

Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет

СІГОВА В.І., АЛЕКСЄЄВ О.М.

**ОСНОВИ КОМП'ЮТЕРНОГО
МАТЕРІАЛОЗНАВСТВА**

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів вищих навчальних
закладів

Суми
Видавництво СумДУ
2008

УДК 004.738.5(075.8)

C47

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України
(лист № 1.4/18-Г-1901 від 17.07.08)*

Рецензенти:

д-р техн. наук, професор А.М.Павлюченко
(Сумський національний аграрний університет);

д-р екон.наук, професор С.М.Козьменко
(Українська академія банківської справи
Національного банку України);

д-р техн. наук, професор Л.Д.Пляцук
(НПК СП «Технополіс»);

д-р фіз.-мат. наук, професор О.І.Олемскої
(Інститут прикладної фізики НАН України)

Сігова В.І., Алексєєв О.М.

C47 Основи комп'ютерного матеріалознавства:
Навчальний посібник. – Суми: Вид-во СумДУ, 2008.
- 207 с.

ISBN 978-966-657-221-2

У навчальному посібнику викладені методи і засоби математичного моделювання, використовувані при дослідженні матеріалів і процесів хіміко-термічної обробки. Описаний комп'ютерний інструментарій, що рекомендується для розроблення математичних моделей. Викладення теоретичного матеріалу супроводжується великою кількістю прикладів, що спрощує вивчення матеріалу посібника.

Посібник дозволяє виконувати самостійно обов'язкові домашні завдання, контрольні і курсові роботи з використанням комп'ютерного інструментарію.

Посібник може бути корисним для спеціалістів, магістрів та аспірантів металознавчих спеціальностей.

УДК 004.738.5(075.8)

© В.І.Сігова, О. М. Алексєєв, 2008

ISBN 978-966-657-221-2 © Вид-во СумДУ, 2008

ЗМІСТ

	C
Вступ.....	5
1 Комп'ютерний інструментарій.....	6
1.1 Виконання табличних розрахунків у середовищі Microsoft Excel.....	6
1.2 Програмування у середовищі MathCAD.....	26
2 Оптимізація оснащення термічного цеху методом лінійного програмування.....	40
3 Планування робіт щодо виготовленню кокілю для лиття кольорових металів із застосуванням мережених графіків.....	61
4 Парний регресійний аналіз результатів експериментів при визначенні здатності деталей до крихкого руйнування.....	82
5 Планування експериментів при розробленні складу високоміцного твердого сплаву для обробки деталей, що дають зливну стружку.....	96
6 Оцінка аномальності результатів вимірювань при контролі глибини дифузійного хромованого шару сталі 4x5мф1с.....	123
7 Застосування генетичних алгоритмів при вивченні проходження дифузійних процесів.....	131
8 Інтерполяція і екстраполяція таблиць при призначенні режиму нагріву сталевих виробів у полум'яних печах і соляних ваннах.....	147
9 Оптимізація засобів технологічного оснащення термічних цехів методом параметричного програмування.....	153
10 Оптимізація технологічного оснащення термічних цехів методом цілочислового програмування.....	164
11 Визначення оцінок і довірчих границь для параметрів нормального розподілу при вимірюванні твердості сталі.....	173

12 Розрахунок параметрів дослідного розподілу і оцінка достовірності впливу термічної обробки на твердість хромованого шару.....	179
13 Визначення закону розподілу випадкової величини при вимірюванні твердості сталі.....	194
14 Курсове проектування.....	203
Список літератури.....	206

ВСТУП

Комп'ютерні технології відкривають широкі можливості високоефективної організації проведення і забезпечення результативності навчального процесу.

Зараз неможливо уявити підготовку фахівців без використання комп'ютерної техніки і програмування. Традиційна лекція замінюється комп'ютерною; моделювання технологічних процесів також комп'ютеризоване; з участю комп'ютерного інструментарію проектуються наукові дослідження і обробляються їх результати.

Роль викладача в активізації процесу передачі знань має найважливіше значення.

Розвиток творчого потенціалу студентів може тільки творчий підхід до навчального процесу високоефективною роботою викладача.

Сучасні комп'ютеризовані інформаційно-технічні системи привели до виникнення якісно нових умов праці і викладача, і студента, при яких від людини потрібна мобілізація всіх інтелектуальних можливостей для успішного виконання тих функцій, які вимагає навчальний план спеціальності.

Системи інноваційних технологій забезпечують в першу чергу організацію самостійної роботи за рахунок використання комп'ютерних технологій.

Авторам даного видання хотілося об'єднати «ідеологічну» і «технологічну» сторони використання обчислювальної техніки у навчальному процесі матеріалознавців, а також показати перспективи її використання при проектуванні технологічних процесів, термічної та хіміко-термічної обробки і дослідження їх результатів, розрахунку обладнання, розробки планувань термічних ділянок і дільниць.

Методичні розробки, подані у даному посібнику, виконані з участю магістрів спеціальності «Прикладне матеріалознавство» Сумського державного університету і можуть бути використані при підготовці курсових і дипломних проєктів, науково-дослідних робіт магістрів і аспірантів спеціальності.

Розділи 2,9,10 виконані з участю магістра Волкова О.А.; 6,11, 12,13 - магістра Горнухової І.В., 4, 5 - Зленко О.В.; 3,8 - Сороченко В.Ю.; 7 - Пляхтура О.О.

1 КОМП'ЮТЕРНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ

1.1 ВИКОНАННЯ ТАБЛИЧНИХ РОЗРАХУНКІВ У СЕРЕДОВИЩІ MICROSOFT EXCEL

Робота з Microsoft Excel

Призначення пакета Microsoft Excel

Додаток Microsoft Excel призначений для проведення табличних розрахунків при вирішенні широкого кола економічних, статистичних, наукових, науково-технічних і багатьох інших завдань. Часто це найбільш швидкий і прийнятний спосіб автоматизації як табличних, так і звичайних розрахунків, які супроводжують виконання відповідних розділів навчальних робіт.

Основним об'єктом в Microsoft Excel є документ табличного типу, що є електронним варіантом прямокутної таблиці. Тому додаток Microsoft Excel іноді називають електронними таблицями Microsoft Excel.

Додаток інтегрований у загальний пакет Microsoft Office, до складу якого входить декілька функціонально різних застосувань (текстовий редактор Word, графічний редактор Paintbrush, редактор презентацій PowerPoint та ін.), але що мають схожий інтерфейс. Робота у всіх додатках Microsoft Office уніфікована.

Елементи електронних таблиць

При запуску на виконання додатка Microsoft Excel створюється новий документ додатка у вигляді електронної таблиці (рис. 1). Електронна таблиця розбита на елементи, названі осередками таблиці. Осередок ідентифікується рядком і стовпцем, на перетині яких знаходиться ця таблиця. Стовпці поійменовані одиночними буквами латинського алфавіту або їх поєднанням (A, B, AA, ABC і так далі), рядки пронумеровані. Тому щоб однозначно визначити адре-

су (місцерозташування) осередку в таблиці, досить вказати ім'я стовпця і номер рядка, на перетині яких вона знаходиться. Наприклад, А6, К12, АZ812 і так далі. Кількість осередків (рядків і стовпців) в таблиці обмежена тільки пам'яттю комп'ютера.

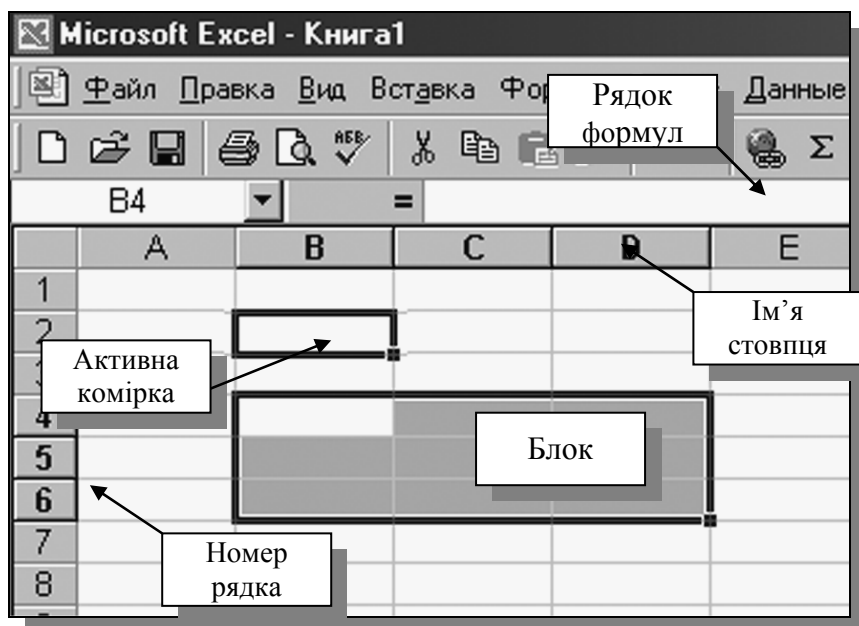


Рисунок 1 – Фрагмент електронної таблиці

Іноді (при копіюванні осередків див. «редагування інформації в осередках») потрібно задати абсолютну (незмінний) адресу осередку. Для цього використовується знак грошової одиниці \$. Якщо його написати перед найменуванням стовпця, номером рядка або одночасно і там і там, то при копіюванні відповідні елементи адреси осередку не змінюватимуться. Такий запис може мати вигляд \$G12, G\$12 або \$G\$12.

Той елемент таблиці, де знаходиться курсор, називається активним. Тільки у ній можна що-небудь створювати або редагувати. Щоб легко було орієнтуватися, де знаходиться курсор, активний осередок виділяється потовщеною рамкою.

Прямокутна область активних осередків іменується блоком. Щоб створити блок, натисніть ліву кнопку мишки і переміщайте курсор по елементах таблиці. Інший варіант виділення блоку: натисніть кнопку «Shift» і переміщайте курсор мишкою або кнопками управління курсором. Блок виділяється чорним кольором (стають темними всі осередки, окрім того, з яким було почато створення блоку). Виділення блоку знімається переміщенням курсора в інше місце таблиці або створенням нового блоку. Поки блок виділений, їм можна оперувати як єдиним об'єктом.

Введення інформації

Для введення інформації в будь-який з елементів таблиці зробіть її активною (підведіть до неї курсор за допомогою мишки або кнопками клавіатури) наберіть рядок символів (цифри, букви, спеціальні символи) і натисніть Enter або кнопку управління курсором.

Якщо необхідно, щоб рядок символів, що вводяться, сприймався як число, то він не повинен містити інших знаків, окрім цифр, знаку «+» або «-» і роздільників: а) коми, що відокремлює цілу частину числа від дробу; б) латинської букви E, що відокремлює показник ступеня від основи при експоненціальній формі запису числа.

Для введення формули наберіть знак «=» і далі без пропуску саму формулу з урахуванням прийнятих угод для її написання.

У всіх випадках, коли рядок символів не може бути ідентифікований як число або формула, він сприймається як текст.

Формат осередку

Щоб представити інформацію, що міститься в осередку, в потрібному вигляді, дайте команду «Формат осередку» - натисніть праву кнопку мишки і виберіть цю команду з контекстного меню, що з'явилося.

Інший варіант - скористайтеся послідовністю команд «Формат» - «Осередки» з текстового меню (рис. 2). Крім того, багато дій, що задаються з підменю команди «Формат осередку», можуть бути виконані з кнопочового меню команд.

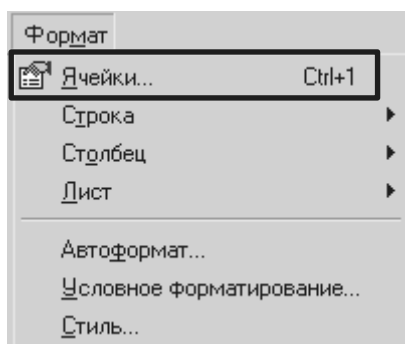


Рисунок 2 – Підменю команди «Формат»

Діалогове вікно команди «Формат осередку» (рис. 3) має шість вкладок, в кожній з яких згруповані параметри для завдання способу інтерпретації інформації і кольорового її оформлення. Наприклад, якщо в осередку міститься набір цифр, складових числа, то у вкладці «Число» можна визначити спосіб сприйняття цього числа – як число, записане в десятковій або експоненціальній формі, дата, час, текст і так далі. У решті вкладок можна вказати спосіб вирівнювання даних усередині однієї або групи осередків, вибрати шрифт для написання символів, визначити форму меж осередку і так далі.

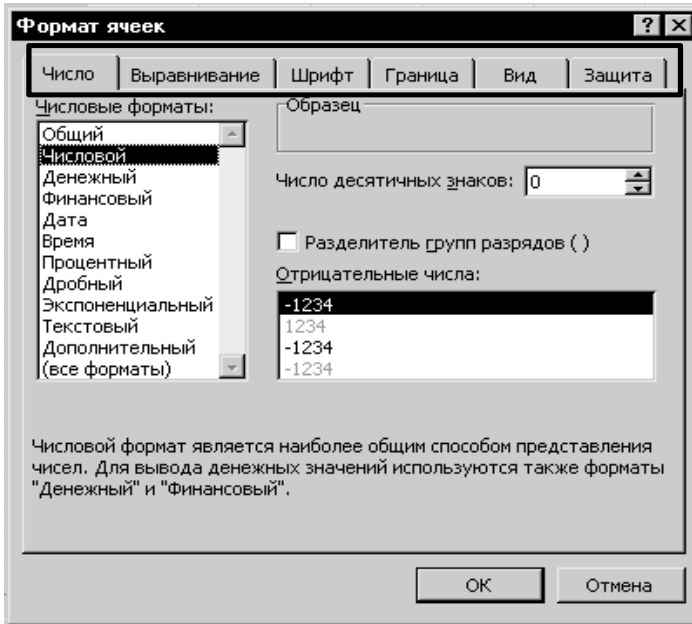


Рисунок 3 – Діалогове вікно команди «Формат осередку»

За один раз можна задати параметри формату не тільки для одного активного осередку, але відразу для декількох. Для цього заздалегідь виділіть потрібну групу осередків як блок і дайте команду «Формат осередку».

Написання формул і виконання обчислень

Запис формул, як правило, є найбільш часто повторюваним видом робіт при вирішенні навчальних завдань розрахункового характеру. Тут існує загальне правило – для того, щоб вказати комп'ютеру, що символи, що набирають, є формулою, необхідно почати запис знаком дорівнює.

Синтаксис формул дуже близький до природного запису, за винятком того, що у формулу замість числа записується адреса осередку, в якому знаходиться це число. Наприклад, щоб записати формулу $2+3$, необхідно в будь-які

два осередки помістити числа 2 і 3. Якщо ці цифри поміщені в осередки A5 і C6, то електронна версія формули набере вигляду =A5+C6. Записувати формули можна в будь-якому місці таблиці, окрім осередків, що містять початкові дані для обчислень (у прикладі осередку A5 і C6).

Щоб змінити порядок обчислень у формулі, скористайтеся дужками. Дозволяється ставити тільки круглі дужки. Можна вказувати будь-яке число вкладок одних дужок в інших, але при цьому число відкритих дужок повинне дорівнювати числу закритих дужок.

Крім простих арифметичних дій, які задаються одним з символів: « + », « - », « * », « / », пакет містить велике число вбудованих функцій. Для їх написання існує спеціальна мнемоніка. Наприклад, натуральний логарифм гамма-функції записується аббревіатурою ГАММАНЛОГ, математична функція косинус записується як КІС, логічна функція ЯКЦО пишеться у формулі словом ЯКЦО.

Адреси осередків, що містять значення аргументів, вказуються після імені функції в дужках. Якщо аргументом функції є діапазон чисел, то вони перераховуються через знак « ; » - крапка з комою. Суцільний діапазон чисел вказується адресами двох крайніх осередків, розділених знаком « : » - двокрапка. Дозволяється в одному записі використовувати декілька піддіапазонів, розділяючи їх відповідними знаками. Наприклад, запис =СУММ(A8:C8;E9:G9;K12) означає підсумовування чисел, розміщених в осередках A8, B8, C8, E9, F9, G9 і K12.

Щоб полегшити запис вбудованих функцій, наберіть знак «=», потім дайте команду «Вставка функції» з текстового або кнопочкового рядка меню. Діалогове вікно команди «Вставка функції» (рис. 4) містить необхідну інформацію про синтаксис функції, і тому не потрібно пам'ятати правил її написання. Введення функції в цьому випадку в ос-

новному зводиться до задання адрес осередків, що зберігають значення аргументів.

Задавати адреси осередків, що входять у формулу, можна, не тільки вводячи з клавіатури буквено-цифрове позначення адреси, але і вказуючи мишкою на один осередок або, у разі завдання діапазону аргументів, відзначаючи блок осередків, що складають діапазон. Для цього переконайтеся, що курсор знаходиться в потрібному рядку діалогового вікна, і відзначте в таблиці один осередок або блок. У першому рядку діалогового вікна відобразяться адреси відмічених осередків і з'явиться ще один рядок. Клацніть на ній лівою кнопкою мишки. Якщо буде потрібно, повторіть введення даних або натисніть «ОК» для перенесення даних з діалогового вікна в активний осередок.

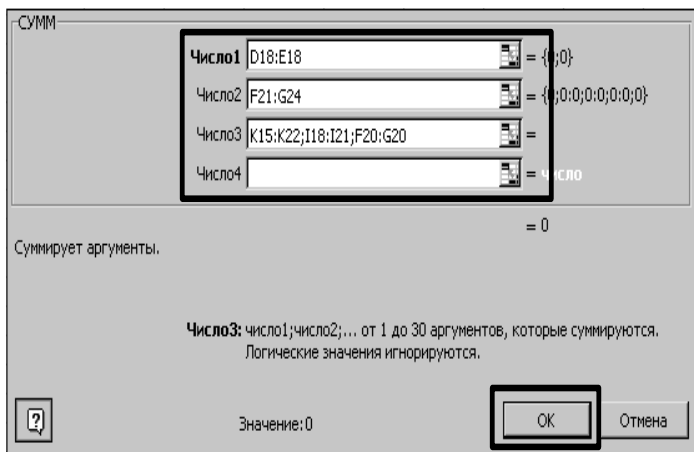


Рисунок 4 – Діалогове вікно команди «Вставка функції»

Редагування інформації в осередках

Для редагування інформації в осередку використовується рядок формул (рисунок 1). У ній відображається вміст активного осередку. Клацніть мишкою на будь-яке місце в рядку формул і вставте або зітріть потрібний символ.

Щоб редагувати безпосередньо в осередку, зробіть її активною і натисніть кнопку «F2».

Побудова діаграм і графіків

Використання діаграм і графіків дозволяє ілюструвати результати вирішення навчальних завдань і робити звіти ним наочнішими і кольоровішими.

Відобразити в графічному вигляді вміст осередків можна за допомогою команди «Майстер діаграм». Виділіть блок осередків, клацніть мишкою на піктограму «Майстер діаграм» (рис. 5) в кнопковому меню команд або в підменю команди «Вставка». Дійте відповідно до рекомендацій «Майстра діаграм».



Рисунок 5 – Піктограма команди «Майстер діаграм»

Зверніть увагу на те, що багато діалогових вікон «Майстра діаграм» мають не одну вкладку, а декілька. Уважно прогляньте всі вкладки, послідовно задавайте потрібні параметри діаграми і контролюйте зміни у вікні візуалізації майстра. Після того як в діалоговому вікні будуть встановлені необхідні параметри, перейдіть до наступного вікна (кнопка «Далі») або закінчіть роботу з діаграмою (кнопка «Готовий» або «Відміна»).

Уніфіковані команди

Багато команд в Microsoft Excel (настройка, параметри, масштаб, шрифт, параметри сторінки і ін.) уніфіковано з іншими додатками Microsoft. Використовуйте їх так само, як в текстовому редакторі Microsoft Word для створення зручного робочого середовища і для налаштування зовні-

шнього вигляду електронних таблиць на екрані монітора або на аркуші паперу.

Завдання для самостійної роботи

Завдання 1

1 Запустити на виконання додаток Microsoft Excel.

2 Перейти на лист 1.

3 Дати команду «Файл» - «Параметри сторінки» і встановити:

- на вкладці «Сторінка» формат аркуша А4 (210x297 мм) і альбомну орієнтацію сторінки;

- на вкладці «Поля» ліве – 35 мм, праве – 10 мм, верхнє і нижнє – по 15 мм;

- на вкладці «Колонтитули» видалити, якщо є, всі колонтитули.

4 Дати команду «Вигляд» і встановити відображення листа як «Звичайний» лист Microsoft Excel.

5 Дати команду «Вигляд» і встановити масштаб відображення документа 100 %.

6 Проглянути в підменю команди «Сервіс» всі параметри, встановлені в діалогових вікнах команд «Настройка» і «Параметри». Виконати, якщо потрібно, необхідні зміни. (Як правило, в меню команди «Параметри» змін не робиться, а в меню команди «Настройка» настроюється кнопочове меню команд). Для настроювання кнопочового меню дати команду «Настройка» і потім: а) на вкладці «Панель інструментів» відзначити прапорцями (клацанням мишки) ті панелі інструментів, з якими передбачається працювати; б) перетягнути панель інструменту в зручне для роботи місце на екрані монітора; у) якщо на вкладці «Панель інструментів» немає імені потрібної панелі, то створити нову (натиснути кнопку «Створити» і набрати ім'я створюваної

панелі); г) на вкладці «Команди» вибрати потрібну кнопку і перетягнути на будь-яку з наявних панелей інструментів.

7 Заповнити осередки листа 1 таким текстом (адреси осередків повинні відповідати вказаним), див. таблицю:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2		ФІО учасника	US	UA	GB	RUS	GER
3		Иванова	9,6	9,5	9,6	9,6	9,1
4		Петрова	9,4	9,6	9,6	8,4	9,4
5		Сидорова	9,1	9,6	9,4	8,8	9,9

8 Виділити всі заповнені осередки в блок. Дати команду «Формат» -«Ячейки»:

- на вкладці «Шрифт» встановити шрифт [Arial Cyr], зображення [Напівжирний], розмір [14];

- на вкладці «Межа» встановити вид ліній на зовнішніх (подвійна межа) і внутрішніх (одинарна межа) межах осередків.

9 Змінити ширину стовпців так, щоб текст повністю поміщався в осередках.

10 Виділити осередки з цифрами в блок. Дати команду «Формат» - «Осередки»:

- на вкладці «Вирівнювання» встановити «Вирівнювання по горизонталі» [по центру] і «Вирівнювання по вертикалі» [по центру];

- на вкладці «Межа» встановити вид ліній на зовнішніх (подвійна межа) і внутрішніх (одинарна межа) межах осередків.

11 Виділити осередки, що містять текст «US UA GB RUS GER», в блок і повторити п.10.

12 Виділити осередки, що містять текст з прізвищами «Иванова, Петрова, Сидорова», в блок. Дати команду «Формат» «Осередки»:

- на вкладці «Вирівнювання» встановити «Вирівнювання по вертикалі» [по центру];

- на вкладці «Межа» встановити вид ліній на зовнішніх межах осередків (подвійна межа).

13 У рядку 2 стовпців H,I,J записати текст «Середній бал», «Підсумок», «МІСЦЕ». Для перенесення слова «бал» на інший рядок натиснути одночасно клавіші «Alt» і «Enter». Повторити для цих осередків п.10.

14 У осередок H3 ввести знак дорівнює і набрати формулу =CP3HACH(C3:G3). Для набору формули використовувати команду «Вставка» - «Функція» (функція «CP3HACH» відноситься до категорії «Статистичні»).

15 У осередок I3 ввести знак рівно і набрати формулу =(СУМ(C3:G3) -МИН(C3:G3) -МАКС(C3:G3))/3. Для набору формули використовувати команду «Вставка» - «Функція» (функція «СУМ» належить до категорії «Математичні», функції «МИН» і «МАКС» - «Статистичні»).

16 У осередок J3 ввести знак дорівнює і набрати формулу =РАНГ(I3;I\$3:I\$5). Для набору формули використовувати команду «Вставка» - «Функція» (функція «РАНГ» належить до категорії «Статистичні»).

17 Виділити осередки з формулами (осередки H3:J3) в блок. Дати команду «Правка» - «Копіювати». Виділити в блок осередки для вставки формул (осередки H4:J5). Дати команду «Правка» - «Вставити». Натиснути кнопку «Esc», щоб відмінити виділений для копіювання блок (закрити мерехтливу рамку).

18 Виділити в блок осередки H2:H5. Дати команду «Формат» - «Осередки»:

- на вкладці «Вирівнювання» встановити «Вирівнювання по горизонталі» [по центру] і «Вирівнювання по вертикалі» [по центру];

- на вкладці «Шрифт» встановити шрифт [Arial Cyt], зображення [Напівжирний], розмір [14];

- на вкладці «Межа» встановити вид ліній на зовнішніх (подвійна межа) і внутрішніх (одинарна межа) межах осередків.

19 Виділити в блок осередки I2:I5 і повторити п.18. Додатково на вкладці «Число» встановити «Числовий формат» [Числовий] і «Число десяткових знаків» [2].

20 Виділити в блок осередки J2:J5 і повторити п.18. Додатково на вкладці «Вигляд» встановити колір заливки осередків (для друку на чорно-білому принтері - відтінки сірого).

21 Виділити в блок осередки H2:j2. На вкладці «Межа» встановити вид ліній (подвійна межа) на зовнішніх і внутрішніх межах осередків.

22 Створити діаграму, для чого:

- виділити два окремі блоки осередків, що містять прізвища (B3:v5) і підсумок (I3:I5). Для виділення незв'язаних блоків виділити один з них, потім натиснути кнопку «Ctrl» і, не відпускаючи її, виділити інший;

- дати команду «Вставка» «Діаграма»;

- на вкладці «Нестандартні» вибрати тип [Широка гістограма] і натиснути кнопку «Далі»;

- пропустити вкладку «Диапазон данных»/«Ряд» (натиснути кнопку «Далі»);

- на вкладці «Заголовки» в рядка «Назва діаграми» написати текст «Підсумки змагань»;

- на вкладці «Осі» закрити позначку перед словами «Вісь Z (значень)»;

- на вкладці «Легенда» зняти галочку перед словами «Додати легенду»;

- на вкладці «Підпис даних» встановити крапку перед словом «значення»;

- натиснути кнопку «Готово».

22 Змінити зовнішній вигляд діаграми, для чого клацнути по області діаграми і після появи спливаючої панелі інструментів встановити:

- заголовок діаграми [формат заголовка діаграми] - розмір шрифту 16 пт (вкладка «Шрифт»);

- область діаграми [формат заголовка діаграми] - рамка [невидима] (вкладка «Вигляд»);

- вісь категорій [формат заголовка діаграми] - розмір шрифту 20 пт, колір «Червоний» (вкладка «Шрифт»);

- ряд 1 підпису даних [формат заголовка діаграми] - розмір шрифту 20 пт, колір «Червоний» (вкладка «Шрифт»);

- змінити розміри і положення діаграми на сторінці (мишкою);

- відмінити виділення діаграми (перейти в будь-який осередок поза діаграмою).

23 Дати команду «Файл» - «Попередній перегляд». Проглянути який матиме вигляд надрукований лист. Натиснути кнопку «Закрити».

24 Змінити положення таблиці так, щоб вона була посередині листа (за рахунок висоти рядка 1 і ширини стовпця А). Проконтролювати результати (див. п.24).

25 Дати команду «Файл» - «Зберегти». Вибрати теку для збереження, наприклад, теку [C:\ФПК\Excel]. Перейти в рядок «Ім'я файлу», набрати ім'я «Спорт» і натиснути кнопку «Зберегти» - щоб записати книгу. (Якщо книга вже зберігалася і потрібно зберегти її під іншим ім'ям, то замість команди «Зберегти» слід дати команду «Зберегти як»).

26 Дати команду «Файл» - «Друк» (якщо до комп'ютера підключений принтер). Зробити, якщо необхідно, установки для друку і натиснути кнопку «ОК» - для друку листа або «Відміна» - щоб відмовитися від друку.

27 Закрити додаток Microsoft Excel.

Завдання 2

- 1 Запустити на виконання додаток Microsoft Excel.
- 2 Перейти на лист 2.
- 3 Встановити формат листа А4 (210 мм х 297 мм) і альбомну орієнтацію сторінки.
- 4 Задати поля для друку: ліве – 25 мм, праве – 10 мм, верхнє і нижнє – по 15 мм.
- 5 Видалити всі колонтитули, якщо вони є.
- 6 Встановити відображення листа як сторінку документа Microsoft Excel.
- 7 Встановити відображення листа як звичайний лист Microsoft Excel.
- 8 Встановити масштаб відображення документа 100 %.
- 9 Проглянути в підменю команди «Сервіс» всі параметри, встановлені в діалогових вікнах команд «Настройка» і «Параметри». Виконати необхідні зміни.
- 10 Підготувати таблицю згідно з прикладом на рисунку 6.
- 11 Перейти на лист 1 і сформуванати таблицю відповідно до рисунка 7.
- 12 Перейти на лист 2.
- 13 Заповнити графу «ПРИЗВИЩЕ І ІНІЦІАЛИ» довільним текстом.
- 14 Заповнити графи «ПОСАДА», «ОКЛАД» (перейти на лист 1, виділити два осередки у стовпці А і В, дати команду «Правка» - «Копіювання». Перейти в потрібний осередок стовпця В на листі 2 і дати команду «Правка» - «Спеціальна вставка» - «Копіювати зв'язок» - в осередках повинні з'явитися абсолютні адреси осередків).
- 15 Перейти на лист 2.
- 16 Заповнити графу «ДНІВ» довільними цифрами від 0 до 25.

Сумский государственный университет

Ведомость № _____
 на выплату зарплаты _____
 каф. № _____
 за _____ месяца 2001г.

В кассу для оплаты в срок с " _____ " по " _____ "
 2001г. в сумме _____ к. _____

 Ректор _____
 Ст. бухг. _____

Выплачено грн _____
 Депонировано грн _____
 По к-ордерам грн _____

	ДОЛЖНОСТЬ	ОКЛАД	ДНЕЙ	НАЧИСЛЕНО		ВСЕГО	УДЕРЖАНО						ФАМИЛИЯ, ИНИЦИАЛЫ	СУММА К ВЫДАЧЕ	РАСПИСКА В ПОЛУЧЕНИИ ДЕНЕГ
							ПОДОХД НАЛОГ	НАЛОГ С М/С	ПРОФ. ВЗНОС	ИСПОЛН. ЛИСТ	КРЕДИТ	ИТОГО			
1															
2															
3															
4															
5															
6															
7															
8															
9															
10															
11															
12															
13															
14															
15															

Рисунок 6 – Приклад таблиці для заповнення

	А	В	С	Д	Е			
1	Вихідні дані для нарахування заробітної плати							
2	Должность		Оклад		Начислено		Подходный налог	
3	Зав.кафедрой		350		1000		0,12	
4	Профессор		300		2000		0,2	
5	Доцент		250		3000		0,3	
6	Преподаватель		200		>		0,33	
7	Ассистент		800					
8								
9	Число рабочих дней:		25					
10	Налог с м/с:		0,01					
11	Проф.взносъ:		0,02					

Рисунок 7 – Таблица на листі 1

17 Записати в перший стовпець першого рядка графі «НАРАХОВАНО» формулу для визначення розміру нарахувань (як база окладу на відношення відпрацьованих днів до кількості днів у місяці). Формула повинна містити посилення дані листа 2 («ОКЛАД», «ДНІВ») і листа 1 («Кількість робочих днів»). Встановити у формулі абсолютні адреси осередків листа 1. Наприклад, =C13*D13/Лист1!\$B\$9.

18 У перший рядок граф «ВСЬОГО», «РАЗОМ» записати формули для обчислень (як сума вмісту відповідних осередків рядка). Наприклад, «ВСЬОГО»: =СУММ(E11:F11), «РАЗОМ»: =СУММ(H11:L11).

19 У перший рядок графі «СУМА До ВИДАЧІ» записати формулу для обчислень (як різниця вмісту відповідних осередків рядка). Наприклад, =G11-M11 .

20 Записати в перший рядок графі «ПОДОХОД. ПОДАТОК» формулу для обчислення прибуткового податку. Формула повинна відображати шкалу процентних ставок листа 1 і містити умовний оператор. Наприклад, =G11*ЕСЛИ(G11>3000;0,33;ЕСЛИ(G11>2000;0,3;ЕСЛИ(G11>1000;0,2;0,12))), де G11 - адреса осередку, в якому знаходиться сума нарахувань (графі «ВСЬОГО»).

21 Замінити в умовному операторові цифри 3000, 2000, 1000 (межі для нарахування прибуткового податку) і цифри 0,33; 0,3; 0,2; 0,12 (відсоток прибуткового податку) на абсолютні адреси осередків, в яких вони записані.

Наприклад, =G11*ЕСЛИ(G11>Лист1!\$D\$5;
Лист1!\$E\$6;ЕСЛИ(G11>Лист1!\$D\$4;
Лист1!\$E\$5;ЕСЛИ(G11>Лист1!\$D\$3;
Лист1!\$E\$4;Лист1!\$E\$3))).

22 У перший рядок графі «Профс.взнос» записати формулу для обчислення розміру профспілкових внесків. Формула повинна включати базу даних з графі «ВСЬОГО» і коефіцієнта для нарахування профспілкових внесків. У формулі потрібно використовувати абсолютну адресу осередку для коефіцієнта. Наприклад =G11*Лист1!\$B\$11.

23 У перший рядок графі «ПОДАТОК З М/с» записати формулу для розрахунку податку з малосімейних. Формула повинна містити базу даних з графі «ВСЬОГО» на коефіцієнт для обчислення податку з м/с. У формулі слід використовувати абсолютну адресу осередку для коефіцієнта. Наприклад, =G11*Лист1!\$B\$10.

24 Виконати копіювання формул з першого рядка в решту рядків. Спочатку виконати копіювання однієї формули, наприклад, записаної в осередку E11. Для цього перевести курсор в осередок, що містить формулу (E11), і дати команду «Правка» - «Копіювання». Виділити осередки стовпця E, в яких потрібно копіювати і дати команду «Правка» - «Спеціальна вставка» - «Без рамки». Повторити аналогічне копіювання решти формул, записаних в осередках G11, H11, I11, J11, M11 і O11.

25 Видалити для другого за списком співробітника формулу для нарахування профспілкових внесків (вважати, що для нього не нараховуються профспілкові внески).

26 Видалити для довільної кількості співробітників формули для розрахунку податку з малосімейних (вважати, що для них не нараховується податок з малосімейних).

27 Для декількох співробітників заповнити графу «ІС-ПОЛН. ЛИСТ» довільними числами (вважати, що вони платять за виконавчим листом).

28 Для декількох співробітників заповнити графу «КРЕДИТ» довільними числами (вважати, що з них утримується кредит).

29 Зберегти книгу Microsoft Excel під ім'ям [Платежка_фпк.xls].

30 Закрити додаток Microsoft Excel.

Довідкова інформація з Microsoft Excel

Для того щоб легко було встановити місце помилки в складній формулі, записуйте її маленькими буквами. Тоді за наявності помилок розпізнані функції так і залишаться рядковими, а написані без помилок перепишуться великими буквами.

Дізнатися результат обчислень не для всієї формули, а для якоїсь її складової частини, можна, якщо виділити цю частину і натиснути кнопку «F9». Результат обчислення для виділеної частини буде відведений в рядку формул. У такий спосіб зручно користуватися для перевірки по частинах складних формул з великою кількістю дужок, що відкриваються і закриваються.

Полегшити пошук помилки на листі з великою кількістю формул, які мають численні посилання на осередки з іншими формулами, можна, якщо виділити осередок з помилкою і дати команду з кнопочового меню «Джерело помилки». Червоні стрілки вкажуть на осередки з помилковими формулами, а блакитні – на осередки з числами, що стали джерелом помилки.

Щоб зменшити вірогідність появи помилок, вкажіть діапазон можливих значень, що вводяться в осередок (команда «Дані» - «Перевірка»).

Шукати логічні помилки простіше, якщо одночасно бачити в осередках і формули, і результати їх обчислень.

Досягти цього можна, якщо створити копію існуючого документа, вказати для неї параметр відображення вмісту осередків у вигляді формул і мати в своєму розпорядженні вікна обох документів каскад або зверху вниз.

Працювати з великими таблицями зручніше, якщо є можливість зрушувати зображення однієї частини таблиці щодо іншої. Наприклад, так, щоб одночасно бачити тільки початок і кінець таблиці. Це можна зробити двома способами: а) розділити екран на дві частини (пересунути мітку розбиття вікна); б) закріпити нерухомо частину осередків (виділити блок осередків і дати команду «Вікно» - «Закріпити області»).

Найшвидший спосіб копіювання вмісту одного осередку або блоку осередків у сусідні осередки полягатиме в тому, щоб спозиціонувати курсор на чорний квадратик в правому нижньому куті активного осередку або виділеного блоку (курсор набере вигляду хрестика) і переміщати мишку, утримуючи натиснутою її ліву кнопку. Щоб скопіювати формат осередків при переміщенні мишки, утримуйте праву кнопку (якщо її потім відпустити, то з'явиться контекстне меню, з якого можна вибрати умови копіювання).

Щоб одночасно заповнити відразу декілька осередків, виділіть їх в блок, наберіть інформацію (візуалізується в активній клітинці виділеного блоку) і для введення натисніть клавіші «Ctrl» + «Enter».

Якщо потрібно однаково заповнити відразу декілька листів, об'єднаєте їх в групу (при натиснутій клавіші «Shift» або «Ctrl» клацніть мишкою на ярлик листа в рядку горизонтального прокручування). Тепер всі зміни в активному осередку будь-якого з листів групи відтворяться в осередках з такою ж адресою в решті всіх листів, що входять до групи (ознака листа, що входить до групи, – білий колір ярличка).

Практично всі елементи діаграми в Excel настроюються. Щоб змінити елемент діаграм, клацніть по ньому лівою кнопкою мишки і після того, як він буде виділений, натисніть праву кнопку. Внесіть необхідні зміни, використовуючи контекстне меню, що з'явилося.

Щоб створити блок з несуміжних осередків, виділяйте їх при натиснутій клавіші «Ctrl».

Команда «Правка» - «Спеціальна вставка» дозволить вибірково встановити, що вставляти з буфера обміну: формули, значення, формати і так далі.

Для поліпшення сприйняття даних у таблиці рекомендується до окремих осередків або блоків осередків створювати примітки (команда «Вставка» - «Примітка» з текстового або контекстного меню).

Щоб скопіювати осередки або діаграму Excel як малюнок, досить виконати команду «Правка» - «Копіювати» при натиснутій кнопці «Shift».

У багатьох завданнях зручно вести розрахунки відразу на декількох листах книги або на листах різних книг, поміщаючи початкові дані на одних листах для обчислень і результуючі таблиці на інших листах. Це можна зробити, якщо у формулі вказати тривимірну адресу осередку, наприклад, так: =СУММ([Книга 2]Лист3!\$B\$2:\$B\$3). Як і завжди, задати адресу осередку або діапазону осередків можна, вказавши на них мишкою.

Для введення інформації в активний осередок можна скористатися не тільки кнопкою «Enter», але і кнопками управління курсором. Наберіть інформацію і натисніть одну з кнопок управління курсором. Інформація буде занесена в осередок, а курсор переміститься в потрібному напрямі.

1.2 ПРОГРАМУВАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ ПАКЕТА MATHCAD

Робота з пакетом MATHCAD_

Призначення пакета MATHCAD

Пакет програм MATHCAD (Mathematical Computer Aided Design) застосовується для програмування обчислень і оформлення звітів до робіт обчислювального характеру (записки розрахункового пояснення курсових і дипломних проектів, звітів до лабораторних, практичних робіт та ін.)

Він вигідно відрізняється від ряду інших аналогічних програмних продуктів простотою програмування і можливістю виконати практично всі види розрахунків, а також отримати протокол розрахунків, форма якого максимально наближена до вимог ЕСБКД для текстових документів.

