

01;05

Влияние коррелированных флуктуаций температуры на фазовую динамику ультратонкой пленки смазки

© А.В. Хоменко

Сумский государственный университет,
40007 Сумы, Украина
e-mail: khom@phe.sumdu.edu.ua

(Поступило в Редакцию 18 января 2006 г. В окончательной редакции 19 июня 2006 г.)

Исследовано плавление ультратонкой пленки смазки при трении между атомарно-плоскими поверхностями с учетом флуктуаций ее температуры, которые описываются процессом Орнштейна–Уленбека. Рассмотрено поведение наиболее вероятного значения сдвиговых напряжений, возникающих в смазке, и построены фазовые диаграммы при переходах второго и первого рода — плавлении аморфной и кристаллической смазки. Показано, что для первого случая флуктуации температуры смазки приводят к типичному для перехода первого рода появлению области прерывистого трения, разделяющей области сухого и жидкостного трения. Во втором случае возникают три прерывистых режима движения, характеризующиеся переходами между сухим, метастабильным и устойчивым жидкостными режимами трения. Увеличение времени корреляции флуктуаций температуры смазки приводит к возрастанию значения температуры трущихся поверхностей, необходимого для реализации жидкостного трения.

PACS: 68.35.Gy, 68.35.Rh

Введение

Благодаря обширному использованию в технике гладких твердых поверхностей, разделенных тонкой пленкой смазки, проблемы трения скольжения продолжают привлекать повышенное внимание [1]. В настоящей работе описывается граничный режим трения, который реализуется в случае ультратонких пленок толщиной менее четырех диаметров молекул, при гладких или шероховатых поверхностях, высоких нагрузках и малых скоростях сдвига. Эксперименты с поверхностями из слюды, кварца, оксидов металлов и мономолекулярных поверхностно-активных веществ, между которыми помещались органические жидкости и водные растворы, показали, что при скольжении происходят превращения между различными типами динамических фаз [2,3]. При этом они проявляют себя в появлении прерывистого (stick-slip) трения [4–6], которое характеризуется периодическими переходами между двумя и более динамическими состояниями во время стационарного скольжения и является основной причиной разрушения и износа трущихся деталей. Таким образом, молекулярно-тонкие пленки смазки подвергаются более чем одному типу перехода, что приводит к существованию различных видов прерывистого режима движения.

Объяснить природу указанных выше аномальных особенностей граничного трения позволило, в частности, экспериментальное исследование реологических свойств пленки смазки [2,3]. Кроме того, с этой целью использовалось теоретическое представление смазочного материала как вязкоупругой среды, обладающей теплопроводностью. Так, в работе [6] на основе уравнения Гинзбурга–Ландау, где параметр порядка определяет сдвиговое плавление и затвердевание, описано экспери-

ментально наблюдаемое поведение ультратонкой пленки смазки. Построена динамическая фазовая диаграмма, определяющая области жидкостного, прерывистого и сухого трения в координатах температура–толщина пленки.

В продолжение [6] в работах [7–9] развит подход, согласно которому переход ультратонкой пленки смазки из твердоподобного в жидкоподобное состояние происходит в результате термодинамического и сдвигового плавления. Проведено совокупное аналитическое описание этих процессов в результате самоорганизации полей сдвиговых напряжений и деформации, а также температуры пленки смазки. Введены аддитивные шумы данных величин и построены фазовые диаграммы, где интенсивности флуктуаций и температура поверхностей трения определяют области жидкостного, прерывистого и сухого трения. Установлены условия реализации в системе режима самоорганизующейся критичности.

Однако, несмотря на то что температура, как правило, определяет состояние смазки, остается открытым вопрос о влиянии ее коррелированных флуктуаций на процесс трения. В настоящей работе в рамках модели Лоренца для описания вязкоупругой среды [7–9] показано, что внутренние флуктуации температуры, которые описываются процессом Орнштейна–Уленбека, приводят к усложнению динамической фазовой диаграммы. Рассмотрен стационарный режим такой системы как в случае непрерывного превращения (разд. 3), соответствующего плавлению аморфной смазки, так и при учете деформационного дефекта модуля сдвига (разд. 4), позволяющем представить плавление кристаллической смазки. Поскольку сдвиговые напряжения, возникающие между смещающимися стенками, характеризуют фазовое состояние смазки, выяснено влияние на их

поведение температуры поверхностей трения. В результате предсказана возможность возникновения в системе различных режимов прерывистого трения. Описано влияние величины времени корреляции исследуемых флуктуаций на фазовую диаграмму.

1. Основные уравнения

В работе [7] на основе реологического описания вязкоупругой среды, обладающей теплопроводностью, получена система кинетических уравнений, которые определяют взаимно согласованное поведение сдвиговых напряжений σ и деформации ε , а также температуры T в ультратонкой пленке смазки в процессе трения между атомарно-плоскими слюдяными поверхностями. Основное предположение использованного подхода состояло в том, что релаксационное уравнение для σ имеет вид

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + G\varepsilon. \quad (1)$$

Здесь первое слагаемое в правой части описывает дебаевскую релаксацию в течение времени $\tau_\sigma \equiv \eta_\sigma/G$, определяемого значениями эффективной вязкости η_σ и нерелаксированного модуля сдвига $G \equiv G(\omega)|_{\omega \rightarrow \infty}$ (ω — круговая частота периодического внешнего воздействия). Путем замены ε/τ_σ на $\partial\varepsilon/\partial t$ кинетическое уравнение (1) сводится к соотношению типа Максвелла для описания вязкоупругой среды, широко используемому в теории граничного трения [1]. В стационарном случае $\dot{\sigma} = 0$ (1) приводит к закону Гука $\sigma = G\varepsilon$.

