

Державний вищий навчальний заклад  
“Українська академія банківської справи  
Національного банку України”  
Кафедра вищої математики та інформатики

**Т.І. Малютіна, В.М. Долгіх**

# **ВИЩА МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ**

Частина 2

## **Теорія ймовірностей і математична статистика**

Навчальний посібник для самостійного вивчення дисципліни

У 2 частинах

Для студентів економічних спеціальностей  
вищих навчальних закладів

Суми  
ДВНЗ “УАБС НБУ”  
2009

УДК 519.86(075.8)  
М15

Рекомендовано до видання вченою радою Державного вищого навчального закладу “Українська академія банківської справи Національного банку України”, протокол № 4 від 26.12.2008.

Рецензенти:

кандидат технічних наук, доцент

*В.В. Яценко;*

доктор фізико-математичних наук,

професор кафедри математичного моделювання

Львівського національного університету ім. І. Франка

*М.В. Заблоцький*

Відповідальний за випуск

кандидат технічних наук, доцент

*В.В. Яценко*

**Малютіна, Т. І.**

М15

Вища математика для економістів. Ч. 2. Теорія ймовірностей і математична статистика [Текст] : навч. посібник для самостійного вивчення дисципліни : у 2 ч. / Т. І. Малютіна, В. М. Долгіх ; Державний вищий навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України”. – Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2009. – 66 с.

До другої частини посібника включено типову навчальну програму, дані методичні рекомендації щодо виконання індивідуальної роботи, пропонуються задачі для самостійного розв’язання.

Призначений для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

**УДК 519.86(075.8)**

© Малютіна Т.І., Долгіх В.М., 2009

© ДВНЗ “Українська академія банківської справи  
Національного банку України”, 2009

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА КУРСУ .....	5
МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ.....	8
1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ .....	9
1.1. Основні поняття та формули теорії ймовірностей.....	9
1.2. Теорема додавання та множення ймовірностей .....	12
1.3. Формула повної ймовірності та формули Байєса .....	16
1.4. Схема повторних незалежних випробувань Бернуллі.....	19
2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ .....	23
2.1. Дискретна випадкова величина та її числові характеристики .....	23
2.2. Неперервна випадкова величина та її числові характеристики .....	25
2.3. Нормальний розподіл.....	26
2.4. Нерівність Чебишова. Граничні теореми .....	31
2.5. Двовимірна випадкова величина .....	35
3. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ .....	36
3.1. Оцінка параметрів і перевірка гіпотези про нормальний закон розподілу .....	36
3.2. Елементи теорії кореляції .....	47
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ .....	58
ДОДАТКИ .....	60

## ВСТУП

Цей навчальний посібник написано на основі досвіду викладання курсу вищої математики на факультетах обліково-фінансовому та банківських технологій Державного вищого навчального закладу “Українська академія банківської справи НБУ”.

Мета посібника – сприяти активізації самостійної роботи студентів, отримання теоретичних знань й практичних навичок для розв’язання різних прикладних задач в економіці, плануванні та управлінні виробництвом, у фінансовій і комерційній діяльності.

Це зумовило і зміст книги. Дане видання містить типову навчальну програму, методичні рекомендації щодо виконання індивідуальної роботи, завдання для самостійного опрацювання, додатки та список рекомендованої літератури.

Особливістю даного посібника є те, що автори відмовилися від традиції подавати короткі теоретичні відомості, виходячи з того, що студент, вдовольняючись тим мінімумом з теорії, що є в посібнику, розв’язує задачі і не вивчає за підручником теоретичного матеріалу. Замість цього до кожного підрозділу (теми) наведено навчальну літературу, за допомогою якої студенти можуть поповнити і поглибити знання.

# НАВЧАЛЬНА ПРОГРАМА КУРСУ

## I. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ

### Основні поняття та формули теорії ймовірностей

- 1.1. Поняття “випробування” та “подія”. Класифікація подій.
- 1.2. Геометрична інтерпретація подій за допомогою діаграм Венна.
- 1.3. Операції над подіями.
- 1.4. Елементи комбінаторики.
- 1.5. Класичне означення ймовірності.
- 1.6. Геометрична ймовірність.
- 1.7. Відносна частота та статистичне означення ймовірності.

