УКРАЇНА

(19) UA (11) 52563 (13) U

(51) МПК (2009)
G01H 11/00

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ

ОПИС
ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

(54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНОЇ ДИСИПАТИВНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

(21) u201003942
(22) 06.04.2010
(24) 25.08.2010
(46) 25.08.2010, Бюл.№ 16, 2010 р.
(72) ПУЗЬКО ІГОР ДАНИЛОВИЧ
(73) СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

(57) Спосіб визначення параметрів коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, по якому задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, проводять вимір першого часового інтервалу і число циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, далі задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди вільних затухаючих коливань і проводять вимір другого часового інтервалу і число циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового до другого кінцевого значення, потім два рази змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і при кожній зміні інерційності проводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і числа циклів коливань в цих часових інтервалах при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, який **відрізняється** тим, що додатково проводять "N-1" разів вимір першого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, "N-1" разів вимір другого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового до другого кінцевого значення, при кожній зміні інерційності проводять "N-1" разів вимір першого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, "N-1" разів вимір другого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового значення до другого кінцевого значення, при цьому оцінки частоти вільних коливань лінійної сильно дисипативної породжувальної коливальної системи і частоти вільних коливань лінійної консервативної породжувальної коливальної системи "ω_1" та "ω_0" відповідно, а також оцінки маси "$\hat{m}$" коливальної системи, коефіцієнта "$\hat{c}$" жорсткості, коефіцієнта "$\hat{h}$" демпфування, коефіцієнта "$\hat{b}$" опору визначають із наведених співвідношень:

$$\hat{\omega}_1 = 2\pi \left[\frac{\sum \Delta_{1i}t \sum \Delta_{3i}t \left(\sum n_{2i}\Delta_{2i}t \sum \Delta_{4i}t - \sum n_{4i}\Delta_{4i}t \sum \Delta_{2i}t \right)}{\left(\sum \Delta_{1i}t \sum \Delta_{2i}^2 t \sum \Delta_{3i}^2 t \sum \Delta_{4i}t - \sum \Delta_{1i}^2 t \sum \Delta_{2i}t \sum \Delta_{3i}t \sum \Delta_{4i}^2 t \right)} - \right.$$
$$\left. - \frac{\sum \Delta_{2i}t \sum \Delta_{4i}^2 t \left(\sum n_{1i}\Delta_{1i}t \sum \Delta_{3i}t - \sum n_{3i}\Delta_{3i}t \sum \Delta_{1i}t \right)}{\left(\sum \Delta_{1i}t \sum \Delta_{2i}^2 t \sum \Delta_{3i}^2 t \sum \Delta_{4i}t - \sum \Delta_{1i}^2 t \sum \Delta_{2i}t \sum \Delta_{3i}t \sum \Delta_{4i}^2 t \right)} \right];$$

$$\hat{m} \approx \left[\Delta_1 m \Delta_2 m \left(\hat{\bar{\omega}}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2 \right) \right] \times \left[\Delta_2 m \left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2 \right) - \Delta_1 m \left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2 \right) \right]^{-1},$$

(19) UA (11) 52563 (13) U

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\hat{c}}{\hat{m}} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right)(m + \Delta_1 m)}{\Delta_1 m},$$

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\hat{c}}{\hat{m}} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)(m + \Delta_2 m)}{\Delta_2 m};$$

$$\hat{c} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right)\hat{m}(m + \Delta_1 m)}{\Delta_1 m}, \quad \text{або}$$

$$\hat{c} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)\hat{m}(m + \Delta_2 m)}{\Delta_2 m},$$

$$\hat{h} \cong \sqrt{\hat{\omega}_0^2 - \hat{\omega}_1^2} = \sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_1 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right) - \hat{\bar{\omega}}_1^2}, \quad \text{або}$$

$$\hat{h} \cong \sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_2 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right) - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2},$$

$$\hat{b} = 2\hat{m}\hat{h} = 2\hat{m}\sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_1 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right) - \hat{\bar{\omega}}_1^2}, \quad \text{або}$$

$$\hat{b} = 2\hat{m}\sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_2 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right) - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2},$$

де $\hat{m}, \hat{c}, \hat{\omega}_0, \hat{h}, \hat{b}$ - оцінки значень параметрів m, c, ω_0, h, b відповідно; $\hat{\omega}_1, \hat{\bar{\omega}}_1, \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1$ - оцінки значень частот $\omega_1, \bar{\omega}_1, \bar{\bar{\omega}}_1$, $\Delta_1 m, \Delta_2 m (\Delta_1 m \neq \Delta_2 m,\ \Delta_1 m << m,\ \Delta_2 m << m)$ - перша і друга додаткові маси; $n_{1i}, n_{2i}\ (i = \overline{1, N})$ - перша і друга групи чисел циклів вільних затухаючих коливань дисипативної коливальної системи, маса якої "$\hat{m}$", при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань системи від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно; $\Delta_{1i}t, \Delta_{2i}t\ (i = \overline{1, N})$ - перша і друга групи часових інтервалів, що відповідають групам чисел циклів n_{1i}, n_{2i} циклів коливань коливальної системи; $n_{3i}, n_{4i}\ (i = \overline{1, N})$ - третя і четверта групи чисел циклів вільних затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, маса якої $(m + \Delta_1 m)$, при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно; $\Delta_{3i}t, \Delta_{4i}t\ (i = \overline{1, N})$ - третій і четвертий часові інтервали, що відповідають групам чисел n_{3i}, n_{4i} циклів коливань коливальної системи; $n_{5i}, n_{6i}\ (i = \overline{1, N})$ - п'ята і шоста групи чисел циклів вільних затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, маса якої $(m + \Delta_2 m)$, при зміні амплітуди коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно; $\Delta_{5i}t, \Delta_{6i}t\ (i = \overline{1, N})$ - п'ята і шоста групи часових інтервалів, що відповідають числам n_{5i}, n_{6i} циклів коливань коливальної системи.