Нижче висловлюється методика роботи з пакетом MATHCAD версії 2.0. Це найбільш простий для первинного знайомства пакет, що в той же час дозволяє вивчити основні правила роботи і програмувати більшість обчислювальних завдань. Перехід з версії MATHCAD 2.0 на старші версії не становить труднощів, оскільки вони відрізняються в основному набором вбудованих математичних функцій і оформлювальними можливостями.

Обчислювальні можливості пакета MATHCAD 2.0:

- проведення обчислень з точністю до 15 десяткових цифр;
- використання констант, змінних, одно- і двовимірних масивів;
- можливість виконання алгоритмічних, у т.ч. альтернативних обчислень;

- використання вбудованих математичних функцій, включаючи великий набір арифметичних, тригонометричних, статистичних функцій, і функцій, визначуваних самим користувачем;

- операції матричної алгебри;
- розв'язання лінійних систем рівнянь, чисельна інтеграція, диференціювання і інтерполяція;
- міжпрограмний обмін даними через текстові бази даних (файли).

Крім того, пакет MATHCAD має широкий набір графічних і оформлювальних можливостей, серед яких:

- можливість в будь-якому місці документа поміщати текст, математичні конструкції у загальноприйнятому вигляді, графіки або малюнки;

- обробка документів практично необмеженого розміру;

- удосконалені засоби редагування текстової і програмної частини;

- одночасна обробка декількох документів;

- простота отримання твердої копії на принтері або графічному пристрої.

Основні етапи роботи

Завантаження пакета MATHCAD

Пакет MATHCAD 2.0 може працювати в середовищі Windows і MS DOS. Завантаження пакета стандартне:

1 Для Windows – знайти ярлик або піктограму виконаного файлу mathcad .exe і двічі клацнути її лівою кнопкою мишки.

2 Для MS DOS – вибрати виконуваний файл mathcad.exe і натиснути Enter.

Введення початкових даних

Початкові дані можна поміщати в будь-якому вільному місці екрану (документа), для чого досить підвести курсор до потрібного місця екрану і почати введення даних. При цьому для кожного типу даних пакетом автоматично формується невидима прямокутна область, яку за бажанням можна побачити, якщо натиснути одночасно кнопки «Ctrl» і «V» (повторне натиснення цих кнопок вимкне видимість меж області). Вибираючи місце для введення початкових даних, слід пам'ятати, що перетин меж двох сусідніх областей не допускається.

✧ *Введення текстів*

Відкрийте текстову область (для цього слід натиснути кнопку «"» - подвійні лапки) і введіть текст між парою подвійних лапок, що з'явилася. Для перенесення рядків використовуйте кнопку «Enter». Після завершення набору тексту виведіть курсор з текстової області так, щоб зникло зображення лапок.

Привласнення числових значень для констант.

Для написання імен констант використовуються букви латинського алфавіту і цифри. Якщо ім'я константи містить нижній індекс, то він пишеться через крапку. Привласнюється числове значення написанням цифр після знака привласнення (двокрапка – « : »). Ціла частина числа відділяється від дробового десятковою крапкою.

Наприклад

набираємо:	бачимо:
a:12.601	a:=12,601
kpd1:0.95	kpd1:=0,95
N.ras:12.8	Nras:=12,8.

✧ *Введення масивів чисел*

Перед введенням числових значень елементів масиву необхідно задати межі зміни індексів.

Якщо крок зміни індексу дорівнює одиниці, то межа задається двома числами (нижня і верхня межа зміни індексу). Числа розділяються знаком « ; ».

Якщо крок зміни індексу не рівний одиниці, то при заданні меж пишуться три числа. Перше число визначає нижню межу, друге – наступне можливе значення індексу. Різниця між першим і другим числом визначає крок. Третє число в цьому записі вказує верхню межу індексу. При написанні перше значення від другого відділяється знаком «-» комі, а третє - знайомий «;» - крапкою з комою.

Імена масивів формуються так само, як і імена констант, а потім вказуються один або два індекси (якщо індексу два, то вони розділяються комами, і всі вирази для індексів поміщаються в дужки). Інденси масиву відділяються від його імені знаком «[» - відкриття квадратних дужок.

Введення числових значень починається після вказівки знаку привласнення (двокрапка) після імені масиву. Числа відділяються один від одного комами.

Наприклад

набираємо : бачимо:

i:2;8 i:=2..8

n:1,3;12 n:=1,3..12

Pz[i:86,34,92 Pz :=

86
34
92

N[(i,j) :2.3,4.5,6,7

N i, j :=

2
3
4
5
6
7

де

$$N = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{bmatrix}$$

Формули

Правила написання формул максимально наближені до природної форми. При цьому ліва частина формули записується за правилами утворення імен констант або масивів і відділяється від правої частини знаком привласнення (двокрапка).

Необхідно враховувати, що якщо в лівій стоїть коштує ім'я константи, то в правій частині не можна використовувати операції з масивами.

Для завдання вбудованих математичних операцій, які не можуть бути набрані з клавіатури в природній формі, використовується спеціальна мнемоніка, коли натисненню однієї або декількох клавіш відповідає певна математична операція або функція.

Арифметичні операції:

/ - ділення; * - множення;

- - віднімання; + - складання;

^ - піднесення до степеня; - - квадратний корінь;

! - факторіал; | - модуль.

«Ctrl» + «Enter» - складання з перенесенням на наступний рядок (якщо вираз не поміщається на одному рядку екрана).

Тригонометричні функції:

$\sin(z)$; $\text{asin}(z)$; $\cos(z)$; $\text{acos}(z)$; $\tan(z)$; $\text{atan}(z)$.

Гіперболічні функції:

$\sinh(z)$; $\text{asinh}(z)$; $\cosh(z)$; $\text{acosh}(z)$; $\tanh(z)$; $\text{atanh}(z)$.

Експонента, логарифм:

$\exp(z)$ - e в степені x ; $\ln(z)$ - натуральний логарифм; $\log(z)$ - логарифм за основою 10.

Функції математичної статистики:

$\text{mean}(Z)$ - математичне очікування;

$\text{tdev}(Z)$ - середньоквадратичне відхилення;

$\text{var}(Z)$ - варіація;

$\text{corr}(Y,Z)$ - кореляція.

Спеціальні функції:

$\text{spom}(x)$ - нормальний розподіл; $\text{erf}(x)$ - функція помилки.

Додаткові функції для масивів:

$x\$\text{i}$ - підсумовування елементів масиву;

$x\#\text{i}$ - утворення елементів масиву.

Обчислення

Обчислення за формулою проводяться відповідно до загальноприйнятого старшинства операцій, яке так само, як і при звичайному записі, може бути змінено за допомогою дужок, тобто результатом виразу $(2+2)*2$ є 8. Загальна послідовність обчислень за всіма формулами документа - зліва направо і зверху вниз.

Результати обчислень візуалізуються праворуч від знака « \Rightarrow » - дорівнює. Наприклад

набираємо: бачимо:

$$C := (a-1)/b \quad C = \quad C := \frac{\sqrt{(a-1)}}{b} \quad C = 12,6$$
$$X.k := X[i+5] \quad X.k = \quad X_k := \sum_i (X_i + 5)$$

Точність представлення результату обчислення можна регулювати глобальним або локальним форматуванням.

Для задання глобального формату слід натиснути «Esc», набрати на клавіатурі слово «format» (воно відобразиться у верхньому рядку) і натиснути «Enter».

Для локального формату потрібно підвести курсор до результату (числа, таблиці або матриці, що з'явилися після знака « \Rightarrow »). Набрати «f» для зміни формату результату.

У обох випадках з'являється таке меню з параметрами форматування:

$\text{rd}=\text{d}; \text{ct}=2; \text{im}=\text{I}; \text{zt}=15; \text{et}=3; \text{pr}=3.$

Значення параметрів такі:

rd - система числення (d- десяткова, h- вісімкова, o- шістнадцятирична);
ct - для запису чисел як реальні і уявні;
im – задає форму представлення уявної частини числа;
zt - представлення нуля (показати число нулем, якщо воно менше, ніж 10^{-zt});
et - визначає порядок числа, що представляється в експоненціальному вигляді;
pr – точність (кількість знаків після десяткової крапки).

Розв'язання рівнянь і систем рівнянь

Для розв'язання рівняння типу $f(x) = 0$ необхідно:

- задати початкове наближення;
- записати вираз, в який входить ключове слово «root» і потім, в дужках, - ліву частину розв'язуваного рівняння, кома і змінна, щодо якої розв'язується рівняння.

Числове значення кореня з'явиться праворуч від знаку рівності. Якщо рівняння має декілька коренів, то як розв'язком буде той, який найближче знаходиться до початкового наближення. Наприклад, для розв'язання рівняння $\tan(x) = 1$ необхідно записати

$$x := 1 \quad \text{root}(\tan(x) - 1, x) = .$$

Розв'язання системи рівнянь виконується за трохи іншою схемою:

1 Задаються початкові наближення.

2 Після ключового слова «Given», яке показує, що всі вирази після нього належать до вирішуваної системи, перераховуються рівняння, що входять до системи (замість знака рівності використовується одночасне натиснення кнопок «Alt» і «=» - дорівнює).

3 Записується друге ключове слово «Find», в дужках поряд із ним - змінні, для яких шукаються числові значення і знак дорівнює. Зліва від знаку рівності з'явиться вектор розв'язання системи.

Наприклад:
 $x := 1$ $y := 1$
 Given
 $x - y \text{ Alt} = 1.4$
 $x + y \text{ Alt} = 7.6$
 Find $(x, y) =$

Графіки функції однієї змінної

Для побудови графіка функцій типу $y = f(x)$, $z = f(x)$ необхідно натиснути кнопку "@" і на полі, що з'явилося, для графіка заповнити квадратики згідно зі схемою на рис. 1.

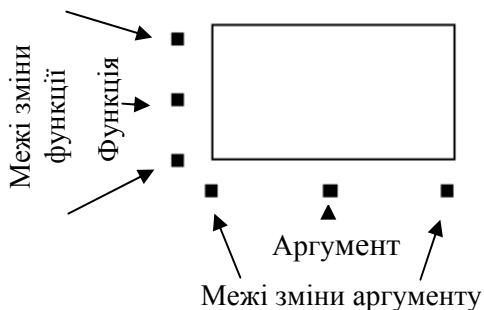


Рисунок 1 – Поле графіка

На схемі позначено:

- функція - змінна з індексом (якщо функцій декілька, то вони перераховуються через кому), наприклад, $Y[i, Z[i]$;
- аргумент - змінна з індексом, наприклад, $x[i]$;
- межі зміни функції і аргумента - числа, що визначають діапазон можливих значень (якщо не вказувати, то визначаються автоматично).

Якщо значення функцій і аргумента заздалегідь визначені, то після виходу з області графіка він буде побудований автоматично.

Графік можна відформатувати, для чого досить натиснути "F" усередині графіка і змінити параметри у верхньому меню:

subdivs - градуювання (Subdivisions=4,1 - 4 ділення по осі y, 1 ділення по осі x);

size - розміри графіка (size=15,30 - 15 рядків і 30 стовпців, відведених для графіка);

type - тип символу, використовуваного для побудови графіка (l – лінії; d - крапки; x-множення; p-плюс; o-прямокутник; v-ромб; e-скісна межа; b-гістограма; s – ступеньки; X-лінія і множення; P-лінія і плюс; O-лінія і прямокутник; V-лінія і ромб).

Якщо графік побудований для декількох функцій, то зручніше задавати і декілька типів символів, перераховуючи їх через кому (type=l,d,...).

Обмін даними між програмами

Часто різні навчальні завдання оперують з одними й тими самими даними. Тому виникає необхідність зберегти одного разу підготовлені дані і використовувати їх як для проведення розрахунків, так і для інших видів навчальних робіт. Наприклад, зручним при виконанні навчальних завдань інженерного характеру є зв'язок пакетів «MATHCAD» і «КОМПАС – ГРАФІК» (див. наступний розділ вказівок), коли виконані за допомогою пакета «MATHCAD» конструкторські розрахунки візуалізуються у вигляді креслення деталі за допомогою параметризованих бібліотек, підготовлених для пакета «КОМПАС – ГРАФІК».

Обмін даними між програмами проводиться через проміжні файли. Робота з ними в пакеті «MATHCAD» здійснюється операторами читання READ, записи WRITE і дозаписи APPEND. Ці оператори можуть бути поміщені в будь-якому місці документа, але бажано операторів читан-

ня поміщати на початок, а записи і дозаписи - у кінці документа.

Приклади:

- a:READ(f) - з файлу даних f.dat прочитується одне число, і його значення привласнюється константі a;
- i:1;5 Pz[i:READ(x) - з файлу даних x.dat прочитуються 5 чисел, і їх значення привласнюються масиву Pz;
- i:1;4 j:1,5 M[(i,j):READ(x) - з файлу даних x.dat прочитуються наступні 20 чисел, і їх значення привласнюються двомірному масиву M;
- i:1;6 WRITER(t):V[i - елементи масиву V записуються у файл t.dat;
- APPEND(t):TR[i -дані з масиву TR дописуються до вже існуючого файлу t.dat.

Редагування

У більшості випадків підготовлені студентами звіти з виконаних робіт є багато разів редагованими документами, оскільки їх зміст формується у міру виконання розрахунків і, крім того, у студентів, як правило, немає належного досвіду, щоб відразу правильно виконати і оформити звіт (через специфічність навчального процесу, коли для успішного оволодіння дисципліною потрібно виконати велику кількість різноманітних розрахунків, і не завжди достатньо навчального часу для їх повторення з метою накопичення досвіду проведення однотипних розрахунків).

Пакет «MATHCAD» має великий набір засобів для редагування як усередині обмеженої області, так з областю в цілому. При цьому для простого редагування усередині існуючої області (текст, формула, графік) можна скористатися кнопками управління курсором або кнопками «Vakspace», «Delete» і «Insert», а для роботи з областями використовуються спеціальні команди редагування.

Команди для роботи з одиничною областю:

1 Видалити область - встановити курсор всередину області і натиснути «F3».

2 Перенести область - видалити область «F3», пересунути курсор в нове місце і натиснути «F4».

3 Скопіювати - аналогічно попередній операції, за винятком того, що замість «F3» потрібно натиснути кнопку «F2».

Друк документа

Друк документа виконується за командою, що задається одночасним натисненням кнопок «Ctrl» і «O».

Для вибору області друку документа MATHCAD видає підказку: «Print area 0,0 to 50,79». Для друку всього документа просто натисніть «Enter». Для друку певної області заздалегідь затріть існуючі числа меж і введіть нові (Print area «номер першого друкованого рядка», «номер першого друкованого стовпця» to - «номер останнього друкованого рядка», «номер останнього друкованого стовпця»).

Потім вкажіть пристрій виведення (PRN - для принтера, COM1 - для плоттера, «ім'я» - для виведення у файл) і клавішею «Enter» виведіть документ на друк.

Запис документа на диск і читання з диска

Для запису документа на диск натисніть кнопку «F6» і наберіть ім'я, під яким хочете зберегти створений документ. Ім'я може включати до 8 латинських букв і цифр без розділових знаків і без розширення (розширення, три останні символи mcd в імені файлу додаються автоматично.)

Читання документа відбувається при натисканні кнопки «F5». Якщо у відповідь на запрошення ввести ім'я документа, відразу натиснути «Enter», то з'явиться список усіх документів, які є в поточному каталозі. Щоб вибрати

потрібний документ, підведіть курсор до його імені і натисніть «Enter».

Виконання команд

Виконати команду можна, задавши її ім'я (натиснути кнопку «Esc», набрати ім'я команди і натиснути «Enter») або через меню команд. При цьому зручнішим є другий варіант – він не вимагає запам'ятовування повного імені команди - щоб виконати команду, досить просто знайти її в командному меню і натиснути кнопку «Enter». Крім того, це, як правило, і найбільш швидкий спосіб виконання команди.

Для виклику меню натисніть «F10». Потім, використовуючи кнопки із стрілками, пересуньте курсор до бажаної команди. Натисніть кнопку «Enter».

Деякі команди можна виконувати натискаючи на клавіатурі відповідну ним комбінацію кнопок. Основні команди наведені у таблиці 1.

Таблиця 1 – Команди і «гарячі кнопки»

Команда	Зміст команди
Системні команди (System)	
help «F1»	Виклик файлу підказки HELP
Quit «Ctrl Q»	Вихід з MATHCAD і повернення в DOS
Dos	Використання команд DOS з тимчасовим виходом з MATHCAD
memory	Показує використовувану пам'ять
redraw «Ctrl R»	Повторне зображення екрана
Print «Ctrl O»	Друк усього або частини поточного документа
selectprinter	Вибір типу принтера із запропонованого меню
configsave	Збереження поточної конфігурації системи у файлі конфігурацій
execute	Завантаження командного файлу

Продовження табл. 3.1

Команди для роботи з файлами (file)	
Load «F5»	Завантаження файлу. Натиснути «Enter» для ви- клику списку існуючих файлів
Save «F6»	Запам'ятовування поточного документа у файл
append	Додавання файлу в кінець поточного документа
filename	Зв'язок змінної імені файлу з файлом даних на диску
Clear	Очищення поточного документа
Reset	Очищення поточного документа і відновлення пер- винної конфігурації
Команди для обчислень (Computation)	
calculate «F9»	Обробка і обчислення виразів на екрані до курсора
process	Обробка і обчислення всіх виразів
automatic	Введення автоматичного режиму обчислень
manual	Введення ручного режиму обчислень
format	Встановлення глобального формату чисел
randomise	Відновлення генератора випадкових чисел
dimensions	Зміна імен розмірностей
equation	Включення і виключення рівнянь в блоці
matrix	Задання і зміна розміру матриці
Команди редагування (Editing and Moving)	
сміттю «F2»	Копіювання ділянки, відміченої курсором
cut «F3»	Видалення ділянки, відміченої курсором
paste «F4»	Вставка ділянки, раніше скопійованої або видале- ної
separate	Розділення ділянок, зображення яких накладається один на одного
insertline «Ctr F9»	Вставка порожнього рядка
deleteline «Ctr F10»	Видалення порожнього рядка
Goto	Перехід до рядка або колонки (від початку докуме- нта)
move	Переміщення на вказану кількість рядків або коло- нок від поточного положення курсора до його но- вого положення

Продовження табл. 3.1

search «Ctrl F5»	Пошук по контексту вперед або назад
replace «Ctrl F6»	Заміна вказаного тексту на новий
Команди для роботи з вікнами(window)	
split «F7»	Розбиває екран на два вікна
unsplit «Ctrl F7»	Видаляє створене нижнє вікно
switch «F8»	Переміщає курсор з вікна у вікно
pagelength	Встановлює довжину сторінки
linelength	Встановлює довжину рядка для тексту
breakpages	Зміщує вираз або графік з межі сторінки
Команда	Зміст команди
margin	Встановлює поля лівого краю листа
pagebreak	Встановлює роздільники між сторінками
Команди переміщення курсора	
PgUp	Уверх 5 рядків
PgDn	Униз 5 рядків
Ctrl PgUp	Уверх 80% екрана
Ctrl PgDn	Униз 80% екрана
Home	Початок блоку/попередній блок
End	Кінець блоку
Ctrl Home	Початок документа
Ctrl End	Кінець документа
Enter	Перехід в 0-ву колонку (між областями)

2 ОПТИМІЗАЦІЯ ОСАЩЕННЯ ТЕРМІЧНОГО ЦЕХУ МЕТОДОМ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Мета роботи - вивчення методики лінійного програмування стосовно оптимізації процесів і конструкцій при проектуванні і експлуатації систем технологічного оснащення.

Загальні положення

Метод лінійного програмування широко застосовується в машинобудуванні для оптимізації різних технічних рішень при проектуванні, виготовленні і експлуатації засобів технологічного оснащення. Метод дозволяє скласти оптимальний план оснащення технологічним устаткуванням у ряді випадків без проведення спеціальних дорогих експериментів.

Застосовують метод лінійного програмування, коли необхідно оптимізувати (знайти максимум або мінімум) одну з характеристик системи, конструкції або процесу, яка описується лінійною функцією типу

$$A = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_i X_i + \dots + C_n X_n,$$

де A - цільова функція (наприклад, продуктивність, яку треба максимізувати, або собівартість, яку треба мінімізувати);

X_i - параметр системи, конструкції або процесу, який впливає на величину цільової функції;

C_i - ціна (числовий коефіцієнт, що описує ступінь впливу змінної на цільову функцію).

При цьому на параметри системи накладаються лінійні обмеження

$$P_{11} X_1 + P_{12} X_2 + \dots + P_{1i} X_i + \dots + P_{1n} X_n = B_1;$$

$$P_{21} X_1 + P_{22} X_2 + \dots + P_{2i} X_i + \dots + P_{2n} X_n = B_2;$$

$$P_{j1} X_1 + P_{j2} X_2 + \dots + P_{ji} X_i + \dots + P_{jn} X_n = B_j;$$

$$P_{t1} X_1 + P_{t2} X_2 + \dots + P_{jn} X_n + \dots + P_{tn} X_n = B_t ;$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_i \geq 0, \dots, X_n \geq 0,$$

де B_j - обмеження, що накладається на конструкцію або процес умовами виготовлення, експлуатації або ремонту технологічної системи;

P_{ji} - коефіцієнт впливу параметра системи на величину обмеження.

Такий запис обмежень разом з умовою знайти мінімум цільової функції називається канонічною формою завдання лінійного програмування.

Відзначимо, що вся множина завдань лінійного програмування може бути зведена до канонічної форми.

Завдання лінійного програмування, в якому потрібно максимізувати цільову функцію, може бути зведене до канонічної форми мінімізацією зворотної функції $A'' = -A$, у якій знаки при цінах C_i змінені на протилежні:

$$A'' = -C_1 X_1 + -C_2 X_2 + \dots - C_i X_i + \dots - C_n X_n.$$

Якщо в завданні обмеження дані як нерівності

$$P_{j1} X_1 + P_{j2} X_2 + \dots + P_{ji} X_i + \dots + P_{jn} X_n \geq B_j,$$

або

$$P_{j1} X_1 + P_{j2} X_2 + \dots + P_{ji} X_i + \dots + P_{jn} X_n \leq B_j,$$

то вона зводиться до канонічної форми відповідно відніманням або збільшенням додаткових змінних X_{n+k} (з ціною $C_{n+k} = 0$):

$$P_{j1} X_1 + P_{j2} X_2 + \dots + P_{ji} X_i + \dots + P_{jn} X_n - X_{n+k} = B_j ;$$

$$P_{t1} X_1 + P_{t2} X_2 + \dots + P_{ti} X_i + \dots + P_{tn} X_n + X_{t+m} = B_t ;$$

при

$$A = C_1 X_1 + C_{j2} X_2 + \dots + C_i X_i + \dots + C_n X_n + 0 \cdot X_{n+k} + 0 \cdot X_{t+m}.$$

Методика виконання роботи

Завдання зводиться до канонічної форми і вирішується симплекс - методом в такій послідовності:

- Складання початкової симплекс - таблиці.

Визначається початковий план, в який включаються вільні члени V_j з обмежень - рівності, що має один з коефіцієнтів P_{ji} , дорівнює +1, за умови, що в решті обмежень - рівностей коефіцієнт $P_{ji} = 0$. При цьому відповідна змінна X_i виключається з цільової функції (обмеження-рівність вирішується відносно X_i , і даний вираз підставляється в цільову функцію).

Наприклад, для завдання

$$A = C_1 X_1 + C_2 X_2 + C_3 X_3;$$

$$P_{11} X_1 + P_{12} X_2 + P_{13} X_3 = B_1;$$

$$P_{21} X_1 + P_{22} X_2 + P_{23} X_3 = B_2;$$

$$P_{31} X_1 + P_{32} X_2 + P_{33} X_3 = B_3,$$

якщо $P_{11}=1$, $P_{21}=0$, $P_{31}=0$, то значення B_1 включається в опорний план і проводяться перетворення

$$X_1 = \frac{B_1 - P_{12} X_2 - P_{13} X_3}{P_{11}}$$

$$A = \frac{C_1 (B_1 - P_{12} X_2 - P_{13} X_3)}{P_{11}} + C_2 X_2 + C_3 X_3$$

або

$$A = (C_2 - C_1 \frac{P_{12}}{P_{11}}) X_2 + (C_3 - C_1 \frac{P_{13}}{P_{11}}) X_3,$$

$$\text{де } A' = C_1 \frac{B_1}{P_{11}}.$$

Виконуються аналогічні перетворення, і значення B_1 включаються в опорний план, якщо $P_{12}=1, P_{22}=0, P_{32}=0$ або $P_{13}=1, P_{23}=0, P_{33}=0$.

Значення B_2 включається в план, якщо $P_{21}=1, P_{11}=0, P_{31}=0$ або $P_{22}=1, P_{12}=0, P_{32}=0$ або $P_{23}=1, P_{13}=0, P_{33}=0$.
Значення B_3 включається в план, якщо $P_{31}=1, P_{11}=0, P_{21}=0$ або $P_{32}=1, P_{12}=0, P_{22}=0$ або $P_{33}=1, P_{13}=0, P_{23}=0$;

Якщо при складанні початкового плану є обмеження - рівність, в якій більше одного коефіцієнта $P_{ji} = +1$ або він один, але в інших обмеженнях - рівностях є значення P_{ji} , що не дорівнюють нулю, то включають штучну змінну X_{n+k+r} з ціною $C_{n+k+r} = M$ ($M = \infty$ - скільки завгодно велике додатне число), тобто

$$P_{j_1} X_1 + P_{j_2} X_2 + \dots + P_{j_i} X_i + \dots + P_{j_n} X_n + X_{n+k} + X_{n+k+r} = B_j;$$

$$\alpha = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_i X_i + \dots + C_n X_n + 0 \cdot X_{n+k} + M X_{n+k+r}$$

- початковий план записують у стовпець «В» початковою симплекс - таблиці (таблиця 1);

- заповнюють решту клітинок початкової симплекс - таблиці:

а) у стовпець «V» - записують умовні позначення параметрів X_i , за якими формувався початковий план;

б) у стовпець «С» - записують ціну, що стоїть в цільовій функції перед параметрами, за якими формувався початковий план;

в) у вільні клітинки верхнього рядка послідовно записують умовні позначення параметрів X_i і відповідні їм значення ціни C_i з рівняння цільової функції;

г) у рядки з номерами від 1 до t послідовно записують значення коефіцієнтів P_{ji} ;

д) у рядку з номером $t+1$ першу і другу клітинки не заповнюють, в третю записують значення α , якщо воно визначалося, або 0, а в решту клітинок послідовно записують

значення C_i з рівняння цільової функції, узяті з протилежним знаком;

е) заповнюють рядок з номером $t+2$, елементи якої визначають як відрядкову (з номерами рядків $1 \dots t$) суму відповідних елементів, що стоять в цьому самому стовпці. При складанні враховують тільки ті рядки, у яких у стовпці «С» знаходиться нескінченно велике число M , тобто

$$W_0 = \sum_{i=v}^u B_i, \quad W_i = \sum_{i=v}^u P_{ij},$$

де j - номер рядка, у якого в стовпці «С» стоїть число «М»;

- при вирішенні завдань, що не вимагають включення штучних змінних з ціною M ($M = \infty$), рядок з номером $t+2$ не будується, а елементи рядка з номером $t+1$ визначаються так як описано вище.

Таблиця 1 - Форма початкової симплекс-таблиці

N	V	З	У	C1	C2	.	Ci	.	Cn	Cn+1	.	Cn+k	Cn+k+1	.	Cn+k+r
				X1	X2		Xi		Xn	Xn+1		Xn+k	Xn+k+1		Xn+k+r
1	X1	C1	B1	P11	P12	.	P1i	.	P1n	P1 _{n+1}	.	P1n+k	P1n+k+1	.	P1n+k+r
2	X2	C2	B2	P21	P22	.	P2i	.	P2n	P2 _{n+1}	.	P2n+k	P2n+k+1	.	P2n+k+r
						
J	Xi	Cj	Bj	Pj1	Pj2	.	Pji	.	Pjn	Pj _{n+1}	.	Pj _{n+k}	P	.	Pn+k+r
						
T	Xt	Ct	Bt	Pt1	Pt2	.	Pti	.	Pt _n	Pt _{n+1}	.	Pt _{n+k}	Pt _{n+k+1}	.	Pt _{n+k+r}
t+1	--	--	α	-C ₁	-C ₂	.	-C _i	.	-C _n	-C _{n+1}	.	-C _{n+k}	-C _{n+k+1}	.	-C _{n+k+r}
t+2	--	--	Wo	W1	W2	.	Wi	.	Wn	0	.	0	0	.	0

• Оптимізація початкової симплекс - таблиці.

Оптимізація здійснюється у декілька етапів (ітерацій) шляхом перебудови початкового плану і знаходження нового опорного плану із значенням цільової функції не більшим, ніж у попереднього.

При переході від плану до плану необхідно:

- вибрати розв'язуючий стовпець за найбільшим додатним елементом $(t + 2)$ -го рядка і привласнити йому номер $q = i$;

- порядково розділити величину B_j на додатний елемент P_{jq} цього самого рядка, що стоїть у розв'язуючому стовбці q (елементи рядків « $t+1$ » і « $t+2$ » пропускаються, і якщо $P_{jq} \leq 0$, то елементи цього рядка теж пропускаються). Знайти мінімальне відношення, тобто обчислити

$$\min \frac{B_j}{P_{jq}} \text{ при } P_{jq} > 0, j < t+1.$$

Якщо з'ясується, що у розв'язуючому стовпці немає додатних елементів, а оптимум ще не досягнутий, то рішення припиняється і приймається вирішення про відсутність оптимуму цільової функції. Якщо продовження рішення можливе, то рядку, що містить елементи B_j і P_{jq} , що задовольняють цю умову, привласнюється номер $s = j$, і рядок вважається такими, що розв'язує;

- знайти розв'язуючий елемент P_{sq} , який знаходиться на перетині розв'язуючого стовпця і рядка;

- перейти до нової симплекс - таблиці, що відповідає новому опорному плану, для чого:

а) елементи s -рядки, що стоять у стовпцях « B » і « X_i », розділити на розв'язуючий елемент, тобто обчислити:

$$B_s' = \frac{B_s}{P_{sq}}, \quad P_{si}' = \frac{P_{si}}{P_{sq}};$$

б) решта всіх елементів симплекс - таблиці стоїть у стовпцях « B » і « X_i », перерахувати за формулою

$$\Delta_{ji}' = \Delta_{ji} - \Delta_{si} \frac{\Delta_{jq}}{P_{sq}};$$

в) замінити елемент s -рядка, що стоїть в стовпці «V», на X_i , узятє з верхнього рядка розв'язуючого стовпця;

г) елементу s -рядка, що стоїть в стовпці «C», привласнити значення C_i , узятє з верхнього рядка розв'язуючого стовпця;

д) заповнити вільні місця в стовбцях «V» і «C», переписуючи відповідні елементи цих стовбців з попередньої симплекс - таблиці;

Ітераційний процес продовжують до того часу, поки всі елементи $(t+2)$ -го рядка не стануть такими, що дорівнюють нулю. Якщо при цьому з'ясується, що в даному рядку не залишилося додатних елементів, і не всі вони стали нульовими, то робиться висновок про несумісність обмежень даного завдання і про неможливість скласти оптимальний план.

Якщо висновок про неможливість побудови оптимального плану зробити не можна, то рішення продовжується. Подальші, після витіснення елементів $(t+2)$ -го рядка кроки виконуються за загальним правилом, що, проте, розв'язуючий стовпець вибирається за найбільшим додатним елементом $(t+1)$ -го рядка. (Стовбці, що містять штучні змінні, в цьому випадку нехтуються, оскільки вони виявляються витісненими з початкового плану). При вирішенні завдань, що не вимагають включення в цільову функцію штучних змінних з ціною $M = \infty$, розв'язуючий стовпець визначається відразу за рядком з номером $t+1$.

Ітерація закінчується досягненням оптимуму, про що свідчить відсутність додатних елементів в $(t+1)$ -му рядку. У випадку, якщо оптимум не досягнутий, але у розв'язуючому стовпці всі елементи $P_j \leq 0$, то робиться висновок про те, що цільова функція не обмежена на даній безлічі планів.

Приклад виконання роботи

Визначити необхідну кількість одиниць (змін завантажень) устаткування термічного цеху, яке дозволить забезпечити максимальну продуктивність при проведенні гартування, за умови, що можливе оснащення печами двох типів (X1 і X2, рисунки 1,2) і для кожної з печей виробничими умовами накладаються відповідні обмеження. При такому загальному поставленні завдання її математична інтерпретація має вигляд

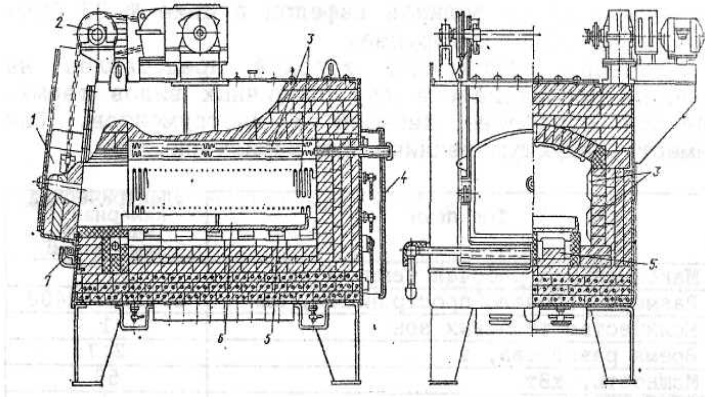


Рисунок 1 - Електрична середньотемпературна піч з контрольованою атмосферою для проведення нагріву під гартування (X1): 1 - заслінка; 2 - механізм підйому заслінки; 3- стрічкові нагрівальні елементи; 4- захисний кожух; 5 - алундові гребені; 6 - жаростійка плита; 7 - трубка підведення забороненого газу

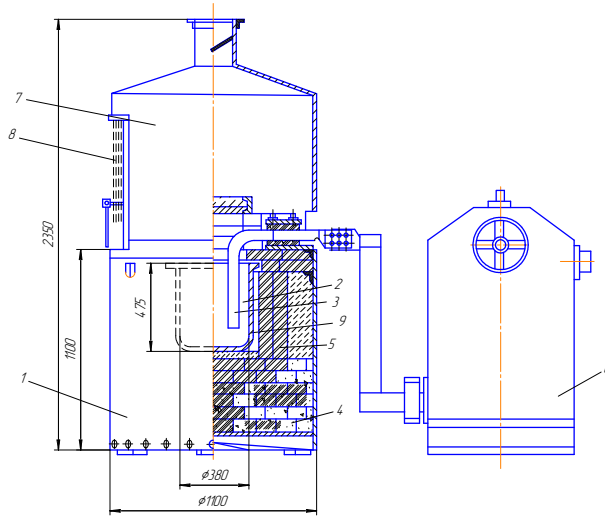


Рисунок 2 - Електрична піч – ванна С-35 для проведення нагріву під гартування (X2): 1 – металевий каркас; 2 – робочий простір; 3- електроди; 4- теплоізоляційний матеріал; 5 - циліндричний кожух; 6 - трансформатор; 7 – ковпак; 8 – ланцюгова завіска; 9 – тигелі з жаростійкої сталі

$$Y = 3X_1 + 4X_2 \rightarrow \max$$

$$X_1 \geq 10;$$

$$X_2 \geq 5;$$

$$X_1 + X_2 \leq 20;$$

$$-X_1 + 4X_2 \leq 20;$$

$$X_1, X_2 \geq 0.$$

Запишемо умови завдання у канонічній формі, для чо-го:

- у цільовій функції замінимо знаки на зворотні і знаходитимемо її мінімум

$$Y = -3X_1 - 4X_2 \rightarrow \min ;$$

- замінимо нерівності на рівність, віднявши в першій і другій нерівностях додаткові змінні X3 і X4, а в третій і четвертій нерівностях - додавши додаткові змінні X5 і

- Оптимізація початкової симплекс-таблиці.

Оптимізація здійснюється в декілька ітерацій.

На першій ітерації:

- знаходимо найбільше додатне число в рядку «t+2» і приймаємо як розв'язуючий відповідний йому стовпець матриці:

$$\max(\text{submatrix}(A, 8, 8, 5, 12)) = 1 \quad q = 5$$

- порядково ділимо елементи стовпця «В» на додатні елементи розв'язуючого стовпця. Беремо як розв'язуючий рядок відповідний мінімальному відношенню рядок матриці:

$$S(n, W) = \begin{cases} \text{for } j \in 1..6 & j = 3..6 \\ v_j = 10^{10} & S(q, A)_j = \\ \text{for } j \in 3..6 & \begin{array}{|c|} \hline 10 \\ \hline 1 \cdot 10^{10} \\ \hline 20 \\ \hline 1 \cdot 10^{10} \\ \hline \end{array} \\ v_j = \frac{W_{j,4}}{W_{j,n}} \text{ if } W_{j,4} > 0 \wedge W_{j,n} > 0 & \min(S(q, A)) = 10 \\ v & s = 3 \end{cases}$$

Для переходу до наступної симплекс – таблиці запишемо функцію перетворень $M(m, r, W, J)$, в якій а) перераховуються елементи, що стоять у стовпцях «Xi» у всіх рядках початкової симплекс – таблиці, а потім коректуються елементи з розв'язуючого рядка, б) елементам розв'язуючого рядка, що стоять у стовпцях «V» і «C», привласнюються відповідні їм елементи з розв'язуючого стовпця

```

M(m, r, W, J) :=
  for i ∈ 1.. 12
    for j ∈ 1.. J
      vj,i ← Wj,i
    for i ∈ 4.. 12
      for j ∈ 3.. J
        vj,i ← Wj,i -  $\frac{W_{j,m} \cdot W_{r,i}}{(W_{r,m})}$ 
      for i ∈ 4.. 12
        vr,i ←  $\frac{W_{r,i}}{W_{r,m}}$ 
      vr,2 ← W2,m
      vr,3 ← W1,m
  v

```

Розраховуємо елементи нової симплекс таблиці

```

A1 :=
  for i ∈ 1.. 12
    for j ∈ 1.. 8
      vj,i ← M(q, s, A, 8)j,i
  v

```

Результати першої ітерації зводимо в таблицю:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	"N"	"V"	"C"	"B"	-3	-4	0	0	0	0	"M"	"M"
2	"_"	"_"	"_"	"_"	"X1"	"X2"	"X3"	"X4"	"X5"	"X6"	"X7"	"X8"
3	1	"X1"	-3	10	1	0	-1	0	0	0	1	0
A1= 4	2	"X8"	"M"	5	0	1	0	-1	0	0	0	1
5	3	"X5"	0	10	0	1	1	0	1	0	-1	0
6	4	"X6"	0	30	0	4	-1	0	0	1	1	0
7	t+1"	"_"	"_"	-30	0	4	3	0	0	0	0 ¹⁰	0 ¹⁰
8	t+2"	"_"	"_"	5	0	1	0	-1	0	0	0	1

Решта ітерацій виконується аналогічним чином. Обчислювальний процес закінчується досягненням оптимуму на четвертій ітерації, про що свідчить відсутність додатних елементів в рядку $t+1$.

$$\max(\text{submatrix}(A1, 8, 8, 5, 12)) = 1 \quad q = 6$$

$$S(q, A1)_j =$$

$1 \cdot 10^{10}$
5
10
7.5

$$\min(S(q, A1)) = 5$$

$$s = 4$$

$$A2 := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..12 \\ \quad \text{for } j \in 1..8 \\ \quad \quad v_{j,i} \leftarrow M(q, s, A1, 8)_{j,i} \end{array} \right. v$$

$$A2 =$$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	"N"	"V"	"C"	"B"	-3	-4	0	0	0	0	"M"	"M"
2	"-"	"-"	"-"	"-"	"X1"	"X2"	"X3"	"X4"	"X5"	"X6"	"X7"	"X8"
3	1	"X1"	-3	10	1	0	-1	0	0	0	1	0
4	2	"X2"	-4	5	0	1	0	-1	0	0	0	1
5	3	"X5"	0	5	0	0	1	1	1	0	-1	-1
6	4	"X6"	0	10	0	0	-1	4	0	1	1	-4
7	"t+1"	"-"	"-"	-50	0	0	3	4	0	0	10^{10}	10^{10}
8	"t+2"	"-"	"-"	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\max(\text{submatrix}(A2, 7, 7, 5, 12)) = 4 \quad q = 8$$

$$S(q, A2)_j =$$

$1 \cdot 10^{10}$
$1 \cdot 10^{10}$
5
2.5

$$\min(S(q, A2)) = 2.5$$

$$s = 6$$

$$A3 := \begin{cases} \text{for } i \in 1..12 \\ \text{for } j \in 1..7 \\ v_{j,i} \leftarrow M(q, s, A2, 7)_{j,i} \end{cases} v$$

A3 =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	"N"	"V"	"C"	"B"	-3	-4	0	0	0	0
2	"_"	"_"	"_"	"_"	"X1"	"X2"	"X3"	"X4"	"X5"	"X6"
3	1	"X1"	-3	10	1	0	-1	0	0	0
4	2	"X2"	-4	7.5	0	1	-0.25	0	0	0.25
5	3	"X5"	0	2.5	0	0	1.25	0	1	-0.25
6	4	"X4"	0	2.5	0	0	-0.25	1	0	0.25
7	"t+1"	"_"	"_"	-60	0	0	4	0	0	-1

$\max(\text{submatrix}(A3, 7, 7, 5, 12)) = 4 \quad q = 7$

$S(q, A3)_j =$

1·10 ¹⁰
1·10 ¹⁰
2
1·10 ¹⁰

$\min(S(q, A3)) = 2$

$s = 5$

$$A4 := \begin{cases} \text{for } i \in 1..12 \\ \text{for } j \in 1..7 \\ v_{j,i} \leftarrow M(q, s, A3, 7)_{j,i} \end{cases} v$$

A4 =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	"N"	"V"	"C"	"B"	-3	-4	0	0	0	0
2	"_"	"_"	"_"	"_"	"X1"	"X2"	"X3"	"X4"	"X5"	"X6"
3	1	"X1"	-3	12	1	0	0	0	0.8	-0.2
4	2	"X2"	-4	8	0	1	0	0	0.2	0.2
5	3	"X3"	0	2	0	0	1	0	0.8	-0.2
6	4	"X4"	0	3	0	0	0	1	0.2	0.2
7	"t+1"	"_"	"_"	-68	0	0	0	0	-3.2	-0.2

Відповідно до результатів четвертої ітерації максимальна продуктивність (68 виробів) буде забезпечена при використанні 12 печей (змін завантажень) першого типу і 8 печей (змін завантажень) другого типу.