Релаксационное поведение вязкоупругой смазки в процессе трения описывается также уравнением Кельвина–Фойгта [10]

$$\dot{\varepsilon} = -\varepsilon/\tau_\varepsilon + \sigma/\eta, \quad (2)$$

где τ_ε — время релаксации деформации, η — сдвиговая вязкость. Второе слагаемое в правой части описывает течение вязкой жидкости под действием сдвиговой компоненты напряжений. В стационарном случае $\dot{\varepsilon} = 0$ получаем выражение, подобное закону Гука $\sigma = G_\varepsilon \varepsilon$, где $G_\varepsilon \equiv \eta/\tau_\varepsilon \equiv G(\omega)|_{\omega \rightarrow 0}$ — релаксированное значение модуля сдвига. Поскольку формально (1) не сводится к уравнению Кельвина–Фойгта (2) [10,11], в работе предполагается, что эффективная вязкость $\eta_\sigma \equiv \tau_\sigma G$ не совпадает с действительной η . Кроме того, примем простейшие приближения для температурных зависимостей: $G_\varepsilon(T)$, $G(T)$, $\eta_\sigma(T) = \text{const}$; $\eta = \eta_0(T/T_c - 1)^{-1}$, где $\eta_0 \equiv \eta(T = 2T_c)$ — характерное значение вязкости. Это обусловлено тем, что величины G_ε , G , η_σ зависят от температуры очень слабо, в то время как действительная вязкость η расходится при уменьшении температуры до критического значения T_c [12]. Совместно уравнения (1), (2) представляют новую реологическую модель. Следует отметить, что реологические свойства пленок смазки исследуются экспериментально, что позволяет построить фазовую диаграмму [2,3].

Согласно синергетической концепции [13,14], для дополнения системы уравнений (1), (2), которые содержат параметр порядка σ , сопряженное поле ε и управляющий параметр T , необходимо получить кинетическое уравнение для температуры. Используя основные соотношения теории упругости [7,11], можно вывести уравнение теплопроводности в виде

$$\rho c_v \dot{T} = \frac{\kappa}{l^2} (T_e - T) + \sigma \dot{\varepsilon}. \quad (3)$$

Здесь ρ — плотность смазки, c_v — ее удельная теплоемкость, κ и l — коэффициент и масштаб теплопроводности соответственно, T_e — температура атомарно-плоских поверхностей слюды и полное напряжение $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v$ складывается из упругой σ_{el} и вязкой σ_v составляющих. Первое слагаемое в правой части (3) описывает передачу тепла от слоя смазки к поверхности трения. Второе слагаемое учитывает диссипативный разогрев вязкой жидкости, текущей под действием напряжений, и источник тепла, обусловленный обратимым механокалорическим эффектом, для которого в линейном приближении $T(\partial\sigma_{el}/\partial T)\dot{\varepsilon} \approx \sigma_{el}\dot{\varepsilon}$.

Введем единицы измерения $\sigma_s = (\rho c_v \eta_0 T_c / \tau_T)^{1/2}$, $\varepsilon_s = \sigma_s / G_0 \equiv (\tau_\varepsilon / \tau_T)^{1/2} (\rho c_v T_c \tau_\varepsilon / \eta_0)^{1/2}$, T_c для переменных σ , ε , T соответственно ($G_0 = \eta_0 / \tau_\varepsilon$, $\tau_T \equiv \rho l^2 c_v / \kappa$ — время теплопроводности). Тогда после подстановки в (3) производной $\dot{\varepsilon}$, выраженной по формуле (2), основные уравнения (1)–(3) принимают вид

$$\tau_\sigma \dot{\sigma} = -\sigma + g\varepsilon, \quad (4)$$

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon} = -\varepsilon + (T - 1)\sigma, \quad (5)$$

$$\tau_T \dot{T} = (T_e - T) - \sigma\varepsilon + \sigma^2 + \lambda(t), \quad (6)$$

где введена константа $g = G/G_0$. Уравнения (4)–(6) формально совпадают с синергетической системой Лоренца [13,14], которая используется для описания как фазовых термодинамических, так и кинетических превращений. Отличительной особенностью данной работы является учет влияния флуктуаций температуры на динамику смазки путем введения в уравнение (6) стохастического источника $\lambda(t)$, представляющего процесс Орнштейна–Уленбека [15]:

$$\langle \lambda(t) \rangle = 0, \quad \langle \lambda(t)\lambda(t') \rangle = \frac{I}{\tau_\lambda} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_\lambda}\right), \quad (7)$$

где I — интенсивность флуктуаций, τ_λ — время их корреляции.

Следуя [16], выясним физический смысл величины I . Временная корреляция безразмерной температуры смазки определяется средним значением произведения $\varphi(\tau) = \langle \Delta T(t)\Delta T(t+\tau) \rangle$, где $\Delta T(t)$ — разность между ее текущей и средней температурой. В рамках предположения о квазистационарности флуктуаций ΔT функция $\varphi(\tau)$ принимает вид $\varphi(\tau) = \langle (\Delta T)^2 \rangle \exp(-\xi|\tau|)$. Здесь $1/\xi$ задает время релаксации для установления

равновесия. Полагая, что в этих формулах моменты времени связаны равенством $t + \tau = t'$ и средний квадрат флуктуаций температуры равен $\langle (\Delta T)^2 \rangle = T^2/c_v$, получаем $\langle \Delta T(t) \Delta T(t') \rangle = (T^2/c_v) \exp(-\xi |t' - t|)$. Сравнение данного выражения со вторым равенством (7) дает

$$\lambda(t) = \Delta T(t), \quad \tau_\lambda = 1/\xi, \quad I = T^2/c_v \xi. \quad (8)$$

Следовательно, интенсивность шума I определяется температурой и теплоемкостью смазки c_v . На первый взгляд может показаться, что на приведенных далее фазовых диаграммах $T_e(I)$, каждому значению I отвечает единственное T_e , и вместо областей должна существовать кривая в указанных координатах, движение по которой и описывает эволюцию системы. Однако это не имеет места, поскольку параметр T_e представляет температуру термостата, которая, изменяясь произвольным образом, не определяет однозначно температуру T . Следует лишь полагать, что в результате самоорганизации системы определенному значению T_e может отвечать множество значений T и, согласно (8), интенсивностей I в различные моменты времени. Кроме того, к изменению I приводит вариация c_v с течением времени. Таким образом, уместно говорить о существовании фазовой диаграммы. Интенсивность I можно также изменять за счет произвольного выбора параметра ξ , характеризующего конкретную систему.

Однако здесь, не ограничиваясь таким подходом, флуктуации температуры понимаются в более широком смысле. Это связано с тем, что, как правило, термическое влияние оказывают различные внешние стохастические источники. Кроме того, шум можно равноправным образом интерпретировать как при помощи флуктуаций T , так и T_e . Данное представление шума часто используется при моделировании его в реальных физических системах [15].