Корисна модель відноситься до області машинобудівної, авіаційної і ракетно-космічної техніки, а саме, до способів визначення параметрів вільних коливань нелінійних дисипативних коливальних систем із кінцевим числом ступенів вільності і може бути застосована, зокрема, при визначенні моментів інерції за допомогою механічних коливальних систем.

Відомий спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань нелінійної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань, вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі проводять при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення амплітуди, потім задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди вільних коливань, вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі проводять при зміні амплітуди вільних коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, після чого змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по виміру першого і другого часових інтервалів і чисел циклів в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, а визначення параметра нелінійної дисипативної коливальної системи проводять при урахування часових інтервалів і чисел циклів вільних коливань (див. ав. Св.. СРСР № 1703990, МПК G01H 1/00, 1992).

Недоліком відомого способу є обмежені функціональні можливості цієї системи, що пояснюється визначенням тільки одного параметра коливань слабко дисипативної нелінійної коливальної системи, що, в свою чергу, приводить до неможливості визначення множини параметрів сильно дисипативної нелінійної коливальної системи.

За прототип вибрано спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, проводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, потім задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди затухаючих коливань, проводять вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, після чого один раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і приводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і числа циклів в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, далі додатково другий раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і чисел циклів коливань в цих часових інтервалах при зміні амплітуди вільних коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, при цьому частоти вільних коливань лінійної дисипативної породжувальної системи і вільних коливань лінійної консервативної породжувальної системи, а також масу коливальної системи, коефіцієнт жорсткості, коефіцієнти демпфування та опору визначають по відповідних співвідношеннях (див. патент України на корисну модель № 45033, МПК G01H11/00, 26.10.2009).

Згідно цього способу можливо визначати параметри сильно дисипативної нелінійної коливальної системи, але при цьому має місце недостатня точність їх визначення, що пояснюється неврахуванням випадкових похибок виміру, фіксації та запам'ятовування інформаційних масивів часових інтервалів та чисел циклів (періодів) коливального процесу при зміні амплітудних значень коливань, а також недостатнім по множині інформаційним масивам даних для зменшення похибок визначення параметрів шляхом усереднення.

В основу корисної моделі поставлене завдання удосконалення способу визначення параметрів нелінійної сильно дисипативної коливальної системи шляхом підвищення точності визначення параметрів лінійної дисипативної породжувальної коливальної системи за рахунок проведення додаткових технічних операцій по вимірюванню і реєстрації інформаційних масивів часових інтервалів і чисел циклів коливальних процесів, які формують розширений інформаційний масив, що дає підстави для формування нового алгоритму математичних перетворень, які приводять до зменшення впливу випадкових похибок вимірювання на результат визначення параметрів при реалізації вільних коливань лінійної дисипативної породжувальної коливальної системи.

Поставлене завдання вирішується тим, що в способі визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, по якому задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, проводять вимір першого часового інтервалу і число циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, далі задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди вільних затухаючих коливань і проводять вимір другого часового інтервалу і число циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового до другого кінцевого значення, потім два рази змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і при кожній зміні інерційності проводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і числа циклів коливань в цих часових інтервалах при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, згідно із корисною моделлю, додатково проводять «N-1» разів вимір першого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, «N-1» разів вимір другого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового до другого кінцевого значення, при кожній зміні інерційності проводять «N-1» разів вимір першого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, «N-1» разів вимір другого часового інтервалу і число циклів коливань в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового значення до другого кінцевого значення, при цьому оцінки частоти вільних коливань лінійної сильно дисипативної породжувальної коливальної системи і частоти вільних коливань лінійної консервативної породжувальної коливальної системи "ω_1" та "ω_0" відповідно, а також оцінки маси "$\hat{m}$" коливальної системи, коефіцієнта "$\hat{c}$" жорсткості, коефіцієнта "$\hat{h}$" демпфування, коефіцієнта "$\hat{b}$" опору визначають із наведених співвідношень:

$$\hat{\omega}_1 = 2\pi\left[\frac{\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{3i}t\left(\sum n_{2i}\Delta_{2i}t\sum\Delta_{4i}t-\sum n_{4i}\Delta_{4i}t\sum\Delta_{2i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2t\sum\Delta_{3i}^2t\sum\Delta_{4i}t-\sum\Delta_{1i}^2t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{3i}t\sum\Delta_{4i}^2t\right)}-\frac{\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{4i}^2t\left(\sum n_{1i}\Delta_{1i}t\sum\Delta_{3i}t-\sum n_{3i}\Delta_{3i}t\sum\Delta_{1i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2t\sum\Delta_{3i}^2t\sum\Delta_{4i}t-\sum\Delta_{1i}^2t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{3i}t\sum\Delta_{4i}^2t\right)}\right];$$

$$\hat{m} \approx \left[\Delta_1 m\Delta_2 m\left(\hat{\bar{\omega}}_1^2-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)\right]\times\left[\Delta_2 m\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\omega}}_1^2\right)-\Delta_1 m\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)\right]^{-1},$$

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\hat{c}}{\hat{m}} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\omega}}_1^2\right)(m+\Delta_1 m)}{\Delta_1 m},$$

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\hat{c}}{\hat{m}} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)(m+\Delta_2 m)}{\Delta_2 m};$$

$$\hat{c} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\omega}}_1^2\right)\hat{m}(m+\Delta_1 m)}{\Delta_1 m}, \quad \text{або}$$

$$\hat{c} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)\hat{m}(m+\Delta_2 m)}{\Delta_2 m},$$

$$\hat{h} \cong \sqrt{\hat{\omega}_0^2-\hat{\omega}_1^2} = \sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_1 m}\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\omega}}_1^2\right)-\hat{\bar{\omega}}_1^2}, \quad \text{або}$$

$$\hat{h} \cong \sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_2 m}\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2},$$

$$\hat{b} = 2\hat{m}\hat{h} = 2\hat{m}\sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_1 m}\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\omega}}_1^2\right)-\hat{\bar{\omega}}_1^2}, \quad \text{або}$$

$$\hat{b} = 2\hat{m}\sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_2 m}\left(\hat{\omega}_1^2-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)-\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2},$$

де $\hat{m},\hat{c},\hat{\omega}_0,\hat{h},\hat{b}$ - оцінки значень параметрів m,c,ω_0,h,b відповідно; $\hat{\omega}_1,\hat{\bar{\omega}}_1,\hat{\bar{\bar{\omega}}}_1$ - оцінка значень частот $\omega_1,\bar{\omega}_1,\bar{\bar{\omega}}_1$;

$\Delta_1 m, \Delta_2 m (\Delta_1 m \neq \Delta_2 m,\ \Delta_1 m << m,\ \Delta_2 m << m)$ - перша і друга додаткові маси; $n_{1i}, n_{2i}\ (i=\overline{1,N})$ - перша і друга групи чисел циклів вільних затухаючих коливань дисипативної коливальної системи, маса якої "$\hat{m}$", при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань системи від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно; $\Delta_{1i}t, \Delta_{2i}t\ (i=\overline{1,N})$ - перша і друга групи часових інтервалів, що відповідають групам чисел n_{1i}, n_{2i} циклів коливань коливальної системи; $n_{3i}, n_{4i}\ (i=\overline{1,N})$ - третя і четверта групи чисел циклів вільних затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, маса якої $(m+\Delta_1 m)$, при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно; $\Delta_{3i}t, \Delta_{4i}t\ (i = \overline{1,N})$ - третій і четвертий часові інтервали, що відповідають групам чисел n_{3i}, n_{4i} циклів коливань коливальної системи; $n_{5i}, n_{6i}\ (i = \overline{1,N})$ - п'ята і шоста групи чисел циклів вільних затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, маса якої $(m + \Delta_2 m)$, при зміні амплітуди коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно; $\Delta_{5i}t, \Delta_{6i}t\ (i = \overline{1,N})$ - п'ята і шоста групи часових інтервалів, що відповідають числам n_{5i}, n_{6i} циклів коливань коливальної системи.

Застосування запропонованого способу визначення параметрів нелінійної сильно дисипативної коливальної системи разом з усіма суттєвими ознаками, включаючи відмінні, забезпечує формування розширеного інформаційного масиву, що дає підстави для формування нового алгоритму математичних перетворень, які приводять до зменшення впливу випадкових похибок вимірювання на результат визначення параметрів при реалізації вільних коливань лінійної дисипативної породжувальної коливальної системи.

Формування нового способу і алгоритму для його забезпечення базується на наступних теоретичних дослідженнях.

В роботі (Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: Физматгиз, 1963. - С. 185) застосовано асимптотичний метод Крилова-Боголюбова - Митропольского (КБМ) для отримання рішення диференціального рівняння, зокрема, другого порядку:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right), \tag{1}$$

де: ω_0 - частота вільних коливань лінійної породжувальної коливальної системи;

x - узагальнена координата;

$f\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$ - нелінійна функція;

$\varepsilon > 0$ - малий позитивний параметр.

