

## РАСЧЕТ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ФИЛЬТРОЭЛЕМЕНТА РОТАЦИОННОГО ФИЛЬТРА

**Е.В. Мочалин**

*Донбасский государственный технический университет, г. Алчевск*

*Разработана алгебраическая модель турбулентности для расчета турбулентного пограничного слоя на поверхности вращающегося отсасывающего цилиндра. Особенностью модели является учет совместного влияния кривизны линий тока и интенсивного отсоса жидкости. На основе предложенной модели разработан метод расчета пограничного слоя на поверхности фильтроэлемента ротационного фильтра механической очистки жидкостей.*

### ХАРАКТЕРИСТИКА И АНАЛИЗ ПРОБЛЕМЫ

Пограничный слой на поверхности вращающегося цилиндра уже давно привлекает внимание исследователей. Обзор работ, посвященных данному вопросу, приведен, в частности, в монографии [1]. Наиболее изученным является течение около вращающегося непроницаемого цилиндра. Однако в некоторых приложениях интерес представляет движение жидкости вблизи цилиндра с отсосом через его поверхность. В качестве примера можно привести течение в рабочей полости ротационного фильтра очистки жидкостей от механических примесей. Конструктивная схема такого фильтра приведена на рис. 1.

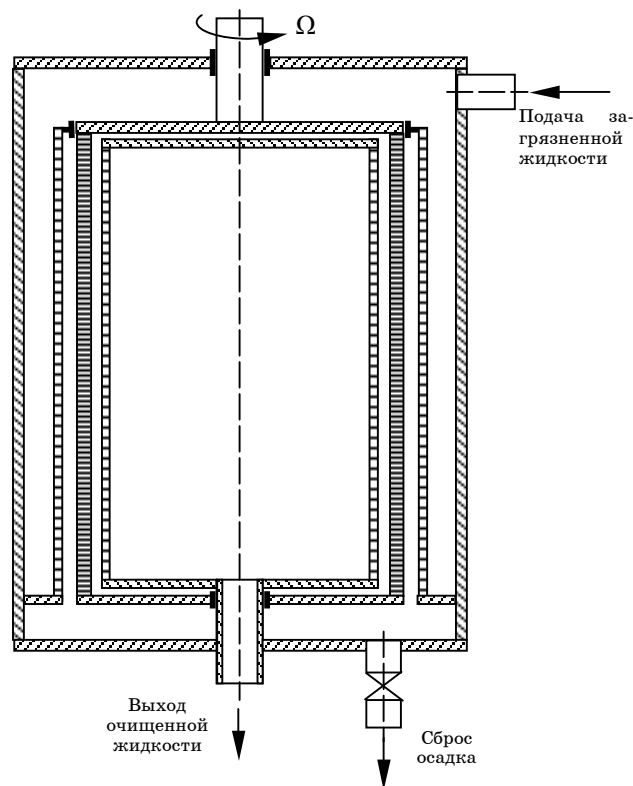


Рисунок 1 – Конструктивная схема ротационного фильтра

Очищаемая жидкость подается в корпус и через неподвижную проницаемую цилиндрическую перегородку поступает в зону очистки. Зона отделения примесей представляет собой кольцевую область между неподвижной проницаемой перегородкой и вращающимся фильтроэлементом. Неподвижная проницаемая внутренняя цилиндрическая перегородка, представляющая боковую поверхность камеры фильтра, обеспечивает значительное снижение гидродинамического сопротивления фильтра [2].

Для проектирования таких устройств необходим расчет параметров потока жидкости в кольцевой области между неподвижным и вращающимся проницаемыми цилиндрами в широком диапазоне угловых скоростей. Известные работы не дают в готовом виде необходимых для этого соотношений.

Исследования гидродинамической устойчивости в кольцевой области в условиях интенсивного отсоса, представленные в работах [3,4], показывают, что во всем практически значимом диапазоне угловых скоростей проницаемого цилиндра можно путем изменения скорости отсоса предотвратить переход к макровихревым режимам течения. При этом для ряда значений относительной высоты кольцевой области построены нейтральные кривые устойчивости.

Работы [5-7] содержат результаты непосредственного численного моделирования течений несжимаемой жидкости в рассматриваемой здесь кольцевой области. При этом показано, что использование SST  $k-\omega$  модели турбулентности (модели Ментера) в сочетании с низкорейнольдсовым подходом к моделированию течения в пристенной области позволяет адекватно отражать особенности различных режимов движения жидкости: ламинарных, переходных и турбулентных при наличии и отсутствии макровихрей. Расчетными исследованиями обнаружено, что в условиях отсутствия макровихрей в кольцевой области при достаточно высоких значениях угловой скорости пограничный слой на поверхности вращающегося цилиндра в зависимости от скорости отсоса может быть как ламинарным, так и турбулентным. На основе полученного и использованного в работах [5-7] численного решения можно рассчитывать, среди прочего, профиль скорости вблизи вращающейся поверхности и момент сопротивления вращению, что необходимо для проектирования ротационных фильтров. Однако необходимость использования низкорейнольдсовой формулировки приводит к достаточно большим затратам машинного времени и требует высокой квалификации исследователя в части подготовки расчетной сетки, выбора вычислительной стратегии и контроля сходимости численного решения с применением релаксационных коэффициентов.

## ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

Поэтому целью настоящего исследования является разработка более простого и менее затратного приближенного метода расчета турбулентного пограничного слоя на поверхности вращающегося отсасывающего цилиндра, позволяющего с удовлетворительной точностью выполнять инженерные расчеты технических устройств, в частности, ротационных фильтров.

В условиях отсутствия макровихрей с целью определения профиля окружной скорости в турбулентном пограничном слое на поверхности отсасывающего цилиндра имеет смысл рассмотреть плоскую осесимметричную задачу и попытаться с использованием данных непосредственного численного моделирования обосновать подходящую алгебраическую модель турбулентности.

## УРАВНЕНИЯ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ОТСАСЫВАЮЩЕГО ЦИЛИНДРА

Для плоского, осесимметричного стационарного случая уравнение движения жидкости в цилиндрической системе координат имеет следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial r}(rV_r V_\varphi) = \frac{\partial}{\partial r}\left(rv_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r}\right) + v_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - r \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_e V_\varphi}{r}\right) - \frac{2v_e}{r} V_\varphi - V_\varphi V_r, \quad (1)$$

где  $r, \varphi$  – радиальная и окружная (угловая) координаты;  $V_r, V_\varphi$  – соответствующие проекции скорости жидкости;  $v_e = \nu + \nu_t$  – эффективный коэффициент кинематической вязкости, равный сумме коэффициентов молекулярной и турбулентной вязкости.

Уравнение неразрывности в рассматриваемом случае сводится к следующим соотношениям:

$$\frac{\partial(rV_r)}{\partial r} = 0, \quad rV_r = const. \quad (2)$$

Уравнение (1) можно привести к виду

$$\frac{\partial}{\partial r}(rV_r V_\varphi) + V_\varphi V_r = r \frac{\partial}{\partial r}\left(v_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r}\right) + v_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - v_e \frac{V_\varphi}{r}.$$

Умножая полученное выражение на  $r$ , после дальнейших преобразований с учетом первого равенства (2) приходим к выражению

$$\frac{\partial}{\partial r}(r^2 V_r V_\varphi) = \frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 v_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - r v_e V_\varphi\right) - r V_\varphi \frac{\partial v_e}{\partial r}. \quad (3)$$

Пренебрегая последним слагаемым в уравнении (3), мы получаем возможность записать его первый интеграл в следующем виде:

$$r^2 V_r V_\varphi - r^2 v_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + r v_e V_\varphi = const.$$

Используя второе равенство (2), приходим к уравнению

$$-rR_1 V_o V_\varphi - r^2 v_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + r v_e V_\varphi = C, \quad (4)$$

где  $R_1$  – радиус вращающегося цилиндра, а  $V_o$  – скорость отсоса жидкости.

Постоянную в правой части уравнения (4) можно определить, используя граничные условия на поверхности вращающегося цилиндра, которые формулируются следующим образом:

$$r = R_1: \quad V_\varphi = \Omega R_1 = W, \quad v_r = 0, \quad v_e = \nu. \quad (5)$$

Градиент скорости выразим через напряжение трения на стенке, которое определяется соотношением  $\tau_w = |\tau_{r\varphi}| = |2\mu \dot{S}_{r\varphi}|$  и в рассматриваемом осесимметричном случае принимает вид

$$\tau_w = \left| \mu \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} \right) \right|_{r=R_1}. \quad (6)$$

Из (6) с учетом определения динамической скорости  $V_w = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$  следует

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = -\frac{V_w^2}{v} + \frac{W}{R_1}. \quad (7)$$

Знак « - » в правой части (7) необходимо поставить по причине отрицательного знака напряжения  $\tau_{r\varphi}$ , в то время как  $\tau_w$  и  $V_w$  по определению есть величины положительные.

На основе равенств (4), (5) и (7) получаем

$$C = -V_o R_1^2 W + R_1^2 V_w^2. \quad (8)$$

Подставляя выражение (8) для постоянной C в уравнение (4), получаем

$$-r R_1 V_o V_\varphi - r^2 v_e \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} + r v_e V_\varphi = -V_o R_1^2 W + R_1^2 V_w^2. \quad (9)$$

Для перехода к безразмерной форме представим переменные величины в равенстве (9) в виде произведений соответствующих безразмерных функций и характерных значений рассматриваемых величин:

$$V_\varphi = v_\varphi W, \quad r = \tilde{r} R_1. \quad (10)$$

Подставляя в (9) равенства (10) и введя коэффициент  $k_v = V_o/W$ , характеризующий интенсивность отсоса жидкости, приходим к уравнению

$$-R_1^2 k_v W^2 \tilde{r} v_\varphi - R_1 W (v + v_t) \tilde{r}^2 \frac{\partial v_\varphi}{\partial \tilde{r}} + R_1 W (v + v_t) \tilde{r} v_\varphi = -k_v R_1^2 W^2 + R_1^2 W^2 v_w^2, \quad (11)$$

где  $v_w = V_w/W$  – безразмерная динамическая скорость.