В работе [7] плавление ультратонкой пленки смазки в процессе трения между атомарно-плоскими поверхностями слюды представлено как результат спонтанного появления сдвиговых напряжений, приводящих к пластическому течению. Это вызывается нагревом поверхностей трения выше критического значения $T_{c0} = 1 + g^{-1}$. Исходной причиной процесса самоорганизации является положительная обратная связь T и σ с ε (см. (5)), обусловленная температурной зависимостью сдвиговой вязкости, приводящей к ее расходимости. С другой стороны, отрицательная обратная связь σ и ε с T в (6) играет важную роль, поскольку она обеспечивает устойчивость системы.

Согласно такому подходу, смазка представляет очень вязкую жидкость, которая ведет себя подобно аморфному твердому телу: имеет большую эффективную вязкость и все еще характеризуется пределом текучести [2,3,11]. Твердоподобное состояние смазки соответствует сдвиговым напряжениям $\sigma = 0$, поскольку в этом случае уравнение (4), описывающее упругие свойства в стационарном состоянии $\dot{\sigma} = 0$, выпадает из рассмотрения. Уравнение (5), содержащее вязкие напряжения,

сводится к закону Дебая, представляющему релаксацию сдвиговой деформации в течение времени τ_ε . При этом уравнение теплопроводности (6) в случае $\lambda(t) = 0$ принимает вид простейшего выражения для релаксации температуры, которое не содержит слагаемых, представляющих диссипативный разогрев и механокалорический эффект вязкой жидкости.

При ненулевых значениях напряжений σ уравнения (4)–(6) описывают указанные выше свойства, присущие жидкоподобному состоянию смазки. Более того, в соответствии с [6] при отсутствии деформации сдвига тепловое среднеквадратичное отклонение молекул (атомов) определяется равенством $\langle u^2 \rangle = T/Ga$, где a — постоянная решетки или межмолекулярное расстояние. Среднее значение смещения за счет сдвига находится из соотношения $\langle u^2 \rangle = \sigma^2 a^2 / G^2$. Полное среднеквадратичное смещение представляет сумму этих выражений при условии, что тепловые флуктуации и напряжения независимы. Это означает, что плавление смазки вызывается как нагреванием, так и влиянием напряжений, создаваемых твердыми поверхностями при трении. Последнее согласуется с рассмотрением неустойчивости твердоподобного состояния в рамках представления о сдвиговом динамическом плавлении при отсутствии тепловых флуктуаций [6]. В работе [17] показано, что пластическое течение слоя смазки реализуется при наличии в нем упругих напряжений. При этом действие сдвиговых напряжений приводит к уменьшению модуля сдвига смазочного материала. Следовательно, сила трения уменьшается с увеличением относительной скорости движения контактирующих поверхностей $V = l \partial \varepsilon / \partial t$, поскольку оно приводит к росту сдвиговых напряжений, согласно соотношению максвелловского типа между напряжениями σ и деформацией ε : $\partial \sigma / \partial t = -\sigma / \tau_\sigma + G \partial \varepsilon / \partial t$. Будем предполагать, что пленка смазки становится более жидкоподобной, и сила трения уменьшается с возрастанием температуры за счет уменьшения энергии активации скачков молекул.

Данная работа посвящена исследованию влияния стохастического источника $\lambda(t)$ на эволюцию напряжений $\sigma(t)$. Согласно экспериментальным данным для органических смазочных материалов [2,3,6], время релаксации напряжений при нормальном давлении составляет $\tau_\sigma \sim 10^{-10}$ с и возрастает на несколько порядков с ростом давления. Поскольку ультратонкая пленка смазки имеет менее четырех молекулярных слоев, температура релаксирует к значению T_e в течение времени, удовлетворяющего неравенству $\tau_T \ll \tau_\sigma$ [7]. Поэтому предположим, что выполняются адиабатические условия

$$\tau_\sigma \approx \tau_\varepsilon \gg \tau_T, \quad (9)$$

при которых температура смазки T следует за изменением сдвиговых компонент напряжений σ и деформации ε . Тогда в уравнении (6) можно выделить малый параметр и положить $\tau_T \dot{T} \simeq 0$. В результате получаем выражение

для температуры

$$T = T_e - \sigma \varepsilon + \sigma^2 + \lambda(t). \quad (10)$$

Придадим системе (4), (5), (10) более простой вид, сведя ее к единственному уравнению для сдвиговых напряжений $\sigma(t)$. Для этого следует выразить ε и T через σ . Дифференцируя по времени уравнение для деформации ε , полученное из (4), имеем уравнение для $\dot{\varepsilon}$. Подставив эти выражения для ε , $\dot{\varepsilon}$ и равенство (10) в (5), получим эволюционное уравнение в каноническом виде уравнения нелинейного стохастического осциллятора типа генератора ван-дер-Поля

$$m\ddot{\sigma} + \gamma(\sigma)\dot{\sigma} = f(\sigma) + \phi(\sigma)\lambda(t), \quad (11)$$

где параметр m , коэффициент трения γ , сила f и амплитуда шума ϕ определяются выражениями

$$m \equiv \frac{\tau_\sigma \tau_\varepsilon}{g}, \quad \gamma(\sigma) \equiv \frac{1}{g}[\tau_\varepsilon + \tau_\sigma(1 + \sigma^2)],$$

$$f(\sigma) \equiv \sigma(T_e - 1 - g^{-1}) - \sigma^3(g^{-1} - 1), \quad \phi(\sigma) \equiv \sigma. \quad (12)$$

2. Метод эффективного потенциала

Найдем распределение системы в фазовом пространстве, параметризуемом обобщенными „координатой“ σ и „импульсом“ $p \equiv m\dot{\sigma}$ в зависимости от времени t . С этой целью воспользуемся методом эффективного потенциала, описанным в данном разделе на основе работ [18–20]. Представим уравнение Эйлера (11) в гамильтоновой форме

$$\dot{\sigma} = m^{-1}p, \quad \dot{p} = -m^{-1}\gamma(\sigma)p + f(\sigma) + \phi(\sigma)\lambda(t). \quad (13)$$

