

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Сумський державний університет
Факультет електроніки та інформаційних технологій
Кафедра комп'ютеризованих систем управління

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри КСУ
_____ Петро ЛЕОНТЬЄВ
_____ 2024 р.

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА
на здобуття освітнього ступеня магістр

зі спеціальності

174 – Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка
освітньо-професійної програми

«Комп'ютеризовані системи управління та робототехніка»

на тему: «Енергозберігаюче керування процесом зрідження біогазу»

Здобувача групи СУ.м-31

Затулія Олексія Валерійовича

Кваліфікаційна робота містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

(підпис)

Затулій Олексій Валерійович

Керівник Кандидат технічних наук, доцент Георгій Кулінченко

(посада, науковий ступінь, вчене звання, Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

(підпис)

Суми – 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Кафедра комп'ютеризованих систем управління

ЗАТВЕРДЖУЮ:

Зав. кафедри КСУ

_____ Петро ЛЕОНТЬЄВ
_____ 2024 р.

ЗАВДАННЯ

на кваліфікаційну роботу магістра здобувачу вищої освіти

Затулія Олексія Валерійовича

(Прізвище, ім'я, по-батькові повністю)

1. Тема кваліфікаційної роботи: Енергозберігаюче керування процесом зрідження біогазу
затверджена наказом ректора СумДУ №1090-VI від " 24 " жовтня 2024 р.
2. Термін здачі студентом закінченої роботи: 30 листопада 2024 р.
3. Вихідні дані до кваліфікаційної роботи: звіт з переддипломної практики, наукові публікації, статті.
4. Зміст кваліфікаційної роботи (питання, що підлягають розробленню):
Аналіз каналів впливу на технологічний процес, визначення фізичних, технологічних обмежень, визначення критерію ефективності , розробка моделі та моделювання процесу керування, побудова регулятора процесу.
5. Перелік графічних матеріалів: 15 рисунків, 3 додатки.

6. Календарний план виконання роботи

Номер етапу	Зміст етапу виконання роботи	Термін виконання
1	Аналіз каналів керування процесу зрідження.	24.10.2024 – 27.10.2024
2	Аналіз обмеження керування процесу зрідження	27.10.2024 -03.11.2024
3	Створення моделі об'єкта керування.	03.11.2024 – 17.11.2024
4	Створення системи керування	18.11.2024 -24.11.2024
5	Оформлення дипломного проекту та супровідної документації.	24.11.2024 - 30.11.2024

7. Дата видачі завдання " 24 " жовтня 2024 р.

Керівник проекту:

К. Т. Н., доцент
(науковий ступінь, вчене звання, посада)

_____ (підпис)

Кулінченко Г.В.
(Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Здобувач:
студент гр. СУ.м-31

Затулій О. В.

АНОТАЦІЯ

Дипломна робота викладена на 59 сторінках, вона містить 3 розділи, 15 ілюстрацій, 1 таблиць, 22 джерел в переліку посилань.

Ця робота присвячена розробці автоматизованої системи енергоефективного управління процесом зрідження біогазу. Автоматизація цього процесу є актуальною у контексті сталого розвитку та використання відновлювальних джерел енергії. Біогаз, як важливий енергетичний ресурс, широко застосовується у транспорті, промисловості та побутовій сфері. Розробка енергоефективної системи зрідження дозволяє значно спростити транспортування біогазу, особливо до віддалених регіонів, де відсутня трубопровідна інфраструктура.

У першому розділі проведено аналіз об'єкта керування, визначено ключові параметри, що впливають на ефективність процесу, канали керування динамікою та обмеження, які слід враховувати під час синтезу системи автоматичного управління.

Другий розділ присвячено моделюванню динаміки об'єкта керування. Побудовано математичні моделі основних елементів системи, зокрема теплообмінника зі змінною фазою холодоагенту, який має вирішальний вплив на загальну енергоефективність процесу.

У третьому розділі виконано синтез MPC-регулятора для системи керування. Проведено його налаштування з урахуванням обмежень системи та каналів впливу. На основі створеної моделі виконано моделювання роботи регулятора, включаючи аналіз поведінки системи під час зміни холодильного навантаження. Результати дослідження порівняно з класичним PI-регулюванням.

Ключові слова: автоматизація, біогаз, зріджений біогаз, енергозберігаюче керування, MPC, moving boundary.

ЗМІСТ

ЗАВДАННЯ	2
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ	3
ВСТУП.....	2
РОЗДІЛ 1 КОНСТРУКТИВНО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ОБ’ЄКТА АВТОМАТИЗАЦІЇ.....	4
РОЗДІЛ 2 СТВОРЕННЯ МОДЕЛЕЙ СКЛАДОВИХ ОБ’ЄКТА КЕРУВАННЯ	11
2.1 Модель теплообмінника.....	12
2.1.1 Баланс маси та енергії для двофазної області.....	20
2.1.2 Баланс маси та енергії для однофазних зон теплообміну	24
2.1.3 Енергетичний баланс стінки теплообмінника	29
2.1.4 Створення нелінійного простору стану.....	33
2.2 Модель головного теплообмінника	37
2.3 Модель компресора.	40
2.4 Модель розширювального пристрою (дросельної заслінки)	43
РОЗДІЛ 3 СИНТЕЗ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ	44
3.1 Лінеаризація моделі	45
3.2 Синтез МРС регулятора	47
3.3 Результати керування	49
ВИСНОВОК	53
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	54

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

ЗБГ – Зріджений біогаз.

ЗХ – Змішаний холодоагент

MPC - Model Predictive Control.

PRICO - Poly Refrigerant Integrated Cycle Operations.

Liq – рідка зона теплообміну

TP – двофазна зона теплообміну

Gas – газова зона теплообміну

COP – (Coefficient of Performance) коефіцієнт продуктивності

ВСТУП

Зростаючий інтерес до альтернативних джерел енергії, зокрема до відновлюваних, стимулює розвиток сучасних технологій перетворення, зберігання та транспортування енергії, що є не лише екологічно безпечними, але й економічно вигідними.

Біогаз, що отримується в процесі анаеробного бродіння, складається здебільшого з метану та вуглекислого газу, а також містить домішки, такі як сірководень та вологу. Завдяки високому вмісту метану, біогаз є придатним для використання в якості заміни природного газу. Його можна застосовувати для енергозабезпечення промислових об'єктів, теплових станцій, а також для побутових потреб. Проте для того, щоб забезпечити тривале зберігання та транспортування біогазу до кінцевих споживачів, його доцільно перетворювати у зріджений стан. Зріджений біогаз (ЗБГ) зберігає свої енергетичні характеристики у компактному вигляді, що значно полегшує його логістику, а також дозволяє зменшити об'єми сховищ.

Процес зрідження біогазу є технічно складним та енергоємним, оскільки для його здійснення газ необхідно охолодити до криогенних температур, які можуть досягати $-162\text{ }^{\circ}\text{C}$. Зниження температури до таких рівнів вимагає значної кількості енергії, що в умовах високої вартості енергетичних ресурсів підвищує загальні витрати на зрідження. Відтак, виникає потреба у впровадженні сучасних енергозберігаючих технологій керування процесом зрідження біогазу, які дозволять оптимізувати енергоспоживання, підвищити ефективність системи та зменшити експлуатаційні витрати.

У даній роботі припускається, що біогаз перед зрідженням пройшов попередню обробку, яка включає видалення діоксиду вуглецю (CO_2), сірководню (H_2S), а також осушку для зниження вмісту води, що дозволяє уникнути можливих корозійних процесів і забруднення обладнання.

В якості технології зрідження обрано PRICO – однокаскадний процес зрідження зі змішаним холодоагентом, який широко застосовується завдяки своїй простоті, надійності та порівняно низькій енергоємності.

Постановка задачі:

- 1) Виявити керовані змінні.
- 2) Визначити безпечні робочі діапазони для тиску, температури, потужності компресорів, та інших технологічних параметрів, щоб запобігти пошкодженню обладнання.
- 3) Визначити фактори які впливають на ефективність процесу.
- 4) Визначити критерій оцінки ефективності.
- 5) Створити енергозберігаючу систему керування.

Метою цієї роботи є розробка енергозберігаючих алгоритмів керування процесом зрідження біогазу на основі методів оптимального керування, зокрема, модельно-прогнозного керування (Model Predictive Control, MPC). Очікується, що впровадження запропонованих алгоритмів дасть змогу досягти суттєвого зниження витрат на електроенергію, підвищити загальну ефективність системи та продовжити термін експлуатації обладнання.

РОЗДІЛ 1 КОНСТРУКТИВНО-ТЕХНОЛОГІЧНИЙ АНАЛІЗ ОБ'ЄКТА АВТОМАТИЗАЦІЇ

Технології зрідження газів ґрунтуються на використанні холодильних циклів, у яких попередньо оброблений газ охолоджується та конденсується до рідкого стану. Існують два основні типи циклів: відкритий і замкнутий.

1. **Відкритий цикл** – холодоагентом є частина газу, який підлягає зрідженню. Такий підхід знижує кількість додаткових матеріалів у системі, але має обмежену ефективність і менш гнучкий до змін умов процесу.
2. **Замкнутий цикл** – холодоагентом виступає окрема речовина, яка постійно рециркулює в системі. Це дозволяє стабільно підтримувати необхідні параметри охолодження та підвищує ефективність процесу, оскільки холодоагент не виходить із системи.

Відкриті цикли є економічно привабливими для маломасштабних процесів зрідження, але вони мають обмежені можливості для оптимізації енергоспоживання через обмежену кількість керованих змінних. Такі системи також характеризуються нижчою ефективністю в порівнянні із замкнутими циклами, що робить їх менш вигідними з погляду перспективної експлуатації.

У цій роботі для зрідження газу обрано процес PRICO — однокаскадний процес зі змішаним холодоагентом. Ця технологія не є найефективнішою порівняно з іншими технологіями зрідження, такими як C3MR та APCI SMR, але вона має важливу перевагу: потребує мінімальної кількості обладнання, що значно спрощує її впровадження. Дану технологію зазвичай використовують для установок потужністю до 2 млн тонн на рік. Технологічна схема процесу PRICO зображена на Рисунку Рисунок 1.1. Даний рисунок показує спрощену схему процесу PRICO. Принцип роботи процесу PRICO виглядає наступним чином:

Після стиснення змішаний холодоагент охолоджується до 30°C в конденсаторі , а потім далі охолоджується разом із природним газом у головному теплообміннику. Рідина, що знаходиться під високим тиском і переохолоджена, дросельний вентиль, щоб отримати насичену рідину низької температури при проміжному тиску в ресивері. Ця рідина потім розширюється до низького тиску , утворюючи двофазну суміш, яка випаровується у головному теплообміннику для забезпечення необхідного охолоджувального ефекту. Після цього пар трохи перегрівається і повертається на компресор для стиснення до високого тиску.

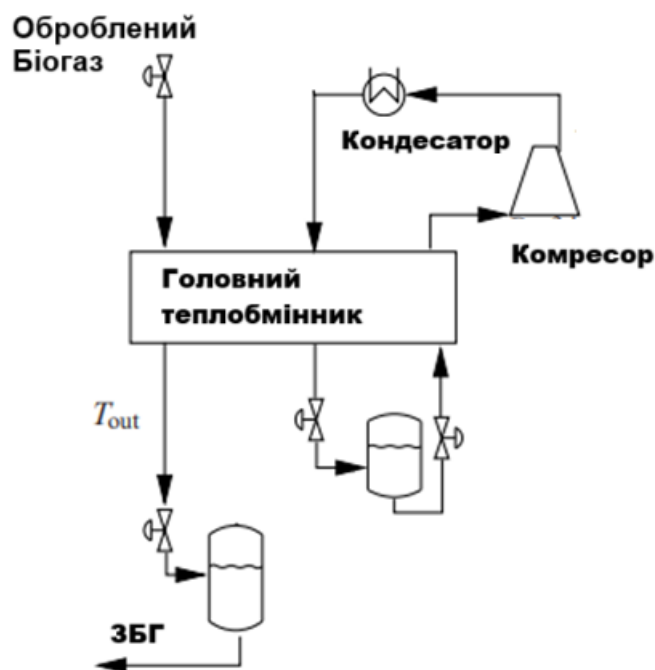


Рисунок 1.1 Технологічна схема процесу зрідження Priso

В роботі [1] автор досліджував оптимальне керування процесів зрідження. Перш ніж перейти до установок зрідження зроблено дослідження доступних маніпуляційних змінних в звичайних холодильних циклах. Тому в даній роботі також коротко це буде пояснено.

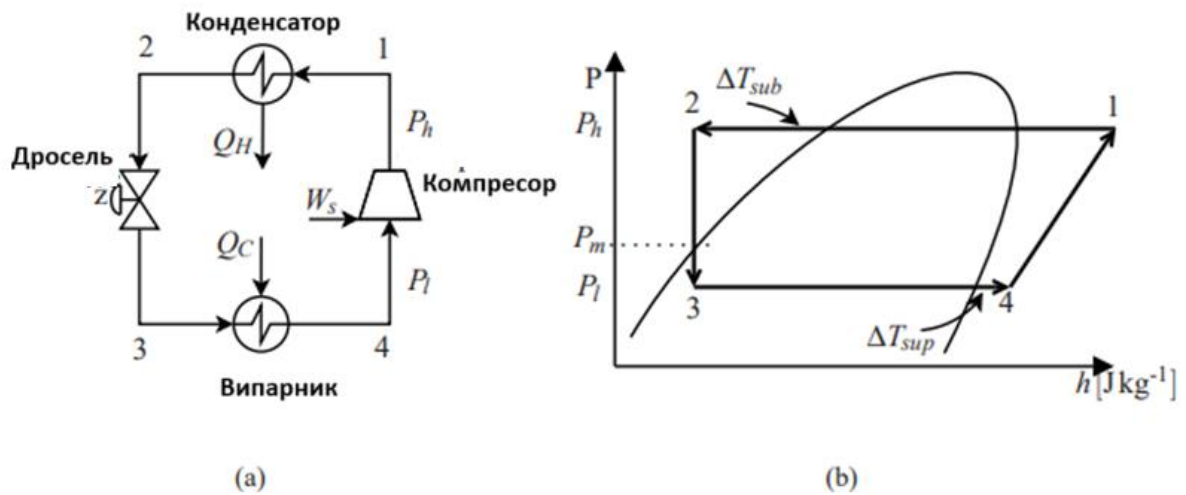


Рисунок 1.2 (а) Найпростіший холодильний цикл (б) типова P-h діаграма холодильного циклу

На PH (тиск-ентальпія) діаграмі зображено процеси, які відбуваються в циклі стиснення пари. Діаграма показує зміни тиску та ентальпії робочого тіла на різних етапах циклу:

1. **Стиснення (4→1):** Процес збільшення тиску і температури робочого тіла в компресорі за затраченої роботи W_s . На даній діаграмі зображений ідеалізований ізотропний процес.
2. **Охолодження та конденсація (1→2):** Відведення тепла Q_H в конденсаторі, що призводить до конденсації пари. На даній діаграмі зображено перехід від газової фази до двофазної при пересіканні кривої насиченої пари та конденсація при пересіканні кривої насиченої рідини.
3. **Розширення (2→3):** Зниження тиску в розширювальному пристрої (дроселі), що створює двофазну суміш при пересіканні кривої насичення рідини. На даній діаграмі зображений ізотальпний процес.
4. **Випаровування (3→4):** Поглинання тепла Q_C у випарнику, що спричиняє випаровування рідини та повернення в стан пари.