Рішення $x = X_a \cos\psi$ рівняння (1) в першому наближенні визначаються із рівнянь першого наближення (Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: Физматгиз, 1963.-С. 185)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX_a}{dt} &= \varepsilon A_1(X_a) \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_0 + \varepsilon B_1(X_a) \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

де

$$\left.\begin{aligned} A_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi\omega_0}\int_0^{2\pi} f(X_a\cos\varphi, -X_a\omega_0\sin\varphi)\sin\varphi\, d\varphi, \\ B_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi X_a\omega_0}\int_0^{2\pi} f(X_a\cos\varphi, -X_a\omega_0\sin\varphi)\cos\varphi\, d\varphi, \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Із системи рівнянь (2) першого наближення робиться висновок про можливість дослідження, аналізу і розрахунку повільно затухаючих або повільно зростаючих нелінійних коливань перехідних процесів, що наближені до гармонійних $x = X_a\cos\omega_0 t$, амплітуда X_a і частота ω_0 яких повільно змінюються.

При проведенні досліджень, аналізу і розрахунку ряду динамічних систем мають місце випадки, коли коливні процеси відносяться до класу таких, що мають значне демпфування, або таких, що значно розходяться (Попов Е.П., Пальтов М.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. - М.: Физматгиз, 1960. - С. 507-512)

$$x(t) = X_a \exp(\xi_0 t)\cos\omega_0 t, \tag{4}$$

але з таким показником затухання ξ_0 і власною частотою ω_0, що повільно змінюються на визначеному обмеженому часовому інтервалі (Попов Е.П., Пальтов М.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. - М.: Физматгиз, 1960. - С. 507-512).

Рішення (4) відповідає диференціальному рівнянню другого порядку (Попов Е.П., Пальтов М.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. - М.: Физматгиз, 1960. - С. 507-512)

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2h\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \tag{5}$$

де $h = -\xi_0$, $\omega_0^2 = Cm^{-1}$, $\omega_0^2 = \omega_1^2 + h^2$.

На підставі однорідного диференціального рівняння (5) диференціальне рівняння для нелінійної дисипативної коливальної системи має вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2h\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right). \tag{6}$$

Узагальнення асимптотичного методу КБМ для рівняння (6) приводить до такої системи рівнянь першого наближення (Попов Е.П., Пальтов М.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем. -М.: Физматгиз, 1960. - С. 507-512)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX_a}{dt} &= -hX_a + \varepsilon_1\Phi_1(X_a) \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_1 + \varepsilon B_1(X_a) \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

рішення яких має вигляд

$$x = X_a \sin\psi. \tag{8}$$

Для спрощення аналізу системи (7) вводять нову зміну y(t), причому $Y_a = X_a \exp(ht)$, де Y_a - амплітудне значення змінної y(t).

Після введення нової змінної y(t) рівняння (7) першого наближення приймають вигляд

$$\frac{dX_a^*}{dt} = \varepsilon A_1(X_a), \tag{9}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \omega_1 + \varepsilon B_1(X_a),$$

де

$$X_a^* = X_a \exp(ht),$$

$$\frac{dX_a}{dt} + hX_a = \frac{dX_a^*}{dt}\exp(-ht). \quad (10)$$

Таким чином, системи рівнянь (2) і (9) аналогічні за винятком того, що X_a в системі (2) заміняють на $X_a^* = X_a \exp(ht)$ в системі (9).

Проведемо нескладні перетворення співвідношень (9), (10) і отримаємо два таких рівняння першого наближення

$$\left.\begin{aligned}\frac{dX_a}{dt} &= -hX_a + \varepsilon A_1(X_a)e^{-ht},\\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_1 + \varepsilon B_1(X_a)\end{aligned}\right\} \quad (11)$$

Із рівнянь (11) першого наближення отримаємо одне рівняння шляхом виключення малого позитивного множника ε

$$d\psi - \omega_1 dt = e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt. \quad (12)$$

Беручи до уваги співвідношення $\psi=2\pi n$, n - число циклів коливань, на підставі рівняння (12) отримаємо інтегральне співвідношення

$$2\pi n - \omega_1\Delta t = \int_{X_{an}}^{X_{ak}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_n}^{t_k} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (13)$$

де X_{ak}, X_{an} - початкове і кінцеве значення амплітуд коливань;

t_n, t_k - початкове і кінцеве значення часового інтервалу, що відповідає значенням амплітуд X_n, X_k.

На підставі співвідношення (13) отримаємо систему рівнянь:

$$2\pi n_1 = \omega_1\Delta_1 t + \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_1}^{t_2} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (14)$$

$$2\pi n_2 = \omega_1\Delta_2 t + \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_3}^{t_4} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (15)$$

$$2\pi n_3 = \overline{\omega}_1\Delta_3 t + \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_5}^{t_6} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (16)$$

$$2\pi n_4 = \overline{\omega}_1\Delta_4 t + \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_7}^{t_8} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (17)$$

$$2\pi n_5 = \overline{\overline{\omega}}_1\Delta_5 t + \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_9}^{t_{10}} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (18)$$

$$2\pi n_6 = \overline{\overline{\omega}}_1\Delta_6 t + \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_{11}}^{t_{12}} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (19)$$