Статистическое исследование сводится к определению функции $\Pi(\sigma, p, t)$, представляющей плотность вероятности наличия значения напряжения σ и скорости его изменения $\dot{\sigma}$ в заданный момент времени t . Она является усредненной по шуму λ функцией распределения $\rho(\sigma, p, t)$ решений системы (13):

$$\Pi(\sigma, p, t) = \langle \rho(\sigma, p, t) \rangle. \quad (14)$$

Будем предполагать, что функция $\rho = \rho(\sigma, p, t)$ удовлетворяет уравнению непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left[\frac{\partial}{\partial \sigma} (\dot{\sigma} \rho) + \frac{\partial}{\partial p} (\dot{p} \rho) \right] = 0. \quad (15)$$

Подставив сюда равенства (13), приходим к уравнению Лиувилля

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = (\hat{L} + \hat{N}\lambda)\rho, \quad (16)$$

где введены операторы

$$\hat{L} \equiv -\frac{p}{m} \frac{\partial}{\partial \sigma} - \frac{\partial}{\partial p} \left(f - \frac{\gamma}{m} p \right), \quad \hat{N} \equiv -\phi \frac{\partial}{\partial p}. \quad (17)$$

В рамках представления взаимодействия микроскопическая функция распределения определяется выражением $\varpi = e^{-\hat{L}t}\rho$, и уравнение (16) принимает вид $\partial \varpi / \partial t = \hat{\mathfrak{R}}\varpi$, $\hat{\mathfrak{R}} \equiv \lambda(e^{-\hat{L}t}\hat{N}e^{\hat{L}t})$. Метод кумулянтного разложения [21] с точностью до слагаемых порядка $O(\hat{\mathfrak{R}}^2)$ приводит к линейному дифференциальному кинетическому уравнению $\partial \langle \varpi \rangle(t) / \partial t = \left[\int_0^t \langle \hat{\mathfrak{R}}(t)\hat{\mathfrak{R}}(t') \rangle dt' \right] \langle \varpi \rangle(t)$.

Переход от представления взаимодействия к исходному дает уравнение для функции распределения (14)

$$\frac{\partial}{\partial t} \Pi(t) = \left\{ \hat{L} + \int_0^t \langle \lambda(\tau)\lambda(0) \rangle \left[\hat{N}(e^{\hat{L}\tau}\hat{N}e^{-\hat{L}\tau}) \right] d\tau \right\} \Pi(t). \quad (18)$$

Учитывая, что физическое время t намного превышает время корреляции шума τ_λ , верхний предел интегрирования можно положить равным ∞ . Тогда разложение экспонент в (18) приводит к выражению

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = (\hat{L} + \hat{\Lambda})\Pi, \quad (19)$$

где оператор рассеяния

$$\hat{\Lambda} \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \hat{\Lambda}^{(n)}, \quad \hat{\Lambda}^{(n)} \equiv C^{(n)}(\hat{N}\hat{L}^{(n)}) \quad (20)$$

определяется коммутаторами по рекуррентной формуле

$$\hat{L}^{(n+1)} = [\hat{L}, \hat{L}^{(n)}], \quad \hat{L}^{(0)} \equiv \hat{N} \quad (21)$$

($[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$) и моментами корреляционной функции (7)

$$C^{(n)} = \frac{1}{n!} \int_0^\infty \tau^n \langle \lambda(\tau)\lambda(0) \rangle d\tau. \quad (22)$$

Первые из них равны

$$C^{(0)} = I, \quad C^{(1)} = I\tau_\lambda. \quad (23)$$

В общем случае дальнейшее рассмотрение не представляется возможным, поэтому воспользуемся упрощающим предположением, которое заключается в выделении малого параметра $\epsilon \ll 1$, совпадающего с числом Кубо [21]. Полагая в уравнении (11) коэффициент $m = \epsilon^2$ и измеряя обобщенный „импульс“ в единицах ϵ , исследуем случай передемпфированного осциллятора, в котором сила жидкого трения превосходит остальные составляющие в $\epsilon^{-1} \gg 1$ раз. Тогда уравнения (13) принимают вид

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \epsilon^{-1}p, \quad \frac{\partial p}{\partial t} = -\epsilon^{-2}\gamma(\sigma)p + \epsilon^{-1}[f(\sigma) + \phi(\sigma)\lambda(t)]. \quad (24)$$

Соответственно уравнение Фоккера–Планка (19) записывается в форме

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \hat{L} \right) \Pi = \epsilon^{-2}\hat{\Lambda}\Pi, \quad (25)$$

где оператор $\hat{L} \equiv \epsilon^{-1}\hat{L}_1 + \epsilon^{-2}\hat{L}_2$ состоит из компонент $\hat{L}_1 \equiv -p(\partial/\partial\sigma) - f(\partial/\partial p)$, $\hat{L}_2 \equiv \gamma(\partial/\partial p)p$. Опе-

ратор рассеяния $\hat{\Lambda}$ определяется выражениями (17), (20)–(22) и с точностью до слагаемых второго порядка малости имеет вид

$$\hat{\Lambda} = (C^{(0)} + \gamma C^{(1)})\phi^2 \frac{\partial^2}{\partial p^2} + \epsilon C^{(1)}\phi^2 \left[-\frac{1}{\phi} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial}{\partial p} + p \frac{\partial^2}{\partial p^2} \right) + \frac{\partial^2}{\partial \sigma \partial p} \right] + O(\epsilon^2). \quad (26)$$

Поскольку плавление смазки характеризуется напряжением σ и временем t , то рассмотрим проекцию функции распределения на полупространство (σ, t) . Для этого перейдем к уравнению Фоккера–Планка относительно функции $P(\sigma, t)$, используя моменты исходного распределения $P_n(\sigma, t) \equiv \int p^n \Pi(\sigma, p, t) dp$, нулевой из которых дает требуемый результат. Умножив уравнение (25) на p^n и проинтегрировав по всем импульсам, приходим к рекуррентному соотношению

$$\begin{aligned} \epsilon^2 \frac{\partial P_n}{\partial t} - n\gamma P_n + \epsilon \left(\frac{\partial P_{n+1}}{\partial \sigma} + n f P_{n-1} \right) \\ = n(n-1)(C^{(0)} + \gamma C^{(1)})\phi^2 P_{n-2} \\ + \epsilon n C^{(1)} \left[\phi^2 \frac{\partial P_{n-1}}{\partial \sigma} - n\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) P_{n-1} \right] + O(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (27)$$

