

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Сумський державний університет**  
**Факультет технічних систем та енергоефективних технологій**  
**Кафедра комп'ютерної механіки імені Володимира Марцинковського**

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри  
\_\_\_\_\_ Андрій ЗАГОРУЛЬКО  
(підпис)  
\_\_\_\_\_ 2024 р.

**КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА**  
**на здобуття освітнього ступеня магістр**

зі спеціальності 131 Прикладна механіка, освітньо-професійної програми «Комп'ютерна механіка», на тему: Динамічний розрахунок і аналіз стійкості ротора багатоступінчастого відцентрового компресора для перекачування природного газу.

Здобувача групи КМ.м-31 ТКАЧЕНКА Володимира Володимировича.

Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

\_\_\_\_\_ Володимир ТКАЧЕНКО  
(підпис)

Керівник: професор, д.т.н., професор Іван ПАВЛЕНКО \_\_\_\_\_  
(підпис)

## АНОТАЦІЯ

Структура та обсяг кваліфікаційної роботи магістра: складається зі вступу, 4 розділів, загальних висновків, списку використаних джерел, що містить 9 найменувань. Загальний обсяг магістерської роботи становить 69 стор., у тому числі 1 таблиці, 34 рисунків, списку використаних джерел обсягом 2 сторінки.

Дискретна модель ротора, область стійкості, тримасова модель динаміки ротора, коефіцієнт циркуляційна сила, енергоефективність, вібронадійність.

Об'єкт дослідження – вільні й вимушені коливання ротора відцентрового компресора та стійкість його прецесії.

Мета – підвищення вібраційної надійності ротора відцентрового компресора для перекачування природного газу.

Методи дослідження – чисельний розрахунок власних частот вільних форм коливань ротора відцентрового компресора із залученням системи комп'ютерної алгебри MathCAD; аналітичні методи параметричної ідентифікації багатомасової дискретної моделі динаміки ротора; чисельні методи визначення умов стійкості дискретної пружно-масової моделі роторної системи із використанням відповідного програмного забезпечення.

Для досягнення поставленої мити були сформульовані такі завдання:

1. Використовуючи метод скінченних елементів у комплексному поєднанні із псевдооберненням Мура–Пенроуза, здійснити параметричну ідентифікацію дискретної тримасової моделі вільних коливань ротора.
2. Побудувати дискретну пружно-масову лінійну модель вільних і вимушених коливань ротора відцентрового компресора типу С325 ГЦ2-65 6/6 56М12 КС «Газлі».
3. Установити межі стійкості прецесії вала, урахувуючи довірчій діапазон зміни значень коефіцієнта циркуляційної сили в шпаринних ущільненнях та коефіцієнта демпфування в підшипниках ковзання.
4. Дослідити вплив параметрів підшипникових опор і коефіцієнта циркуляційної сили у проточній частині на стійкість руху ротора відцентрового компресора.

На основі проведених розрахунків були встановлені умови стійкості руху ротора відцентрового компресора та побудовані відповідні області стійкості у змінюваних параметрах системи. Це дало змогу виявити закономірності впливу значення коефіцієнта циркуляційної сили у проточній області та характеристик підшипникових опор на забезпечення стійкості та вібраційної надійності ротора компресора.

## ЗМІСТ

С.

АНОТАЦІЯ.....	3
ЗМІСТ.....	5
ВСТУП.....	6
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ КОНСТРУКЦІЇ КОМПРЕСОРА.....	10
РОЗДІЛ 2. ДИСКРЕТНА ПРУЖНО-МАСОВА ЛІНІЙНА МОДЕЛЬ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ РОТОРА .....	15
2.1 Власні частоти і форми вільних коливань скінченноелементної моделі динаміки ротора.....	15
2.2 Висновки до другого розділу.....	19
РОЗДІЛ 3. МЕТОД ПОБУДОВИ НЕКОНСЕРВАТИВНОЇ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ РОТОРНОЇ СИСТЕМИ .....	21
3.1 Розрахунок еквівалентних мас для трьохмасової дискретної моделі ротора.....	21
3.2 Висновки до третього розділу .....	30
РОЗДІЛ 4. ПРОВЕДЕННЯ АНАЛІЗУ УМОВ СТІЙКОСТІ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОГО КОМПРЕСОРА .....	32
4.1 Створення спрощеної нелінійної двохмасової моделі ротора відцентрового турбокомпресора .....	32
4.2 Визначення областей стійкості для ротору відцентрового компресора із залученням програми, за умови відсутності циркуляційної сили в проточній частині .....	35
4.3 Визначення меж стійкості ротора із залученням програми з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині.....	38
4.4 Висновки до четвертого розділу .....	61
ВИСНОВКИ .....	63
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ.....	65

## ВСТУП

Роторні машини відіграють важливу роль у машинобудуванні та хімічній промисловості, особливо в насосному та компресорному машинобудуванні. Водночас постійне зростання енергоспоживання роторних машин спричиняє негативні явища в їх функціонуванні, такі як радіальне биття, тертя, зношування та контактна взаємодія робочих органів зі статором. Для усунення цих недоліків необхідно виконати відповідну конструкцію з запасом міцності за показниками вібраційної надійності. Крім того, суттєву роль відіграє виявлення дефектів за спектром вібрації під час роботи машини.

Автоколивання також є причиною підвищених вібрацій і шуму у відцентрових машинах. Тому визначення частот можливих автоколивань при контакті зі статором становить особливий науковий і практичний інтерес для діагностики технічного стану роторної машини. Однак на практиці не завжди вдається забезпечити надійний запас міцності. Головним чином, автоколивальні процеси зазвичай відносно слабкі через значне демпфування. Тому їх можна не виявити без аналізу спектрального складу сигналу.

Дефекти обладнання, пов'язані з контактами або зносом, описують технологічно неприйнятні процеси. Їх діагностичні ознаки дають практично однакову частотну картину в спектрах вібраційних сигналів. За походженням ці дефекти умовно поділяють на дві групи: конструктивно передбачені (наприклад, дросельні ущільнення в насосах і компресорах) і аварійні (наприклад, знос опорних підшипників, зміна технологічних зазорів в ущільненнях, зміна форми деталей втулок, потрапляння сторонніх елементів в робочу зону, контакт ротор-статор).

Слід зазначити, що контакт ротора зі статором призводить до зміни спектру зареєстрованого вібраційного сигналу. Останній включає широкий спектр частот, кратних синхронній складовій.

Потужність вібраційного сигналу також частково обумовлена асинхронними складовими. Вони пов'язані як з нестационарністю контактної взаємодії, так і з впливом резонансних процесів у функціональних елементах.

Крім того, характерною діагностичною ознакою контакту в системі «ротор-статор» є наявність тимчасового зрізу синусоїдального сигналу. У цьому випадку в спектрі переважають складові, що відповідають першій (асинхронній) і третій (кратна) гармоніці. Контактна взаємодія зрізає піки синусоїди, а при виході з зони контакту відновлюється початкова синусоїдальна форма сигналу. Однак, незважаючи на велику кількість емпіричних спостережень і практичних висновків, поява окремих складових в описаному вище спектрі (пов'язаних з контактною взаємодією між елементами роторної системи) також потребує більш ґрунтовного теоретичного обґрунтування.

Мета – підвищення вібраційної надійності роторів відцентрових компресорів для перекачування газів.

У даній роботі було сформульовано такі завдання:

1. Використовуючи метод скінченних елементів, здійснити оцінку дискретної трьохмасової моделі ротора.
2. Побудувати дискретну лінійну модель коливань ротора відцентрового компресора типу С325 ГЦ2-65 6/6 56М12 КС «Газлі».
3. Розрахувати області стійкості обертання, враховуючи можливий діапазон значень коефіцієнтів циркуляційних сил у проточній зоні, а також коефіцієнта демпфування в підшипниках.
4. Дослідити вплив параметрів підшипників та циркуляційних сил у проточній частині на стійкість ротора відцентрового компресора.

Об'єкт дослідження – вільні та вимушені коливання, а також стійкість руху ротору відцентрового компресора.

Методи дослідження – чисельний розрахунок власних частот та форм коливань ротора відцентрового компресора із залученням програмного комплексу MathCAD; аналітичний метод побудови тримасової моделі ротора; чисельний розрахунок стійкості двомасової роторної системи із використанням відповідного програмного забезпечення.

На основі проведених розрахунків були визначені та побудовані області стійкості ротора відцентрового компресора. Це дало змогу виявити закономірності впливу значення коефіцієнта циркуляційних сил у проточній області та характеристик підшипників на умови стабільної роботи ротора.

Магістерська робота містить вступ, чотири розділи, висновки та список використаних джерел.

У першому розділі наводяться відомості про об'єкт дослідження, що слугують основою для подальшого аналізу.

Другий розділ присвячено формуванню трьохмасової динамічної моделі ротора, яка дає змогу спростити розгляд складних явищ у системі.

У третьому розділі розроблено неконсервативну дискретну модель ротора, яка враховує специфічні аспекти його динамічної поведінки.

У четвертому розділі здійснено оцінку та аналіз областей стійкості обертання ротора, що дозволило виявити ключові чинники, від яких залежить стабільність роботи роторної системи.



## РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ КОНСТРУКЦІЇ КОМПРЕСОРА

У роботі досліджується динаміка ротора відцентрового компресора С325ГЦ2-650/6-56М12 КС «Газлі» (рис. 1.1, 1.2). Зазначені відцентрові компресори призначені для транспортування природного газу. Ротори таких компресорів належать до гнучких, оскільки їхня швидкість обертання перевищує третю критичну частоту обертання. Схематичне зображення ротора відцентрового компресора наведено на Рис. 1.3. Технічні характеристики цього компресора представлено в таблиці 1.1.



