

УДК 62-137+532.5

**АНАЛИЗ СВОБОДНЫХ РАДИАЛЬНО-УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ  
РОТОРА ЦЕНТРОБЕЖНОГО НАСОСА В ЩЕЛЕВЫХ УПЛОТНЕНИЯХ**

**В. А. Марцинковский**, д-р техн. наук, профессор;

**С. Н. Гудков**, зав. лабораторией;

**А. А. Жулёв**, студент,

*Сумский государственный университет, г. Сумы, Украина*

*Рассмотрены совместные радиально-угловые колебания однодискового ротора в щелевых уплотнениях центробежных насосов. Уравнения колебаний дополнительно включают локальные инерционные, демпфирующие, потенциальные, гироскопические и циркуляционные гидродинамические силы и моменты, возникающие в щелевых уплотнениях. Приведены результаты численных расчетов собственных частот двух моделей ротора как при постоянных перепадах давления на уплотнениях, так и при квадратичной зависимости перепадов от частоты вращения ротора. Оценено влияние на собственные частоты и критические скорости конусности кольцевых зазоров щелевых уплотнений.*

**Ключевые слова:** ротор, щелевое уплотнение, радиально-угловые колебания, частота, диаграмма.

*Розглянуті спільні радіально-кутові коливання однодискового ротора у шпаринних ущільненнях відцентрових насосів. Рівняння коливань додатково включають локальні інерційні, демпфівальні, потенційні, гіроскопічні та циркуляційні гідродинамічні сили і моменти, що виникають у шпаринних ущільненнях. Наведені результати чисельних розрахунків власних частот двох моделей ротора як при постійних перепадах тиску на ущільненнях, так і при квадратичній залежності перепадів від частоти обертання ротора. Оцінений вплив на власні частоти та критичні швидкості конусності кільцевих зазорів шпаринних ущільнень.*

**Ключові слова:** ротор, шпаринне ущільнення, радіально-кутові коливання, частота, діаграма.

### 1. ВВЕДЕНИЕ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Технический уровень современных центробежных машин на высокие параметры во многом оценивается их вибрационным состоянием, о чем свидетельствует непрерывное ужесточение норм на уровень вибраций. По требованиям международного стандарта ISO 9908 для насосов с рабочей частотой вращения до 4500 об/мин допустимая виброскорость составляет 4,5 мм/с. По американскому стандарту API 610 среднеквадратичный уровень виброскорости на подшипниковых опорах не должен превышать 3 мм/с.

Вибросостояние любой роторной машины, в том числе центробежной, определяется прежде всего динамикой ротора. Отстройка ротора от резонансных режимов на стадии проектирования требует вычисления его собственных и критических частот. Особенностью роторов центробежных насосов является то, что они вращаются в щелевых уплотнениях, на

которых дросселируются большие перепады давления. В результате, со стороны нестационарного потока вязкой жидкости в кольцевых зазорах уплотнений на ротор действуют радиальные гидродинамические силы и моменты, оказывающие решающее влияние на динамику ротора и на вибростояние машины в целом.

На ротор действуют силы давления различной природы: инерционные, позиционные, демпфирующие, гироскопические и циркуляционные. Все они зависят от конструкции уплотнений и по-разному влияют на вибрации. Оценка этого влияния на собственные частоты позволяет создавать конструкции целевых уплотнений, обеспечивающих требуемую отстройку от резонансных режимов. Таким образом, задача вычисления собственных частот ротора в целевых уплотнениях имеет важное практическое значение.

Для решения поставленной задачи используются выражения сил и моментов, полученные в работе [1] для расчетной модели целевого уплотнения, показанной на рис. 1. В качестве объекта анализа принят однодисковый невесомый, упругий ротор с диском между жесткими опорами и консольный ротор (рис. 2). Диск расположен в двух одинаковых целевых уплотнениях, на которых дросселируется одинаковый осевой перепад давления  $\Delta p_0$ . Выбор такой упрощенной модели оправдывается тем, что на ней четко проявляется влияние динамических характеристик и геометрических параметров уплотнений.