Термодинамічна ефективність холодильного циклу визначається відношення відведеного тепла Q_C до затраченої роботи W_c .

$$COP = \frac{Q_c}{W_s} \quad (1.1)$$

Де

- $Q_c = \dot{m}(h_{out} - h_{in})$ – кількість видаленого тепла.
- $W_s = \dot{m}(h_s - h_{in})/\eta$ - затрачена робота
- $\eta_k(\pi_k, \omega_k)$ - – коефіцієнт ізотропної ефективності

COP (коефіцієнт продуктивності) — це показник, який характеризує відношення швидкості охолодження до швидкості виконання роботи над системою. Завдяки принципу роботи холодильних систем, значення COP зазвичай перевищує одиницю: чим вище COP, тим ефективніша система. З точки зору енергоефективного керування, ключовим елементом є теплопередача у випарнику, яка значною мірою визначає загальну ефективність. Відомо, що теплопередача досягає максимальних значень, коли холодоагент перебуває у двофазному стані. Таким чином, найвища ефективність випарника досягається тоді, коли холодоагент на його виході є насиченою парою. Однак така ідеальна ситуація є практично нереалізованою, оскільки існує значний ризик появи крапель рідини на виході з випарника. Це небезпечно, оскільки вихід випарника підключений до входу компресора, і потрапляння рідини може пошкодити компресор. У промисловості для уникнення цього ризику зазвичай встановлюється низький, але стабільний рівень перегріву на виході з випарника (ступінь перегріву, ΔT_{sup}). Переохолодження також не вважається оптимальним, однак у роботі [1] зазначено, що незначне переохолодження може підвищити ефективність циклу. Враховуючи дані показники для створення системи керування необхідна модель в якій дані показники можливо передбачити, змоделювати що буде описано в 2 розділі.

Для керування процесом охолодження доступні наступні змінні:

1. ω – швидкість обертання компресора. Зміна цієї змінної дозволяє регулювати продуктивність системи та ефективність стиснення.
2. Ступінь відкриття дросельної заслінки (падіння тиску). Контролюючи ступінь відкриття дросельної заслінки, можна впливати на кількість і стан холодоагенту, що надходить у випарник.
3. Кількість відведеного тепла у конденсаторі. Ця змінна впливає на ефективність відведення тепла з конденсатора, що впливає на загальну продуктивність циклу.
4. Кількість холодоагенту в холодильному циклі. Зміна кількості холодоагенту дозволяє впливати на тиск у системі та ефективність теплообміну.
5. Склад холодоагенту (відноситься до процесу зрідження)
6. Подача зріджувального газу (відноситься до процесу зрідження)

Для забезпечення надійної роботи установки необхідно дотримуватись таких обмежень при керуванні:

1. Максимальний тиск – обладнання (компресор, дросельна заслінка, теплообмінник) має витримувати тиск, що не перевищує допустимого значення.
2. Максимальна температура на виході компресора – температура робочого середовища на виході компресора не повинна перевищувати граничного значення, яке допускається для безпечної роботи обладнання.
3. Умови виникнення помпажу – компресор має працювати в межах, що забезпечують відсутність помпажу, тобто в межах кривої помпажу.
4. Максимальний ступінь стиснення (π_k) – ступінь стиснення компресора не повинен перевищувати допустимих значень для забезпечення стабільної роботи.
5. Максимальна швидкість обертання компресора – швидкість обертання компресора має обмежуватися максимально допустимою величиною для уникнення надмірного зношування та аварійних ситуацій.

6. *Ступінь відкриття дросельної заслінки* – ступінь відкриття дросельної заслінки має бути обмеженим для запобігання виходу робочих параметрів за допустимі значення.
7. *Відсутність рідкої фази на вході компресора* – на вході компресора повинна бути відсутня рідка фракція для запобігання пошкодженню компресора, тобто потрібно забезпечити різницю температури перегріву (ΔT_{sup}) вище мінімально допустимого значення (ΔT_{min}).

В літературних джерелах запропоновано наступні функціонали для оптимальної роботи холодильних систем. Автор статті [2] пропонує функціонал для моделі передбачувального керування (MPC) з метою мінімізації енергетичних витрат та досягнення заданих вихідних параметрів при мінімальному перегріві в системах парокompresійного циклу охолодження. Запропонована цільова функція мінімізує витрати за допомогою наступного виразу:

$$\min_{\Delta u(k)} J(k) = \sum_{j=1}^{n_y} \sum_{i=1}^{P_y} \|y_{sp,j}(k+1|k) - y_j(k+i|k)\|_{q_j} + \sum_{j=1}^{n_{mv}} \sum_{i=1}^M \|\Delta u_j(k+i|k)\|_{r_j} + \sum_{i=1}^M \left\| \frac{1}{COP(k+i|k)} \right\| \quad (1.2)$$

Де

- COP – коефіцієнт корисної дії
- n_y – кількість контрольованих виходів
- P_y – довжина горизонту прогнозування

- n_{mv} – кількість маніпуляційних змінних
- M – довжина горизонту керування
- u_{sp} – задане значення контрольованого виходу.

Метою цієї функції є досягнення енергетичної ефективності шляхом мінімізації витрат енергії та забезпечення мінімального перегріву в випарнику, що сприяє стабільному функціонуванню системи. Така структура оптимізації забезпечує збереження стабільного режиму роботи, регулюючи компресор та електронний розширювальний клапан для досягнення оптимальних значень надлишкового перегріву та перепаду тисків між випарником та конденсатором, відповідно до змін в охолоджувальному навантаженні.

В роботі [3] запропонований ексергетичний функціонал на основі другого закону термодинаміки. На основі цього розроблено регулятор із прогнозуючим управлінням (MPC), який у симуляції використовує динамічну цільову функцію, побудовану на основі ексергії, для визначення оптимальних керуючих дій. Завданням регулятора є максимізація ексергетичної ефективності системи при досягненні заданої холодопродуктивності.

РОЗДІЛ 2 СТВОРЕННЯ МОДЕЛЕЙ СКЛАДОВИХ ОБ'ЄКТА КЕРУВАННЯ

Звичайною практикою для моделювання процесів зрідження природного газу (СПГ) та загалом технологічних процесів є використання комерційних програмних продуктів. Для моделювання процесу зрідження природного газу (СПГ) використовуються різні комерційні програмні продукти, зокрема Aspen HYSYS, Aspen Plus, UniSim, PRO/II, OPTISIM і gPROMS. Ці інструменти є стандартними в галузі завдяки своїй здатності створювати точні моделі процесів, симулювати теплообмінники, компресори та інші компоненти, що є важливими для СПГ.

- *Aspen HYSYS* широко використовується для динамічного моделювання та оптимізації процесів СПГ. Він забезпечує інтеграцію з іншими інструментами для управління енергією та теплом, що дозволяє підвищувати ефективність установок. HYSYS підтримує моделювання складних теплових процесів, включаючи теплообмінники та різні конфігурації зрідження. Приклади моделювання та оптимізації процесу зрідження [4], [5], [6], [7], [8] і [9]. Коротке пояснення принципу моделювання можна знайти в [10].
- *Aspen Plus* підходить для моделювання стаціонарних процесів і оптимізації з використанням розширених можливостей для термодинамічного аналізу.
- *UniSim* є аналогом Aspen HYSYS, розробленим Honeywell, і також часто використовується в моделюванні процесів СПГ, особливо для моделювання в реальному часі та оптимізації.
- *PRO/II* є ще одним потужним інструментом для моделювання процесів, зокрема для процесів перегонки, зрідження та компресії газу.
- *OPTISIM* — програмний продукт від Linde, спеціалізований на моделюванні процесів зрідження природного газу. Цей інструмент зосереджений на термодинамічному моделюванні та оптимізації процесів, націлених на зниження енерговитрат і підвищення продуктивності систем LNG. Дане середовище моделювання було використано в [11]. Це доволі відома праця з описом самооптимізуючого керування.

- *gPROMS* — це потужний інструмент для динамічного моделювання технологічних процесів і оптимізації систем. Дане середовище моделювання було використано в роботі [1] в відкритому доступі наявні файли зібраних моделей в *gproms* та *matlab* файли.

Ці програмні продукти дозволяють інженерам та дослідникам моделювати різні аспекти процесів СПГ і досягати високої точності результатів, що важливо для оптимізації енергоспоживання та зниження витрат. Ці симулятори виграють від простого моделювання, і всі обмеження рівності, пов'язані з балансом маси та енергії, можуть бути оброблені симулятором. Однак похідна інформація не є легкодоступною в комерційних послідовних модульних симуляторах. Отже, похідні зазвичай оцінюються за допомогою кінцевих різниць. Використання в поєднанні з MATLAB (The MathWorks, Inc.) дозволяє тестувати на даних моделях нестандартні регулятори.

У даній роботі використання комерційних програм для моделювання не передбачено. Окрім моделюючого середовища Matlab, будуть використовуватися безкоштовні інструменти, які здатні забезпечити достатню функціональність для досягнення цілей дослідження. Для цього необхідно створити моделі ключових компонентів, таких як багатопотоковий теплообмінник, компресор, конденсатор, сепаратор та дросельний клапан, що є важливими елементами процесу.

2.1 Модель теплообмінника

Передбачається, що в динаміці системи зрідження газу домінує динаміка теплообмінників, і вибір моделі теплообмінника має важливе значення як для точності моделі, так і для складності задачі оптимізації. Варто виділити наступні підходи для виконання для даної задачі. Оскільки теплообмінні процеси є ключовими в динаміці системи зрідження газу, використання статичних моделей не є доцільним. Тому аналізу підлягають такі три підходи до моделювання теплообмінника:

1. Динамічні моделі на основі часткових диференціальних рівнянь (ЧДР).
2. Апроксимовані моделі з розподіленими параметрами, спрощені до моделей із зосередженими параметрами з використанням принципу плаваючого горизонту.
3. Моделі на основі даних, отриманих з реального об'єкта, з використанням машинного навчання та методів ідентифікації.

Вибір підходу

1. *ЧДР моделі*: Використання часткових диференціальних рівнянь дозволяє точно моделювати динаміку теплообмінника, враховуючи його геометричні особливості. Це найточніший метод для моделювання процесів теплообміну, і він часто застосовується в комерційних програмних продуктах. Однак, через велику обчислювальну складність, цей підхід не є придатним для реального часу, особливо в системах керування. Але деякі приклади даної реалізації будуть описані нижче.
2. *Моделі на основі даних*: Використання моделей, побудованих на основі даних з реального об'єкта за допомогою машинного навчання або методів ідентифікації, є практичним для реалізації в промислових системах. Однак у наукових дослідженнях важливо отримати глибше розуміння фізичних принципів системи, тому такий підхід не надає достатньо знань про динаміку процесів на основі перших принципів.
3. *Апроксимовані моделі з використанням принципу плаваючої границі*: Апроксимовані моделі є компромісом між точністю і обчислювальною ефективністю. Цей підхід дозволяє спростити моделі з розподіленими параметрами до зосереджених моделей, що дозволяє зберігати достатню точність при меншій обчислювальній складності. Принцип плаваючої границі забезпечує адаптивність, що робить ці моделі придатними для систем керування та оптимізації в реальному часі.

Складність моделі повинна відповідати призначенню моделі, і цей простий принцип передбачає, що моделі для проектування управління повинні бути низького порядку і бажано легко лінеаризовані. На жаль, фізичні системи не дотримуються цього класу моделей, навпаки: більшість моделей першого математичного принципу мають розподілену природу. Проблема керуючо-орієнтованого моделювання полягає в отриманні моделі, яка в той же час задовольняє вимогам теорії управління і характеризує ті особливості системи, які необхідні для задоволення специфікації регулятора. Враховуючи ці фактори, найкращим вибором для моделювання теплообмінників у процесі зрідження газу є апроксимовані моделі з розподіленими параметрами до зосереджених параметрів із використанням принципу плаваючої границі. Цей підхід дозволяє досягти балансу між науковим розумінням процесу та практичністю застосування в керуванні.

Ідея моделі рухомих меж полягає в динамічному відстеженні довжин різних областей в теплообміннику: довжини від припливу до початку кипіння і довжини двофазної області. Підхід моделювання рухомої границі широко застосовується для моделювання двофазних теплообмінників, що використовуються в системах кондиціонування та холодильниках. Це пов'язано з тим, що прийняте геометричне спрощення дозволяє більш точно відображати динаміку фазових переходів між рідиною та парою, які відбуваються в цих системах.

Таке спрощення надає змогу ефективніше моделювати рух межі фазового переходу, що робить систему більш передбачуваною та точною в описі теплообміну.

Ключові роботи:

1. [12] – Одне з перших досліджень, де цей підхід використовувався для побудови LQG-регулятор (лінійно-квадратичний гаусівський регулятор). Це дозволило покращити управління системою, роблячи його оптимальним.
2. [13] – У цій роботі автори розробили комерційну бібліотеку MATLAB для використання в холодильних системах. Однак, така бібліотека не є повністю придатною для задач зрідження газів, оскільки в системах зрідження зазвичай використовуються багатопотокові теплообмінники.
3. [14] – Автор цієї роботи адаптував підхід для моделювання спіральних теплообмінників, які є найбільш придатними для процесів зрідження завдяки їх високій ефективності.

Для опису процесів переносу, що відбуваються в теплообмінниках, використовуються закони фізики, які регулюють збереження відповідних величин, таких як маса, імпульс і енергія. Без жодних спрощень цей процес можна математично описати за допомогою системи нелінійних рівнянь у часткових похідних, що описують транспортування для ньютонівської рідини.[15]

Закон збереження маси:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla * (\rho \vec{v}) = 0 \quad (2.1)$$

Де:

- ρ — густина. [кг/м³]
- t — час.[с]
- \vec{v} — швидкість потоку (векторна величина).[м/с]

- $\nabla * (\rho \vec{v})$ — дивергенція масового потоку (індикатор зміни масового потоку в просторі).