Далее на основе иерархического подхода к (27) запишем уравнение Фоккера–Планка. При $n=0$ получим уравнение для искомой функции $P = P_0(\sigma, t)$:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\epsilon^{-1} \frac{\partial P_1}{\partial \sigma}. \quad (28)$$

Момент первого порядка P_1 задается равенством

$$P_1 = \frac{\epsilon}{\gamma} \left\{ f P + \frac{\partial P_2}{\partial \sigma} - C^{(1)} \left[\phi^2 \frac{\partial P}{\partial \sigma} - \phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \right) P \right] \right\}, \quad (29)$$

следующим из (27), где положено $n=1$ и учитываются члены первого порядка по $\epsilon \ll 1$. Учет членов нулевого порядка по ϵ при $n=2$ позволяет записать выражение для момента второго порядка P_2 :

$$P_2 = - \left(\frac{C^{(0)}}{\gamma} + C^{(1)} \right) \phi^2 P. \quad (30)$$

В результате уравнение Фоккера–Планка

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \sigma} (D^{(1)} P) + \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(D^{(2)} \frac{\partial P}{\partial \sigma} \right) \quad (31)$$

выражается через коэффициенты дрейфа и диффузии

$$\begin{aligned} D^{(1)} &= \frac{1}{\gamma} \left\{ f - C^{(0)}\phi^2 \frac{\partial \gamma^{-1}}{\partial \sigma} - \phi \frac{\partial \phi}{\partial \sigma} \left(\frac{2C^{(0)}}{\gamma} + C^{(1)} \right) \right\}, \\ D^{(2)} &= \frac{\phi^2}{\gamma} \left(\frac{C^{(0)}}{\gamma} + 2C^{(1)} \right). \end{aligned} \quad (32)$$

Стационарное решение уравнения (31) приводит к распределению

$$P(\sigma) = Z^{-1} \exp \left(\int_0^\sigma \frac{D^{(1)}(x)}{D^{(2)}(x)} dx \right), \quad (33)$$

где $Z = \int_0^\infty d\sigma \exp \left\{ \int_0^\sigma [D^{(1)}(x)/D^{(2)}(x)] dx \right\}$ — нормировочная константа.

3. Непрерывное превращение

Распределение (33), показанное на рис. 1, обладает максимумами, положения которых определяются набором величин $T_e, g, I, \tau_\lambda, \tau_\epsilon$ и τ_σ . При малых значениях температуры трущихся поверхностей T_e реализуется единственный максимум в точке $\sigma_0 = 0$, соответствующий твердоподобному состоянию смазки и режиму сухого трения (кривая 1). С ростом T_e появляется максимум в точке $\sigma_0 \neq 0$, отвечающий стационарному состоянию, в котором происходит спонтанное появление сдвиговых напряжений, приводящее к плавлению смазки, переходу к режиму жидкостного трения и, как следствие, скольжению (кривые 2, 3). С дальнейшим увеличением T_e максимум при нулевом значении напряжения исчезает (кривая 3).

Существование максимумов $P(\sigma)$, соответствующих нулевому и ненулевому значениям напряжений, отвечает области прерывистого (stick-slip) движения, при котором происходят периодические переходы между указанными динамическими режимами трения. Это характерно для режима перемежаемости при плавлении смазки, где имеет место смесь твердоподобного и жидкоподобного состояний. Согласно [8,9], такая ситуация

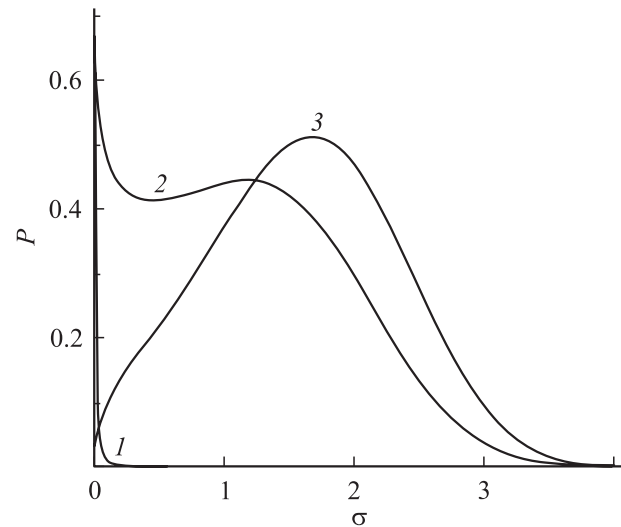


Рис. 1. Функция распределения сдвиговых напряжений для перехода второго рода при $g = 0.2$, $\tau_\sigma = \tau_\epsilon = 0.1$, $\tau_\lambda = 0.2$ и $I = 5$. Кривые 1, 2, 3 отвечают температурам $T_e = 5, 16, 20$ соответственно.

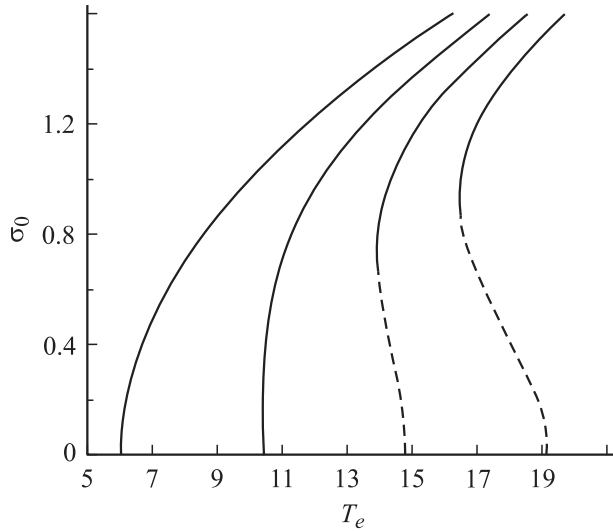


Рис. 2. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e при параметрах рис. 1 и $I = 0$, 2, 4, 6 (соответствующие кривые расположены слева направо).