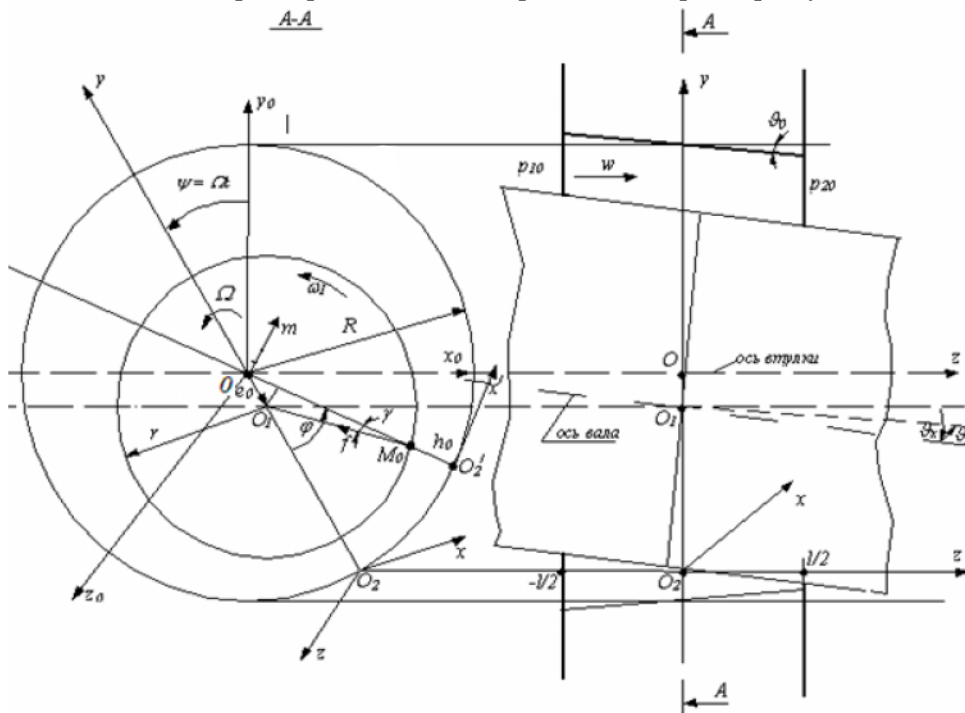


Рисунок 1 – Расчетная схема целевого уплотнения с подвижной втулкой

Колебания диска определяются двумя радиальными координатами его геометрического центра и двумя углами поворота главных центральных осей инерции относительно их положения в начальном недеформированном состоянии вала [2, 3]. Осевые смещения диска не учитываются из-за их малости. В уравнениях движения ротора используются гидродинамические силы и моменты, полученные для автомодельной области турбулентного течения, характерной для высоконапорных центробежных насосов.

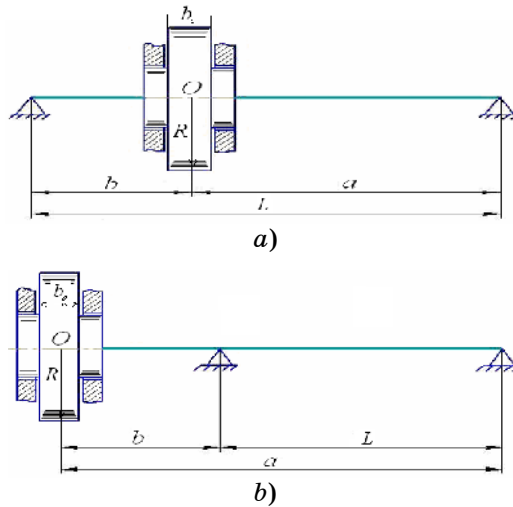


Рисунок 2 – Типовые схемы однодискового ротора в щелевых уплотнениях: а – с диском между опорами (модель Р-1); б – консольного (модель Р-2)

## 2. УРАВНЕНИЯ СВОБОДНЫХ РАДИАЛЬНО-УГЛОВЫХ КОЛЕБАНИЙ

Линеаризованные выражения гидродинамических сил и моментов, возникающих в щелевых уплотнениях с конусностью и действующих на диск, приведены в работе [1] - формулы (8.32-8.40). В них использованы безразмерные радиальные и модифицированные угловые координаты

$$u_x = x/H, \quad u_y = y/H, \quad \theta_x = \vartheta_x l/2H, \quad \theta_y = \vartheta_y l/2H, \quad (1)$$

где  $l$  – длина;  $H = R_2 - R_1$  – средний радиальный зазор щелевых уплотнений. Если проекции суммарных относительных сил и моментов обозначить

$$F_{s(x,y)}^* = \frac{F_{s(x,y)}}{Hm}, \quad M_{s(x,y)}^* = \frac{M_{s(x,y)}l}{2HI} \quad (2)$$

( $m, I$  – масса и экваториальный момент инерции диска), то уравнения свободных совместных радиально-угловых колебаний ротора примут вид

$$\begin{aligned} \ddot{u}_x + a_{20}\dot{u}_x + \Omega_{u0}^2 u_x - \alpha_0 \theta_y - F_{sx}^* &= 0, \\ \ddot{u}_y + a_{20}\dot{u}_y + \Omega_{u0}^2 u_y + \alpha_0 \theta_x - F_{sy}^* &= 0; \\ \ddot{\theta}_x + b_{20}\dot{\theta}_x + \Omega_{\theta 0}^2 \theta_x + b_{40}\dot{\theta}_y + \beta_0 u_y - M_{sx}^* &= 0, \\ \ddot{\theta}_y + b_{20}\dot{\theta}_y + \Omega_{\theta 0}^2 \theta_y - b_{40}\dot{\theta}_x - \beta_0 u_x - M_{sy}^* &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

$$I_0 = \frac{mR^2}{2}, \quad I = \frac{mR^2}{4} + \frac{mb_e^2}{12}, \quad j_0 = \frac{I_0}{I} = \frac{2}{1 + b_e^2/3R^2} < 2,$$

$$\alpha_0 = \frac{2k_{12}}{ml} [c^{-2}], \quad \beta_0 = \frac{k_{12}l}{2I} [c^{-2}], \quad a_{20} = \frac{c_{u0}}{m} [c^{-1}], \quad b_{20} = \frac{c_{\theta 0}}{I} [c^{-1}], \quad b_{40} = j_0\omega [c^{-1}],$$
(4)