Закон збереження імпульсу (рівняння Нав'є — Стокса):

$$\frac{\partial(\rho \vec{v})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = \nabla \sigma + \mathbf{F}_{ext} \quad (2.2)$$

Де:

- ρ — густина. [кг/м³]
- σ — Тензор зсуву.
- \vec{v} — швидкість потоку (векторна величина).[м/с]
- F_{ext} — зовнішні сили. [н]

Закон збереження енергії (рівняння переносу тепла):

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho \left(e + \frac{\vec{v} * \vec{v}}{2} \right) \right) + \nabla \cdot \left(\rho u \left(h + \frac{\vec{v} * \vec{v}}{2} \right) \right) = -\nabla \cdot q + \rho f \cdot \vec{v} + \nabla \cdot (\tau \cdot \vec{v}) + \dot{Q} \quad (2.3)$$

Де:

- ρ — густина.[kg/m³]
- e — внутрішня енергія на одиницю маси.[J/kg]
- \vec{v} — швидкість потоку. [m/s]
- h — ентальпія.[J/kg]
- q — тепловий потік.[W/m²]
- f — зовнішні сили.[N/kg]
- τ — тензор напружень. [Pa]
- \dot{Q} — джерело або втрати тепла.[W/m³]

Наведені вище вирази є дуже загальними і являють собою складний набір рівнянь, які потрібно вирішити. Щоб підтримувати обчислювальну складність на розумному рівні, необхідно викликати ряд наближень.

1. *Форма випарника*: Випарник розглядається як довга горизонтальна труба з постійною площею поперечного перерізу.
2. *Одновимірний потік*: Потоки рідини холодоагенту та холодоносія вважаються одновимірними, що спрощує аналіз.
3. *Однорідний двофазний потік*: У двофазній області припускається, що потік є однорідним і перебуває у стані рівноваги, що дозволяє застосувати середні значення для фазових властивостей.
4. *Ігнорування перепаду тиску*: Опір в'язкості вважається незначним, тому перепад тиску в потоці ігнорується.
5. *Теплопровідність і дифузійні ефекти*: Осьова теплопровідність і дифузійні ефекти не враховуються.

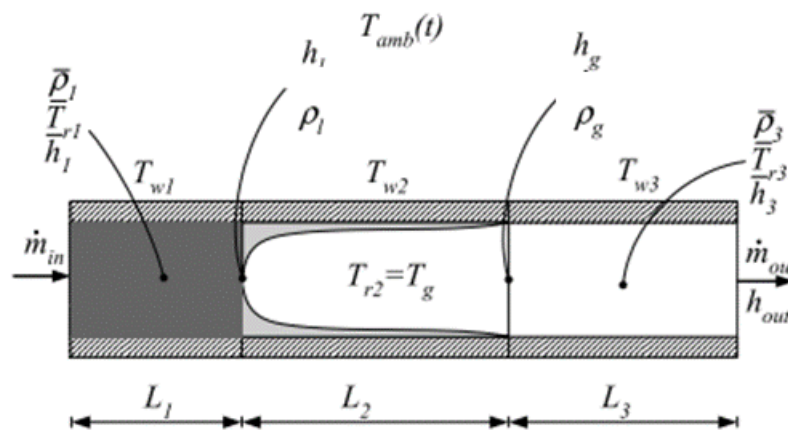


Рисунок 2.1 Схематичне зображення одновимірного теплообмінника

В результаті використання даних припущень рівняння збереження маси (2.1) та енергії (2.3) зводяться до вигляду який використовується в роботах по моделюванню теплообмінника [12], [16],[17].

$$\frac{\partial A\rho}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}}{\partial z} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial A(\rho h - P)}{\partial t} + \frac{\partial \dot{m}h}{\partial z} = \alpha D_i \pi \Delta T \quad (2.5)$$

Де

- $A = 0.25 * \pi D_i$ – площа поперечного перерізу теплообмінника

- ρ – густина
- \dot{m} – масова витрата
- h -ентальпія
- α – коефіцієнт теплопередачі між холодоагентом і стінкою теплообмінника
- D_i – внутрішній діаметр теплообмінника
- $\Delta T = (T_w - T_r)$ температурна різниця
- T_w – температура стінки
- T_r – температура холодоагенту

Процес виведення рівнянь (2.4) та (2.5) можете знайти в [15]

Після отримання системи часткових диференціальних рівнянь (ЧДР) можливо розділити теплообмінник на ділянки однофазні і двофазні. Для кожної з цих областей необхідно вивести набір диференціальних рівнянь, інтегруючи рівняння (2.4),(2.5) по просторовій змінній в межах плаваючої межі зони. Це дозволить представити процес теплообміну у вигляді локальних областей з середніми значеннями параметрів. Канал теплообміну може характеризуватися однією зоною, двома зонами, трьома в залежності від умов роботи теплообмінника.

Загальний список можливих станів рідини та пари в контексті теплообмінників:

1. Насичена рідина

- Стан рідини, що перебуває на межі кипіння при температурі насичення для даного тиску.
- При додаванні тепла починає випаровуватися, переходячи в двофазний стан.
- Температура залишається сталою під час фазового переходу.

2. Переохолоджена (субохолоджена) рідина

- Рідина з температурою нижчою за точку насичення для даного тиску, яка не може випаровуватися.
- Може поглинати додаткове тепло без переходу в пароподібний стан.

- Використовується для запобігання передчасному кипінню в системах охолодження.

3. Насичена пара

- Стан, при якому рідина і пара знаходяться в термодинамічній рівновазі.
- Температура і тиск постійні для даної речовини при фазовому переході.
- Використовується у випарниках для ефективного теплообміну.

4. Перегріта пара

- Пара, що має температуру вищу за температуру насичення при даному тиску.
- Може нагріватися додатково без зміни фази.
- Забезпечує захист від конденсації при транспортуванні в системах охолодження.

5. Двофазний стан

- Суміш рідини і пари, коли обидві фази одночасно присутні.
- Температура залишається постійною під час фазового переходу.
- Ключова зона для інтенсивного теплообміну у випарниках. У двофазній зоні інтенсивний теплообмін відбувається завдяки випаровуванню та конденсації, де теплота від рідини до пари або навпаки передається при відносно сталій температурі

6. Критичний стан

- Стан, у якому рідина і пара мають однакову густину при критичній температурі та тиску.
- Фазовий перехід неможливий, оскільки межа між фазами зникає.
- Важливий для розуміння умов високих тисків і температур у теплообмінниках.

Нижче буде наведений приклад описаних дій для 3 зонного теплообмінника, які можна знайти в джерелах [10], [11], [14]. Однак для збереження логічної послідовності при об'єднанні з джерелом [12] у даній роботі ці дії будуть повторені.

2.1.1 Баланс маси та енергії для двофазної області

Для позбавлення від просторової змінної з необхідно про інтегрувати рівняння (2.4) використовуючи формулу інтегрування Лейбніца яка має вигляд.

$$\int_{a(t)}^{b(t)} \frac{\partial f(z, t)}{\partial t} dz = \frac{d}{dt} \int_{a(t)}^{b(t)} f(z, t) dz - f(b(t), t) \frac{db(t)}{dt} + f(a(t), t) \frac{da(t)}{dt} \quad (2.6)$$

Рівняння балансу маси (2.5) інтегрується в межах двофазної області , від L_1 до $L_1 + L_2$, де L_1 - довжина зони насичення рідини, а L_2 – довжина двофазної зони. Застосувавши формулу Лейбніца ((2.6) маємо рівняння:

$$A * \left(\frac{d}{dt} \int_{L_1}^{L_1+L_2} \rho dz - \rho_g * \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} + \rho_l * \frac{d(L_1)}{dt} \right) + \dot{m}_{int2} - \dot{m}_{int1} = 0 \quad (2.7)$$

Де:

- ρ — густина.[kg/m³]
- $\rho_g(P)$ — густина насиченої пари[kg/m³]
- $\rho_l(P)$ — густина насиченої рідини. [kg/m³]
- L_1 — довжина зони насиченої рідини.[m]
- L_2 — довжина двофазної зони [m]
- \dot{m}_{int2} — масова витрата при переході з насиченої пари в двофазну.[кг/с]
- \dot{m}_{int1} — масова витрата при переході від двофазної зони в газу. [кг/с]
- $A = \frac{\pi}{4} D_i$ – Площа поперечного перерізу.[м²]

Інтеграл у рівнянні масового балансу (2.7) можна переписати через густини пароподібної ρ_g та рідинної фаз ρ_l із урахуванням частки газової фази γ :

$$\int_{L_1}^{L_1+L_2} \rho dz = \int_{L_1}^{L_1+L_2} \gamma \rho_g + (1 - \gamma) \rho_l \quad (2.8)$$

Де:

- γ — об'ємна частка газової фази, яка описує відношення об'єму, зайнятого газом, до загального об'єму:

$$\gamma = \frac{A_g}{A} \quad (2.9)$$

Де:

- A_g - Площа поперечного перерізу, зайнята газовою фазою. [м²]
- A – Площа поперечного перерізу. [м²]

Згідно з припущенням №3 про однорідність потоку у двофазній області, можна виразити ρ через середню частку газової фази $\bar{\gamma}$, що обчислюється за допомогою інтегрування:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{L_2} \int_{L_1(t)}^{L_1(t)+L_2(t)} \gamma(z) dz \quad (2.10)$$

Оскільки густини насиченої пари ρ_g та рідини ρ_l вважаються функціями тиску P і, згідно з припущенням №4 перепад тиску вздовж теплообмінника ігнорується, можна вважати, що ρ_g і ρ_l є сталими величинами по довжині двофазної зони. Таким чином, обидві ці величини не залежать від просторової змінної z і можуть бути винесені за знак інтеграла.

$$\int_{L_1}^{L_1+L_2} \rho dz = L_2(\bar{\gamma}\rho_g + (1 - \bar{\gamma})\rho_l) \quad (2.11)$$

Тоді рівняння масового балансу (2.7) прийме вигляд:

$$A * \left(\frac{d}{dt} (L_2 \rho_2) + (\rho_l - \rho_g) * \frac{d(L_1)}{dt} - \rho_g * \frac{d(L_2)}{dt} \right) + \dot{m}_{int2} - \dot{m}_{int1} = 0 \quad (2.12)$$

Де:

- $\rho_2 = \bar{\gamma}\rho_g + (1 - \bar{\gamma})\rho_l$ - густина двофазної зони. [кг/м³]

Продиференціювавши $\frac{d}{dt}(L_2\rho_2)$ отримаємо

$$\frac{d}{dt}(L_2\rho_2) = \rho_2 \frac{d(L_2)}{dt} + L_2 \frac{d\rho_2}{dt} \quad (2.13)$$

Тепер необхідно визначити як змінюється густина двофазної зони для цього ми застосовуємо правило ланцюга.

$$\frac{d\rho_2}{dt} = \frac{d\rho_2}{dP} \frac{dP}{dt} = \left(\bar{\gamma} \frac{d\rho_g}{dP} + (1 - \bar{\gamma}) \frac{d\rho_l}{dP} \right) \frac{dP}{dt} \quad (2.14)$$

Підставивши отримані вирази ((2.13) ((2.14) в рівняння (2.12) отримаємо остаточний вигляд рівняння масового балансу.

$$\begin{aligned} A * \left(L_2 \frac{d\rho_2}{dt} + (\rho_l - \rho_g) * \frac{d(L_1)}{dt} + (1 - \bar{\gamma})(\rho_l - \rho_g) * \frac{d(L_2)}{dt} \right) \\ = \dot{m}_{int1} - \dot{m}_{int2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Тепер здійснимо аналогічні дії з енергетичним балансом. Рівняння енергетичного балансу (2.5) інтегрується в межах двофазної області використовуючи формулу Лейбніца (2.6).

Проінтегрувавши перший член в рівнянні (2.5) енергетичного балансу отримаємо.

$$\begin{aligned} A \left(\int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} - \frac{dP}{dt} \int_{L_1}^{L_1+L_2} dz \right) \\ = A \left(\frac{d}{dt} \int_{L_1}^{L_1+L_2} \rho h - (\rho_g h_g) \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} + (\rho_l h_l) \frac{d(L_1)}{dt} \right. \\ \left. - \frac{dP}{dt} L_2 \right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Проінтегрувавши другий член в рівнянні (2.5) енергетичного балансу отримаємо

$$\int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{\partial \dot{m} h}{\partial z} dz = \dot{m}_{int2} h_g - \dot{m}_{int2} h_l \quad (2.17)$$

Останній член рівняння не залежить від просторової змінної згідно властивості двофазної зони тому матиме вигляд:

$$\int_{L_1}^{L_1+L_2} \alpha D_i \pi (T_{w2} - T_{r2}) dz = \alpha D_i \pi L_2 (T_{w2} - T_{r2}) \quad (2.18)$$

Аналогічно як в рівнянні (2.11) виразимо ρh через параметри насиченої пари $\rho_g h_g$ та рідини $\rho_l h_l$ використовуючи середню частку газової фази $\bar{\gamma}$ в таким чином інтегральний член рівняння (2.16) перетвориться

$$\int_{L_1}^{L_1+L_2} \rho h = L_2 (\rho_g h_g \bar{\gamma} + (1 - \bar{\gamma}) \rho_l h_l) \quad (2.19)$$

Продиференціювавши отриманий результат

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (L_2 (\rho_g h_g \bar{\gamma} + (1 - \bar{\gamma}) \rho_l h_l)) \\ = (\rho_g h_g \bar{\gamma} + (1 - \bar{\gamma}) \rho_l h_l) \frac{dL_2}{dt} \\ + \left(\frac{d(\rho_g h_g)}{dt} \bar{\gamma} + \frac{d(\rho_l h_l)}{dt} (1 - \bar{\gamma}) \right) L_2 \end{aligned} \quad (2.20)$$

Застосувавши правило диференціювання складеної функції рівняння (2.20) перетвориться:

$$(\rho_g h_g \bar{\gamma} + (1 - \bar{\gamma}) \rho_l h_l) \frac{dL_2}{dt} + L_2 \left(\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \bar{\gamma} + \frac{d(\rho_l h_l)}{dP} (1 - \bar{\gamma}) \right) \frac{dP}{dt} \quad (2.21)$$

Тепер підставивши рівняння ((2.21) в (2.16)

$$A \left((\rho_l h_l - \rho_g h_g) \frac{d(L_1)}{dt} + ((1 - \bar{\gamma})(\rho_l h_l - \rho_g h_g)) \frac{dL_2}{dt} + L_2 \left(\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \bar{\gamma} + \frac{d(\rho_l h_l)}{dP} (1 - \bar{\gamma}) - 1 \right) \frac{dP}{dt} \right) \quad (2.22)$$

Об'єднавши отриманий результат з (2.17) та (2.18) отримаємо остаточний вигляд енергетичного балансу для двофазної зони.

$$A \left((\rho_l h_l - \rho_g h_g) \frac{d(L_1)}{dt} + ((1 - \bar{\gamma})(\rho_l h_l - \rho_g h_g)) \frac{dL_2}{dt} + L_2 \left(\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \bar{\gamma} + \frac{d(\rho_l h_l)}{dP} (1 - \bar{\gamma}) - 1 \right) \frac{dP}{dt} \right) \quad (2.23)$$

$$= \dot{m}_{int1} h_l - \dot{m}_{int2} h_g + \alpha D_i \pi L_2 (T_{w2} - T_{r2})$$

2.1.2 Баланс маси та енергії для однофазних зон теплообміну

Рівняння балансу маси (2.5) інтегрується в межах однофазної області, від 0 до L_1 для перехолодженої області та від $(L_1 + L_2)$ до L для перегрітої області.