де

$$\begin{aligned}\omega_1 &= \sqrt{cm^{-1} - h^2},\\ \overline{\omega}_1 &= \sqrt{c(m + \Delta_1 m)^{-1} - \overline{h}^2},\\ \overline{\overline{\omega}}_1 &= \sqrt{c(m + \Delta_2 m)^{-1} - \overline{\overline{h}}^2}\end{aligned} \quad (20)$$

$\Delta_1 m$, $\Delta_2 m$ $(\Delta_1 m \neq \Delta_2 m,\ \Delta_1 m << m,\ \Delta_2 m << m)$ - перша і друга додаткові маси;

n_1, n_2 - числа циклів затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_1 t$, $\Delta_2 t$ - часові інтервали, що відповідають числам циклів n_1, n_2;

n_3, n_4 - числа циклів затухаючих коливань маси $(m + \Delta_1 m)$ при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_3 t$, $\Delta_4 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_3, n_4 циклів (періодів) коливань;

n_5, n_6 - числа циклів (періодів) затухаючих коливань маси $(m + \Delta_2 m)$ при зміні амплітуди коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_5 t$, $\Delta_6 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_5, n_6 циклів коливань. При проведенні вимірювань групи часових інтервалів $\Delta_{1i}t, \Delta_{2i}t, \Delta_{3i}t, \Delta_{4i}t, \Delta_{5i}t, \Delta_{6i}t$, групи $n_{1i}, n_{2i}, n_{3i}, n_{4i}, n_{5i}, n_{6i}$ чисел циклів коливань, що відповідають фіксованим часовим інтервалам, а також амплітудні значення вільних затухаючих коливань вимірюють при наявності випадкових похибок. Тому на підставі системи рівнянь (14)-(19) отримаємо такі мінімізуючі фунціонали:

$$S_1 = \sum_{i=1}^{N}\left[2\pi n_{1i} - \hat{\omega}_1\Delta_{1i}t - \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} \exp(ht)\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a - \int_{t_1}^{t_2} hX_a \exp(ht)\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt\right]^2. \quad (21)$$

$$S_2=\sum_{i=1}^{N}\left[2\pi n_{2i}-\hat{\omega}_1\Delta_{2i}t-\int_{X_{a3}}^{X_{a4}}\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dX_a-\int_{t_3}^{t_4}hX_a\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dt\right]^2,\quad(22)$$

$$S_3=\sum_{i=1}^{N}\left[2\pi n_{3i}-\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1\Delta_{3i}t-\int_{X_{a1}}^{X_{a2}}\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dX_a-\int_{t_5}^{t_6}hX_a\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dt\right]^2,\quad(23)$$

$$S_4=\sum_{i=1}^{N}\left[2\pi n_{4i}-\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1\Delta_{4i}t-\int_{X_{a3}}^{X_{a4}}\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dX_a-\int_{t_7}^{t_8}hX_a\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dt\right]^2,\quad(24)$$

$$S_5=\sum_{i=1}^{N}\left[2\pi n_{5i}-\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1\Delta_{5i}t-\int_{X_{a1}}^{X_{a2}}\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dX_a-\int_{t_9}^{t_{10}}hX_a\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dt\right]^2,\quad(25)$$

$$S_6=\sum_{i=1}^{N}\left[2\pi n_{6i}-\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1\Delta_{6i}t-\int_{X_{a3}}^{X_{a4}}\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dX_a-\int_{t_{11}}^{t_{12}}hX_a\exp\left(-t\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}\right)dt\right]^2,\quad(26)$$

де

$\hat{\omega}_1,\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1,\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1$ - оцінки частот $\omega_1,\overline{\omega}_1,\overline{\overline{\omega}}_1$ відповідно;

6N -число експериментів.

Після формування частинних похідних $\frac{\partial S_1}{\partial\hat{\omega}_1},\frac{\partial S_2}{\partial\hat{\omega}_1},\frac{\partial S_1}{\partial\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1},\frac{\partial S_2}{\partial\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1},\frac{\partial S_1}{\partial\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1},\frac{\partial S_2}{\partial\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1}$ отримаємо систему нормальних рівнянь відносно оцінок $\hat{\omega}_1,\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1,\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1$ частот $\omega_1,\overline{\omega}_1,\overline{\overline{\omega}}_1$ відповідно:

$$\hat{\omega}\sum_{i=1}^{N}\Delta_{1i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{1i}^3t-\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1\sum_{i=1}^{N}\Delta_{3i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{1i}t=2\pi\left(\sum_{i=1}^{N}n_{1i}\Delta_{1i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{3i}t-\sum_{i=1}^{N}n_{3i}\Delta_{3i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{1i}t\right);\quad(27)$$

$$\hat{\omega}_1\sum_{i=1}^{N}\Delta_{2i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{4i}t-\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1\sum_{i=1}^{N}\Delta_{4i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{2i}t=2\pi\left(\sum_{i=1}^{N}n_{2i}\Delta_{2i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{4i}t-\sum_{i=1}^{N}n_{4i}\Delta_{4i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{2i}t\right);\quad(28)$$

$$\hat{\omega}_1\sum_{i=1}^{N}\Delta_{1i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{5i}t-\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1\sum_{i=1}^{N}\Delta_{5i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{1i}t=2\pi\left(\sum_{i=1}^{N}n_{1i}\Delta_{1i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{5i}t-\sum_{i=1}^{N}n_{5i}\Delta_{5i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{1i}t\right);\quad(29)$$

$$\hat{\omega}_1\sum_{i=1}^{N}\Delta_{2i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{6i}t-\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1\sum_{i=1}^{N}\Delta_{6i}^2t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{2i}t=2\pi\left(\sum_{i=1}^{N}n_{2i}\Delta_{2i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{6i}t-\sum_{i=1}^{N}n_{6i}\Delta_{6i}t\sum_{i=1}^{N}\Delta_{2i}t\right);\quad(30)$$