где  $b_e$  - приведенная толщина диска;  $R$  - его радиус; для тонких дисков  $I \approx mR^2/4$ ;  $c_{u0}$ ,  $c_{\theta 0}$  - коэффициенты внешнего радиального и углового демпфирования. Коэффициенты радиальной, перекрестной и угловой жесткости вала (рис. 2):

$$k_{11} = 3EI_* \frac{a^3 + b^3}{a^3b^3}, \quad k_{12} = 3EI_* \frac{L|b-a|}{a^2b^2}, \quad k_{22} = 3EI_* \frac{L}{ab};$$
(5)

$$k_{11} = 12EI_* \frac{a+2b}{b^3|4a-b|}, \quad k_{12} = 6EI_* \frac{2a+b}{b^2|4a-b|}, \quad k_{22} = 12EI_* \frac{a}{b|4a-b|}.$$

$$\Omega_{u0}^2 = k_{11}/m, \quad \Omega_{\theta 0}^2 = k_{22}/I$$
(6)

- квадраты собственных частот, не связанных радиальных и угловых колебаний ротора без уплотнений, т. е. собственные частоты парциальных систем;  $\alpha_0$ ,  $\beta_0$  - коэффициенты упругой связи;  $b_{40} = j_0\omega$  - коэффициент, определяющий гироскопический момент диска.

Подставив в уравнения (3) выражения гидродинамических сил и моментов [1], придадим уравнениям свободных колебаний окончательную форму:

$$a_1\ddot{u}_x + a_2\dot{u}_x + a_3u_x + a_4\dot{u}_y + a_5u_y - \alpha_2\dot{\theta}_x - \alpha_3\theta_x + \alpha_4\dot{\theta}_y + (\alpha_5 - \alpha_0)\theta_y = 0,$$

$$a_1\ddot{u}_y + a_2\dot{u}_y + a_3u_y - a_4\dot{u}_x - a_5u_x - \alpha_2\dot{\theta}_y - \alpha_3\theta_y - \alpha_4\dot{\theta}_x - (\alpha_5 - \alpha_0)\theta_x = 0,$$
(7)

$$b_1\ddot{\theta}_x + b_2\dot{\theta}_x + b_3\theta_x + b_4\dot{\theta}_y + b_5\theta_y + \beta_2\dot{u}_x - \beta_3u_x + \beta_4\dot{u}_y + (\beta_5 + \beta_0)u_y = 0,$$

$$b_1\ddot{\theta}_y + b_2\dot{\theta}_y + b_3\theta_y - b_4\dot{\theta}_x - b_5\theta_x + \beta_2\dot{u}_y - \beta_3u_y - \beta_4\dot{u}_x - (\beta_5 + \beta_0)u_x = 0.$$

Коэффициенты этих уравнений выражаются следующими формулами:

$$a_1 = 1 + 2k_g, \quad a_2 = a_{20} + 2(k_d + k_g K_i \theta_0),$$

$$a_3 = a_{30} + a_{31}, \quad a_{30} = \Omega_{u0}^2, \quad a_{31} = 2k_p(\theta_0 + \chi_m), \quad a_4 = k_g \kappa \omega, \quad a_5 = k_d \kappa \omega$$
(8)

$$a_2 = \frac{2}{15} k_g \kappa \omega \theta, \quad \alpha_3 = \frac{2}{5} k_d \kappa \omega \theta, \quad \alpha_4 = \frac{4}{5} k_d \theta_0, \quad \alpha_5 = 2k_p(1 + 2\Delta\chi);$$

$$b_1 = 1 + a_{11}(j + j_c), b_2 = b_{20} + 2k_d j + a_{21}j_c, b_3 = \Omega_{g0}^2 + a_{31}(j_c - b_{3*}j),$$

$$b_4 = b_{40} + b_{41}, b_{41} = a_4(j + j_c), b_5 = a_5(j + j_c); \quad (9)$$

$$\beta_2 = 15\alpha_2 j, \beta_3 = 15\alpha_3 j, \beta_4 = 15\alpha_4 j, \beta_5 = 5\alpha_5 j \frac{\Delta\chi}{1 + 2\Delta\chi};$$

$$K_i = 0,01 \frac{\rho q_0}{\mu}, q_0 = 10 \left( \frac{\Delta p_0 H^3}{\rho l} \right)^{0,5}, b_{3*} = \frac{10\chi_m}{\theta_0 + \chi_m}, \quad (10)$$

$$\chi_m \approx \Delta\chi \approx \frac{1}{1 + 0,02l/H}, j = \frac{ml^2}{60I}, j_c = \frac{ml_c^2}{I},$$