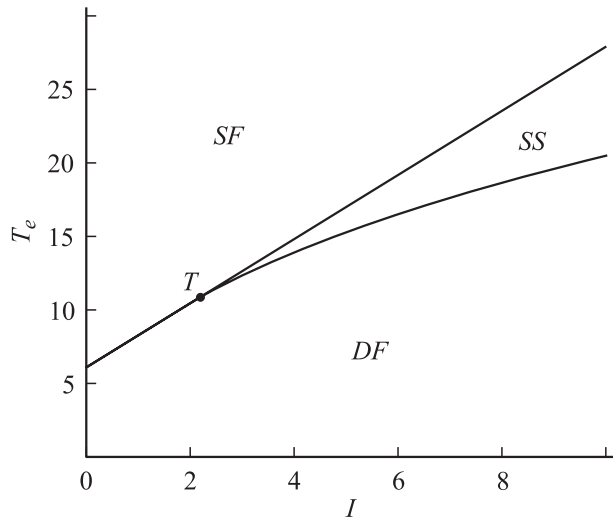


Рис. 3. Фазовая диаграмма, соответствующая параметрам рис. 1, с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистого (SS) трения (T — трикритическая точка).

возможна даже при нулевой температуре T_e поверхностей трения, если интенсивность аддитивных флуктуаций деформации превышает критическое значение $I_\varepsilon = (1 + 2g^{-1})/2g$. При этом реализуется поведение, присущее режиму самоорганизующейся критичности, при котором, в отличие от фазового перехода, процесс самоорганизации не требует внешнего воздействия и протекает спонтанным образом [22].

Стационарное состояние сдвиговых напряжений определяется условием экстремума распределения (33)

$$\frac{D^{(1)}(\sigma)}{D^{(2)}(\sigma)} = 0. \quad (34)$$

Подставив сюда выражения (12), (23), (32), приходим к уравнению

$$\left[T_e - \frac{1+g}{g} - \sigma^2 \left(\frac{1-g}{g} \right) - I\tau_\lambda \right] \times [\tau_\varepsilon + \tau_\sigma (1 + \sigma^2)]^2 - 2Ig(\tau_\varepsilon + \tau_\sigma) = 0. \quad (35)$$

Его решение показано на рис. 2, согласно которому рост интенсивности шума I приводит к появлению на монотонной зависимости $\sigma_0(T_e)$ двузначного участка, присущего переходам первого рода. Полагая в (35) $\sigma = 0$, находим предельное значение температуры поверхностей трения

$$T_{e0} = \frac{1+g}{g} + \left(\tau_\lambda + \frac{2g}{\tau_\varepsilon + \tau_\sigma} \right) I, \quad (36)$$

которое обеспечивает переход системы к жидкостному режиму трения. Видно, что T_{e0} растет при увеличении интенсивности шума I и времени корреляции τ_λ . Обратным образом влияют значения времени релаксации сдвиговых напряжений и деформации. На фазовой диаграмме, приведенной на рис. 3, реализуются области сухого (DF), жидкостного (SF) и прерывистого (SS) режимов трения. Рост времени корреляции τ_λ приводит к увеличению значения T_e , отвечающего трикритической точке T при определенной интенсивности I . Очевидно, что при этом область сухого трения расширяется, а жидкостное и прерывистое трение становится все более трудно реализуемым.

4. Учет деформационного дефекта модуля

В действительности модуль сдвига смазки, входящий посредством времени релаксации τ_σ в уравнение (4), зависит от величины напряжений [17]. Это приводит к переходу режима упругой деформации в пластический при характерном значении сдвигового напряжения σ_p , величина которого не превышает σ_s (в противном случае пластический режим не проявляется). Для учета деформационного дефекта модуля вместо τ_σ воспользуемся зависимостью $\tau_\sigma(\sigma)$, предложенной в [7]. В результате уравнение (4) принимает вид

$$\tau_p \dot{\sigma} = -\sigma \left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{1 + \sigma/\alpha} \right) + g_\Theta \varepsilon, \quad (37)$$

где введены время релаксации для пластического режима $\tau_p = \eta_\sigma/\Theta$ (Θ — коэффициент упрочнения), параметр $\theta = \Theta/G < 1$, определяющий отношение углов наклона кривой деформации на пластическом и гукковском участках, постоянные $g_\Theta = G^2/\Theta G_0$ и $\alpha = \sigma_p/\sigma_s$. Тогда в рамках приближения (9) система (37), (5) и (6), как и ранее, сводится к уравнению (11), где параметр m ,

коэффициент трения γ , сила f и амплитуда шума ϕ определяются выражениями

$$m \equiv \frac{\tau_p \tau_\varepsilon}{g_\theta},$$

$$\gamma(\sigma) \equiv \frac{1}{g_\theta} \left[\tau_\varepsilon \left(1 + \frac{\theta^{-1} - 1}{(1 + \sigma/\alpha)^2} \right) + \tau_p (1 + \sigma^2) \right],$$

$$f(\sigma) \equiv \sigma \left[T_e - 1 - \frac{1}{g_\theta} \left(\frac{\theta^{-1} + \sigma/\alpha}{1 + \sigma/\alpha} \right) \right] - \sigma^3 \left[\frac{1}{g_\theta} \left(\frac{\theta^{-1} + \sigma/\alpha}{1 + \sigma/\alpha} \right) - 1 \right],$$

$$\phi(\sigma) \equiv \sigma. \quad (38)$$

Согласно методу, описанному в разд. 2, стационарное состояние сдвиговых напряжений определяется условием (34), которое с учетом выражений (23), (38), (32) принимает вид

$$\left\{ T_e - 1 - \frac{1}{g_\theta} \left(\frac{\theta^{-1} + \sigma/\alpha}{1 + \sigma/\alpha} \right) - \sigma^2 \left[\frac{1}{g_\theta} \left(\frac{\theta^{-1} + \sigma/\alpha}{1 + \sigma/\alpha} \right) - 1 \right] - I \tau_\lambda \right\} \gamma^2 - 2I\gamma + \frac{2I\sigma}{g_\theta} \left[\tau_p \sigma - \tau_\varepsilon \frac{\theta^{-1} - 1}{\alpha(1 + \sigma/\alpha)^3} \right] = 0. \quad (39)$$