Рис 1.1 –Вигляд ротора відцентрового компресора С325ГЦ2-650/6-56М12  
КС Газлі

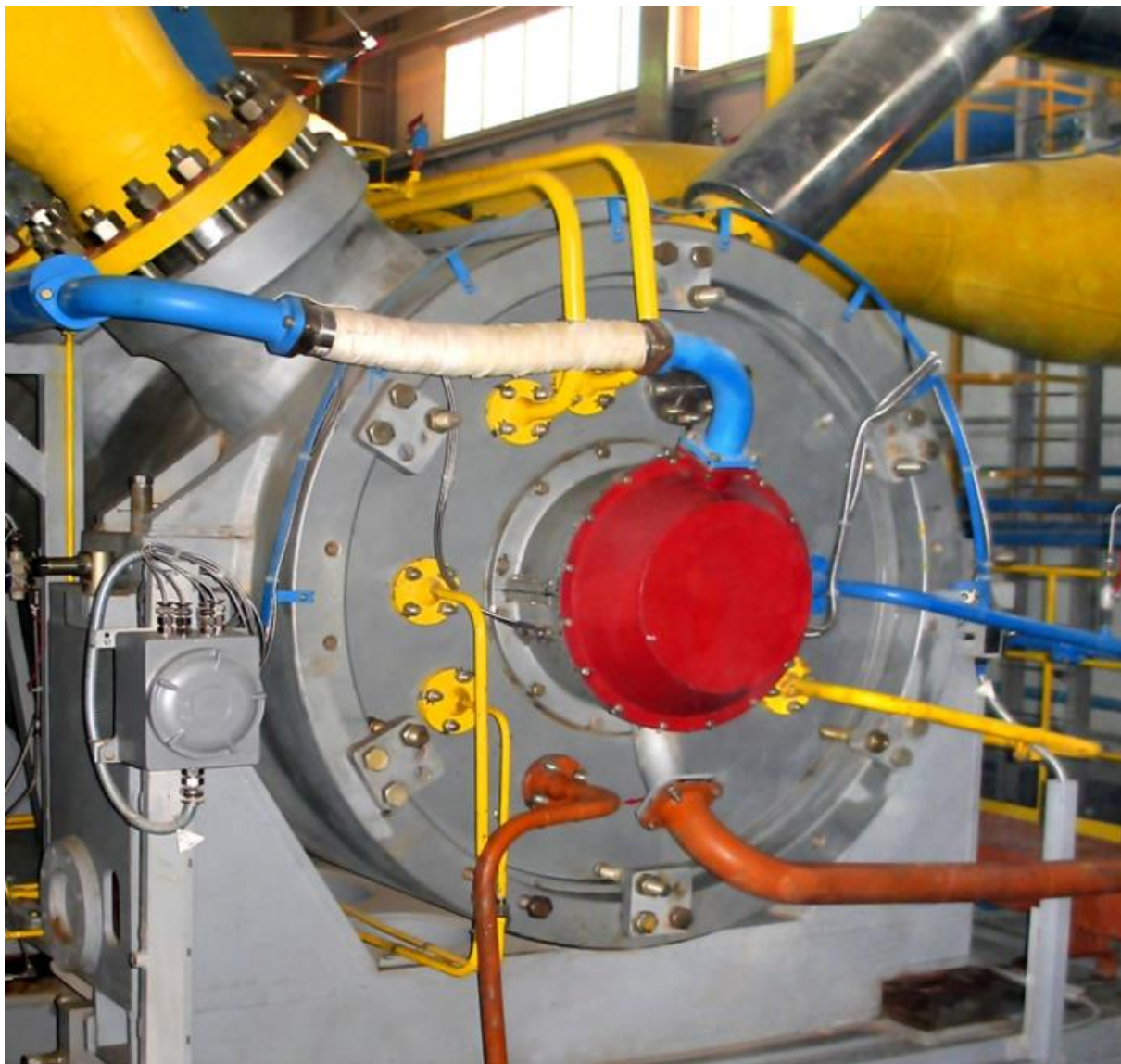


Рис 1.2 – Відцентровий компресор С325ГЦ2-650/6-56М12 КС

Газлі

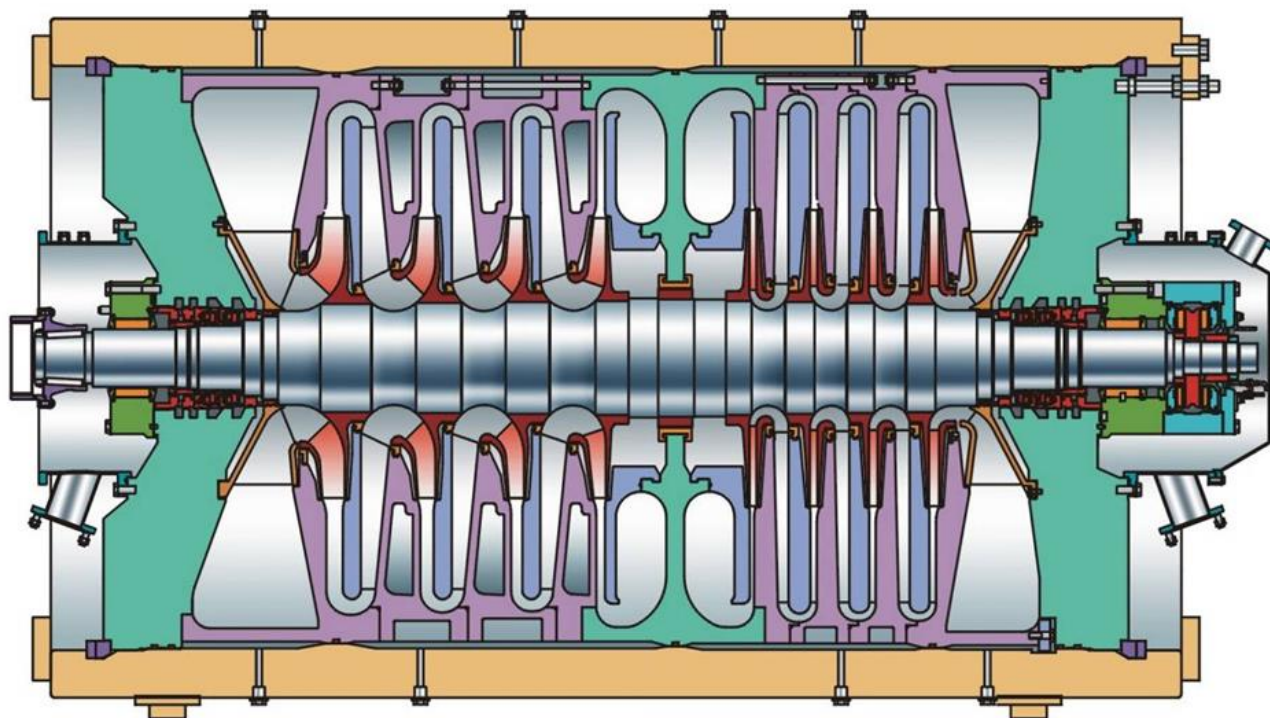


Рис 1.3 – Переріз ротору відцентрового компресора С325ГЦ2-650/6-56М12

КС Газлі





Рис 1.4 – Корпус відцентрового компресора С325ГЦ2-650/6-56М12 КС

Газлі

Таблиця 1.1 – Технічні характеристики відцентрового компресора  
С325ГЦ2-650/6-56М12 КС Газлі

Продуктивність роботи, (млн.м3/доб)	5.4
Початковий абсолютний тиск, МПа (кгс/см <sup>2</sup> )	6
Кінцевий абсолютний тиск, МПа (кгс/см <sup>2</sup> )	56
Відношення тисків	9.4
Частота обертання ротора (об/хв)	7500
Потужність, МВт	25
Вага, т	47

## РОЗДІЛ 2. ДИСКРЕТНА ПРУЖНО-МАСОВА ЛІНІЙНА МОДЕЛЬ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ РОТОРА

2.1 Власні частоти і форми вільних коливань скінченноелементної моделі динаміки ротора

Для визначення власних частот та форм коливань ротора скористаємося методом скінченних елементів (МСЕ) [1]. Для розрахунків використано програмний інструмент, що реалізує МСЕ для балкових систем, створений у середовищі MathCAD. Було сформовано модель ротора з урахуванням його геометричних параметрів, наведених у таблиці 2.1. Для кожної ділянки ротора застосовували наступні параметри: внутрішній і зовнішній діаметри, довжина ділянки валу, коефіцієнт жорсткості на краях ділянки, величина зосередженої точкової маси, густина матеріалу ( $\rho=7,85 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>) та модуль пружності ( $E=2,1 \cdot 10^{11}$  Па). Розрахункова схема ротора, що враховує всі перелічені параметри, наведена на Рис. 2.1.

Таблиця 2.1 – Значення параметрів ротора відцентрового компресору  
С325ГЦ2-650/6-56М12 КС Газлі

$A_i =$	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.03	0.227	0.198	18	0	0	0	0
2	0.021	0.227	0.206	0	0	0	0	0
3	0.015	0.275	0.206	2.5	0	0	0	0
4	0.015	0.275	0.188	2.5	0	0	0	0
5	0.05	0.133	0	12	0	0	0	0
6	0.045	0.139	0	0	0	0	0	0
7	0.022	0.152	0	0	0	0	0	0
8	0.11	0.16	0	0	0	$6 \cdot 10^8$	0	0
9	0.12	0.16	0	0	0	0	0	0
10	0.04	0.171	0	2	0	0	0	0
11	0.021	0.176	0	8	0	0	0	0
12	0.125	0.18	0	8	0	0	0	0
13	0.053	0.21	0	0	0	0	0	0
14	0.046	0.23	0	0	0	0	0	0
15	0.058	0.26	0	0	0	0	0	0
16	0.06	0.275	0	0	0	0	0	0
17	0.037	0.3	0	102	0	0	0	0
18	0.105	0.3	0	0	0	0	0	0
19	0.125	0.26	0	0	0	0	0	0
20	0.03	0.305	0	100	0	0	0	0
21	0.096	0.305	0	0	0	0	0	0
22	0.124	0.26	0	0	0	0	0	0
23	0.032	0.31	0	99	0	0	0	0
24	0.089	0.31	0	0	0	0	0	0
25	0.129	0.262	0	0	0	0	0	0
26	0.012	0.315	0	92	0	0	0	0
27	0.08	0.315	0	0	0	0	0	0
28	0.133	0.33	0	22.5	0	0	0	0
29	0.139	0.325	0	0	0	0	0	0
30	0.065	0.315	0	98	0	0	0	0
31	$5.9 \cdot 10^{-3}$	0.315	0	0	0	0	0	0
32	0.095	0.264	0	0	0	0	0	0
33	0.068	0.31	0	99	0	0	0	0
34	0.013	0.31	0	0	0	0	0	0
35	0.089	0.264	0	0	0	0	0	0
36	0.06	0.305	0	100	0	0	0	0
37	0.016	0.305	0	0	0	0	0	0
38	0.092	0.264	0	0	0	0	0	0
39	0.063	0.3	0	102	0	0	0	0
40	0.019	0.3	0	0	0	0	0	0
41	0.044	0.274	0	0	0	0	0	0
42	0.072	0.264	0	0	0	0	0	0
43	0.046	0.23	0	0	0	0	0	0
44	0.053	0.21	0	8	0	0	0	0
45	0.125	0.18	0	8	0	0	0	0
46	0.021	0.176	0	2	0	0	0	0
47	0.04	0.171	0	0	0	0	0	0
48	0.121	0.16	0	0	0	$6 \cdot 10^8$	0	0
49	0.122	0.16	0	0	0	0	0	0
50	0.02	0.14	0	1.5	0	0	0	0
51	0.027	0.11	0	0	0	0	0	0
52	0.025	0.092	0	15	0	0	0	0
53	0.086	0.091	0	4.2	0	0	0	0
54	0.04	0.09	0	1.3	0	0	0	0
55	0.055	0.08	0	0	0	0	0	0

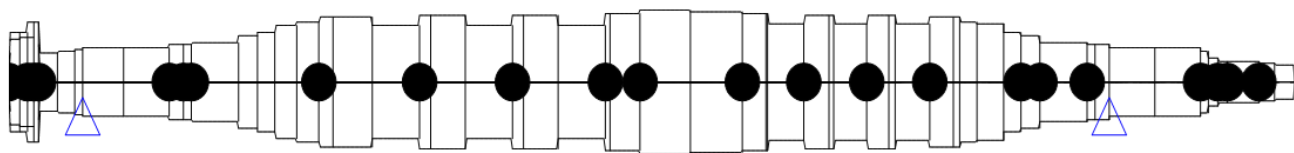


Рис. 2.1 – Розрахункова схема ротора; ● – місце розташування зосередженої точкової маси; Δ – місце розташування пружної опори.

У результаті проведених обчислень було визначено перші три критичні частоти

$$\omega = (308\ 991\ 1689) \text{ с}^{-1}.$$

та отримано відповідні власні форми коливань ротора. Графічне зображення власних форм коливань наводиться на Рис. 2.2. Табличні дані значень функцій форм вільних коливань ротора представлено у таблиці 2.2.

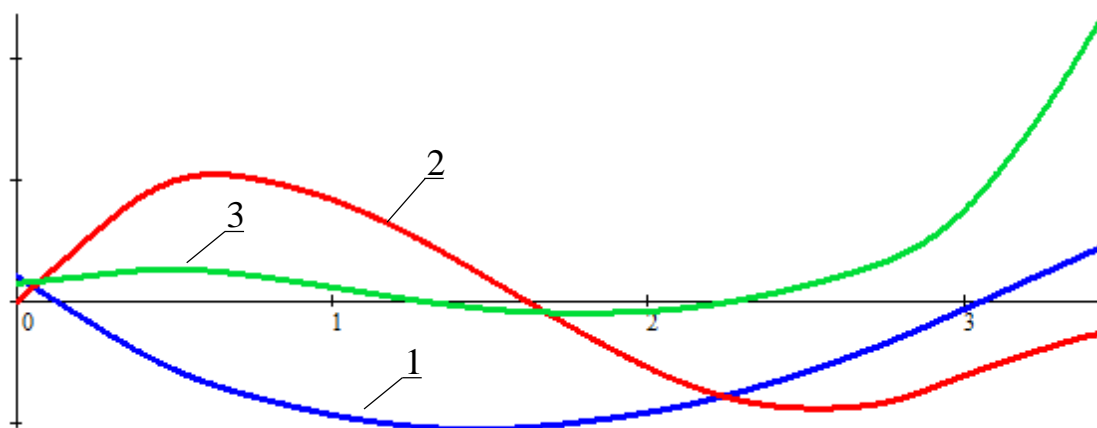


Рис. 2.2 – Форми власних коливань ротора відцентрового компресора для перших трьох критичних (власних) частот



Таблиця 2.2 – Параметри форм вільних коливань ротора відцентрового компресора для перших трьох критичних (власних) частот

$\omega_1 = 308$	$\omega_2 = 991$	$\omega_3 = 1689$
0.039	-3.435e-3	0.027
0.029	0.01	0.029
0.022	0.02	0.03
0.017	0.027	0.031
0.012	0.034	0.031
-4.259e-3	0.057	0.034
-0.019	0.077	0.036
-0.026	0.087	0.038
-0.062	0.137	0.044
-0.097	0.179	0.049
-0.107	0.189	0.05
-0.112	0.194	0.05
-0.139	0.207	0.047
-0.147	0.206	0.045
-0.154	0.203	0.042
-0.162	0.198	0.038
-0.17	0.191	0.034
-0.175	0.186	0.031
-0.187	0.169	0.023
-0.198	0.144	0.013
-0.2	0.137	0.01
-0.206	0.113	2.357e-3
-0.211	0.079	-6.764e-3
-0.212	0.069	-8.826e-3
-0.213	0.042	-0.014
-0.21	2.855e-3	-0.019
-0.21	-8.356e-4	-0.02
-0.206	-0.025	-0.021
-0.199	-0.064	-0.021
-0.188	-0.102	-0.02
-0.183	-0.118	-0.018
-0.182	-0.12	-0.018
-0.172	-0.14	-0.013
-0.164	-0.152	-8.428e-3
-0.163	-0.154	-7.47e-3
-0.151	-0.166	2.314e-4

-0.142	-0.172	6.307e-3
-0.139	-0.173	7.968e-3
-0.125	-0.178	0.019
-0.114	-0.179	0.027
-0.111	-0.179	0.03
-0.103	-0.178	0.036
-0.089	-0.176	0.047
-0.081	-0.173	0.055
-0.07	-0.168	0.065
-0.042	-0.148	0.098
-0.038	-0.144	0.106
-0.028	-0.135	0.121
2.055e-4	-0.113	0.184
0.029	-0.091	0.265
0.034	-0.088	0.279
0.04	-0.083	0.298
0.046	-0.079	0.317
0.066	-0.066	0.388
0.075	-0.061	0.422
0.088	-0.054	0.469

## 2.2 Висновки до другого розділу

У цьому розділі було детально розглянуто застосування методу скінченних елементів для дослідження динамічних характеристик ротора відцентрового компресора. На основі побудованої скінченно-елементної моделі вдалося визначити власні частоти та проаналізувати відповідні форми коливань, що є ключовим етапом при оцінюванні надійності та працездатності роторної системи.

Отримані результати, зокрема значення перших трьох критичних частот  $\omega_1 = 308 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_2 = 991 \text{ c}^{-1}$ ,  $\omega_3 = 1689 \text{ c}^{-1}$  мають важливе прикладне значення.

Визначення перших критичних частот дозволяє виявити діапазони швидкостей обертання ротора, при яких можуть виникати резонансні явища та надмірні вібрації. Це дає змогу розробникам і експлуатаційникам завчасно передбачити потенційно несприятливі умови роботи та вжити заходів для їх уникнення.

Знання про власні частоти й форми коливань дає інженерам можливість модифікувати конструкцію ротора, враховуючи результати динамічного аналізу. Наприклад, можна змінювати геометрію та масові параметри для зміщення критичних частот у більш безпечний діапазон або підвищувати жорсткість і демпфування елементів для зменшення інтенсивності коливань.

Отримані результати можуть бути використані як початкова точка для складніших досліджень, зокрема врахування нелінійних ефектів, а також впливу циркуляційних сил, демпфуючих властивостей підшипників та інших факторів. Аналіз різних режимів експлуатації, змін параметрів та умови, за яких відбувається втрата стійкості, дає змогу проводити більш цілеспрямовану оптимізацію конструкції та підвищувати надійність роботи агрегату.

Таким чином, виконані розрахунки та визначення власних частот коливань ротора забезпечують ґрунтовну основу для подальших робіт з вдосконалення конструкції, підвищення надійності та стабільності відцентрових компресорів. Це сприяє підвищенню ефективності та довговічності обладнання, що в кінцевому підсумку впливає на зниження експлуатаційних витрат та покращення економічних показників підприємств.