### Основні теореми теорії ймовірностей

- 1.8. Теорема про ймовірність суми скінченного числа несумісних подій.
- 1.9. Теореми множення ймовірностей. Умовна ймовірність.
- 1.10. Незалежні події. Теорема множення для незалежних подій.
- 1.11. Ймовірність появи хоча б однієї з подій.
- 1.12. Теорема додавання ймовірностей сумісних подій.
- 1.13. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

### Схема повторних незалежних випробувань Бернуллі

- 1.14. Формула Бернуллі.
- 1.15. Найбільш ймовірне число настання подій.
- 1.16. Формула Пуассона.
- 1.17. Локальна формула Муавра-Лапласа.
- 1.18. Інтегральна формула Муавра-Лапласа.
- 1.19. Формула обчислення ймовірності відхилення відносної частоти від заданої ймовірності в незалежних випробуваннях.

## II. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

- 2.1. Класифікація випадкових величин.
- 2.2. Закони розподілу дискретних випадкових величин.
- 2.3. Приклади дискретних випадкових величин.
  - 2.3.1. Біноміальний закон.
  - 2.3.2. Закон Пуассона.
- 2.4. Функції розподілу неперервних випадкових величин та їх властивості.
  - 2.4.1. Інтегральна функція розподілу.
  - 2.4.2. Емпірична функція розподілу.

- 2.4.3. Диференціальна функція розподілу.
- 2.5. Приклади неперервних випадкових величин.
  - 2.5.1. Рівномірний розподіл.
  - 2.5.2. Показниковий розподіл.
  - 2.5.3. Нормальний розподіл.
- 2.6. Операції над випадковими величинами.
- 2.7. Геометричне зображення випадкових величин.

### **Числові характеристики випадкових величин та їх властивості**

- 2.8. Математичне сподівання.
- 2.9. Моменти та інші числові характеристики випадкових величин.
- 2.10. Дисперсія.
- 2.11. Стандартне середньоквадратичне відхилення.
- 2.12. Нормальний закон розподілу та його характеристики.
- 2.13. Використання випадкових величин при обчисленні характеристик ризику.
- 2.14. Двовимірні випадкові величини.
- 2.15. Числові характеристики двовимірних випадкових величин.
- 2.16. Коефіцієнти варіації та кореляції.
- 2.17. Функції розподілу двовимірних випадкових величин.

### **Закон великих чисел**

- 2.18. Нерівність Чебишова.
- 2.19. Теорема Чебишова.
- 2.20. Теорема Бернуллі.
- 2.21. Теорема Ляпунова.

## **III. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ**

- 3.1. Основні задачі математичної статистики.
- 3.2. Вибірковий метод і способи відбору.
- 3.3. Геометричне зображення вибірки.
- 3.4. Статистичні оцінки параметрів розподілу та їх класифікація.
- 3.5. Оцінки для генеральних середніх і дисперсій.
- 3.6. Точність оцінки та довірчі інтервали.
- 3.7. Приклади побудови інтервалів довіри.
- 3.8. Статистичні гіпотези та їх класифікація.
- 3.9. Статистичні критерії перевірки нульової гіпотези.
- 3.10. Поняття про критичні точки та критичні області.
- 3.11. Приклади на знаходження критичних областей.
- 3.12. Поняття про критерій згоди. Критерій згоди Пірсона.

- 3.13. Побудова нормальної кривої за статистичними даними. Методика розрахунків теоретичних частот нормального розподілу.
- 3.14. Поняття про кореляційну залежність. Умовна середня.
- 3.15. Вибіркове рівняння регресії. Лінійна та нелінійна регресії.
- 3.16. Метод найменших квадратів знаходження параметрів регресії.
- 3.17. Вибірковий коефіцієнт кореляції та його властивості.
- 3.18. Поняття про множинну кореляцію.
- 3.19. Основні характеристики виробничих функцій.
- 3.20. Нелінійна кореляція.
- 3.21. “Лінеаризація” нелінійних кореляційних функцій за допомогою розв’язків лінійних диференціальних рівнянь.