Додаткові змінні $X_3 = 2$ і $X_4 = 3$ перетворюють нерівності на строгу рівність, проте на величину продуктивності не впливають, оскільки мають нульову ціну.

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування і мету роботи.
- 2 Запис завдання в канонічному вигляді.
- 3 Початкову симплекс – таблицю.
- 4 Результати проміжних розрахунків – ітерацій.
- 5 Висновки про результати оптимізації.

Варіанти завдань

Скласти оптимальний план використання чотирьох типів термічних печей і визначити необхідну кількість печей (змін завантажень) кожного типу, яке забезпечувало б мінімальні витрати на експлуатацію для заданих програм обробки заготовок, за умови, що будуть забезпечені обмеження по фонду на придбання печей, кількості використуваної електричної енергії (для електричних печей) і газу (для газових печей) і вільної корисної площі печей. Вихідні дані вибрати за таблицями 2–4 (приклад вибору завдання для варіанта 1А наведений у таблиці 5).

Таблиця 2 - Питомі витрати на експлуатацію

Варіант	Стандартна камерна електропіч для гартування					Стандартна камерна електропіч для гартування, суміщена з водяним баком					Піч-ванна з використанням розплавів солей NaCl і BaCl ₂					Газова нагрівальна піч (паливо-метан)					
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
Витрати на експлуатацію однієї печі, грн	A	54	36	36	39	44	62	19	27	64	53	71	26	25	19	26	19	63	25	37	51
	B	21	62	21	19	62	21	34	62	25	19	27	46	71	37	25	34	71	41	19	34
	C	37	54	27	25	54	54	25	21	38	27	26	54	49	38	73	26	21	19	25	25
	D	25	62	38	54	71	38	41	62	26	71	25	62	62	62	56	32	34	26	71	62
	E	34	37	26	41	27	37	34	54	21	19	37	55	41	38	21	37	27	38	41	71
	F	37	54	25	54	19	27	54	41	37	23	41	62	27	19	41	37	27	19	38	27

Таблиця 3 – Обмеження на виготовлення і експлуатацію

Варіант	Розмір фонду на оснащення цеху печами, тис. гривень					Лімітована кількість електричної енергії, кВт					Лімітована кількість газу м ³					Розмір першої партії заготовок, тонн					Розмір другої партії заготовок, тонн					Вільна корисна площа печі, дм ²											
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5							
А	3830	3850	3880	3940	3950	3920	3600	13000	14000	16000	12000	13000	1000	2000	1000	3000	2000	2000	2000	2000	2500	2000	10	8	7	9	10	8	7,5	8	7	6	10	11	12	9	10
В	2110	2220	2150	2220	2310	4300	12000	3500	11000	14000	4300	11000	1500	1500	2000	800	900	1000	1000	2500	800	800	9	9	8	9	10	6	7	4	6	5	9	10	11	12	10
С	2150	2210	2200	2190	2260	6300	5600	4500	4400	4500	3000	2200	2400	2600	2100	800	900	800	800	1200	800	800	31	30	29	30	39	54	52	54	50	49	25	21	22	17	18
Д	10220	10100	10120	10150	10100	4300	5400	4300	6200	4300	3000	2200	2400	2600	2100	800	900	800	800	1200	800	800	25	21	20	21	15	19	19	19	15	21	10	12	12	12	14
Е	10270	10700	10210	10600	10300	6300	6600	6300	6100	4500	3000	2200	2400	2600	2100	800	900	800	800	1200	800	800	28	25	24	25	22	18	21	19	17	19	15	16	18	10	18
Ф	3830	3850	3880	3940	3950	3920	3600	13000	14000	16000	12000	13000	1000	2000	1000	3000	2000	2000	2000	2500	800	800	9	9	8	9	10	8	7,5	8	7	6	10	11	12	9	10

Таблиця 4 – Питомі експлуатаційні характеристики

	Стандартна камерна електропіч для гартування					Стандартна камерна електропіч для гартування суміщена з водяним баком					Піч-ванна з використанням розплавів солей NaCl і BaCl ₂					Газова нагрівальна піч					
Варіант	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
Вартість однієї печі, тис. грн	A	86	77	74	82	81	122	120	116	109	117	163	160	159	158	157	202	200	198	196	199
	B	77	79	82	84	76	118	121	118	121	115	155	163	157	159	160	189	194	199	191	189
	C	34	30	29	26	31	60	54	58	59	57	74	72	69	71	68	96	93	88	91	87
	D	32	31	28	31	27	53	57	52	60	55	73	74	71	69	72	94	92	91	95	90
	E	108	101	104	98	104	306	297	290	296	291	412	406	398	410	400	500	480	495	500	491
	F	102	106	99	96	107	300	302	297	306	305	408	410	411	402	409	496	499	491	497	500
Використання енергії, кВт (м ³) на годину	A	320	310	290	290	300	180	180	170	160	170	180	150	160	170	180	200	170	180	190	200
	B	280	320	310	290	280	150	170	180	170	160	160	170	170	180	150	180	190	190	200	170
	C	160	130	140	160	140	80	70	80	60	70	80	70	80	60	70	120	100	110	80	90
	D	150	150	130	120	160	60	50	70	70	60	60	60	70	70	60	110	120	100	110	120
	E	210	210	200	180	160	160	140	150	130	140	160	140	150	140	140	190	190	160	180	170
	F	190	180	190	170	180	150	130	160	140	140	150	130	160	140	140	170	180	170	190	160

Продовження таблиці 4

1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21		
Продуктивність по 1-й партії, кг/годину	A	160	160	170	180	180	460	480	480	470	490	510	520	530	530	510	740	780	770	760	750		
	B	160	180	190	170	160	480	490	470	490	500	540	540	530	520	520	750	790	760	780	760		
	C	60	680	660	680	690	1200	1200	1400	1200	1500	1400	1600	1700	1400	1700	2100	1700	1800	1900	2000	2000	
	D	640	670	690	600	670	1400	1300	1700	1200	1400	1400	1900	2000	1800	1500	2000	1900	1800	2100	1700	1700	
	E	300	380	390	360	380	900	960	970	980	900	1100	1300	1200	1500	1100	1700	2300	1800	1900	2300	2300	
	F	370	300	380	390	360	940	990	930	960	980	1700	1400	1600	1100	1300	2100	1900	1700	1700	1900	1900	
Продуктивність по 2-ї партії, кг/годину	A	120	140	140	130	150	380	410	400	390	390	410	430	420	410	430	690	720	710	740	720		
	B	130	140	120	150	140	390	380	420	400	410	440	420	410	440	420	730	690	700	690	710		
	C	900	950	910	940	900	1700	2100	2400	1900	1700	2300	2500	2900	2500	2700	3200	3600	3800	4100	3400	3400	
	D	980	950	960	980	990	1900	2200	1700	1800	1900	2800	2500	2600	2400	2300	3300	3700	3500	3400	3300	3300	

Продовження таблиці 4

	E	500	540	560	580	590	800	890	870	840	890	900	1100	1100	1300	1200	1000	1200	1500	1100	1500		
	F	580	560	540	590	500	850	830	890	800	800	1400	1200	1200	1100	1400	1400	1300	1000	1100	1400		
Питоме викорис- тання корисної площі	A	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	
	B	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
	C	0,8	0,7	0,8	0,6	0,8	0,5	0,5	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2
	D	0,5	0,8	0,6	0,6	0,7	0,3	0,4	0,5	0,4	0,4	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1
	E	0,6	0,5	0,4	0,3	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2
	F	0,5	0,6	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4	0,2	0,3	0,3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1

Таблиця 5 – Приклад вибору завдання

Піч 1-го виду					Піч 2-го виду					Піч 3-го виду					Піч 4-го виду				
Ціна однієї печі, тис. грн	Енергоспоживання, кВт	Продуктивність (1-ша партія заготовок)	Продуктивність (2-га партія заготовок)	Питоме використання корисної площі	Ціна однієї печі, тис. грн	Енергоспоживання, кВт	Продуктивність (1-ша партія заготовок)	Продуктивність (2-га партія заготовок)	Питоме використання корисної площі	Ціна однієї печі, тис. грн	Енергоспоживання, кВт	Продуктивність (1-ша партія заготовок)	Продуктивність (2-га партія заготовок)	Питоме використання корисної площі	Ціна однієї печі, тис. грн	Енергоспоживання, м ³	Продуктивність (1-ша партія заготовок)	Продуктивність (2-га партія заготовок)	Питоме використання корисної площі
86	320	160	120	0,4	122	180	460	380	0,2	163	180	510	410	0,1	202	200	740	690	0,1
Витрати на експлуатацію однієї печі 54грн; 62грн; 71грн; 19грн; відповідно.																			
Фонд на придбання і монтаж печей – 3860 тис. грн Лімітована кількість електричної енергії - 13000 кВт Лімітована кількість газу - 1000 м ³ Розмір 1-ої партії заготовок - 10000 кг Розмір 2-ої партії заготовок - 8000 кг Вільна корисна площа печі - 10 дм ²																			

3 ПЛАНУВАННЯ РОБІТ З ВИГОТОВЛЕННЯ КОКІЛЮ ДЛЯ ЛИТЯ КОЛЬОРОВИХ МЕТАЛІВ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕРЕЖНИХ ГРАФІКІВ

Мета роботи - вивчення методики складання мережних графіків виготовлення кокілю для лиття кольорових металів

Загальні положення

При складанні плану виготовлення або ремонту складного технологічного устаткування доцільно користуватися мережними графіками, які в порівнянні із звичайними календарними планами забезпечують більш обґрунтований системний підхід при складанні графіка робіт, наочно представляють весь комплекс робіт і дозволяють за необхідності оперативного його регулювати.

З практики відомо, що нижньою межею застосування мережних графіків для планування ремонтів є їх використання для комплексів на 20-30 робіт. Ефективність використання мережних графіків зростає у міру збільшення комплексу ремонтних робіт.

Елементи мережних графіків і способи їх побудови

Основними елементами мережних графіків є роботи (операції) і події. Термін "робота" застосовується в широкому сенсі і може мати такі значення: а) робота у прямому розумінні слова (наприклад, термообробка частин кокілю), що вимагає витрат праці, матеріальних ресурсів і часу; б) очікування, що не вимагає витрат праці і матеріальних ресурсів, але що займає якийсь час (наприклад, охолодження заготовки після термообробки); в) залежність – зв'язок між двома або більше подіями, що не вимагає витрат праці, матеріальних ресурсів і часу, але вказуючи, що можливість

початку однієї операції безпосередньо залежить від іншої (таку залежність прийнято називати фіктивною роботою з тривалістю, що дорівнює нулю).

Тривалість виконання робіт, як правило, вимірюється в одиницях часу і показується під або над стрілкою, що позначає певну роботу.

Дійсні роботи і очікування показують в мережі суцільними стрілками, а фіктивні роботи – пунктирними. Кожна певна робота повинна позначатися однією стрілкою, причому довжина стрілки не відображає ні тривалості, ні значущості операції, і визначається тільки вимогами зручності і зрозумілості при побудові мережі. Напрямок стрілки не має векторного сенсу, а тільки показує хід часу.

Всяка робота в мережі поєднує дві події: попередня їй (є для неї початковою подією) і наступна за нею (кінцева подія). Якщо дати кожній події номер, то будь-яку роботу можна закодувати подіями.

Поняття події може мати такі значення: а) початкова подія – початок виконання комплексу робіт з виготовлення кокілю; б) завершальна подія – кінцева подія, що означає досягнення кінцевої або однієї з кінцевих цілей виготовлення. Завершальна подія не має подальших робіт; в) проміжна подія (просто подія) як результат однієї або декількох робіт.

Тривалість події в часі завжди дорівнює нулю. При цьому слід пам'ятати, що подію визначає стан, а не процес.

Позначається подія арабською цифрою, поміщеною в прямокутник, квадрат або коло.

Будь-яка послідовність робіт у мережному графіку, в якій кінцева подія кожної роботи цієї послідовності збігається з початковою подією наступної за нею роботи, називається шляхом. Поняття шляху необхідне для проведення аналізу мережі. Шляхи у мережному графіку можуть бути

трьох видів: а) шлях, початок якого збігається з початковою подією шляху, а кінець - з тією, що завершує, називається повним шляхом або просто шляхом; б) шлях від початкової події мережі до даної події називається передуючим цій події; в) шлях, що сполучає ця подія з тим, що завершує, називається подальшим шляхом.

При складанні мережних графіків необхідно дотримуватися таких правил:

- необхідно прагнути, щоб максимальна кількість робіт, незалежних одна від одної, виконувалися паралельно;

- кожна робота повинна бути поміщена між двома подіями. У мережі не може бути робіт, що мають однакові коди, тобто робіт із загальними початковою і кінцевою подіями (рис. 1 а). У цих випадках при побудові мереж вводяться додаткові події і фіктивні роботи (рис. 1 б);

- у мережному графіку не повинно бути замкнутих контурів, тобто шляхів, що сполучають деяку подію з ними ж самими (наприклад, шлях 1,3,5,2,1 на рис. 1 в);

- якщо які-небудь роботи можуть бути початі після часткового виконання попередньої до них роботи (роботи 1-2 на рис. 1 г), то її слід розбити на ряд послідовно виконуваних робіт, результати яких необхідні і достатні для початку наступних за ними робіт (рис. 1 д);

- у мережі не повинно бути подій, з яких не виходить жодної роботи, якщо тільки цієї події немає для даного завершального графіка;

- у мережі не повинно бути подій, в які не входить жодна робота, якщо тільки ці події не є початковими;

- у кожній мережі повинна бути тільки одна початкова і одна завершальна робота. Якщо початкових робіт декілька, то вводиться ще одна робота - фіктивний загальний початок комплексу робіт. У цьому випадку вважається, що всі початкові роботи слідує за фіктивним загальним по-

чатком. Аналогічно визначається фіктивне загальне закінчення комплексу робіт.

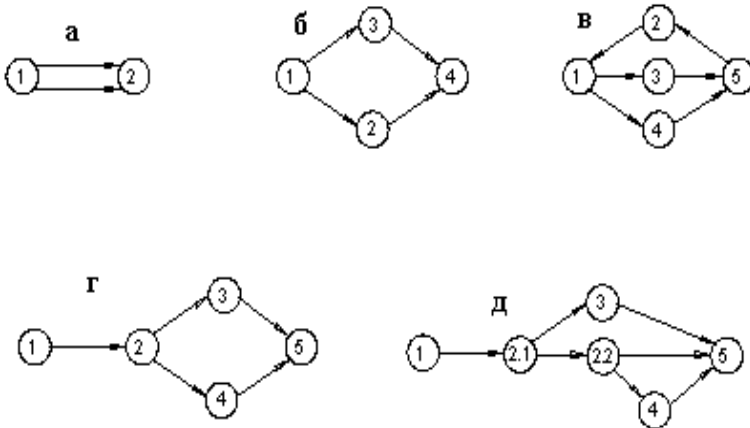


Рисунок 1 – Позначення на мережних графіках:
а, в, г – неправильно; б, д – правильно

Параметри мережних моделей

Усі тимчасові параметри мережних моделей розраховуються на основі оцінок тривалості робіт, робіт, що задаються виконавцями. Як правило, тимчасові оцінки задаються в днях, змінах або годинах.

Визначення параметрів мережних графіків подані нижче і ілюстровані прикладом (рис. 2):

- тривалість (довжина) шляху дорівнює сумі тривалості робіт, його складових і позначається $T(L_i)$.

Для прикладу на рисунку 2

Всього на цьому рисунку можна знайти сім шляхів різної довжини;

критичний шлях – шлях, що має найбільшу тривалість, позначається $T_{кр}$.

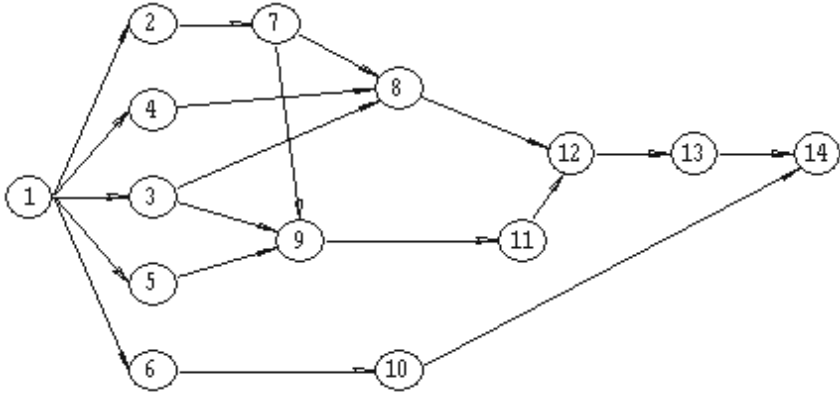


Рисунок 2 - Мережний графік

Для графіка на рисунку 2

$$T_{кр}(1,2,7,9,11,12,13,14) = 7 + 3 + 5 + 5 + 7 + 10 + 2 = 39.$$

У мережах іноді буває декілька критичних шляхів, що мають однакову тривалість; ранні строки початку і закінчення робіт – найранніший термін початку роботи, визначений через $T_{рні}$, і найранніший термін закінчення роботи, що позначається $T_{роі}$.

Оскільки будь-яка робота може початися тільки в тому випадку, якщо всі інші роботи, передуючі їй і такі, що знаходяться на шляхах, що ведуть до цієї роботи, будуть закінчені, то тривалість найбільшого з цих шляхів визначатиме ранній термін початку робіт.

Ранній термін закінчення роботи дорівнює її ранньому терміну початку плюс її тривалість $T_{роі} = T_{рні} + T_i$.

Робота 8 – 12 на рисунку 2 може початися, якщо будуть виконані всі попередні нею роботи, що лежать на шляхах $L_3(1,3,8)$.

Тривалість цих шляхів $T(L_1) = 17$, $T(L_2) = 11$, $T(L_3) = 9$, отже, ранній термін початку роботи 8–12 $T_{рні}(8-12) = 17$.

Ранній термін закінчення роботи 8–12:

$$T_{po}(8-12) = T_{pn}(8-12) + T(8-12) = 17 + 7 = 24 ;$$

Пізні терміни початку і закінчення робіт – найпізніший з можливих термінів початку роботи i , що позначається через $T_{пні}$ і найпізніший термін закінчення роботи, що позначається $T_{поі}$. Оскільки основним завданням служб є в найкоротший строк провести той або інший процес виготовлення, тобто виконати останню роботу в мережі якомога раніше, то найбільш пізній допустимий термін її закінчення буде дорівнювати найбільш ранньому з можливих термінів закінчення. Отже, для останньої роботи $T_{по} = T_{ро}$. Пізні терміни закінчення решти всіх робіт у мережному графіку розраховуються виходячи з того, щоб виконувалася ця умова - вони дорівнюють різниці між тривалістю критичного шляху і сумарної тривалості робіт, що лежать на максимальному із шляхів, що ведуть від даної роботи до завершальної роботи мережного графіка. Якщо позначити максимальний шлях, наступний за роботою i через, то отримаємо $T_{поі} = T_{кр} - T(L_{ic})_{max}$. Очевидно, що термін пізнього початку будь-якої роботи мережі дорівнює різниці терміну пізнього закінчення і тривалості виконання даної роботи, тобто $T_{пні} = T_{поі} - T_i$. Наприклад, для роботи 2–7 графіка на рисунку 2 можна виділити два шляхи, що ведуть до закінчення комплексу робіт $L_1(7,8,12,13,14)$ і $L_2(7,9,11,12,13,14)$.

Оскільки $T_{кр} = 39$, $T(L_2)_c = 5+5+7+10+2=29$ більше $T(L_1)_c = 7+5+10+2=24$, то $T_{по}(2-7) = T_{кр} - T(2-7)_c = 39 - 29 = 10$, $T_{пн}(2-7) = T_{по}(2-7) - T(2-7) = 10 - 3 = 7$.

Для роботи 8–12 $T_{по} = 27 - 7 = 20$;

- резерв години шляху – різниця між тривалістю критичного шляху і даного шляху $R(L) = T_{кр} - T(L)$.

Для шляху L_1 (рис. 2) $R(L_1) = T_{кр} - T(L_1) = 39 - 34 = 5$;

- повний резерв часу роботи – граничний час, на який можна збільшити тривалість даної роботи, не змінюючи при цьому тривалість критичного шляху, що дорівнює величині резерву часу максимального з шляхів, що проходять через дану роботу. Розраховується як різниця між її пізнім терміном початку (закінчення) і раннім терміном її початку (закінчення) $R_{pi} = T_{пні} - T_{рні}$ або $R_{pi} = T_{poi} - T_{роі}$.

Для роботи 8–12 (рис. 2)

$$R_n(8 - 12) = T_{пн}(8 - 12) - T_{рн}(8 - 12) = 20 - 15 = 5 \text{ або}$$

$$R_n(8 - 12) = T_{по}(8 - 12) - T_{ро}(8 - 12) = 27 - 22 = 5.$$

Повні резерви часу володіють наступними властивостями: а) якщо використовується частково або цілком повний резерв для збільшення тривалості якої-небудь роботи, то відповідно зменшується повний резерв часу у решти робіт, що лежать на одному шляху з цією роботою. Звідси випливає виведення про належність повного резерву часу не одній даній роботі, а всім операціям, що лежать на шляхах, що проходять через неї; б) роботи, лежачі на одному шляху, можуть мати різні по величині повні резерви, але вони повинні бути завжди менше, ніж резерв часу будь-якого з шляхів, що проходять через ці роботи; в) резерв часу шляху може бути розподілений між окремими роботами, що лежать на ньому, тільки в межах резервів часу даних робіт;

- вільний резерв часу роботи – кількість часу, в межах якого можна перенести початок роботи або збільшити її тривалість без зміни термінів ранніх початків подальших робіт, – визначається найменшим із значень різниць термінів ранніх початків подальших робіт (j) і раннього закінчення даної роботи (i) $R_{ci} = \min(T_{рнj} - T_{роі})$.

Для роботи 3–9 $T_{рн}(9 - 11) = 15$ і, тоді

$$R_c(3-9) = T_{рн}(9-11) - T_{ро}(3-9) = 15 - 9 = 6.$$

Вільний резерв часу є незалежним резервом, оскільки його використання на одній з робіт не змінює величини вільних резервів часу решти робіт графіка, тобто він належить тільки даній роботі. У межах вільного резерву часу виконавець має можливість вільно змінювати початок своєї роботи без збитку для інших робіт, наступних за даною;

- коефіцієнт напруженості роботи – відношення тривалості відрізків, що не збігаються (пов'язаних між одними і тими ж роботами) максимального шляху, що проходить через дану роботу, і критичного шляху, тобто

$$K_{ні} = \frac{T(L)_{max} - T'_{кр}}{T_{кр} - T'_{кр}}, \text{ де } T(L)_{max} - \text{відстань максимального}$$

шляху, що проходить через дану роботу; $T'_{кр}$ – тривалість ділянки шляху, що проходить через дану роботу і збігається з критичним шляхом.

Для роботи 3-9 $T(L)_{max} = 33$, $T'_{кр} = 24$ і тоді

$$T_{н}(3-9) = \frac{33 - 24}{39 - 24} = 0,6.$$

Імовірнісні оцінки параметрів мережної моделі

При проведенні ремонтних робіт, на які не існує нормативів чи немає досвіду проведення аналогічних робіт, для визначення тривалості роботи застосовують імовірнісні оцінки, основними з яких є:

- мінімальний час виконання роботи (T_{min}) – час, необхідний для виконання роботи при найбільш сприятливому збігу обставин. Вважається, що імовірність виконання роботи за термін, менший, ніж T_{min} , дуже мала або відсутня;

- максимальний час виконання роботи (T_{max}) – час, необхідний для виконання роботи при найбільш несприятливому збігу обставин. Вважається, що імовірність виконан-

ня роботи за термін, більший, ніж T_{\max} , дуже мала або відсутня;

- найбільш імовірний час виконання роботи ($T_{\text{нв}}$) – тривалість роботи, що має місце при нормальних, найбільш імовірних умовах роботи;

- очікуваний час виконання роботи (T_i) – математичне очікування часу виконання роботи $T_i = \frac{(T_{\min})_i + 4 \cdot (T_{\text{нв}})_i + (T_{\max})_i}{6}$

або, якщо $T_{\text{нв}}$ не визначалася, $T_i = \frac{3 \cdot (T_{\min})_i + 2 \cdot (T_{\max})_i}{5}$;

- дисперсія математичного очікування часу виконання роботи (S) – при використанні трьох оцінок $S = \frac{(T_{\max})_i - (T_{\min})_i}{6}$, при використанні двох оцінок

$(T_{\min} \text{ і } T_{\max}) S = 0.2 \cdot [(T_{\max})_i - (T_{\min})_i]$;

- імовірність того, що робота і може стати критичною унаслідок непередбачених утруднень або появи нових, раніше не передбачених операцій, де

$t' = \frac{T_{\text{poi}} - T_{\text{roi}}}{S_i} \cdot T_{\text{roi}}$, T_{poi} , T_{roi} - відповідно пізній і ранній термі-

ни закінчення роботи; S_i – дисперсія математичного очікування часу виконання роботи. Значення $\Phi(t')$ наведені в таблиці 1. При $t > 2.45$ набувають $\Phi(t) \approx 0.95$;

- імовірність закінчення кінцевої роботи мережі в заданий термін (P) – $P = \Phi(t) \cdot 100\%$, де $t = \frac{T_3 - T_{\text{рсн}}}{S_c}$, T_3 – заданий

термін закінчення комплексу робіт; $T_{\text{рсн}}$ – ранній термін початку останньої з робіт мережі; S_c – дисперсія математичного очікування часу виконання останньої роботи мережі. Значення $P = \Phi(t)$ наведені у таблиці 1 (для набуття значення P в процентному виразі необхідне табличне значення помножити на 100).

Таблиця 1 - Значення $\Phi(t')$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0.00	0.000	0.50	0.253	1.00	0.643	1.50	0.824	2.00	0.908
0.05	0.000	0.55	0.294	1.05	0.663	1.55	0.833	2.05	0.913
0.10	0.000	0.60	0.352	1.10	0.691	1.60	0.846	2.10	0.919
0.15	0.001	0.65	0.389	1.15	0.709	1.65	0.854	2.15	0.923
0.20	0.010	0.70	0.441	1.20	0.732	1.70	0.865	2.20	0.929
0.25	0.025	0.75	0.474	1.25	0.747	1.75	0.872	2.25	0.932
0.30	0.062	0.80	0.519	1.30	0.768	1.80	0.881	2.30	0.937
0.35	0.095	0.85	0.547	1.35	0.780	1.85	0.887	2.35	0.940
0.40	0.151	0.90	0.586	1.40	0.798	1.90	0.896	2.40	0.944
0.45	0.192	0.95	0.610	1.45	0.809	1.95	0.901	2.45	0.947

Визначення імовірнісних оцінок параметрів мережних моделей методом експертних оцінок

Метод експертних оцінок застосовується за відсутності нормативів на проведення робіт при недостатній деталізації нормативів, а також при виконанні унікальних робіт, що раніше не проводилися. Використовуючи цей метод, можна визначати мінімальний, максимальний, найбільш імовірний час виконання роботи або, якщо імовірнісні оцінки не використовуються, відразу очікувану тривалість роботи.

При визначенні тимчасових характеристик необхідно дотримуватися таких правил:

- експерти не повинні при оцінці мати на увазі директивні терміни або терміни закінчення окремих етапів. Тому бажано не знайомити їх заздалегідь із цими термінами;

- експертиза повинна бути незалежною, тобто проводитися кожним з експертів окремо, без взаємних консультацій і обміну інформацією;

- експерт повинен указувати лише тривалість виконання роботи в прийнятих одиницях часу без зазначення календарних термінів;

- експертів повинен повідомлятися зміст робіт згідно із заздалегідь розробленим переліком робіт;
- разом з тимчасовою оцінкою експерт визначає і необхідне число виконавців роботи;
- до роботи як експерти в обов'язковому порядку повинні притягуватися безпосередні виконавці;
- для підвищення об'єктивності експертних робіт бажано залучати не менше двох експертів.

Отримані таким чином експертні оцінки усереднюються, а якщо спостерігаються експертні оцінки, що різко відрізняються одна від одної, то заздалегідь вони перевіряються на аномальність і потім усереднюються.

У результаті виконання даного етапу повинні бути визначені T_{\min} , T_{\max} і, якщо необхідно, $T_{\text{НВ}}$ для всіх робіт ремонтного комплексу.

Методика виконання роботи

Призначається експертна група (при виконанні практичної роботи – бригада студентів).

Експертною групою визначається необхідний перелік робіт і кількість робочих для їх виконання.

Виконується незалежна експертиза – кожним з учасників експертної групи призначається мінімальний (T_{\min}), максимальний (T_{\max}) і найбільш імовірний ($T_{\text{НВ}}$) час виконання робіт, що входять в узгоджений список робіт. Отримані результати усереднюються.

Розраховується математичне очікування часу виконання кожної з робіт за формулою

$$T_i = \frac{(T_{\min})_i + 4 \cdot (T_{\text{НВ}})_i + (T_{\max})_i}{6}.$$

Розраховується дисперсія математичного очікування кожної з робіт за формулою

$$S_i = \frac{(T_{\max})_i - (T_{\min})_i}{6}.$$

Складається мережна модель (мережний графік) і специфікація до неї згідно з таблицею 2

Таблиця 2 - Специфікація мережного графіка (форма)

Найменування роботи	Номер на моделі	Кількість робочих	T_{\min} година	T_{\max} година	$T_{\text{нв}}$ година	T_i година	S_i година
---------------------	-----------------	-------------------	-------------------	-------------------	------------------------	--------------	--------------

Розраховуються параметри мережної моделі табличним методом (за формою таблиці 3).

Таблиця 3 - Розрахунок параметрів мережної моделі

Робота	Мат. очікування часу виконання роботи	Ранній початок	Раннє закінчення	Пізній початок	Пізнє закінчення	Резерви часу		Коефіцієнт напруженості	Імовірність критичності
I	T_i	$T_{\text{рн}}$	$T_{\text{ро}}$	$T_{\text{пн}}$	$T_{\text{по}}$	R_n	R_c	K_n	P'
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Графи таблиці заповнюються в такій послідовності:

- графи 1 і 2 – на основі мережного графіка і специфікації до нього;

- ранній початок початкової роботи береться таким, що дорівнює 0, і проставляється в графу 3. Раннє закінчення першої роботи дорівнює її тривалості. Воно записується в графу 4. Ранні початки подальших робіт визначаються шляхом вибору максимального з термінів закінчення попередніх робіт. Ранні закінчення робіт визначаються як сума раннього закінчення роботи і її тривалості. Значення $T_{\text{рн}}$ і

T_{po} визначаються послідовно для кожної з робіт мережі і записуються в графі 3 і 4;

- тривалість критичного шляху знаходиться після заповнення граф 3 і 4 як величина, що дорівнює T_{po} останньої роботи у мережі;

- знайдена величина критичного шляху заноситься в графу 6 як пізні закінчення останньої роботи. Заповнення графі 6 ведеться від низу до верху. Пізні закінчення робіт визначається як різниця між тривалістю критичного шляху і сумарною тривалістю робіт, що лежать на максимальному із шляхів, що ведуть від даної роботи до завершальної роботи мережного графіка;

- пізніше початок роботи визначається як різниця між її пізнім закінченням і тривалістю. Знайдені значення заносяться у графу 5;

- повний резерв часу роботи (графа 7) визначається як різниця між значеннями в графах 6 і 4 або 5 і 3;

- розраховуються різниці між ранніми початками робіт, які є подальшими для даної роботи і її раннім закінченням. Мінімальна з отриманих різниць заноситься у графу 8 як вільний резерв часу;

- розраховується коефіцієнт напруженості для кожної з робіт за формулою

$$K_{ні} = \frac{T(L)_{max} - T'_{кр}}{T_{кр} - T'_{кр}},$$

де $T'_{кр}$ – ділянка критичного шляху, що не збігається із шляхом, що проходить через дану роботу.

Розраховане значення проставляється в графу 9;

- імовірність того, що робота і може стати критичною, розраховується за формулою $P'_i = [1 - \Phi(t')] \cdot 100\%$ і записується у графу 10. При цьому $t' = \frac{T_{poi} - T_{roi}}{S_i}$,

де $T_{\text{поі}}$, $T_{\text{роі}}$ відповідно пізній і ранній терміни закінчення роботи; S_i – дисперсія математичного очікування часу виконання роботи. Значення $\Phi(t')$ наведені у таблиці 1;

- визначається імовірність закінчення кінцевої роботи мережі в заданий термін $P = \Phi(t) \cdot 100\%$, де $t = \frac{T_3 - T_{\text{рнс}}}{S_c}$,

T_3 - заданий термін закінчення комплексу робіт; $T_{\text{рнс}}$ – ранній термін початку останньої з робіт мережі, S_c – дисперсія математичного очікування часу виконання останньої роботи мережі. Значення $P_i = \Phi(t)$ наведені в таблиці 1 (для набуття значення P в процентному виразі необхідно табличне значення помножити на 100).

Приклад виконання роботи

Методика мережного планування показана на прикладі планування графіка технологічного процесу виготовлення кокілю для лиття кольорових сплавів.

Нормативний час на проведення виготовлення 60 годин.

До роботи щодо планування ремонту були залучені два експерти.

На основі розробленого технологічного процесу був складений перелік операцій і склад бригад, необхідні при виготовленні кокілю. Потім кожним експертом, незалежно один від одного, призначалися мінімальне, максимальне і найбільш імовірний час виконання кожної з робіт, що входять до переліку операцій, що виконуються в процесі виготовлення кокілю. Отримані дані наведені у таблиці 4

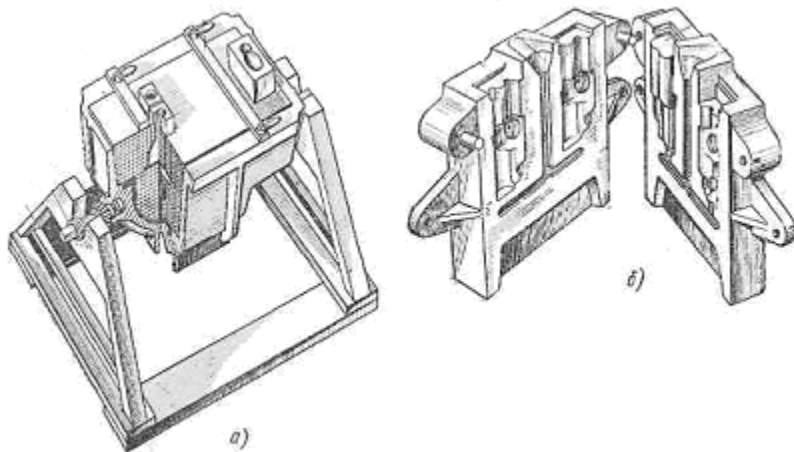


Рисунок 3 – Конструкція кокілів: а) витряхного;
б) з вертикальним рознімом

Таблиця 4 - Тимчасові оцінки мережевого графіка

Найменування роботи	Перший експерт			Другий експерт		
	T min	T max	T нв	T min	T max	T нв
1	2	3	4	5	6	7
1 Різання заготовки на 2 частини	0,8	1,2	1	0,9	1,3	1,1
2 Кування 1-ї заготовки	1,2	1,8	1,5	1,5	2	1,7
3 Штампування верхньої частини кокілю	0,9	1,15	1,05	1,0	1,4	1,2
4 Механічна обробка верхньої частини кокілю	2,7	3,5	3,0	3,0	4,3	4,0
5 Термічна обробка верхньої частини кокілю	2,3	2,8	2,6	4,0	4,0	3,5
6 Хіміко-термічна обробка верхньої частини кокілю	12	13	12,5	12	17	15
7 Полірування верхньої частини кокілю	1,85	2,25	2,0	2,0	3,0	2,5
8 Кування 2-ї заготовки	1,2	1,8	1,5	1,6	2	1,8
9 Штампування нижньої частини кокілю	0,9	1,15	1,05	0,8	1,4	1,1

Продовження табл. 4

10 Механічна обробка нижньої частини кокілю	2,9	3,7	3,2	4	5,0	4,5
11 Термічна обробка нижньої частини кокілю	2,4	2,8	2,5	2,5	3,5	3,0
12 Хіміко-термічна обробка нижньої частини кокілю	12,5	13,5	13	12	15	14
13 Полірування нижньої частини кокілю	2,5	3	2,8	3,0	4,0	3,5
14 Центрування двох частин кокілю	0,2	0,4	0,3	0,2	0,7	0,5
15 Вставка стрижня	0,1	0,3	0,2	0,2	0,4	0,3
16 Кування стрижня	0,5	1,0	0,8	0,5	0,8	0,6
17 Механічна обробка стрижня	0,3	1,0	0,5	0,5	1,2	0,8
18 Термічна обробка стрижня	2,2	2,4	2,3	2,0	3,0	2,5
19 Хіміко-термічна обробка стрижня	10	14	12	13	18	15
20 Полірування стрижня	0,9	1,1	1,0	1,0	2,0	1,5
21 Збирання кокілю	0,3	0,8	0,5	0,8	1,2	1,0
22 Виготовлення стяжних механізмів	1,5	2,5	2	1,0	2,0	1,5
23 Старіння	20	30	25	30	40	35

Дані таблиці 4 усереднювалися і за ними розраховувалися значення математичних очікувань

$$T_i = \frac{(\bar{T}_{\min})_i + 4 \cdot (\bar{T}_{\text{нв}})_i + (\bar{T}_{\max})_i}{6}$$

і дисперсій математичних очікувань

$$S_i = \frac{(\bar{T}_{\max})_i - (\bar{T}_{\min})_i}{6},$$

де \bar{T}_{\min} , \bar{T}_{\max} , $\bar{T}_{\text{нв}}$ - усереднені по двох експертних оцінках відповідно значення мінімального, максимального і

найбільш імовірного часу виконання робіт щодо виготовленню кокілю.