Із системи рівнянь (27) - (30) отримаємо аналітичні співвідношення для визначення оцінок $\hat{\omega}_1,\overset{\wedge}{\underline{\omega}}_1,\overset{\wedge}{\underline{\underline{\omega}}}_1$ частот $\omega_1,\overline{\omega}_1,\overline{\overline{\omega}}_1$ відповідно:

$$\hat{\omega}_1=2\pi\left[\frac{\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{3i}t\left(\sum n_{2i}\Delta_{2i}t\sum\Delta_{4i}t-\sum n_{4i}\Delta_{4i}t\sum\Delta_{2i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2t\sum\Delta_{3i}^2t\sum\Delta_{4i}t-\sum\Delta_{1i}^2t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{3i}t\sum\Delta_{4i}^2t\right)}-\frac{\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{4i}^2t\left(\sum n_{1i}\Delta_{1i}t\sum\Delta_{3i}t-\sum n_{3i}\Delta_{3i}t\sum\Delta_{1i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2t\sum\Delta_{3i}^2t\sum\Delta_{4i}t-\sum\Delta_{1i}^2t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{3i}t\sum\Delta_{4i}^2t\right)}\right];\quad(31)$$

$$\hat{\bar{\omega}}_1 = 2\pi\left[\frac{\sum\Delta_{1i}^2 t\sum\Delta_{3i}t\left(\sum n_{2i}\Delta_{2i}t\sum\Delta_{4i}t-\sum n_{4i}\Delta_{4i}t\sum\Delta_{2i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2 t\sum\Delta_{3i}^2 t\sum\Delta_{4i}t-\sum\Delta_{1i}^2 t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{3i}t\sum\Delta_{4i}^2 t\right)} - \frac{\sum\Delta_{2i}^2 t\sum\Delta_{4i}t\left(\sum n_{1i}\Delta_{1i}t\sum\Delta_{3i}t-\sum n_{3i}\Delta_{3i}t\sum\Delta_{1i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2 t\sum\Delta_{3i}^2 t\sum\Delta_{4i}t-\sum\Delta_{1i}^2 t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{3i}t\sum\Delta_{4i}^2 t\right)}\right]; \quad (32)$$

$$\bar{\bar{\omega}}_1 = 2\pi\left[\frac{\sum\Delta_{1i}^2 t\sum\Delta_{5i}t\left(\sum n_{2i}\Delta_{2i}t\sum\Delta_{6i}t-\sum n_{6i}\Delta_{6i}t\sum\Delta_{2i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2 t\sum\Delta_{5i}^2 t\sum\Delta_{6i}t-\sum\Delta_{1i}^2 t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{5i}t\sum\Delta_{6i}^2 t\right)} - \frac{\sum\Delta_{2i}^2 t\sum\Delta_{6i}t\left(\sum n_{1i}\Delta_{1i}t\sum\Delta_{5i}t-\sum n_{5i}\Delta_{5i}t\sum\Delta_{1i}t\right)}{\left(\sum\Delta_{1i}t\sum\Delta_{2i}^2 t\sum\Delta_{5i}^2 t\sum\Delta_{6i}t-\sum\Delta_{1i}^2 t\sum\Delta_{2i}t\sum\Delta_{5i}t\sum\Delta_{6i}^2 t\right)}\right]; \quad (33)$$

На підставі (20) і застосовуючи співвідношення (31), (32), (33), отримаємо аналітичні співвідношення для визначення оцінок $\hat{m},\hat{c},\hat{h},\hat{b}$ параметрів m,c,h,b відповідно математичної моделі нелінійної дисипативної коливальної системи.

Після проведення нескладних перетворень (20) і при виконанні умови $h \approx \bar{h} \approx \bar{\bar{h}}$ отримаємо наближені аналітичні співвідношення для визначення оцінок $\hat{m},\hat{c}$ параметрів m, c

$$\hat{m} \approx \frac{\Delta_1 m \Delta_2 m\left(\hat{\bar{\omega}}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)}{\Delta_2 m\left(\hat{\bar{\omega}}_1^2 - \bar{\bar{\omega}}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\hat{\bar{\omega}}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)}, \quad (34)$$

$$\hat{c} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right)\hat{m}\left(h + \Delta_1 m\right)}{\Delta_1 m} \quad (35)$$

або

$$\hat{c} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)\hat{m}\left(h + \Delta_2 m\right)}{\Delta_2 m}, \quad (36)$$

де оцінка $\hat{m}$ параметра «m» визначається співвідношенням (34), а оцінки $\hat{\omega}_1, \hat{\bar{\omega}}_1, \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1$ значень частот $\omega_1, \bar{\omega}_1, \bar{\bar{\omega}}_1$ визначається співвідношеннями (31), (32), (33) відповідно.