где коэффициенты гидростатической жесткости, демпфирования и инерции в щелевых уплотнениях соответственно:

$$k_p = \Delta p_0 \frac{\pi R_0 l}{2Hm}, [c^{-2}]; k_d = \frac{\pi R_0^3}{120I^2 m} \left( \frac{\rho \Delta p_0 H}{l} \right)^{0,5}, [c^{-1}]; k_g = \rho \frac{\pi R_0 l^3}{12Hm}, [1], \quad (11)$$

где  $K_i [^{-1}]$  - параметр, учитывающий локальную составляющую силы инерции жидкости;  $j$  - безразмерный параметр, характеризующий гидродинамические моменты в щелевом уплотнении: он преобразует коэффициенты радиальной жесткости  $k_g, k_d, k_p$  в соответствующие коэффициенты угловой жесткости  $k_g j, k_d j, k_p j$ ;  $l_c$  - осевое смещение центров уплотнений относительно центра диска.

### 3. ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ

Прежде чем определять собственные частоты, отметим то обстоятельство, что в центробежных насосах перепады давления, дросселируемые на уплотнениях рабочих колес, пропорциональны квадрату частоты вращения [4]. Из формул (10), (11) видно, что коэффициенты  $k_p, k_d, K_i$  зависят от перепада давления. Таким образом, все коэффициенты уравнений движения (7), содержащие  $k_p, k_d, K_i$  в реальных центробежных машинах, зависят от частоты вращения ротора  $\omega$ . Поэтому будем рассматривать два варианта задачи.

В первом варианте дросселируемый на уплотнениях перепад давления  $\Delta p_0$  и соответствующий элементарный расход  $q_0$  сохраняют постоянное, не зависящее от частоты вращения ротора значение. От частоты вращения зависят только следующие коэффициенты:

$$a_4 = a'_4 \omega, a'_4 = k_g \kappa, a_5 = a'_5 \omega, a'_5 = k_d \kappa,$$

$$\alpha_2 = \alpha'_2 \omega, \alpha'_2 = \frac{2}{15} k_g \kappa \theta_0, \alpha_3 = \alpha'_3 \omega, \alpha'_3 = \frac{2}{5} k_d \kappa \theta_0;$$

$$b_4 = b'_4 \omega, b'_4 = j_0 + a'_4(j + j_c), b_5 = b'_5 \omega, b'_5 = a'_5(j + j_c), \quad (12)$$

$$\beta_2 = \beta'_2 \omega, \beta'_2 = 15\alpha'_2 j, \beta_3 = \beta'_3 \omega, \beta'_3 = 15\alpha'_3 j.$$

Такие условия могут, например, иметь место, когда кольцевые зазоры используются в качестве гидростатических подшипников с подводом давления от независимого внешнего источника.

Во втором варианте задачи, характерном для центробежных машин, перепад давления на уплотнениях равен развиваемому центробежным колесом давлению, которое, в свою очередь, пропорционально квадрату частоты вращения ротора [5]

$$\Delta p_0 = B\omega^2, \quad B = \Delta p_n / \omega_n^2, \quad (13)$$

где  $\omega_n, \Delta p_n$  - номинальная рабочая частота вращения ротора и соответствующий ей номинальный перепад давления. Параметр  $B$  определяется геометрией проточной части, прежде всего диаметром рабочего колеса. Для конкретной машины он сохраняет постоянное значение: изменение перепада давления возможно только за счет соответствующего изменения частоты вращения ротора. В этом случае изменяются выражения следующих коэффициентов:

$$K_i = K'_i \omega, \quad k_d = k'_d \omega, \quad k_p = k'_p \omega^2, \quad (14)$$

$$K'_i = 60 \left( \frac{BH}{\rho l^3} \right)^{0,5}, \quad k'_d = \frac{\pi R_0 l^3}{120 H^2 m} \left( \frac{\rho BH}{l} \right)^{0,5}, \quad k'_p = \frac{\pi R_0 l B}{2 H m};$$

$$a_2 = a_{20} + 2(k'_d + k_g \theta_0 K'_i) \omega, \quad a_3 = \Omega_{u0}^2 + 2k'_p (\theta_0 + \chi_m) \omega^2, \quad a_5 = k'_d \kappa \omega^2, \quad (15)$$

$$\alpha_2 = \frac{2}{15} k_g \kappa \theta_0 \omega, \quad \alpha_3 = \frac{2}{5} k'_d \kappa \theta_0 \omega^2, \quad \alpha_4 = \frac{4}{5} k'_d \theta_0 \omega, \quad \alpha_5 = 2k'_p (1 + 2\Delta\chi) \omega^2;$$

$$b_4 = [j_0 + k_g \kappa (j + j_c)] \omega, \quad b_5 = k'_d \kappa (j + j_c) \omega^2, \quad (16)$$

$$\beta_2 = 2k_g \kappa \theta_0 j \omega, \quad \beta_3 = 6k'_d \kappa \theta_0 j \omega^2, \quad \beta_4 = 12k'_d \theta_0 j \omega, \quad \beta_5 = 10k'_p \Delta\chi j \omega^2.$$