Застосувавши формулу Лейбніца ((2.6) маємо рівняння:

$$A * \left(\frac{d}{dt} \int_0^{L_1} \rho dz - \rho_l * \frac{d(L_1)}{dt} \right) + \dot{m}_{int1} - \dot{m}_{in} = 0 \quad (2.24)$$

$$A * \left(\frac{d}{dt} \int_{L_1+L_2}^L \rho dz + \rho_g * \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} \right) + \dot{m}_{out} - \dot{m}_{int2} = 0 \quad (2.25)$$

В однофазній області інтеграл густини не можна розписати як це зроблено в (2.11). Густину речовини згідно термодинамічних законів можна записати як $\rho(P, h)$ функція від двох термодинамічних змінних тиск P , та ентальпія h . Згідно припущення №4 тиск по всій області вважається постійним. Ентальпія є змінною тому визначивши середню ентальпію в області за рівнянням.

$$\bar{h}_1 = \frac{1}{2}(h_{in} + h_l) \quad (2.26)$$

$$\bar{h}_3 = \frac{1}{2}(h_{out} + h_g) \quad (2.27)$$

Де

- \bar{h}_1 – середня ентальпія в переохолодженій зоні
- \bar{h}_3 – середня ентальпія в перегрітій зоні
- h_{in} – ентальпія на вході в теплообмінник
- h_l – ентальпія насиченої рідини
- h_{out} – ентальпія на виході теплообмінника
- h_g – ентальпія насиченої пари

Можливо визначити середню густину в однофазній зоні

$$\bar{\rho}_1 = \left(\frac{1}{L_1} \int_0^{L_1} \rho dz = \rho(P, \bar{h}_1)\right) \quad (2.28)$$

$$\bar{\rho}_3 = \left(\frac{1}{L_3} \int_{L_1+L_2}^L \rho dz = \rho(P, \bar{h}_3)\right) \quad (2.29)$$

Підставивши отримані вирази $\bar{\rho}_1$ та $\bar{\rho}_3$ в (2.24), (2.25) отримаємо

$$A * \left(\frac{d}{dt} (\bar{\rho}_1 L_1) - \rho_l * \frac{d(L_1)}{dt}\right) + \dot{m}_l - \dot{m}_{in} = 0 \quad (2.30)$$

$$A * \left(\frac{d}{dt} (\bar{\rho}_3 (L_3)) + \rho_g * \frac{d(L_1 + L_2)}{dt}\right) + \dot{m}_{out} - \dot{m}_g = 0 \quad (2.31)$$

Продиференціювавши перший член отримаємо

$$\frac{d}{dt}(\bar{\rho}_1 L_1) = \bar{\rho}_1 \frac{d}{dt} L_1 + L_1 \frac{d}{dt} \bar{\rho}_1 \quad (2.32)$$

$$\frac{d}{dt}(\bar{\rho}_3(L_3)) = (L_3) \frac{d}{dt} \bar{\rho}_3 - \bar{\rho}_3 \frac{d}{dt} L_1 - \bar{\rho}_3 \frac{d}{dt} L_2 \quad (2.33)$$

Середня густина ρ є функцією двох термодинамічних змінних: тиску P та ентальпії \bar{h}_1 для переохолодженої області та \bar{h}_1 для перегрітої. У зв'язку з цим, для визначення зміни середньої густини з часом, ми можемо скористатися формулою повної похідної.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \bar{\rho}_1(P, \bar{h}_1) &= \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} \frac{dP}{dt} + \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{d\bar{h}_1}{dt} \\ &= \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_l}{dt} + \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_{in}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_l}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_{in}}{dt} \right) \\ \frac{d}{dt} \bar{\rho}_3(P, \bar{h}_3) &= \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_3} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_g}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_{out}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.35)$$

Остаточне рівняння масового балансу для переохолодженої та перегрітої області матиме вигляд

$$\begin{aligned} A * \left((\bar{\rho}_1 - \rho_l) \frac{d}{dt} L_1 + \left(L_1 \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} + L_1 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_l}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} \right. \\ \left. + L_1 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_{in}}{dt} \right) \right) = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{int1} \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} A * \left((\rho_g - \bar{\rho}_3) \frac{d}{dt} (L_1 + L_2) + (L_3) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_3} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_g}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} \right. \\ \left. + \frac{1}{2} (L_3) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_{out}}{dt} \right) \right) = \dot{m}_{int2} - \dot{m}_{out} \end{aligned} \quad (2.37)$$

Тепер перейдемо до енергетичного балансу для переохолодженої та перегрітої області. Виконаємо інтегрування першого члену (2.5) енергетичного балансу аналогічно як це було зроблено для масового балансу.

$$A\left(\int_0^{L_1} \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} - \frac{dP}{dt} \int_0^{L_1} dz = A\left(\frac{d}{dt} \int_0^{L_1} \rho h - (\rho_l h_l) \frac{d(L_1)}{dt} - \frac{dP}{dt} L_1\right) \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} A\left(\int_{L_1+L_2}^L \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} - \frac{dP}{dt} \int_{L_1+L_2}^L dz \right. \\ \left. = A\left(\frac{d}{dt} \int_{L_1+L_2}^L \rho h + (\rho_g h_g) \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} - \frac{dP}{dt} L_3\right) \right. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Проінтегрувавши другий член в рівнянні (2.5) енергетичного балансу отримаємо

$$\int_0^{L_1} \frac{\partial \dot{m} h}{\partial z} dz = \dot{m}_{int1} h_l - \dot{m}_{in} h_{in} \quad (2.40)$$

$$\int_{L_1+L_2}^L \frac{\partial \dot{m} h}{\partial z} dz = \dot{m}_{out} h_{out} - \dot{m}_{int2} h_g \quad (2.41)$$

На відміну від двофазної зони температура в однофазній зоні змінюється по просторовій змінній тому аналогічно як це було зроблено з густиною необхідно вести $\overline{T_{r1}}, \overline{T_{r3}}$ середня температура в переохолодженій та перегрітих зонах.

Температура теж являє собою функцією від тиску та ентальпія.

$$\begin{aligned} \int_0^{L_1} \alpha D_i \pi (T_{w1} - T_{r1}) dz &= \alpha D_i \pi \left(L_1 T_{w1} - \int_0^{L_1} T_{r1} dz \right) \\ &= \alpha D_i L_1 (T_{w1} - \overline{T_{r1}}) \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\int_{L_1+L_2}^L \alpha D_i \pi (T_{w1} - T_{r1}) dz = \alpha D_i \pi L_3 (T_{w1} - \overline{T_{r1}}) = \quad (2.43)$$

Продиференціювавши перший член (2.38) (2.39) отримаємо

$$\frac{d}{dt} \int_0^{L_1} \rho h dz = \frac{d}{dt} (\overline{\rho_1} \overline{h_1} L_1) = (\overline{\rho_1} \overline{h_1}) \frac{dL_1}{dt} + L_1 \left(\frac{d\overline{\rho_1}}{dt} \overline{h_1} + \overline{\rho_1} \frac{d\overline{h_1}}{dt} \right) \quad (2.44)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{L_1+L_2}^L \rho h dz &= \frac{d}{dt} (\bar{\rho}_3 \bar{h}_3 L_3) \\ &= L_3 \left(\frac{d\bar{\rho}_3}{dt} \bar{h}_3 + \bar{\rho}_3 \frac{d\bar{h}_3}{dt} \right) - (\bar{\rho}_3 \bar{h}_3) \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} \end{aligned} \quad (2.45)$$

Замінивши середні ентальпії \bar{h}_1, \bar{h}_3 на (2.26), (2.27) отримаємо

$$\begin{aligned} &\left(\bar{\rho}_1 \frac{1}{2} (h_{in} + h_l) \right) \frac{dL_1}{dt} \\ &+ L_1 \left(\frac{d\bar{\rho}_1}{dt} * \frac{1}{2} (h_{in} + h_l) + \frac{1}{2} \bar{\rho}_1 \frac{dh_l}{dP} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_1 \frac{d(h_{in})}{dt} \right) \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} &L_3 \left(\frac{1}{2} (h_{out} + h_g) \frac{d\bar{\rho}_3}{dt} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_3 \frac{d\bar{h}_g}{dP} \frac{dP}{dt} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_3 \frac{d\bar{h}_{out}}{dt} \right) \\ &- \left(\bar{\rho}_3 \frac{1}{2} (h_{out} + h_g) \right) \frac{d(L_1 + L_2)}{dt} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Замінивши $\frac{d\bar{\rho}_1}{dt}$ та $\frac{d\bar{\rho}_3}{dt}$ на (2.34) та (2.35) отримаємо.

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1}{2} \bar{\rho}_1 (h_{in} + h_l) \right) \frac{dL_1}{dt} \\ &+ L_1 \left(\frac{1}{2} * \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} |_{\bar{h}_1} (h_{in} + h_l) \right) \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\left(\frac{1}{2} * \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} |_{\bar{h}_1} + \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial h_1} |_P \right) (h_{in} + h_l) + \bar{\rho}_1 \right) \frac{dh_l}{dP} \right) \frac{dP}{dt}$$

$$+ \frac{1}{2} L_1 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial h_1} |_P (h_{in} + h_l) + \bar{\rho}_1 \right) \frac{dh_{in}}{dt}$$

$$\begin{aligned} &L_3 \left(\frac{1}{2} (h_{out} + h_g) \frac{d\bar{\rho}_3}{dt} + \frac{1}{2} \bar{\rho}_3 \frac{d\bar{h}_g}{dP} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial h_3} |_P \frac{dh_g}{dP} \right) ((h_{out} + h_g)) \right) \frac{dP}{dt} \\ &+ \frac{1}{2} \left(\bar{\rho}_3 + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial h_3} |_P (h_{out} + h_g) \right) \frac{d\bar{h}_{out}}{dt} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$- \left(\bar{\rho}_3 \frac{1}{2} (h_{out} + h_g) \right) \frac{d(L_1 + L_2)}{dt}$$

$$\left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_3} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_g}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_{out}}{dt} \right)$$

Остаточний вигляд енергетичного балансу для однофазних областей має вигляд

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} A \left((\bar{\rho}_1(h_{in} + h_l) - 2\rho_l h_l) \frac{dL_1}{dt} \right. \\ & \quad + L_1 \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} ((h_{in} + h_l)) \right. \\ & \quad \left. \left. + \left(\left(\frac{1}{2} * \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} + \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \right) (h_{in} + h_l) + \bar{\rho}_1 \right) \frac{dh_l}{dP} \right) - 2 \right) \frac{dP}{dt} \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} & \left. + L_1 \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P (h_{in} + h_l) + \bar{\rho}_1 \right) \frac{dh_{in}}{dt} \right) \\ & = \dot{m}_{in} h_{in} - \dot{m}_{int1} h_l + D_i \pi L_1 (T_{w1} - \bar{T}_{r1}) \\ & A \left(L_3 \left(\frac{1}{2} \left(\bar{\rho}_3 + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} (h_{out} + h_g) \right) \frac{d\bar{h}_g}{dP} + \frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_3} (h_{out} + h_g) - 2 \right) \frac{dP}{dt} \right. \\ & \quad + \frac{1}{2} \left(\bar{\rho}_3 + \frac{1}{2} \frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P (h_{out} + h_g) \right) \frac{dh_{out}}{dt} \\ & \quad + \frac{1}{2} \left(2(\rho_g h_g) - \bar{\rho}_3 (h_{out} + h_g) \right) \frac{d(L_1)}{dt} \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} \left(2(\rho_g h_g) - \bar{\rho}_3 (h_{out} + h_g) \right) \frac{d(L_2)}{dt} \right) \\ & = \dot{m}_{out} h_{out} - \dot{m}_{int2} h_g + \alpha D_i \pi L_3 (T_{w3} - \bar{T}_{r3}) \end{aligned} \quad (2.51)$$

2.1.3 Енергетичний баланс стінки теплообмінника

Енергетичний баланс стінки теплообмінника можна описати рівняннями, які враховують теплові потоки, що надходять у стінку і залишають її. Основні складові балансу включають:

1. **Провідність тепла через стінку:** Тепло передається від одного середовища до іншого через стінку теплообмінника, що описується законом Фур'є. Тепловий потік через стінку залежить від температурного градієнта та теплопровідності матеріалу стінки.
2. **Акумулявання тепла:** Якщо теплообмінник працює в нестационарному режимі, частина тепла буде накопичуватися в стінці. Це явище описується терміном теплоємності матеріалу стінки.
3. **Конвективний теплообмін з робочими середовищами:** На поверхнях теплообмінника (як з боку гарячого, так і з боку холодного середовища) відбувається теплообмін з робочими середовищами. Конвективний теплообмін описується законом Ньютона, а тепловий потік визначається коефіцієнтом тепловіддачі середовища і різницею температур між стінкою та середовищем.

Для нескінченно малої ділянки теплообмінника, коли його довжина $dz \rightarrow 0$.

Енергетичний стінки теплообмінника має вигляд:

$$C_w \rho_w A_w \frac{\partial T_w}{\partial t} = \alpha_i \pi D_i (T_r - T_w) + \alpha_o \pi D_o (T_{amb} - T_w) \quad (2.52)$$

Де

- C_w – Теплоємність стінки
- ρ_w – густина стінки
- $A_w = \frac{\pi}{4} (D_o^2 - D_i^2)$ – площа стінки
- T_w – температура стінки
- α_i – внутрішній коефіцієнт теплопередачі передачі між холодоагентом і стінкою теплообмінника
- α_o – зовнішній коефіцієнт теплопередачі між навколишнім середовищем і стінкою

- D_i – внутрішній діаметр теплообмінника
- D_o – зовнішній діаметр теплообмінника
- T_{amb} – температура навколишнього середовища

В даному рівнянні основні складові, що враховуються:

1. **Акумулявання тепла в стінці** — визначається за допомогою добутку теплоємності C_w , густини ρ_w і площі перетину A_w на похідну від температури T_w за часом $\frac{\partial T_w}{dt}$.
2. **Конвективний теплообмін:**
 - **Внутрішній тепловий потік** між холодоагентом і стінкою теплообмінника: $\alpha_i \pi D_i (T_r - T_w)$.
 - **Зовнішній тепловий потік** між стінкою і навколишнім середовищем: $\alpha_o \pi D_o (T_{amb} - T_w)$.

