УКРАЇНА

(19) **UA** (11) **45033** (13) **U**

(51) **МПК** (2009)
G01H 11/00

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ

ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

видається під відповідальність власника патенту

(54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНОЇ ДИСИПАТИВНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

(21) u200904627
(22) 08.05.2009
(24) 26.10.2009
(46) 26.10.2009, Бюл.№ 20, 2009 р.
(72) ПУЗЬКО ІГОР ДАНИЛОВИЧ
(73) СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

(57) Спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, проводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів в цьому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, далі задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди затухаючих коливань, проводять вимір другого часового інтервалу і числа циклів в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від другого початкового до другого кінцевого значення, потім один раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і числа циклів в цих інтервалах при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, який **відрізняється** тим, що додатково другий раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і чисел циклів в цих часових інтервалах при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, при цьому частоти вільних коливань лінійної дисипативної породжувальної системи і вільних коливань лінійної консервативної породжувальної системи "ω_1", "ω_0", а також масу "m" коливальної системи, коефіцієнт "C" жорсткості, коефіцієнт "h" демпфування, коефіцієнт "b" опору визначають із співвідношень відповідно:

$$\omega_1 = 2\pi\frac{\left[\Delta_3 t(n_2 - n_4) - \Delta_4 t(n_1 - n_3)\right]}{\left(\Delta_2 t\Delta_3 t - \Delta_1 t\Delta_4 t\right)},$$

$$m = \frac{2\Delta_1 m\Delta_2 m\left(\overline{\omega}_1^2, -\overline{\overline{\omega}}_1^2\right)}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2 - \overline{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\right]},$$

$$C = \frac{m^2}{\Delta_1 m}\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right],$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}} = \sqrt{\frac{m}{\Delta_1 m}\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right]},$$

$$h = \sqrt{\omega_0^2 - \omega_1^2} = \sqrt{\frac{m}{\Delta_1 m}\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]},$$

$$b = 2mh = \frac{4\Delta_1 m\Delta_2 m\left(\overline{\omega}_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2 - \overline{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\right]} \times \sqrt{\frac{2\Delta_2 m\left(\overline{\omega}_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2 - \overline{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\right]}},$$

де $\omega_1 = \sqrt{cm^{-1} - h^2}$, $\overline{\omega_1} = \sqrt{c(m + \Delta_1 m)^{-1} - \overline{h^2}}$, $\overline{\overline{\omega_1}} = \sqrt{c(m + \Delta_2 m)^{-1} - \overline{\overline{h^2}}}$,

$\Delta_1 m$, $\Delta_2 m$, ($\Delta_1 m \neq \Delta_2 m$, $\Delta_1 m << m$, $\Delta_2 m << m$) - перша і друга додаткові маси;

n_1, n_2 - числа циклів затухаючих коливань маси "m" при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значен-

(19) UA (11) 45033 (13) U

ня X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_1 t$, $\Delta_2 t$ - часові інтервали, що відповідають числам циклів n_1, n_2;

n_3, n_4 - числа циклів затухаючих коливань маси ($m + \Delta_1 m$) при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_3 t$, $\Delta_4 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_3, n_4 циклів (періодів) коливань;

n_5, n_6 - числа циклів (періодів) затухаючих коливань маси ($m+\Delta_2 m$) при зміні амплітуди коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_5 t$, $\Delta_6 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_5, n_6 циклів коливань.

Корисна модель відноситься до області машинобудівної, авіаційної і космічної техніки, а саме до способів визначення параметрів вільних коливань нелінійних дисипативних коливальних систем із кінцевим числом ступенів вільності, і може бути застосована, зокрема, при визначенні моментів інерції механічних коливальних систем.

Відомий спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове значення амплітуди коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань (Гернет М.М., Ратобильский В.Ф. Определение моментов инерции. - М.: Машиностроение, 1969, с.84, 85, 207, 209).

Недоліком відомого способу є недостатня точність, яка пояснюється помилками за рахунок прийнятого допущення про те, що коефіцієнт анізохронності коливань не залежить від амплітуди коливань.