Полагая в (39) $\sigma = 0$, находим равенство, аналогичное по смыслу (36), которое дает границу существования максимума распределения (33) при нулевом значении напряжения, соответствующего твердоподобному состоянию смазки

$$T_{e0} = \frac{\theta^{-1} + g_\theta}{g_\theta} + \left(\tau_\lambda + \frac{2g_\theta}{\theta^{-1}\tau_\varepsilon + \tau_p} \right) I. \quad (40)$$

Зависимость стационарных значений сдвиговых напряжений от температуры поверхностей трения $\sigma_0(T_e)$ является решением уравнения (39) и показана на рис. 4. Из рисунка видно, что возрастание интенсивности шума I приводит к появлению двух стационарных состояний, которые отвечают максимумам функции распределения $P(\sigma)$ (33) при ненулевых напряжениях σ . Отсюда можно заключить, что существуют два стационарных значения напряжения, при которых плавится смазка [7], определяющиеся величинами T_e , g_θ , I , θ , α , τ_λ , τ_p и τ_ε . Меньшее из этих значений отвечает метастабильному жидкоподобному состоянию смазки (штриховая кривая), а большее (сплошная) — ее устойчивому жидкоподобному состоянию, их разделяет неустойчивое состояние (штрихпунктир), которое соответствует минимуму вероятности (33).

Фазовые диаграммы, характерные для данной системы, представлены на рис. 5. Здесь область DF отвечает существованию лишь одного максимума вероятности $P(\sigma)$ при нулевом значении напряжения σ . Этот

максимум соответствует твердоподобному состоянию смазки, или сухому трению [7,8]. В области прерывистого трения (SS) сосуществуют твердоподобная и жидкоподобная фазы смазки, т.е. кроме нулевого на зависимости $P(\sigma)$ появляется еще один максимум, который отвечает плавлению смазки или жидкостному трению. Для области $SS + SF$ характерен самый сложный вид функции $P(\sigma)$. Здесь сосуществуют твердоподобное, метастабильное и устойчивое жидкоподобные состояния смазки, отвечающие максимумам $P(\sigma)$. Это означает возможность реализации прерывистого (stick-slip) трения, при котором происходят периодические переходы между динамическими режимами трения, соответствующими трем указанным состояниям. Следует отметить, что данная область, в отличие от других, при изменении параметров системы может не реализоваться (рис. 5, *b*).

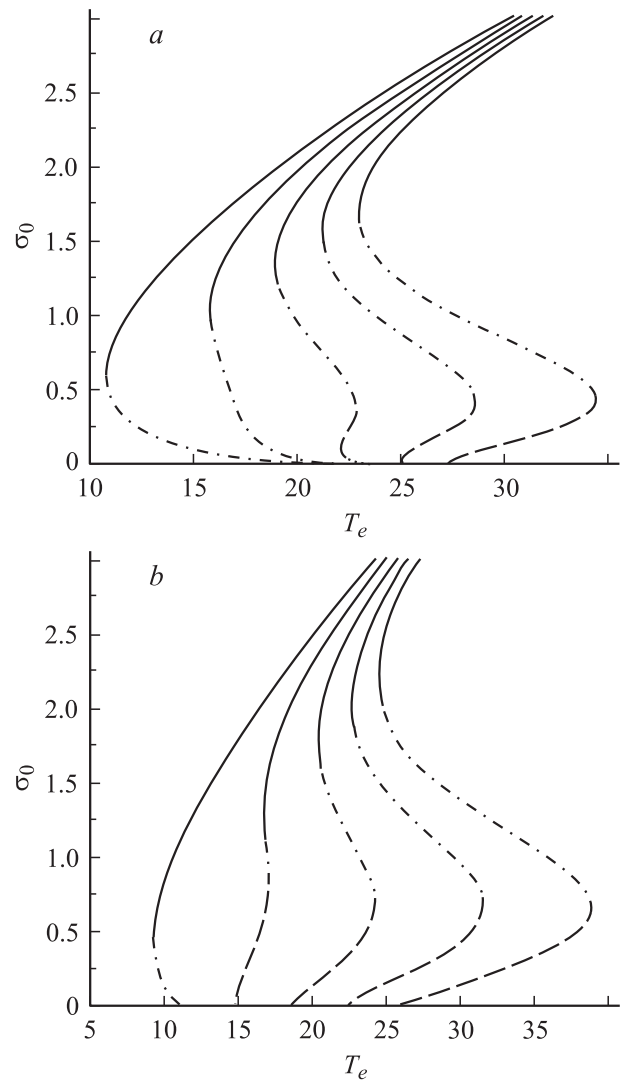


Рис. 4. Зависимость стационарного значения сдвиговых напряжений σ_0 от температуры T_e для перехода первого рода при $\tau_p = \tau_\varepsilon = \tau_\lambda = 0.1$, $\theta^{-1} = 7$ и $I = 0, 2, 4, 6, 8$ (соответствующие кривые расположены слева направо): *a* — $g_\theta = 0.4$, $\alpha = 0.3$; *b* — $g_\theta = 0.7$, $\alpha = 0.8$.