Для виведення енергетичного балансу стінки теплообмінника для кожної області теплообмінника необхідно здійснити інтегрування по просторовій змінній в межах області.

$$\int_{\alpha}^{\beta} C_w \rho_w A_w \frac{d}{dt} T_w dz = \int_{\alpha}^{\beta} \alpha_i \pi D_i (T_r - T_w) dz + \int_{\alpha}^{\beta} \alpha_o \pi D_o (T_{amb} - T_w) dz \quad (2.53)$$

Застосувавши правило Лейбніца (2.6) отримаємо

$$\begin{aligned} C_w \rho_w A_w \frac{d}{dt} (\overline{T_w}(\beta - \alpha)) - T_w(\beta) \frac{d\beta}{dt} + T_w(\alpha) \frac{d\alpha}{dt} \\ = (\beta - \alpha) \alpha_i \pi D_i (T_r - T_w) + (\beta - \alpha) \alpha_o \pi D_o (T_{amb} - T_w) \end{aligned} \quad (2.54)$$

Продиференціювавши отримаємо

$$\begin{aligned} C_w \rho_w A_w \left(\frac{d}{dt} \overline{T_w}(\beta - \alpha) + (\overline{T_w} - T_w(\beta)) \frac{d}{dt}(\beta) + (T_w(\alpha) - \overline{T_w}) \frac{d}{dt}(\alpha) \right) \\ = (\beta - \alpha) \alpha_i \pi D_i (T_r - \overline{T_w}) + (\beta - \alpha) \alpha_o \pi D_o (T_{amb} - \overline{T_w}) \end{aligned} \quad (2.55)$$

Температури на межах області, тобто температура стінки в кінці області $T_w(\beta)$ і на початку області $T_w(\alpha)$, можна визначити за аналогією, як запропоновано в [14], наступним чином

$$\begin{cases} T_w(\beta) = T_{w(i+1)} \text{ для } \frac{d\beta}{dt} > 0 \\ T_w(\beta) = T_{w(i)} \text{ для } \frac{d\beta}{dt} < 0 \end{cases} \quad (2.56)$$

Де

- $T_{w(i)}$ – температура стінки в розрахунковій зоні
- $T_{w(i+1)}$ - температура стінки в наступній зоні за розрахунковою.

Автор роботи [15] зазначає, що умова (2.56) є недостатньо ефективною оскільки не може забезпечити плавного переходу між режимами $\frac{d\beta}{dt} > 0$ та $\frac{d\beta}{dt} < 0$. Замість цього він запропонував використовувати зважене середнє для визначення температури на межі зон теплообмінника.

$$T_w(L_1) = \frac{(L_1)\overline{T_{w1}} + (L_2)\overline{T_{w2}}}{L_1 + L_2} \quad (2.57)$$

$$T_w(L_1 + L_2) = \frac{(L_2)\overline{T_{w1}} + (L_3)\overline{T_{w2}}}{L_2 + L_3} \quad (2.58)$$

Підставивши межі кожної області отримаємо енергетичний баланс стінки для кожної області

Переохолоджена зона

$$\begin{aligned} C_w \rho_w A_w \left(\frac{d}{dt} \overline{T_{w1}} L_1 + (\overline{T_{w1}} - T_w(L_1)) \frac{d}{dt} (L_1) \right) \\ = \alpha_i \pi D_i L_1 (T_r - \overline{T_{w1}}) + \alpha_o \pi D_o L_1 (T_{amb} - \overline{T_{w1}}) \end{aligned} \quad (2.59)$$

Двофазна зона

$$\begin{aligned}
 C_w \rho_w A_w \left(\frac{d}{dt} \overline{T_{w2}} L_2 + (\overline{T_{w2}} - T_w(L_1 + L_2)) \frac{d}{dt} (L_1 + L_2) \right. \\
 \left. + (T_w(L_1) - \overline{T_{w2}}) \frac{d}{dt} (L_1) \right) \\
 = \alpha_i \pi D_i L_2 (T_r - \overline{T_{w2}}) + \alpha_o \pi D_o L_2 (T_{amb} - \overline{T_{w2}})
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

Перегріта зона

$$\begin{aligned}
 C_w \rho_w A_w \left(\frac{d}{dt} \overline{T_{w2}} L_3 + (T_w(L_1 + L_2) - \overline{T_{w2}}) \frac{d}{dt} (L_1 + L_2) \right) \\
 = \alpha_i \pi D_i L_3 (T_r - \overline{T_{w2}}) + \alpha_o \pi D_o L_3 (T_{amb} - \overline{T_{w2}})
 \end{aligned} \tag{2.61}$$

2.1.4 Створення нелінійного простору стану

Останнім кроком є створення нелінійного простору стану для цього об'єднаємо масові баланси (2.15), (2.36), (2.37). В (2.36) рівнянні потрібно відокремити змінну m_{int1} та в рівнянні (2.37) відокремити змінну m_{int2}

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_{int1} = -A * \left((\overline{\rho_1} - \rho_l) \frac{d}{dt} L_1 + \left(L_1 \frac{\partial \overline{\rho_1}}{\partial P} \Big|_{\overline{h_1}} + L_1 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{\rho_1}}{\partial \overline{h_1}} \Big|_P \frac{dh_l}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} \right. \\
 \left. + L_1 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{\rho_1}}{\partial \overline{h_1}} \Big|_P \frac{dh_{in}}{dt} \right) \right) + \dot{m}_{in}
 \end{aligned} \tag{2.62}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{m}_{int2} = A * \left((\rho_g - \overline{\rho_3}) \frac{d}{dt} (L_1 + L_2) \right. \\
 \left. + (L_3) \left(\frac{\partial \overline{\rho_3}}{\partial P} \Big|_{\overline{h_3}} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \overline{\rho_3}}{\partial \overline{h_3}} \Big|_P \frac{dh_g}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} \right. \\
 \left. + \frac{1}{2} (L_3) \left(\frac{\partial \overline{\rho_3}}{\partial \overline{h_3}} \Big|_P \frac{dh_{out}}{dt} \right) \right) + \dot{m}_{out}
 \end{aligned} \tag{2.63}$$

В результаті отримаємо загальне рівняння масового балансу

$$\begin{aligned}
A * \left((\bar{\rho}_1 - \bar{\rho}_3) * \frac{d(L_1)}{dt} + (\bar{\gamma}(\rho_g - \rho_l) + (\rho_l - \bar{\rho}_3)) * \frac{d(L_2)}{dt} \right. \\
+ \left(L_1 \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_l}{dP} \right) \right) + L_2 \left(\bar{\gamma} \frac{d\rho_g}{dP} + (1 - \bar{\gamma}) \frac{d\rho_l}{dP} \right) \\
+ (L_3) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_3} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_g}{dP} \right) \right) \frac{dP}{dt} + L_1 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_{in}}{dt} \right) + \\
\left. * \left(\frac{1}{2} (L_3) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_{out}}{dt} \right) \right) \right) = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out}
\end{aligned} \tag{2.64}$$

В рівнянні (2.23) замінивши m_{int1} та m_{int2} отримаємо

$$\begin{aligned}
A \left((\bar{\rho}_1 h_l - \bar{\rho}_3 h_g) \frac{d(L_1)}{dt} + (\bar{\gamma}(h_g \rho_g - \rho_l h_l) + (\rho_l h_l - h_g \bar{\rho}_3)) \frac{dL_2}{dt} \right. \\
+ \left(\left(\left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_1} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_l}{dP} \right) \right) L_1 h_l \right) + \left(\frac{d(\rho_g h_g)}{dP} \bar{\gamma} \right. \\
+ \left. \frac{d(\rho_l h_l)}{dP} (1 - \bar{\gamma}) \right) L_2 \left. + \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial P} \Big|_{\bar{h}_3} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_g}{dP} \right) \right) L_3 h_g \right. \\
\left. - 1 \right) \frac{dP}{dt} + h_l L_1 \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_1}{\partial \bar{h}_1} \Big|_P \frac{dh_{in}}{dt} \right) + \frac{1}{2} (L_3 h_g) \left(\frac{\partial \bar{\rho}_3}{\partial \bar{h}_3} \Big|_P \frac{dh_{out}}{dt} \right) \\
= \dot{m}_{in} h_l - \dot{m}_{int2} h_g + \alpha D_i \pi L_2 (T_{w2} - T_{r2})
\end{aligned} \tag{2.65}$$

В результаті об'єднання рівнянь 7 рівнянь (2.50),(2.51),(2.59),(2.60),(2.61), (2.64) , (2.75) вибравши змінні стану $x = (L_1, L_2, P, h_{out}, T_{w1}, T_{w2}, T_{w3})^T$ та канали впливу $u = [\dot{m}_{in}, m_{out}, h_{in}]$ отримаємо нелінійне представлення простору станів.

$$\dot{x} = D^{-1} f(x, u) \tag{2.66}$$

Де

$$f = \begin{bmatrix} \dot{m}_{in}h_{in} - \dot{m}_l h_l + \alpha D_i \pi L_1 (T_{w1} - \overline{T_{r1}}) \\ \dot{m}_{in}h_l - \dot{m}_{out}h_g + \alpha D_i \pi L_2 (T_{w2} - \overline{T_{r2}}) \\ \dot{m}_{out}h_{out} - \dot{m}_g h_g + \alpha D_i \pi L_3 (T_{w3} - \overline{T_{r3}}) \\ \dot{m}_{in} - \dot{m}_{out} \\ \alpha_i \pi D_i L_1 (T_r - \overline{T_{w1}}) + \alpha_0 \pi D_o L_1 (T_{amb} - \overline{T_{w1}}) \\ \alpha_i \pi D_i L_2 (T_r - \overline{T_{w2}}) + \alpha_0 \pi D_o L_2 (T_{amb} - \overline{T_{w2}}) \\ \alpha_i \pi D_i L_3 (T_r - \overline{T_{w2}}) + \alpha_0 \pi D_o L_3 (T_{amb} - \overline{T_{w2}}) \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$D = \begin{bmatrix} d_{11} & 0 & d_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & 0 & 0 & 0 \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & 0 & 0 & 0 \\ d_{51} & 0 & 0 & 0 & d_{55} & 0 & 0 \\ d_{61} & d_{62} & 0 & 0 & 0 & d_{66} & 0 \\ d_{71} & d_{72} & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{77} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Елементи матриці D можете знайти в додатку А. В даній моделі можливо виділити 3 типу змінних

Термодинамічні:

Ці змінні можуть бути обчислені за допомогою бібліотеки CoolProp [18], яка надає теплофізичні дані для 110 чистих речовин та сумішей.

- Густина насичення $\rho_g(P)$, $\rho_l(P)$
- Середня густина зон теплообміну $\overline{\rho}_1(P, h_1)$, $\overline{\rho}_3(P, h_3)$
- Похідні густини насичення $\frac{d\rho_g}{dP}$, $\frac{d\rho_l}{dP}$
- Похідні середньої густини зон $\frac{\partial \overline{\rho}_1}{\partial P} |_{h_1}$, $\frac{\partial \overline{\rho}_1}{\partial h_1}$, $\frac{\partial \overline{\rho}_3}{\partial P} |_{h_3}$, $\frac{\partial \overline{\rho}_3}{\partial h_3} |_{h_3}$

- Ентальпія насичення $h_g(P), h_l(P)$
- Середня ентальпія зон теплообміну $\overline{h_1}, \overline{h_3}$
- Середня температура зон T_{r1}, T_{r2}, T_{r3}

Константи системи:

- L : Довжина теплообмінника
- C_{pw} : Теплоємність стінки теплообмінника
- ρ_w : густина стінки теплообмінника
- D_i : Внутрішній діаметр теплообмінника
- D_o : Зовнішній діаметр теплообмінника
- α : Внутрішній коефіцієнт теплопередачі
- α_0 : Зовнішній коефіцієнт теплообміну

Вхідні змінні:

Надходять з моделей компресора та дросельного клапана

- \dot{m}_{in} – масова витрата на вході теплообмінника
- \dot{m}_{out} – масова витрата на виході теплообмінника
- h_{in} – масова витрата на вході теплообмінника

Методи впровадження термодинамічних змінних в середовище моделювання

Simulink:

- Використання CoolProp через високорівневий інтерфейс (MATLAB, Python тощо) для попереднього створення таблиць пошуку.
- Розробка S-функції на C++ для прямих обчислень, але з високими обчислювальними витратами.

В результаті отримано модель конденсатора

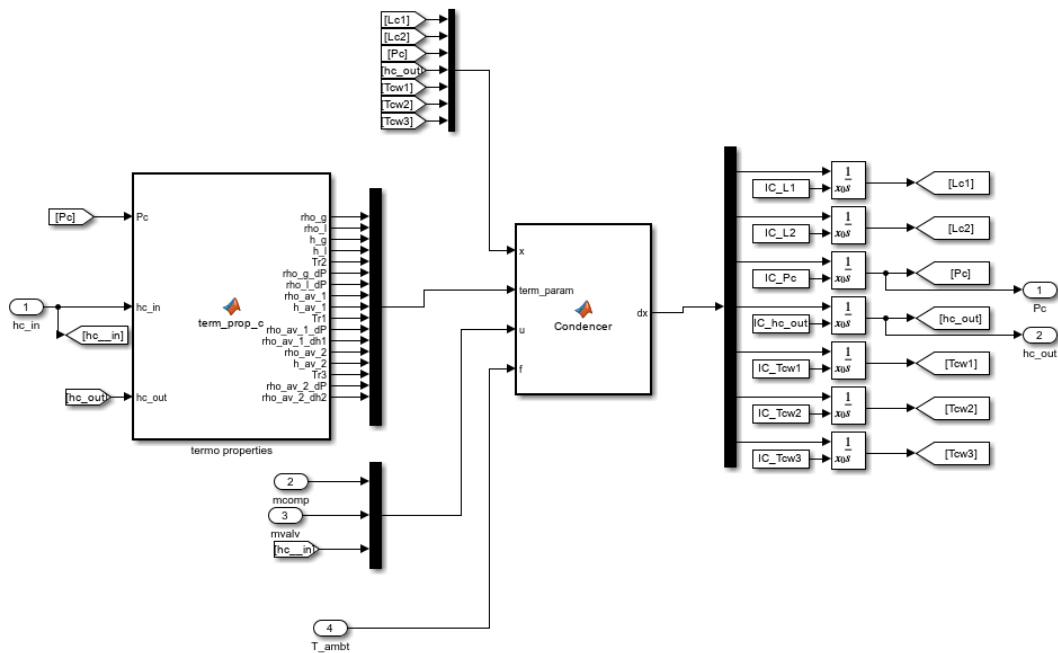


Рисунок 2.2 Модель конденсатора в Simulink

2.2 Модель головного теплообмінника

В процес зрідження найпоширенішим є теплообмінник зі спіральною обмоткою (SWHE). SWHE може забезпечувати передачу тепла між рідиною на стороні оболонки та кількома різними потоками рідини всередині трубок [19][20]. Моделювання даного типу теплообмінника здійсниться за допомогою методу рухомої границі описаного вище. Автор роботи [14] описав підхід для моделювання даного типу теплообмінника методом рухомої границі. Нижче буде коротко представлено для детального пояснення зверніться до джерела [14]

Для потоків і оболонки створюється модель рухомої межі, яка залежить від складу фаз: Liq-TP-Gas, Liq-TP, TP-Gas. Ідея розробки універсального математичного методу опису теплообміну між зонами з різними фазовими потоками полягає у наступному: спочатку межі зон багатофазових потоків виражаються через нормалізовані координати, після чого на основі цих нормалізованих координат будується загальна матриця опису процесів теплообміну між фазами [14].