Разделив равенство (11) на  $v R_1 W$  и опуская для удобства знак тильды ~ в обозначении безразмерной радиальной координаты, приходим к следующей записи рассматриваемого уравнения:

$$(1 + \tilde{v}_t) r^2 (v_\varphi)_{(r)} - (1 + \tilde{v}_t) r v_\varphi + k_v \text{Re}_w r v_\varphi = k_v \text{Re}_w - \text{Re}_w v_w^2, \quad (12)$$

где  $(v_\varphi)_{(r)}$  – обозначение производной по  $r$ ;  $\tilde{v}_t = v_t/\nu$  – относительная турбулентная вязкость, а число Рейнольдса определяется по характерной окружной скорости –  $Re_w = WR_1/\nu$ .

Для решения уравнения (12) разобьем область изменения координаты  $r$  ( $r \in [r_1 = 1, r_2]$ ) на достаточно маленькие интервалы  $\Delta r_i$  переменной длины и в пределах каждого такого интервала будем считать турбулентную вязкость постоянной. Следует заметить, что это часто применяемый подход в процедурах численного решения уравнений турбулентного пограничного слоя (см., например, [8]). На участках постоянства  $\tilde{v}_t$  уравнение (12) можно привести к следующему виду:

$$\frac{d}{dr} \left( (1 + \tilde{v}_t) r^{\frac{k_v Re_w - 1}{(1 + \tilde{v}_t)}} v_\varphi \right) = (k_v Re_w - Re_w v_w^2) r^{\frac{k_v Re_w - 3}{(1 + \tilde{v}_t)}},$$

откуда после интегрирования получаем

$$(1 + \tilde{v}_t) r^{\frac{k_v Re_w - 1}{(1 + \tilde{v}_t)}} v_\varphi = \frac{(k_v Re_w - Re_w v_w^2)}{\frac{k_v Re_w - 2}{(1 + v_t)}} r^{\frac{k_v Re_w - 2}{(1 + \tilde{v}_t)}} + C. \quad (13)$$

Для определения постоянной  $C$  используем следующее начальное условие:

$$v_\varphi(r_{0i}) = v_{\varphi i} \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (14)$$

где  $r_{0i}, v_{\varphi i}$  – безразмерные координата и окружная скорость в начале участка  $\Delta r_i$  ( $r_{01} = r_1 = 1, v_{\varphi 1} = 1$ );  $N$  – число интервалов разбиения.

Подставляя условие (14) в равенство (13), получаем следующее определение постоянной  $C$ :

$$C = (1 + \tilde{v}_t) r_{0i}^{\left[\frac{k_v Re_w - 1}{(1 + \tilde{v}_t)}\right]} v_{\varphi i} - \frac{(k_v Re_w - Re_w v_w^2)}{\frac{k_v Re_w - 2}{(1 + v_t)}} r_{0i}^{\left[\frac{k_v Re_w - 2}{(1 + \tilde{v}_t)}\right]}. \quad (15)$$

Таким образом, на каждом участке  $r \in [r_{0i}, r_{0i} + \Delta r_i]$  окружная скорость в соответствии с равенствами (13), (15) определяется следующим образом:

$$v_\varphi = \left( \frac{r_{0i}}{r} \right)^{\left[\frac{k_v Re_w - 1}{1 + \tilde{v}_t}\right]} v_{\varphi i} + \frac{k_v Re_w - Re_w v_w^2}{k_v Re_w - 2(1 + \tilde{v}_t)} \frac{1}{r} \left( 1 - \left( \frac{r_{0i}}{r} \right)^{\left[\frac{k_v Re_w - 2}{1 + \tilde{v}_t}\right]} \right). \quad (16)$$

В случае ламинарного течения жидкости рассматриваемая задача имеет аналитическое решение [9], согласно которому

$$\frac{\partial v_\varphi}{\partial r} = (1 - k_v \text{Re}_w) r^{-k_v \text{Re}_w}$$

и

$$c_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2} \rho W^2} = 2k_v, \quad (17)$$

где  $c_f$  – коэффициент трения на стенке.

Анализ результатов непосредственного численного моделирования показывает, что в случае отсутствия макровихрей во всех случаях коэффициент трения на поверхности вращающегося отсасывающего цилиндра не отличается более чем на 10% от значения, определяемого выражением (17). Это позволяет принять для рассматриваемых условий допущение о справедливости равенства (17) в турбулентном пограничном слое. В этом случае формула (16) принимает следующий вид:

$$v_\varphi = \left( \frac{r_{0i}}{r} \right)^{\left[ \frac{k_v \text{Re}_w - 1}{1 + \bar{v}_i} \right]} v_{\varphi i}. \quad (18)$$