### РОЗДІЛ 3. МЕТОД ПОБУДОВИ НЕКОНСЕРВАТИВНОЇ ДИСКРЕТНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ РОТОРНОЇ СИСТЕМИ

#### 3.1 Розрахунок еквівалентних мас для трьохмасової дискретної моделі ротора

Розрахункова схема тримасової дискретної моделі ротора представлена на Рис. 3.1. За допомогою створеної СЕ-моделі визначено коефіцієнти впливу  $\lambda_{ij}$  сил  $F_j$  прикладених в  $j$ -й точці на переміщення  $x_i$   $i$ -ї точки. Коефіцієнт  $\lambda_{ij}$  озраховується за допомогою програми, що моделює вимушені коливання ротора, як прогин ротора в  $i$ -й точці при прикладеному в  $j$ -й точці дисбалансу  $D = 1$  та при частоті обертання ротора  $\omega = 1$  [1].

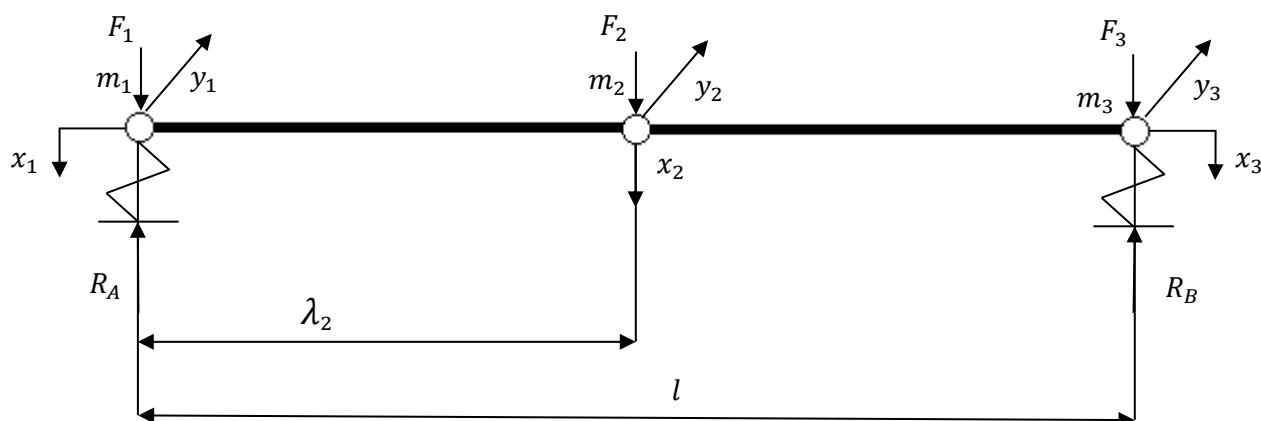


Рис. 3.1 – Розрахункова схема 3-масової дискретної моделі ротора

Сформуємо систему диференціальних рівнянь вільних коливань ротора, наведеної в рівнянні (3.1), у зворотному вигляді:

$$\begin{cases} x_1 = \lambda_{11}F_1 + \lambda_{12}F_2 + \lambda_{13}F_3 \\ x_2 = \lambda_{21}F_1 + \lambda_{22}F_2 + \lambda_{23}F_3 \\ x_3 = \lambda_{31}F_1 + \lambda_{32}F_2 + \lambda_{33}F_3 \end{cases} \quad (3.1)$$

Застосовуючи принцип Д'Аламбера, підставимо рівняння (3.2) у систему диференціальних рівнянь (3.1):

$$F_j = -m_j \cdot \ddot{x}_j \quad (3.2)$$

Унаслідок підстановки рівняння (3.2) до системи (3.1) отримується система диференціальних рівнянь вільних коливань (3.3) для лінійної трьохмасової моделі ротора:

$$\begin{cases} x_1 = -\lambda_{11}m_1\ddot{x}_1 - \lambda_{12}m_2\ddot{x}_2 - \lambda_{13}m_3\ddot{x}_3 \\ x_2 = -\lambda_{21}m_1\ddot{x}_1 - \lambda_{22}m_2\ddot{x}_2 - \lambda_{23}m_3\ddot{x}_3 \\ x_3 = -\lambda_{31}m_1\ddot{x}_1 - \lambda_{32}m_2\ddot{x}_2 - \lambda_{33}m_3\ddot{x}_3 \end{cases} \quad (3.3)$$

Для визначення розв'язку коливань дискретних мас  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$ , перепишемо рівняння у наступній формі:

$$\begin{cases} x_1 = B \cdot \sin(\omega t), \\ x_2 = B \cdot \sin(\omega t), \\ x_3 = B \cdot \sin(\omega t), \end{cases} \quad (3.4)$$

Після підстановки рівняння (3.4) у (3.3) та скорочення на  $\sin(\omega t)$ , отримуємо:

$$\begin{cases} B_1 = \lambda_{11}m_1B_1\omega^2 + \lambda_{12}m_2B_2\omega^2 + \lambda_{13}m_3B_3\omega^2 \\ B_2 = \lambda_{21}m_1B_1\omega^2 + \lambda_{22}m_2B_2\omega^2 + \lambda_{23}m_3B_3\omega^2 \\ B_3 = \lambda_{31}m_1B_1\omega^2 + \lambda_{32}m_2B_2\omega^2 + \lambda_{33}m_3B_3\omega^2 \end{cases} \quad (3.5)$$

Проведемо заміну змінної  $\omega^2$  на  $z$  та здійснимо групування:

$$\begin{cases} (\lambda_{11}m_1 - z)B_1 + \lambda_{12}m_2B_2 + \lambda_{13}m_3B_3 = 0 \\ \lambda_{21}m_1B_1 + (\lambda_{22}m_2 - z)B_2 + \lambda_{23}m_3B_3 = 0 \\ \lambda_{31}m_1B_1 + \lambda_{32}m_2B_2 + (\lambda_{33}m_3 - z)B_3 = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

За допомогою скорочення системи рівнянь (3.6) на  $B_1$ , отримаємо наступний вигляд:

$$\begin{cases} (\lambda_{11}m_1 - z) + \lambda_{12}m_2U_2 + \lambda_{13}m_3U_3 = 0 \\ \lambda_{21}m_1 + (\lambda_{22}m_2 - z)U_2 + \lambda_{23}m_3U_3 = 0 \\ \lambda_{31}m_1 + \lambda_{32}m_2U_2 + (\lambda_{33}m_3 - z)U_3 = 0 \end{cases} \quad (3.7)$$

Оскільки з аналізу скінченної елементної моделі визначено значення власних частот  $\omega_k$  (а отже, відомі й відповідні їм  $Z_k$ ) та відносні амплітуди вільних коливань на цих власних частотах  $U_i^{(k)}$  (де  $i$  – номер маси;  $k$  – номер власної частоти), ми можемо приступити до аналізу задачі оцінювання, де параметрами вибираються маси дискретної моделі (3.8).

Перепишемо рівність (3.7) наступним чином:

$$\bar{D} * \bar{m} = \bar{C} \quad (3.8)$$

Де  $\bar{D}$  – матриця з розмірністю (9×3):

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12}U_2^{(1)} & \lambda_{13}U_3^{(1)} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22}U_2^{(1)} & \lambda_{23}U_3^{(1)} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32}U_2^{(1)} & \lambda_{33}U_3^{(1)} \\ \lambda_{11} & \lambda_{12}U_2^{(2)} & \lambda_{13}U_3^{(2)} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22}U_2^{(2)} & \lambda_{23}U_3^{(2)} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32}U_2^{(2)} & \lambda_{33}U_3^{(2)} \\ \lambda_{11} & \lambda_{12}U_2^{(3)} & \lambda_{13}U_3^{(3)} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22}U_2^{(3)} & \lambda_{23}U_3^{(3)} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32}U_2^{(3)} & \lambda_{33}U_3^{(3)} \end{bmatrix}$$

$\bar{m}$  – вектор еквівалентних мас з розмірністю (9×3):

$$\bar{m} = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_2 \end{pmatrix} \text{ кг}$$

$\bar{C}$  – вектор правих частин з розмірністю (9x1):

$$\bar{C} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_1 U_2^{(1)} \\ z_1 U_3^{(1)} \\ z_2 \\ z_2 U_2^{(2)} \\ z_2 U_3^{(2)} \\ z_3 \\ z_3 U_2^{(3)} \\ z_3 U_3^{(3)} \end{bmatrix}$$

За допомогою формули для лінійної регресії було отримано величини еквівалентних мас для ротора відцентрового компресора (Рис. 3.2):

$$\bar{m} = [\bar{D}^T \bar{D}]^{-1} \bar{D}^T \bar{C}$$

$$\bar{m} = \begin{pmatrix} 182.735 \\ 1333 \\ 724.648 \end{pmatrix} \text{ кг}$$

Правильність побудованої трьомасової моделі ротора перевірено шляхом порівняння отриманих значень критичних (власних) частот його коливань. Розбіжність між результатами, отриманими за СЕ-моделлю, та даними для тримасової моделі визначали за формулою (3.9):

$$\varepsilon_k = \frac{\omega_k - \omega_k^*}{\omega_k^*} \% \quad (3.9)$$

де  $\omega_k^*$  - відповідна критична частота коливань ротора СЕ-моделі

$\omega_k$  – критична частота коливань дискретної трьохмасової моделі



Використовуючи умову існування нетривіального розв'язку системи (3.7) стосовно амплітуд  $U_k$ , визначимо критичні (власні) частоти коливань дискретної тримасової моделі. Для цього скористаємося рівнянням (3.10), яке формулює необхідну умову для пошуку власних частот:

$$\Delta(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda_{11}m_1 - \delta & \lambda_{12}m_2 & \lambda_{13}m_3 \\ \lambda_{21}m_1 & \lambda_{22}m_2 - \delta & \lambda_{23}m_3 \\ \lambda_{31}m_1 & \lambda_{32}m_2 & \lambda_{33}m_3 - \delta \end{bmatrix} = 0 \quad (3.10)$$

Результатом розв'язання системи (3.8) є знайдені критичні (власні) частоти коливань дискретної трьохмасової моделі:

$$\omega_k = \begin{bmatrix} 308.339 \\ 933.382 \\ 1876 \end{bmatrix} \text{ c}^{-1}$$

Встановлено відповідні критичні (власні) частоти коливань ротора відцентрового компресора СЕ-моделі:

$$\omega_k^* = \begin{bmatrix} 308 \\ 991 \\ 1689 \end{bmatrix} \text{ c}^{-1}$$

За допомогою підстановки знайдених значень в рівняння (3.9) встановлені значення величини похибки:

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 0.11 \\ -5.814 \\ 11.083 \end{bmatrix} \% \quad (3.11)$$

З отриманих із (3.11) результатів, одержаних на основі рівності (3.9), випливає, що величина допустимих значень похибки перебуває у прийнятних межах. Це, своєю чергою, уможлиблює продовження подальших розрахунків. Приклади розрахунків похибки проілюстровано на Рис. 3.2.

Рис. 3.2 – Визначення еквівалентних мас із застосуванням програмного середовища MathCAD.

$$\begin{array}{l}
 \text{ORIGIN} := 1 \\
 \lambda_{1,1} := 1.667 \times 10^{-9} \quad \lambda_{2,1} := 8.966 \times 10^{-10} \quad \lambda_{3,1} := 1.084 \times 10^{-15} \\
 \lambda_{1,2} := 8.966 \times 10^{-10} \quad \lambda_{2,2} := 7.832 \times 10^{-9} \quad \lambda_{3,2} := 7.701 \times 10^{-10} \\
 \lambda_{1,3} := 1.081 \times 10^{-15} \quad \lambda_{2,3} := 7.701 \times 10^{-10} \quad \lambda_{3,3} := 1.667 \times 10^{-9} \\
 \\
 B_{1,1} := 1 \quad B_{1,2} := 1 \quad B_{1,3} := 1 \\
 B_{2,1} := 8.192 \quad B_{2,2} := 0.483 \quad B_{2,3} := -0.368 \\
 B_{3,1} := 1.077 \quad B_{3,2} := -1.552 \quad B_{3,3} := 3.184 \\
 \\
 B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 8.192 & 0.483 & -0.368 \\ 1.077 & -1.552 & 3.184 \end{pmatrix} \quad \lambda = \begin{pmatrix} 1.667 \times 10^{-9} & 8.966 \times 10^{-10} & 1.081 \times 10^{-15} \\ 8.966 \times 10^{-10} & 7.832 \times 10^{-9} & 7.701 \times 10^{-10} \\ 1.084 \times 10^{-15} & 7.701 \times 10^{-10} & 1.667 \times 10^{-9} \end{pmatrix} \\
 \\
 \omega := (308 \ 991 \ 1.689 \cdot 10^3)^T \\
 \\
 \delta_1 := \frac{1}{(\omega_1)^2} \quad \delta_2 := \frac{1}{(\omega_2)^2} \quad \delta_3 := \frac{1}{(\omega_3)^2} \\
 \\
 C := \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{1,3} \cdot \lambda_{3,1} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,1} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,1} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,1} \\ \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{1,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,2} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,2} \\ \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{1,3} \cdot B_{3,3} \\ \lambda_{1,2} & \lambda_{2,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{2,3} \cdot B_{3,3} \\ \lambda_{1,3} & \lambda_{3,2} \cdot B_{2,3} & \lambda_{3,3} \cdot B_{3,3} \end{pmatrix} \quad D := \begin{pmatrix} \delta_1 \\ \delta_1 \cdot B_{2,1} \\ \delta_1 \cdot B_{3,1} \\ \delta_2 \\ \delta_2 \cdot B_{2,2} \\ \delta_2 \cdot B_{3,2} \\ \delta_3 \\ \delta_3 \cdot B_{2,3} \\ \delta_3 \cdot B_{3,3} \end{pmatrix}
 \end{array}$$

$$\underline{\underline{m}} := (C^T \cdot C)^{-1} \cdot C^T \cdot D = \begin{pmatrix} 182.735 \\ 1.333 \times 10^3 \\ 724.648 \end{pmatrix}$$

$$C(x) := \begin{pmatrix} \lambda_{1,1} \cdot m_1 - x & \lambda_{1,2} \cdot m_2 & \lambda_{1,3} \cdot m_3 \\ \lambda_{2,1} \cdot m_1 & \lambda_{2,2} \cdot m_2 - x & \lambda_{2,3} \cdot m_3 \\ \lambda_{3,1} \cdot m_1 & \lambda_{3,2} \cdot m_2 & \lambda_{3,3} \cdot m_3 - x \end{pmatrix}$$

$$f(x) := |C(x)|$$

$$x := f(x) \text{ solve, } x \rightarrow \begin{pmatrix} 2.8408460492472524431e-7 \\ 0.0000011478391634510601512 \\ 0.000010518258467619808797 \end{pmatrix}$$

$$\omega 1 := \sqrt{\frac{1}{x}}$$

$$\omega 1 = \begin{pmatrix} 1.876 \times 10^3 \\ 933.382 \\ 308.339 \end{pmatrix}$$

$$\omega 1n := \omega 1_3 = 308.339$$

$$\omega 1c := \omega_1 = 308$$

$$\omega 2n := \omega 1_2 = 933.382$$

$$\omega 2c := \omega_2 = 991$$

$$\omega 3n := \omega 1_1 = 1.876 \times 10^3$$

$$\omega 3c := \omega_3 = 1.689 \times 10^3$$

$$\eta_1 := \frac{\omega 1n - \omega 1c}{\omega 1c} \cdot 100 = 0.11$$

$$\eta_2 := \frac{\omega 2n - \omega 2c}{\omega 2c} \cdot 100 = -5.814$$

$$\eta_3 := \frac{\omega 3n - \omega 3c}{\omega 3c} \cdot 100 = 11.083$$

### 3.2 Висновки до третього розділу

Цей розділ було присвячено дослідженню трьохмасової дискретної моделі ротора відцентрового компресора. Такий підхід дає змогу спростити розгляд динамічних процесів у складній роторній системі й водночас краще зрозуміти механізми формування критичних режимів її функціонування. Використання такої моделі є важливим етапом на шляху від складних, високопорядкових моделей до більш зрозумілих і керованих систем, придатних для інженерної оптимізації та оцінки надійності.