Общее решение однородной системы (7) имеет вид

$$u_x = u_{ax} e^{\lambda t}, \quad u_y = u_{ay} e^{\lambda t}, \quad \theta_x = \theta_{ax} e^{\lambda t}, \quad \theta_y = \theta_{ay} e^{\lambda t}, \quad (17)$$

где  $\lambda$  - характеристические показатели или собственные числа системы. Рассматриваемый ротор в щелевых уплотнениях является колебательной системой восьмого порядка с четырьмя обобщенными координатами:  $u_x, u_y, \theta_x, \theta_y$ . Система колеблется относительно устойчивого положения равновесия, поэтому корни характеристического уравнения - четыре пары комплексных сопряженных чисел  $\lambda_1, \lambda_1^*, \lambda_2, \lambda_2^*, \lambda_3, \lambda_3^*, \lambda_4, \lambda_4^*$ . Представим их в развернутом виде:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_1^* \end{pmatrix} = -n_1 \pm i s_1, \quad \begin{pmatrix} \lambda_2 \\ \lambda_2^* \end{pmatrix} = -n_2 \pm i s_2, \quad \begin{pmatrix} \lambda_3 \\ \lambda_3^* \end{pmatrix} = -n_3 \pm i s_3, \quad \begin{pmatrix} \lambda_4 \\ \lambda_4^* \end{pmatrix} = -n_4 \pm i s_4.$$

Мнимые части  $s_k$  корней представляют собственные частоты колебаний, а вещественные  $n_k$  - удельные коэффициенты

демпфирования. Отрицательным значениям  $n_k < 0$  соответствуют колебания с возрастающей во времени амплитудой, т.е. ротор теряет устойчивость; при  $n_k = 0$   $k$ -я составляющая колебаний имеет постоянную амплитуду, ротор находится на колебательной границе устойчивости. Поскольку ротор совершает однонаправленное вращение, отрицательные собственные частоты практического смысла не имеют и в дальнейшем не рассматриваются.

Численный анализ обыкновенных дифференциальных уравнений (7) с целью оценки влияния на собственные частоты основных параметров ротора и щелевых уплотнений будем проводить для двух типовых конструкций одноступенчатых насосов (рис. 2). Исходные данные для модели P-1:  $L = 1,5 м$ ,  $a = 1 м$ ,  $b = 0,5 м$ ; для модели P-2:  $L = 0,8 м$ ,  $a = 1,5 м$ ,  $b = 0,7 м$ . Все остальные параметры одинаковы для обеих моделей.

Параметры ротора:  $d = 0,08 м$ ,  $R = 0,25 м$ ,  $b_e = 0,04 м$ ,  $l_c = 0,06 м$ ; модуль упругости материала вала и приведенная масса ротора  $E_* = 2 \cdot 10^{11} Па$ ,  $m = 120 кг$ ; экваториальный и полярный моменты инерции, подсчитанные для приведенной массы и толщины диска  $I = 1,89 кг \cdot м^2$ ,  $I_0 = 3,75 кг \cdot м^2 \approx 2I$ ,  $j_0 = 1,98 \approx 2$ . Номинальная рабочая частота вращения ротора  $\omega_n = 300 с^{-1}$ , радиальный и угловой коэффициенты внешнего демпфирования принимаем равными нулю:  $a_{20} = b_{20} = 0$ .

Параметры уплотнений:  $R_0 = 0,09 м$ ,  $l = 0,04 м$ ,  $H = 0,25 \cdot 10^{-3} м$ ,  $\kappa = 0,3$ ; номинальный перепад давления, дросселируемый на уплотнениях, -  $\Delta p_n = 1,5 МПа$ . Обобщенный параметр  $B = 16,7 кг/м$ . Перекачиваемая жидкость - вода, температура  $20^{\circ}C$ , плотность  $\rho = 10^3 кг/м^3$ , динамическая вязкость  $\mu = 10^{-3} Па \cdot с$ . Режим движения жидкости - автомодельная область турбулентного течения. Постоянные в обобщенной формуле Блазиуса  $\lambda_0 = C/Re_0^n$ :  $C = 0,04$ ,  $n = 0$ ,  $\lambda_0 = C = 0,04$ .

Для моделей P-1 и P-2 ротора характеристические показатели и собственные частоты вычислены в безразмерном виде

$$\bar{\lambda} = \lambda/\Omega_{u0}, \quad \bar{\omega} = \omega/\Omega_{u0}, \quad \bar{s}_i = s_i/\Omega_{u0}.$$

Результаты вычисления собственных частот в случае постоянного, не зависящего от частоты вращения ротора, перепада давления показаны на рис. 3 (модель P-1) и на рис. 4 (модель P-2). На каждом из рисунков построены зависимости собственных частот от параметра конусности кольцевого зазора щелевых уплотнений в диапазоне  $-0,3 \leq \theta_0 \leq 0,3$  и от частоты вращения.