Співвідношення для визначення оцінки $\hat{\omega}_0$ параметра ω_0 отримаємо на підставі (34), (35), (36)

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\hat{c}}{\hat{m}} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right)\left(h + \Delta_1 m\right)}{\Delta_1 m}, \quad (37)$$

або

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\hat{c}}{\hat{m}} = \frac{\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right)\left(h + \Delta_2 m\right)}{\Delta_2 m} \quad (38)$$

Аналітичні співвідношення для визначення оцінок $\hat{b},\hat{h}$ параметрів b,h відповідно отримаємо на підставі співвідношень (20), (31), (32), (33), (34), (37), (38):

$$\hat{h} \cong \sqrt{\hat{\omega}_0^2 - \hat{\omega}_1^2} = \sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_1 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right) - \hat{\bar{\omega}}_1^2} \quad (39)$$

або

$$\hat{h} \cong \sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_2 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right) - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2}; \quad (40)$$

$$\hat{b} = 2\hat{m}\hat{h} = 2\hat{m}\sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_1 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\omega}}_1^2\right) - \hat{\bar{\omega}}_1^2}, \quad (41)$$

або

$$\hat{b} = 2\hat{m}\sqrt{\frac{\hat{m}}{\Delta_1 m}\left(\hat{\omega}_1^2 - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2\right) - \hat{\bar{\bar{\omega}}}_1^2}. \quad (42)$$

Отримані аналітичні співвідношення (31), (32), (33), (34), (35), (35), (37), (38), (39), (40), (41), (42) можуть знайти застосування для визначення інерційно - жорсткісних і дисипативних параметрів нелінійних сильно дисипативних коливальних систем, коливальні процеси в яких відносяться до класу швидко затухаючих або швидкозростаючих із повільно змінювальним коефіцієнтом демпфування (опору) і частотою вільних коливань на обмеженому часовому інтервалі, математична модель яких відповідає лінійному однорідному диференціальному рівнянню другого порядку, а асимптотичні рішення визначають для відповідного нелінійного диференціального рівняння із швидко затухаючими або швидкозростаючими нелінійними коливаннями із кінцевим значенням коефіцієнта затухання.

Спосіб визначення параметрів нелінійної сильно дисипативної коливальної системи реалізують на підставі наступного алгоритму:

1) формують N режимів вільних коливань досліджувальної нелінійної сильно дисипативної коливальної системи. Задають значення першої початкової X_{a1} і першої кінцевої X_{a2} амплітуд вільних затухаючих коливань цієї нелінійної системи;

2) при фіксації зміни амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2} реєструють і запам'ятовують значення першого часового інтервалу $\Delta_{1i}t$ і число n_{1i} $(=\overline{1,N})$ циклів коливань в часовому інтервалі $\Delta_{1i}t$ при повторенні N разів $(=\overline{1,N})$ такого алгоритму;

3) задають значення другої початкової X_{a3} і другої кінцевої X_{a4} амплітуд вільних коливань цієї системи; при фіксації зміни амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} амплітуди вільних затухаючих коливань реєструють і запам'ятовують значення другого часового інтервалу $\Delta_{2i}t$ і число n_{2i} циклів коливань в цьому часовому інтервалі $\Delta_{2i}t$ при повторенні N разів $(=\overline{1,N})$ такого алгоритму;

4) змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом жорсткого з'єднання з масою "m" системи першої додаткової маси $\Delta_1 m$ при такій умові вибору маси $\Delta_1 m \ll m$, яка змінює частоту вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи;

5) формують N разів режим вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи із зміненою інерційністю (маса системи $m+\Delta_1 m$). Задають значення першої початкової X_{a1} і першої кінцевої X_{a2} амплітуд вільних коливань цієї системи;

6) реєструють і запам'ятовують N разів значення третього часового інтервалу $\Delta_{3i}t$ і число n_{3i} $(=\overline{1,N})$ циклів вільних затухаючих коливань нелінійної коливальної системи із зміненою інерційністю при зміні амплітуд вільних затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2};

7) реєструють і запам'ятовують N разів значення четвертого часового інтервалу $\Delta_{4i}t$ і число n_{4i} циклів (періодів) вільних затухаючих коливань нелінійної коливальної системи із зміненою інерційністю (маса $(m+\Delta_1 m)$) системи при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4};

8) повторно змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом жорсткого з'єднання з масою "m" системи другої додаткової маси $\Delta_2 m$ при такій умові вибору маси $\Delta_1 m \ll m$, яка змінює частоту вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи;

9) реєструють і запам'ятовують N разів значення п'ятого часового інтервалу $\Delta_{5i}t$ і число n_{5i} циклів вільних затухаючих коливань нелінійної коливальної системи із зміненою інерційністю при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2};

10) реєструють і запам'ятовують N разів значення шостого часового інтервалу $\Delta_{6i}t$ і число n_{6i} циклів(періодів) вільних затухаючих коливань нелінійної коливальної системи із повторно зміненою інерційністю (маса $(m+\Delta_2 m)$) системи при зміні амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4}.