На основі трьохмасової дискретної моделі було виведено систему диференціальних рівнянь вільних коливань, що є фундаментом для подальших розрахунків динамічних параметрів. Застосувавши формулу лінійної регресії, вдалося визначити величини дискретних мас для перших трьох критичних частот. Це дозволяє зафіксувати значення мас, які найкраще відповідають дійсним динамічним характеристикам скінченно-елементної моделі ротора.

Проведено оцінку похибки між результатами для власних (критичних) частот, отриманими за скінченно-елементною моделлю та трьохмасовою дискретною моделлю. Величина похибки для перших трьох критичних частот склала: 0,11%, -5,814% та 11,083%. Такий результат свідчить про відносно невеликі розбіжності у визначенні першої критичної частоти та помітнішу різницю для другої та третьої частот. Це вказує на необхідність ретельного підбору параметрів дискретної моделі, а також на важливість подальших удосконалень цієї методики для підвищення точності результатів.

Отримані у цьому розділі висновки та проведені оцінки точності моделювання є важливим кроком у напрямку побудови адекватних, чутливих до змін параметрів та придатних до практичного застосування моделей. Такий

підхід дозволяє використовувати більш прості моделі у випадках, коли повний скінченний-елементний аналіз є надто складним або трудомістким. Зокрема, трьохмасова дискретна модель може слугувати початковим етапом аналізу, що дає змогу швидко оцінити вплив змін у параметрах системи на критичні режими та надалі зосередитися на точнішому моделюванні лише тих сценаріїв, які виявляються найбільш проблематичними з погляду динамічної стійкості.

Таким чином, підсумовуючи, результати цього розділу сприяють глибшому розумінню динаміки роторної системи, вказують на напрямки оптимізації параметрів моделі та підкреслюють необхідність комплексного підходу до аналізу ідентичності реальної та модельованої динаміки ротора відцентрового компресора.

## РОЗДІЛ 4. ПРОВЕДЕННЯ АНАЛІЗУ УМОВ СТІЙКОСТІ РОТОРА ВІДЦЕНТРОВОГО КОМПРЕСОРА

### 4.1 Створення спрощеної нелінійної двохмасової моделі ротора відцентрового турбокомпресора

У сучасній інженерній практиці дослідження складних нелінійних динамічних процесів у роторах відцентрових машин зазвичай ґрунтується на використанні багатомасових дискретних моделей високих порядків. Застосування таких систем дозволяє більш детально врахувати реальні параметри ротора. Водночас, збільшення складності моделі призводить до виникнення додаткових труднощів під час чисельного розв'язання відповідних рівнянь.

Зокрема, для трьохмасової моделі ротора отримуємо характеристичне рівняння 12-го порядку, що ускладнює аналіз та визначення параметрів стійкості. При цьому наступні вихідні дані  $d_{п}$ ,  $q_{п}$ ,  $\delta$  можуть змінюватися в широкому діапазоні під час експлуатації ротора відцентрового компресора. З огляду на це доцільно застосувати спрощену (полегшену) двохмасову неконсервативну модель ротора, результати аналізу якої, з погляду стійкості, цілком відповідають ступеню точності вихідних даних.

Розрахункову схему двохмасової системи ротора наведено на Рис. 4.1.1.

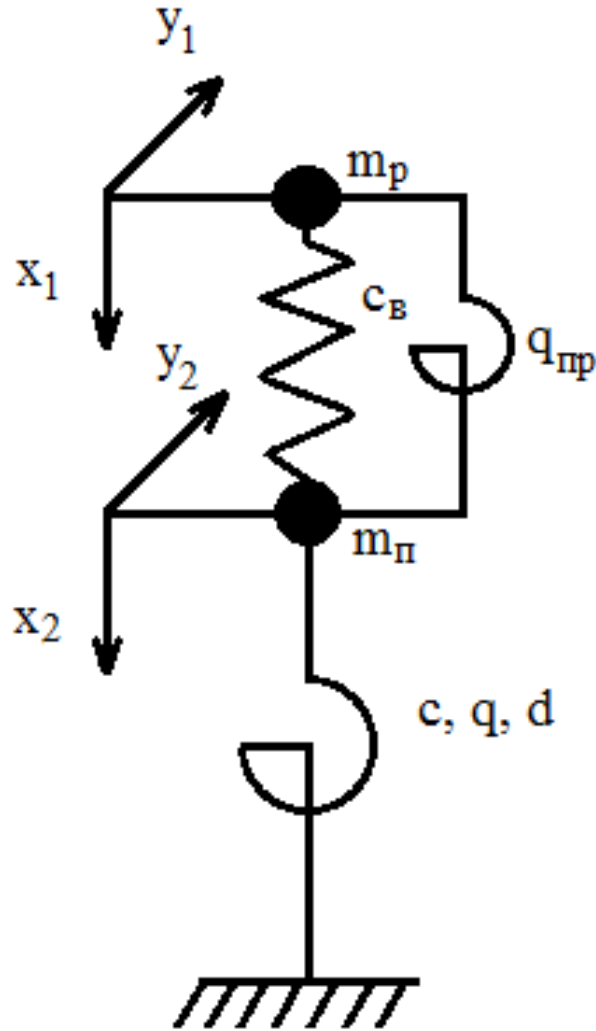


Рис. 4.1.1 – Схема спрощеної двох-масової моделі ротора

Враховуючи розрахункову схему, зображену на Рис. 4.1.1, складемо систему диференціальних рівнянь (4.1), що описують вільні коливання ротора у двохмасовій моделі:

$$\begin{cases} m_p \ddot{x}_1 + c_B(x_1 - x_2) + q_{пр}(y_1 - y_2) = 0 \\ m_p \ddot{y}_1 + c_B(y_1 - y_2) - q_{пр}(x_1 - x_2) = 0 \\ m_п \ddot{x}_2 + cx_2 + qy_2 + q_{пр}(y_2 - y_1) + d\dot{x}_2 + c_B(x_2 - x_1) = 0 \\ m_п \ddot{y}_2 + cy_2 - qx_2 - q_{пр}(x_2 - x_1) + d\dot{y}_2 + c_B(y_2 - y_1) = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$



Для опису вільних коливань двохмасової моделі ротора застосовується система диференціальних рівнянь, характеристичне рівняння якої має 8-й порядок:

$$\sum_{n=0}^8 \gamma_n \cdot p^{8-n} = 0 \quad (4.2)$$

Запишемо характеристичний поліном (4.3), що відповідає рівнянню (4.2)

$$\gamma_0 p^8 + \gamma_1 p^7 + \gamma_2 p^6 + \gamma_3 p^5 + \gamma_4 p^4 + \gamma_5 p^3 + \gamma_6 p^2 + \gamma_7 p + \gamma_8 = 0 \quad (4.3)$$

Запишемо характеристичне рівняння (4.3) в наступному вигляді:

$$\begin{bmatrix} m_p p^2 + c_B & q_{\text{пр}} & c_B & -q_{\text{пр}} \\ -q_{\text{пр}} & m_p p^2 + c_B & q_{\text{пр}} & -c_B \\ -c_B & -q_{\text{пр}} & m_{\text{п}} p^2 + dp + (c_B + c) & q + q_{\text{пр}} \\ q_{\text{пр}} & -c_B & -(q + q_{\text{пр}}) & m_{\text{п}} p^2 + dp + (c_B + c) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Розпишемо значення коефіцієнтів:

$m_p = m_2$  – еквівалентна маса для ротору;

$m_{\text{п}} = m_1 + m_3$  – еквівалентна маса для підшипників;

$$c_B = \frac{2c_{\Pi}}{\gamma_{22} \cdot 2c_{\Pi} - 1} - \text{значення жорсткості центру валу};$$

$c_{\Pi}$  – коефіцієнт жорсткості в підшипниках;

$c = 2c_{\Pi}$  – значення еквівалентної жорсткості у підшипниках;

$q_{\text{пч}}$  – коефіцієнт циркуляційної сили в проточній частині ротора;

$q = 2\delta\omega d_{\Pi}$  – еквівалентний коефіцієнт циркуляційної підшипників;

$d = 2d_{\Pi}$  – еквівалентний коефіцієнт демпфування.

Величина визначника характеристичного рівняння змінюється залежно від коефіцієнтів циркуляційних сил та демпфування. Щоб побудувати область стійкості системи, необхідно варіювати такі її параметри: коефіцієнт демпфування в підшипниках, коефіцієнт циркуляційної сили в проточній частині та частоту обертання ротора, визначаючи при цьому частоти, за яких система втрачатиме стійкість. Для розв'язання поставленої задачі було використано програму, спеціально розроблену для розв'язання подібних проблем.

4.2 Визначення областей стійкості для ротору відцентрового компресора із залученням програми, за умови відсутності циркуляційної сили в проточній частині

У визначнику (4.3) присутній один параметр, що підлягає варіюванню, а також одна змінна величина  $\omega$ :

Де  $d_{\Pi}$  – значення еквівалентного демпфувального коефіцієнта в підшипниках ротора відцентрового компресора.

Для аналізу розглянемо три різні значення коефіцієнта демпфування:  $6 \cdot 10^4$ ,  $8 \cdot 10^4$ ,  $1 \cdot 10^5$ .

При чисельній зміні коефіцієнта демпфування можна отримати три різні графічні залежності, які ілюструють області стійкості ротора відцентрового компресора.

Де  $\omega$  – частота обертання ротора відцентрового компресора;

Визначимо по три критичні точки для кожного з трьох побудованих графіків і на цій основі зобразимо інтегральний графік області стійкості ротора відцентрового компресора.

Приклад, призначений для оцінки стійкості системи, продемонстровано на Рис. 4.2.1.

$$\mathbf{dn} := \begin{pmatrix} 2.5 \\ 3.5 \\ 4.5 \end{pmatrix} \cdot 10^4 = \begin{pmatrix} 2.5 \times 10^4 \\ 3.5 \times 10^4 \\ 4.5 \times 10^4 \end{pmatrix} \quad \mathbf{d} := 2 \cdot \mathbf{dn} = \begin{pmatrix} 5 \times 10^4 \\ 7 \times 10^4 \\ 9 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$\omega := 785$$

$$m1 := 182.735$$

$$m2 := 724.648$$

$$m3 := 1333$$

$$\lambda_{2,2} := 7.832 \cdot 10^{-9}$$

$$n := 0.3$$

$$cp := 3 \cdot 10^8$$

$$c_{\text{rot}} := 2 \cdot c_p = 6 \times 10^8$$

$$m_{\text{rot}} := m_2 = 724.648$$

$$m_p := m_1 + m_3 = 1.516 \times 10^3$$

$$c_v := \frac{2c_p}{\lambda_{2,2} \cdot 2c_p - 1} = 1.622 \times 10^8$$

$$c_v + c = 7.622 \times 10^8$$

$$m_p + d = \begin{pmatrix} 5.152 \times 10^4 \\ 7.152 \times 10^4 \\ 9.152 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$m_{\text{rot}} + c_v = 1.622 \times 10^8$$

$$m_p + d + c_v + c = \begin{pmatrix} 7.622 \times 10^8 \\ 7.623 \times 10^8 \\ 7.623 \times 10^8 \end{pmatrix} \quad q := 2 \cdot d_n \cdot n \cdot \omega = \begin{pmatrix} 1.178 \times 10^7 \\ 1.649 \times 10^7 \\ 2.119 \times 10^7 \end{pmatrix}$$

Рис 4.2.1 – Розрахунок коефіцієнтів для масиву a, b, c.

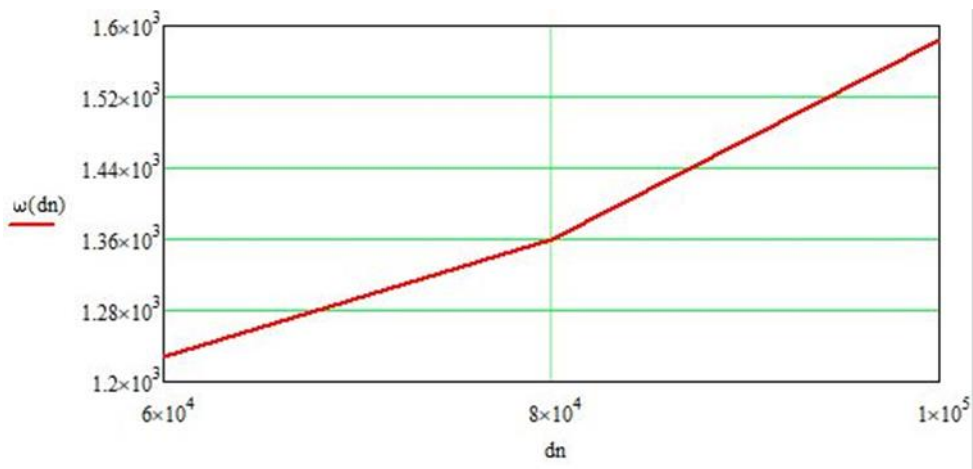


Рис. 4.2.2 – Графік граничних частот коливань ротору в залежності від коефіцієнта демпфування в підшипниках сили в проточній частині.