Проведена робота дозволила скласти мережний графік (рис. 4) і специфікацію до нього (таблиця 5), що включає усереднені величини тимчасових оцінок, математичні очікування часів виконання робіт і їх дисперсії.

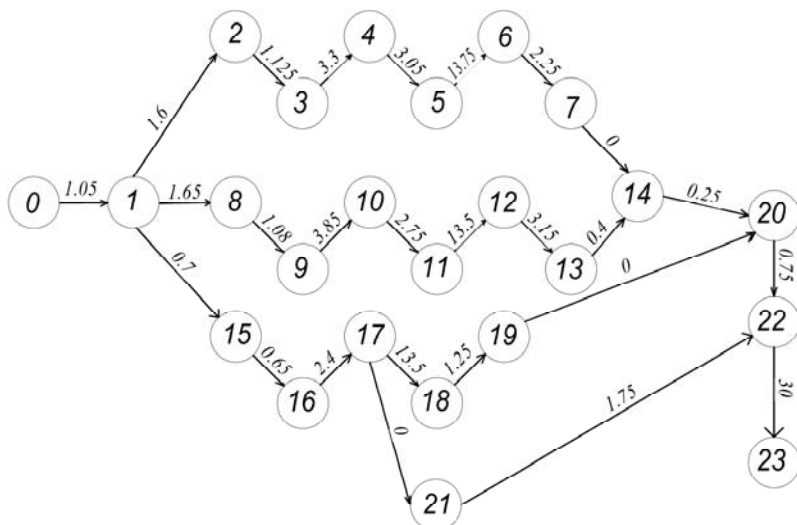


Рисунок 4 – Мережний графік виготовлення кокілю для лиття кольорових сплавів

Таблиця 5 - Специфікація мережевого графіка

Найменування роботи	Номер і на моделі	T_{\min} годи- на	T_{\max} годи- на	$T_{\text{нв}}$ годи- на	T_i годи- на	S_i годи- на
1	2	3	4	5	6	7
1 Різання заготовки на 2 частини	0-1	0,85	1,25	1,05	1,1	0,07
2 Кування 1-ї заготовки	1-2	1,35	1,9	1,6	1,6	0,09
3 Штампування верхньої частини кокілю	2-3	0,95	1,275	1,125	1,1	0,05

Продовження табл.5

4 Механічна обробка верхньої частини кокілю	3-4	2,85	3,9	3,3	3,3	0,18
5 Термічна обробка верхньої частини кокілю	4-5	2,65	3,4	3,05	3,0	0,13
6 Хіміко-термічна обробка верхньої частини кокілю	5-6	12	15	13,75	14	0,5
7 Полірування верхньої частини кокілю	6-7	1,935	2,625	2,25	2,3	0,12
Фіктивна робота	7-14	0	0	0	0	0
8 Кування 2-ї заготовки	1-8	1,4	1,9	1,65	1,7	0,08
9 Штампування нижньої частини кокілю	8-9	0,85	1,275	1,075	1,1	0,07
10 Механічна обробка нижньої частини кокілю	9-10	3,45	4,35	3,85	3,9	0,15
11 Термічна обробка нижньої частини кокілю	10-11	2,45	3,15	2,75	2,8	0,12
12 Хіміко-термічна обробка нижньої частини кокілю	11-12	12,5	14,25	13,5	13	0,29
13 Полірування нижньої частини кокілю	12-13	2,75	3,5	3,15	3,1	0,13
14 Центрування двох частин кокілю	13-14	0,2	0,55	0,4	0,4	0,06
15 Вставка стрижня	14-20	0,15	0,35	0,25	0,3	0,03
16 Кування стрижня	1-15	0,5	0,9	0,7	0,7	0,07
17 Механічна обробка стрижня	15-16	0,4	1,1	0,65	0,7	0,12
18 Термообробка стрижня	16-17	2,1	2,7	2,4	2,4	0,1
19 Хіміко-термічна обробка стрижня	17-18	11,5	16	13,5	14	0,75
20 Полірування стрижня	18-19	0,95	1,55	1,25	1,3	0,1
Фіктивна робота	19-20	0	0	0	0	0
21 Збирання кокілю	20-22	0,55	1,0	0,75	0,8	0,08
Фіктивна робота	17-21	0	0	0	0	0
22 Виготовлення стяжних механізмів	21-22	1,25	2,25	1,75	1,8	0,17
23 Старіння	22-23	25	35	30	30	1,67

Порядок заповнення таблиці 5 такий. Графа 1 переписана з графа 1 таблиці 4; графа 2 – номер роботи на мережному графіку (рисунок 3); графи 3, 4 і 5, - відповідно, усереднені дані з граф 2 і 5, 3 і 6, 4 і 7 таблиці 4. Графи 6 і 7 - результати розрахунків T_i і S_i за формулами

$$T_i = \frac{(T_{\min})_i + 4 \cdot (T_{\text{нв}})_i + (T_{\max})_i}{6};$$

$$S_i = \frac{(T_{\max})_i - (T_{\min})_i}{6},$$

де T_{\min} , T_{\max} , і $T_{\text{нв}}$ - усереднені тимчасові оцінки (відповідні значення беруться з граф 3, 4 і 5 таблиць 5).

Розрахунок параметрів мережного графіка ведеться табличним методом і наведений у таблиці 6.

Імовірність закінчення кінцевої роботи мережі в заданий термін

$$P = \Phi(t) \cdot 100\%,$$

де $t = \frac{T_3 - T_{\text{рнс}}}{S_c};$

T_3 - заданий (нормативний) термін закінчення виготовлення – 60 годин;

$T_{\text{рнс}}$ – ранній термін початку останньої з робіт мережі – 28,37 години;

S_c - дисперсія математичного очікування часу виконання останньої роботи мережі – 30,83 години:

$$t = \frac{60 - 28,37}{30,83} = 1,026,$$

Таблиця 6 - Розрахунок параметрів мережної моделі

Робота	T_i	$T_{рн}$	$T_{ро}$	$T_{пн}$	$T_{по}$	R_n	R_c	K_H	P'
0-1	1,1	0	1,05	0,00	1,05	0,00	0,00	-	100
1-2	1,6	1,05	2,66	2,20	3,81	1,15	0,00	0,98	56
2-3	1,1	2,66	3,78	3,81	4,93	1,15	0,00	0,98	36
3-4	3,3	3,78	7,24	4,93	8,39	1,15	0,00	0,98	93,8
4-5	3,0	7,24	10,28	8,39	11,43	1,15	0,00	0,98	90,5
5-6	14	10,28	23,95	11,43	25,10	1,15	0,00	0,98	100
6-7	1,925	23,95	26,21	25,10	27,36	1,15	0,00	0,98	74,7
7-14	0	26,21	26,21	27,36	27,36	1,15	1,15	0,98	-
1-8	1,4	1,05	2,70	1,05	2,70	0,00	0,00	-	100
8-9	0,85	2,70	3,77	2,70	3,77	0,00	0,00	-	100
9-10	3,45	3,77	7,64	3,77	7,64	0,00	0,00	-	100
10-11	2,45	7,64	10,41	7,64	10,41	0,00	0,00	-	100
11-12	12,5	10,41	23,83	10,41	23,83	0,00	0,00	-	100
12-13	2,75	23,83	26,97	23,83	26,97	0,00	0,00	-	100
13-14	0,2	26,97	27,36	26,97	27,36	0,00	0,00	-	100
14-20	0,15	27,36	27,61	27,36	27,61	0,00	0,00	-	100
1-15	0,5	1,05	1,75	9,00	9,70	7,95	0,00	-	0
15-16	0,4	1,75	2,43	9,70	10,38	7,95	0,00	-	0
16-17	2,1	2,43	4,83	10,38	12,78	7,95	0,00	-	0
17-18	11,5	4,83	18,41	12,78	26,36	7,95	0,00	0,86	64,8
18-19	0,95	18,41	19,66	26,36	27,61	7,95	0,00	0,86	0
19-20	0	19,66	19,66	27,61	27,61	7,95	7,95	0,86	-
20-22	0,55	27,61	28,37	27,61	28,37	0,00	0,00	-	100
17-21	0	4,83	6,58	26,62	28,37	21,79	0,00	0,63	0
21-22	1,25	6,58	6,58	28,37	28,37	21,79	21,79	0,63	-
22-23	25	28,37	58,37	28,37	58,37	0,00	0,00	-	33,7

звідси, згідно з таблицею 1, $\Phi(t) = 0,643$ і, отже, імовірність закінчення кінченої роботи мережі в нормативний термін становить 64,3%.

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування і мету роботи.
- 2 Результати проміжних розрахунків.
- 3 Виведення про імовірність виконання робіт в нормативні терміни.

Варіанти завдань

Мережна модель розраховується для виготовлення кількію для лиття кольорових сплавів. Мережний графік виготовлення є загальним для всіх студентів. Він наведений на рисунку 3. Оцінки часу виконання робіт з виготовлення слід узяти з таблиць 4. Варіанти завдань, задаються зміною кожної з тимчасових оцінок, наведених у таблиці 4, на величину коефіцієнта коригування K .

Значення коефіцієнта коригування K і нормативний час завершення комплексу ремонтних робіт T_3 наведені у таблиці 7.

Таблиця 7 – Варіанти завдань

Варіанти	Підваріанти											
	A		B		C		D		E		F	
	K	T ₃	K	T ₃	K	T ₃	K	T ₃	K	T ₃	K	T ₃
1	-0,1	90	0,4	100	0,9	111	1,4	120	1,9	130	2,4	144
2	-0,2	90	0,5	102	1,0	113	1,5	122	2,0	133	2,5	145
3	0,1	94	0,6	104	1,1	115	1,6	125	2,1	136	2,6	148
4	0,2	96	0,7	106	1,2	117	1,7	127	2,2	139	2,7	150
5	0,3	97	0,8	106	1,3	119	1,8	129	2,3	141	2,8	151

4 ПАРНИЙ РЕГРЕСІЙНИЙ АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ЗДАТНОСТІ ДЕТАЛЕЙ ДО КРИХКОГО РУЙНУВАННЯ

Мета роботи - вивчити метод найменших квадратів і можливість його застосування для визначення ступеня надійності сталі залежні від температури відпуску

Загальні положення

Через різні причини у процесі експлуатації деталі машин можуть піддаватися короточасному впливу навантажень (ударам). Тому для визначення здатності деталі до крихкого руйнування важливо установити, чи існує математична залежність між температурою відпуску і значенням ударної в'язкості. Наявність такої залежності дає можливість з високим ступенем точності прогнозувати надійність деталі в умовах експлуатації.

Установити математичну залежність між значенням температури відпуску і значенням ударної в'язкості дозволяє регресійний аналіз. Він називається парним, якщо виражається $Y = f(X)$, тобто залежність одного з показників обробки деталі (Y-температура відпуску) – або експлуатаційної характеристики (X-ударна в'язкість).

За видом залежності $Y = f(X)$ парний регресійний аналіз може бути лінійним, гіперболічним, ступеневим і т.д. Сутність лінійного парного регресійного аналізу полягає у визначенні параметрів емпіричної лінійної залежності

$$Y(X) = a + bX,$$

що описує зв'язок між деяким числом N пар вимірюваних значень експлуатаційного показника (вихідними параметрами Y_i) і умовами експлуатації, оцінюваними вхідними параметрами (X_i). При цьому повинна забезпечуватися найменша середньоквадратична похибка від заміни експе-

риментально отриманих значень їхньою математичною моделлю.

Графічно задачу парного лінійного регресійного аналізу можна представити в такий спосіб - у безлічі точок $X_i Y_i$ площини XY (рисунок 1) потрібно провести пряму так, щоб величина усіх відхилень від прямої відповідала умові

$$U = \sum_{i=1}^N (Y_i - Y(X_i))^2 = \min,$$

де Y_i - ордината точки i , у якої абсциса дорівнює X_i
 $Y(X_i)$ - ордината прямої, описуваної залежності $Y(X) = a + bX$ при абсцисі X_i .

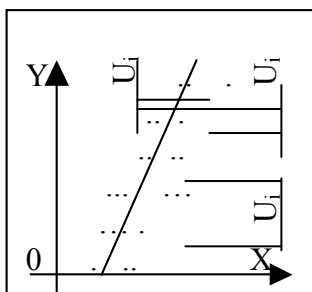


Рисунок 1 - Залежність $Y = a + bX$

Відомо, що для перебування мінімуму функції необхідно її частки, похідні прирівняти до нуля, тобто

$$\frac{dU}{da} = \sum_{i=1}^N (Y_i - (a + bX_i)) = 0$$

$$\frac{dU}{db} = \sum_{i=1}^N (Y_i - (a + bX_i))X_i = 0$$

і, отже, можна скласти систему лінійних рівнянь для визначення невідомих коефіцієнтів a і b :

$$\left\{ \begin{array}{l} a \cdot N + b \cdot \sum_{i=1}^N X_i = \sum_{i=1}^N Y_i ; \\ a \cdot \sum_{i=1}^N X_i + b \cdot \sum_{i=1}^N X_i^2 = \sum_{i=1}^N X_i \cdot Y_i . \end{array} \right.$$

Розв'язання системи дає коефіцієнти a і b у рівнянні прямої $Y = a + bX$:

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N X_i \cdot \sum_{i=1}^N Y_i - N \cdot \sum_{i=1}^N X_i \cdot Y_i}{\left(\sum_{i=1}^N X_i \right)^2 - N \cdot \sum_{i=1}^N X_i^2} , \quad a = \frac{\sum_{i=1}^N Y_i - b \cdot \sum_{i=1}^N X_i}{N} .$$

Точність регресійного аналізу оцінюється величиною середньоквадратичного відхилення, що повинне бути мінімальним

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (Y_i - Y_i')^2}{N-1}} ,$$

де Y_i' - значення функції, розраховані за отриманими формулами при підстановці коефіцієнтів a , b і аргумента X_i ;

Y_i - значення вихідного параметра.

Нелінійна парна регресія може бути зведена до лінійної за допомогою лінеаризуючих перетворень (таблиця 1).

Таблиця 1 – Лінеаризуючі перетворення

Лінеаризована функція		Значення X, Y , що підставляються у формули для обчислення a і b		Формули перерахування a= b=	
Назва	Формула				
Гіперболічна	$a' + \frac{b'}{X}$	$\frac{1}{X}$	Y	A	b
Ступенева	$a \cdot X^{b'}$	Ln(X)	Ln(Y)	e^a	b
Показникові	$a \cdot b^X$	X	Lg(Y)	10^a	10^b
Експонентна	$a' \cdot e^{b' \cdot X}$	X	Ln(Y)	e^a	b
Логарифмічна	$a' + b' \cdot \text{Lg}(X)$	Lg(X)	Y	a	b
	$a' + b' \cdot \text{Ln}(X)$	Ln(X)	Y	A	b

Згідно з таблицею 1 впливає, що якщо, наприклад, потрібно побудувати експонентну залежність типу $a' + e^{b'X}$, то можна скористатися виразами одержаними при розв'язанні системи рівнянь стосовно a і b, однак у них замість Y_i варто підставляти значення $\text{Ln}(Y_i)$; обчислені значення a і b повинні бути перераховані за формулами $a' = e^a$, $b' = b$.

З таблиці 1 видно також, що регресійний аналіз дозволяє представити шукану математичну залежність у вигляді лінійної, гіперболічної, показової, статичної, логарифмічної або якоїсь іншої залежності. Очевидно, що вибрати потрібно таку залежність, що найбільше точно визначає стійкість сталі до крихкого руйнування (залежність ударної в'язкості від температури відпуску сталі), тобто, коли регресійний аналіз проведений найбільше точно.

Ефективним засобом регресійного аналізу є поліноміальна регресія, точність якої може бути як завгодно велика. Полягає вона в апроксимації досліджуваних даних поліномом вигляду

$$Y(X) = A(0) + A_1X + A_2X^2 + \dots + A_mX^m,$$

причому чим більше показник степеня "m", тим вище може бути забезпечена точність апроксимації.

Коефіцієнти полінома знаходяться із системи рівнянь

$$\begin{cases} C_0 \cdot A_0 + C_1 \cdot A_1 + C_2 \cdot A_2 + \dots + C_m \cdot A_m = D_0 \\ C_1 \cdot A_0 + C_2 \cdot A_1 + C_3 \cdot A_2 + \dots + C_{m+1} \cdot A_m = D_1 \\ \dots \\ C_m \cdot A_0 + C_{m+1} \cdot A_1 + C_{m+2} \cdot A_2 + \dots + C_{2 \cdot m} \cdot A_m = D_m \end{cases};$$

де $C_j = \sum_{i=1}^N X_i^j$, $j = 0, 1, 2, \dots, 2m$;

$$D_k = \sum_{i=1}^N X_i^k \cdot Y_i, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n \dots$$

Частковим випадком поліномної регресії є параболічна, яка забезпечує апроксимацію параболічною функцією

$$Y(X) = A_0 + A_1 \cdot X + A_2 \cdot X^2,$$

перебуванням коефіцієнтів A_0, A_1, A_2 із системи рівнянь

$$\begin{cases} A_0 \cdot N + A_1 \cdot \sum_{i=1}^N X_i + A_2 \cdot \sum_{i=1}^N X_i^2 = \sum_{i=1}^N Y_i \\ A_0 \cdot \sum_{i=1}^N X_i + A_1 \cdot \sum_{i=1}^N X_i^2 + A_2 \cdot \sum_{i=1}^N X_i^3 = \sum_{i=1}^N X_i \cdot Y_i; \\ A_0 \cdot \sum_{i=1}^N X_i^2 + A_1 \cdot \sum_{i=1}^N X_i^3 + A_2 \cdot \sum_{i=1}^N X_i^4 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \cdot Y_i \end{cases}$$

Розв'язати цю систему лінійних рівнянь можна будь-яким відомим методом, наприклад методом Гауса.

Методика виконання роботи

Лінійна регресія:

- визначаються пари значень KCU_i , t_i і розраховуються суми $\sum KCU_i$, $\sum t_i$, $\sum KCU_i^2$, $\sum KCU_i \cdot t_i$;

- складається і вирішується система вихідних рівнянь перебуванням коефіцієнтів a і b за формулами

$$b = \frac{\sum_{i=1}^N KCU_i \cdot \sum_{i=1}^N t_i - N \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i \cdot t_i}{\left(\sum_{i=1}^N KCU_i \right)^2 - N \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i^2},$$
$$a = \frac{\sum_{i=1}^N t_i - b \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i}{N};$$

- оцінюється точність апроксимації за середньоквадратичним відхиленням

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - t_{\text{розрах. } i})^2}{N-1}};$$

Нелінійна регресія:

- визначаються пари значень X_i , Y_i ;

- вибирається вид функціональної залежності, за якою буде виконуватися апроксимація (у завданні до виконання практичної роботи потрібно виконати всі апроксимації для яких у таблиці 1 наведені лінеаризуючі функції);

- для залежностей, одержання яких вимагає підстановки у вихідну систему лінеаризованих значень KCU_i і t_i , виконується перерахування KCU_i і t_i (відповідно до таблиці 1);

- вирішується вихідна система рівнянь і знаходяться коефіцієнти a і b ;

- для залежностей, одержання яких вимагає перерахування значень а, b робляться необхідні обчислення (відповідно до таблиці 1);

- оцінюється точність апроксимації за середньоквадратичним відхиленням S.

Поліномна (параболічна) регресія:

- визначаються пари значень X_i, Y_i ;

- розраховуються суми значень $\sum KCU_i, \sum KCU_i^2,$

$\sum KCU_i^3, \sum KCU_i^4, \sum t_i, \sum KCU_i \cdot t_i, \sum KCU_i^2 \cdot t_i$

і вирішується система рівнянь

$$\begin{cases} A_0 \cdot N + A_1 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i + A_2 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i^2 = \sum_{i=1}^N t_i \\ A_0 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i + A_1 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i^2 + A_2 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i^3 = \sum_{i=1}^N KCU_i \cdot t_i \\ A_0 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i^2 + A_1 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i^3 + A_2 \cdot \sum_{i=1}^N KCU_i^4 = \sum_{i=1}^N KCU_i^2 \cdot t_i \end{cases}$$

щодо коефіцієнтів A_0, A_1, A_2 ;

- оцінюється точність апроксимації вихідних даних параболічною залежністю

$t(KCU) = A_0 + A_1 * KCU + A_2 * KCU^2$ (за середньоквадратичним відхиленням S).

Виконання вимірів

Для проведення досліду на ударний згин використовують стандартні зразки з U-подібним концентратором. Зразок, вільно встановлений на опори копра, руйнується за один удар важкого маятника по стороні, протилежній надрізу. Кількісною характеристикою в'язкості при ударному руйнуванні є ударна в'язкість KCU-відношення роботи A, необхідної для зламу зразка віднесеної до робочої площі поперечного перерізу F:

$$KCU = A/F$$

Робота, витрачена на руйнування зразка, розраховується за формулою

$$A = Ph_1(\cos\beta - \cos\alpha),$$

де P - маса маятника, кг; h_1 - відстань від осі маятника до його центра ваги, м; β - кут підйому маятника після руйнування зразка; α - кут підйому маятника перед ударом.

Оскільки P і h_1 постійні для визначеного копра, то КСУ можна визначити за визначеними кутами α і β .

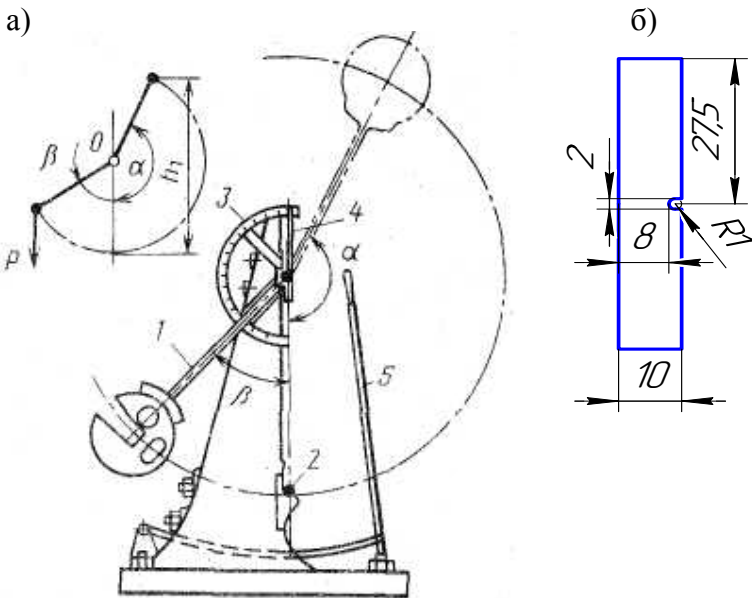


Рисунок 2 - Вимірювання ударної в'язкості а – схема маятничого копра: 1 – маятник; 2 – зразок; 3 – шкала; 4 – стрілка шкали; 5 – гальма; б – стандартний зразок для випробувань

Приклад виконання роботи

У ході іспитів стандартних зразків зі сталі, відпущеної при 5 різних температурах (t), одержали 5 пара вимірів ударної в'язкості (КСУ)

Таблиця 2 – Результати виміру ударної в'язкості

Температура відпуску t , $^{\circ}\text{C}$				
200	300	400	500	600
Ударна в'язкість КСУ, Дж/см ²				
38	47	76	98	125
39	48	79	97	128

Установити математичну залежність, що описує з мінімальною похибкою функціональний зв'язок типу $t = F(\text{КСУ})$.

Для визначення шуканої залежності використовуємо програму обчислень, складену стосовно до пакета MathCAD.

У програмі вихідні дані введені у вигляді двох погоджених масивів КСУ_i і t_i , що являють собою пари значень X_i і Y_i . Для зменшення числа повторюваних обчислень формули розрахунку коефіцієнтів a , b і середньоквадратичного відхилення S описані як відповідні їм функції $B(X, Y)$, $A(X, Y)$ $S(t, \text{КСУ}_p)$, що використовуються в програмі під час виконання таких апроксимізаційних розрахунків. Крім того, наприкінці програми на базі вбудованої процедури розв'язку систем лінійних рівнянь *Isolve* виконується параболічна апроксимація. Вибір виду регресійної залежності, що описує залежність ударної в'язкості від температури відпуску вибирається за найменшим середньоквадратичним відхиленням (згідно з розрахунками обрана параболічна регресія, у якої $S=3,508$). Результати розрахунків проілюстровані графіком.

$$N := 10 \quad i := 1..N$$

$$KCU_i := t_i :=$$

38	200
39	200
47	300
48	300
76	400
79	400
98	500
97	500
125	600
128	600

$$B(X, Y) := \frac{\left[\sum_i X_i \cdot \sum_i Y_i - N \cdot \sum_i (X_i \cdot Y_i) \right]}{\left[\sum_i X_i \right]^2 - N \cdot \sum_i (X_i)^2}$$

$$A(X, Y, b) := \frac{\left[\sum_i Y_i - b \cdot \left(\sum_i X_i \right) \right]}{N}$$

$$S(t, KCU_p) := \sqrt{\frac{\left[\sum_i (KCU_i - KCU_p)^2 \right]}{N - 1}}$$

1. Лінійна регресія

$$X_i := t_i \quad Y_i := KCU_i \quad b := B(X, Y) \quad a := A(X, Y, b)$$

$$fplin_t := a + b \cdot t_i \quad S(KCU, fplin) = 5.156$$

2. Гіперболічна регресія

$$X_i := \frac{1}{t_i} \quad Y_i := KCU_i \quad \underline{b} := B(X, Y) \quad \underline{a} := A(X, Y, b)$$

$$fpgip_i := a + \frac{b}{t_i} \quad S(KCU, fpgip) = 14.825$$

3. Ступенева регресія

$$X_i := \ln(t_i) \quad Y_i := \ln(KCU_i) \quad b := B(X, Y) \quad a := e^{A(X, Y, b)}$$

$$fpstep_i := a \cdot (t_i)^b \quad S(KCU, fpstep) = 5.144$$

4. Показникова регресія

$$X_i := t_i \quad Y_i := \log(\text{KCU}_i) \quad b := B(X, Y) \quad a := 10^{A(X, Y, b)}$$

$$b := 10^{B(X, Y)} \quad \text{fпрок}_i := a \cdot b^{t_i} \quad S(\text{KCU}, \text{fпрок}) = 4.592$$

5. Експонентна регресія

$$X_i := t_i \quad Y_i := \ln(\text{KCU}_i) \quad \underline{b} := B(X, Y) \quad \underline{a} := e^{A(X, Y, b)}$$

$$\text{fрехр}_i := a \cdot e^{b \cdot t_i} \quad S(\text{KCU}, \text{fрехр}) = 4.592$$

6. Логарифмічна регресія 1

$$X_i := \log(t_i) \quad Y_i := \text{KCU}_i \quad b := B(X, Y) \quad a := A(X, Y, b)$$

$$\text{fплог}_i := a + b \cdot \log(t_i) \quad S(\text{KCU}, \text{фплог}) = 9.942$$

7. Логарифмічна регресія 2

$$X_i := \ln(t_i) \quad Y_i := \text{KCU}_i \quad \underline{b} := B(X, Y) \quad \underline{a} := A(X, Y, b)$$

$$\text{фпln}_i := a + b \cdot \ln(t_i) \quad S(\text{KCU}, \text{фпln}) = 9.942$$

8. Параболічна регресія

$$X_i := t_i \quad \underline{C} := \begin{bmatrix} N & \sum_i t_i & \sum_i (t_i)^2 \\ \sum_i (t_i) & \sum_i (t_i)^2 & \sum_i (t_i)^3 \\ \sum_i (t_i)^2 & \sum_i (t_i)^3 & \sum_i (t_i)^4 \end{bmatrix} \quad D := \begin{bmatrix} \sum_i \text{KCU}_i \\ \sum_i (t_i \cdot \text{KCU}_i) \\ \sum_i [(t_i)^2 \cdot \text{KCU}_i] \end{bmatrix}$$

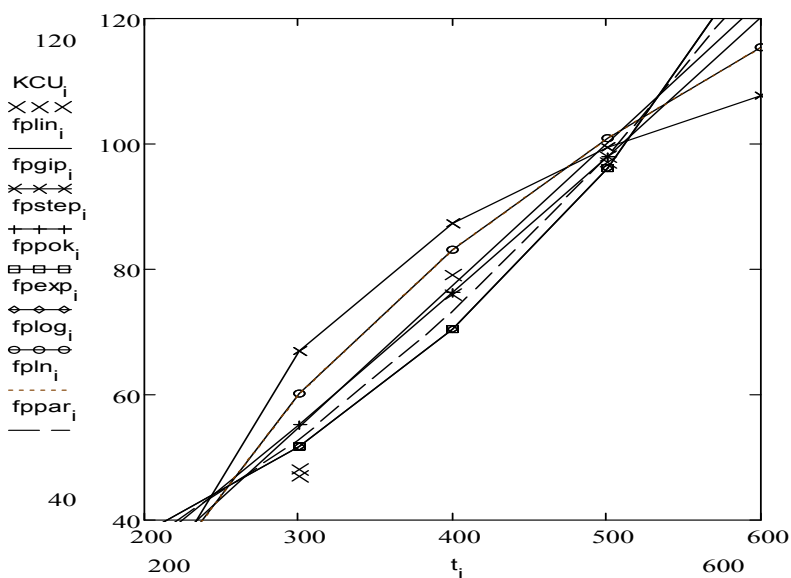
AA := Isolve(C , D)

$$fppar_i := AA_0 + AA_1 \cdot t_i + AA_2 \cdot (t_i)^2$$

S(KCU, fpar) = 3.508

Остаточно беремо параболічну регресію, оскільки їй відповідає найменша дисперсія $S=3,508$

Результати розрахунків ілюструємо графіком.



Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- Найменування і мету роботи.
- Результати проміжних розрахунків.
- Висновки.

Варіанти завдань

Варіант завдання вибрати відповідно до таблиці 3.

Таблиця 3 – Результати вимірів ударної в'язкості (КСУ) при різних температурах відпуску (t)

	Перша серія дослідів					Друга серія дослідів				
	Варіант 1 сталь 09Г2									
	Температура відпуску t, °С									
	200	400	500	600	700	200	400	500	600	700
	Ударна в'язкість КСУ, Дж/см ²									
a	57	97	127	185	166	59	99	127	188	167
b	56	98	126	186	167	60	100	128	187	166
c	60	99	129	187	165	57	98	128	187	169
d	61	97	128	188	168	58	98	126	186	166
e	59	100	127	186	169	60	97	127	188	167
f	58	99	129	184	165	60	98	126	188	168
	Варіант 2 14Г2									
	Температура відпуску t, °С									
	200	300	400	500	600	200	300	400	500	600
	Ударна в'язкість КСУ, Дж/см ²									
	a	98	88	102	175	197	96	86	104	175
b	97	87	104	174	196	97	88	102	175	197
c	96	86	103	176	195	98	87	103	174	196
d	97	89	105	177	198	97	88	103	175	195
e	99	90	101	174	199	97	86	104	178	194
f	100	88	102	173	196	96	87	104	177	196

Продовження табл.3

	Перша серія дослідів					Друга серія дослідів				
	Варіант 3 15X									
	Температура відпуску t, °C									
	200	300	400	500	600	200	300	400	500	600
	Ударна в'язкість КСУ, Дж/см ²									
a	39	47	77	98	126	39	49	80	98	128
b	38	48	78	99	127	39	48	80	97	128
c	37	49	79	97	129	40	48	79	95	126
d	40	50	76	96	128	38	47	79	96	126
e	41	51	77	100	127	38	47	75	99	127
f	39	49	80	98	126	40	48	76	97	128
	Варіант 4 сталь20X									
	Температура відпуску t, °C									
	200	300	400	500	600	200	300	400	500	600
	Ударна в'язкість КСУ, Дж/см ²									
	a	118	146	176	197	224	117	149	176	196
b	120	147	175	196	225	116	148	177	197	225
c	117	148	177	195	226	119	149	175	197	224
d	116	149	176	198	227	118	145	176	195	224
e	119	147	178	197	223	117	146	176	195	227
f	118	145	176	196	224	118	149	177	195	226
	Варіант 5 сталь40X									
	Температура відпуску t, °C									
	200	300	400	500	600	200	300	400	500	600
	Ударна в'язкість КСУ, Дж/см ²									
	a	28	21	48	68	146	30	19	50	70
b	30	20	47	69	147	28	20	49	69	146
c	29	19	49	70	148	30	21	48	68	145
d	27	18	50	67	147	30	20	49	69	145
e	30	22	51	68	146	28	19	49	70	146
f	28	20	48	70	148	30	19	50	68	146

5 ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ПРИ РОЗРОБЛЕННІ СКЛАДУ ВИСОКОМІЦНОГО ТВЕРДОГО СПЛАВУ ДЛЯ ОБРОБКИ ДЕТАЛЕЙ, ЩО ДАЮТЬ ЗЛИВНУ СТРУЖКУ

Мета роботи - вивчення методики планування багатofакторних експериментів при розробленні складу високоміцного твердого сплаву для обробки деталей, що дають зливну стружку

Загальні положення

Однією з найбільш важливих характеристик твердих сплавів є межа міцності при вигині, оскільки вони характеризуються крихкістю й досить малою пластичністю, а тому відповідно низьким опором і ударним навантаженням.

Тверді сплави WC-Co призначені переважно для обробки матеріалів, що дають стружку надламу. Очевидно, що для одержання матеріалу для обробки деталей, що дають зливну стружку, необхідно використовувати додаткові добавки. Найбільше підходять для вирішення даного завдання карбід Ti (Ti) і карбід Ta (Ta):

Ti - поліпшує стійкість проти окиснювання, твердість і жароміцність;

Ta - сприяє зменшенню зерна, загальмовуючи в такий спосіб рекристалізацію карбідної фази, а також зменшує здатність до зварювання матеріалу зі стружкою.

Важливим фактором, що впливає на межу міцності при вигині, є розмір зерна, тому його необхідно теж урахувати. На властивості сплаву може впливати і наявність Nb, що потрапляє з руди Ta.

Щоб передбачити властивості міцності розроблюваного матеріалу, необхідно знати математичну модель. Побудувати її можна, провівши відповідні однофакторні

експерименти з визначення залежності межі міцності при вигині від кожного з факторів (складових). При цьому необхідно один із факторів (наприклад, кількість певної складової) змінювати в певних межах (всі інші фактори стабілізуються) і оцінювати як при цьому буде змінюватися межа міцності при вигині. Нескладна статистична обробка, наприклад, з використаннями методу найменших квадратів дозволяє одержати математичну залежність межі міцності при вигині від змінюваного фактору. Повторивши експерименти для всіх факторів можна в остаточному висновку, визначити залежність межі міцності при вигині від усіх факторів окремо й потім побудувати загальну математичну модель. Однак при великій кількості факторів час на побудову моделі й витрати на проведення всієї серії експериментів можуть бути настільки значними, що здійснення їх стане нереальним. У цьому випадку використовують методику проведення багатфакторних експериментів.

Сутність методики багатфакторного експерименту полягає в тому, що при його проведенні змінюється не один фактор, а відразу всі, причому їхня зміна не довільна, а виконується за певним планом. План проведення багатфакторного експерименту складається таким чином, щоб шляхом відповідної математичної обробки виділити вплив кожного фактору і, як наслідок, скласти модель сплаву.

Проведення багатфакторного дослідження можливе, якщо дотримуються такі вимоги до методики розробки складу твердого сплаву:

- змінюваний фактор повинен бути: а) керованим, тобто дозволяти експериментаторові встановлювати необхідне значення фактору й підтримувати постійним це значення протягом досліду; б) незалежним - повинна бути можливість устанавлення фактору на будь-якому рів-

ні незалежно від рівнів інших факторів; в) однозначним - не бути функцією інших факторів; г) сумісним - можливий взаємний вплив факторів не повинен приводити до неможливості отримання сплаву; д) реалізованим - межі зміни факторів повинні забезпечувати можливість їхньої фізичної реалізації.

- вимірювання межі міцності при вигині повинне дозволяти: а) визначати межу міцності при вигині при будь-якій зміні (комбінації) факторів, і ця зміна повинна бути контрольованою; б) оцінювати числове значення межі міцності при вигині з високою точністю, тобто контроль межі міцності при вигині повинен бути статистично ефективним.

Методика виконання роботи

Побудова плану проведення експерименту

Оскільки фактори неоднорідні й мають різні одиниці виміру, а числа, що виражають величини факторів, мають різні порядки, їх треба перед побудовою плану експерименту привести до єдиної системи числення шляхом переходу від дійсних значень факторів до кодованого за формулами:

$$X_{0,i} = \frac{(X_{\max,i} + X_{\min,i})}{2},$$
$$X_{q,i} = \frac{(X_{\max,i} - X_{\min,i})}{2},$$
$$X_{K,i} = \frac{(X_i - X_{0,i})}{X_{q,i}},$$

де $X_{0,i}$ - основний рівень;

$X_{q,i}$ - інтервал варіювання;

$X_{k,i}$ - кодоване значення фактору;

$X_{\max,i}$ - верхній рівень. Кодоване значення верхнього рівня «+1» (у плані експерименту цифрою «1» нехтуємо й звичайно записуємо тільки знак «+»);

$X_{\min,i}$ - нижній рівень. Кодоване значення нижнього рівня «-1» (у плані експерименту записується знак «-»).

Багатофакторний експеримент може виконуватися за планом повного факторного експерименту (число досвідів $N = 2^K$, де K - загальне число факторів дослідження) або дробового факторного експерименту ($N = 2^{K+P}$, де P - число лінійних ефектів). Повний факторний експеримент доцільно проводити в тому випадку, якщо він за часом нетривалий і вимагає невеликих витрат, тому що при однаковому числі факторів кількість дослідів для побудови математичної моделі значно більше, ніж при дробовому факторному експерименті.

Дробовий факторний експеримент проводиться при числі факторів від двох і більше за умови, якщо повний факторний експеримент з економічних міркувань проводити не вигідно.

Побудова плану повного факторного експерименту

Побудова плану повного факторного експерименту зводиться до стандартної форми запису умов проведення експериментів у вигляді таблиці, у стовпчиках якої записуються всі можливі поєднання досліджуваних факторів (у кодах «+» і «-»). Позначають стовпчики змінної X , що відповідає певному фактору. Наприклад, X_1 - перший фактор – зміст WC , X_2 - другий фактор – зміст Ti і т.д. Записують фактори в таблицю, починаючи із другого стовпчика (першому стовпчику завжди відповідає фіктивний фактор, позначений через X_0). При цьому в першому стовпчику таблиці записуються всі знаки "+", у другому стовпчику необхідно змінювати знаки по черзі, у третьому чергувати через два, у четвертому - через чотири, у п'ятому - через вісім і т.д. за ступенями двійки. Після того, як вичерпані всі варіанти зміни факторів, переходять до комбінацій їхніх взаємодій. Для цього вводять стовпчики з комбінаціями добуток факторів $X_1 X_2, X_1 X_3, X_1 X_4 \dots X_1 X_n, X_2 X_3, X_2 X_4 \dots X_2 X_n \dots X_1 X_2 X_3, X_1 X_2 X_4$

... $X_1X_2X_n$... $X_2X_3X_4$, $X_2X_3X_n$... $X_1X_2X_3X_4$ $X_1X_2X_3$... X_n ..
 Оскільки змінні X_1, X_2, \dots, X_n набувають значення «+1» і «-1», то добутки змінних наберуть тих самих значень «+1» і «-1».