#### ФОРМУЛИРОВКА АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

За основу возьмем обобщенную модель Себеси – Смита [10] по той причине, что она приспособлена для учета ряда дополнительных факторов, в том числе отсоса жидкости. Не рассматривая для нашего случая поправки, учитывающие сжимаемость и продольный градиент давления, а также заменив множитель

$$\left[ \left( \frac{\partial V_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_y}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

более общим, инвариантным относительно выбора системы координат выражением  $\sqrt{2\dot{\mathbf{S}} \cdot \dot{\mathbf{S}}}$ , где  $\dot{\mathbf{S}}$  – тензор скоростей деформации, исходную модель можно записать в следующем виде:

$$v_t = \begin{cases} v_{ti}, & y \leq y_m, \\ v_{to}, & y > y_m, \end{cases} \quad (19)$$

$$v_{ti} = l_m^2 \sqrt{2\dot{\mathbf{S}} \cdot \dot{\mathbf{S}}}, \quad (20)$$

$$l_m = \kappa y \left( 1 - \exp \left( -\frac{y^+}{A_*} \right) \right), \quad A_* = 26 \left( \exp \left( C_1 \frac{-V_o}{V_w} \right) \right)^{\frac{1}{2}}, \quad C_1 = 11.8, \quad \kappa = 0.41, \quad (21)$$

$$v_{to} = k \delta^* V_m F_{kl}, \quad (22)$$

где  $y$  – расстояние от стенки по нормали;  $y_m$  – координата точки, разделяющей внутреннюю и внешнюю области погранслоя;  $y^+ = \frac{V_w y}{\nu}$  – универсальная пристеночая координата;  $V_m$  – максимальная продольная

скорость в сечении слоя, которая в нашем случае равна окружной скорости вращающейся поверхности  $W$ .

Функция перемежаемости Клебанова определяется следующим образом:

$$F_{kl}(y, \delta) = \left[ 1 + 5.5 \left( \frac{y}{\delta} \right)^6 \right]^{-1}, \quad (23)$$

где  $\delta$  – толщина пограничного слоя.

Коэффициент Клаузера  $k$  определим с учетом поправки на влияние малых чисел Рейнольдса на основе параметра следа  $\Pi_0$ , предложенного в работе [11]. При этом будем иметь следующие соотношения:

$$k = 0.0168 \frac{1.55}{1 + \Pi_0}, \quad \Pi_0 = 0.55 \left( 1 - \exp(-0.243\sqrt{z_1} - 0.298z_1) \right), \quad z_1 = \frac{\text{Re}^{**}}{425} - 1. \quad (24)$$

Число Рейнольдса  $\text{Re}^{**} = W\delta^{**}/\nu$  определяется по толщине потери импульса  $\delta^{**}$ .

При определении интегральной толщины вытеснения необходимо учитывать одну особенность рассматриваемой в данный момент задачи. А именно тот факт, что характерный для обтекания неподвижной поверхности профиль скорости имеет место в относительном движении. Поэтому и толщину вытеснения следует определять по относительной скорости, величина которой равна  $W - V_\varphi$ . Тогда выражение для толщины вытеснения в нашем случае запишется так:

$$\delta^* = \int_{R_1}^{R_1 + \delta} \frac{V_\varphi}{W} dr. \quad (25)$$

Для толщины потери импульса имеем следующее определение:

$$\delta^{**} = \int_{R_1}^{R_1 + \delta} \frac{V_\varphi}{W} \left( 1 - \frac{V_\varphi}{W} \right) dr, \quad (26)$$

которое не изменяется при переходе к относительному движению.

Еще одним важным для данной задачи фактором, не учтенным в исходной модели Себеси – Смита, является влияние кривизны линий тока. Учет этот фактор на основе поправки Брэдшоу, как часто поступают при исследовании турбулентных течений около криволинейных поверхностей [1]. Упомянутая поправка дается следующим соотношением:

$$\nu_t = \nu_t^0 (1 - \beta \text{ Ri})^{2m}, \quad (27)$$

где  $\nu_t^0$  – турбулентная вязкость, определенная без учета кривизны линий тока, а  $\beta, m$  – эмпирические величины. Число Ричардсона определяются [1] выражением

$$\text{Ri} = \frac{2 \frac{V_\varphi}{r^2} \frac{\partial(V_\varphi r)}{\partial r}}{\left(\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(V_\varphi r)}{\partial r}\right)^2},$$

которое в рассматриваемом случае принимает следующий вид:

$$\text{Ri} = 2V_\varphi / \left(\partial(rV_\varphi)/\partial r\right). \quad (28)$$

Градиентный множитель  $\sqrt{2\dot{\mathbf{S}} \cdot \dot{\mathbf{S}}}$  в нашем случае определяется равенством

$$\sqrt{2\dot{\mathbf{S}} \cdot \dot{\mathbf{S}}} = \left( \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} - \frac{V_\varphi}{r} \right)^2 + 4 \left( \frac{R_1 k_v W}{r^2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (29)$$