В случае, когда дросселируемый на уплотнениях перепад давления пропорционален квадрату частоты вращения, перепад давления перестает быть независимым внешним воздействием, он связан с частотой вращения дополнительным соотношением  $\Delta p_0 = B\omega^2$ . В результате внешним воздействием является только частота вращения, а эффект самоужесточения ротора усиливается. Частотные диаграммы модели ротора P-1 с обобщенной постоянной  $B = \Delta p_n/\omega_n^2 = 16,7 кг/м$  показаны на рис. 5. Для большей наглядности диаграммы построены плоскими для

трех значений параметра конусности. Частотные диаграммы модели P-2 подобны, поэтому здесь не приводятся.

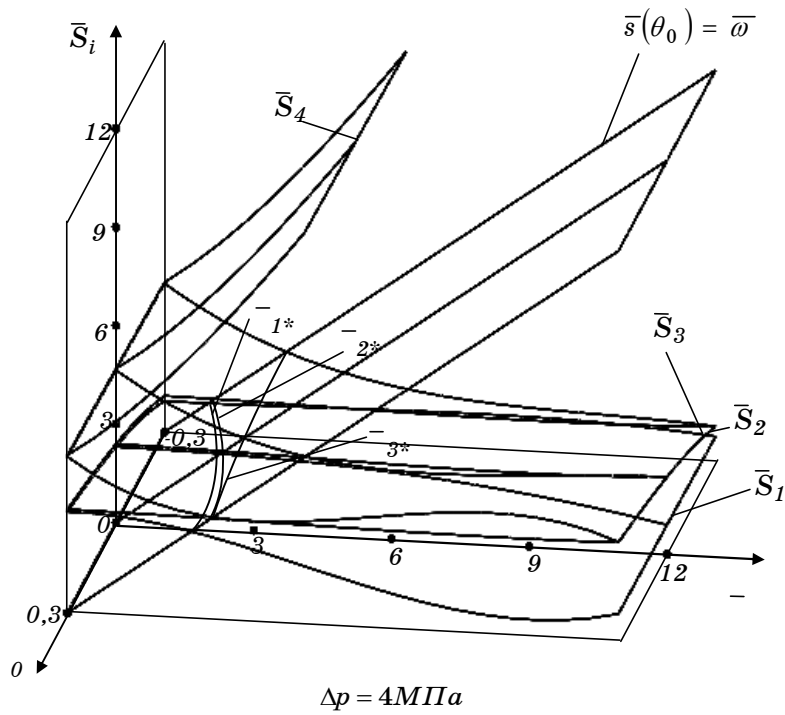
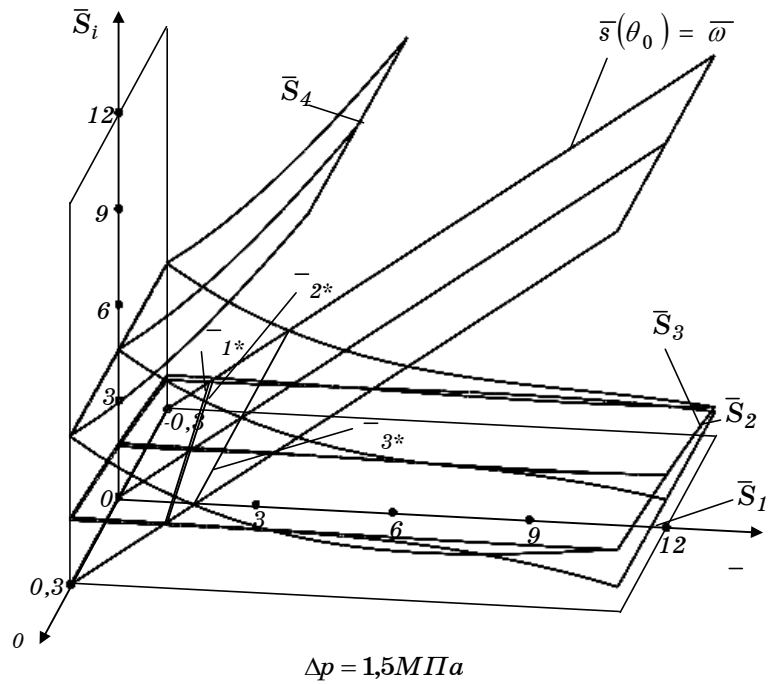