У таблицях 1–3 показані зразки побудови планів експериментів при числі факторів 1,2,3. У таблицях порядково записані кодові значення змінних, які вони повинні приймати в кожному з дослідів експерименту, при їхній загальній кількості, що дорівнює, відповідно 2,4,8. (Наприклад, при проведенні дослідів номер 2 за планом таблиці 3 значення факторів X_2, X_3 і взаємодій X_1X_2, X_1X_3 мають кодове значення «-1» і повинні бути мінімальними, а значення фактора X_1 і взаємодій $X_2X_3, X_1X_2X_3$ мають кодові значення «+1» і повинні бути максимальними).

Таблиця 1 - План $N = 2^1$

Номер дослідів	X_0	X_1
1	+	+
2	+	-

Таблиця 2 - План $N = 2^2$ або $N = 2^3 - 1$

Номер дослідів	X_0	X_1	X_2	$X_3 = X_1X_2$
1	+	+	+	+
2	+	-	+	-
3	+	+	-	-
4	+	-	-	+

Таблиця 3 - План $N = 2^3$ або $N = 2^4 - 4$

Номер дослідів	X_0	X_1	X_2	X_3	$X_4 = X_1X_2$	$X_5 = X_1X_3$	$X_6 = X_2X_3$	$X_7 = X_1X_2X_3$
1	+	+	+	+	+	+	+	+
2	+	-	+	+	-	-	+	-
3	+	+	-	+	-	+	-	-
4	+	-	-	+	+	-	-	+
5	+	+	+	-	+	-	-	-
6	+	-	+	-	-	+	-	+
7	+	+	-	-	-	-	+	+
8	+	-	-	-	+	+	+	-

Побудова плану дробового факторного експерименту

План дробового факторного експерименту складається на основі плану повного факторного експерименту, коли відомо, що між деякими факторами відсутній ефект взаємодії. У цьому випадку замість несуттєвої взаємодії записується новий фактор, і значення нового фактора в умовах дослідів визначаються за знаками, зазначеними у відповідному стовпчику. Наприклад, якщо відомо, що немає взаємодії факторів X_1X_2 у плані повного факторного експерименту $N = 2^3$, то цю взаємодію можна замінити фактором X_4 і буде отримано план дробового факторного експерименту $N = 24-1$. Якщо несуттєва взаємодія X_1X_3 , його також можна замінити фактором X_4 , а якщо несуттєві обидві ці взаємодії, то можна в план експерименту включити два додаткових фактори X_4 і X_5 . Усього на базі плану $N = 2^3$ можна побудувати план дробового факторного експерименту, що дозволить досліджувати склад сплаву відразу по семи факторах (див. табл. 3, де $X_4=X_1X_2$, $X_5=X_1X_3$, $X_6=X_2X_3$, $X_7=X_1X_2X_3$,). На базі плану $N = 2^4$ можна досліджувати склад і побудувати модель, що включає до 31 фактора, провівши при цьому 32 досліди. У загальному випадку як підходящий дробовий факторний експеримент варто брати повний факторний експеримент, число досвідів у якому більше, ніж число факторів у досліджуваному складі сплаву.

Перевірка властивостей планів повного і дробового факторного експериментів

Після побудови плану експерименту необхідно перевірити його властивості:

- симетричність плану щодо центру експерименту - алгебраїчна сума елементів кожного стовпчика, крім першого, що відповідає фіктивній змінній, повинна бути такою, що дорівнює нулю:

$$\sum_{i=1}^N X_{i,j} = 0,$$

де i - номер досліду (номер рядка),
 j - номер фактора (номер стовпця), $j=1,2, \dots K$;
 - нормування - сума квадратів елементів кожного стовпчика дорівнює числу дослідів:

$$\sum_{i=1}^N X^2_{i,j} = N;$$

- ортогональність - сума порядкових добутків елементів будь-яких двох стовпчиків дорівнює нулю

$$\sum_{i=1}^N X_{i,j} \times X_{i,j+m} = 0,$$

де m - довільне ціле число, що задовольняє умову $j+m < K$. Якщо план експерименту відповідає переліченим властивостям, то він вважається ротатабельним, тобто математична модель, отримана у результаті експерименту з таким планом, здатна передбачити значення межі міцності при вигині з однаковою точністю в будь-яких напрямках на рівних відстанях від центру плану.

Проведення експерименту

Перед проведенням експерименту необхідно рандомізувати його план, тобто призначити проведення дослідів у випадковій послідовності. Для розміщення номерів дослідів у випадковій послідовності можна скористатися таблицями рівномірно розподілених випадкових величин, генератором випадкової величини комп'ютера або будь-яким іншим методом (наприклад, написати номери дослідів на листках паперу, перевернути, перемішати аркуші паперу й брати їх у випадковій послідовності).

Для підвищення точності експерименту його повторюють кілька разів (не менше двох). При цьому досліді кожної серії експериментів також повинні бути рандомізовані.

У таблиці 4 показаний приклад побудови плану дробового факторного експерименту 2^{3-1} , що передбачає три серії дослідів, і в кожній серії досліді виконуються у ви-

падковій послідовності. Відповідно до цієї таблиці першим повинен виконуватися другий дослід з першої серії експериментів (другий фактор (складова) X_2 устанавлюється на верхньому рівні, перший і третій фактори – на нижньому рівні). У результаті проведення дослідів буде отриманий вихідний параметр (межа міцності при вигині, позначена як Y_{21}). Потім третій дослід першої серії ($X_{1,max}$, $X_{2,min}$, $X_{3,min}$, результат Y_{31}), перший дослід ($X_{1,max}$, $X_{2,max}$, $X_{3,max}$ – Y_{11}) і четвертий дослід ($X_{1,min}$, $X_{2,min}$, $X_{3,max}$ – Y_{41}). Після завершення першої серії дослідів виконуються другий (третій, перший, четвертий, другий дослідів з результатами Y_{32} , Y_{12} , Y_{42} , Y_{22}) і третя серія дослідів (четвертий, перший, другий, третій дослідів).

Таблиця 4 - Повний план виконання дробового факторного експерименту $2^{(3-1)}$

Но- мер дос- лід	Серія			X_0	X_1	X_2	X_3	Результати дослідів за серіями		
	1	2	3					1	2	3
	Порядок виконання дослідів									
1	3	2	2	+	+	+	+	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}
2	1	4	3	+	-	+	-	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}
3	2	1	4	+	+	-	-	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}
4	4	3	1	+	-	-	+	Y_{41}	Y_{42}	Y_{43}

Обробка результатів експериментів

У ході обробки результатів експериментів визначаються:

- середнє арифметичне вимірів межі міцності на вигин за серією дослідів, тобто для кожного рядка

$$\bar{Y}_i = \frac{Y_{i,1} + Y_{i,2} + \dots + Y_{i,t}}{T},$$

де t - номер дослідів із числа паралельних спостережень;

T - кількість паралельних спостережень;

- дисперсія відтворюваності за даними T паралельних спостережень

$$S_i^2 = \frac{(\bar{Y} - Y_{i,1})^2 + (\bar{Y} - Y_{i,2})^2 + \dots + (\bar{Y} - Y_{i,t})^2}{T - 1};$$

- розрахункове значення критерію Кохрена

$$G = \frac{S_{i,\max}^2}{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2},$$

де $S_{i,\max}^2$ - максимальна з дисперсій відтворюваності;

n - номер рядка плану;

- ступені вільності $V_1 = T - 1$, $V_2 = N$ і по них табличне значення критерію Кохрена $G_{кр}$ (наведені в таблиці 5).

Таблиця 5 - Критерії Кохрена

V_1	V_2							
	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0.9985	0.9669	0.9065	0.8412	0.7808	0.7271	0.6798	0.6385
2	0.9750	.8709	.7679	.6838	.6161	.5612	.5157	.4775
3	0.9392	.7977	.6841	.5981	.5321	.4800	.4377	.4027
4	0.9057	.7457	.6287	.5440	.4803	.4307	.3910	.3584
5	0.8772	.7071	.5895	.5063	.4447	.3974	.3595	.3286
6	0.8534	.6771	.5598	.4783	.4148	.3726	.3362	.3067
7	0.8332	.6530	.5365	.4564	.3980	.3555	.3185	.2901
8	0.8159	.6333	.5175	.4387	.3817	.3384	.3043	.2768
V_1	V_2							
	10	12	15	20	24	30	40	60
1	0.6020	0.5410	0.4709	0.3894	0.3434	0.2929	0.2370	0.1737
2	0.4450	.3924	.3346	.2705	.2354	.1980	.1576	.1131
3	0.3733	.3264	.2758	.2205	.1907	.1593	.1259	.0895
4	0.3311	.2880	.2419	.1921	.1656	.1377	.1082	.0765
5	0.3029	.2624	.2195	.1735	.1493	.1237	.0968	.0682
6	0.2823	.2439	.2034	.1702	.1374	.1134	.0887	.0623
7	0.2666	.2299	.1911	.1601	.1286	.1061	.0827	.0583
8	0.2541	.2187	.1815	.1422	.1216	.1002	.0780	.0552

- визначають різницю $G - G_{кр}$ і роблять висновок про відтворюваність результатів вимірів межі міцності на вигин (якщо $G - G_{кр} < 0$, то вважають, що дисперсії відтво-

рюваності однорідні й досліди відтворені). У протилежному разі посилюють вимоги до умов проведення експерименту й досліди проводять повторно);

- дисперсію вимірів межі міцності при вигині

$$S^2 = \frac{S_1^2 + S_2^2 + \dots + S_n^2}{N}.$$

Побудова математичної моделі сполучення

При побудові математичної моделі сполучення послідовно визначають:

- параметри моделі сполучення (коефіцієнти регресії)

$$B_j = \frac{X_{1,j} \times \bar{Y}_1 + X_{2,j} \times \bar{Y}_2 + \dots + X_{n,j} \times \bar{Y}_n}{N},$$

де $X_{1,j}$ - параметр складу в кодових значеннях «+1» і «-1»;

- дисперсію помилки визначення коефіцієнтів регресії

$$S_b^2 = \frac{S^2}{N \times T};$$

- середньоквадратичне відхилення дисперсії помилки визначення коефіцієнтів регресії

$$S_b = \sqrt{S_b^2};$$

- розрахункове значення критерію Стьюдента

$$C_j = \frac{|B_j|}{S_b};$$

- ступінь вільності $V_3=N$ і за ним критеріальне значення критерію Стьюдента $Скр$ (дані в таблиці 6);

- визначають різницю $C_j - Скр$ і роблять висновок про значущість коефіцієнтів регресії (якщо $C_j - Скр > 0$, то вважають, що коефіцієнти B_j значущі, у протилежному разі вважають коефіцієнти B_j статистично незначущими і їх відкидають без перерахування інших коефіцієнтів);

Таблиця 6 - Критерій Стюдента

Число ступенів вільності	Скр	Число ступенів вільності	Скр	Число ступенів вільності	Скр
1	12,71	11	2,201	21	2,080
2	4,303	12	2,179	22	2,074
3	3,182	13	2,160	23	2,069
4	2,776	14	2,145	24	2,064
5	2,571	15	2,131	25	2,060
6	2,447	16	2,120	26	2,056
7	2,365	17	2,110	27	2,052
8	2,306	18	2,101	28	2,048
9	2,262	19	2,093	29	2,045
10	2,228	20	2,086	30	2,042
				∞	1,960

- математичну модель сполучення (рівняння регресії) типу $Y' = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + \dots + B_jX_j$, де B_j - значущі коефіцієнти.

Перевірка адекватності моделі

Перевірка адекватності математичної моделі складу високоміцного твердого сплаву виконується в наступній послідовності:

- за рівнянням регресії визначають оцінки Y'_i для кожного рядка плану (підстановкою кодових значень факторів $X_{i,j}$);

- знаходять різниці між середніми арифметичними вимірів меж міцності при вигині за серією дослідів Y_i і оцінками Y'_i , підносять різниці до квадрата, визначають їхню суму й розраховують дисперсії адекватності за формулою

$$S_a^2 = \frac{\left[(\bar{Y}_1 - Y'_1)^2 + (\bar{Y}_2 - Y'_2)^2 + \dots + (\bar{Y}_i - Y'_i)^2 \right] \times T}{N - L},$$

де L - число значущих коефіцієнтів (без урахування B_0);
 - обчислюють розрахункове значення критерію Фішера

$$F = \frac{S_a^2}{S^2};$$

- ступені вільності $V_a = N(T - 1)$, $V_c = N - L$ і за ними табличне значення критерію Фішера $F_{кр}$ (дані в таблиці 7);

- визначають різницю $F - F_{кр}$ і роблять висновок про адекватність математичної моделі реально отриманим даним. Якщо $F - F_{кр} < 0$, то вважають, що математична модель $Y' = B_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + \dots + B_jX_j$ адекватно описує склад і нею можна користуватися для розрахунку очікуваних значень межі міцності при вигині. У протилежному разі посилюють вимоги до умов проведення експерименту і його проводять повторно;

- переходять від моделі, складеної для факторів, записаних у кодових позначеннях, до факторів, записаних у натуральних значеннях. Для цього перераховують всі коефіцієнти за формулою

$$B_j \sim = \frac{B_j}{X_{q,j}}$$

і коефіцієнт B_0 за формулою

$$B_0 \sim = B_0 - \left(\frac{X_{0,1} \times B_1}{X_{q,1}} \right) - \left(\frac{X_{0,2} \times B_2}{X_{q,2}} \right) - \dots - \left(\frac{X_{0,j} \times B_j}{X_{q,j}} \right).$$

Таблиця 7 - Критерії Фішера

V _a	V _c											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	40
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.80	5.71
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.56	4.46
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.87	3.77
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.44	3.34
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.15	3.05
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	2.93	2.82
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.77	2.67
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.65	2.53
12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.54	2.42
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.46	2.34
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.39	2.27
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.33	2.21
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.28	2.16
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.23	2.11

Продовження табл. 7

18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.19	2.07
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.15	2.02
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.12	1.99
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.09	1.96
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.47	2.40	2.35	2.20	2.07	1.93
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.45	2.38	2.32	2.28	2.04	1.91
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.43	2.36	2.30	2.26	2.02	1.89
25	4.26	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.00	1.87
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	1.99	1.85
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.30	2.25	2.20	1.97	1.84
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.36	2.29	2.24	2.19	1.96	1.81
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	1.94	1.80
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	1.93	1.71
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.75	1.59

Виконання вимірів

Вибір експериментальної області робимо, виходячи з апіорної інформації. На основі огляду літературних і патентних джерел установили верхню й нижню межу вмісту елементів, а також інтервал варіювання розмірів зерна.

Випробування на вигин проводять зосередженим навантаженням на зразок, що лежить на двох опорах (рис. 1). Межа міцності при вигині $\sigma_{\text{виг}}$ підраховується за формулою

$$\sigma_{\text{виг}} = M_{\text{max}} / \omega,$$

де M_{max} - максимальний згинальний момент; $\omega = \frac{(bh)^2}{6}$ - для прямокутного перерізу зразка (b і h - ширина і висота зразка) і $\omega = \frac{(\pi d)^3}{32}$ - для круглого перерізу.

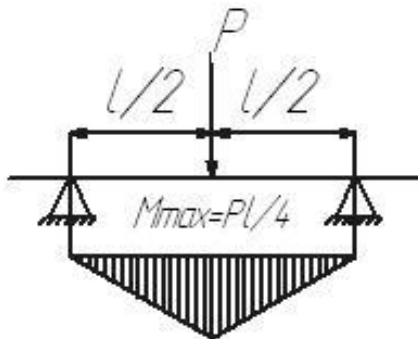


Рисунок 1 - Схема випробування на вигин

Приклад виконання роботи

Розробити склад високоміцного твердого сплаву для обробки деталей, що дають зливу стружку. Міцність сплаву оцінюють за величиною межі міцності при вигині за таких умов: зміст WC 50 - 70%; Ti 3 - 10%; Ta 10 - 35%; Co 5 - 15% при розмірі зерна 1-2.5 мкм. Для одер-

жання математичної моделі використовуємо результати двох серій експериментів, виконаних за планом дробового багатofакторного експерименту.

Позначимо через X_1 зміст WC, X_2 - зміст T_i , X_3 - зміст T_a , X_4 - зміст C_o , X_5 - розмір зерна, X_6 – фактор, що враховує наявність Nb. Для урахування дії інших факторів уведемо узагальнену змінну X_0 .

При позначенні результатів експериментів використовуємо символ «Y» з індексами 1 (Y1 - перша серія) і 2 (Y2 - друга серія).

$i = 0 \dots 6$

Faktor_i =

"X0"
"X1"
"X2"
"X3"
"X4"
"X5"
"X6"

Граничні значення факторів

MIN_i = MAX_i =

"_"
50
3
10
5
1
"немає"

"_"
70
10
35
15
2.5
"є"

Основний рівень, інтервал, кодові позначення граничних значень факторів

$i = 1 \dots 5$

$$X_{0i} = \frac{(MAX_i + MIN_i)}{2} \quad X_{kmax_i} = \frac{(MAX_i - X_{0i})}{X_{qi}}$$

$$X_{qi} = \frac{(MAX_i - MIN_i)}{2} \quad X_{kmin_i} = \frac{(MIN_i - X_{0i})}{X_{qi}}$$

$$X_{06} = "-" \quad X_{q6} = "-" \quad X_{kmax_6} = 1 \quad X_{kmin_6} = -1$$

$i = 1 \dots 6$

$$X_{0i} = \begin{pmatrix} 60 \\ 6.5 \\ 22.5 \\ 10 \\ 1.75 \\ "-" \end{pmatrix} \quad X_{qi} = \begin{pmatrix} 10 \\ 3.5 \\ 12.5 \\ 5 \\ 0.75 \\ "-" \end{pmatrix}$$

X_{kmax_i}

1
1
1
1
1
1

X_{kmin_i}

-1
-1
-1
-1
-1
-1

При числі факторів процесу, що дорівнює шести вибираємо план дробового факторного експерименту 6-3, т. як при повному факторному експерименті 2^6 необхідно провести $N=64$ дослідів, що утруднено.

Складаємо план проведення експериментів

$$i = 1 \dots 8$$

$$X_{i,0} = X_{i,1} = X_{i,2} = X_{i,3} =$$

1	1	1	1
1	-1	1	1
1	1	-1	1
1	-1	-1	1
1	1	1	-1
1	-1	1	-1
1	1	-1	-1
1	-1	-1	-1

$$X_{i,4} = X_{i,1} \cdot X_{i,2}$$

$$X_{i,5} = X_{i,1} \cdot X_{i,3}$$

$$X_{i,6} = X_{i,2} \cdot X_{i,3}$$

$$j = 0 \dots 6$$

$$X_{0,j} = \text{Faktor}_j$$

$$X = \begin{pmatrix} \text{"X0"} & \text{"X1"} & \text{"X2"} & \text{"X3"} & \text{"X4"} & \text{"X5"} & \text{"X6"} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Перевіряємо властивості плану на симетричність

$$\sum_i X_{i,1} = 0 \quad \sum_i X_{i,2} = 0 \quad \sum_i X_{i,3} = 0$$

$$\sum_i X_{i,4} = 0 \quad \sum_i X_{i,5} = 0 \quad \sum_i X_{i,6} = 0$$

Перевіряємо властивості плану на нормування

$$\sum_i (X_{i,1})^2 = 8 \quad \sum_i (X_{i,2})^2 = 8 \quad \sum_i (X_{i,3})^2 = 8$$

$$\sum_i (X_{i,4})^2 = 8 \quad \sum_i (X_{i,5})^2 = 8 \quad \sum_i (X_{i,6})^2 = 8$$

Перевіряємо властивості плану на ортогональність

$$\sum_i (X_{i,1} \cdot X_{i,2}) = 0 \quad \sum_i (X_{i,1} \cdot X_{i,3}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,1} \cdot X_{i,4}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,1} \cdot X_{i,5}) = 0 \quad \sum_i (X_{i,1} \cdot X_{i,6}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,2} \cdot X_{i,3}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,2} \cdot X_{i,4}) = 0 \quad \sum_i (X_{i,2} \cdot X_{i,5}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,2} \cdot X_{i,6}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,3} \cdot X_{i,4}) = 0 \quad \sum_i (X_{i,3} \cdot X_{i,5}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,3} \cdot X_{i,6}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,4} \cdot X_{i,5}) = 0 \quad \sum_i (X_{i,4} \cdot X_{i,6}) = 0$$

$$\sum_i (X_{i,5} \cdot X_{i,6}) = 0$$

Оскільки складений план відповідає вимогам симетричності, нормування й ортогональності, то можна вважати, що він рототабельний і його можна використовувати для проведення експериментів

Визначаємо порядок проведення дослідів

```

S(N) := | M ← 0
        | L ← 0
        | for i ∈ 1..8
        |   Xi ← -1
        |   Xi ← floor(rnd(8)) + 1
        |   for i ∈ 2..8
        |     while L = 0
        |       | A ← floor(rnd(8)) + 1
        |       | M ← 1 if | X1 = A ∨ X2 = A ∨ X3 = A ∨ X4 = A
        |       |         | X5 = A ∨ X6 = A ∨ X7 = A ∨ X8 = A
        |       | if M = 0
        |       |   | Xi ← A
        |       |   | L ← 1
        |       |   M ← 0
        |       | L ← 0
        |     X

```

Перша серія

Друга серія

$$S(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 7 \\ 4 \\ 8 \\ 6 \\ 2 \\ 7 \\ 5 \end{pmatrix} \quad S(2) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \\ 5 \\ 7 \\ 6 \\ 7 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Результати експериментів (вважається, що експерименти виконані відповідно до складеного плану й порядку проведення дослідів, їхні результати наведені у вихідних даних)

$$i = 1 \dots 8 \quad t = 1 \dots 2 \quad T = 2$$

$$Y_{i,1} = Y_{i,2} =$$

90	95
100	98
110	107
130	135
150	163
175	170
180	175
190	193

Обробка результатів експериментів

$$Y_{\text{ср}i} = \frac{(Y_{i,1} + Y_{i,2})}{T}$$

$$Y_{\text{ср}i} =$$

92.5
99
108.5
132.5
156.5
172.5
177.5
191.5

Дисперсії відтворюваності

$$(S2)_i = \frac{\left[\sum_t (Y_{i,t} - Y_{\text{ср}i})^2 \right]}{T - 1}$$

$$(S2)_i =$$

12.5
2
4.5
12.5
84.5
12.5
12.5
4.5

Розрахункові значення критерію Кохрена

$$G = \frac{\max(S_2)}{\sum_i S_{2i}} \quad G = 0.581$$

Ступені вільності $V_1 = T - 1 \quad V_2 = 8$

Критеріальне значення (за таблицею 5) $G_{кр} = 0.68$

$$G - G_{кр} = -0.099$$

$G - G_{кр} < 0$, отже, дисперсії однорідні.

Дисперсія вимірів межі міцності при вигині

$$S = \frac{\left(\sum_i S_{2i} \right)}{8} \quad S = 18.188$$

Побудова математичної моделі процесу

$$j = 0 \dots 6$$

$$B_j = \frac{\left[\sum_i (X_{i,j} \cdot Y_{спi}) \right]}{8}$$

$B_j =$

141.313
-7.563
-11.188
-33.188
1.938
-0.063
-1.188

Дисперсія помилки визначення коефіцієнтів регресії

$$S_{b2} = \frac{S}{8 \cdot T}$$

$$S_{b2} = 1.137$$

Середньоквадратичне помилки визначення коефіцієнтів регресії

$$S_b = \sqrt{S_{b2}}$$

$$S_b = 1.066$$

Розрахункове значення критерію Стьюдента

$$C_j = \frac{|B_j|}{S_b}$$

$$C_j =$$

132.542
7.093
10.493
31.128
1.817
0.059
1.114

Ступінь вільності $V_z := 8$

Критеріальне значення (дбудована функція MachCAD).

$$C_{kp} = |qt(0.025, V_3)|$$

$$C_{kp} = 2.306$$

$$C_j - C_{kp} =$$

130.236
4.787
8.187
28.822
-0.489
-2.247
-1.192

Для п'ятого й шостого коефіцієнтів умова $S-S_{кр} < 0$ не виконується. Отже, вони не значущі й у математичну модель не включаються

Математична модель

$$Y_{pi} = 141.313 - 7.563 \cdot X_{i,1} - 11.168 \cdot X_{i,2} - 33.188 \cdot X_{i,3}$$

Перевіряємо адекватність математичної моделі.

Дисперсія адекватності

$$S_{a2} = \frac{\left[\sum_i (Y_{спi} - Y_{pi})^2 \right] \cdot 2}{8 - 3}$$

$$S_{a2} = 35.551$$

Розрахункове значення критерію Фішера

$$F_{\text{фв}} = \frac{S_{a2}}{S}$$

$$F = 1.955$$

Ступені вільності $V_a = 8$ $V_c = 8 - 3$

Критеріальне значення (убудована функція MathCAD).

$$F_{кр} = qF(0.95, V_a, V_c) \quad F_{кр} = 4.818$$

$$F - F_{кр} = -2.864$$

Умова $F - F_{кр} < 0$ виконується. Отже, математична модель адекватно описує сполуку високоміцного твердого сплаву.

Переходимо до математичної моделі у натуральних значеннях

$$j = 1..3$$

$$B_{rj} = \frac{B_j}{X_{qj}}$$

$$B_{r0} = B_0 - \sum_j \frac{(X_{0j} \cdot B_j)}{X_{qj}}$$

$$B_{Tj} = B_{T0} = 267.202$$

-0.756
-3.196
-2.655

$$\Delta (WC, TiC, TaC) = 267.202 + 0.756 \cdot WC + 3.196TiC + 2.655 \cdot TaC$$

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування й ціль роботи.
- 2 Результати проміжних розрахунків.
- 3 Висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдань взяти з таблиць 8-10. У таблиці 8 наведені назви, умовні позначення, нижні й верхні межі варіювання факторів сполуки сплаву. Таблиця 9 дозволяє уточнити відповідно до підваріантів завдання тип плану експерименту (формулу, повний або дробовий), кількість факторів (складових) і кількість серій дослідів за якими повинна бути розроблена математична модель. У таблиці 10 зведені значення межі міцності при вигині високоміцного твердого сплаву, призначеного для обробки деталей, що дають зливну стружку.

Таблиця 8 - Фактори процесу

	Кількість карбиду вольфраму, %	Кількість карбиду титану, %	Кількість карбиду танталу, %	Кількість кобальту, %	Розмір зерна, мкм	Наявність Nb
	X1 (WC)	X2 (Ti)	X3 (Ta)	X4 (Co)	X5 (d)	X6(Nb)
min	50	3	10	5	1	Немає
max	70	10	35	15	2,5	є

Таблиця 9 - Формула плану, кількість факторів і серій дослідів

Під-варіант	A	B	C	D	E	F
Формула плану	Повний $N = 2^3$	Дробовий $N = 2^{5 \cdot 2}$	Дробовий $N = 2^{4 \cdot 1}$	Повний $N = 2^3$	Дробовий $N = 2^{6 \cdot 3}$	Дробовий $N = 2^{5 \cdot 2}$
Кількість факторів	3	5	4	3	6	5
Кількість серій дослідів	2	3	2	3	2	2

Таблиця 10 - Результати експериментів

Варіант	Серії дослідів	Позначення	Результати вимірів межі міцності при вигині, кГ/мм ²							
			1	2	3	4	5	6	7	8
1	1	Y1	90	103	109	125	149	175	180	190
	2	Y2	88	101	110	128	150	172	178	193
	3	Y3	92	100	113	130	151	175	185	189
2	1	Y1	88	102	110	124	148	175	183	188
	2	Y2	87	98	109	125	151	177	182	193
	3	Y3	91	99	110	133	153	176	187	191
3	1	Y1	92	99	108	125	150	173	185	190
	2	Y2	93	101	107	123	152	170	183	189
	3	Y3	90	100	111	122	148	177	180	188
4	1	Y1	91	99	109	125	147	170	185	191
	2	Y2	92	100	111	126	149	175	186	192
	3	Y3	89	98	110	120	144	173	187	190
5	1	Y1	190	102	108	126	150	172	187	190
	2	Y2	188	101	112	124	152	174	184	189
	3	Y3	192	100	110	125	150	176	185	193

6 ОЦІНКА АНОРМАЛЬНОСТІ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ ПРИ КОНТРОЛІ ГЛИБИНИ ДИФУЗІЙНОГО ХРОМОВАНОГО ШАРУ СТАЛІ 4Х5МФ1С

***Мета роботи** - вивчення методики оцінки аномальності результатів вимірювань при вимірюванні глибини дифузійного хромованого шару сталі 4Х5МФ1С.*

Загальні положення

Під аномальним розуміється результат вимірювання, отриманий у результаті випадкового порушення нормальних умов експерименту або грубих помилок у вимірюваннях або розрахунках. Наприклад, при вимірюванні глибини дифузійного шару може виникнути ситуація, коли відбудеться різкий стрибок результатів вимірювань. Це може пояснюватися нерівномірним нагрівом деталі, нерівномірним розподілом атомарного карбюризатора по контейнеру, поганою чистотою поверхні (шорсткістю) й ін. Часто причиною аномальності результатів вимірювань є людський чинник. Очевидно, що такий результат викривить уявлення про дійсне значення глибини дифузійного шару.

Аномальний результат не належить тій самій генеральній сукупності, що і останні, тому він виключається із загальної вибірки. При цьому розрахунок вибірових характеристик для оцінки параметрів генеральної сукупності (середнє, середньоквадратичне, дисперсія і ін.) проводиться за вибіркою, з якої аномальний результат виключений.

Рішення питання про аномальність полягає в тому, що за наслідками вимірювань розраховується певна функція від випадкової величини, для якої відомий розподіл імовірності. Обчислене за вибіровими даними значення цієї функції порівнюється з її граничним значенням, що відповідає заздалегідь прийнятій малій імовірності. Якщо при цьому імовірність підозрюваного в аномальності резуль-

тату вимірювання менше прийнятою, то виноситься рішення про те, що оцінюваний результат аномальний і підлягає винятку, інакше його не виключають.

Алгоритм перевірки результатів вимірювань на аномальність базується на припущенні, що аналізовані результати отримані при вимірюванні нормально розподіленої контрольованої величини.

При аналізі аномальності результатів спостережень необхідно також враховувати, що ухвалюване рішення буде тим точніше, чим більше інформації буде використано. Тому коли відоме генеральне середньоквадратичне відхилення або коли воно може бути знайдене у результаті обробки попередніх дослідів, наприклад при встановленні закону розподілу, слід користуватися критеріями, що базуються на використанні середньоквадратичного відхилення. Бажано так само мати відомості про генеральне середнє.

Методика виконання роботи

Оцінка аномальності результатів вимірювань при відомому генеральному середньоквадратичному відхиленні S і відомому генеральному середньому X_{cp} .

Визначається відношення

$$V_i = \frac{|(X_i - X_{cp})|}{S}$$

де X_i - результат вимірювання, підозрюваний в аномальності.

Розрахункове значення V_i порівнюється з критерійним h_1 .

Якщо $V_i \geq h_1$, то припускають, що результат X_i не належить до даної нормальної сукупності і його можна виключити. Якщо $V_i < h_1$, то аналізований результат вважається нормальним.

Числові значення критерію h_1 при 5% імовірності ухвалення помилкового рішення подані в таблиці 1.

Розраховуються вибіркові характеристики за вибіркою, з якої аномальні результати виключені.

Таблиця 1 – Значення критеріїв h_1 при рівні значущості 0,05

n	h_1	n	h_1	n	h_1	n	h_1
3	2.121	7	2.442	11	2.705	15	3.015
4	2.234	8	2.490	12	2.799	16	3.082
5	2.319	9	2.531	13	2.870	17	3.285
6	2.386	10	2.568	14	2.928	18	3.534

Оцінка аномальності результатів вимірювань при апіорно невідомих середньоквадратичному відхиленні S і генеральному середньому.

Розраховуються вибіркові характеристики:

$$X_{\text{сеп}} = \frac{(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{n},$$

$$S = \sqrt{\frac{[(X_1 + X_{\text{сеп}})^2 + (X_2 + X_{\text{сеп}})^2 + \dots + (X_n + X_{\text{сеп}})^2]}{(n-1)}},$$

де n - кількість вимірювань.

Визначається відношення

$$W_i = \frac{|(X_i - X_{\text{сеп}})|}{S}$$

Розраховане значення W_i порівнюється з критерійним h_2 .

Якщо $W_i \geq h_2$, то результат X_i виключається. Інакше X_i вважається нормальним.

Критерійні значення h_2 наведені в таблиці 2.

Таблиця 2 – Значення критерію h_2 при рівні значущості 0,05

n	h_2	n	h_2	n	h_2	n	h_2	n	h_2	n	h_2
3	1.15	7	1.94	11	2.23	15	2.41	19	2.53	23	3.02
4	1.46	8	2.03	12	2.29	16	2.44	20	2.56	24	3.08
5	1.67	9	2.11	13	2.33	17	2.48	21	2.87	25	3.29
6	1.82	10	2.18	14	2.37	18	2.50	22	2.93	26	3.53

Розраховуються вибіркові характеристики за вибіркою, з якої аномальні результати виключені.

Виконання вимірювань

Для вимірювання товщини дифузійного шару використовують мікроскопи (рисунок 1), які комплектуються окулярними і об'єктивними мікрометрами.

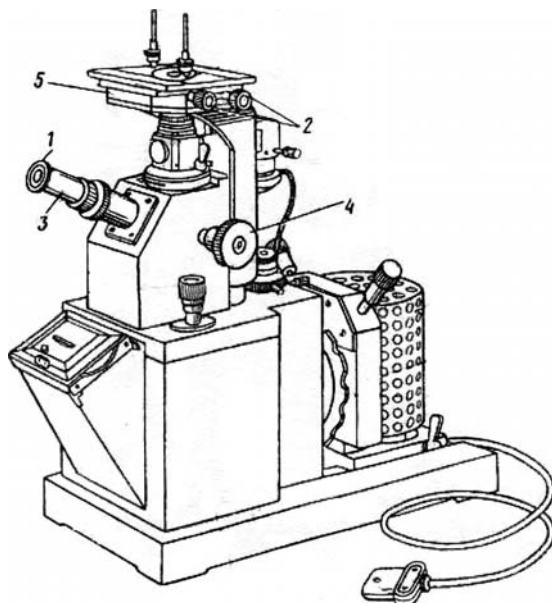


Рисунок 1 – Мікроскоп МІМ-7

Окулярним мікрометром є звичайний окуляр, в який вставлена (між лінзами) кругла тонка скляна пластинка з шкалою поділки 0,1 мм.

У зв'язку з тим, що збільшення мікроскопа залежить від комбінації окуляра і об'єктива, ціна поділки окуляра-мікрометра залежатиме від того, в парі з яким об'єктивом розглядається в окулярі-мікрометрі мікрошліф. Тому необхідно для кожного об'єктива окремо визначити ціну поділки окуляра-мікрометра

Об'єктивний мікрометр має скляну або металеву пластинку, на якій нанесена шкала (завдовжки, як правило, 1 мм, з поділками через 0,01 мм).

Для вимірювання глибини дифузійного шару необхідно:

- настроїти мікроскоп на заданий дифузійний шар (рисунки 2) використовуючи макрогвинт 4;

- мікрогвинтами 2 пересувати столик для зразків 5 і сумістити вимірюваний мікроскопічний об'єкт з шкалою окуляра-мікрометра 1, який вставлений у зоровий тубус 3;

- виміряти об'єкт, тобто полічити, скільки поділок шкали окуляра-мікрометра займає об'єкт;

- визначити величину вимірюваного об'єкта, для чого отримане число поділок шкали окуляра-мікрометра, яке займає об'єкт, помножити на ціну поділок окуляра-мікрометра.

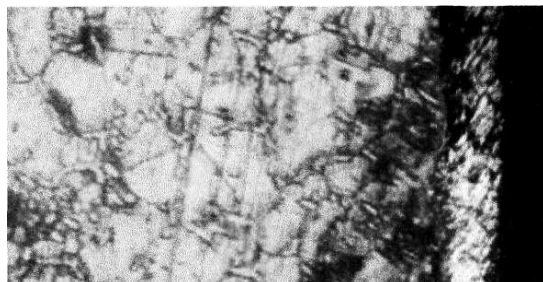


Рисунок 2 – Дифузійний хромований шар

Приклад виконання роботи

Оцінка аномальності результатів вимірювання при відомих генеральних середньоквадратичному (S) і середньоарифметичному ($X_{сер}$).

Оцінити, чи є результати визначення глибини хромованого шару аномральними при апріорно відомих $S = 0.01$ і $X_{сер} = 0.05$, якщо проведено п'ять вимірювань і отримані такі результати:

Таблиця 3 – Результати вимірювання глибини хромованого шару сталі 4Х5МФ1С, мм (950°C , 8 год).

Номер вимірювання	1	2	3	4	5
Результат вимірювання	0,04	0,07	0,05	0,06	0,05

Обчислюючи V_i і порівнюючи розрахункові значення з критерійним h_1 (при $n=5$ $h_1 = 2.319$), маємо

$$V_i = \frac{|X_i - X_{сер}|}{S}$$

$$V_1 = \frac{|0,04 - 0,05|}{0,01} = 1 < h_1 = 2,319$$

$$V_2 = \frac{|0,07 - 0,05|}{0,01} = 2 < h_1 = 2,319$$

$$V_3 = \frac{|0,05 - 0,05|}{0,01} = 0 < h_1 = 2,319$$

$$V_4 = \frac{|0,06 - 0,05|}{0,01} = 1 < h_1 = 2,319$$

$$V_5 = \frac{|0,08 - 0,05|}{0,01} = 0 < h_1 = 2,319$$

Отже, аномральних результатів немає.

Оцінка аномальності результатів вимірювання при невідомих генеральних оцінках.

Оцінити, чи є результати визначення глибини дифузійного шару аномальними, якщо проведено п'ять вимірювань і отримані такі результати.

Таблиця 4 – Результати вимірювання глибини шар сталі 4Х5МФ1С,мм (1100⁰С,12 год.)

Номер вимірювання	1	2	3	4	5
Результат вимірювання	0,14	0,15	0,13	0,15	0,25

Розраховуємо вибіркві характеристики

$$X_{cep} = \frac{\sum X_i}{n} = 0,16,$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - X_{cep})^2}{n-1}} = 0,049.$$

Обчислюючи W_i і порівнюючи розрахункві значення з критерійним h_2 (при $n=5$ $h_2 = 1.67$), маємо

$$W_i = \frac{|X_i - X_{cep}|}{S},$$

$$W_1 = \frac{|0,14 - 0,16|}{0,049} = 0,492 < h_2 = 1,67,$$

$$W_2 = \frac{|0,15 - 0,16|}{0,049} = 0,287 < h_2 = 1,67,$$

$$W_3 = \frac{|0,13 - 0,16|}{0,049} = 0,697 < h_2 = 1,67,$$

$$W_4 = \frac{|0,15 - 0,16|}{0,049} = 0,278 < h_2 = 1,67,$$

$$W_5 = \frac{|0,25 - 0,16|}{0,049} = 1,763 > h_2 = 1,67,$$

тобто п'ятий результат є аномальним і його необхідно виключити.

Остаточню приймаємо:

$$X_{ср} = \frac{0,14 + 0,15 + 0,13 + 0,15}{4} = 0,143.$$

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- Найменування і мету роботи.
- Результати проміжних розрахунків.
- Висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдання для виконання першої частини роботи (оцінка аномальності при відомих S і X_{ср}), вибираються з таблиці 5, для другої частини (оцінка аномальності при невідомих S і X_{ср}) – з таблиці 6.