## **МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОЇ РОБОТИ**

Для оптимального засвоєння матеріалу перш ніж братися до розв'язання задач потрібно за підручником добре вивчити теоретичний матеріал, який стосується даної теми, потім розглянути наведені задачі з розв'язками, відповіді на питання самоконтролю і обов'язково закріпити знання розв'язуванням задач, наведених для самостійної роботи.

При виконанні завдань для самостійного опрацювання студенти повинні керуватись такими вказівками:

- роботу слід виконувати в окремому зошиті, на зовнішній обгортці якого повинні бути вказані прізвище та ініціали студента, група і номер варіанта;
- рішення всіх задач і пояснення до них повинні бути достатньо повними;
- всі обчислення повинні бути наведені повністю, рисунки та графіки повинні бути виконані акуратно, чітко, з указанням одиниць масштабу, координатних осей, позначення до задач повинні відповідати позначенням на рисунках;
- для зауважень викладача на кожній сторінці слід залишати поле.

У випадку, якщо індивідуальна робота не зарахована, студент повинен виправити в ній усі помилки і подати її на повторне рецензування.

Кожен студент повинен розв'язати 11 задач. Номер варіанта визначає викладач.

Робота вважається виконаною за умови її успішного захисту. Захист призначається після попередньої перевірки роботи викладачем належно оформлених рішень. Під час захисту студент повинен вміти відповідати на теоретичні питання, пояснити рішення задач, розв'язувати задачі, аналогічні тим, які пропонувалися в завданні.



# 1. ВИПАДКОВІ ПОДІЇ

## Індивідуальне завдання 1

### 1.1. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ФОРМУЛИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

*Література:* [6, гл. 1, § 1-2; задачі 4, 11, 17, 41]; [7, гл. 1, § 1-8]; [12, розділ I, п. 1.1.1-1.1.7]; [13, розділ I, п. 1.1-1.2, приклади 1.1-1.9]; [18, розділ I, § 1-3].

#### *Задача 1*

1. На полиці у довільному порядку розміщені 5 томів. Яка ймовірність, що томи розміщені в порядку зростання чи спадання номерів?
2. На картках написані літери О, П, Р, С, Т. Навмання вибирають чотири картки і розкладають на столі у порядку їх появи. Яка ймовірність одержати слово “ПОРТ”?
3. На чотирьох картках записані числа 1, 2, 3, 4. Навмання вибирають три з них. Яка ймовірність того, що сума вибраних чисел ділиться на 3?
4. П’ять карток пронумеровані цифрами 1, 2, 3, 4, 5. Яка ймовірність того, що сума номерів навмання вибраних двох карток дорівнює 7?
5. В ящику є 10 білих і 5 чорних куль. Навмання беруть 3 з них. Який склад куль за кольором дістати найбільш ймовірно?
6. Дитина грається картками з літерами И, К, Л, М, Н. Яка ймовірність того, що за умови випадкового розміщення 4 літер у ряд утвориться одне із слів “МЛИН”, “КЛИН”, “КЛИМ”?
7. На дев’яти картках написані цифри від 0 до 8. Дві з них виймають навмання і розкладають на столі в порядку появи. Яка ймовірність того, що буде одержане парне число?
8. Цифри 1, 2, 3, 4, 5 написані на картках. Випадковим чином ці картки розкладають у ряд. Яка ймовірність того, що буде одержане непарне число?
9. Одночасно підкидають два гральні кубики. Визначити ймовірність того, що випаде:
  - а) сума очок, що дорівнює 6;
  - б) сума очок дорівнює 8, а різниця – 4.
10. Із ящика, в якому 10 чорних і 5 білих куль, навмання вибирають 7 куль. Знайти ймовірність того, що серед них 3 білі кульі.