Встановлення нормалізованих координат меж зон може здійснюватися за допомогою наступних етапів: кодування декількох потоків зміни фаз і їх зон для знаходження меж зон на перших порах, а потім перетворення положень меж зон у

вигляді значень координат за допомогою методу нормалізації. Правила кодування декількох потоків і зон зі зміною фаз перераховані наступним чином[14]:

1. Кодування потоків: потік на стороні оболонки кодується як #S0, а потоки на стороні трубки кодуються від #S1 до #Sn в порядку зростання, де n представляє загальну кількість потоку на стороні трубки.
2. Зони кодування: зона випаровування, двофазна зона та зона рідини кодуються як #Z1, #Z2 та #Zm відповідно. Якщо одна або кілька зон відсутні в потоці, коли межі зон зникають, відсутні зони все одно кодуються і розглядаються як віртуальні зони.

Нормалізоване рівняння межі зони має вигляд[14]

$$\begin{cases} 0 & m = 0 \\ \sum_k^m \frac{L_{i,k}}{L_{total,i}} & m = 1,2,3 \end{cases} \quad (2.69)$$

Де

- $L_{i,m}$ довжина зони Z_m потоку S_i
- $L_{total,i}$ загальна довжина потоку S_i

Для опису відносин теплопередачі між зонами потоків зміни фаз встановлюється суміжна матриця, а елементи матриці опису обчислюються за нормалізованим значенням координат меж зон

$$G = \begin{matrix} & \#S0 & \#S1 & \dots & \#Si & \dots & \#Sn \\ \begin{bmatrix} G_0^0 & G_1^0 & \dots & G_i^0 & \dots & G_n^0 \\ G_0^1 & G_1^1 & \dots & G_i^1 & \dots & G_n^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_0^i & G_1^i & \dots & G_i^i & \dots & G_n^i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_0^n & G_1^n & \dots & G_i^n & \dots & G_n^n \end{bmatrix} & \begin{matrix} \#S0 \\ \#S1 \\ \vdots \\ \#Sj \\ \vdots \\ \#Sn \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.70)$$

Де

- G_i^j – матриця 3x3 яка визначає взаємозв’язок між потоками S_i, S_j . Рядки $\#m$ і колонки $\#n$ представляють зони Z_m потоку S_i , і зону Z_n потоку S_j

Значення елемента $g_{j,n}^{i,m}$ рівне одиниці якщо $\#Z_i$ зона передає тепло з зоною Z_j , що означає, що нормалізовані значення координат межі зони задовольняють $\chi_{i,m-1} \leq \chi_{i,m} \geq \chi_{j,(n-1)}$ в іншому випадку значення рівне $g_{j,n}^{i,m}$ нулю.

Кількість теплоти обміну між потоками визначається наступним чином[14]:

$$Q_{i,m} = \sum_{j=0}^N \sum_{n=1}^3 g_{(j,n)}^{(i,m)} * \alpha_{i,m} * F_{(j,n)}^{(i,m)} * \Delta T_{(j,n)}^{(i,m)} \quad (2.71)$$

Де

- N – загальна кількість потоків
- $\alpha_{i,m}$ - коефіцієнт теплопередачі для зони $\#Z_m$ потоку $\#S_i$;
- $F_{j,n}^{i,m}$ площа теплопередачі між зоною $\#Z_m$ потоку S_i і зони $\#Z_n$ потоку $\#S_j$;
- $\Delta T_{j,n}^{i,m}$ різниця температур між зоною Z_m потоку $\#S_i$ і стінки труби

Для процесу P_{r150} використовується трьохпотоковий теплообмінник: перший потік — газ, що подається для зрідження, другий потік — холодоагент, а третій потік — дросельований холодоагент, який надходить до оболонки теплообмінника. Модель реалізована в Simulink із застосуванням концепції рухомої межі.

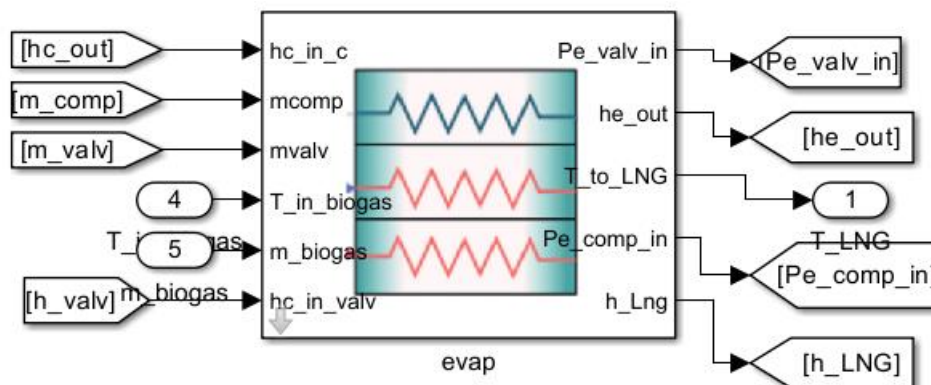


Рисунок 2.3 Модель головного теплообмінника

2.3 Модель компресора.

Час моделювання є критично важливим аспектом для моделей, створених для модельно-орієнтованого керування, зокрема для моделей, що базуються на методах керування на основі моделей. В системах, які включають динаміку компресорів та розширювальних пристроїв, спостерігається, що час реакції цих компонентів є значно меншим, ніж у процесах теплообміну. Це означає, що при інтеграції таких пристроїв в загальну систему, її жорсткість зростає. Унаслідок цього, алгоритм розв'язання системи звичайних диференціальних рівнянь (ОДР) вимагатиме зменшення кроку часу диференціювання, що може ускладнити та сповільнити розрахунки. Щоб спростити моделювання таких компонентів, вирішено використовувати статичні моделі, що вже були використані в дослідженнях [17],[18],[19],[10],[16].

Для моделювання компресорів необхідно визначити дві основні залежності:

1. *Прогнозування масової витрати:* Масова витрата через ідеальний поршневий компресор може бути визначена за допомогою формули, що включає його швидкість обертання та об'ємну ефективність. Ця формула виглядає наступним чином:

$$\dot{m}_k = \rho V_k \omega_k \eta_{vol} \quad (2.72)$$

Де

- $\rho(P_{in}, h_{in})$ — густина на вході в компресора
- V_k - робочий об'єм компресора
- ω_k - швидкість обертання компресора
- η_{vol} — об'ємна ефективність

2. *Прогнозування ентальпії на виході:* Ентальпію на виході компресора можна розрахувати за допомогою ізотропної ефективності η_k , яка залежить від робочої точки на карті компресора. Формула для визначення вихідної ентальпії має такий вигляд:

$$h_{out} = \frac{h_{out,is} + h_{in}(\eta_k - 1)}{\eta_k} \quad (2.73)$$

Де

- $h_{out,is}(P_{out}, s_k)$ – ентальпія при ізотропічному процесі
- $s_k(P_{in}, h_{in})$ – ентропія
- h_{in} – ентальпія на вході компресора
- $\eta_k(\pi_k, \omega_k)$ - ізотропна ефективність
- $\pi_k = \frac{P_{out}}{P_{in}}$ - співвідношення тисків

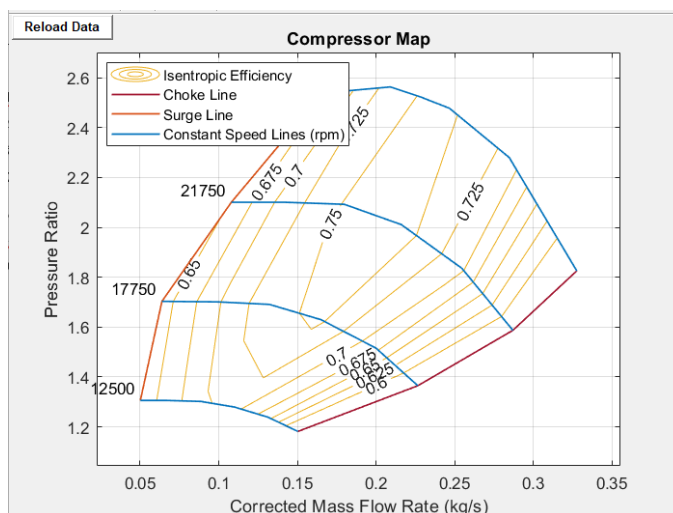


Рисунок 2.4 Мапа компресора

- Компресорна мапи Рисунок 2.4— це графічне зображення, яке ілюструє характеристики роботи компресора в залежності від різних умов. По осі X якої відкладена масова витрата, а по осі Y співвідношення тисків (π_k).

На даній характеристиці зображено:

1) Лінії обмеження:

- a) *Червона лінія*: Лінія помпажу, що показує межу, за якою компресор починає працювати неефективно через кавітацію або нестабільність потоку. Вона розташована праворуч на карті.
- b) *Помаранчева лінія*: Лінія обмеження, яка вказує на точку, де потік газу досягає максимальної швидкості і не може збільшуватися далі без зміни тиску. Вона розташована зліва на карті.

2) Криві швидкості обертання:

- a) *Сині дуги*: Представляють різні швидкості обертання компресора. Кожна крива відповідає конкретній швидкості обертання та показує, як змінюється співвідношення тисків і масова витрата в залежності від обертів.

3) Контури ізотропної ефективності:

- a) *Жовті лінії*: Відображають контури ізотропної ефективності компресора. Ці лінії показують, як ефективність компресора змінюється в залежності від масової витрати та співвідношення тисків.

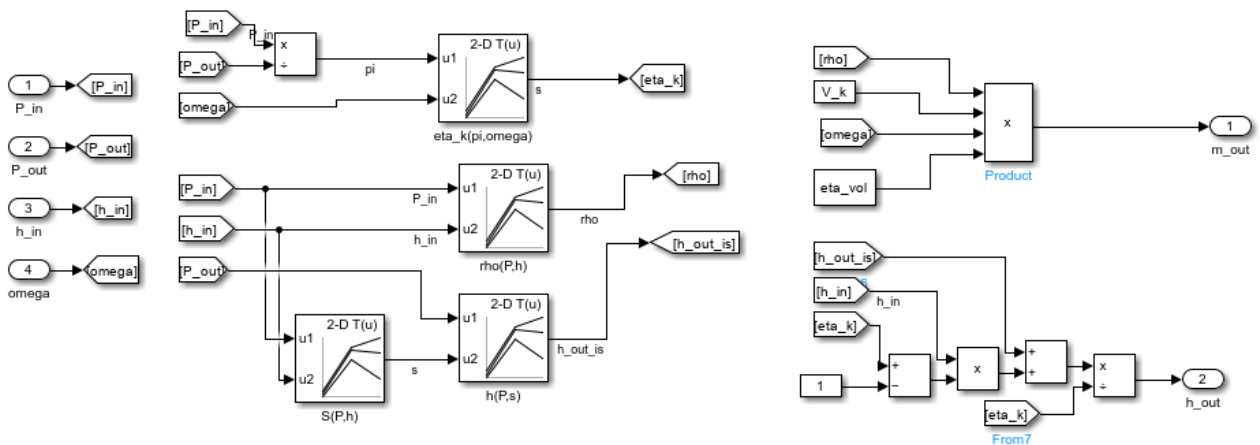


Рисунок 2.5 Модель компресора в simulink

2.4 Модель розширювального пристрою (дросельної заслінки)

Для дросельної заслінки використовується статичні моделі використані в роботах [12], [21]. Для моделювання дросельної заслінки необхідно визначити дві основні залежності:

1. *Прогнозування масової витрати:* для прогнозування масової витрати використовується стандартне рівняння витрати для дросельного елемента:

$$\dot{m}_v = C_d \sqrt{\rho(P_{in} - P_{out})} \quad (2.74)$$

Де

- $C_d = f(u_v, \Delta P)$ – коефіцієнт витрати, який є функцією перепаду тисків, та ступінь відкриття дросельного елемента u_v
 - $\Delta P = P_{in} - P_{out}$ – перепад тиску
2. *Прогнозування ентальпії на виході:* при моделюванні процесу дроселювання приймається, що він є ізоентальпним, тобто ентальпія на вході дорівнює ентальпії на виході. Це описується рівнянням:

$$h_{v,in} = h_{v,out} \quad (2.75)$$

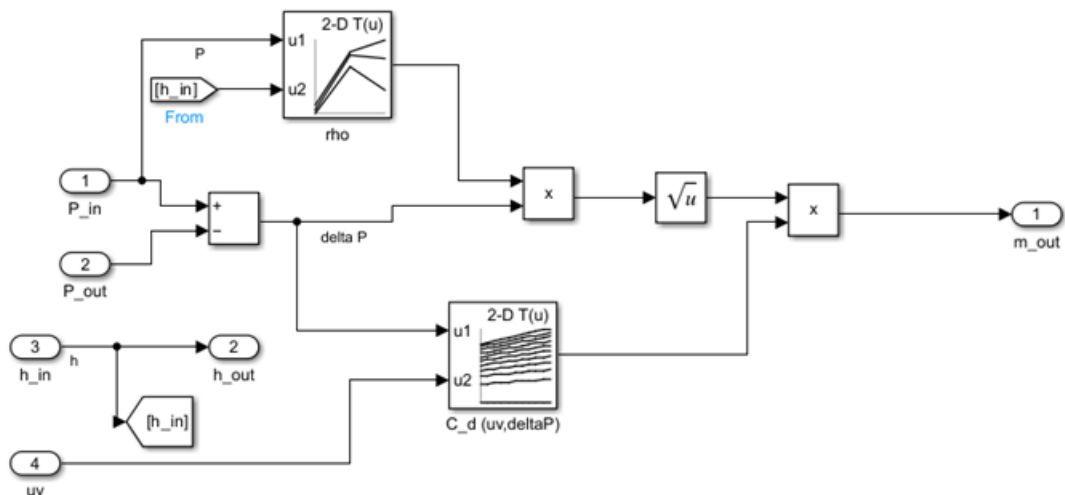


Рисунок 2.6 Модель дросельної заслінки

РОЗДІЛ 3 СИНТЕЗ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ

В результаті об'єднання моделей (головного теплообмінника, компресора, дросельної заслінки та конденсатора) отримали модель зріджувальної установки зображена на Рисунок 3.1