Таблиця 5 - Результати вимірювань глибини дифузійного шару, отриманого за різними режимами хромування, мм

Номер вар.	X _{ср}	S	Номер випробування							
			1	2	3	4	5	6	7	8
1	0,03	0,01	0,02	0,025	0,04	0,03	0,04	0,02	0,08	0,03
2	0,12	0,02	0,1	0,11	0,12	0,1	0,15	0,13	0,2	0,13
3	0,07	0,05	0,06	0,06	0,06	0,07	0,08	0,06	0,08	0,07
4	0,015	0,01	0,019	0,02	0,016	0,018	0,03	0,02	0,03	0,04
5	0,1	0,05	0,1	0,15	0,12	0,13	0,1	0,1	0,12	0,1

A - результати 1-7 вимірювань; B - результати 1-3,5-7 вимірювань;
 C - результати 2-6,8 вимірювань; D - результати 2,4,5,8 вимірювань;
 E - результати 1,2,4-8 вимірювань; F - результати 2-5,6-8 вимірювань

Таблиця 6 - Результати вимірювань глибини дифузійного хромованого шару, мм

Но- мер вар.	Номер випробування									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,02	0,025	0,04	0,03	0,04	0,02	0,08	0,03	0,03	0,04
2	0,1	0,11	0,12	0,1	0,15	0,13	0,12	0,13	0,11	0,1
3	0,06	0,1	0,06	0,07	0,08	0,06	0,08	0,07	0,07	0,08
4	0,019	0,02	0,016	0,018	0,03	0,02	0,03	0,03	0,015	0,016
5	0,1	0,15	0,12	0,13	0,1	0,1	0,12	0,1	0,2	0,15
А - результати 1-8 вимірювань; В - результати 2-4,6-10 вимірювань; С - результати 2-7,10 вимірювань; D - результати 1-5,7,9 вимірювань; Е - результати 1-6,7,9 вимірювань; F - результати 1-5,7,9 вимірювань										

7 ЗАСТОСУВАННЯ ГЕНЕТИЧНИХ АЛГОРИТМІВ ПРИ ВИВЧЕННІ ПРОХОДЖЕННЯ ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

Мета роботи - вивчення методики застосування генетичних алгоритмів для визначення параметрів проходження дифузійних процесів.

Загальні положення

Генетичні алгоритми, як правило, застосовуються для оптимізації цільової функції у задачах комбінаторного типу, коли для пошуку розв'язку найкращим або єдиним способом є перебір аргументів цільової функції. При цьому сам процес рішення здійснюється без втручання проектувальника і ґрунтується на випадкових подіях, описати які можна в термінах еволюційного розвитку.

Залежно від характеру розв'язуваної задачі генетичні алгоритми можуть містити різні етапи, що є математични-

ми аналогами відповідних механізмів, що беруть участь у еволюційному розвитку. У більшості своїх реалізацій генетичний алгоритм включає уточнення цільової функції, створення початкової популяції, вибір батьків, схрещування особин, мутацію нових особин, добір і знищення слабких особин, перевірку якості нової популяції. Процеси від створення нової популяції до перевірки її якості циклічно повторюються до того часу, поки не буде досягнутий оптимум цільової функції або поки не відбудеться встановлене число змін поколінь.

Вибір цільової функції обумовлений змістом задачі, розв'язуваної з використанням генетичних алгоритмів. При дослідженні дифузійних процесів звичайно прагнуть побудувати математичну модель, яка б повною мірою описувала процес дифузії. Оптимумом цільової функції є мінімальне відхилення значень концентрації експериментальних даних від теоретичних.

Дослідник проводить виміри товщини дифузійних зон металографічним шляхом при відомих значеннях концентрації компонентів у них (рисунок 1).

Сутність застосування генетичного алгоритму полягає у тому, що, зіставляючи різні довжини дифузійних шарів, при відомій концентрації і підбираючи коефіцієнт дифузії, вибирається оптимум – експериментальні дані, що описують процес дифузії більш повно.

Створення нової популяції на початку еволюційного періоду має на увазі формування множини $\lambda_0 = \{\lambda_1^0, \lambda_2^0, \dots, \lambda_N^0\}$ з N векторів, кожний з яких формується випадково і відображає геном конкретної особини, що складає вихідну популяцію.

Процес пошуку рішення являє собою послідовну зміну популяцій. Перехід від популяції λ_0 до λ_1 і потім послідовно від λ_i до λ_{i+1} проходить шляхом поетапного застосуван-

ня обраних механізмів репродукції і порівняння якості нових популяцій з критеріями оптимальності:

$$\mapsto \lambda_i \xrightarrow{\text{selection}} \lambda_i^s \xrightarrow{\text{crossing}} \lambda_i^c \xrightarrow{\text{mutation}} \lambda_i^m \xrightarrow{\text{survival}} \lambda_{i+1} \xrightarrow{\Psi \in \Psi_o} Y$$

generation $i=i+1$ \downarrow $\Psi \notin \Psi_o$

де selection, crossing, mutation і survival – відповідно оператори відбору, схрещування, мутації та виживання.

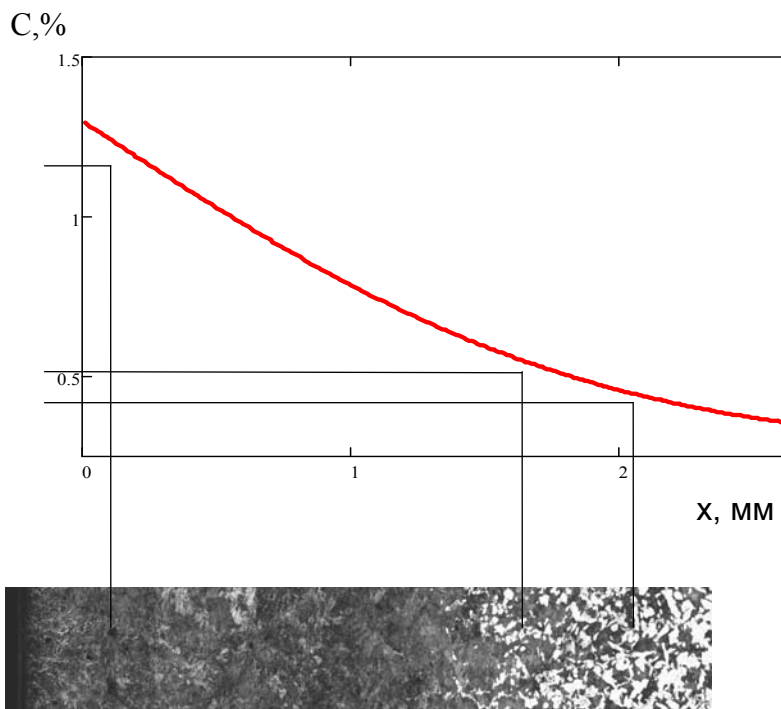


Рисунок 1 – Розподіл концентрації вуглецю у структурних зонах зразка

У ролі оператора відбору використовується механізм випадкового відбору, що базується на тому, що більш життєздатна особина має найбільшу ймовірність брати участь у формуванні нащадків. Це означає, що чим ближче сума-

рна різниця відхилень значень концентрації, що складають геном особини, до критерію оптимальності цільової функції, тим вище ймовірність участі такої особини у створенні потомства. Отже, можна припустити, що ймовірність утворення потомства повинна бути пропорційною якості особини, що відбирається, і вона може брати участь в утворенні декількох батьківських пар.

Сутність дії оператора схрещування полягає в тому, що він повинен забезпечити обмін генами між двома особинами, що утворять батьківську пару. Оператор схрещування може бути одно-, дво- або багатокрапковим. При однокрапковому схрещуванні випадковим чином визначається номер координати $t \in \{1, \dots, n-1\}$, називаною крапкою розриву, де n – довжина вектора λ , і виконується обмін генами батьківських пар, починаючи з $t+1$ гена до n включно:

$$\begin{cases} \lambda_{i,j}^{c1} = \lambda_{i,j}^1, \lambda_{i,j}^{c2} = \lambda_{i,j}^2, \text{ при } j = 1 \dots t \\ \lambda_{i,j}^{c1} = \lambda_{i,j}^2, \lambda_{i,j}^{c2} = \lambda_{i,j}^1, \text{ при } j = t+1 \dots n \end{cases}$$

При двокрапковому операторі схрещування вибирається не одна, а дві крапки розриву t_1 і t_2 , після чого проводиться обмін генами на ділянках векторів $\lambda_{1,i}$ і $\lambda_{2,i}$ від t_{1-i} до t_{2-i} координати включно:

$$\begin{cases} \lambda_{i,j}^{c1} = \lambda_{i,j}^1, \lambda_{i,j}^{c2} = \lambda_{i,j}^2, \text{ при } j = t_1+1 \dots t_2+1 \\ \lambda_{i,j}^{c1} = \lambda_{i,j}^2, \lambda_{i,j}^{c2} = \lambda_{i,j}^1, \text{ при } j = 1 \dots t_1; t_2 \dots n \end{cases}$$

Аналогічно реалізуються і багатокрапкові оператори схрещування.

Оператори схрещування з декількома крапками розриву часто застосовують у тих задачах, де існують особливі правила формування геному особи. Крім того, для створення життєздатних особин (з геномом, що задовольняє встановленим особливим правилам) багатокрапковий опе-

ратор схрещування може бути доповнений засобами штучної мутації, механізм якої вибирається відповідно до конкретних вимог до формування геному.

У загальному випадку оператор мутації служить для моделювання природного процесу мутації, покликаний розширити аналізований генофонд і тим самим перешкоджати багаторазовому повторенню поколінь з геномоподібними особинами (зацикленню задачі).

В операторі мутації, також як і двокрапковому операторі схрещування, випадковим чином визначаються дві крапки розриву вектора λ_i , а потім виконується обмін між двома генами з координатами t_1 і t_2 . Ймовірність застосування оператора мутації береться малою, а у випадку його спрацьовування виконується зміна геному особини відповідно до правила

$$\begin{cases} \lambda_{i,t_1}^m = \lambda_{i,t_2} \\ \lambda_{i,t_2}^m = \lambda_{i,t_1} \\ \lambda_{i,j}^m = \lambda_{i,j}, \text{ при } j \neq t_1, t_2 \end{cases} .$$

Послідовне застосування операторів добору, схрещування і мутації приводить до створення нових особин, що разом з особинами вихідної популяції складають нову, розширену популяцію, що складається з удвічі більшого числа особин. У зв'язку з цим виконується добір найбільш сильних особин, а загальна чисельність нової популяції доводиться до спочатку встановленого рівня шляхом знищення слабких особин. При цьому працює оператор виживання, в основі якого лежить механізм визначення якості особини за показниками критерію оптимальності. Особина найгіршої якості виключаються з популяції. У деяких модифікаціях оператора виживання імовірність знищення особини ставиться у відповідність до її якості.

Роботою оператора виживання закінчується репродуктивний цикл і у випадку, якщо рішення не отримане, він

повторюється стосовно нової популяції відповідно до встановленого генетичного алгоритму.

Методика виконання роботи

Даними для аналізу дифузійних процесів є результати практичних досліджень щодо встановлення глибини дифузійного шару. (Приклад методики виміру глибини дифузійного шару наведений у практичній роботі «Оцінка аномальності результатів вимірювань при контролі глибини дифузійного хромованого кулі сталі 4X5МФ1С»).

1) Спираючи на експериментальні дані, складають вихідну популяцію з заданого числа особин.

Вихідну популяцію представляють у вигляді обмеженої безлічі λ_0 , що включає N векторів λ_i^0 :

$$\lambda_0 = \{\lambda_{1,0}^0, \lambda_{2,0}^0, \dots, \lambda_{N,0}^0\},$$

тобто під популяцією розуміють безліч λ_0 , що є відомою концентрацією на межі кожної обумовленої дифузійної зони. Кожна особина популяції λ_i^0 відображає один з варіантів вимірювання розподілу глибини дифузійного шару.

Як геном особини беруть довжину структурних шарів, що входять в оптимізовану ділянку розподілу концентрації:

$$\lambda_i^0 = \{P_{i,1}, \dots, P_{i,2}, \dots, P_{i,k}, \dots, P_{i,n}\},$$

де $P_{i,k}$ – довжина шару k -ї концентрації.

n – число експериментально отриманих даних.

2) Відбирають батьківські пари, що будуть використані для генерації особин нової популяції.

В операторі добору вірогідні оцінки участі особин у схрещуванні беруть пропорційними їх якості. Для цього в кожній особини з отриманої популяції визначають значення цільової функції F :

$$F_i = |C(x_i, D_i) - C_{x_i}|,$$

де $C(x_i, D_i)$ – закон розподілу концентрації дифузійного шару;

Cx_i – концентрація, отримана металографічним аналізом;

Потім встановлюють імовірність участі особи в розмноженні. Для цього розраховують коефіцієнти

$$K_i^p = \frac{\sum_{i=1}^N F_i - F_i}{\sum_{i=1}^N F_i},$$

та визначають межі інтервалів, що відповідають найбільшій ймовірності включення особи в пари:

$$G_i^L < Z \leq G_i^R, \quad G_i^L = \sum_{i=1}^h K_i^p, \quad G_i^R = \sum_{i=1}^h K_{i+1}^p, \quad i=1, 2, \dots, n-1, \quad h=1, 2, \dots, n-1,$$

розігрують випадкову величину Z з будь-якими значеннями від 0 до 1, і якщо випадкова величина відповідає розрахованій ймовірності (попадає в інтервал), то особину включають у батьківську пару.

Участь другої особи в батьківській парі розігрують аналогічним чином. При цьому якщо номер, що має особина у популяції, збігається з уже розіграним номером (тобто визначена та сама особина), тобто таку особину не включають у пару і розігрування другої особи батьківської пари повторюють.

Розігрування батьківських пар виконують до того часу, поки загальне число особин, що складають батьківські пари, не стане такою, що дорівнює числу всіх особин вихідної популяції. Одночасно з цим не накладається ніяких обмежень на число пар, у створенні яких може брати участь кожна з особин.

3) Виконують схрещування й одержують особини нової популяції.

Для схрещування використовують двокрапковий оператор схрещування, відповідно до якого відбирають дві випадкові цілі величини, значення яких не можуть збігатися і повинні знаходитися в інтервалі від 2 до $n-1$. Розіграні випадкові величини перемішують та приймають меншу як першу крапку розриву t_1 , а велику – як другу крапку розриву t_2 .

Схрещування виконують таким чином, щоб особини обмінювалися генами на ділянках від 1-го гена до гена з координатою t_1 і від гена з координатою t_2 до кінцевого гена, а гени на ділянці від t_1 до t_2 залишалися б незмінними:

$$\begin{cases} \lambda_{i,j}^{c1} = \lambda_{i,j}^1, \lambda_{i,j}^{c2} = \lambda_{i,j}^2, \text{ при } j = t_1 + 1 \dots t_2 + 1 \\ \lambda_{i,j}^{c1} = \lambda_{i,j}^2, \lambda_{i,j}^{c2} = \lambda_{i,j}^1, \text{ при } j = 1 \dots t_1; t_2 \dots n \end{cases}$$

4) Перевіряють імовірність застосування оператора мутації і відповідно до неї використовують оператор мутації.

Для цього задають імовірність мутації у межах від 0,001 до 0,01 (від 0,1 до 1%). Потім відбирають випадкову величину, значення якої може змінюватися від 0 до 1 і якщо результат розігрування не перевищує заданий рівень ймовірності, то застосовують оператор мутації. У протилежному разі переходять до наступного етапу виконання роботи.

Перед застосуванням оператора мутації спочатку встановлюють особину, що повинна бути піддана мутації. Для цього визначають номер такої особини в популяції – як результат розігрування цілої випадкової величини, що може змінюватися від 1 до n .

Потім до обраної особини застосовують оператор мутації, відповідно до якого відбирають дві випадкові цілі величини t_1 і t_2 , значення яких не збігаються і повинні бути в інтервалі від 1 до n . Беручи ці випадкові величини як ко-

ординати мутованих генів, виконують обмін генами всередині геному особини відповідно до правила

$$\begin{cases} \lambda_{i,t_1}^m = \lambda_{i,t_2} \\ \lambda_{i,t_2}^m = \lambda_{i,t_1} \\ \lambda_{i,j}^m = \lambda_{i,j}, \text{ при } j \neq t_1, t_2. \end{cases}$$

5) Формують нову популяцію з числом особин, що дорівнює числу особин вихідної популяції.

Спочатку в нову популяцію включають усі існуючі особини вихідної популяції і додатково особини, знов згенеровані операторами схрещування і мутації.

Розраховують значення цільової функції F для знову створених особин нової популяції (для особин вихідної популяції такий розрахунок уже виконаний) і потім відповідно до оператора виживання з популяції виключають особини з найбільшими розрахунковими значеннями цільової функції. Число особин, що видаляються, вибирають таким чином, щоб розмір нової популяції став рівним розмірові вихідної популяції.

6) Перевіряють досягнення оптимуму.

Про перебування оптимального рішення свідчить значення цільової функції $F > 0$. Якщо оптимум досягнутий, то рішення припиняють.

Якщо оптимальне рішення не знайдене, то стосовно знову сформованої популяції послідовно застосовують оператори добору, схрещування, мутації і виживання (пп. 2-5). Таке циклічне виконання операторів повторюють до того часу, поки не буде досягнутий оптимум цільової функції ($F > 0$) або ж не пройде встановлений еволюційний період (число змін поколінь досягне встановленого рівня).

Приклад виконання роботи

Вихідними є умови проходження процесу дифузії:

- час витримки дорівнює 20 год, $\tau = 72000$ с;
- концентрація вуглецю на поверхні зразка $C_s = 1,3\%$;
- концентрація вуглецю у серцевині зразка (відповідає матриці сталі) $C_0 = 0,28\%$;
- закон розподілу концентрації вуглецю від товщини дифузійного шару:

$$C(x, D) := C_0 + (C_s - C_0) \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{\frac{x}{10}}{\sqrt{D \cdot \tau}}\right),$$

- де x – відстань, що вимірюється від початку відліку до глибини вимірюваної зони, мм (див. рисунок 1);
- розподіл концентраційних зон, чітко видних за допомогою мікроскопа:

$$C_x := (0.83 \quad 0.6 \quad 0.45 \quad 0.28).$$

З експериментальних даних з кожного виміру визначаємо довжину структурної зони і складаємо вихідну популяцію:

$$H_x := \begin{pmatrix} 0.54 & 0.45 & 0.24 & 0.92 \\ 0.53 & 0.51 & 0.32 & 1.02 \\ 0.63 & 0.42 & 0.46 & 0.98 \\ 0.48 & 0.44 & 0.17 & 0.88 \end{pmatrix},$$

тоді $x_i = \sum Hx_i$.

Коефіцієнт дифузії розраховуємо за чотирма обраними випадковим чином довжинами дифузійних зон:

$$Dx := \begin{pmatrix} 2.24 \cdot 10^{-7} \\ 2.36 \cdot 10^{-7} \\ 2.19 \cdot 10^{-7} \\ 2.10 \cdot 10^{-7} \end{pmatrix}$$

Далі знаходимо значення відхилень цільової функції для кожного значення вихідної популяції:

$$Fv(X) := \text{for } j \in 1.. \text{rows}(X)$$

$$\left| \begin{array}{l} \Delta X_j \leftarrow 0 \\ S_j \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1.. 4 \\ \quad \left| \begin{array}{l} S_j \leftarrow S_j + X_{j,i} \\ B_{j,i} \leftarrow |C(S_j, X_{j,s}) - Cx_{1,i}| \\ \Delta X_j \leftarrow \Delta X_j + B_{j,i} \end{array} \right. , \\ \Delta X \end{array} \right.$$

$$F = \begin{pmatrix} 0.074 \\ 0.119 \\ 0.225 \\ 0.135 \end{pmatrix}$$

де X – матриця, отримана з'єднанням матриць Nx та Dx

$$X = \begin{pmatrix} 0.54 & 0.45 & 0.24 & 0.92 & 2.24 \times 10^{-7} \\ 0.53 & 0.51 & 0.32 & 1.02 & 2.36 \times 10^{-7} \\ 0.63 & 0.42 & 0.46 & 0.98 & 2.19 \times 10^{-7} \\ 0.48 & 0.44 & 0.17 & 0.88 & 2.1 \times 10^{-7} \end{pmatrix} .$$

Потім визначаємо імовірність участі особи у схрещуванні:

$$\text{Kp}(Z) := \left\{ \begin{array}{l}
 F_s \leftarrow \sum_k Z_k \\
 F_{ss} \leftarrow 0 \\
 \text{for } k \in 1..4 \\
 \quad F_{ss} \leftarrow F_{ss} + (F_s - Z_k) \text{ if } Z_k \neq 0 \\
 s \leftarrow 0 \\
 \text{for } i \in 1..4 \\
 \quad \left\{ \begin{array}{l}
 x_i \leftarrow \frac{(F_s - Z_i)}{F_{ss}} \\
 x_i \leftarrow 0 \text{ if } Z_i = 0
 \end{array} \right. \\
 x
 \end{array} \right. \quad \text{Kp} = \begin{pmatrix} 0.289 \\ 0.261 \\ 0.198 \\ 0.252 \end{pmatrix},$$

де Z – дискретні значення цільової функції (матриця F).

Вибираємо пари для схрещування так, щоб не схрещувати особину саму із собою.

$$k(x) := \left\{ \begin{array}{l}
 1 \text{ if } x < \text{Kp}_1 \\
 2 \text{ if } \text{Kp}_1 \leq x < \text{Kp}_1 + \text{Kp}_2 \\
 3 \text{ if } \text{Kp}_1 + \text{Kp}_2 \leq x < \text{Kp}_1 + \text{Kp}_2 + \text{Kp}_3 \\
 4 \text{ otherwise}
 \end{array} \right. ,$$

$$p := \left\{ \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 1..4 \\
 \quad x_i \leftarrow k(\text{rnd}(1)) \\
 \text{while } x_1 = x_2 \\
 \quad x_2 \leftarrow k(\text{rnd}(1)) \\
 \text{while } x_3 = x_4 \\
 \quad x_4 \leftarrow k(\text{rnd}(1)) \\
 x
 \end{array} \right. .$$

Випадковим чином робимо вибір точок розриву і формуємо нову популяцію.

```

det(m, n) :=
  s ← 0
  k1 ← round(rnd(4)) + 1
  k2 ← round(rnd(4)) + 1
  while k1 = k2
    k2 ← round(rnd(4)) + 1
  v ← sort(k)
  for i ∈ 1..5
    | X1,i ← Wm,i
    | X2,i ← Wn,i
  for i ∈ v1..v2
    | X1,i ← Wn,i
    | X2,i ← Wm,i
  for i ∈ 1..5
    s ← s + X1,i
  X

```

Робимо обмін парами генів:

$$W1 := \text{det}(p_1, p_2)$$

$$W2 := \text{det}(p_3, p_4)$$

Зводимо у таблицю нову популяцію, що включає батьківські і дитячі особини:

$$FWs = \begin{pmatrix} 0.068 & 0.54 & 0.45 & 0.24 & 0.98 & 2.19 \times 10^{-7} \\ 0.074 & 0.54 & 0.45 & 0.24 & 0.92 & 2.24 \times 10^{-7} \\ 0.1 & 0.48 & 0.44 & 0.24 & 0.92 & 2.1 \times 10^{-7} \\ 0.107 & 0.54 & 0.45 & 0.17 & 0.88 & 2.24 \times 10^{-7} \\ 0.119 & 0.53 & 0.51 & 0.32 & 1.02 & 2.36 \times 10^{-7} \\ 0.135 & 0.48 & 0.44 & 0.17 & 0.88 & 2.1 \times 10^{-7} \\ 0.213 & 0.63 & 0.42 & 0.46 & 0.92 & 2.24 \times 10^{-7} \\ 0.225 & 0.63 & 0.42 & 0.46 & 0.98 & 2.19 \times 10^{-7} \end{pmatrix} \cdot$$

Застосовуємо оператор виживання і формуємо нову популяцію, що включає найбільш життєздатні батьківські і дитячі особини

$$FW = \begin{pmatrix} 0.068 & 0.54 & 0.45 & 0.24 & 0.98 & 2.19 \times 10^{-7} \\ 0.074 & 0.54 & 0.45 & 0.24 & 0.92 & 2.24 \times 10^{-7} \\ 0.1 & 0.48 & 0.44 & 0.24 & 0.92 & 2.1 \times 10^{-7} \\ 0.107 & 0.54 & 0.45 & 0.17 & 0.88 & 2.24 \times 10^{-7} \end{pmatrix} \cdot$$

Цільові функції особин нової популяції ближче до оптимуму і, отже, вона є кращою, ніж вихідна. У той же час для першої, найкращої особини нової популяції значення цільової функції $F_i \Rightarrow 0$, що свідчить про відсутність оптимуму (розрахункове значення концентрації й отримане металографічним аналізом не збігається). У зв'язку з цим еволюційний цикл варто повторити.

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

1. Найменування і ціль роботи.
2. Результати проміжних розрахунків.
3. Висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдань подані в таблицях 1-3.

Приклад завдання для варіанта 1а:

$$C_s = 1.31\% \quad C_x = (0.82; 0.67; 0.43; 0.25),$$
$$N_x = \begin{pmatrix} 0.52 & 0.44 & 0.23 & 0.93 \\ 0.54 & 0.52 & 0.31 & 0.95 \\ 0.61 & 0.4 & 0.28 & 0.94 \\ 0.47 & 0.42 & 0.18 & 0.97 \end{pmatrix}, \quad D_x = \begin{pmatrix} 2.25 \cdot 10^{-7} \\ 2.39 \cdot 10^{-7} \\ 2.36 \cdot 10^{-7} \\ 2.11 \cdot 10^{-7} \end{pmatrix}.$$

Таблиця 1 – Розподіл концентрації на границях структурних зон

Підваріант	Концентрація вуглецю на границях зон, %				
	1	2	3	4	5
a	1.31	0.82	0.67	0.43	0.25
b	1.42	0.85	0.7	0.4	0.2
c	1.2	0.81	0.6	0.38	0.18
d	1.23	0.8	0.55	0.43	0.15
e	1.37	0.9	0.68	0.5	0.1
f	1.33	0.82	0.63	0.48	0.3

Таблиця 2 – Розрахунковий коефіцієнт дифузії

Варіант	Номер виміру			
	1	2	3	4
1	2.25×10^{-7}	2.39×10^{-7}	2.36×10^{-7}	2.11×10^{-7}
2	2.15×10^{-7}	2.24×10^{-7}	2.18×10^{-7}	2.41×10^{-7}
3	2.2×10^{-7}	2.31×10^{-7}	2.33×10^{-7}	2.51×10^{-7}
4	2.05×10^{-7}	2.13×10^{-7}	2.16×10^{-7}	2.34×10^{-7}
5	2.32×10^{-7}	2.29×10^{-7}	2.17×10^{-7}	2.25×10^{-7}

Таблиця 3 - Обмірювані довжини структурних зон

Варіант	Обмірювані довжини															
	Структурна зона 1				Структурна зона 2				Структурна зона 3				Структурна зона 4			
	Номер виміру															
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	0.52	0.54	0.61	0.47	0.44	0.52	0.4	0.42	0.23	0.31	0.28	0.18	0.93	0.95	0.94	0.97
2	0.51	0.6	0.62	0.55	0.5	0.52	0.43	0.47	0.32	0.29	0.3	0.31	0.92	0.96	0.93	0.9
3	0.48	0.55	0.67	0.7	0.61	0.56	0.42	0.43	0.33	0.27	0.32	0.31	0.89	0.84	0.87	0.78
4	0.52	0.59	0.56	0.5	0.54	0.48	0.47	0.52	0.29	0.34	0.32	0.31	0.79	0.8	0.82	0.81
5	0.53	0.58	0.6	0.61	0.43	0.4	0.38	0.45	0.25	0.29	0.31	0.33	0.75	0.82	0.73	0.74

8 ІНТЕРПОЛЯЦІЯ І ЕКСТРАПОЛЯЦІЯ ТАБЛИЦЬ ПРИ ПРИЗНАЧЕННІ РЕЖИМУ НАГРІВУ СТАЛЕВИХ ВИРОБІВ У ПОЛУМ'ЯНИХ ПЕЧАХ І СОЛЯНИХ ВАННАХ

Мета роботи - вивчення методики інтерполяції і екстраполяції норм часу виконання операцій щодо нагріву сталевих виробів у полум'яних печах і соляних ваннах, наведених у таблицях з рівномірним і нерівномірним кроком.

Загальні положення

При призначенні норм часу виконання операцій нагріву за допомогою емпіричних таблиць часто використовують наближені значення тимчасових оцінок, оскільки підібрати точне значення часу, необхідного для виконання операції щодо нагріву деталей конкретної маси і товщини стінки або діаметра заготовки у заданих виробничих умовах, часто, через дискретність таблиць не уявляється можливим. Тому до похибки самих таблиць додається і похибка екстрапольовання (похибка округлення у разі, коли умови, для яких виконується нормування часу нагріву, виходять за межі, передбачені таблицями) або похибка інтерполяції (випадок, коли крок таблиць надмірно великий і умови, визначені таблицями не збігається з фактичними умовами, для яких виконується нормування).

Зменшити похибку вибору призначення норм часу на проведення операцій нагріву дозволяє використання чисельних методів, наприклад, інтерполяційного багаточлена Лагранжа або інтерполяційної формули Ньютона, які призначені для обчислення значень дискретно заданих функцій. Використання апарата чисельної інтерполяції може бути корисне і при формуванні комп'ютерних баз нормативних даних тимчасових або інших оцінок операцій щодо

нагріву деталей і заготовок, оскільки дозволяє згортати таблиці (укрупнювати їх крок без втрати точності).

Методика виконання роботи

1 Інтерполяція (екстраполювання) таблиць із рівномірним кроком

Вибираються пари табличних значень аргумент (товщина стінки деталі або діаметр заготовки M_i) – функція (норма часу виконання операції нагріву T_i), найближчих до аргументу M , значення якого не збігається з табличним і для якого необхідно визначити точне значення функції T_M (із збільшенням кількості пар підвищується точність розрахунку, але збільшується їх складність, тому, як правило, беруть від 3 до 7 пар). Пари табличних значень записуються послідовно в порядку їх знаходження в елементах таблиці;

Виконується інтерполяція (екстраполювання) з використанням інтерполяційного багаточлена Лагранжа для функцій, заданих дискретно, з постійним кроком аргумента

$$T_M(M) = t \times (t-1) \times (t-2) \times \dots \times (t-n) \times \sum_{i=0}^n \left\{ \frac{T_i}{[(t-1) \times C_i]} \right\}$$

де M – числове значення аргумента, що не збігається з табличним, для якого визначається значення функції T_M :

i - номер пари, починаючи з нульового значення;

$$i = 0, 1, 2, \dots, n;$$

n - кількість пар табличних значень аргумент – функція (без урахування нульової пари, тобто якщо вибрано 4 пари, то $n=3$);

$$t = \frac{(M - M_0)}{(M_{i+1} - M_i)}, \quad C_i = (-1)^{n-1} \times (i)! \times (n-i)!$$

2 Інтерполяція (екстраполявання) таблиць з нерівномірним кроком

Вибираються пари табличних значень аргумент (товщина стінки деталі або діаметр заготовки R_i) – функція (норма часу виконання операції за T_i), найближчих до аргумента R , значення якого не збігається з табличним і для якого слід визначити точне значення функції T_R (3 – 7 пар). Пари табличних значень записуються послідовно у порядку їх знаходження в елементах таблиці;

Виконується інтерполяція (екстраполявання) з використанням інтерполяційного багаточлена Лагранжа для функцій, заданих дискретно, із змінним кроком аргументу

$$T_R(R) = (R - R_0) \times (R - R_1) \times (R - R_2) \times \dots \times (R - R_n) \times \sum_{i=0}^n \left(\frac{T_i}{D_i} \right),$$

де

$$D_i = (R_i - R_0) \times (R_i - R_1) \times \dots \times (R_i - R_{i-1}) \times (R - R_0) \times (R_i - R_{i+1}) \times \dots \times (R_i - R_n).$$

Приклад виконання роботи

1 Інтерполяція (екстраполяція) таблиць з постійним кроком

Визначити числове значення норми часу виконання нагріву сталеві деталі в полум'яній печі, якщо встановлені такі укрупнені норми (табл. 1).

Таблиця 1 – Укрупнені норми часу

Товщина або d виробу, мм	50	100	150	200
Норма часу перебування виробу в печі, хв.	40	80	120	160

Для виконання розрахунків використовуємо програму обчислень, складену стосовно пакета MATHCAD. Почат-

кові дані в програмі введені у вигляді невідомої X_m (діаметр заготовки для якої визначається час нагріву) і двох одновимірних масивів M_i і T_i , за допомогою яких задаються укрупнені нормативи.

$$X_m := 117$$

$$n := 3 \quad i := 0..n$$

$$M_i := \quad T_i :=$$

50	40
100	80
150	120
200	160

$$t := \frac{X_m - M_0}{M_1 - M_0} \quad t = 1.34 \quad C_i := (-1)^{(n-i)} \cdot i! \cdot (n-i)!$$

$$T_p := \left[\prod_i (t-i) \right] \cdot \left[\sum_i \left[\frac{T_i}{(t-i) \cdot C_i} \right] \right] \quad T_p = 93.6$$

2 Інтерполяція (екстраполяція) таблиць із змінним кроком

Визначити числове значення норми часу нагріву сталеві заготівки в соляній ванні, якщо встановлені такі укрупнені норми часу (табл. 2).

Таблиця 2 – Укрупнені норми часу

Діаметр виробу, мм	25	50	100	200
Норма часу, хв.	7	17	33	65

Для виконання розрахунків використовуємо програму обчислень, складену стосовно пакета MATHCAD. Початкові дані в програмі введені у вигляді невідомої X_r (діаметр заготівки, для якої визначається норма часу) і двох одновимірних масивів R_i і T_i , за допомогою яких задаються укрупнені нормативи.

$$X_r := 57$$

$$n := 3 \quad i := 0..n \quad R_i := \quad T_i :=$$

25	7
50	17
100	33
200	65

$$D_0 := (X_r - R_0) \cdot (R_0 - R_1) \cdot (R_0 - R_2) \cdot (R_0 - R_3) \quad D_0 = -1.05 \times 10^7$$

$$D_1 := (R_1 - R_0) \cdot (X_r - R_1) \cdot (R_1 - R_2) \cdot (R_1 - R_3) \quad D_1 = 1.313 \times 10^6$$

$$D_2 := (R_2 - R_0) \cdot (R_2 - R_1) \cdot (X_r - R_2) \cdot (R_2 - R_3) \quad D_2 = 1.613 \times 10^7$$

$$D_3 := (R_3 - R_0) \cdot (R_3 - R_1) \cdot (R_3 - R_2) \cdot (X_r - R_3) \quad D_3 = -3.754 \times 10^8$$

$$T_p := \left[\prod_i (X_r - R_i) \right] \cdot \sum_i \frac{T_i}{D_i} \quad T_p = 20$$

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування і мету роботи.
- 2 Результати проміжних розрахунків.
- 3 Висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдання для виконання першої частини роботи (інтерполяція/екстраполяція таблиць з рівномірним кроком) вибираються з таблиць 3 і 4, для другої частини (інтерполяція-екстраполяція таблиць з нерівномірним кроком) – з таблиць 5 і 6.

Таблиця 3 – Діаметр заготовки, мм

Варіанти	Підваріанти					
	A	B	C	D	E	F
1	61	181	88	195	86	104
2	130	176	66	262	55	199
3	167	236	132	65	328	97
4	57	174	103	171	134	79
5	73	169	76	341	90	67

Таблиця 4 – Укрупнені норми часу

d, мм	50	100	150	200	250	300	350	400	450
Норма часу, хв..	40	80	120	160	200	240	280	320	360

Таблиця 5 – Діаметр сталеві заготовки, мм

Варіанти	Підваріанти					
	A	B	C	D	E	F
1	8	16	26	9	36	31
2	35	12	24	29	14	37
3	22	33	4	5	27	2
4	17	7	18	20	30	13
5	23	32	19	25	12	34

Таблиця 6 – Укрупнені норми часу, хв

Діаметр сталеві заготовки, мм	25	50	100	200	300	450	500
Норма часу, хв	7	17	33	65	127	358	490

9 ОПТИМІЗАЦІЯ ЗАСОБІВ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОСНАЩЕННЯ ТЕРМІЧНИХ ЦЕХІВ МЕТОДОМ ПАРАМЕТРИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Мета роботи - вивчення методики параметричного програмування стосовно оптимізації засобів технологічного оснащення термічних цехів.

Загальні положення

Метод параметричного програмування вигідно відрізняється від інших методів математичного програмування можливістю варіювати в широких межах параметрами функції, що оптимізується, що особливо важливо при проведенні проектних робіт, коли багато характеристик новостворюваних засобів технологічного оснащення можуть бути визначені приблизно і в досить широких межах.

Завдання параметричного програмування у загальному вигляді формулюється таким чином: для всіх значень параметра $q \leq L \leq s$, де q, s - довільні дійсні числа, знайти такі значення X_1, X_2, \dots, X_n , які обертають в мінімум лінійну цільову функцію

$$A = C_1 * X_1 + C_2 * X_2 + \dots + C_i * X_i + \dots + C_n * X_n$$

за умов

$$P_{11} * X_1 + P_{12} * X_2 + \dots + P_{1i} * X_i + \dots + P_{1n} * X_n = a_1 + L * b_1;$$

$$P_{21} * X_1 + P_{22} * X_2 + \dots + P_{2i} * X_i + \dots + P_{2n} * X_n = a_2 + L * b_2;$$

$$P_{j1} * X_1 + P_{j2} * X_2 + \dots + P_{ji} * X_i + \dots + P_{jn} * X_n = a_j + L * b_j;$$

$$P_{t1} * X_1 + P_{t2} * X_2 + \dots + P_{ti} * X_i + \dots + P_{tn} * X_n = a_t + L * b_t;$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_i \geq 0, \dots, X_n \geq 0.$$

Методика виконання роботи

Завдання параметричного програмування вирішується у такій послідовності:

- складається початкова симплекс - таблиця (за правилами лінійного програмування) при конкретному значенні параметра L (як правило, береться $L = q$);

- початкова симплекс - таблиця доповнюється двома стовбцями для коефіцієнтів a_i, b_i так як показано у таблиці 1;

Таблиця 1 – Початкова симплекс - таблиця

N	Б	C	П	C ₁	C ₂	C _i	C _n	C _{n-1}	C _{n+k}	C _{n+k+r}	a	B
				X ₁	X ₂		X _i	X _n		X _{n-1}		
1	X _{n-1}	0	B ₁	P ₁₁	P ₁₂	P _{1i}	P _{1n}	P _{1n-1}	P _{1n+k}	P _{1n+k+r}	a ₁	b ₁
2	X _{n+2}	0	B ₂	P ₂₁	P ₂₂	P _{2i}	P _{2n}	P _{2n+1}	P _{2n+k}	P _{2n+k+r}	a ₂	b ₂
j	X _{n-j}	0	B _j	P _{j1}	P _{j2}	P _{ji}	P _{jn}	P _{jn+1}	P _{jn+k}	P _{jn+k+r}	a _j	b _j
t	X _{n-t}	0	B _t	P _{t1}	P _{t2}	P _{ti}	P _{tn}	P _{tn-1}	P _{tn-k}	P _{tn+k+r}	a _t	b _t
t+1 (L=q)			A' ₀	-C ₁	-C ₂	-C _i	-C _n	-C _{n-1}	-C _{n+k}	-C _{n+k+r}	a' ₁	b' ₁
t+2 (L=q)			W ₀	W ₁	W ₂	W _i	W _n	0	0	0	a _w	b _w

- отримана таблиця перетворюється за правилами лінійного програмування (симплекс - методом) до отримання оптимального плану. При цьому останні два стовпці таблиці перераховують за загальним правилом:

1) у випадку, якщо оптимальний план не може бути отриманий, то робиться висновок про необмеженість цільової функції на даній безлічі планів і розв'язання задачі припиняється.

2) якщо оптимальний план досягнутий, про що свідчить відсутність додатних елементів в (t+1) -му рядку, то

аналізується діапазон можливих значень L , для яких отриманий план залишається оптимальним;

3) якщо всі елементи стовпця b в останній із таблиць невід'ємні, то отриманий план буде оптимальний для всіх значень L від $L_{\min} = q$ до $L_{\max} = s$.