11. Із 10 лотерейних білетів два виграшні. Знайти ймовірність того, що серед взятих будь-яких 5 білетів:
  - а) один виграшний;
  - б) хоча б один виграшний.
12. У шаховому турнірі беруть участь 20 чоловік, які випадковим чином поділені на дві групи по 10 чоловік. Знайти ймовірність того, що:
  - а) два найсильніші гравці гратимуть у різних групах;
  - б) 4 найсильніші гравці потраплять по двоє в різні групи.
13. Із літер слова “ЗАДАЧА” вибирають три букви (без повернення). Визначити ймовірність того, що:
  - а) серед відібраних дві букви “А”;
  - б) серед відібраних точно одна буква “А”;
  - в) серед відібраних немає букви “А”.
14. Кидають дві однакові монети. Яка з подій більш ймовірна:
  - а)  $A$  – монети випадають однаковими сторонами;
  - б)  $B$  – монети випадають різними сторонами.
15. З урни, що містить 7 занумерованих кульок, навмання дістають одну за одною кульки. Знайти ймовірність того, що всі вийняті кульки з’являться у порядку нумерації.
16. У білет іспиту входять 4 питання з 45. Студент вивчив 30 питань. Яка ймовірність того, що він буде знати всі 4 питання з навмання взятого білета?
17. З букв розрізаної азбуки складено слово. Потім букви слова перемішуються і навмання беруться одна за одною та розкладаються в ряд у порядку їх появи. Знайти ймовірність того, що буде складено початкове слово, якщо це слово:
  - а) “КНИГА”;
  - б) “МАТЕМАТИКА”.
18. У пеналі знаходиться 4 червоні і 6 зелених олівців. З нього випадково випало 3 олівці. Яка ймовірність того, що два з них виявляться червоними?
19. Куб, всі грані якого пофарбовані, розпиляний на 125 кубиків однакового розміру. Визначити ймовірність того, що вибраний кубик матиме:
  - а) три пофарбовані грані;
  - б) дві пофарбовані грані;
  - в) одну пофарбовану грань;
  - г) всі грані пофарбовані.

20. У лотереї випущено  $n$  білетів, із яких  $m$  виграшних. Куплено  $k$  білетів. Визначити ймовірність таких подій:
- із  $k$  білетів хоч би один виграшний;
  - із  $k$  білетів рівно один виграшний.
21. При наборі телефонного номера абонент забув дві останні цифри і набрав їх навмання, пам'ятаючи тільки, що ці цифри непарні та різні. Знайти ймовірність того, що номер набраний правильно.
22. Серед 17 студентів групи, із яких 8 дівчат, розігрується сім білетів, причому кожен може виграти лише один білет. Яка ймовірність того, що серед володарів білетів будуть 4 дівчини?
23. Для обслуговування рейсу літака потрібно три стюардеси, яких вибирають із 20 дівчат, що претендують на ці місця, 7 із них – блондинки, решта – брюнетки. Яка ймовірність того, що серед вибраних трьох стюардес буде одна брюнетка?
24. На книжковій полиці розставили 7 томів енциклопедії. Яка ймовірність того, що:
- томи 6 і 7 розміщені поряд;
  - томи 2 і 3 не поставлено поряд?
25. При грі у бридж колода з 52 карт ділиться порівну між чотирма гравцями. Знайти ймовірність того, що кожен гравець отримає по одному тузу.
26. На восьми однакових картках написані числа (по одному на кожній картці) 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13. Навмання вибирають дві картки. Знайти ймовірність того, що із двох вибраних чисел можна утворити скоротний дріб.
27. Тризначне число утворене вибором трьох цифр, що не повторюються, із множини  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Знайти ймовірність того, що це число:
- парне;
  - непарне;
  - ділиться на 5.
28. Знайти ймовірність того, що при підкиданні трьох гральних кубиків 5 очок випаде на одному будь-якому кубику, якщо на гранях двох інших кубиків випадуть числа очок, які не співпадають між собою (і не рівні п'яти).
29. В ящику 15 деталей, серед яких 10 пофарбованих. Навмання беруть 5 деталей. Знайти ймовірність, що вилучені деталі пофарбовані.
30. Що ймовірніше витягнути з урни, яка містить 4 чорні та 2 білі кулі: 2 різнокольорові чи 2 чорні кулі?