Для перехода к безразмерному виду воспользуемся равенствами (10) и введем для безразмерных толщин пограничного слоя следующие обозначения:

$$\tilde{\delta} = \frac{\delta}{R_1}, \quad \tilde{\delta}^* = \frac{\delta^*}{R_1} = \int_1^{1+\tilde{\delta}} v_\varphi d\tilde{r}, \quad \tilde{\delta}^{**} = \frac{\delta^{**}}{R_1} = \int_1^{1+\tilde{\delta}} v_\varphi (1-v_\varphi) d\tilde{r}. \quad (30)$$

На основе соотношений (19) – (30) после перехода к безразмерной форме приходим к следующей формулировке алгебраической модели турбулентности:

$$\tilde{v}_{ti} = \kappa^2 (\tilde{r} - 1)^2 \left( 1 - \exp\left(\frac{-v_w \text{Re}_w (\tilde{r} - 1)}{A_*}\right) \right)^2 \left( \left( \frac{\partial v_\varphi}{\partial \tilde{r}} - \frac{v_\varphi}{\tilde{r}} \right)^2 + 4 \left( \frac{k_v}{\tilde{r}^2} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} (1 - \beta \text{Ri})^{2m}, \quad (31)$$

$$A_* = 26 \exp\left(C_1 \frac{k_v}{2v_w}\right), \quad (32)$$

$$\tilde{v}_{to} = k \tilde{\delta}^* \text{Re}_w F_{kl} (1 - \beta \text{Ri})^{2m}, \quad (33)$$

$$k = 0,0168 \frac{1,55}{1 + \Pi_0}, \quad \Pi_0 = 0,55 \left( 1 - \exp(-0,243\sqrt{z_1} - 0,298z_1) \right), \quad z_1 = \frac{\text{Re}_w \tilde{\delta}^{**}}{425} - 1, \quad (34)$$

$$F_{kl} = \left[ 1 + 5,5 \left( \frac{\tilde{r} - 1}{\tilde{\delta}} \right)^6 \right]^{-1}. \quad (35)$$

### КОРРЕКТИРОВКА ЛИНЕЙНОГО МАСШТАБА ВО ВНЕШНЕЙ ОБЛАСТИ

Осесимметричный характер исследуемого течения требует разработки специфического алгоритма расчета пограничного слоя на поверхности вращающегося цилиндра. Для рассматриваемого случая требуется итерационная процедура, предусматривающая задание начального значения заранее неизвестных величин, в том числе и толщин слоя с



последующей их корректировкой по результатам очередного цикла вычислений. Решающее значение в реализации такого рода процедуры имеет вопрос ее сходимости.

В случае пограничного слоя на поверхности вращающегося цилиндра при использовании формулы (33) имеет место следующая тенденция: выбор завышенного значения толщины вытеснения приводит к еще большему ее завышению, а выбор заниженного значения – к еще большему занижению. В то же время интегральная толщина вытеснения является удачным и достаточно универсальным характерным линейным размером для внешней области пограничного слоя, чтобы отказываться совсем от ее использования при определении турбулентной вязкости.

Если известна достаточно хорошая оценка  $\tilde{\delta}_0^*$  для толщины вытеснения, то можно предложить вместо зависимости (33) использовать следующее выражение:

$$\tilde{v}_{to} = k \frac{(\tilde{\delta}_0^*)^2}{\tilde{\delta}_0^*} \text{Re}_w F_{kl} (1 - \beta \text{ Ri})^{2m}. \quad (36)$$

В этом случае тенденция к сходимости расчетной процедуры восстанавливается.

Значение толщины вытеснения обусловлено профилем скорости, который определяется решением уравнения (12). Вид этого уравнения с учетом равенства (17) позволяет считать, что в условиях рассматриваемой задачи безразмерная толщина вытеснения зависит в основном от двух безразмерных параметров:  $k_v$  и  $\text{Re}_w$ . Обработка результатов непосредственного численного моделирования с применением метода наименьших квадратов дает следующее уравнение регрессии:

$$\tilde{\delta}_0^* (\text{Re}_w, k_v) = (0,348 \text{Re}_w^{-2} + 4,004 \cdot 10^{-12}) \cdot (0,276 k_v + 6,078 \cdot 10^4). \quad (37)$$

Для выбора оценочного значения безразмерной толщины пограничного слоя аналогичным образом получаем выражение

$$\tilde{\delta}_0 (\text{Re}_w, k_v) = \tilde{\delta}_0^* (\text{Re}_w, k_v) \cdot (70,585 \sqrt{\text{Re}_w} + 2,274 \cdot 10^4) \cdot (-2,176 k_v^2 + 3,326 \cdot 10^4). \quad (38)$$

Для выбора ориентировочного значения толщины потери импульса можно в первом приближении принять

$$\tilde{\delta}_0^{**} = 0.7 \tilde{\delta}_0^*, \quad (39)$$

что не приводит к существенным погрешностям, поскольку значения, определяемые зависимостями (38), (39), используются только на первой итерации.

#### ЭМПИРИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ ДЛЯ УЧЕТА КРИВИЗНЫ ЛИНИЙ ТОКА И ОТСОСА ЖИДКОСТИ

Для постоянной  $m$  наиболее часто используется значение  $m = 1$ .  $\beta$  часто принимают постоянной величиной, однако в работе [12] показано, что в общем случае этот параметр зависит от кривизны стенки через параметр  $\tilde{\delta}^{**} = \delta^{**}/R_1$ , а в работе [13] предложена соответствующая зависимость, определенная при отсутствии отсоса жидкости. Совместное

влияние кривизны и интенсивного отсоса вносит свои особенности. Анализ на основе результатов непосредственного численного моделирования в низкорейнольдсовской формулировке показывает, что в условиях рассматриваемого течения коэффициент  $\beta$  в большей степени является автомодельным относительно параметра  $\tilde{\delta}/Re_w$ .

Учет отсоса жидкости производится путем введения экспоненциального поправочного множителя в определение (32) эмпирической константы  $A_*$ , определяющей величину демпфирующего множителя, корректирующего длину «пути смешения» во внутренней области пограничного слоя. Значение поправочного множителя зависит от коэффициента  $k_v$ , характеризующего интенсивность отсоса, и от эмпирического коэффициента  $C_1$ . Для последнего в случае плоской поверхности используется постоянное значение  $C_1 = 11.8$ . Тестирование разрабатываемой модели показало, что для исследуемых условий  $C_1$  зависит от интенсивности отсоса и кривизны поверхности через параметр  $k_v \tilde{\delta}^*$ .

Калибровка на основе результатов непосредственного численного моделирования дает следующие выражения для эмпирических величин  $\beta, C_1$ :

$$\beta = \max \left( 0, \left( 2,601 \cdot 10^7 \frac{\tilde{\delta}}{Re_w} - 1,21 \right) \right), \quad (7.38)$$

$$C_1 = \max \left[ \begin{array}{l} (-9,868 \cdot 10^6 \cdot k_v \tilde{\delta}^* + 84,621), (-8,044 \cdot 10^5 \cdot k_v \tilde{\delta}^* + 26,237), \\ (-9,82 \cdot 10^4 \cdot k_v \tilde{\delta}^* + 18,124) \end{array} \right]. \quad (7.39)$$

#### СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТА

Использование выражений (31),(32),(34) – (39) позволило разработать эффективную итерационную процедуру расчета турбулентного пограничного слоя на поверхности вращающегося отсасывающего цилиндра. Наиболее наглядно приемлемость разработанного приближенного метода можно продемонстрировать путем сравнения полученных на его основе результатов с результатами непосредственного численного моделирования в подробной постановке. С этой целью на рис. 2, 3 представлены полученные двумя упомянутыми способами профили безразмерной окружной скорости и относительной турбулентной вязкости для ряда значений  $Re_w$  и  $k_v$ . Вместе с турбулентными профилями скорости на графиках представлены соответствующие ламинарные профили, определенные на основе аналитического решения.

Сравнительный анализ показывает, что разработанная процедура расчета пограничного слоя снаружи вращающегося пронцаемого цилиндра, основанная на алгебраической модели турбулентности, позволяет получить профиль окружной скорости, практически совпадающий с профилем, рассчитанным путем подробного численного моделирования с применением дифференциальной модели турбулентности Ментера. При этом удается воспроизвести ламинарный профиль скорости, который имеет место при достаточно интенсивном отсосе жидкости.

Алгебраическая модель турбулентности позволяет также получить правильный характер распределения турбулентной вязкости в

пограничном слое и приемлемое количественное согласование с результатами более точных и сложных расчетов.