За прототип вибрано спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань, вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі проводять при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, потім задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди вільних коливань, вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі проводять при зміні амплітуди вільних коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, після чого змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по виміру першого і другого часових інтервалів і чисел циклів в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, а визначення параметра нелінійної дисипативної коливальної системи проводять при урахуванні часових інтервалів і чисел циклів вільних коливань (Ав. св. СССР №1703990, МПК G01H 11/00, 1992).

Недоліком відомого способу визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи є обмежені функціональні можливості цієї системи, що пояснюється визначенням тільки одного параметра коливань слабкодисипативної нелінійної коливальної системи, що, в свою чергу, призводить до неможливості визначення множини параметрів сильно дисипативної нелінійної коливальної системи.

В основу корисної моделі поставлене завдання удосконалення способу визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом розширення функціональних можливостей способу за рахунок розширення визначення множини параметрів сильно дисипативної нелінійної коливальної системи.

Поставлене завдання вирішується тим, що в способі визначення параметрів коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, по якому задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди затухаючих коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, призводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів в цьому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, далі задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди затухаючих коливань і призводять вимір другого часового інтервалу і числа циклів в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від другого початкового до другого кінцевого значення, потім один раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і призводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і чисел циклів в цих інтервалах при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, згідно із корисною моделлю, додатково другий раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і призводять вищевказану сукупність операцій по визначенню першого і другого часових інтервалів і чисел циклів в цих часових інтервалах при зміні амплітуди коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, а частоти вільних коливань лінійної дисипативної породжувальної системи і вільних коливань лінійної консервативної породжувальної системи "ω_1" та "ω_0", а також масу "m" коливальної системи, коефіцієнт "c" жорсткості, коефіцієнт "h" демпфування, коефіцієнт "b" опору визначають із співвідношень відповідно:

$$\omega_1 = 2\pi \frac{[\Delta_3 t(n_2 - n_4) - \Delta_4 t(n_1 - n_3)]}{(\Delta_2 t \Delta_3 t - \Delta_1 t \Delta_4 t)},$$

$$m = \frac{2\Delta_1 m \Delta_2 m\left(\overline{\omega}_1^2, -\overline{\overline{\omega}}_1^2\right)}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2 - \overline{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\right]},$$

$$C = \frac{m^2}{\Delta_1 m}\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right],$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}} = \sqrt{\frac{m}{\Delta_1 m}\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right]},$$

$$h = \sqrt{\omega_0^2 - \omega_1^2} = \sqrt{\frac{m}{\Delta_1 m}\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]},$$

$$b = 2mh = \frac{4\Delta_1 m \Delta_2 m\left(\overline{\omega}_1^2, -\overline{\overline{\omega}}_1^2\right)}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2 - \overline{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\right]} \times \sqrt{\frac{2\Delta_2 m\left(\overline{\omega}_1^2, -\overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\left[\overline{\omega}_1^2\left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2, -\overline{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\right]}}.$$

де $\omega_1 = \sqrt{cm^{-1} - h^2}$, $\overline{\omega_1} = \sqrt{c(m + \Delta_1 m)^{-1} - \overline{h^2}}$,

$\overline{\overline{\omega_1}} = \sqrt{c(m + \Delta_2 m)^{-1} - \overline{\overline{h^2}}}$,

$\Delta_1 m$, $\Delta_2 m$, ($\Delta_1 m \neq \Delta_2 m$, $\Delta_1 m \ll m$, $\Delta_2 m \ll m$) - перша і друга додаткові маси;

n_1, n_2 - числа циклів затухаючих коливань маси "m" при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2} від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_1 t$, $\Delta_2 t$ - часові інтервали, що відповідають числам циклів n_1, n_2;

n_3, n_4 - числа циклів затухаючих коливань маси ($m+\Delta_1 m$) при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_3 t$, $\Delta_4 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_3, n_4 циклів (періодів) коливань;

n_5, n_6 - числа циклів (періодів) затухаючих коливань маси ($m+\Delta_2 m$) при зміні амплітуди коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_5 t$, $\Delta_6 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_5, n_6 циклів коливань.