Новим в реалізації способу є проведення операцій

- вимірюванні, фіксації і запам'ятовуванні «N-1» значень першого часового інтервалу і «N-1» значень чисел циклів вільних затухаючих коливань відповідно часовим інтервалам при зміні амплітудних значень затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2};

- вимірюванні, фіксації і запам'ятовуванні «N-1» значень другого часового інтервалу і «N-1» значень чисел циклів вільних затухаючих коливань відповідно часовим інтервалам при зміні амплітудних значень затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4};

- вимірюванні, фіксації і запам'ятовуванні «N-1» значень третього часового інтервалу і «N-1» значень чисел циклів вільних затухаючих коливань відповідно часовим інтервалам при зміні амплітудних значень затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2} для досліджувальної конструкції із зміненою інерційністю, яка реалізована за рахунок жорсткого з'єднання з масою «m» конструкції першої додаткової маси $\Delta_1 m$ при умові $\Delta_1 m \ll m$;

- вимірюванні, фіксації і запам'ятовуванні «N-1» значень четвертого часового інтервалу і «N-1» значень чисел циклів вільних затухаючих коливань відповідно часовим інтервалам при зміні амплітудних значень затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} для досліджувальної конструкції із зміненою інерційністю, яка реалізована за рахунок жорсткого з'єднання з масою «m» конструкції першої додаткової маси $\Delta_1 m$ при умові $\Delta_1 m \ll m$;

- вимірюванні, фіксації і запам'ятовуванні «N-1» значень п'ятого часового інтервалу і «N-1» значень чисел циклів вільних затухаючих коливань відповідно часовим інтервалам при зміні амплітудних значень затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2} для досліджувальної конструкції із повторно зміненою інерційністю, яка реалізована за рахунок жорсткого з'єднання з масою «m» конструкції другої додаткової маси Δ_2m при умові $\Delta_2m<<m$;

- вимірюванні, фіксації і запам'ятовуванні «N-1» значень шостого часового інтервалу і «N-1» значень чисел циклів вільних затухаючих коливань відповідно часовим інтервалам при зміні амплітудних значень затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} для досліджувальної конструкції із повторно зміненою інерційністю, яка реалізована за рахунок жорсткого з'єднання з масою «m» конструкції другої додаткової маси Δ_2m при умові $\Delta_2m<<m$.

Спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи реалізують наступним чином:

1) установлюють випробуваний об'єкт на рухому платформу вібростенда електродинамічного типу;

2) послідовно реалізують шість груп 6N режимів вільних затухаючих коливань, де дві групи 2N режимів реалізують без зміни інерційності нелінійної дисипативної коливальної системи (математичної моделі випробуваної конструкції); в двох групах 2N режимів фіксують і запам'ятовують N чисел циклів вільних затухаючих коливань при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення (група N режимів), від другого початкового значення до другого кінцевого значення (група N режимів);

3) реалізують дві групи 2N режимів вільних затухаючих коливань досліджуваного об'єкта при першій зміні інерційності за рахунок жорсткого з'єднання досліджувальної конструкції із першою додатковою масою Δ_1m при умові $\Delta_1m<<m$; в двох групах 2N режимів фіксують і запам'ятовують дві групи 2N часових інтервалів і 2N чисел циклів вільних затухаючих коливань при зміні амплітудних значень вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення (група N режимів), від другого початкового значення до другого кінцевого значення (група N режимів);

4) реалізують дві групи 2N режимів вільних затухаючих коливань досліджувального об'єкта (конструкції) при повторній зміні інерційності за рахунок жорсткого з'єднання досліджувальної конструкції із другою додатковою масою Δ_2m при умові $\Delta_1m<<m$; в цих режимах фіксують і запам'ятовують дві групи 2N часових інтервалів і дві групи 2N чисел циклів вільних затухаючих коливань при зміні амплітудних значень вільних затухаючих коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення (група N режимів), від другого початкового значення до другого кінцевого значення (група N режимів);

5) за допомогою вимірювально-обчислювального комплексу проводять обробку інформаційних масивів зафіксованих сигналів, що відповідають запам'ятовуваним шести групам 6N значень часових інтервалів і шести групам 6N числам циклів затухаючих коливань випробуваної конструкції і на підставі алгоритму, що сформований на підставі отриманих аналітичних співвідношень, визначають оцінки значень інерційно-жорсткісних і дисипативних параметрів нелінійної сильно дисипативної коливальної системи, що відповідає математичній моделі випробуваного (досліджувального) об'єкта (конструкції) у вигляді диференціального рівняння другого порядку.

Комп'ютерна верстка Л.Литвиненко Підписне Тираж 26 прим.

Міністерство освіти і науки України

Державний департамент інтелектуальної власності, вул. Урицького, 45, м. Київ, МСП, 03680, Україна

ДП "Український інститут промислової власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601