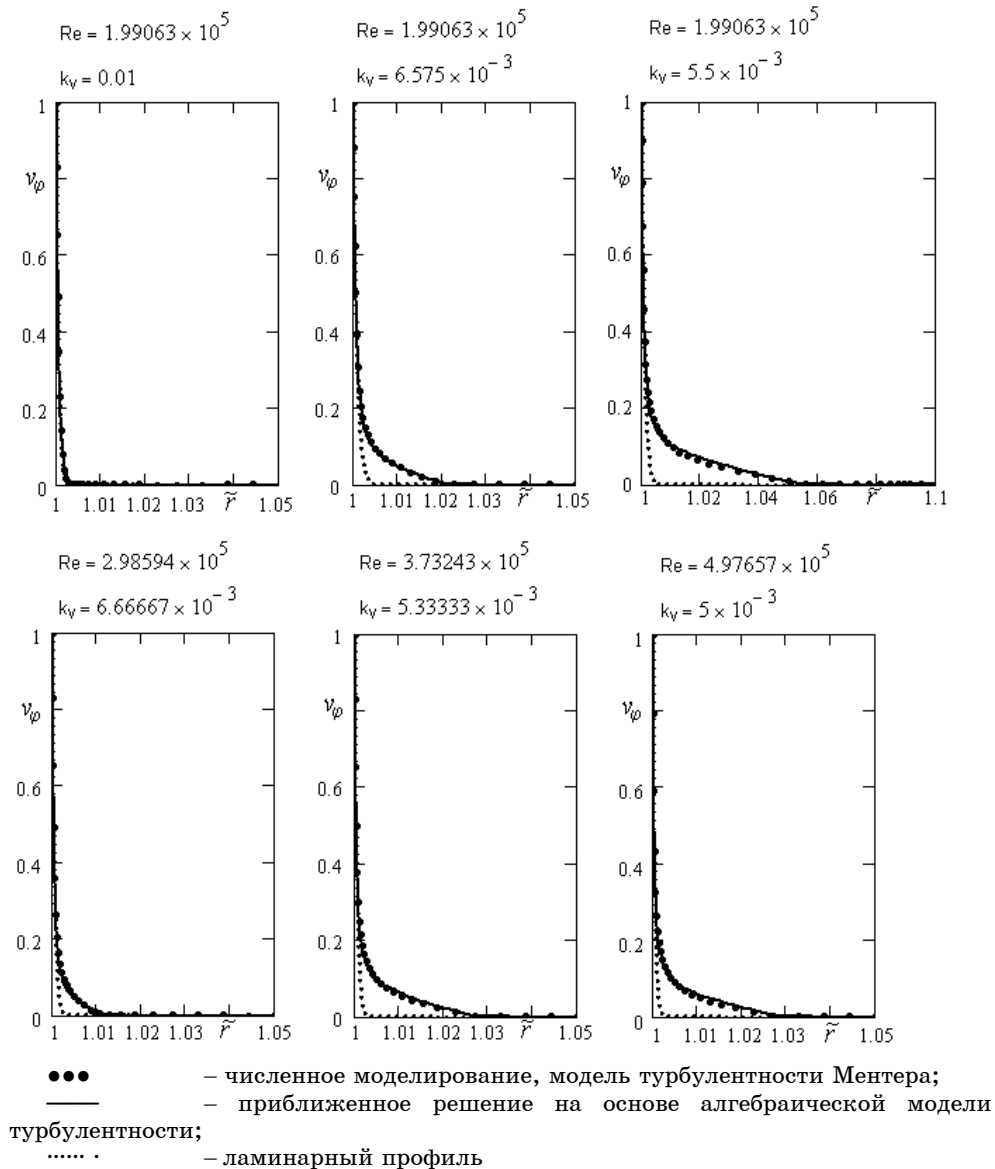
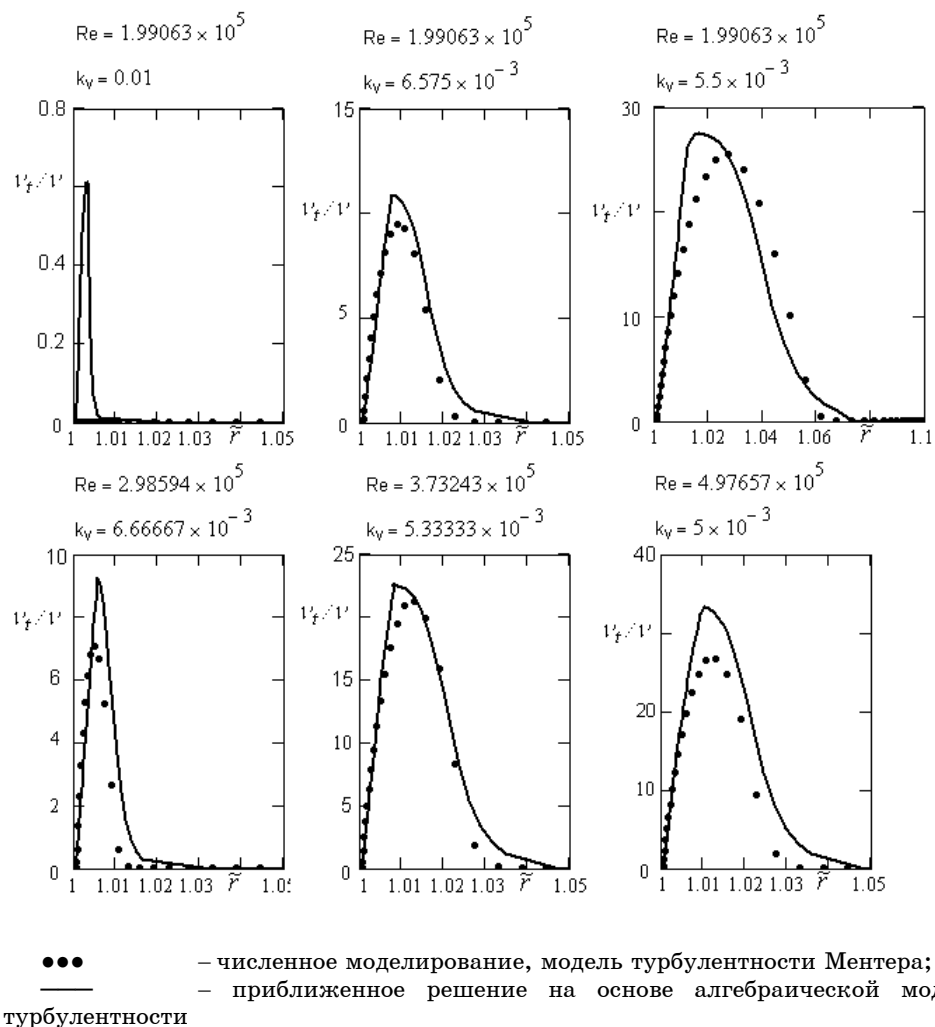