4) якщо у стовпці b є невід'ємні елементи, то проводяться додаткові ітерації. При цьому як розв'язуючий рядок вибирається рядок, що містить найбільший за абсолютною величиною невід'ємний елемент, що стоїть в стовпці b . Розв'язуючий стовпець визначається за найменшим за абсолютною величиною відношенням елементів $(t + 1)$ -го рядка до негативних елементів розв'язуючого рядка. Решта всіх розрахунків виконується за алгоритмом звичайного симплекс - методу.

Діапазон можливих значень L , для яких отриманий на останній ітерації план залишатиметься оптимальним, лежить в межах від L'_{\min} до L'_{\max} , де береться рівним L'_{\max} , отриманий на передостанній ітерації, а L'_{\max} дорівнює останньому розрахунковому значенню L_{\max} . Величина L_{\max} на кожній з ітерацій визначається з формули:

$$L_{\max} = \min\left(\frac{a_i}{b_i}\right) \text{ при } b_i < 0.$$

Ітераційний процес припиняється і після того, як буде досліджений весь діапазон $q \leq L \leq s$, а значення L'_{\min} і L'_{\max} не будуть визначені (оптимальне рішення не отримане, проте значення L_{\max} після чергової ітерації перевищують верхнє граничне значення s) або в стовпці b ще є невід'ємні елементи, а у розв'язуючому рядку невід'ємних елементів немає.

Приклад виконання роботи

Типове завдання оптимізації технологічної системи на базі методу параметричного програмування може бути сформульоване таким чином. Проектується технологічна система, в яку потрібно включити термічні печі, допоміжний інструмент, прилади або інші засоби технологічного оснащення декількох видів, частина яких є нормалізованою і їх характеристики відомі. Останні ж проектуються вперше і за ними відомі тільки вимоги, що ставляться технологіями і конструкторами, а також зразкова вартість виготовлення. В цих умовах потрібно розробити спосіб технологічного оснащення термічного цеху так, щоб сумарна вартість складових технологічна системи компонентів (термічних печей) була мінімальною.

Приклад використання типового завдання для умов оптимізації печей, наведеного в таблиці 2, подається нижче.

Таблиця 2 – Параметри печей

Характеристика печі	Нормалізована піч	Проектовані печі		Обмеження на систему Печі
		А	Б	
Витрати на експлуатацію грн за добу	12.5	16	12	Ліміт витрат на експлуатацію 120 -150 грн за добу
Енергоємність, кВт	135	105	110	Ліміт енергії за групою печей 1000-1300 кВт
Площа, яку займає одна піч, м ²	10	5	10	Загальна площа 100-150 м ²
Продуктивність, кг/год.	25	38	30	Виробнича програма 230-250 кг
Собівартість виготовлення, грн	3100	4900	3800	Мінімальні витрати на виготовлення

Запишемо завдання у формулах лінійного програмування:

$$A = 3100 * X_1 + 4900 * X_2 + 3800 * X_3;$$

$$12,5 * X_1 + 16 * X_2 + 12 * X_3 \leq (120 - 150);$$

$$135 * X_1 + 105 * X_2 + 110 * X_3 \leq (1000 - 1300);$$

$$10X_1 + 5 * X_2 + 10X_3 \leq (100 - 150);$$

$$25 * X_1 + 38 * X_2 + 30 * X_3 \leq (230 - 250);$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, 200 \leq L \leq 300$$

Задасмося граничними значеннями q і s (беремо такими, що дорівнюють найменшим граничним значенням $q = 100$, $s = 150$) і після нескладних перетворень, пов'язаних з обчисленням коефіцієнтів:

$$b_i = \frac{B_{\max} - B_{\min}}{s - q};$$

$$a_i = B_{\min} - q * b_i,$$

де B_{\max} , B_{\min} – граничні значення обмежень і приведенням обмежень, нерівностей до обмежень - рівності, складемо канонічний запис завдання параметричної оптимізації:

$$A = 3100 * X_1 + 4900 * X_2 + 3800 * X_3 + 0 * X_4 + 0 * X_5 + 0 * X_6 + 0 * X_7 + M * X_8;$$

$$125 * X_1 + 16 * X_2 + 12 * X_3 + 1 * X_4 + 0 * X_5 + 0 * X_6 + 0 * X_7 + 0 * X_8 = 60 + 0,6 * L;$$

$$135 * X_1 + 105 * X_2 + 110 * X_3 + 0 * X_4 + 1 * X_5 + 0 * X_6 + 0 * X_7 + 0 * X_8 = 400 + 6 * L;$$

$$10 * X_1 + 5 * X_2 + 10 * X_3 + 0 * X_4 + 0 * X_5 + 1 * X_6 + 0 * X_7 + 0 * X_8 = 0 + 1 * L;$$

$$25 * X_1 + 38 * X_2 + 30 * X_3 + 0 * X_4 + 0 * X_5 + 0 * X_6 - 1 * X_7 + 1 * X_8 = 190 + 0,4 * L;$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, X_3 \geq 0, X_4 > 0, X_5 > 0, X_6 > 0, X_7 > 0, X_8 > 0, 10 \leq L \leq 15$$

Процес рішення починається з початкової симплекс - таблиці (таблиця 3). Оптимізація здійснюється в три ітерації (таблиці 4, 5, 6). Ознакою, що свідчить про досягнення опти-

мального плану, є відсутність додатних елементів в t+1-му рядку.

Таблиця 3 - Початкова симплекс – таблиця

N	Б	C	П	3100	4900	3800	0	0	0	0	M	a	b
				X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	X4	0	120	12,5	16	16,5	1	0	0	0	0	60	0,6
2	X5	0	1000	135	105	110	0	1	0	0	0	400	6
3	X6	0	10	1	0,5	1	0	0	1	0	0	0	6
4	X8	M	230	25	38	30	0	0	0	-1	1	190	0,4
t+1			0	-3100	-4900	-3800	0	0	0	0	M	0	0
t+2			230	25	38	30	0	0	0	-1	1	190	0,4

Таблиця 4 - Перша ітерація

N	Б	C	П	3100	4900	3800	0	0	0	0	M	a	b
				X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8		
1	X4	0	23,16	1,97	0	3,87	1	0	0	0,42	-0,42	-20	0,43
2	X5	0	364,47	65,92	0	27,1	0	1	0	2,76	-2,76	-125	4,89
3	X6	0	69,74	6,71	0	6,05	0	0	1	0,13	-0,13	-25	0,95
4	X2	4900	6,05	0,66	1	0,79	0	0	0	-0,03	0,03	5	0,01
t+1			29657,9	123,7	0	68,42	0	0	0	-129	M	24500	51,6
t+2			0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблиця 5 - Друга ітерація

N	Б	З	П	3100	4900	3800	0	0	0	0	a	b
				X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7		
1	X4	0	12,25	0	0	3,06	1	-0,03	0	0,34	-16,26	0,29
2	X1	3100	5,53	1	0	0,41	0	0,02	0	0,04	-1,9	0,07
3	X6	0	32,63	0	0	3,29	0	-0,10	1	-0,15	-12,28	0,45
4	X2	4900	2,42	0	1	0,52	0	-0,01	0	-0,05	6,25	-0,04
t+1			28974	0	0	17,6	0	-1,88	0	-134,1	24734,5	42,4

Таблиця 6 - Третя ітерація

N	Б	З	П	3100	4900	3800	0	0	0	0	a	b
				X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7		
1	X3	3800	4,01	0	0	1	-0,33	-0,01	0	0,11	-5,32	0,09
2	X1	3100	3,88	1	0	0	-0,13	0,02	0	0	0,29	0,04
3	X6	0	19,44	0	0	0	-1,08	-0,07	1	-0,51	5,24	0,14
4	X2	4900	0,34	0	1	0	-0,17	0	0	-0,11	9,01	-0,09
t+1			28903,7	0	0	0	-5,75	-1,7	0	-136,1	24827,9	40,8

У стовпці b є від'ємні елементи, і, отже, отриманий план не буде оптимальний у всьому діапазоні $q \leq L \leq s$. Беремо як розв'язуючий рядок, що містить у стовпці b невід'ємний елемент, і, як розв'язуючий стовбець що містить найменше за абсолютною величиною відношення елемента (t+1) -го рядка до невід'ємного елемента розв'язуючого рядка (-5,75/-0,17). Виконуємо ще одну ітерацію (табл. 7)

Таблиця 7 - Четверта ітерація

N	Б	З	П	3100	4900	3800	0	0	0	0	a	b
				X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7		
1	X3	3800	3,36	0	-1,93	1	0	0	0	0,33	-22,68	0,26
2	X1	3100	3,62	1	-0,79	0	0	0,02	0	0,08	-6,58	0,1
3	X6	0	17,31	0	-6,35	0	0	-0,04	1	0,19	-51,92	0,69
4	X4	0	-1,98	0	-5,89	0	1	0,03	0	0,66	-53,06	0,51
t+1			28892,3	0	-33,9	0	0	-1,54	0	-132,3	24523,1	43,7

У стовпці b немає невід'ємних елементів і, отже, верхнє граничне значення параметра $L'_{\max} = s = 150$.

Нижнє граничне значення L'_{\min} визначається за таблицею б як найменше відношення невід'ємного елемента стовпця b до відповідного елемента стовпця b. Оскільки в стовпці b тільки один невід'ємний елемент, то

$$L'_{\min} = L'_{\max} = \frac{-9,01}{-0,09} = 100,11.$$

Розв'язок задачі дозволяє зробити висновок, що отриманий оптимальний план відповідає

$$X1 = -6,58 + 0,1 * L,$$

$$X3 = -22,68 + 0,26 * L, \quad \text{при } 100,11 \leq L \leq 150.$$

Вимоги до звіту

Звіт повинен містити:

1. Найменування і мету роботи.
2. Запис завдання у канонічному вигляді.
3. Початкову симплекс - таблицю.
4. Результати проміжних розрахунків - ітерацій.
5. Висновки про результати оптимізації.

Варіанти завдань

Скласти оптимальний план використання двох типів (А, Б) знов проєктованих печей і визначити необхідну кількість печей кожного типу, які забезпечували б максимальну продуктивність, за умови, що будуть забезпечені обмеження щодо фонду на виготовлення печей, кількості електричної енергії і площі цеху. Початкові дані вибрати за таблицями 9,10, 11,12.

Таблиця 9 – Обмеження системи

	Продуктивність, кг		Собівартість виго- товлення, грн		Енергоємність, кВт		Площа, яку займає одна піч, м ²	
Варіант 1								
	А	Б	А	Б	А	Б	А	Б
1	2	3	4	5	6	7	8	9
a	145	230	25600	68700	120	260	5,5	6,5
b	245	420	8700	7800	220	480	4,0	6,0
c	400	230	33900	25700	180	140	7,3	5,2
d	100	80	9890	8800	100	120	4,4	4,0
e	450	70	56100	53400	360	160	5,8	6,7
f	350	240	57600	9500	190	170	3,6	3,4
Варіант 2								
	А	Б	А	Б	А	Б	А	Б
A	210	120	65600	62100	210	160	5,6	2,6
b	150	420	18700	26200	200	380	4,2	5,0
c	410	225	32300	21700	230	190	6,2	5,8
d	130	25	48900	6200	140	100	3,4	2,8
e	380	30	56500	52300	220	180	4,8	2,9
f	120	130	34600	20500	160	180	4,3	4,6

Продовження табл.9

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Варіант 3								
	A	Б	A	Б	A	Б	A	Б
a	320	210	34400	32200	210	190	2,5	2,2
b	200	220	14300	16200	200	240	3,3	3,6
c	140	215	12300	19400	140	190	3,1	4,2
d	260	30	44300	24300	270	120	4,8	2,8
e	240	35	30500	21200	320	140	4,4	2,5
f	180	300	22300	31300	180	210	3,8	5,2
Варіант 4								
	A	Б	A	Б	A	Б	A	Б
a	25	340	9600	16700	100	260	2,8	4,1
b	50	330	9300	16400	80	200	3,0	4,6
c	60	385	45900	21100	240	310	3,3	4,8
d	55	410	18500	26300	170	280	3,2	5,0
e	70	235	34100	21600	120	330	3,5	4,2
f	65	120	22400	38200	160	240	3,1	3,9
Варіант 5								
	A	Б	A	Б	A	Б	A	Б
a	100	240	11200	18900	160	250	4,1	4,9
b	80	320	21800	34800	180	230	3,8	4,6
c	120	230	29300	41400	170	210	4,2	5,0
d	50	55	18100	19800	160	180	2,8	3,0
e	390	60	33400	18900	260	180	4,0	2,6
f	280	300	20800	24500	280	300	4,3	4,8

Таблиця 10 - Ліміт електроенергії, кВт

	Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4	Варіант 5
a	2000-2500	2200-2600	2200-2500	2800-3100	2200-2400
b	3200-3500	2800-3200	2300-2800	2400-2600	1800-2400
c	1500-2400	2200-2700	1900-2300	3400-3900	3100-3500
d	3500-3900	2600-3100	2700-3100	3100-3500	3000-3400
e	2500-2800	1900-2400	2600-3000	2500-2900	2800-3100
F	1500-1900	1600-1900	2200-2800	1800-2300	4000-4300

Таблиця 11 - Фонд на виготовлення печей, грн

	Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4	Варіант 5
a	150000- 250000	860000- 925000	315000- 342000	95000- 122000	245000- 282000
b	82000- 110000	125000- 152000	105000- 140000	86000- 98000	450000- 510000
c	225000- 250000	285000- 315000	98000- 120000	423000- 510000	680000- 724000
d	600000- 650000	221000- 250000	268000- 290000	156000- 186000	540000- 595000
e	788000- 850000	620000- 655000	345000- 382000	344000- 400000	883000- 912000
f	455000- 600000	280000- 320000	260000- 300000	265000- 283000	466000- 498000

Таблиця 12 - Загальна площа цеху під нові печі, м²

	Варіант 1	Варіант 2	Варіант 3	Варіант 4	Варіант 5
a	55	38	46	54	37
b	63	52	49	52	43
c	76	64	62	64	58
d	49	49	57	38	72
e	54	56	34	42	64
f	67	37	43	51	57

10 ОПТИМІЗАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОСНАЩЕННЯ ТЕРМІЧНИХ ЦЕХІВ МЕТОДОМ ЦІЛОЧИСЛОВОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Мета роботи - вивчення методики цілочислового програмування стосовно оптимізації систем технології термічних печей.

Загальні положення

Для поліпшення експлуатаційних і економічних показників систем термічних печей і технологічного оснащення (допоміжного устаткування, пічних приладів або інших складових системи технологічного устаткування, використуваних при виконанні ремонтних операцій) може бути застосована методика оптимізації, що ґрунтується на базі цілочислового лінійного програмування.

Цілочислове програмування, будучи одним з модифікованих методів лінійного програмування, дозволяє оптимізувати технічні системи з вельми істотним для технологічного устаткування обмеженням - система, що оптимізується, повинна складатися з цілочислових компонентів. У практиці оптимізації технологічних систем, що складаються з окремих одиниць технологічного устаткування, це обмеження дозволяє відмовитися від некоректного округлення дробової частини змінних, що входять в оптимальний план.

У канонічній формі завдання цілочислового програмування записується таким чином:

$$A = C_1 \cdot X_1 + C_2 \cdot X_2 + \dots + C_i \cdot X_i + \dots + C_n \cdot X_n$$

$$P_{11} \cdot X_1 + P_{12} \cdot X_2 + \dots + P_{1i} \cdot X_i + \dots + P_{1n} \cdot X_n = B_1$$

$$P_{21} \cdot X_1 + P_{22} \cdot X_2 + \dots + P_{2i} \cdot X_i + \dots + P_{2n} \cdot X_n = B_2$$

$$P_{j1} \cdot X_1 + P_{j2} \cdot X_2 + \dots + P_{ji} \cdot X_i + \dots + P_{jn} \cdot X_n = B_j$$

$$P_{t1} \cdot X_1 + P_{t2} \cdot X_2 + \dots + P_{ti} \cdot X_i + \dots + P_{tn} \cdot X_n = B_t$$

$$X_1 \geq 0, X_2 \geq 0, \dots, X_i \geq 0, \dots, X_n \geq 0$$

$$X_1, X_2, \dots, X_i, \dots, X_n - \text{цілі,}$$

де A – цільова функція, що підлягає оптимізації;

X_i – параметр системи, який впливає на цільову функцію;

C_i – ціна (числовий коефіцієнт, що описує ступінь впливу змінної на цільову функцію);

B_j – обмеження, що накладається на систему зовнішнім середовищем;

P_{ji} – коефіцієнт впливу параметра системи на величину обмеження.

Методика виконання роботи

Завдання цілочислового програмування вирішується в такий послідовності:

- вирішується початкове завдання за звичайним алгоритмом розв'язання задачі лінійного програмування симплекс-методом (наведений у методичних вказівках до попередньої практичної роботи);

- у останню симплекс-таблицю, таку, що містить оптимальний план, додають обмеження на цілочислове значення отриманого рішення (для рядка " j ", що містить найбільшу дробову частину у стовпці вільних членів «В»)

$$R_{j1} \cdot X_1 - R_{j2} \cdot X_2 - \dots - R_{ji} \cdot X_i - \dots - R_{jn} \cdot X_n - R_{j_{n+1}} \cdot X_{n+1} - \dots - R_{j_{n+k}} \cdot X_{n+k} \leq -R_j,$$

де R – дробова частина числа, що стоїть у рядку "j". $R = P - [P]$, тобто дорівнює різниці між самим числом P і цілою частиною числа $[P]$ (найбільшого цілого числа, що не перевищує це число);

- коефіцієнти нового обмеження вносяться до рядка "s" останньої симплекс - таблиці, яка в результаті набере вигляду таблиці 1;

Таблиця 1 - Форма симплекс-таблиці, що містить оптимальний план і додаткове обмеження на цілочислове значення

N	V	C	B	C ₁	C ₂	...	C _i	...	C _n	C _{n+k}
				X ₁	X ₂	...	X _i	...	X _n	X _{n+k}
1	X _i	C ₁	B ₁	P _{1,1}	P _{1,2}	...	P _{1,i}	...	P _{1,n}	P _{1,n+k}
2	X _i	C ₂	B ₂	P _{2,1}	P _{2,2}	...	P _{2,i}	...	P _{2,n}	P _{2,n+k}
j	X _i	C _j	B _j	P _{j,1}	P _{j,2}	...	P _{j,i}	...	P _{j,n}	P _{j,n+k}
t	X _i	C _t	B _t	P _{t,1}	P _{t,2}	...	P _{t,i}	...	P _{t,n}	P _{t,n+k}
s	--	--	-R _j	-R _{j,1}	-R _{j,2}	...	-R _{j,i}	...	-R _{j,n}	-R _{j,n+k}
t+1	--	--	A'	C ₁ '	C ₂ '	...	C _i '	...	C _n '	C _{n+k} '

- введений рядок "s" вибирається як розв'язуючий;
- розв'язуючий стовпець вибирається за найменшим за абсолютною величиною відношенням елементів «t+1» рядка до невід'ємних елементів розв'язуючого рядка. Йому привласнюється номер «q»;
- визначається розв'язуючий елемент R_{sq} , який знаходиться на перетині розв'язуючого стовпця і рядка;
- записуються елементи s-строки, що стоять у стовпці «V» і «C» (вибираються з верхнього рядка розв'язуючого стовпця);
- елементи s-рядка діляться на розв'язуючий елемент, тобто обчислюються

$$B'_s = \frac{B_s}{P_{sq}} \quad \text{і} \quad P'_{si} = \frac{P_{si}}{P_{sq}};$$

- решта всіх елементів симплекс-таблиц (окрім елементів стовбців «B» і «C») обчислюються за формулою:

$$\mathcal{E}'_{ji} = \mathcal{E}_{ji} - \mathcal{E}_{si} \cdot \frac{\mathcal{E}_{jq}}{P_{sq}};$$

- за наявності у стовпці вільних членів «В» елементів, що містять дробову частину, вводиться ще одне додаткове обмеження і процес повторюють до отримання цілочислового рішення.

Приклад виконання роботи

Знайти:

$$\max Y = X_1 + 2 \cdot X_2 \quad (\min Y = -X_1 - 2 \cdot X_2)$$

за умов:

$$X_1 - 2 \cdot X_2 \leq 2$$

$$-2 \cdot X_1 + X_2 \leq 2$$

$$X_1 + X_2 \leq 3$$

$$X_1 \geq 0 \quad X_2 \geq 0; \quad X_1, X_2 - \text{цілі.}$$

Не зважаючи на вимогу цілочислового рішення X_1 і X_2 , завдання вирішується симплекс-методом до отримання оптимального плану.

$$i = 1..9 \quad j = 1..6$$

$$A := \begin{pmatrix} \text{"N"} & \text{"V"} & \text{"C"} & \text{"B"} & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ \text{"_"} & \text{"_"} & \text{"_"} & \text{"_"} & \text{"X1"} & \text{"X2"} & \text{"X3"} & \text{"X4"} & \text{"X5"} \\ 1 & \text{"X3"} & 0 & 2 & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & \text{"X4"} & 0 & 2 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & \text{"X5"} & 0 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \text{"t+1"} & \text{"_"} & \text{"_"} & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\max(\text{submatrix}(A, 6, 6, 5, 9)) = 2$$

$$q = 6.$$

$$S(n, W) = \left\{ \begin{array}{l} \text{for } j \in 1..5 \\ v_j = 10^{10} \\ \text{for } j \in 3..5 \\ v_j = \frac{W_{j,4}}{W_{j,n}} \text{ if } W_{j,4} > 0 \wedge W_{j,n} > 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} j = 3..5 \\ S(q, A)_j = \\ \begin{array}{|c|} \hline 1 \cdot 10^{10} \\ \hline 2 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \\ \min(S(q, A)) = 2 \\ s = 4 \end{array}$$

$$M(m, r, W, J) = \left\{ \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..9 \\ \text{for } j \in 1..J \\ v_{j,i} = W_{j,i} \\ \text{for } i \in 4..9 \\ \text{for } j \in 3..J \\ v_{j,i} = W_{j,i} - \frac{W_{j,m} \cdot v}{(W_{r,n})} \\ \text{for } i \in 4..9 \\ v_{r,i} = \frac{W_{r,i}}{W_{r,m}} \\ v_{r,2} = W_{2,m} \\ v_{r,4} = W_{4,m} \end{array} \right.$$

$$A1 := \left\{ \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..9 \\ \text{for } j \in 1..6 \\ v_{j,i} \leftarrow M(q, s, A, 6)_{j,i} \end{array} \right. \quad v$$

$$A1 = \begin{pmatrix} \text{"N"} & \text{"V"} & \text{"C"} & \text{"B"} & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ \text{"-"} & \text{"-"} & \text{"-"} & \text{"-"} & \text{"X1"} & \text{"X2"} & \text{"X3"} & \text{"X4"} & \text{"X5"} \\ 1 & \text{"X3"} & 0 & 6 & -3 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & \text{"X2"} & -2 & 2 & -2 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & \text{"X5"} & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ \text{"t+1"} & \text{"-"} & \text{"-"} & -4 & 5 & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\max(\text{submatrix}(A1, 6, 6, 5, 9)) = 5 \quad q = 5$$

$$S(q, A1)_j =$$

1·10 ¹⁰
1·10 ¹⁰
0.333

$$\min(S(q, A1)) = 0.333$$

$$s = 5$$

$$A2 := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..9 \\ \quad \text{for } j \in 1..6 \\ \quad \quad v_{j,i} \leftarrow M(q, s, A1, 6)_{j,i} \end{array} \quad v$$

$$A2 = \begin{pmatrix} \text{"N"} & \text{"V"} & \text{"C"} & \text{"B"} & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ \text{"-"} & \text{"-"} & \text{"-"} & \text{"-"} & \text{"X1"} & \text{"X2"} & \text{"X3"} & \text{"X4"} & \text{"X5"} \\ 1 & \text{"X3"} & 0 & 7 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & \text{"X2"} & -2 & 2.667 & 0 & 1 & 0 & 0.333 & 0.667 \\ 3 & \text{"X1"} & -1 & 0.333 & 1 & 0 & 0 & -0.333 & 0.333 \\ \text{"t+1"} & \text{"-"} & \text{"-"} & -5.667 & 0 & 0 & 0 & -0.333 & -1.667 \end{pmatrix}$$

Матриця A2 містить оптимальний план (у рядку "t+1" немає додатних елементів).

У стовбці вільних членів «В» не всі елементи цілі. Оскільки у другому рядку цього стовпця міститься найбі-

льша дробова частина, то для неї складається додаткове обмеження:

$$A_2 =$$

$$A_s = \begin{bmatrix} "s" & "-" & "-" & -1 \cdot (A_{2,1} - \text{floor}(A_{2,1})) & 0 & 0 & 0 & -1 \cdot A_{2,6} & -1A \end{bmatrix}$$

Складене додаткове обмеження включається рядком з номером "s" в останню симплекс-таблицю, таку, що містить оптимальний план.

$A_o := \text{submatrix}(A_2, 1, 5, 1, 9)$

$A_c := \text{stack}(A_o, A_s)$

$A_o := \text{submatrix}(A_2, 6, 6, 1, 9)$

$A_c := \text{stack}(A_c, A_o)$

$$A_c = \begin{pmatrix} "N" & "V" & "C" & "B" & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ "-" & "-" & "-" & "-" & "X1" & "X2" & "X3" & "X4" & "X5" \\ 1 & "X3" & 0 & 7 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & "X2" & -2 & 2.667 & 0 & 1 & 0 & 0.333 & 0.667 \\ 3 & "X1" & -1 & 0.333 & 1 & 0 & 0 & -0.333 & 0.333 \\ "s" & "-" & "-" & -0.667 & 0 & 0 & 0 & -0.333 & -0.667 \\ "t+1" & "-" & "-" & -5.667 & 0 & 0 & 0 & -0.333 & -1.667 \end{pmatrix},$$

«s» - рядок вибирається як розв'язуючий.

Знаходимо відношення елементів рядка "t+1" до відповідних невід'ємних елементів рядка "s" і знаходимо найменше за абсолютною величиною.

$$C(n, W) := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..9 \\ \quad v_i \leftarrow 10^{10} \\ \quad \text{for } i \in 5..9 \\ \quad \quad v_i \leftarrow \left| \frac{W_{n,i}}{W_{n-1,i}} \right| \quad \text{if } W_{n-1,i} < 0 \\ \quad v \end{array} \right.$$

$i = 5..9 \quad C(7, Ac)_i =$

$1 \cdot 10^{10}$
$1 \cdot 10^{10}$
$1 \cdot 10^{10}$
1
2.5

$\min(C(7, Ac)) = 1$

$q = 8 \quad s = 6$

Беремо стовпець X_4 , що містить мінімальне відношення, як розв'язуючий, а елемент, який знаходиться на перетині розв'язуючого рядка і стовпця, як розв'язуючий елемент.

Перепишуються елементи стовбців «V» і «C», перераховуються елементи "s"-рядка і потім решта всіх елементів симплекс-таблиці.

$$A3 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..9 \\ \quad \text{for } j \in 1..7 \\ \quad \quad v_{j,i} \leftarrow M(q, s, Ac, 7)_{j,i} \\ \quad v \end{array} \right.$$

$$A3 = \begin{pmatrix} \text{"N"} & \text{"V"} & \text{"C"} & \text{"B"} & -1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ \text{"_"} & \text{"_"} & \text{"_"} & \text{"_"} & \text{"X1"} & \text{"X2"} & \text{"X3"} & \text{"X4"} & \text{"X5"} \\ 1 & \text{"X3"} & 0 & 5 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 2 & \text{"X2"} & -2 & 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & \text{"X1"} & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \text{"s"} & \text{"X4"} & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ \text{"t+1"} & \text{"_"} & \text{"_"} & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

У стовпці «В» всі елементи цілі. Отриманий оптимальний цілочисловий план $X_1 = 1$ $X_2 = 2$ $\max Y = 5$ (коефіцієнти $X_3 = 5$, $X_4 = 2$ входять в отримане рішення, проте в оптимальний план не включаються оскільки мають ціни $C_3 = C_4 = 0$ і не впливають на величину цільової функції).

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування і мету роботи.
- 2 Результати проміжних розрахунків – ітерацій.
- 3 Висновки про результати оптимізації.

Варіанти завдань

Як завдання для цілочислового програмування узяти результати оптимізації плану використання чотирьох типів печей для устаткування термічного цеху, отримані в практичній роботі «Оптимізація оснащення термічного цеху методом лінійного програмування».

11 ВИЗНАЧЕННЯ ОЦІНОК І ДОВІРЧИХ ГРАНИЦЬ ДЛЯ ПАРАМЕТРІВ НОРМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛУ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ТВЕРДОСТІ СТАЛІ

Мета роботи - вивчення методики визначення оцінок і довірчих меж для параметрів нормального розподілу при контролі твердості.

Загальні положення

Дослідження в галузі термообробки встановили, що більшість вимірювань різних характеристик оброблених виробів є випадковими величинами і підкоряється нормальному закону розподілу. Тому важливо знати методи визначення оцінок результатів таких вимірювань і довірчі інтервали, в межах яких цим оцінкам можна довіряти.

Методика виконання роботи

Оцінки і довірчі границі нормально розподілених випадкових величин визначаються за такими залежностями:

Вибіркове середнє арифметичне (оцінка математичного очікування):

$$X_{cp} = \frac{\sum X_i}{n},$$

де $X_1, X_2 \dots X_n$ - результати вимірювання контрольованого параметра.

Вибіркове середньоквадратичне відхилення:

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - X_{cp})^2}{n-1}}.$$

Дисперсія:

$$D = \frac{\sum (X_i - X_{cp})^2}{n-1}.$$

Граничне відхилення для вибіркового середньоарифметичного

$$\zeta = \frac{t_{\phi} \times S}{\sqrt{n}},$$

де t_{ϕ} - довірча імовірність. Визначається з таблиці 1 при відомих n і ϕ (для машинобудівних розрахунків, як правило, приймають $\phi = 0,95$).

Таблиця 1 – Значення t_{ϕ} , ZH, ZB

Значення t_{ϕ} , ZH, ZB при 0.95 довірчій імовірності											
n	t_{ϕ}	n	t_{ϕ}	n	ZH	n	ZH	n	ZB	n	ZB
2	6.314	10	1.833	2	-	10	0.729	2	-	10	1.65
3	2.920	15	1.761	3	0.578	15	0.769	3	4.42	15	1.46
4	2.353	20	1.729	4	0.620	20	0.794	4	2.92	20	1.37
5	2.132	25	1.711	5	0.649	25	0.812	5	2.37	25	1.32
6	2.015	30	1.699	6	0.672	30	0.828	6	2.09	30	1.27
7	1.943	40	1.684	7	0.690	40	0.847	7	1.92	40	1.23
8	1.895	50	1.676	8	0.705	50	0.861	8	1.80	50	1.20
9	1.859	100	1.671	9	0.718	100	0.869	9	1.71	100	1.18

Нижня довірча границя вибіркового середньоарифметичного

$$X_n = X_{cp} - \zeta.$$

Верхня довірча границя вибіркового середньоарифметичного

$$X_e = X_{cp} + \zeta.$$

Нижня довірча границя середньоквадратичного відхилення

$$\alpha_n = ZH \times S,$$

де ZH - табличне значення (таблиця 1).

Верхня довірча границя середньоквадратичного відхилення

$$\alpha_g = Z_g \times S,$$

де ZB - табличне значення (таблиця 1).

Виконання вимірювань

Твердістю матеріалу називають здатність чинити опір механічному проникненню в його поверхневий шар іншого твердого тіла. Твердість є однією з найбільш важливих характеристик продукції і контролюється, як правило, на всіх етапах термічної обробки.

Для визначення твердості в поверхню матеріалу з певною силою вдавлюється тіло (індентор), виконане у вигляді сталевий кульки, діамантового конуса, піраміди або голки. За розмірами отриманого на поверхні відбитку судять про твердість матеріалу. Залежно від способу вимірювання твердості матеріалу кількісно її характеризують числом твердості за Бринелем (HB), Роквелем (HRC) або Віккерсом (HV).

Твердість за методом Бринеля (ГОСТ 9012-59) вимірюють втискуванням у випробовуваний зразок сталевий кульки певного діаметра D під дією заданого навантаження P протягом певного часу (рисунок.1). В результаті втискування кульки на поверхні зразка виходить відбиток (лунка). Число твердості за Бринелем, HB, є відношенням навантаження P до площі поверхні сферичного відбитку F і вимірюється в кгс/мм², або Мпа. Метод Бринеля не рекомендується застосовувати для матеріалів з твердістю більше 450 HB, оскільки сталева кулька може помітно деформуватися, що внесе похибка до результатів випробувань.

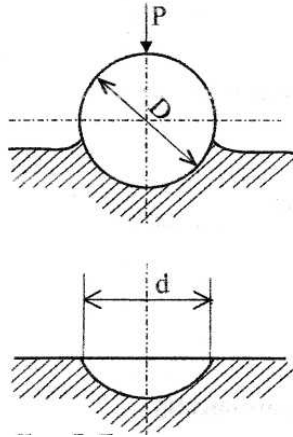


Рисунок 1 - Втискування кульки.

Приклад виконання роботи

Наведені результати п'яти вимірювань.

Таблиця 2 – Результати вимірювання твердості методом Бринеля на сталі 4Х5МФ1С після ізотермічного відпалювання, НВ

Номер вимірювання	1	2	3	4	5
Результат вимірювання	240	243	245	241	238

Визначити оцінки і довірчі границі оцінок для отриманих результатів вимірювання.

Вибіркове середньоарифметичне

$$X_{cp} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{240 + 243 + 245 + 241 + 238}{5} = 241,$$

де $X_1, X_2 \dots X_5$ - результати вимірювання.

Вибіркове середньоквадратичне відхилення

$$S = \sqrt{\frac{\sum (X_i - X_{cp})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (3-5)^2 + (8-5)^2 + (5-4)^2}{4}} = 3$$

Дисперсія

$$D = \frac{\sum (X_i - X_{cp})^2}{n-1} = \frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (3-5)^2 + (8-5)^2 + (5-4)^2}{4} = 7.$$

Граничне відхилення для вибіркового середньоарифметичного

$$\zeta = \frac{t_\varphi \times S}{\sqrt{n}} = \frac{2,132 \times 2}{\sqrt{5}} = 3,$$

де t_φ - довірча імовірність. Визначається з таблиці 1 при відомих $n=5$ і $\varphi = 0,95$, беремо $t_\varphi = 2,132$.

Нижня довірча границя вибіркового середньоарифметичного

$$X_n = X_{cp} - \zeta = 239$$

Верхня довірча границя вибіркового середньоарифметичного

$$X_6 = X_{cp} + \zeta = 244.$$

Нижня довірча границя середньоквадратичного відхилення

$$\alpha_n = Z_n \times S = 2,$$

де Z_n - табличне значення ($Z_n=0.649$).

Верхня довірча границя середньоквадратичного відхилення

$$\alpha_6 = Z_6 \times S = 6,$$

де Z_6 - табличне значення ($Z_6=2.37$).

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування і мету роботи.
- 2 Результати проміжних розрахунків.
- 3 Висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдань для виконання роботи наведені у таблиці.3.

Таблиця 3 – Результати вимірювань твердості сталі після попередньої термічної обробки (за Бринелем)

Результати вимірювання твердості, НВ									
Варіант 1 (сталь X12BM)									
A	255	248	251	255	252	250	253	254	254
B	252	249	250	253	254	248	255	255	255
C	251	255	249	254	253	255	253	255	253
D	250	253	253	255	254	253	254	253	254
E	254	250	254	255	255	254	255	255	255
F	255	249	250	251	252	255	255	253	254
Варіант 2 (сталь X6ВФ)									
A	241	241	241	241	241	240	240	239	239
B	240	240	240	239	239	241	238	241	240
C	239	239	239	238	238	239	239	241	241
D	238	240	238	240	240	241	240	240	239
E	240	241	241	239	238	239	240	239	238
F	241	239	238	240	241	240	239	241	238
Варіант 3 (сталь 9ХВГ)									
A	241	241	241	241	241	240	240	240	239
B	240	240	240	238	239	241	238	241	240
C	239	239	239	238	238	239	239	241	240
D	238	240	238	240	240	241	240	240	238
E	240	241	241	239	238	239	241	239	238
F	241	239	238	240	240	240	239	241	238
Варіант 4 (сталь 5ХНМ)									
A	241	237	241	241	241	240	240	239	239
B	240	240	240	239	239	241	238	241	242
C	239	239	239	241	238	239	239	241	241
D	238	241	238	240	240	241	240	240	239
E	240	241	241	239	237	239	240	239	238
F	241	239	238	240	241	240	239	241	239

Продовження табл.3

Результати вимірювання твердості, НВ									
Варіант 5 (сталь 4ХМФС)									
А	240	237	241	241	241	240	240	239	239
В	240	240	240	241	239	241	238	241	242
С	239	237	239	241	238	239	239	241	241
Д	238	241	238	240	240	241	242	240	239
Е	240	241	240	239	237	238	240	239	238
Ф	241	239	238	241	241	241	239	241	239

12 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ДОСЛІДНОГО РОЗПОДІЛУ І ОЦІНКА ДОСТОВІРНОСТІ ВПЛИВУ ТЕРМІЧНОЇ ОБРОБКИ НА ТВЕРДІСТЬ ХРОМОВАНОГО ШАРУ

Мета роботи - вивчення методик розрахунку основних параметрів дослідного розподілу і оцінки достовірності впливу операцій термічної обробки виробу на твердість заздалегідь отриманого хромованого шару.

Загальні положення

Для підвищення твердості серцевини і поліпшення її механічних властивостей хромовані деталі машин, як правило, піддають термічній обробці (гартуванню, відпуску). При цьому термічна обробка в більшості випадків не повинна робити істотного впливу на властивості поверхневого шару, оскільки може призвести до його небажаних змін.

Встановлення факту і ступеня зміни експлуатаційних характеристик (або відсутність змін) при виконанні операцій термообробки, як правило, здійснюється в умовах недостатності статистичної інформації, що зв'язано з великими витратами на проведення статистичних досліджень. Нерідким є випадок, коли оцінювання змін експлуатацій-

них характеристик необхідно здійснювати навіть при невідомому законі розподілу отримуваних статистичних даних.

Через названі причини виявлення факту залежності між проведенням термічної обробки деталі і твердістю хромованого шару здійснюється за оцінками фактично отриманого розподілу параметрів експлуатаційних характеристик з визначенням достовірності впливу виконаних робіт. Достовірність оцінюється шляхом порівняння двох вибірок зміряних параметрів експлуатаційних характеристик, отриманих до проведення термічної обробки і після її завершення.

Такі дослідження дозволяють виявити зміну твердості отриманого хромованого шару деталі, яка може відбутися унаслідок термічної обробки. Крім визначення і порівняння параметрів розподілу значень твердості хромованого шару, отриманих до і після термічної обробки, методика дає можливість оцінити достовірність самого факту зміни твердості і порівняти точність експериментальних методик, за допомогою яких визначалися значення твердості.

Методика виконання роботи

Дослідження виконується за двома вибірками, отриманими при вимірюванні твердості до і після проведення термічної обробки хромованої деталі. Параметри фактичних розподілів визначаються для кожної з вибірок, а висновки про достовірність впливу виконаних робіт на твердість шару робляться при порівнянні розрахованих параметрів розподілів.

Обчислюються розмахи значень твердості хромованого шару:

$$R = HV_{\max} - HV_{\min} ,$$

де HV_{\max} , HV_{\min} – відповідно найбільше і найменше виміряне значення твердості.

Розбивається загальний розмах значень твердості (визначений за двома вибірками) на 6 інтервалів і визначаються частоти появи значень твердості в кожному з інтервалів (кількість значень твердості шару, які знаходяться усередині меж кожного з інтервалів). За знайденими значеннями частот будується графік в координатах частоти - інтервали

Визначаються моди - найбільше значення твердості, що часто повторюється, в інтервалах даних. Мода чисельно дорівнює значенню числової осі, відповідному середині інтервалу з найбільшою частотою появи значення твердості.

Визначаються медіани числових рядів значень твердості з умови рівності кількості значень, розміщених на числовій осі зліва і справа від медіан.