Застосування запропонованого способу визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи разом з усіма суттєвими ознаками, включаючи відмінні, забезпечує розширення функціональних можливостей за рахунок визначення параметрів коливань нелінійної сильно дисипативної системи.

Формування нового способу і алгоритму для його забезпечення базується на наступних теоретичних дослідженнях.

В роботі (Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.- М.: Физматгиз, 1963. - С.185) застосовано асимптотичний метод Крилова-Боголюбова-Митропольского (КБМ) для отримання рішення диференціального рівняння, зокрема другого порядку:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon f(x, \frac{dx}{dt}), \qquad (1)$$

де: ω_0 - частота вільних коливань лінійної породжувальної системи;

x - узагальнена координата;

$f(x, \frac{dx}{dt})$ - нелінійна функція;

- $\varepsilon > 0$ - малий позитивний параметр.

Рішення $x = X_a \cos\psi$ рівняння (1) в першому наближенні визначаються із рівнянь першого наближення (Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.- М.: Физматгиз, 1963 - С. 185)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX_a}{dt} &= \varepsilon A_1(X_a), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_0 + \varepsilon B_1(X_a), \end{aligned}\right\}, \qquad (2)$$

де

$$\left.\begin{aligned} A_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi\omega_0}\int_0^{2\pi} f(X_a\cos\varphi, -X_a\omega_0\sin\varphi)\sin\varphi\, d\varphi, \\ B_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi X_a\omega_0}\int_0^{2\pi} f(X_a\cos\varphi, -X_a\omega_0\sin\varphi)\cos\varphi\, d\varphi, \end{aligned}\right\}, \qquad (3)$$

Із системи рівнянь (2) першого наближення робиться висновок про можливість дослідження, аналізу і розрахунку повільно затухаючих або повільно зростаючих нелінійних коливальних перехідних процесів, що наближені до гармонійних $x = X_a \cos\omega_0 t$, амплітуда X_a і частота ω_0 яких повільно змінюється.

При проведенні досліджень, аналізу і розрахунку ряду динамічних систем мають місце випадки, коли коливні процеси відносяться до класу таких, що мають значне демпфування, або таких, що значно розходяться (Попов Е.П., Пальтов М.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем - М.: Физматгиз, 1960. - С.507-512).

$$x(t) = X_a \exp(\xi_0 t)\cos\omega_1 t, \quad (4)$$

але з таким показником затухання ξ_0 і власною частотою ω_0, що повільно змінюються на визначеному обмеженому часовому інтервалі.

Рішення (4) відповідає диференціальному рівнянню другого порядку (Попов Е.П., Пальтов М.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем - М.: Физматгиз, 1960. - С.507-512).

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2h\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (5)$$

де $h = -\xi_0$, $\omega_0^2 = Cm^{-1}$, $\omega_0^2 = \omega_1^2 + h^2$.

На підставі однорідного диференціального рівняння (5) диференціальне рівняння для нелінійної дисипативної коливальної системи має вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2h\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right), \quad (6)$$

Узагальнення асимптотичного методу КБМ для рівняння (6) приводить до такої системи рівнянь першого наближення (Попов Е.П., Пальтов М.П. Приближенные методы исследования нелинейных автоматических систем - М.: Физматгиз, 1960. - С.507-512)

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX_a}{dt} &= -hX_a + \varepsilon_1\Phi_1(X_a), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_1 + \varepsilon B_1(X_a), \end{aligned}\right\}, \quad (7)$$

рішення яких має вигляд

$$x = X_a \sin\psi. \quad (8)$$

Для спрощення аналізу системи (7) вводять нову змінну y(t), причому $Y_a = X_a \exp(ht)$, де Y_a - амплітудне значення змінної y(t).