Рисунок 2 – Профили скорости в пограничном слое на поверхности вращающегося отсасывающего цилиндра

## ВЫВОДЫ

Обоснованная в настоящей работе алгебраическая модель турбулентности учитывает совместное влияние кривизны линий тока и интенсивного отсоса жидкости через вращающуюся поверхность. Степень влияния этих факторов определяется эмпирическими величинами  $\beta$  и  $C_1$ . За счет установления зависимости этих коэффициентов от характерных определяющих параметров, правильно отражающей

особенности исследуемого течения удалось разработать метод приближенного расчета пограничного слоя на поверхности вращающегося отсасывающего цилиндра, с хорошей точностью воспроизводящий профиль окружной скорости. Метод автоматически воспроизводит ламинарный профиль при соответствующих исходных данных. Границей применимости развитого подхода является возникновение макровихрей снаружи вращающегося цилиндра, когда течение уже нельзя рассматривать как плоскопараллельное.



*Рисунок 3 – Распределение турбулентной вязкости в пограничном слое на поверхности вращающегося отсасывающего цилиндра*

Основными преимуществами разработанного метода являются существенно меньшие затраты машинного времени и требования к квалификации персонала, выполняющего расчеты. В частности, там, где при непосредственном численном моделировании для получения решения требуется от нескольких часов до суток, там с использованием предложенного метода можно получить результат за несколько минут. Таким образом, метод может быть использован в инженерных расчетах технических устройств, в частности, ротационных фильтров.

## SUMMARY

### CALCULATION OF TURBULENT BOUNDARY LAYER ON THE SURFACE OF FILTER ELEMENT OF ROTARY FILTER

*Ye.V. Mochalin*

*The approximate method is developed for turbulent boundary layer computation on the surface of rotating permeable cylinder. The method grounds on algebraic turbulent model adjusted for taking account of coupled action of streamline curvature and intensive suction and can be used in engineering computations of technical devices, in particular rotary filters.*

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил: В 4 т. – Киев: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 1996. – Т.2: Вращающиеся системы. – 289 с.
2. Пат. 3456 Украина, МПК7 В 01 D 29/01. Фильтр для очищения рідин / Є.В. Мочалин, О.В. Петренко, П.М. Кривошея, О.О. Иванова; опубл. 15.11.2004, Бюл. №11. – 4с.
3. Мочалин Е.В., Мочалина И.Г. Численный анализ устойчивости осесимметричных течений жидкости на основе метода конечных элементов // Вісник Східноукраїнського національного університету. – 2005. – №10 (92). – С. 149-156.
4. Мочалин Е.В. Гидродинамическая устойчивость в рабочей полости ротационного фильтра // Промислова гідраліка і пневматика. – 2005. – №4(10). – С. 50-54.
5. Мочалин Е.В. Численное моделирование течений вязкой жидкости в рабочей полости ротационного фильтра // Сборник научных трудов ДонГТУ. – Алчевск: ДонГТУ, 2007. – Вып. 23. – С.169 – 183.
6. Мочалин Е.В. Моделирование переходных течений жидкости в сечении вращающегося сетчатого фильтроэлемента // Вісник Східноукраїнського національного університету. – 2007. – №3 (109). – С. 99-110.
7. Мочалин Е.В. Выбор модели турбулентности для анализа течения снаружи вращающегося пронцаемого цилиндра // Восточно-европейский журнал передових технологий. – 2007. – № 2/6 (26). – С. 20-26.
8. Емельянова Г.Н. Численный метод решения уравнений плоского турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости с продольным градиентом давления // Труды ЦАГИ. – 1973. – Вып. 1543.
9. Мочалин Е.В. Движение жидкости в окрестности вращающегося пронцаемого цилиндра // Вісник Східноукраїнського національного університету. – 2003. – Ч.2. – №12(68). – С.197-202.
10. Sebeci T., Smith A.H. Analysis of turbulent boundary layers. – N.Y.: Acad. Press, 1974. – 234 P.
11. Шлихтинг Г. Возникновение турбулентности. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 203 с.
12. Халатов А.А., Авраменко А.А., Митрахович М.М. Влияние кривизны поверхности на характеристики турбулентного течения и теплообмена // Пром. теплотехника. – 1989. – Т.11. – № 2 – С. 8-11.
13. Халатов А.А., Шевчук И.В., Митрахович М.М. Численное моделирование динамического и теплового пограничного слоя на выпуклой поверхности // Пром. Теплотехника. – 1990. – Т.12. – № 6. – С. 28-33.

*Мочалин Е.В.*, канд. физ.-мат. наук,  
доцент, ДонГТУ, г. Алчевск

*Поступила в редакцию 27 сентября 2007 г.*