Рисунок 3 – Частотные диаграммы для постоянного перепада давления, модель P-1



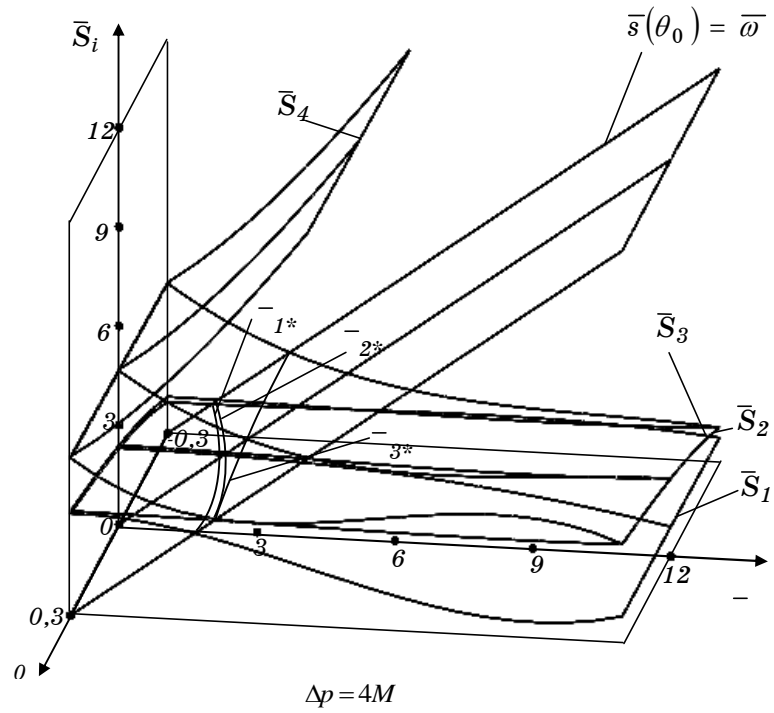
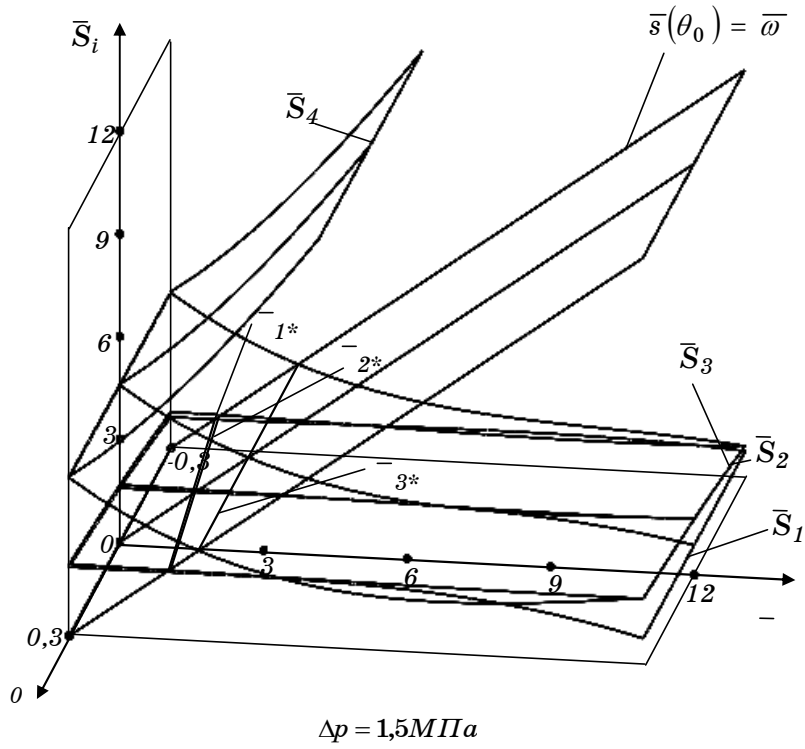


Рисунок 4 – Частотные диаграммы для постоянного перепада давления, модель Р-2

## ВЫВОДЫ

Результаты анализа частотных диаграмм сводятся к следующему.

Увеличение конфужорности ( $\theta_0 > 0$ ) и перепада давления (не зависящего от частоты вращения) повышает первые две собственные частоты  $\bar{s}_1, \bar{s}_2$ , которые мало отличаются одна от другой и близки к парциальным частотам  $\bar{s}_{u1}, \bar{s}_{u2}$  независимых радиальных колебаний [6]. Лишь на высоких перепадах давления  $\Delta p_0 > 5 \text{ МПа}$  и частотах вращения  $\bar{\omega} > 4$  заметно различие этих собственных частот. Две высшие собственные частоты  $\bar{s}_3, \bar{s}_4$  практически не зависят от перепада давления и конусности и близки к парциальным частотам  $\bar{s}_{g1}, \bar{s}_{g2}$  независимых угловых колебаний.