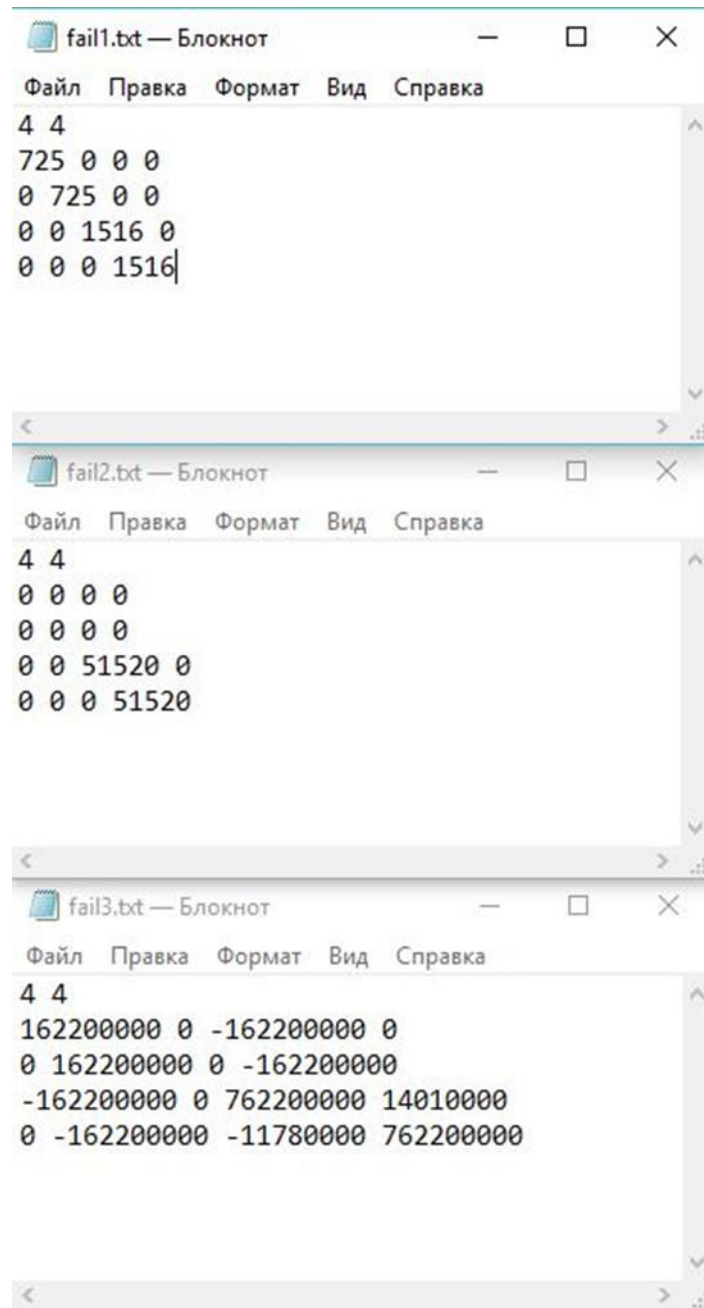
З аналізу графіка видно, що зростання еквівалентного коефіцієнта демпфування в підшипниках позитивно впливає на стійкість роторної системи. Область стійкості ротора було визначено без урахування коефіцієнта циркуляційної сили в проточній частині  $q_{пч}$ , тож можна вважати, що робоча частота ротора має досить значний запас стійкості.

#### 4.3 Визначення меж стійкості ротора із залученням програми з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині

Розрахунки, виконані без урахування коефіцієнта циркуляційних сил ( $q_{пч}$ ) у проточній частині, не відображають повної картини областей стійкості для ротора. Отже, для підвищення достовірності результатів у подальших дослідженнях буде враховано значення  $q_{пч}$ .

Величину коефіцієнту циркуляційних сил у проточній частині будемо змінювати в діапазоні від  $1 \cdot 10^5$  до  $3 \cdot 10^5$ .

Скористаємося програмою, щоб визначити області стійкості ротора відцентрового компресора без урахування впливу коефіцієнта циркуляційних сил у проточній частині:



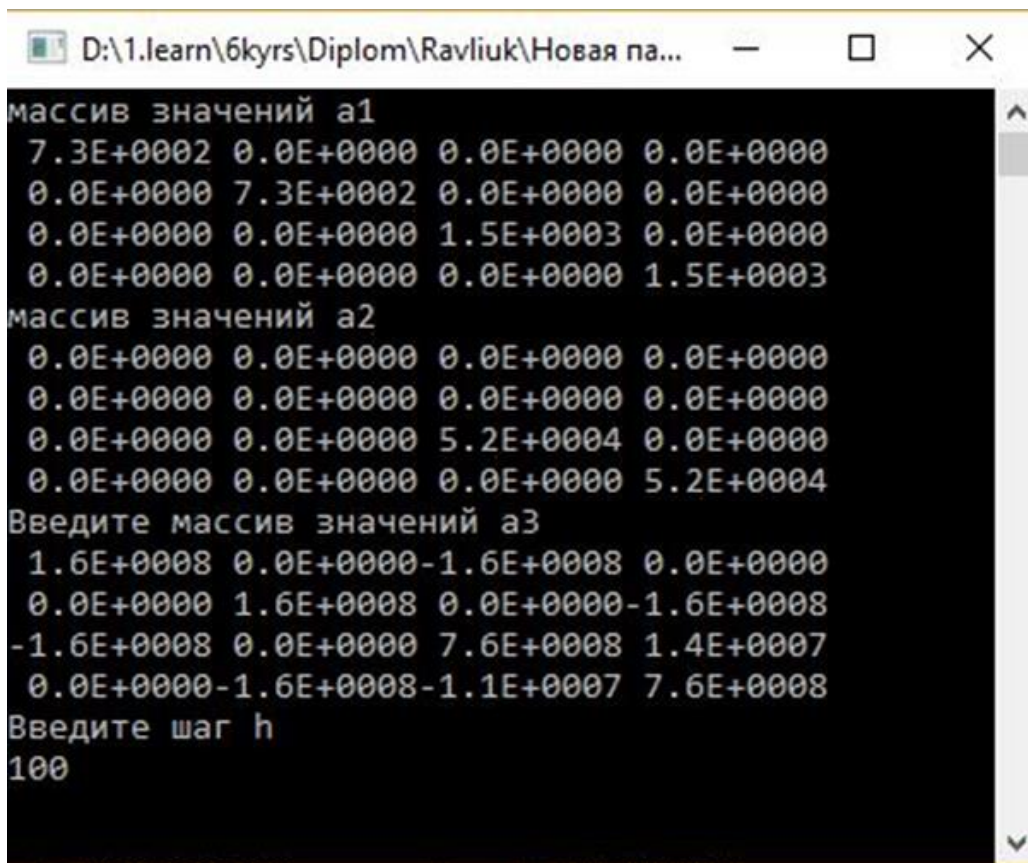
The image shows three overlapping Notepad windows, each containing a set of initial parameters for a task. The windows are titled 'fail1.txt — Блокнот', 'fail2.txt — Блокнот', and 'fail3.txt — Блокнот'. Each window has a menu bar with 'Файл', 'Правка', 'Формат', 'Вид', and 'Справка'. The content of each window is as follows:

```
fail1.txt — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
4 4
725 0 0 0
0 725 0 0
0 0 1516 0
0 0 0 1516|

fail2.txt — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
4 4
0 0 0 0
0 0 0 0
0 0 51520 0
0 0 0 51520

fail3.txt — Блокнот
Файл  Правка  Формат  Вид  Справка
4 4
162200000 0 -162200000 0
0 162200000 0 -162200000
-162200000 0 762200000 14010000
0 -162200000 -11780000 762200000
```

Рис. 4.3.1 – Початкові параметри для вирішення задачі



```
D:\1.learn\6kysr\Diplom\Ravliuk\Новая па...
массив значений a1
7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003
массив значений a2
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004
Введите массив значений a3
1.6E+0008 0.0E+0000 -1.6E+0008 0.0E+0000
0.0E+0000 1.6E+0008 0.0E+0000 -1.6E+0008
-1.6E+0008 0.0E+0000 7.6E+0008 1.4E+0007
0.0E+0000 -1.6E+0008 -1.1E+0007 7.6E+0008
Введите шаг h
100
```

Рис. 4.3.2 – Вказано параметру величини кроку

```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\Новая папка (1)\pr...
-3.61724895567940E+0031
2.44574055451680E+0031
7.80197669040602E+0029
7.80197669040602E+0029
7.80197669040602E+0019
5.14239673358459E+0030
-2.13319067865085E+0030
1.75663632957008E+0030
1.75663632957008E+0030
1.75663632957008E+0018
3.46456543439783E+0029
8.21071663796261E+0027
8.21071663796261E+0027
8.21071663796261E+0013
1.20802081000650E+0028
1.20802081000650E+0028
1.20802081000650E+0012
1.20802081000650E+0012 8.21071663796261E+0013 1.75
663632957008E+0018 7.80197669040602E+0019 8.5222651
6696831E+0023 2.06154336880316E+0025 1.555257246374
52E+0029 1.62651834239403E+0030 9.47535058045783E+0
033
8.00000000000000E+0000 9.47535058045783E+0033 1.62
651834239403E+0030 1.55525724637452E+0029 2.0615433
6880316E+0025 8.52226516696831E+0023 7.801976690406
02E+0019 1.75663632957008E+0018 8.21071663796261E+0
013 1.20802081000650E+0012
Система устойчива!

```

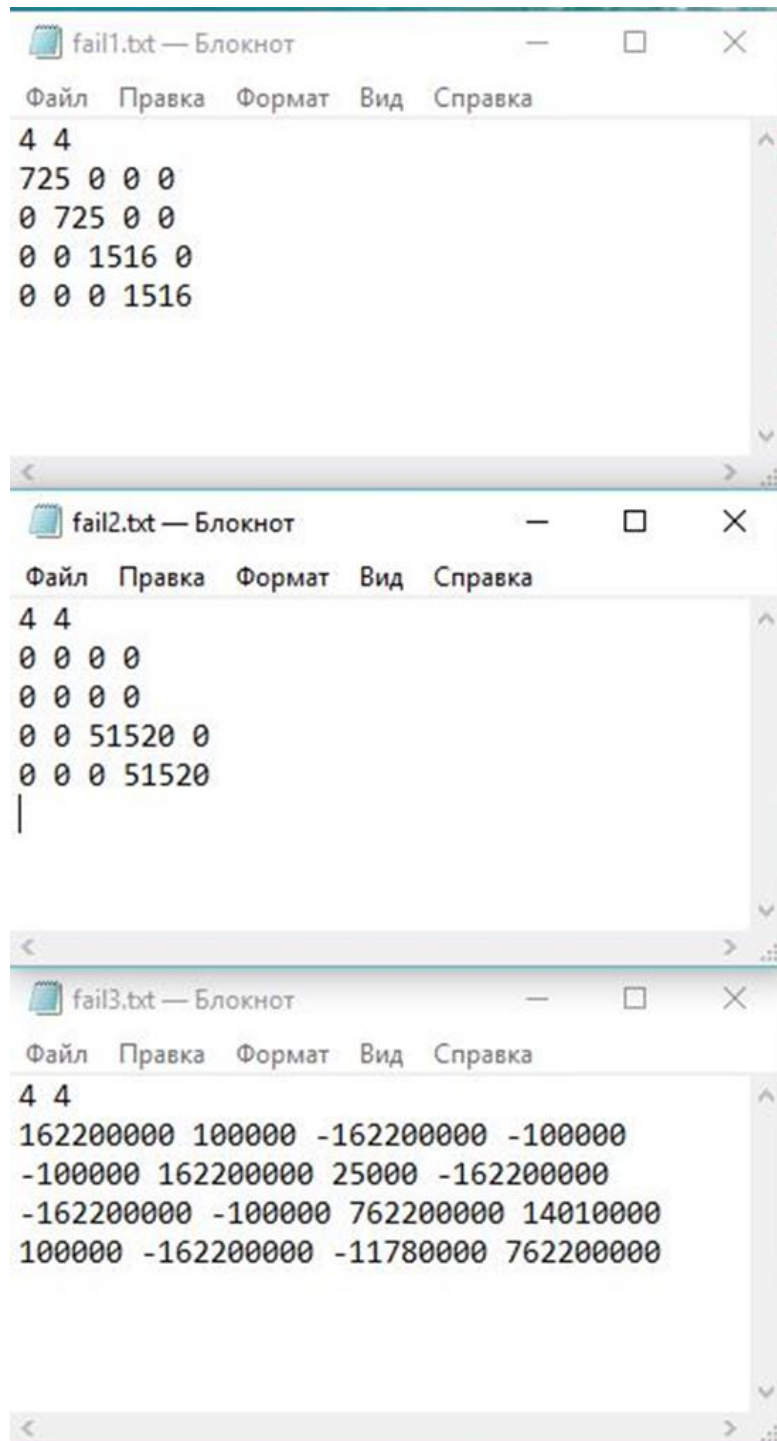
Рис. 4.3.3 – Отримання результатів розрахунку

На основі отриманих результатів можна дійти висновку, що ця система є стійкою.

Проведемо розрахунок області стійкості ротору з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині при наступних параметрах [2]:



Розрахунок області стійкості ротору з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині при  $d_{\pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 1 \cdot 10^5$



The image displays three screenshots of a Notepad application window, each showing a different text file with numerical data. The windows are titled 'fail1.txt — Блокнот', 'fail2.txt — Блокнот', and 'fail3.txt — Блокнот'. Each window has a menu bar with 'Файл', 'Правка', 'Формат', 'Вид', and 'Справка'.