Після введення нової змінної y(t) рівняння (7) першого наближення приймають вигляд

$$\frac{dX_a^*}{dt} = \varepsilon A_1(X_a), \quad \frac{d\psi}{dt} = \omega_1 + \varepsilon B_1(X_a), \quad (9)$$

де

$$X_a^* = X_a \exp(ht), \quad \frac{dX_a}{dt} + hX_a = \frac{dX_a^*}{dt}\exp(-ht). \quad (10)$$

Таким чином, системи рівнянь (2) і (9) аналогічні за винятком того, що X_a в системі (2) замінюють на $X_a^* = X_a \exp(ht)$ в системі (9).

Проведемо нескладні перетворення співвідношень (9), (10) і отримаємо два таких рівняння першого наближення

$$\left.\begin{aligned} \frac{dX_a}{dt} &= -hX_a + \varepsilon A_1(X_a)e^{-ht}, \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_1 + \varepsilon B_1(X_a). \end{aligned}\right\}, \quad (11)$$

Із рівнянь (11) першого наближення отримаємо одне рівняння шляхом виключення малого позитивного множника є

$$d\psi - \omega_1 dt = e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (12)$$

Беручи до уваги співвідношення $\psi = 2\pi n$, n - число циклів коливань, на підставі рівняння (12) отримаємо інтегральне співвідношення

$$2\pi n - \omega_1\Delta t = \int_{X_{an}}^{X_{ak}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_n}^{t_k} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (13)$$

де X_{ak}, X_{an} - початкове і кінцеве значення амплітуд коливань;

t_n, t_k - початкове і кінцеве значення часового інтервалу, що відповідає значенням амплітуд X_{an}, X_{ak}.

На підставі співвідношення (13) отримаємо систему рівнянь:

$$2\pi n_1 = \omega_1\Delta_1 t + \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_1}^{t_2} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (14)$$

$$2\pi n_2 = \omega_1\Delta_2 t + \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dX_a + \int_{t_3}^{t_4} hX_a e^{ht}\frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)}dt, \quad (15)$$

$$2\pi n_3 = \overline{\omega}_1 \Delta_3 t + \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dX_a + \int_{t_1}^{t_2} h X_a e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dt, \qquad (16)$$

$$2\pi n_4 = \overline{\omega}_1 \Delta_4 t + \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dX_a + \int_{t_3}^{t_4} h X_a e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dt, \qquad (17)$$

$$2\pi n_5 = \overline{\overline{\omega}}_1 \Delta_5 t + \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dX_a + \int_{t_1}^{t_2} h X_a e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dt, \qquad (18)$$

$$2\pi n_6 = \overline{\overline{\omega}}_1 \Delta_6 t + \int_{X_{a3}}^{X_{a4}} e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dX_a + \int_{t_3}^{t_4} h X_a e^{ht} \frac{B_1(X_a)}{A_1(X_a)} dt, \qquad (19)$$

$$\omega_1 = \sqrt{cm^{-1} - h^2}, \quad \overline{\omega}_1 = \sqrt{c(m+\Delta_1 m)^{-1} - h^2}, \quad \overline{\overline{\omega}}_1 = \sqrt{c(m+\Delta_2 m)^{-1} - h^2}, \qquad (20)$$

$\Delta_1 m$, $\Delta_2 m$, ($\Delta_1 m \neq \Delta_2 m$, $\Delta_1 m \ll m$, $\Delta_2 m \ll m$) - перша і Друга додаткові маси;

n_1, n_2 - числа циклів затухаючих коливань маси "m" при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_1 t$, $\Delta_2 t$ - часові інтервали, що відповідають числам циклів n_1, n_2;

n_3, n_4 - числа циклів затухаючих коливань маси ($m+\Delta_1 m$) при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_3 t$, $\Delta_4 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_3, n_4 циклів (періодів) коливань;

n_5, n_6 - числа циклів (періодів) затухаючих коливань маси ($m+\Delta_2 m$) при зміні амплітуди коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2}, від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} відповідно;