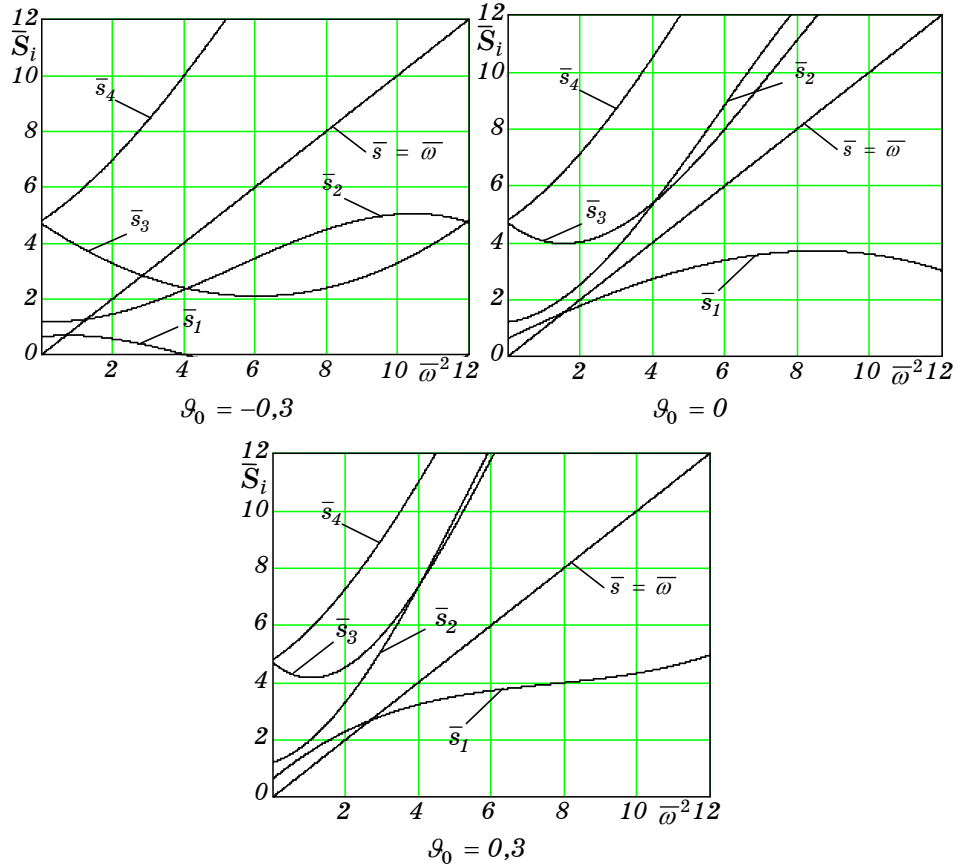


Рисунок 5 - Частотные диаграммы:  $\Delta p_0 \sim \omega^2$ ,  $B = const$ , модель 2

Критические частоты находятся на линиях пересечения плоскости  $\bar{s}(\theta_0, \bar{\omega}) = \bar{\omega}$  с поверхностями  $\bar{s}_{1-4}(\theta_0, \bar{\omega})$ . На рисунках 3, 4 это линии  $\bar{\omega}_{(1-3)*}$ . В общем случае однодисковый ротор имеет четыре критические частоты. Четвертой критической частоты вращения для рассматриваемых примеров (роторы дискового типа,  $j_0 \approx 2 > 1$ ) не существует: гироскопический момент обуславливает самоужесточение ротора.

Диаграммы относительных собственных частот моделей ротора P-1 и P-2 существенных отличий не имеют.

Когда перепад давления на уплотнениях пропорционален квадрату частоты вращения (рис.5), в цилиндрическом ( $\theta_0 = 0$ ) и конфузорном ( $\theta_0 > 0$ ) зазорах происходит интенсивный рост собственных частот (кроме первой) с ростом частоты вращения. Из-за этого критические частоты, которые определяются точками пересечения частотных диаграмм с прямыми  $\bar{s}_i(\bar{\omega}) = \bar{\omega}$ , существуют только для ротора в щелевых уплотнениях с диффузорной формой кольцевого зазора.

Повышение собственных частот роторов дисковой конструкции происходит главным образом за счет радиальных гидростатических сил ( $a_{31}$ ) и суммарных гироскопических моментов ( $b_4 = b_{40} + b_{41}$ ). Соответствующие силовые коэффициенты определяются формулами (8), (9), (11). Подбором геометрических параметров щелевых уплотнений, входящих в эти формулы, можно влиять на величину собственных и критических частот ротора.

На практике для центробежных насосов следует опасаться первой критической частоты, так как более высокие критические частоты, как правило, не достигаются благодаря эффекту самоужесточения ротора в щелевых уплотнениях.

## SUMMARY

### ANALYSIS OF FREE RADIAL-ANGULAR OSCILLATIONS OF THE CENTRIFUGAL PUMP ROTOR IN ANNULAR SEALS

*Martsinkovsky V., Gudkov S., Zhulyov A.*  
Sumy State University, Sumy, Ukraine

*Joint radial-angular oscillations of single disk rotor in annular seals of centrifugal pumps are considered. The oscillation equations additionally include local inertial, damping, potential, gyroscopic and circulating hydrodynamic forces and moments that appear in annular seals. The results of numerical calculations for natural frequencies of two rotor models for constant pressure drops in the seals and for quadratic rotating frequency dependence of pressure drops are presented. The influence on natural frequencies and critical velocities of ring clearances of conicity of annular seals is evaluated.*

**Key words:** rotor, annular seal, radial-angular oscillations, frequency, chart.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Марцинковский В. А. Щелевые уплотнения: теория и практика. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2005. – 416 с.
2. Гробов В. А. Теория колебаний механических систем. – Киев: Изд-во Вища школа, 1982. – 183 с.
3. Ломакин А. А. Центробежные и осевые насосы. – М.; Л.: Машиностроение, 1966. – 364 с.
4. Марцинковский В. А., Ворона П. Н. Насосы атомных электростанций. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 256 с.
5. Марцинковский В. А. Основы динамики роторов. – Сумы: Изд-во СумГУ, 2009. – 307 с.

*Поступила в редакцию 29 марта 2012 г.*