**fail1.txt — Блокнот**

```
4 4
725 0 0 0
0 725 0 0
0 0 1516 0
0 0 0 1516
```

**fail2.txt — Блокнот**

```
4 4
0 0 0 0
0 0 0 0
0 0 51520 0
0 0 0 51520
|
```

**fail3.txt — Блокнот**

```
4 4
162200000 100000 -162200000 -100000
-100000 162200000 25000 -162200000
-162200000 -100000 762200000 14010000
100000 -162200000 -11780000 762200000
```

Рис. 4.3.4 – Початкові параметри для вирішення задачі при  $d_{\text{п}} = 2.5 \cdot 10^4$  та

$$q_{\text{пч}} = 1 \cdot 10^5$$

```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=25e3 q=1e5\program1.exe
массив значений a1
7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003
массив значений a2
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004
Введите массив значений a3
1.6E+0008 1.0E+0005 -1.6E+0008 -1.0E+0005
-1.0E+0005 1.6E+0008 2.5E+0004 -1.6E+0008
-1.6E+0008 -1.0E+0005 7.6E+0008 1.4E+0007
1.0E+0005 -1.6E+0008 -1.1E+0007 7.6E+0008
Введите шаг h
100

```

Рис. 4.3.5 – Вказано параметру величини кроку при  $d_{\text{п}} = 2.5 \cdot 10^4$  та

$$q_{\text{пч}} = 1 \cdot 10^5$$

```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\Новая папка (1)\program1.exe
8.52226500207225E+0031
8.52226500207225E+0031
8.52226500207225E+0023
4.09634614469757E+0031
-3.61724895567874E+0031
2.44574055451954E+0031
7.80197669120520E+0029
7.80197669120520E+0029
7.80197669120520E+0019
5.14239673358420E+0030
-2.13319067865373E+0030
1.75663632955857E+0030
1.75663632955857E+0030
1.75663632955857E+0018
3.46456543439902E+0029
8.21071663883152E+0027
8.21071663883152E+0027
8.21071663883152E+0013
1.20802081000382E+0028
1.20802081000382E+0028
1.20802081000382E+0012
1.20802081000382E+0012 8.21071663883152E+0013 1.75663632955857E+0018 7.801976691205
20E+0019 8.52226500207225E+0023 2.06154331284171E+0025 1.55525963474348E+0029 1.62
651834239686E+0030 9.47540547387335E+0033
8.00000000000000E+0000 9.47540547387335E+0033 1.62651834239686E+0030 1.555259634743
48E+0029 2.06154331284171E+0025 8.52226500207225E+0023 7.80197669120520E+0019 1.75
663632955857E+0018 8.21071663883152E+0013 1.20802081000382E+0012
Система устойчива!

```

Рис. 4.3.6 – Отримання результатів розрахунку при  $d_{\text{п}} = 2.5 \cdot 10^4$  та

$$q_{\text{пч}} = 1 \cdot 10^5$$

На основі отриманих результатів при  $d_{\text{п}} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 1 \cdot 10^5$  можна дійти висновку, що ця система є стійкою.

Розрахунок області стійкості ротору з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині при  $d_{\Pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 2 \cdot 10^5$

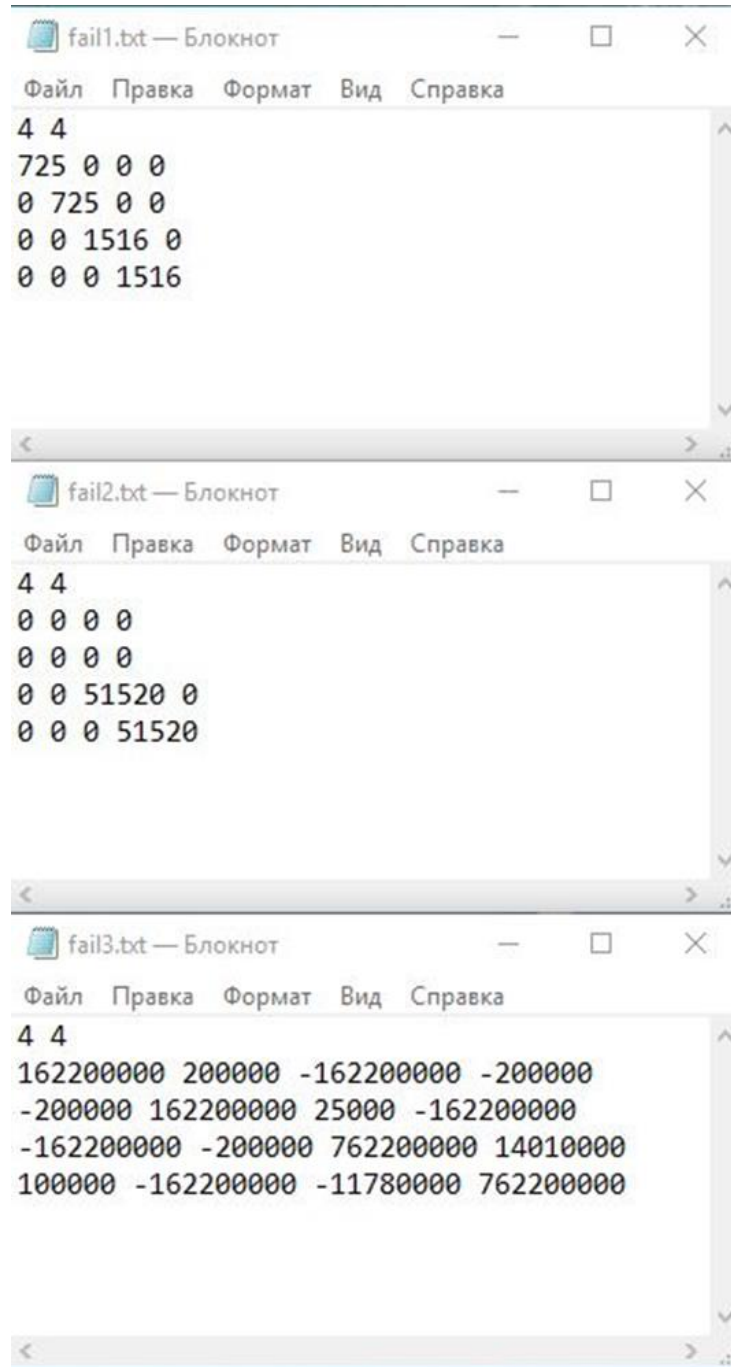


Рис. 4.3.7 – Початкові параметри для вирішення задачі при  $d_{\Pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 2 \cdot 10^5$

```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=25e3 q=2e5\program1.exe
8.52226607624329E+0023
4.09634614469759E+0031
-3.61724895567869E+0031
2.44574055451924E+0031
7.80197669093502E+0029
7.80197669093502E+0029
7.80197669093502E+0019
5.14239673358418E+0030
-2.13319067865333E+0030
1.75663632956292E+0030
1.75663632956292E+0030
1.75663632956292E+0018
3.46456543439882E+0029
8.21071663846872E+0027
8.21071663846872E+0027
8.21071663846872E+0013
1.20802081000504E+0028
1.20802081000504E+0028
1.20802081000505E+0012
1.20802081000505E+0012 8.21071663846872E+0013 1.75663632956292E+0
018 7.80197669093502E+0019 8.52226607624329E+0023 2.061543912182
69E+0025 1.55525760416997E+0029 1.62652019711645E+0030 9.4754222
7712327E+0033
8.00000000000000E+0000 9.47542227712327E+0033 1.62652019711645E+0
030 1.55525760416997E+0029 2.06154391218269E+0025 8.522266076243
29E+0023 7.80197669093502E+0019 1.75663632956292E+0018 8.2107166
3846872E+0013 1.20802081000505E+0012
Система устойчива!
^N

```

Рис. 4.3.8 – Вказано параметру величини кроку при  $d_{\pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 2 \cdot 10^5$



```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=25e3 q=2e5\program1.exe
8.52226607624329E+0023
4.09634614469759E+0031
-3.61724895567869E+0031
2.44574055451924E+0031
7.80197669093502E+0029
7.80197669093502E+0029
7.80197669093502E+0019
5.14239673358418E+0030
-2.13319067865333E+0030
1.75663632956292E+0030
1.75663632956292E+0030
1.75663632956292E+0018
3.46456543439882E+0029
8.21071663846872E+0027
8.21071663846872E+0027
8.21071663846872E+0013
1.20802081000504E+0028
1.20802081000504E+0028
1.20802081000505E+0012
1.20802081000505E+0012 8.21071663846872E+0013 1.75663632956292E+0
018 7.80197669093502E+0019 8.52226607624329E+0023 2.061543912182
69E+0025 1.55525760416997E+0029 1.62652019711645E+0030 9.4754222
7712327E+0033
8.00000000000000E+0000 9.47542227712327E+0033 1.62652019711645E+0
030 1.55525760416997E+0029 2.06154391218269E+0025 8.522266076243
29E+0023 7.80197669093502E+0019 1.75663632956292E+0018 8.2107166
3846872E+0013 1.20802081000505E+0012
Система устойчива!
^N

```

Рис. 4.3.9 – Отримання результатів розрахунку при  $d_{\pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 2 \cdot 10^5$

На основі отриманих результатів при  $d_{\pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 2 \cdot 10^5$  можна дійти висновку, що ця система є стійкою.

Розрахунок області стійкості ротору з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині при  $d_{\Pi} = 3.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^5$

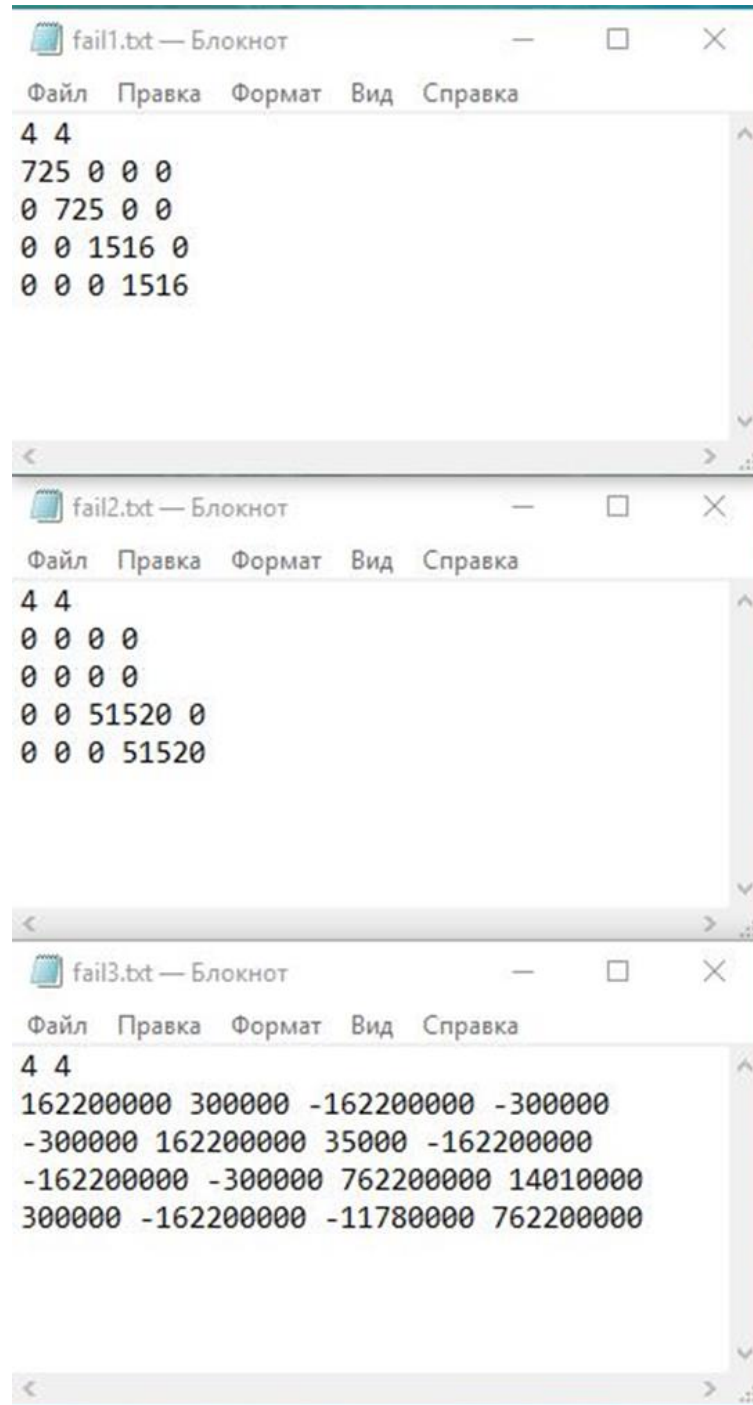


Рис. 4.3.10 – Початкові параметри для вирішення задачі при  $d_{\Pi} = 3.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^5$

```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=35e3 q=3e5\program1.exe
массив значений a1
7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003
массив значений a2
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004
Введите массив значений a3
1.6E+0008 3.0E+0005 -1.6E+0008 -3.0E+0005
-3.0E+0005 1.6E+0008 3.5E+0004 -1.6E+0008
-1.6E+0008 -3.0E+0005 7.6E+0008 1.4E+0007
3.0E+0005 -1.6E+0008 -1.1E+0007 7.6E+0008
Введите шаг h
100

```

Рис. 4.3.11 – Вказано параметру величини кроку при  $d_{\text{п}} = 3.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 3 \cdot 10^5$



```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=35e3 q=3e5\program1.exe
8.52226756059666E+0031
8.52226756059666E+0023
4.09634614469756E+0031
3.61724895567891E+0031
2.44574055451861E+0031
7.80197669096720E+0029
7.80197669096720E+0029
7.80197669096720E+0019
5.14239673358431E+0030
2.13319067865271E+0030
1.75663632956197E+0030
1.75663632956197E+0030
1.75663632956197E+0018
3.46456543439858E+0029
8.21071663858147E+0027
8.21071663858147E+0027
8.21071663858147E+0013
1.20802081000455E+0028
1.20802081000455E+0028
1.20802081000456E+0012
1.20802081000456E+0012 8.21071663858147E+0013 1.75663632956197E+0018 7.80
197669096720E+0019 8.52226756059666E+0023 2.06154480714777E+0025 1.5552561
5022633E+0029 1.62652328831624E+0030 9.47545116782887E+0033
8.00000000000000E+0000 9.47545116782887E+0033 1.62652328831624E+0030 1.55
525616022633E+0029 2.06154480714777E+0025 8.52226756059666E+0023 7.8019766
9096720E+0019 1.75663632956197E+0018 8.21071663858147E+0013 1.208020810004
56E+0012
Система устойчива!

```

Рис. 4.3.12 – Отримання результатів розрахунку при  $d_{\text{п}} = 3.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 3 \cdot 10^5$

На основі отриманих результатів при  $d_{\text{п}} = 3.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 3 \cdot 10^5$  можна дійти висновку, що ця система є стійкою.