$\Delta_5 t$, $\Delta_6 t$ - часові інтервали, що відповідають числам n_5, n_6 циклів коливань. Після проведення нескладних перетворень системи рівнянь (14), (15), (16), (17), (18), (19) отримаємо такі рівняння для визначення частот ω_1, $\overline{\omega}_1$, $\overline{\overline{\omega}}_1$:

$$\left.\begin{aligned} &\omega_1 \Delta_1 t - \overline{\omega}_1 \Delta_3 t = 2\pi(n_1 - n_3),\\ &\omega_1 \Delta_2 t - \overline{\omega}_1 \Delta_4 t = 2\pi(n_2 - n_4),\\ &\omega_1 \Delta_1 t - \overline{\overline{\omega}}_1 \Delta_5 t = 2\pi(n_1 - n_5),\\ &\omega_1 \Delta_2 t - \overline{\overline{\omega}}_1 \Delta_6 t = 2\pi(n_2 - n_6).\end{aligned}\right\}, \qquad (21)$$

Із системи (20) рівнянь отримаємо співвідношення для визначення частот ω_1, $\overline{\omega}_1$, $\overline{\overline{\omega}}_1$:

$$\omega_1 = 2\pi \frac{[\Delta_3 t(n_2 - n_4) - \Delta_4 t(n_1 - n_3)]}{(\Delta_2 t \Delta_3 t - \Delta_1 t \Delta_4 t)}, \qquad (22)$$

або

$$\omega_1 = 2\pi \frac{[\Delta_5 t(n_2 - n_6) - \Delta_6 t(n_1 - n_5)]}{(\Delta_2 t \Delta_5 t - \Delta_1 t \Delta_6 t)}, \qquad (23)$$

$$\overline{\omega}_1 = 2\pi \frac{[\Delta_1 t(n_2 - n_4) - \Delta_2 t(n_1 - n_3)]}{(\Delta_2 t \Delta_3 t - \Delta_1 t \Delta_4 t)}, \qquad (24)$$

$$\overline{\overline{\omega}}_1 = 2\pi \frac{[\Delta_1 t(n_2 - n_6) - \Delta_2 t(n_1 - n_5)]}{(\Delta_2 t \Delta_5 t - \Delta_1 t \Delta_6 t)}, \qquad (25)$$

На підставі (20) і застосовуючи співвідношення (22), (23), (24), (25) отримаємо співвідношення для визначення параметрів m, C, h, b коливальної системи, а саме, проведемо нескладні перетворення системи (20) і отримаємо два таких рівняння:

$$\overline{\omega}_1^2 \left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2 = \frac{C}{m} \times \frac{\Delta_1 m}{m}, \qquad (26)$$

$$\overline{\overline{\omega}}_1^2 \left(1 + \frac{\Delta_2 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2 = \frac{C}{m} \times \frac{\Delta_2 m}{m}, \qquad (27)$$

Після ділення лівих і правих частин рівнянь (26) і (27) отримаємо наближене аналітичне співвідношення для визначення параметра "m"

$$m \cong \frac{2\Delta_1 m \Delta_2 m \left(\overline{\omega}_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)}{\left[\Delta_2 m \left(\omega_1^2 - \overline{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m \left(\omega_1^2 - \overline{\overline{\omega}}_1^2\right)\right]}, \qquad (28)$$

Із (26) або (27) отримаємо співвідношення для визначення параметра "C"

$$C = \frac{m^2}{\Delta_1 m}\left[\overline{\omega}_1^2 \left(1 + \frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right], \qquad (29)$$

або

$$C = \frac{m^2}{\Delta_2 m}\left[\overline{\overline{\omega}}_1^2 \left(1 + \frac{\Delta_2 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right], \qquad (30)$$

де параметр "m" визнається співвідношенням (28).

Приймаючи до уваги (28), (29), (30), отримаємо співвідношення для визначення частоти ω_0

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}} = \sqrt{\frac{m}{\Delta_1 m}\left[\bar{\omega}_1^2\left(1+\frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right]}\,, \qquad (31)$$

або

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{m}{\Delta_2 m}\left[\bar{\bar{\omega}}_1^2\left(1+\frac{\Delta_2 m}{m}\right)^2 - \omega_1^2\right]}\,, \qquad (32)$$

де "m" визначається співвідношенням (28).