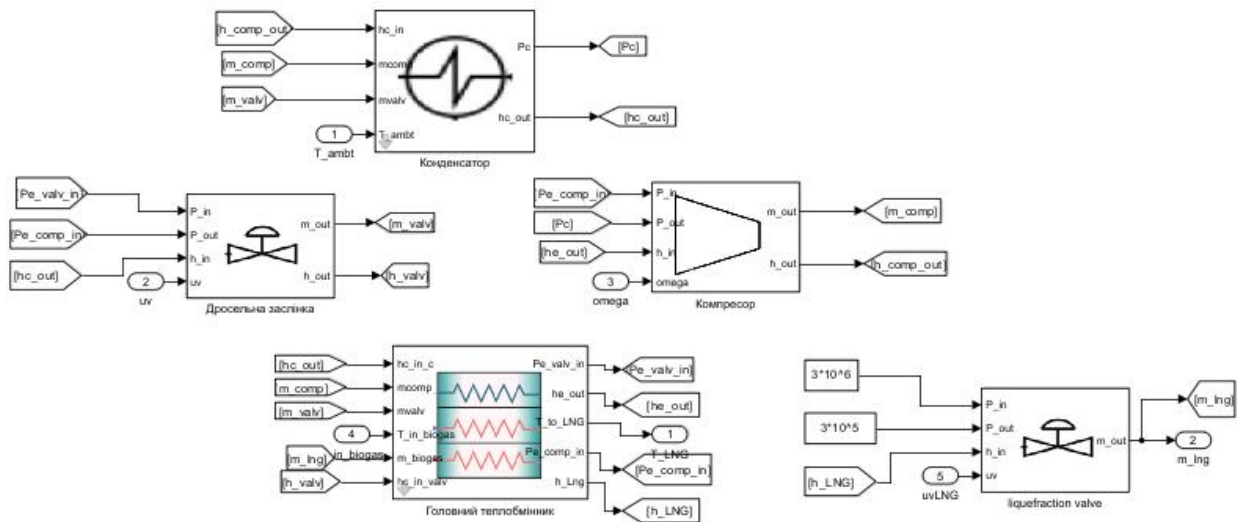


Рисунок 3.1 Модель Simulink зріджуваної установки

Багато фізичних систем мають змінну динаміку в межах робочого діапазону, тому один лінійний регулятор може не забезпечувати належної якості керування за різних умов. Одним з ефективних методів для вирішення цієї проблеми є *gain-scheduling* — підхід, що дозволяє створити нелінійний регулятор шляхом поступового переходу між кількома локальними лінійними регуляторами. Це дає змогу розбити складну задачу нелінійного керування на кілька простіших задач, для яких можна використати звичайні лінійні методи. Перевага *gain-scheduling* полягає в його простоті як у проектуванні, так і в реалізації, завдяки чому він успішно застосовується в багатьох сферах. У цій роботі використовується *gain-scheduled MPC* [22] який перемикається між лінеризованими моделями в залежності від змінних, що описують нелінійності системи.

Незважаючи на значний успіх gain-scheduling контролю в промисловій практиці, основною складністю при його використанні є забезпечення стабільності. Поєднання кількох лінійних регуляторів створює загальний нелінійний регулятор.

3.1 Лінеаризація моделі

Під лінеаризацією розуміється «виділення із векторного диференціального рівняння у формі Коши лінійної частини з допомогою матриць Якобі при малих відхиленнях відносно вибраної траєкторії «вхід/стан»». Загальна модель нелінійного простору станів.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= g(x(t), u(t)) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Де

- x – вектор станів;
- u – вектор керуючих впливів;
- y – вихідний сигнал моделі об'єкта;
- f – функція опису нелінійної динаміки об'єкта ;
- g – функція, яка описує, як стан та вхідний сигнал впливають на вихід.

Щоб лінеаризувати цю систему, обираємо робочу точку (x_0, u_0) та обчислюємо матриці Якобі функцій f та g відносно стану та управління.

Кроки лінеаризації:

1. Обчислення матриці стану $A = \frac{\partial f}{\partial x} |_{x=x_0, u=u_0}$
2. Обчислення матриці управління $B = \frac{\partial f}{\partial u} |_{x=x_0, u=u_0}$
3. Обчислення матриці вимірювання $C = \frac{\partial g}{\partial x} |_{x=x_0, u=u_0}$
4. Обчислення матриці прямого $D = \frac{\partial g}{\partial u} |_{x=x_0, u=u_0}$

Таким чином, лінійна система в просторі станів описується так:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (3.2)$$

Рівняння (3.2) відображає лінійну апроксимацію нелінійних рівнянь в оточенні робочої точки (x_0, u_0) .

Оцінка параметрів робочої точки здійснюється за допомогою програми MATLAB-«Linear Analysis Points». Алгоритмом моделювання передбачається визначення рівня сигналу на вході та стану для кожного блоку відповідно до вибраного режиму, який залежить від параметрів робочої точки.

Виявлені моделі свідчать про те, що динаміка системи змінюється зі збільшенням масової витрати зріджувального газу збільшенням частоти обертання компресора. Припускаючи, що перегрів регулюється в досить щільній смузі, динаміку можна було б планувати, використовуючи тільки частоту обертання компресора. Однак різниця в динамічному відгуку, швидше за все, пов'язана зі змінами тиску у випарнику, які тісно пов'язані зі швидкістю компресора.

Після визначення рівнів сигналу на вході запускається імітація вхідних збурень та фіксуються відгуки блоку, що дає можливість для обчислень коефіцієнтів лінійної моделі для обраної робочої точки.

Для нашого випадку, лінеаризація здійснюється на основі заданих параметрів робочої точки, що включають рівні керувальних сигналів ω , а також значення збурюючих впливів T_{biogas} та задаючого значення m_{Lng} . Вважаємо що температура на біогазу на вході теплообмінника близька до сталого значення. Тому механізм перемикання між регулятор як буде описано нижче перемикається на основі даних параметрів для зменшення кількості необхідних лінеаризованих моделей. Приклад коду для знаходження сімейства робочих точок знаходиться в додатку В.

3.2 Синтез MPC регулятора

Для створення Gain Scheduling MPC регулятора у Simulink необхідно створити декілька MPC регулятор для кожної лінеаризованої моделі та створити механізм перемикання між регуляторами (див. Додаток В).

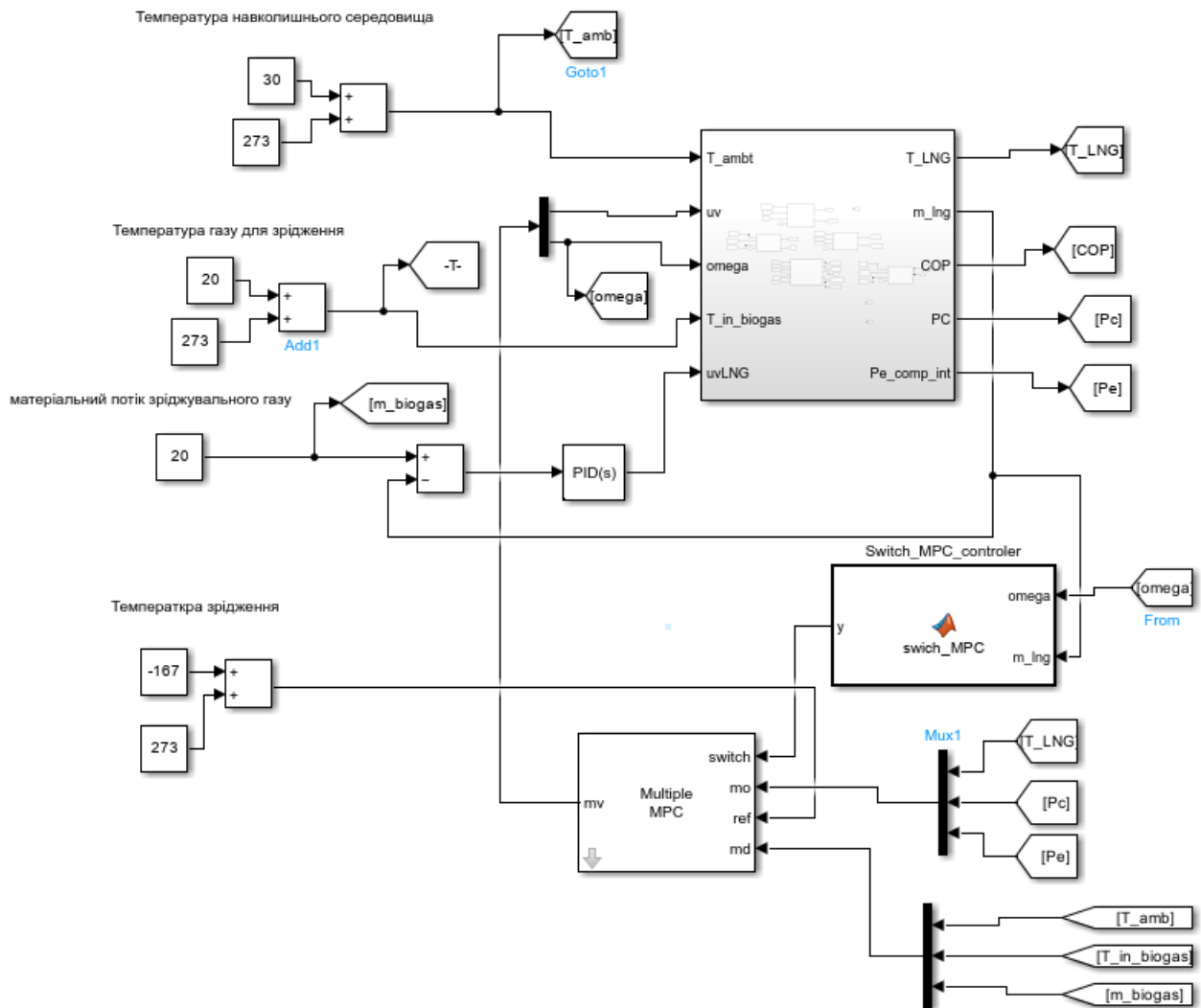


Рисунок 3.2 Система керування процесу зрідження

Для синтезу MPC регулятора в робочій точці необхідно виконати наступні етапи:

1. Визначити тип входів(маніпуляційна змінна, вимірювальне збурення, невимірювальне збурення), виходів(вимірювальний, невимірювальний)

Для холодильного циклу даної моделі маніпуляційними змінними є:

- u_v – відкриття дросельної заслінки.
- ω – швидкість обертання компресора

В якості збурюючого впливу виступає:

- T_{amb} – температура навколишнього середовища
- T_{bigas} - температура біогазу на вході головного теплообмінника
- m_{lng} – масова витрата зріджуваного газу

Вимірювальні змінні:

- T_{LNG} – температура зріджуваного газу на виході головного теплообмінника
- P_c – тиск в конденсаторі
- P_e – тиск холодоагенту на виході з теплообмінника

До невимірювальних виходів належать довжини зон теплообміну, ентальпія.

2. Пронормувати входи та виходи
3. Визначити довжину горизонту прогнозування та керування. Довжина горизонту прогнозування повинна покривати час виходу на задане значення.
4. Ваги для функції вартості MPC регулятор необхідно вибирати таким чином, щоб оптимізувати не тільки стабільність системи, а й досягнення поставленої мети з урахуванням обмежень
5. Визначити обмеження керуючих сигналів
6. Визначити обмеження вихідних змінних.

Таблиця 3.1 Обмеження змінних MPC

Змінні	Одиниці вимірювання	Діапазон
P_c	МПа	3.0–5.5
P_e	МПа	0.8–2.0
ω	Гц	5-60
u_v	%	0-100

Визначена структура регулятора наведена нижче

```
Sampling time:      30 (seconds)
Prediction Horizon: 30
Control Horizon:   10

Plant Model:
-----
  2 manipulated variable(s) -->| 24 states |
                                |          | -->  3 measured output(s)
  3 measured disturbance(s) -->|  5 inputs  |
                                |          | --> 21 unmeasured output(s)
  0 unmeasured disturbance(s) -->| 24 outputs |
                                -----

Indices:
(input vector)  Manipulated variables: [1 2 ]
                Measured disturbances: [3 4 5 ]
(output vector) Measured outputs: [22 23 24 ]
                Unmeasured outputs: [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 ]
```

Рисунок 3.3 Структура синтезованого MPC регулятора

3.3 Результати керування

Щоб довести енергоефективність запропонованої стратегії керування, у цьому розділі проведено порівняння характеристик запропонованої структури MPC із традиційною та класичною структурами керування. У класичній структурі реалізовано два контури: контур регулювання перегріву на виході теплообмінника для забезпечення енергозберігаючої функції та контур регулювання температури охолоджувального середовища, яким у цьому випадку є зріджуваний газ.

У межах дослідження було змодельовано збільшення потреби в охолодженні у визначені моменти часу. Зокрема, при $t = 2900$ с масова витрата газу для зрідження зросла з 20 кг/год до 30 кг/год, що збільшило кількість енергії (\dot{Q}), яку необхідно відвести зі зріджуваного газу за одиницю часу. Згодом, при $t = 6100$ с, масова витрата збільшилася ще більше – з 30 кг/год до 40 кг/год.

ПІІ-регулятор у контурі регулювання перегріву оперативно реагує на ці зміни, забезпечуючи швидке регулювання заданого значення перегріву відповідно до нових умов.