Розрахунок області стійкості ротору з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині при  $d_{\pi} = 4.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 3 \cdot 10^5$

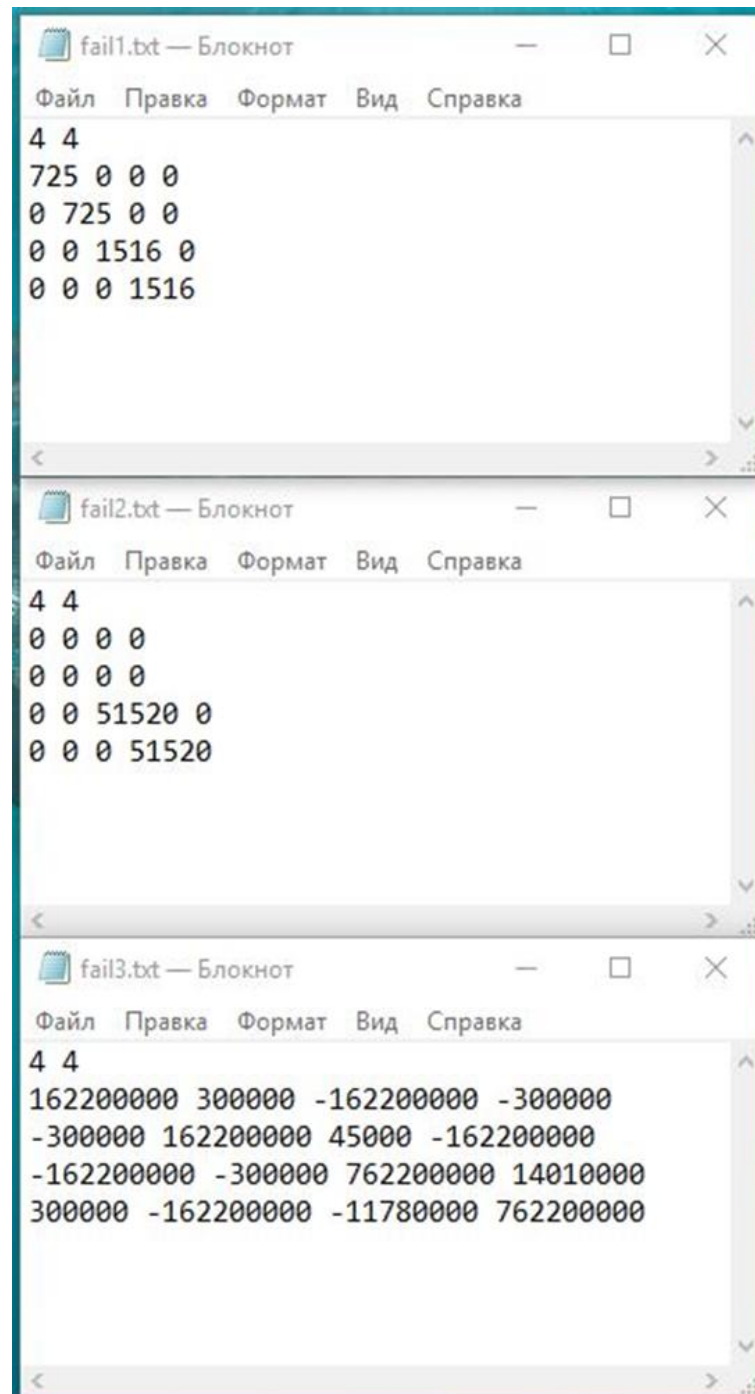


Рис. 4.3.13 – Початкові параметри для вирішення задачі при

$$d_{\pi} = 4.5 \cdot 10^4 \text{ та } q_{\text{пч}} = 3 \cdot 10^5$$

```
D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=45e3 q=3e5\program1.exe
массив значений a1
7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003
массив значений a2
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004
Введите массив значений a3
1.6E+0008 3.0E+0005 -1.6E+0008 -3.0E+0005
-3.0E+0005 1.6E+0008 4.5E+0004 -1.6E+0008
-1.6E+0008 -3.0E+0005 7.6E+0008 1.4E+0007
3.0E+0005 -1.6E+0008 -1.1E+0007 7.6E+0008
Введите шаг h
100
```

Рис. 4.3.14 – Вказано параметру величини кроку при  $d_n = 4.5 \cdot 10^4$  та

$$q_{пч} = 3 \cdot 10^5$$

```

D:\1.learn\6kysr\Diplom\Ravliuk\dp=45e3 q=3e5\program1.exe
8.52226759355797E+0023
4.09634614469759E+0031
3.61724895567866E+0031
2.44574055451953E+0031
7.80197669126938E+0029
7.80197669126938E+0029
7.80197669126938E+0019
5.14239673358417E+0030
2.13319067865366E+0030
1.75663632955757E+0030
1.75663632955757E+0030
1.75663632955757E+0018
3.46456543439896E+0029
8.21071663891992E+0027
8.21071663891992E+0027
8.21071663891992E+0013
1.20802081000348E+0028
1.20802081000348E+0028
1.20802081000349E+0012
1.20802081000349E+0012 8.21071663891992E+0013 1.75663632955757E+0
018 7.80197669126938E+0019 8.52226759355797E+0023 2.061544818378
54E+0025 1.55525601205331E+0029 1.62652328831739E+0030 9.4754475
5087457E+0033
8.00000000000000E+0000 9.47544756087457E+0033 1.62652328831739E+0
030 1.55525601205331E+0029 2.06154481837854E+0025 8.522267593557
97E+0023 7.80197669126938E+0019 1.75663632955757E+0018 8.2107166
3891992E+0013 1.20802081000349E+0012
Система устойчива!

```

Рис. 4.3.15 – Отримання результатів розрахунку при  $d_{\Pi} = 4.5 \cdot 10^4$  та

$$q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^5$$

На основі отриманих результатів при  $d_{\Pi} = 4.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^5$  можна дійти висновку, що ця система є стійкою.

Розрахунок області стійкості ротору з урахуванням величини коефіцієнту циркуляційних сил в проточній частині при  $d_{\Pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^6$

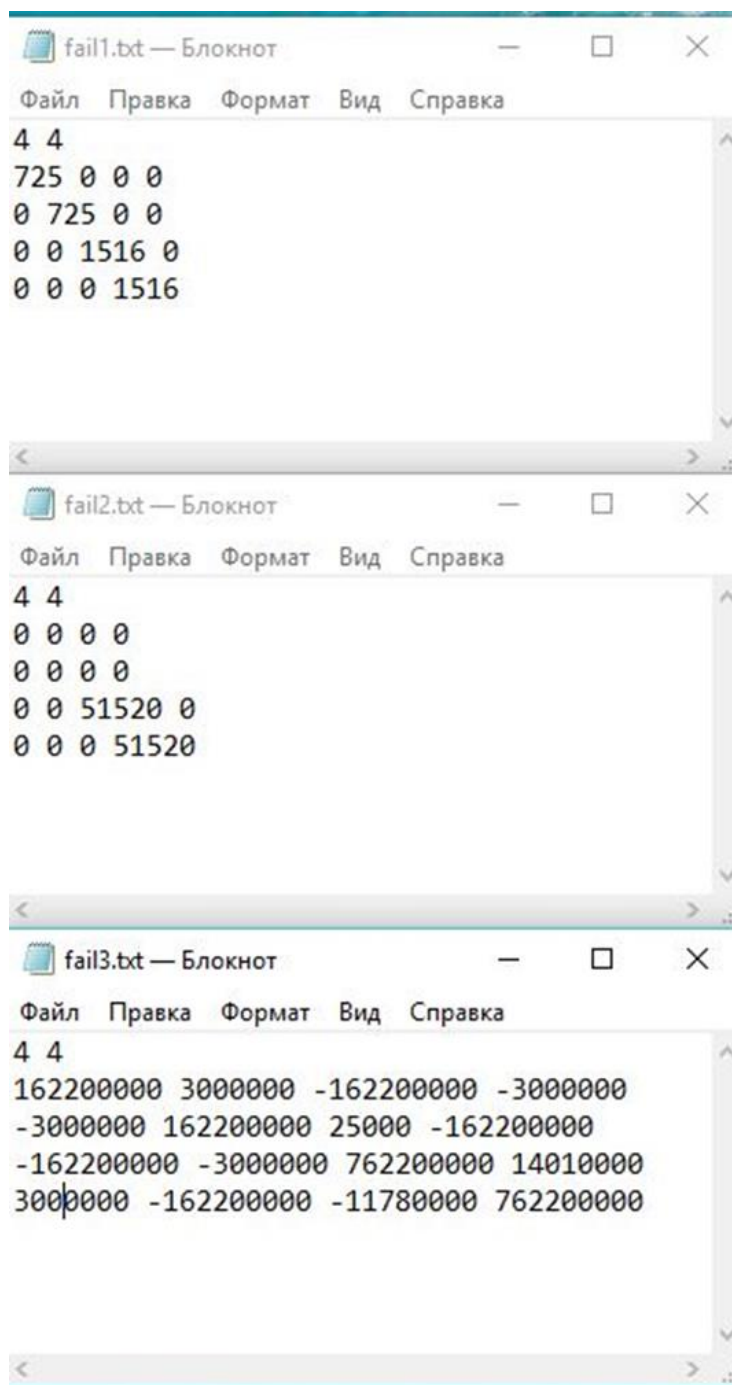


Рис. 4.3.16 – Початкові параметри для вирішення задачі при

$$d_{\Pi} = 2.5 \cdot 10^4 \text{ та } q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^6$$



```
D:\1.learn\6kysr\Diplom\Ravliuk\dp=25e3 q=3e6\program1.exe
массив значений a1
7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003
массив значений a2
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004
Введите массив значений a3
1.6E+0008 3.0E+0006 -1.6E+0008 -3.0E+0006
-3.0E+0006 1.6E+0008 2.5E+0004 -1.6E+0008
-1.6E+0008 -3.0E+0006 7.6E+0008 1.4E+0007
3.0E+0006 -1.6E+0008 -1.1E+0007 7.6E+0008
Введите шаг h
100
```

Рис. 4.3.17 – Вказано параметру величини кроку при  $d_{\pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\text{пч}} = 3 \cdot 10^6$

```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=25e3 q=3e6\program1.exe
8.52257097389676E+0031
8.52257097389676E+0031
8.52257097389676E+0023
4.09634614469761E+0031
-3.61724895567841E+0031
2.44574055452124E+0031
7.80197669200978E+0029
7.80197669200978E+0029
7.80197669200978E+0019
5.14239673358402E+0030
-2.13319067865557E+0030
1.75663632954631E+0030
1.75663632954631E+0030
1.75663632954631E+0018
3.46456543439980E+0029
8.21071663981652E+0027
8.21071663981652E+0027
8.21071663981652E+0013
1.20802081000058E+0028
1.20802081000058E+0028
1.20802081000058E+0012
1.20802081000058E+0012 8.21071663981652E+0013 1.75663632954631E+0018 7.80197669
023 2.06171751067943E+0025 1.55534895764135E+0029 1.62707414015968E+0030 9.477
8.00000000000000E+0000 9.47782852196329E+0033 1.62707414015968E+0030 1.55534895
025 8.52257097389676E+0023 7.80197669200978E+0019 1.75663632954631E+0018 8.210
58E+0012
Система неустойчива!

```

Рис. 4.3.18 – Отримання результатів розрахунку при  $d_{\Pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^6$

На основі отриманих результатів при  $d_{\Pi} = 2.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi\text{ч}} = 3 \cdot 10^6$  можна дійти висновку, що ця система не є стійкою.

З результатів проведених розрахунків ми бачимо, що система є не стійкою у випадку коли  $q_{\pi} = 3 \cdot 10^6$ . Тому для даного випадку розв'яжемо задачу з підвищеним коефіцієнтом демпфування в підшипниках  $d_{\pi} = 5.5 \cdot 10^4$

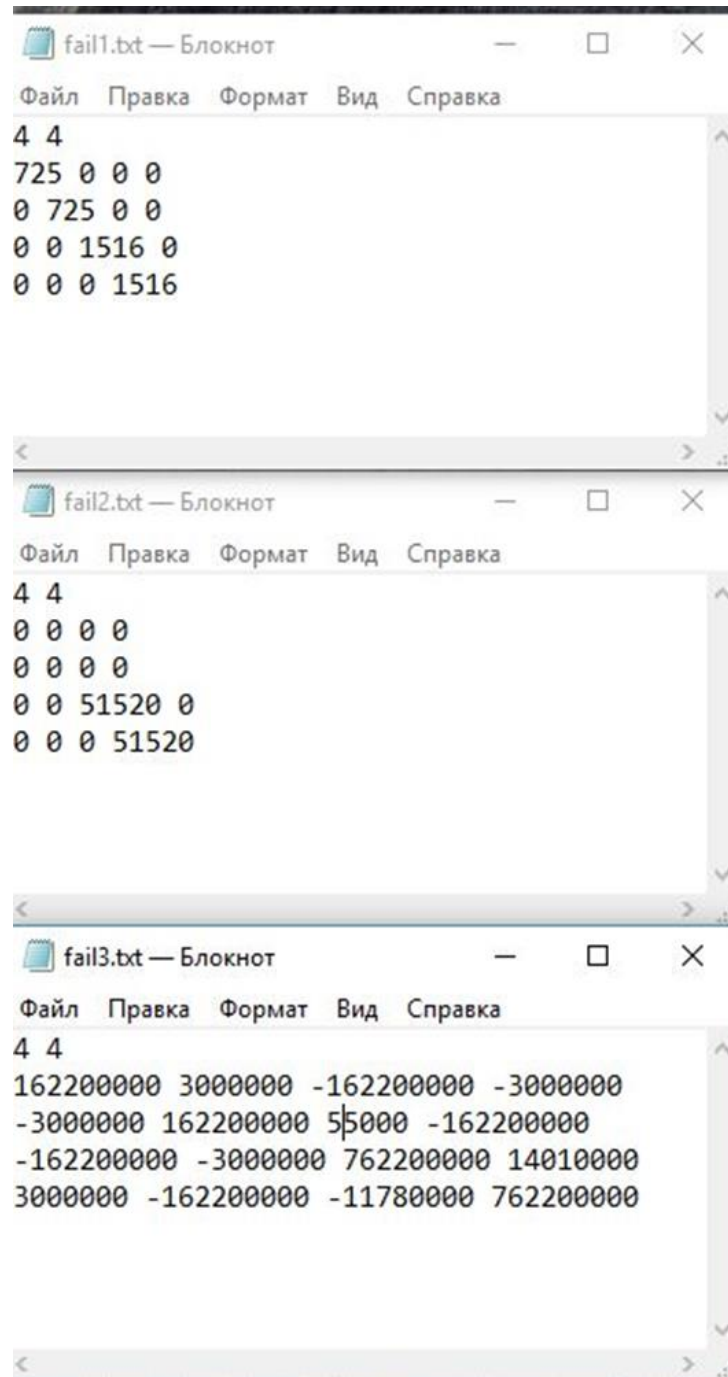


Рис. 4.3.19 – Початкові параметри для вирішення задачі при  $d_{\pi} = 5.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\pi} = 3 \cdot 10^6$



```
D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=35e3 q=3e6\program1.exe
массив значений a1
7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 7.3E+0002 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 1.5E+0003
массив значений a2
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004 0.0E+0000
0.0E+0000 0.0E+0000 0.0E+0000 5.2E+0004
Введите массив значений a3
1.6E+0008 3.0E+0006 -1.6E+0008 -3.0E+0006
-3.0E+0006 1.6E+0008 5.5E+0004 -1.6E+0008
-1.6E+0008 -3.0E+0006 7.6E+0008 1.4E+0007
3.0E+0006 -1.6E+0008 -1.1E+0007 7.6E+0008
Введите шаг h
100
```

Рис. 4.3.20 – Вказано параметру величини кроку при  $d_{\Pi} = 5.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi} = 3 \cdot 10^6$

```

D:\1.learn\6kyrs\Diplom\Ravliuk\dp=35e3 q=3e6\program1.exe
3.45183633360127E+0030
8.52227649629272E+0031
8.52227649629272E+0031
8.52227649629272E+0023
4.09634614469756E+0031
-3.61724895567887E+0031
2.44574055451828E+0031
7.80197669059510E+0029
7.80197669059510E+0029
7.80197669059510E+0019
5.14239673358429E+0030
-2.13319067865230E+0030
1.75663632956796E+0030
1.75663632956796E+0030
1.75663632956796E+0018
3.46456543439838E+0029
8.21071663807566E+0027
8.21071663807566E+0027
8.21071663807566E+0013
1.20802081000629E+0028
1.20802081000629E+0028
1.20802081000629E+0012
1.20802081000629E+0012 8.21071663807566E+0013 1.75663632956796E+0018 7.80197669059510E+0019 8.52227649629272E+0
023 2.06154784383964E+0025 1.55522308580764E+0029 1.62652328831521E+0030 9.47461397558199E+0033
8.00000000000000E+0000 9.47461397558199E+0033 1.62652328831521E+0030 1.55522308580764E+0029 2.06154784383964E+0
025 8.52227649629272E+0023 7.80197669059510E+0019 1.75663632956796E+0018 8.21071663807566E+0013 1.208020810006
29E+0012
Система устойчива!