Аналітичні співвідношення для визначення коефіцієнтів "b" опору і "h" демпфування отримаємо на підставі співвідношень (20), (22), (23), (24), (25), (31), (32)

$$h = \sqrt{\omega_0^2 - \omega_1^2} = \sqrt{\frac{m}{\Delta_1 m}\left[\bar{\omega}_1^2\left(1+\frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]}\,, \qquad (33)$$

або

$$h = \sqrt{\frac{m}{\Delta_2 m}\left[\bar{\bar{\omega}}_1^2\left(1+\frac{\Delta_2 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]}\,, \qquad (34)$$

$$b = 2mh = \frac{4\Delta_1 m \Delta_2 m\left(\bar{\omega}_1^2, -\bar{\bar{\omega}}_1^2\right)}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2 - \bar{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \bar{\bar{\omega}}_1^2\right)\right]} \times \sqrt{\frac{2\Delta_2 m\left(\bar{\omega}_1^2, -\bar{\bar{\omega}}_1^2\right)\left[\bar{\omega}_1^2\left(1+\frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2, -\bar{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \bar{\bar{\omega}}_1^2\right)\right]}}\,, \qquad (35)$$

або

$$b = \frac{4\Delta_1 m \Delta_2 m\left(\bar{\omega}_1^2, -\bar{\bar{\omega}}_1^2\right)}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2 - \bar{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \bar{\bar{\omega}}_1^2\right)\right]} \times \sqrt{\frac{2\Delta_1 m\left(\bar{\omega}_1^2, -\bar{\bar{\omega}}_1^2\right)\left[\bar{\bar{\omega}}_1^2\left(1+\frac{\Delta_1 m}{m}\right)^2 - 2\omega_1^2\right]}{\left[\Delta_2 m\left(\omega_1^2, -\bar{\omega}_1^2\right) - \Delta_1 m\left(\omega_1^2 - \bar{\bar{\omega}}_1^2\right)\right]}}\,. \qquad (36)$$

Отримані аналітичні співвідношення (22), (23), (24), (25), (28), (29), (30), (31), (32), (33), (34), (35), (36) можуть знайти застосування для визначення інерційно-жорсткісних і дисипативних параметрів нелінійних коливальних систем, коливальні процеси яких відносяться до класу швидкозатухаючих або швидкозростаючих із повільно змінювальним коефіцієнтом демпфування (опору) і частотою вільних коливань на обмеженому часовому інтервалі, математична модель яких відповідає лінійному однорідному диференціальному рівнянню другого порядку, а асимптотичні рішення визначають для відповідного нелінійного диференціального рівняння із швидкозатухаючими або швидкозростаючими нелінійними коливаннями із кінцевим значенням коефіцієнта затухання.

Спосіб визначення параметрів нелінійної сильно дисипативної коливальної системи реалізують на підставі наступного алгоритму:

1) формують режим вільних коливань досліджувальної нелінійної сильно дисипативної коливальної системи. Задають значення першої початкової X_{a1} і першої кінцевої X_{a2} амплітуд вільних коливань цієї нелінійної системи;

2) при фіксації зміни амплітуди вільних затухаючих коливань від першого початкового X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2} реєструють і запам'ятовують значення першого часового інтервалу $\Delta_1 t$ і число n_1 циклів (періодів) коливань в цьому часовому інтервалі;

3) повторюють формування режиму вільних коливань нелінійної сильно дисипативної коливальної системи. Задають значення другої початкової X_{a3} і другої кінцевої X_{a4} амплітуд вільних коливань цієї системи;

4) при фіксації зміни амплітуди вільних затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4} реєструють і запам'ятовують значення другого часового інтервалу $\Delta_2 t$ і число n_2 циклів (періодів) коливань в цьому часовому інтервалі;

5) змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом жорсткого з'єднання з масою "m" системи першої додаткової маси $\Delta_1 m$ при такій умові вибору маси $\Delta_1 m(\Delta_1 m \ll m)$, що змінює частоту вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи;

6) формують режим вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи із зміненою інерційністю. Задають значення першої початкової X_{a1} і першої кінцевої X_{a2} амплітуд вільних коливань цієї системи;

7) реєструють і запам'ятовують значення першого часового інтервалу $\Delta_3 t$ і число n_3 циклів (періодів) коливань коливальної системи із зміненою інерційністю при зміні амплітуд затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2};

8) реєструють і запам'ятовують значення другого часового інтервалу $\Delta_4 t$ і число n_4 циклів(періодів) коливань нелінійної коливальної системи із зміненою інерційністю при зміні амплітуди затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4};

9) повторно змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом жорсткого з'єднання з масою "m" системи другої додаткової маси $\Delta_2 m$ при такій умові вибору маси $\Delta_2 m(\Delta_2 m \ll m)$, що змінює частоту вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи;

10) формують режим вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи із зміненою інерційністю. Задають значення першої початкової X_{a1} і першої кінцевої X_{a2} амплітуд вільних коливань цієї системи;

11) реєструють і запам'ятовують значення першого часового інтервалу $\Delta_5 t$ і число n_5 циклів (періодів) коливань коливальної системи із зміненою інерційністю при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового значення X_{a1} до першого кінцевого значення X_{a2};

12) реєструють і запам'ятовують значення другого часового інтервалу $\Delta_6 t$ і число n_6 циклів (періодів) коливань нелінійної дисипативної коливальної системи із зміненою інерційністю при зміні амплітуди затухаючих коливань від другого початкового значення X_{a3} до другого кінцевого значення X_{a4}.

Новим в алгоритмі реалізації способу є проведення операцій вимірювання, фіксації і запам'ятовування п'ятого і шостого часових інтервалів і чисел циклів в цих часових інтервалах при зміні амплітудних значень від першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення нелінійної дисипативної коливальної системи із повторно зміненою інерційністю шляхом жорсткого з'єднання із масою коливальної системи другої додаткової маси.

Спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи реалізують наступним чином:

1) установлюють випробувану конструкцію на рухому платформу вібростенда електродинамічного типу;

2) послідовно реалізують шість режимів вільних коливань досліджувальної конструкції, де перші два режими реалізують без зміни інерційності коливальної системи. В цих режимах фіксують і запам'ятовують числа циклів коливань і часові інтервали при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення (перший режим), від другого початкового значення до другого кінцевого значення (другий режим);

3) реалізують третій і четвертий режими вільних коливань досліджувальної конструкції при зміні інерційності за рахунок жорсткого з'єднання коливальної маси із першою додатковою масою. В цих режимах фіксують і запам'ятовують числа циклів коливань і відповідні часові інтервали при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення (третій режим), від другого початкового значення до другого кінцевого значення (четвертий режим);

4) реалізують п'ятий і шостий режими вільних коливань досліджувальної конструкції при зміні інерційності за рахунок жорсткого з'єднання коливальної маси із другою додатковою масою. В цих режимах фіксують і запам'ятовують числа циклів коливань і відповідні часові інтервали при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення (п'ятий режим), від другого початкового значення до другого кінцевого значення (шостий режим);

5) за допомогою вимірювально-обчислювального комплексу призводять обробку масиву зафіксованих сигналів, що відповідають шести числам циклів і шести значенням часових інтервалів при реалізації шести режимів вільних коливань досліджувальної конструкції і на підставі отриманих аналітичних співвідношень визначають значення інерційно жорсткісних і дисипативних параметрів.

Комп'ютерна верстка М. Ломалова Підписне Тираж 28 прим.

Міністерство освіти і науки України

Державний департамент інтелектуальної власності, вул. Урицького, 45, м. Київ, МСП, 03680, Україна

ДП "Український інститут промислової власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601