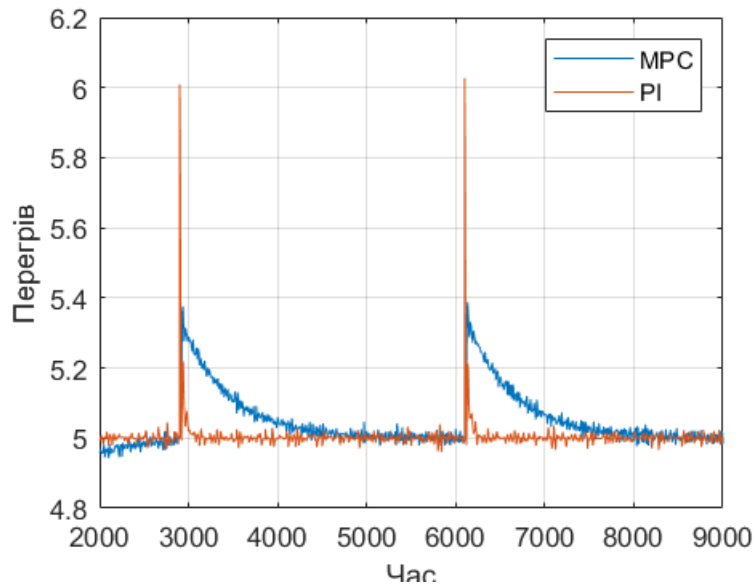


Рисунок 3.4 Порівняння регулювання перегріву PI та MPC

PI-регулятор характеризується швидшим часом наростання, але має значно більший рівень перерегулювання порівняно з регулятором MPC. Це пов'язано з тим, що PI-регулятор реагує локально, не враховуючи взаємозв'язки та обмеження в системі, тоді як MPC здатний прогнозувати поведінку процесу й оптимізувати керування, враховуючи ці фактори. Проведений аналіз експериментальних результатів продемонстрував, що, хоча регулятор MPC має дещо повільніший час відгуку, він мінімізує перерегулювання.

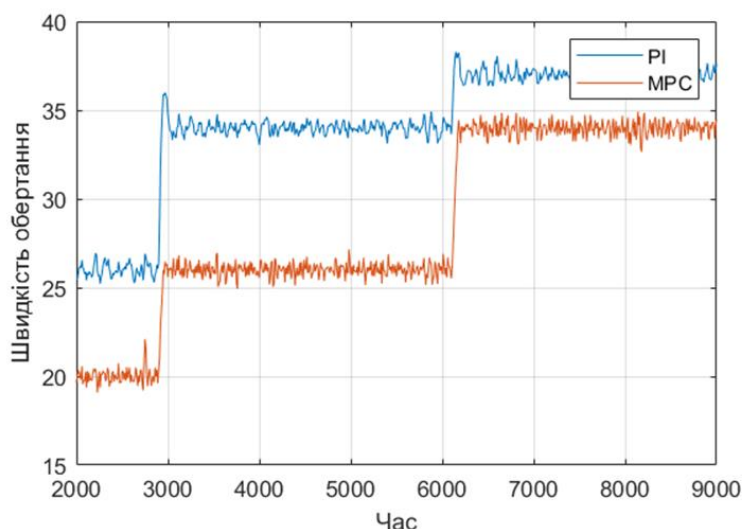


Рисунок 3.5 Зміна швидкості обертання компресора

На рисунках 3.5 і 3.6 представлені криві відгуку вхідних змінних для обох регуляторів. Для задоволення потреби в охолодженні регулятор MPC використовує більше відкриття розширювального клапана і нижчу частоту обертання компресора, порівняно з PI-регулятором. Наприклад, при $t = 6100$ с частота обертання компресора PI-регулятора перевищує 35 Гц, що свідчить про обмежену здатність PI-регулятора ефективно працювати з технічними обмеженнями системи, тоді як MPC демонструє суттєву перевагу в цьому аспекті.

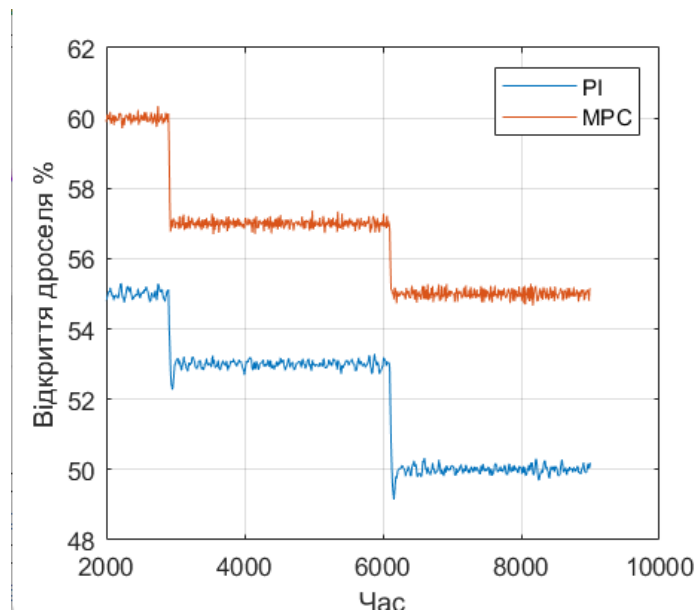


Рисунок 3.6 Відкриття дросельної заслінки

На рисунку 3.2 наведено криві коефіцієнта продуктивності (COP) для обох регуляторів, які чітко демонструють загальну енергоефективність кожного з них. Результати показують, що використання регулятора MPC забезпечує збільшення COP на 8 % порівняно з PI-регулятором. Це підвищення ефективності зумовлене здатністю MPC враховувати динамічні зміни в процесі та адаптувати параметри керування в реальному часі. Як наслідок, компресор при керуванні MPC працює з нижчою частотою обертання, що зменшує енергоспоживання системи й оптимізує її роботу.

Така оптимізація енергоспоживання дозволяє знижувати експлуатаційні витрати та підвищувати ефективність системи в цілому, що є важливим аспектом для досягнення стійких та економічно вигідних результатів.

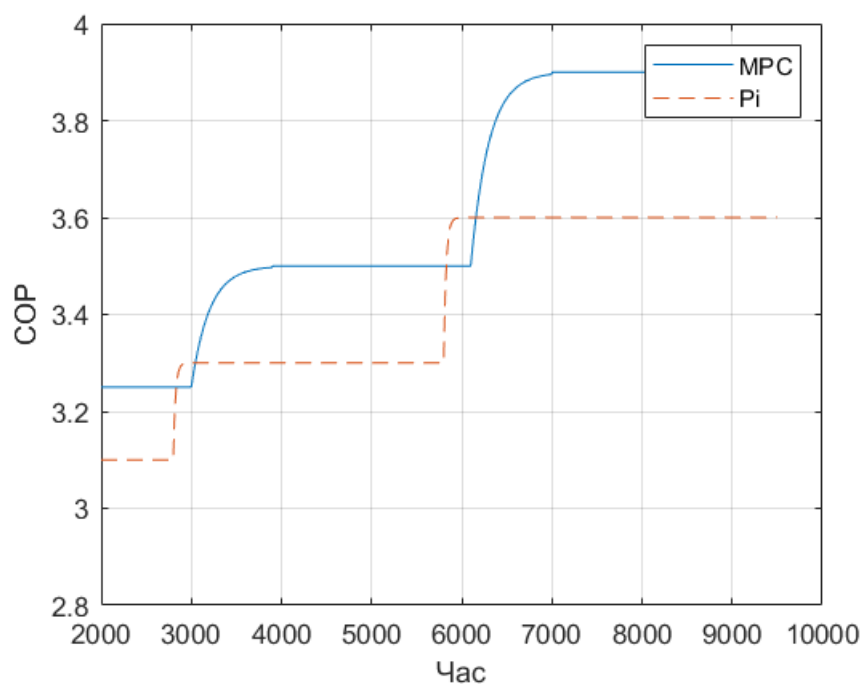


Рисунок 3.7 Порівняння COP при використанні MPC та PI регулятора

ВИСНОВОК

У цій роботі визначено параметри, які впливають на ефективність охолодження зріджуваного газу. Розроблено низьковимірну модель для застосування модельно-орієнтованих стратегій керування.

З точки зору енергоефективного керування, ключовим елементом є теплопередача у випарнику, яка значною мірою визначає загальну ефективність. Під час керування процесом охолодження зріджуваного газу необхідно враховувати низку обмежень, таких як область насичення дросельної заслінки та інші, описані в першому розділі. Для розв'язання задачі оптимізації з урахуванням цих обмежень і забезпечення достатньо точної моделі найкращим вибором є використання MPC.

Оскільки кінцева модель є сильно нелінійною, було синтезовано кілька лінійних регуляторів у межах робочої точки установки. Це дало змогу розбити складну задачу нелінійного керування на кілька простіших задач, для яких можна застосувати звичайні лінійні методи.

При використанні MPC значення COP (коефіцієнт перетворення) збільшується на 8 % порівняно з PI-регулятором. Цей приріст ефективності пояснюється тим, що модельно-прогнозуючий регулятор здатен враховувати динамічні зміни процесу та оптимізувати параметри керування в реальному часі.

Як результат, для MPC потрібна менша виконана робота компресора порівняно з PI-регулятором. Така оптимізація енергоспоживання дозволяє знижувати експлуатаційні витрати та підвищувати ефективність системи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] J. B. Jensen, *Optimal Operation of Refrigeration Cycles*. 2008. Accessed: Oct. 22, 2024. [Online]. Available: https://folk.ntnu.no/skoge/publications/thesis/2008_jensen/
- [2] X. Yin and S. Li, "Energy efficient predictive control for vapor compression refrigeration cycle systems," *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, vol. 5, no. 5, pp. 953–960, Sep. 2018, doi: 10.1109/JAS.2016.7510250.
- [3] N. Jain and A. Alleyne, "Exergy-based optimal control of a vapor compression system," *Energy Convers Manag*, vol. 92, pp. 353–365, Mar. 2015, doi: 10.1016/j.enconman.2014.12.014.
- [4] P. Darul Ridzuan, "HYSYS SIMULATION AND OPTIMIZATION OF AN LNG PLANT'S BACK-END PROCESS," 2014.
- [5] F. Fazlollahi, "Dynamic Liquefied Natural Gas (LNG) Processing with Energy Storage Applications," *Theses and Dissertations*, Jun. 2016, Accessed: Oct. 22, 2024. [Online]. Available: <https://scholarsarchive.byu.edu/etd/5956>
- [6] M. Wang, J. Zhang, Q. Xu, and K. Li, "Thermodynamic-analysis-based energy consumption minimization for natural gas liquefaction," *Ind Eng Chem Res*, vol. 50, no. 22, pp. 12630–12640, Nov. 2011, doi: 10.1021/IE2006388.
- [7] M. A. Qyyum, W. Ali, N. V. D. Long, M. S. Khan, and M. Lee, "Energy efficiency enhancement of a single mixed refrigerant LNG process using a novel hydraulic turbine," *Energy*, vol. 144, pp. 968–976, Feb. 2018, doi: 10.1016/j.energy.2017.12.084.
- [8] M. A. Qyyum, T. He, K. Qadeer, N. Mao, S. Lee, and M. Lee, "Dual-effect single-mixed refrigeration cycle: An innovative alternative process for energy-efficient and cost-effective natural gas liquefaction," *Appl Energy*, vol. 268, Jun. 2020, doi: 10.1016/j.apenergy.2020.115022.
- [9] Y. A. Husnil and M. Lee, "Synthesis of an optimizing control structure for dual mixed refrigerant process," *Journal of Chemical Engineering of Japan*, vol. 47, no. 8, pp. 678–686, 2014, doi: 10.1252/JCEJ.14WE098.
- [10] A. Documentation Team, "HYSYS ® 2004.2 Dynamic Modeling," 2004, Accessed: Oct. 22, 2024. [Online]. Available: <http://www.aspentech.com>
- [11] S. Heldt Aus Berlin, "Near-optimal operation of LNG liquefaction processes by means of regulation vorgelegt von Diplom-Ingenieur."
- [12] X.-D. He, "Dynamic modeling and multivariable control of vapor compression cycles in air conditioning systems," 1996, Accessed: Oct. 24, 2024. [Online]. Available: <https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/10725>

- [13] B. P. Rasmussen and A. G. Alleyne, “Dynamic Modeling and Advanced Control of Air Conditioning and Refrigeration Systems,” 2006.
- [14] Z. Duan, T. Ren, G. Ding, J. Chen, and H. Pu, “A dynamic model for FLNG spiral wound heat exchanger with multiple phase-change streams based on moving boundary method,” *J Nat Gas Sci Eng*, vol. 34, pp. 657–669, Aug. 2016, doi: 10.1016/J.JNGSE.2016.07.036.
- [15] J. W. MacArthur and E. W. Grald, “Unsteady compressible two-phase flow model for predicting cyclic heat pump performance and a comparison with experimental data,” *International Journal of Refrigeration*, vol. 12, no. 1, pp. 29–41, Jan. 1989, doi: 10.1016/0140-7007(89)90009-1.
- [16] W. J. Zhang and C. L. Zhang, “A generalized moving-boundary model for transient simulation of dry-expansion evaporators under larger disturbances,” *International Journal of Refrigeration*, vol. 29, no. 7, pp. 1119–1127, Nov. 2006, doi: 10.1016/J.IJREFRIG.2006.03.002.
- [17] Y. Yao, W. Wang, and M. Huang, “A state-space dynamic model for vapor compression refrigeration system based on moving-boundary formulation,” *International Journal of Refrigeration*, vol. 60, pp. 174–189, Dec. 2015, doi: 10.1016/J.IJREFRIG.2015.07.027.
- [18] I. H. Bell, J. Wronski, S. Quoilin, and V. Lemort, “Pure and Pseudo-pure Fluid Thermophysical Property Evaluation and the Open-Source Thermophysical Property Library CoolProp,” *Ind Eng Chem Res*, vol. 53, no. 6, pp. 2498–2508, Feb. 2014, doi: 10.1021/ie4033999.
- [19] J. C. Pacio and C. A. Dorao, “A review on heat exchanger thermal hydraulic models for cryogenic applications,” *Cryogenics (Guildf)*, vol. 51, no. 7, pp. 366–379, Jul. 2011, doi: 10.1016/j.cryogenics.2011.04.005.
- [20] X. Lu, X. Du, M. Zeng, S. Zhang, and Q. Wang, “Shell-side thermal-hydraulic performances of multilayer spiral-wound heat exchangers under different wall thermal boundary conditions,” *Appl Therm Eng*, vol. 70, no. 2, pp. 1216–1227, Sep. 2014, doi: 10.1016/j.applthermaleng.2014.02.053.
- [21] B. P. Rasmussen and A. G. Alleyne, “Dynamic Modeling and Advanced Control of Air Conditioning and Refrigeration Systems,” 2006.
- [22] A. Ilka and V. Veselý, “Gain-Scheduled MPC Design for Nonlinear Systems with Input Constraints,” *IFAC-PapersOnLine*, vol. 48, no. 11, pp. 912–917, Jan. 2015, doi: 10.1016/J.IFACOL.2015.09.307.