```

Рис. 4.3.21 – Отримання результатів розрахунку при  $d_{\Pi} = 5.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi} = 3 \cdot 10^6$

На основі отриманих результатів при  $d_{\Pi} = 5.5 \cdot 10^4$  та  $q_{\Pi} = 3 \cdot 10^6$  можна дійти висновку, що ця система не є стійкою.

Після виконання всіх необхідних розрахунків будуюмо графіки областей стійкості ротора, враховуючи вплив коефіцієнта циркуляційних сил. Розрахунок наочно показує приклад того, як зміна значення  $q_{пч}$  впливає на область стійкості ротора.

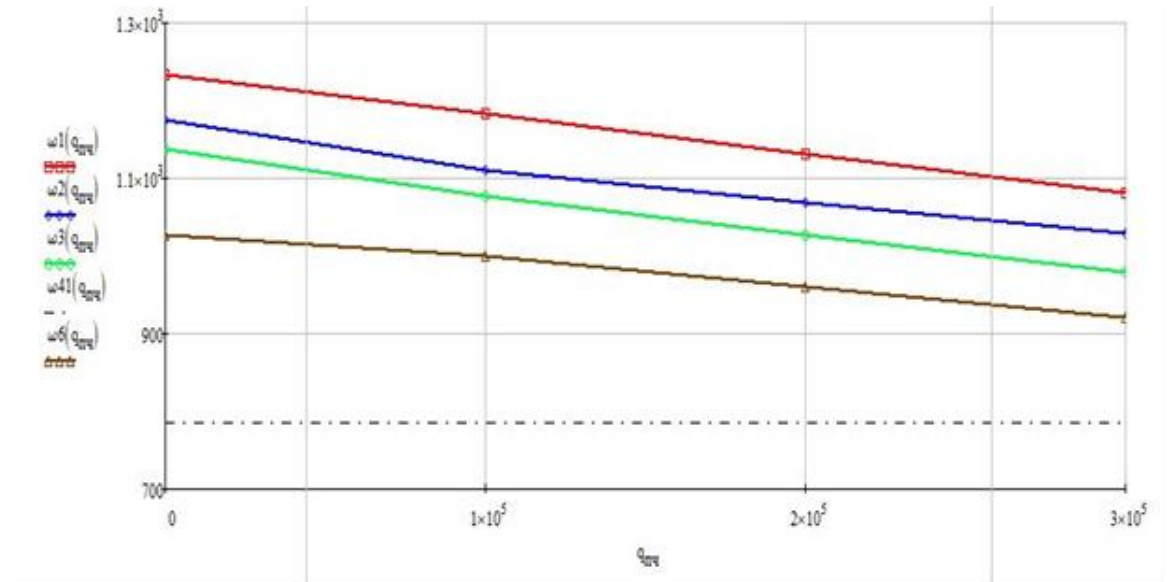


Рис. 4.3.22 – Границя стійкості для 1)  $q_{пч} = 0$ , 2)  $q_{пч} = 1 \cdot 10^5$ ,  
3)  $q_{пч} = 2 \cdot 10^5$ , 4)  $q_{пч} = 3 \cdot 10^5$

На Рис. 4.3.18 робочу частоту зображено штрих-пунктирною лінією. Значення робочої частоти ротора дорівнює:  $\omega_p = 785$  рад/с.

Створена двохмасова модель ротора відцентрового компресора дає змогу проаналізувати вплив коефіцієнта циркуляційних сил у проточній області на область стійкості ротора відцентрового компресора.

#### 4.4 Висновки до четвертого розділу

Проведені дослідження динаміки роторної системи відцентрового компресора, зокрема аналіз її стійкості, дають можливість глибше зрозуміти характер впливу різних конструктивних і експлуатаційних параметрів на роботу машини. Виконані розрахунки дозволяють виділити низку ключових результатів та тенденцій, важливих для подальшої оптимізації конструкції ротора, підвищення надійності та безпеки його функціонування.

Розрахунок стійкості роторної системи було виконано за допомогою програми, який дає змогу проводити багатопараметричний аналіз та визначати вплив різних факторів на стан системи. Такий підхід забезпечує інженерам ефективний інструмент для перевірки різноманітних сценаріїв роботи ротора без проведення дорогих та тривалих експериментальних досліджень.

Згідно з отриманими результатами, підвищення коефіцієнта демпфування в підшипниках позитивно впливає на стійкість роторної системи. Зростання значення  $d_{\text{п}}$  дозволяє ефективніше гасити коливання, що виникають у процесі обертання ротора. Таким чином, за допомогою регулювання демпфуючих властивостей підшипників можна розширювати область стійкої роботи компресора, покращуючи його експлуатаційну надійність, знижуючи рівень вібрацій та зношуваність елементів.

Аналізуючи результати моделювання, було встановлено, що збільшення коефіцієнту циркуляційних сил  $q_{\text{пч}}$  негативно впливає на динамічний стан ротора. Підвищення цих сил може призводити до зменшення стійкості роторної системи, збільшення вібраційної активності та потенційно до погіршення загальної надійності агрегату. Отже, врахування циркуляційних сил стає

ключовим фактором під час проектування та налаштування режимів роботи компресора, особливо при модернізації існуючого обладнання та розробці нових моделей.

Проведене дослідження підкреслює важливість комплексного підходу до аналізу динаміки роторних систем, де одночасно беруться до уваги властивості підшипникових вузлів, внутрішні гідродинамічні процеси та інші конструктивно-технологічні особливості. Розуміння цих взаємозв'язків дає змогу інженерам оптимізувати конструкцію та параметри експлуатації компресорного обладнання, збільшуючи інтервали міжремонтних періодів, підвищуючи ефективність, надійність та безпеку роботи системи.

Загалом, результати цих досліджень закладають підґрунтя для подальшого вдосконалення методології аналізу стійкості роторних систем та для розробки рекомендацій щодо вибору оптимальних параметрів підшипників і мінімізації впливу циркуляційних сил. Це, у свою чергу, сприятиме покращенню конструктивних рішень, ефективності промислових процесів та конкурентоспроможності вітчизняного машинобудування.

## ВИСНОВКИ

У даній роботі було розглянуто важливу проблему забезпечення стійкості роторних систем відцентрових компресорів шляхом аналізу їх динамічних характеристик. Запропонований підхід передбачав перехід від складних високоордних моделей до відносно простої, але водночас інформативної двомасової моделі ротора, яка здатна враховувати вплив основних параметрів, пов'язаних із демпфуючими властивостями підшипників та циркуляційними силами в проточній частині агрегату.

Розроблена двомасова модель роторної системи з виведенням системи диференціальних рівнянь, характеристичний поліном яких має 8-й порядок, стала базою для подальших досліджень. Така модель дозволяє враховувати вплив коефіцієнта демпфування в підшипниках ковзання, що є критично важливим параметром для оцінки вібраційного стану та динамічної стійкості ротора.

Використання програми дало можливість систематично дослідити вплив коефіцієнтів демпфування та циркуляційних сил на стійкість роторної системи. Таким чином, дослідник одержав інструмент для варіювання параметрів та оперативного визначення тенденцій зміни стійкісних характеристик ротора без необхідності проведення складних та ресурсозатратних експериментальних досліджень.

Результати розрахунків засвідчили, що збільшення коефіцієнта демпфування в підшипниках позитивно позначається на стійкості роторної системи. Це означає, що за рахунок посилення демпфуючих властивостей можна ефективно знизити інтенсивність небажаних коливань, розширити діапазон стійкої роботи та підвищити надійність обладнання. Водночас збільшення коефіцієнтів циркуляційних сил у проточній частині негативно впливає на

динаміку ротора, зменшуючи область його стійкої експлуатації. Така залежність свідчить про необхідність ретельного врахування циркуляційних ефектів при проєктуванні та оптимізації роторних систем.

Варіювання коефіцієнтів демпфування в підшипниках та значення циркуляційних сил продемонструвало можливість формування довільного запасу стійкості роторної системи на робочих частотах. Це, у свою чергу, дає змогу інженерам та конструкторам цілеспрямовано підбирати параметри, збалансовуючи їх, щоб забезпечити оптимальні умови для тривалої та стабільної роботи компресорного обладнання.

Отримані висновки мають важливе практичне значення для галузі машинобудування та енергетики, де відцентрові компресори є ключовими елементами технологічних ланцюжків. Аналітичні результати дослідження, підкріплені застосуванням ефективних обчислювальних інструментів, надають розробникам і експлуатаційникам достатню базу для ухвалення обґрунтованих рішень, спрямованих на підвищення надійності, ефективності та економічності промислового обладнання. Таким чином, дана робота закладає підґрунтя для подальших оптимізаційних досліджень та формування інженерних рекомендацій щодо удосконалення роторних систем.

## ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАНЬ

1. Ткаченко В. В. Побудова дискретних моделей ротора турбокомпресора С325 ГЦ2-650/6-56М12 для дослідження його динаміки. Кваліфікаційна робота на здобуття освітнього ступеня «бакалавр»; наук. кер. В. І. Симоновський. Суми, Сумський державний університет, 2023.
2. Стремоухов Д. О. Дослідження умов стійкості обертання ротора відцентрового компресора С325 ГЦ2-65 6/6 56М12. Кваліфікаційна робота магістра; наук. кер. В. І. Симоновський. Суми, Сумський державний університет, 2020.
3. Verbovyi A., Khomenko V., Neamtu C., Pavlenko V., Simonovskiy V., Pavlenko I. (2022). Rotor dynamics of turbocompressor based on the finite element analysis and parameter identification approach. *Journal of Engineering Sciences*, Vol. 9(2), pp. D1-D5, doi: 10.21272/jes.2022.9(2).d1.
4. Павленко І.В., Симоновський В.І. Комп'ютерна програма «Critical frequencies of the rotor». Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір №59855 від 27.05.2015.
5. Застосування комп'ютерної програми «Critical frequencies of the rotor» для розрахунку власних і критичних частот роторів багатоступінчастих відцентрових компресорів [Текст] / І.В. Павленко, В.І. Симоновський, О.Є. Вербової, М.М. Дем'яненко // Системи розроблення та постановлення продукції на виробництво. Індустрія 4.0. Сучасний напрямок автоматизації та обміну даними у виробничих технологіях: матеріали II Міжнародної науково-практичної конференції м. Суми. Суми, 22-26 травня 2017 р. / Ред.кол.: О.Г. Гусак, К.О. Дядюра. - Суми: СумДУ, 2017. - С. 164-165.
6. I. V. Pavlenko, V. I. Simonovskiy, M. M. Demianenko. Dynamic analysis of centrifugal machines rotors supported on ball bearings by combined



- application of 3D and beam finite element models. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 233 (2017) 012053.
7. Pavlenko I., Simonovskiy V., Ivanov V., Zajac J., Pitel J. (2019) Application of Artificial Neural Network for Identification of Bearing Stiffness Characteristics in Rotor Dynamics Analysis. In: Ivanov V. et al. (eds) *Advances in Design, Simulation and Manufacturing. DSMIE 2018. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham, pp. 325-335. DOI: 10.1007/978-3-319-93587-4\_34.
  8. Verbovyi A., Neamtu C., Sieryk M., Vashyst B., Pavlenko V., Simonovskiy V., Pavlenko, I. (2019). Ensuring the vibration reliability of rotors connected by spline joints. *Journal of Engineering Sciences*, Vol. 6(2), pp. D14-D19, doi: 10.21272/jes.2019.6(2).d3.
  9. Pavlenko I., Neamtu C., Verbovyi, A., Pitel J., Ivanov V., Pop G., (2019). Using Computer Modeling and Artificial Neural Networks for Ensuring the Vibration Reliability of Rotors, DOI: 10.32782/cmim/2353-56.
  10. Simonovskiy V., Pavlenko I., Pitel J., Stremoukhov D., Ivanov V., (2021). Methods and Algorithms for Calculating Nonlinear Oscillations of Rotor Systems, pp.63-74, DOI:10.1007/978-3-030-77823-1\_7.
  11. Pavlenko I., Savchenko I., Pitel J., Ivanov V., Ruban A., (2022). Diagnostics of the Rotor-Stator Contact by Spectral Analysis of the Vibration State for Rotor Machines. *Advanced Manufacturing Processes III* (pp.521-534), DOI:10.1007/978-3-030-91327-4\_51.
  12. Pavlenko, I., Simonovskiy, V., Verbovyi, A., Ivchenko, O., Ivanov, V. (2022). Rotor Dynamics and Stability of the Centrifugal Pump CPN 600-35 for Nuclear Power Plants.\