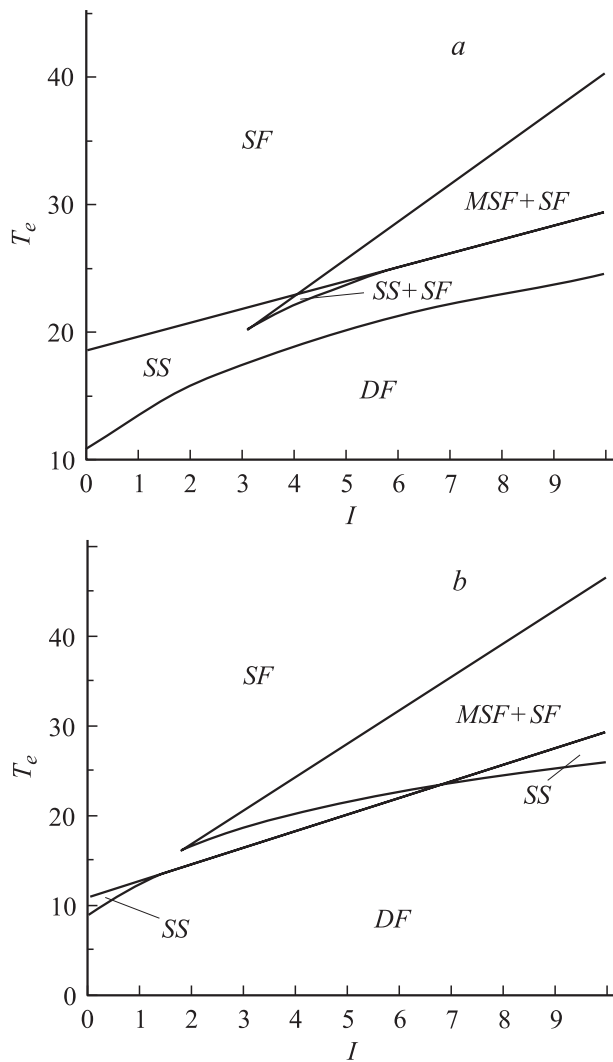


Рис. 5. Фазовые диаграммы с областями жидкостного (SF), сухого (DF) и прерывистых (SS , $MSF + SF$, $SS + SF$) режимов трения, соответствующие параметрам рис. 4.

Область SF отвечает устойчивому жидкостному трению, т.е. жидкоподобной фазе смазки при единственном стационарном значении напряжения. В области прерывистого движения $MSF + SF$ метастабильный и устойчивый жидкостные режимы трения могут периодически сменять друг друга. Характерно, что переход из области $SS + SF$ в $MSF + SF$ сопровождается исчезновением в системе сухого трения. С ростом времени корреляции шума τ_λ область сухого трения (DF) расширяется, а жидкостного (SF) — уменьшается.

Заключение

Проведенное рассмотрение показывает, что увеличение температуры трущихся поверхностей T_e может сопровождаться самоорганизацией системы, приводящей к режиму жидкостного трения. При этом существенную

роль играет степень скоррелированности изменения температуры смазки T . Если время корреляции τ_λ увеличивается, то для перехода от сухого к жидкостному режиму трения при заданной интенсивности I флуктуаций T необходимо увеличение температуры поверхностей трения. В случае непрерывного превращения при малых интенсивностях I этот переход происходит, минуя область режима прерывистого трения, т.е. имеет характер перехода второго рода — плавления аморфной смазки. В обратном случае больших I реализуется переход первого рода, соответствующий плавлению кристаллической смазки.

Для описания перехода первого рода проведен учет дефекта модуля сдвига. Показано, что изменение интенсивности флуктуаций I и температуры трущихся поверхностей T_e может перевести систему из режима сухого трения к жидкостному, при этом последний возникает при двух значениях сдвиговых напряжений. Соответственно на фазовой диаграмме появляются области, где прерывистое (stick-slip) движение характеризуется периодическими переходами между метастабильными и устойчивыми жидкостными режимами трения.

Автор благодарен организаторам и участникам Рабочего совещания—семинара Института физики конденсированных систем НАН Украины (Львов, 2–3 июня 2005 г.) в рамках V Всеукраинского конкурса молодых ученых в области статистической физики и теории конденсированной среды за обсуждение и поддержку работы. Выражаю благодарность Я.А. Ляшенко за внимательное прочтение и обсуждение работы.

Выполнение работы поддержано стипендией Кабинета министров Украины.

Список литературы

- [1] Persson B.N.J. Sliding friction. Physical Principles and Applications. Berlin: Springer-Verlag, 1998. 462 p.
- [2] Yoshizawa H., Chen Y.-L., Israelachvili J. // J. Phys. Chem. 1993. Vol. 97. P. 4128–4140.
- [3] Yoshizawa H., Israelachvili J. // J. Phys. Chem. 1993. Vol. 97. P. 11 300–11 313.
- [4] Smith E.D., Robbins M.O., Cieplak M. // Phys. Rev. B. 1996. Vol. 54. P. 8252–8260.
- [5] Krim J., Solina D.H., Chiarello R. // Phys. Rev. Lett. 1991. Vol. 66. P. 181–184.
- [6] Aranson I.S., Tsimring L.S., Vinokur V.M. // Phys. Rev. B. 2002. Vol. 65. P. 125 402.
- [7] Khomenko A.V., Yushchenko O.V. // Phys. Rev. E. 2003. Vol. 68. P. 036 110.
- [8] Khomenko A.V. // Phys. Lett. A. 2004. Vol. 329. Iss. 1–2. P. 140–147.
- [9] Хоменко А.В., Ляшенко Я.А. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 11. С. 17–25.
- [10] Реология / Под ред. Ф. Эйриха. М.: ИЛ, 1962. 824 с. (Rheology: Theory and Applications / Ed. by F.R. Eirich. New York: Academic, 1956).

- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
- [12] Олемской А.И., Торопов Е.А. // ФММ. 1991. № 9. С. 5–29.
- [13] Хакен Г. Синергетика. М.: Мир, 1980. 404 с. (Haken H. Synergetics. An Introduction. Berlin: Springer, 1977).
- [14] Олемской А.И., Хоменко А.В. // ЖЭТФ. 1996. Т. 110. Вып. 6(12). С. 2144–2167.
- [15] Гардинер К.В. Стохастические методы в естественных науках. М.: Наука, 1985. 527 с. (Gardiner C.W. Handbook of Stochastic Methods. Berlin: Springer, 1983).
- [16] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Ч. 1. М.: Наука, 1995. 608 с.
- [17] Попов В.Л. // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 5. С. 100–110.
- [18] Харченко Д.О. // УФЖ. 1999. Т. 44. № 5. С. 647–654.
- [19] Khotenko A.V., Kharchenko D.O., Yushchenko O.V. // Вест. Львовского ун-та. 2004. Вып. 37. С. 44–56.
- [20] Ющенко О.В. Автореф. канд. дисс. Сумы: Сумской ГУ, 2004. 147 с.
- [21] Ван Кампен Н.Г. Стохастические процессы в физике и химии. М.: Высш. шк. 1990. 376 с. (Van Kampen N.G. Stochastic Processes in Physics and Chemistry. Amsterdam: North-Holland, 1981).
- [22] Bak P. How Nature Works: the Science of Self-Organized Criticality. New York: Springer-Verlag, 1996. 212 p.