Розраховуються середні арифметичні значення твердості

$$HV_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n HV_i}{n},$$

де HV_i – i -й результат визначення твердості хромованого шару;

n - загальна кількість вимірювань твердості.

Розраховуються дисперсії значень твердості шару

$$D = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^n HV_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n HV_i \right)^2}{n \cdot (n - 1)}.$$

Розраховуються середньоквадратичне відхилення

$$S = \sqrt{\frac{n \cdot \sum_{i=1}^n HV_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n HV_i\right)^2}{n \cdot (n-1)}}$$

Порівнюється точність експериментальних методик, використаних для визначення значень твердості хромованого шару до і після термічної обробки. При цьому якщо виконується відношення

$$\frac{D_{\max}}{D_{\min}} < [D],$$

де D_{\max} , D_{\min} – відповідно велика і менша з дисперсій, розрахованих для значень твердості шару до або після проведення термічної обробки;

$[D]$ – табличне значення критерію Фішера (визначається з таблиці 1 відповідно до числа експериментів n_1 , проведених в дослідженнях з найбільшою дисперсією і числом експериментів n_2 з меншою дисперсією $V_c = n_1$, $V_a = n_2$). Вважають, що експерименти виконані в однакових умовах і можна робити порівняння отриманих результатів.

Таблиця 1 – Критерії Фішера (при 5% імовірному рівні помилки, що допускається)

Va	Vc											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	20	40
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.80	5.71
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.78	4.74	4.56	4.46
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	3.87	3.77
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.63	3.44	3.34
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.34	3.15	3.05
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.13	2.93	2.82
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.97	2.77	2.67
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.86	2.65	2.53

Продовження табл. 1

12	4.75	3.88	3.49	3.26	3.11	3.00	2.92	2.85	2.80	2.76	2.54	2.42
13	4.67	3.80	3.41	3.18	3.02	2.92	2.84	2.77	2.72	2.67	2.46	2.34
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.77	2.70	2.65	2.60	2.39	2.27
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.70	2.64	2.59	2.55	2.33	2.21
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.28	2.16
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.62	2.55	2.50	2.45	2.23	2.11
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.19	2.07
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.55	2.48	2.43	2.38	2.15	2.02
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.52	2.45	2.40	2.35	2.12	1.99
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.32	2.09	1.96
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.47	2.40	2.35	2.20	2.07	1.93
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.45	2.38	2.32	2.28	2.04	1.91
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.43	2.36	2.30	2.26	2.02	1.89
25	4.26	3.38	2.99	2.76	2.60	2.49	2.41	2.34	2.28	2.24	2.00	1.87
26	4.22	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	1.99	1.85
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.30	2.25	2.20	1.97	1.84
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.36	2.29	2.24	2.19	1.96	1.81
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	1.94	1.80
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	1.93	1.71
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.75	1.59

Розраховуються середні геометричні значення твердості:

$$HV_{\text{сер.геом}} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^n HV_i}.$$

Розраховуються середні помилки середнього арифметичного

$$\Delta HV_{\text{сер}} = \frac{S}{\sqrt{n}}.$$

Розраховуються коефіцієнти варіації (у відсотках)

$$K_{\sigma} = \frac{S}{HV_{cep}} \cdot 100\%.$$

Розраховується коефіцієнт достовірності відмінності значень твердості до і після проведення термічної обробки

$$K_o = \frac{|HV_{cep}' - HV_{cep}''|}{\sqrt{\frac{\Delta sum' + \Delta sum''}{n' + n'' - 2} \cdot \frac{n' + n''}{n' \cdot n''}}}$$

де HV_{cep}' , HV_{cep}'' , $\Delta sum'$, $\Delta sum''$ - статистичні характеристики для значень твердості до і після проведення термічної обробки.

$$\Delta sum = \sum_{i=1}^n HV_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n HV_i\right)^2}{n};$$

n' , n'' - кількість вимірювань твердості, виконаних до і після проведення термічної обробки (може бути різним).

Розраховується число мір вільності для коефіцієнта достовірності відмінності значень твердості

$$V_3 = n' + n'' - 2$$

По таблиці 2 визначається граничне значення для коефіцієнта достовірності відмінності значень твердості шару $С_k$.

Оцінюється достовірність впливу проведення термічної обробки на твердість хромованого шару за співвідношенням K_o і $С_k$.

Якщо $K_o < С_k$, то робиться висновок про відсутність впливу термічної обробки на твердість хромованого шару. Якщо $K_o \geq С_k$, то вважають, що такий вплив встановлений.

Таблиця 2 – Критерії Стьюдента (при 5% імовірному рівні помилки, що допускається)

Vз	2	3	4	5	6	7	8	9
Ск	4,3027	3,1824	2,7764	2,5706	2,4469	2,3646	2,3060	2,2622
Vз	10	11	12	13	14	15	16	17
Ск	2,2281	2,2010	2,1768	2,1604	2,1448	2,1314	2,1199	2,1098
Ск	18	19	20	21	22	23	24	25
Ск	2.1009	2,0930	2,0860	2.0796	2.0739	2.0687	2.0639	2.0595
Vз	26	27	28	29	30	32	34	36
Ск	2.0590	2.0518	2.0484	2.0452	2.0423	2.0360	2.0322	2.0281
Vз	38	40	42	44	46	48	50	55
Ск	2.0244	2.0211	2.0180	2.0154	2.0129	2.0106	2.0086	2.0040
Vз	60	65	70	80	90	100	150	200
Ск	2.0003	1.9970	1.9944	1.9900	1.9867	1.9840	1.9799	1.9759

Виконання вимірювань

Твердість хромованого шару вимірюють за методом Віккерса.

При випробуванні на твердість за Віккерсом в поверхню матеріалу вдавлюється діамантова чотиригранна піраміда з кутом при вершині 136° .

Після зняття навантаження втискування вимірюється діагональ відбитку d_1 . Число твердості за Віккерсом HV підраховується як відношення навантаження до площі поверхні пірамідального відбитку. Число твердості за Віккерсом позначається символом HV із зазначенням навантаження P і часу витримки під навантаженням, причому розмірність числа твердості ($\text{кгс}/\text{мм}^2$) не ставиться. Тривалість витримки індентора під навантаженням приймають для сталей 10 – 15 с, а для кольорових металів – 30 с. Переваги методу Віккерса в порівнянні з методом Бринеля полягають у тому, що методом Віккерса можна випробовувати матеріали вищої твердості завдяки застосуванню діамантової піраміди.

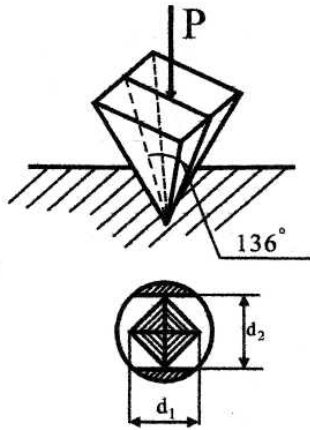


Рисунок 1 - Втискування діамантової піраміди

Приклад виконання роботи

Результати вимірювання твердості хромованого шару виробу із сталі 4X5МФ1С, приведені в таблицях 3 і 4. У таблицю 3 зведені результати контролю твердості хромованого шару до проведення термічної обробки, а в таблиці 4 дані результати, отримані після гартування і відпуску.

Визначити вплив виконаних термооброблювальних робіт на значення твердості хромованого шару.

Для виконання розрахунків використовуємо програму обчислень MATHCAD.

У програмі початкові дані введені у вигляді двох одновимірних масивів $HV1_i$ та $HV2_i$. Для зменшення числа обчислень, що повторюються, частина формул спочатку записувалася у вигляді функцій, за якими надалі робляться відповідні розрахунки. Крім того, використані вбудовані функції \max , \min , mode і median для знаходження максимальних, мінімальних, моди і медіани значень масивів по-

чаткових даних. Табличні значення критеріїв Фішера і Стьюдента визначені за допомогою вбудованих функцій qF і qt.

Таблиця 3 – Результати вимірювання твердості хромованого шару сталі 4X5MФ1С до проведення операцій термічної обробки (гарт 1020°C, відп. 580 °C).

№	1	2	3	4	5	6	7
HV1	1700	1680	1750	1740	1760	1790	1690
№	8	9	10	11	12	13	14
HV1	1700	1750	1760	1680	1740	1750	1780

Таблиця 4 – Результати вимірювання твердості хромованого шару сталі 4X5MФ1С після проведення операцій термічної обробки (гарт 1020 °C, відп. 580 °C).

№	1	2	3	4	5	6	7
HV2	1680	1750	1750	1690	1750	1700	1680
№	8	9	10	11	12	13	14
HV2	1750	1760	1700	1750	1700	1730	1750

$$n = 14 \quad i = 1..n \quad n1 = n \quad n2 = n \quad nint = 6$$

HV1_i=□

1700
1680
1750
1740
1760
1790
1690
1700
1750
1760
1680
1740
1750
1780

HV2_i=□

1680
1750
1750
1690
1750
1700
1680
1750
1760
1700
1750
1700
1730
1750

1. Розмах

$$R(x) := \max(x) - \min(x)$$

$$R(\text{HV1}) = 110 \quad R(\text{HV2}) = 80 \quad \frac{R(\text{HV1})}{R(\text{HV2})} = 1.38$$

2. Частоти і гістограма

$$\text{var}_1 = \min(\text{HV1})$$

$$\text{var}_2 = \min(\text{HV2})$$

$$\text{var}_3 = \max(\text{HV1})$$

$$\text{var}_4 = \max(\text{HV2})$$

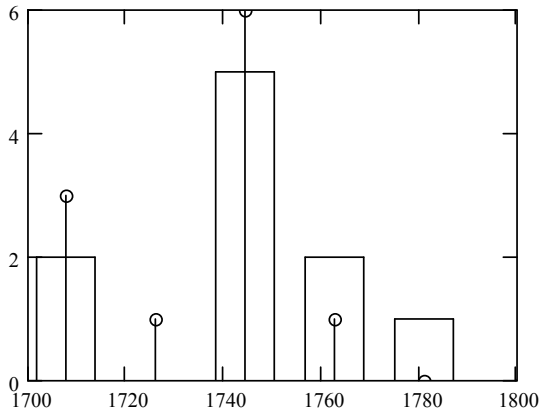
$$j = 1.. \text{nint} \quad h(v, k) = \frac{\text{ceil}(\max(v)) - \text{floor}(\min(v))}{k}$$

$$\text{int}_j := \text{floor}(\min(\text{var})) + h(\text{var}, \text{nint}) j$$

$$f1 = \text{hist}(\text{int}, \text{HV1})$$

$$f2 = \text{hist}(\text{int}, \text{HV2})$$

$$\text{int} := \text{int} + 0.5 \cdot h(\text{var}, \text{nint})$$



$$f1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad f2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 6 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3 Мода

$$\text{mode}(f1) = 2 \quad \text{mode}(f2) = 1 \quad \frac{\text{mode}(f1)}{\text{mode}(f2)} = 2$$

4 Медіана

$$\text{median}(HV2) = 1.7 \times 10^3 \quad \text{median}(HV1) = 1.7 \times 10^3$$

$$\frac{\text{median}(HV1)}{\text{median}(HV2)} = 1$$

5 Середнє арифметичне значення

$$HV_{cp}(x) = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$\begin{aligned} HV_{cp}(HV1) &= 1.73 \times 10^3 & HV_{cp}(HV2) &= 1.72 \times 10^3 \\ \frac{HV_{cp}(HV1)}{HV_{cp}(HV2)} &= 1.01 \end{aligned}$$

6 Дисперсія

$$D(x) = \frac{\left[\text{length}(x) \cdot \sum_i (x_i)^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2 \right]}{n \cdot (n - 1)}$$

$$D(HV1) = 1.35 \times 10^3 \quad D(HV2) = 934.07 \quad \frac{D(HV1)}{D(HV2)} = 1.44$$

7 Середнє квадратичне відхилення

$$S(x) = \sqrt{\frac{\left[\text{length}(x) \cdot \sum_i (x_i)^2 - \left(\sum_i x_i \right)^2 \right]}{n \cdot (n - 1)}}$$

$$S(HV1) = 36.71 \quad S(HV2) = 30.56 \quad \frac{S(HV1)}{S(HV2)} = 1.2$$

8 Зіставлення точності експериментальних методик

$$\frac{D(HV1)}{D(HV2)} = 1.44 \quad Sd = qF(0.95, 14, 14) \quad Sd = 2.48$$

Отже, експериментальні дані були отримані за допомогою методик, що мають однакову точність.

9 Середнє геометричне значення

$$HV_{cpg}(x) = \sqrt[n]{\prod_i x_i}$$

$$\begin{aligned} HV_{cpg}(HV1) &= 1.73 \times 10^3 & HV_{cpg}(HV2) &= 1.72 \times 10^3 \\ \frac{HV_{cpg}(HV1)}{HV_{cpg}(HV2)} &= 1.01 \end{aligned}$$

10 Середня помилка середнього арифметичного

$$\Delta HV_{cp2} = \frac{S(HV2)}{\sqrt{n}}$$

$$\Delta HV_{cp1} = 9.81 \quad \Delta HV_{cp2} = 8.17 \quad \frac{\Delta HV_{cp1}}{\Delta HV_{cp2}} = 1.2$$

11 Коефіцієнт варіації

$$Kb2 = \left(\frac{S(HV2)}{HV_{cp}(HV2)} \right) \cdot 100 \quad Kb1 = \left(\frac{S(HV1)}{HV_{cp}(HV1)} \right) \cdot 100$$

$$Kb1 = 2.12 \quad Kb2 = 1.77 \quad \frac{Kb1}{Kb2} = 1.19$$

12. Коефіцієнт достовірності відмінності

$$\Delta sum(x) := \sum_i (x_i)^2 - \frac{\left(\sum_i x_i \right)^2}{n}$$

$$K_o = \frac{|(HV_{cp}(HV1) - HV_{cp}(HV2))|}{\sqrt{\frac{\Delta sum(HV1) + (\Delta sum(HV2))}{n + n - 2} - \frac{(n + n)}{n \cdot n}}}$$

$$K_o = 0.28$$

13. Число ступенів вільності для коефіцієнта достовірності

$$V_z = n1 + n2 - 2 \quad V_z = 26$$

14. Граничне значення для коефіцієнта достовірності

$$C_k = |qt(0.025, V_z)| \quad C_k = 2.06$$

Висновок. $K_o < C_k$ і, отже, вплив виконаних операцій термічної обробки на твердість хромованого шару не підтверджується, а виявлені тенденції змін параметрів вибірок дослідних розподілів є випадковими.

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування і мету роботи.
- 2 Результати проміжних розрахунків.
- 3 Висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдань узяті з таблиць 5 і 6. У таблиці 5 наведені результати вимірювання твердості хромованого шару, отримані при випробуваннях до проведення термічної обробки (однакові для всіх підваріантів). У таблиці 6 дані результати, отримані після проведення термічної обробки (для підваріанта А - результати з 1-го по 15-те вимірювання, В - результати з 16-го по 30-те вимірювання, С - результати з 31-го по 45-те вимірювання D - результати з 46-го по 60-те вимірювання, Е - результати з 61-го по 75-те вимірювання, F - результати з 76-го по 90-те вимірювання).

Таблиця 5 – Результати вимірювання твердості (HV) хромованого шару виробу із сталі 40X13 до проведення операцій термічної обробки

1	2	3	4	5	6	7	8
6,4	1500	1580	1600	1550	1530	1550	1500
9	10	11	12	13	14	15	
1550	1600	1530	1570	1550	1600	1520	

Таблиця 6 – Результати вимірювання твердості (HV) хромованого шару виробу зі сталі 40X13 після проведення операцій термічної обробки (гартування 1050⁰, відпуск 750⁰)

Варіант 1										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-10	1500	1580	1600	1530	1550	1500	1550	1600	1530	1500
11-20	1500	1580	1600	1530	1550	1500	1550	1600	1530	1500
21-30	1530	1550	1600	1560	1500	1520	1550	1600	1580	1530
31-40	1520	1550	1530	1550	1520	1600	1520	1550	1600	1520
41-50	1500	1500	1530	1600	1550	1590	1600	1550	1520	1530
51-60	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
61-70	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
71-80	1580	1560	1560	1550	1560	1600	1600	1550	1600	1540
81-90	1500	1550	1550	1550	1600	1540	1500	1500	1530	1540

Продовження табл. 6

Варіант 2										
1-10	1600	1520	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540
11-20	1580	1560	1560	1550	1560	1600	1600	1550	1600	1540
21-30	1500	1500	1530	1600	1550	1590	1600	1550	1520	1530
31-40	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
41-50	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
51-60	1500	1580	1600	1530	1550	1500	1550	1600	1530	1500
61-70	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
71-80	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
81-90	1580	1560	1560	1550	1560	1600	1600	1550	1600	1540
Варіант 3										
1-10	1500	1580	1600	1530	1550	1500	1550	1600	1530	1500
11-20	1520	1550	1530	1550	1520	1600	1520	1550	1600	1520
21-30	1500	1580	1600	1530	1550	1500	1550	1600	1530	1500
31-40	1500	1580	1600	1530	1550	1500	1550	1600	1530	1500
41-50	1530	1550	1600	1560	1500	1520	1550	1600	1580	1530
51-60	1520	1550	1530	1550	1520	1600	1520	1550	1600	1520
61-70	1500	1500	1530	1600	1550	1590	1600	1550	1520	1530
71-80	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
81-90	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
Варіант 4										
1-10	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
11-20	1580	1560	1560	1550	1560	1600	1600	1550	1600	1540
21-30	1500	1550	1550	1550	1600	1540	1500	1500	1530	1540
31-40	1500	1500	1530	1600	1550	1590	1600	1550	1520	1530
41-50	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
51-60	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
61-70	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
71-80	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
81-90	1500	1500	1530	1600	1550	1590	1600	1550	1520	1530

Продовження табл. 6

Варіант 5										
1-10	1580	1560	1560	1550	1560	1600	1600	1550	1600	1540
11-20	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
21-30	1580	1560	1560	1550	1560	1600	1600	1550	1600	1540
31-40	1500	1550	1550	1550	1600	1540	1500	1500	1530	1540
41-50	1500	1500	1530	1600	1550	1590	1600	1550	1520	1530
51-60	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
61-70	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600
71-80	1550	1530	1530	1560	1550	1550	1600	1540	1500	1600
81-90	1530	1600	1550	1540	1530	1600	1530	1550	1520	1600

13 ВИЗНАЧЕННЯ ЗАКОНУ РОЗПОДІЛУ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ ПРИ ВИМІРЮВАННІ ТВЕРДОСТІ СТАЛІ

Мета роботи - вивчення методики перевірки згоди дослідного розподілу з теоретичним при контролі твердості.

Загальні положення

Після остаточної термічної обробки деталей згідно із технічними умовами креслення контролюється твердість серцевини, а при проведенні хіміко-термічної обробки, твердість і глибина поверхневого шару. При такому контролі знову виготовлених деталей, як правило, використовують нормальний закон розподілу вимірюваних величин. У ряді випадків це виправдано, оскільки встановлено, що в машинобудуванні більшість випадкових процесів підкоряються нормальному закону розподілу. В той самий час є процеси, які не підкоряються цьому закону, і застосування до них оцінок, відповідних нормальному закону розподілу, призводить до істотних помилок. (Навіть середнє значення при розподілах, що не підкоряються нормальному закону, може обчислюватися за

формулами, відмінних від традиційної формули, наприклад, при розподілі Вейсбула:

$$X_{cp} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{n},$$

Тому перед визначенням оцінок випадкових величин, використовуваних для різних теоретико-вірогідних розрахунків, доцільно заздалегідь встановити закон розподілу контрольованої випадкової величини.

Процедура встановлення закону розподілу випадкової величини полягає в отриманні впорядкованого ряду результатів спостережень цієї величини $X_1 \leq X_2 \leq X_3 \dots X_n$, побудові за ним функції накопичених частковостей і порівнянні цієї функції із заданою теоретичною функцією. Спостереження випадкової величини X повинні проводитися в практично однакових умовах, досліджувана сукупність повинна бути однорідною. Порушення вимог однорідності може призвести до помилкових висновків.

Число спостережень випадкової величини для перевірки згоди досвідченого і теоретичного розподілів повинне бути більше 50, якщо використовується ω -критерій, більше 100 - якщо використовується критерій Колмогорова (або будь-який інший критерій). Для вимірювання необхідно застосовувати засоби вимірювання з ціною поділки, що не перевищує 1/5 передбачуваної величини середнього квадратичного відхилення досліджуваного розподілу.

Методика виконання роботи

Обчислюється значення величини ω за формулою:

$$\omega = -n - 2 \cdot \sum_i^n \left\{ \frac{2 \cdot j - 1}{2 \cdot n} \ln F(x_j) + \left(1 - \frac{2 \cdot j - 1}{2 \cdot n} \right) \cdot \ln [1 - F(x_j)] \right\},$$

де n - число спостережень ($n \geq 50$); X_j - результат спостережень, j -й номер, що має, у варіаційному ряду, і отриманий при впорядкуванні результатів в порядку їх зростання, тобто $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$ ($j = 1, 2, \dots, n$); $F(X_j)$ - значення

функції теоретичного розподілу при значенні аргументу, що дорівнює X_j . Визначається за статистичними таблицями функцій розподілу, наведеними у відповідних довідниках (для нормального закону розподілу наведені в таблиці 1). При обчисленнях за допомогою пакета MATHCAD, як правило, застосовується вбудована функція pnorm .

Таблиця 1 - Значення функції нормального розподілу.

t	F(t)	t	F(t)	t	F(t)	T	F(t)
0.00	0.50000	1.00	0.84134	2.00	0.97725	3.00	0.99865
0.05	0.51994	1.05	0.85314	2.05	0.97725	3.05	0.99886
0.10	0.53983	1.10	0.86433	2.10	0.98214	3.10	0.99903
0.15	0.55962	1.15	0.87493	2.15	0.98442	3.15	0.99918
0.20	0.57926	1.20	0.88493	2.20	0.98610	3.20	0.99931
0.25	0.59871	1.25	0.89435	2.25	0.98778	3.25	0.99942
0.30	0.61791	1.30	0.90320	2.30	0.98928	3.30	0.99952
0.35	0.63683	1.35	0.91149	2.35	0.99061	3.35	0.99960
0.40	0.65542	1.40	0.91924	2.40	0.99180	3.40	0.99966
0.45	0.67364	1.45	0.92647	2.45	0.99286	3.45	0.99972
0.50	0.69146	1.50	0.93319	2.50	0.99379	3.50	0.99977
0.55	0.70884	1.55	0.93943	2.55	0.99461	3.55	0.99981
0.60	0.72575	1.60	0.94520	2.60	0.99534	3.60	0.99984
0.65	0.74215	1.65	0.95053	2.65	0.99598	3.65	0.99987
0.70	0.75804	1.70	0.95543	2.70	0.99653	3.70	0.99989
0.75	0.77337	1.75	0.95994	2.75	0.99702	3.75	0.99991
0.80	0.78814	1.80	0.96407	2.80	0.99744	3.80	0.99993
0.85	0.80234	1.85	0.96784	2.85	0.99781	3.85	0.99994
0.90	0.81594	1.90	0.97128	2.90	0.99813	3.90	0.99995
0.95	0.82894	1.95	0.97441	2.95	0.99841	3.95	0.99996

$$t = \frac{x_j - x_{\text{сеп}}}{S}, \quad X_{\text{сеп}} = \frac{\sum X_j}{n}, \quad S = \sqrt{\frac{\sum (X_j - X_{\text{сеп}})^2}{n-1}},$$

де $X_{\text{сеп}}$, S - відповідно середньоарифметичне і середньоквадратичне за n спостереженнями. Якщо $t < 0$, то табличне значення потрібно відняти від 1

Задається рівень значущості V . При контролі твердості рекомендується вибирати значення V , що дорівнює 0.05.

Якщо $b \geq (1 - V)$, то гіпотезу про згоду емпіричного і теоретичного розподілу відкидають, якщо $b < (1 - V)$, то гіпотезу приймають

У таблиці 2 подані значення функції b , відповідне обчисленому значенню ϖ (функція b є функцією розподілу величини ϖ). При ϖ більше 2.45 беруть $b = 1$.

Таблиця 2 - Функція розподілу величини ϖ

ϖ	b	ϖ	b	ϖ	b	ϖ	b	ϖ	b
0.00	0.000	0.50	0.253	1.00	0.643	1.50	0.824	2.00	0.908
0.05	0.000	0.55	0.294	1.05	0.663	1.55	0.833	2.05	0.913
0.10	0.000	0.60	0.352	1.10	0.691	1.60	0.846	2.10	0.919
0.15	0.001	0.65	0.389	1.15	0.709	1.65	0.854	2.15	0.923
0.20	0.010	0.70	0.441	1.20	0.732	1.70	0.865	2.20	0.929
0.25	0.025	0.75	0.474	1.25	0.747	1.75	0.872	2.25	0.932
0.30	0.062	0.80	0.519	1.30	0.768	1.80	0.881	2.30	0.937
0.35	0.095	0.85	0.547	1.35	0.780	1.85	0.887	2.35	0.940
0.40	0.151	0.90	0.586	1.40	0.798	1.90	0.896	2.40	0.944
0.45	0.192	0.95	0.610	1.45	0.809	1.95	0.901	2.45	0.947

Виконання вимірювань

Твердість в більшості випадків випробовується при статичному характері втискування індентора у вигляді кульки, конуса або піраміди в тіло досліджуваного об'єкта або дряпанням поверхневого шару пірамідою з твердого матеріалу.

У даний час існує понад 30 методів вимірювання твердості, але найбільш широке застосування знайшли методи Бринеля, Роквелла і Віккерса.

Твердість за Роквелом вимірюють на приладах «ТК» шляхом втискування в досліджуваний об'єкт діамантового

конуса з кутом при вершині 120° або сталеві кульки діаметром 1,58 мм (рисунок 1). Твердість записують так: HRC 60, HRB 98, HRA 70.

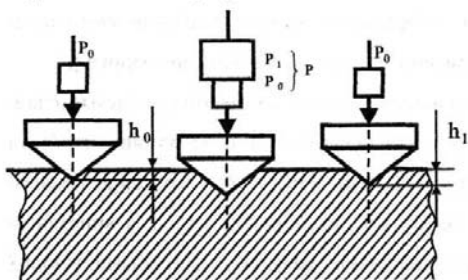


Рисунок 1 - Втискування конуса

Приклад виконання роботи

Початкові дані, отримані при вимірюванні твердості сталі 4Х5МФ1С, що зазнала термообробки (гартування 1020^0 , відпуск 580^0), наведені в таблиці 4, а варіаційний ряд, складений у результаті їх впорядкування, - у таблиці 5.

Встановити, чи підкоряються наведені результати вимірювання твердості нормальному закону розподілу.

Таблиця 4 – Результати вимірювання твердості

№	HRC	№	HRC	№	HRC	№	HRC	№	HRC
1	44	2	44	3	43	4	45	5	46
6	46	7	44	8	48	9	48	10	47
11	48	12	46	13	47	14	44	15	46
16	46	17	44	18	45	19	47	20	47
21	48	22	49	23	48	24	45	25	48
26	47	27	44	28	45	29	47	30	47
31	48	32	48	33	44	34	45	35	46
36	48	37	46	38	47	39	47	40	47
41	44	42	44	43	48	44	48	45	44
46	45	47	47	48	45	49	47	50	48

Таблиця 5 – Варіаційний ряд

J	Xj	j	Xj	j	Xj	j	Xj	j	Xj	j	Xj	j	Xj	j	Xj
1	43	2	44	3	44	4	44	5	44	6	44	7	44	8	44
9	44	10	44	11	44	12	45	13	45	14	45	15	45	16	45
17	45	18	45	19	46	20	46	21	46	22	46	23	46	24	46
25	46	26	47	27	47	28	47	29	47	30	47	31	47	32	47
33	47	34	47	35	47	36	47	37	47	38	48	39	48	40	48
41	48	42	48	43	48	44	48	45	48	46	48	47	48	48	48
49	48	50	49												

$$X_{\text{сеп}} = \frac{\sum_{j=1}^{n=50} X_j}{n} = 46,18, \quad D = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n=50} (X_j - X_{\text{сеп}})^2}{n-1}} = 1,587.$$

Оцінки параметрів нормального розподілу, обчислені за початковими даними, дорівнюють відповідно $X_{\text{сеп}} = 46,18$, $D = 1,587$. Беремо ці оцінки як значення параметрів нормального розподілу.

Результати подальших обчислень наведені в таблиці 6 (з метою ілюстрації обчислювального процесу наводяться результати проміжних розрахунків, тільки для перших п'яти значень варіаційного ряду).

Таблиця 6 – Обчислення проміжних значень

j	$\frac{2j-1}{2n}$	F(xj)	Ln(3)	(2)×(4)	1-(2)	1-(3)	Ln(7)	(6)×(8)	(5)+(9)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,01	0,023	-3,793	-0,038	0,99	0,977	-0,023	-0,023	-0,06
2	0,03	0,085	-2,468	-0,074	0,97	0,915	-0,089	-0,086	-0,16
3	0,05	0,085	-2,468	-0,123	0,95	0,915	-0,089	-0,084	-0,208
4	0,07	0,085	-2,468	-0,173	0,93	0,915	-0,089	-0,082	-0,255
5	0,09	0,085	-2,468	-0,222	0,91	0,915	-0,089	-0,081	-0,303

Сума всіх п'ятидесяти значень, які повинні бути у графі 10, дорівнює $-25,952$. Тоді результат обчислень

$\omega = -50 - 2 \times (-25,952) = 1,905$ і згідно з таблицею 1.2 йому відповідає величина $b = 0.896$.

Задаючи $V = 0.05$, маємо $b = 0.896 < (1 - 0.05)$.

Отже, гіпотеза про те, що вибірка належить нормально розподіленій генеральній сукупності, не може бути знехтувана.

Вимоги до змісту звіту

Звіт повинен містити:

- 1 Найменування і мету роботи.
- 2 Результати проміжних розрахунків.
- 3 Висновки.

Варіанти завдань

Варіанти завдань узяти з таблиці 7 (для підваріанта А - результати з 1-го по 50-те вимірювання, В - результати з 11-го по 60-те вимірювання, С - результати з 21-го по 70-те вимірювання D - результати з 31-го по 80-те вимірювання, Е - результати з 41-го по 90-те вимірювання, F - результати з 51-го по 100-те вимірювання).

Таблиця 7 – Результати вимірювання твердості сталі після остаточної термічної обробки (за Роквелом HRC)

Варіант 1 (сталь 3Х2В8Ф, гарт.1120-1160 ⁰ , відп.660-680 ⁰)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-10	40	41	42	43	45	40	42	40	44	45
11-20	41	42	40	42	45	43	40	42	41	45
21-30	41	42	43	44	44	45	40	42	40	41
31-40	41	40	45	42	43	43	45	41	40	41
41-50	40	42	45	41	41	41	42	45	44	43
51-60	41	44	40	41	41	44	43	41	41	42
61-70	45	45	45	40	40	41	43	42	40	41
71-80	42	41	44	41	42	42	42	40	42	43
81-90	43	40	44	42	45	41	41	45	44	44
91-100	41	42	44	45	43	45	41	44	45	45

Продовження табл.1

Варіант 2 (сталь 5ХНМ, гарт.850 ⁰ , відп. 460-520 ⁰)										
1-10	37	38	42	37	37	38	37	37	38	40
11-20	42	41	40	38	38	42	38	41	37	40
21-30	39	41	38	42	39	42	40	42	38	42
31-40	40	40	41	40	40	41	39	42	39	38
41-50	41	42	39	39	41	40	40	41	40	42
51-60	38	42	37	38	42	39	41	40	40	38
61-70	37	42	38	40	37	38	42	39	41	37
71-80	42	41	37	41	38	37	41	40	42	37
81-90	39	40	42	42	39	42	40	39	38	42
91-100	37	38	40	41	40	41	37	38	38	41
Варіант 3 (сталь Р9М4К8, гарт.1220 ⁰ , відп.3 крат. 540 ⁰)										
1-10	69	67	69	67	66	67	69	69	68	67
11-20	68	68	69	68	69	67	68	69	68	66
21-30	67	68	68	67	69	66	69	67	69	68
31-40	66	69	68	68	68	67	67	68	67	69
41-50	69	66	67	69	68	68	66	68	68	69
Варіант 1 (сталь 3Х2В8Ф, гарт.1120-1160 ⁰ , відп.660-680 ⁰)										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
51-60	67	67	69	69	67	69	69	69	69	68
61-70	69	68	67	69	67	68	67	66	67	69
71-80	68	69	66	66	69	69	68	67	69	67
81-90	67	69	67	67	67	69	69	68	69	68
91-100	69	68	68	69	69	69	67	69	69	68

Продовження табл. 1

Варіант 4 (сталь 30ХГСА, гарт.8800, відп.2300)										
1-10	43	44	45	44	45	51	51	43	45	45
11-20	44	43	46	43	44	50	50	49	43	43
21-30	45	51	47	50	43	49	49	48	43	44
31-40	46	50	48	51	44	48	43	46	43	43
41-50	47	49	49	51	45	47	44	43	44	50
51-60	48	48	50	50	46	46	45	51	45	50
61-70	49	47	51	49	47	45	46	43	46	51
71-80	50	46	43	48	48	44	47	51	47	51
81-90	51	45	44	47	49	43	48	50	48	51
91-100	43	44	45	46	50	51	49	50	49	50
Варіант 5 (сталь X12M, гарт.970 ⁰ , відп.320 ⁰)										
1-10	58	59	60	59	60	61	58	59	58	59
11-20	59	59	61	61	61	60	59	59	58	58
21-30	60	58	58	61	61	61	59	58	59	59
31-40	61	58	59	60	61	59	58	61	60	61
41-50	58	61	60	60	61	58	60	60	61	60
51-60	59	60	62	61	60	61	61	61	58	58
61-70	60	59	61	62	60	60	61	60	59	60
71-80	61	58	60	58	59	59	61	59	60	60
81-90	58	61	60	59	59	58	60	58	61	59
91-100	59	60	58	59	58	59	58	58	58	58

14 КУРСОВЕ ПРОЕКТУВАННЯ

Вибір теми проекту

Курсова робота (проект) є самостійним комплексним навчальним завданням для студента, що підводить підсумки вивчення ним дисципліни і що дозволяє у ході проектування набути необхідних навичок застосування отриманих теоретичних знань для вирішення конкретних практичних завдань.

Тематику курсової роботи (проекту) для студентів інженерних спеціальностей можна згрупувати таким чином:

- теми, пов'язані з реферуванням результатів науково-дослідних або навчальних робіт, виконаних студентами у ході курсового проектування за основними профілюючими дисциплінами навчальних спеціальностей;

- теми, присвячені вирішенню приватних прикладних завдань, що вимагають використання Internet - технологій для створення розрахункових або розрахунково-графічних методик проектування конструкцій машин і процесів машинобудування;

- теми комплексного характеру, визначувані завданнями створення електронних підручників і курсів дистанційного навчання на основі Internet – технологій.

Вибір теми роботи (проекту) надається студентові. Проте вибрана тема повинна відповідати переліченим вище основним напрямкам проектування і бути узгоджена з викладачем не пізніше, ніж у двотижневий термін з початку навчального семестру.

Вимоги до оформлення

Звіт за наслідками виконання курсової роботи (проекту) оформляється в електронному вигляді і здається викладачеві на відповідних носіях електронної інформації. Вибір типу носія визначається обсягом електронної версії

проекту (допускається на одному носіїві розміщувати звіти з декількох проектів).

Електронний звіт повинен бути багатосторінковим (4 і більша HTML - сторінок) і багатофреймовим (хоча б одна із сторінок повинна включати не менше 3 фреймів). Вимоги до обсягу звіту встановлюються відповідно до кількості інформації, яка може відображатися у вікні браузера на екрані монітора розміром 17” і задається в межах не менше 10 – 15 екранів текстів і ілюстрацій. При цьому розміри шрифтів для текстів і розміри ілюстрацій не встановлюються, проте не допускається їх невиправдане збільшення.

На першому екрані, що відображається відповідно до сценарію звіту, повинна відтворюватися інформація про авторів звіту (рисунок 11). Один із можливих варіантів оформлення багатофреймової сторінки звіту показаний на рисунку 12.

Міністерство освіти і науки України Сумський державний університет Кафедра металорізальних верстатів і інструментів	
КУРСОВИЙ ПРОЕКТ з дисципліни «Концептуальна інформатика і інформаційні технології»	
Фотографія студента	
Виконав студент гр.АВС	Прізвище, ім'я, по батькові
Суми 2008 р.	ОК

Рисунок 11 – Приклад оформлення першої сторінки

При складанні звіту з курсової роботи (проекту) повинні бути використані такі основні способи оформлення HTML – сторінок:

- теги форматування тексту;
- теги створення і форматування таблиць;
- закладки і гіперпосилання (внутрішньосторінкові і міжсторінкові);
- теги для вставки рисунків;
- теги елементів управління;
- таблиці стилів;
- скрипти з програмним кодом подій і методів;
- статичні або динамічні фільтри;
- програмний код для динамічної зміни сторінки;
- діалогові вікна.

Фільтр дисципліна / спеціальність	
Зміст (гіпер- посилання)	Основні розділи електронного звіту

Рисунок 12 – Приклад оформлення багатофреймової сторінки

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Алексеев А.Н. Ремонт станков. Теория и реализация САПР. - К.: ИСМО, 1998.-279 с.
2. Алексеев А.Н., Волков Н.И. Компьютер в учебном процессе высшей школы: Учебное пособие. - Сумы: Довілля, 2002. - 380 с.
3. Алексеев А.Н. Проектирование для World Wide Web: Учебное пособие. - Сумы: СумГУ, 2003. - 100 с.
4. Одинокое В.И. Математическое моделирование сложных технологических процессов. – М.: Наука , 2008. - 175 с.
5. Рубцов В. П., Погребиский М. Я. Моделирование в технике: Учебное пособие. - М.: Геодезия, 2008. - 103 с.
6. Максимов В. П., Егоров И. В., Карасев В. А. Измерение, обработка и анализ быстропеременных процессов в машинах. - М.: Машиностроение, 1987. - 207 с.
7. Рубановский В.Н., Султанов И.А., Ханукаев Ю.И. Задачи математического моделирования механических систем в машиностроении. - М.: ВЦ АН СССР, 1989. - 76 с.
8. Остроменский П.И. Математическое моделирование в машиностроении. - Новосибирск: НЭТИ , 1990. - 83 с.
9. Макашов Э.М., Шаронова И.М. Моделирование инженерных задач на ЭЦВМ: Учебное пособие. - М.: МАИ, 1984. - 68 с.
10. Сігова В.І., Руденко Л.Ф. Технологічні процеси зміцнення та АСУ ТП: Навчальний посібник. –Суми: СумДУ, 2008. – 197 с.
11. Пчелинцев В.А. Измерение микротвердости материалов и сплавов. –Сумы: СумГУ, 2002. -22 с.
12. Сігова В.І. Диффузійна металізація сталей і сплавів. –Сумы.: СумГУ, 1998. -15 с.

Навчальне видання

Сігова Валентина Іванівна,
Алексєєв Олександр Миколайович

ОСНОВИ КОМП'ЮТЕРНОГО МАТЕРІАЛОЗНАВСТВА

Навчальний посібник

Дизайн обкладинки Н.В.Марченка

Редактор Н.В.Лисогуб

Комп'ютерне верстання О.М.Алексєєва, В.Д.Вінницької

Підп. до друку 05.12.2008

Формат 60x84/16. Папір офс. Гарнітура Times New Roman Суг.Друк офс.

Ум. друк. арк. 12,09. Обл.-вид.арк. 7,35.

Тираж 300 пр. Вид. № 303.

Зам. № .

Видавництво СумДУ при Сумському державному університеті

40007, Суми, вул. Римського-Корсакова, 2

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру ДК № 3062 від 17.12.2007.

Надруковано у друкарні СумДУ

40007, Суми, вул. Римського-Корсакова, 2.