуст. журн. – 1979. – Т. XXV, Вып.3. –С.340-345.
6. Агеева Н.С. Крупин В.Д. Поведение частотных характеристик мод в мелком море при варьировании скорости продольных волн в осадочном слое дна и профиля скорости звука в водном слое // Акуст. журн. – 1984. – Т. XXX, Вып.5. – С.577-584.
7. Агеева Н.С. Крупин В.Д. Построение геоакустической модели дна в мелком море //Акуст. журн. –1994. – Т.40, № 2. – С.181-188.
8. Агеева Н.С. Распространение звука в мелком море // Акустика океана. Современное состояние – М.: Наука, 1982.–С.107-117.
9. Ильин А.В. О геологических моделях дна в акустике океана // Акустические волны в океане – М.: Наука, 1987.–С.130-137.
10. А.С.Белогорцев, А.И.Белов, В.А. Журавлев и др. Акустические модели шельфовых морских акваторий и проблема их физической адекватности // Труды Нижегородской акустической научной сессии, ННГУ, 2002. – С.64-67.
11. В.К.Богушевич, Л.Н.Замаренова, М.И.Скипа. Особенности влияния нижней границы волновода на угловую структуру звукового поля в шельфовых районах Северо-Западной части Черного моря // Мор. гидрофиз. журн. – 2003. – № 5. – С. 40-46.
12. В.К. Богушевич, Л.Н. Замаренова, М.И. Скипа. Дальнее распространение звука в приповерхностном подводном звуковом канале северо-западной части Черного моря // Акустичний симпозіум "Консонанс - 2005". Збірник праць. – Київ: Інститут гідромеханіки НАН України, 2005. – С.84-89.
13. Бреховских Л.М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука, 1973.– 343 с.
14. Акустика океана: Пер. с англ. / Под ред. Дж. Де Санто – М.: Мир, 1982.–318с.
15. Касаткин Б.А. Злобина Н.В. Сравнительный анализ альтернативных решений задачи Пекериса в корректной постановке (обзор) // Акустика океана. Доклады XI-ой школы-семинара акад. Л.М. Бреховских, XVII сессия РАО. – М.: ГЕОС, 2006.– С.86-91.
16. Buckingham M.J., Giddens E.M. On the acoustic field in a Pekeris waveguide with attenuation in the bottom half-space // J. Acoust. Soc. Am. – 2006. – Vol. 119. – P.123-147.
17. Stikler D.S. Normal-mode program with both the discrete and branch line contributions // J. Acoust. Soc. Am. – 1975. – Vol.57. – P.856-861.
18. Мэтьюз Д., Финк К. Численные методы. Использование MATLAB.:Пер. с англ.– М.: "Вильямс", 2001.–720с.
19. И.В.Ануфриев, А.Б.Смирнов, Е.Н.Смирнова. MATLAB 7. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005.– 1104 с.

А.А. Ярошенко, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики;
О.Р. Ластовенко, ассистент кафедры высшей математики;
В.А. Лисиутин, ассистент кафедры высшей математики

Поступила в редакцию 5 ноября 2007 г.