## 1.2. ТЕОРЕМИ ДОДАВАННЯ ТА МНОЖЕННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ

*Література:* [6, гл. 2, § 1-2; задачі 46, 49, 64, 86]; [7, гл. 2, § 1-3; гл. 3, § 1-5; гл. 4, § 1]; [12, розділ I, п. 1.2]; [13, розділ I, п. 1.3, приклади 1.10-1.12]; [18, розділ I, § 9-13].

### Задача 2

1. Ймовірність, що абітурієнт академії стане студентом – 0,4. Якщо три абітурієнти вибираються навмання, то яка ймовірність, що:
  - а) усі три стануть студентами?
  - б) жодний не стане?
  - в) стане лише один?
2. Студент оцінює ймовірність отримання оцінки “відмінно” в 0,2 і “добре” – в 0,4. Яка ймовірність, що студент:
  - а) не отримає оцінки “відмінно”?
  - б) не отримає оцінки “добре”?
  - в) не отримає ні “відмінно”, ні “добре”?
3. Кошик містить чотири м'ячі у зелені цятки, шість м'ячів у зелені смужки, вісім м'ячів у блакитні цятки і два м'ячі у блакитні смужки. Якщо вибрати навмання м'яч із кошика, то яка ймовірність, що м'яч буде:
  - а) зеленим чи у смужку?
  - б) поцяткованим?
  - в) блакитним чи поцяткованим?
4. *Рейтинг кредиту.* Агенція оцінює стан кредиту, що визначає кредит особи як “відмінний”, “добрий”, “задовільний” і “поганий”. Ймовірність того, що особа отримає відмінний рейтинг – 0,25, добрий – 0,3, задовільний – 0,3. Яка ймовірність того, що особа:
  - а) не матиме відмінного рейтингу?
  - б) не матиме ні доброго, ні відмінного рейтингу?
  - в) матиме не більше ніж добрий рейтинг?
5. Проводилося спостереження над 2 000 споживачів для того, щоб визначити купівельну спроможність стосовно двох типів холодильників. Виявилось, що протягом попереднього літа 500 чоловік придбало марку  $A$ , 350 – марку  $B$ , а 125 – обидві марки  $A$  і  $B$ . Якщо людину вибирають навмання з цієї групи, то яка ймовірність того, що буде:
  - а) придбано марку  $A$ ?
  - б) придбано марку  $B$ , а не  $A$ ?
  - в) придбано марку  $A$  або марку  $B$  чи обидві?
  - г) не придбано жодної марки?

6. У групі спортсменів є 20 лижників, 6 велосипедистів і 4 легкоатлети. Ймовірність виконати кваліфікаційну норму для лижника – 0,96, для велосипедиста – 0,8, для легкоатлета – 0,75. Знайти ймовірність того, що узятий навмання спортсмен виконає кваліфікаційну норму.
7. У таблиці подано кількість голів, забитих протягом однієї ігри та відповідні ймовірності.

Голи за матч ( $n$ )	0	1	2	3	4	5
$P(n)$	0,08	0,24	0,20	0,15	0,12	0,21

Якщо гра вибирається навмання, то яка ймовірність:

- що буде забито не більше ніж три голи?
  - буде забито принаймні один гол?
  - буде забито в межах від одного до трьох голів?
8. Ймовірність того, що покупець, зайшовши у певний магазин, придбає що-небудь – 0,3. Якщо двоє покупців заходять до магазину, то яка ймовірність того, що:
- вони обоє що-небудь куплять?
  - жоден не зробить покупки?
  - один із двох точно зробить покупку?
9. Для отримання кредиту підприємець звертається до двох банків. Ймовірність того, що перший банк не відмовить йому в наданні кредиту, становить 0,7, другий – 0,85. Знайти ймовірність того, що:
- перший або другий банк дасть згоду на кредитування;
  - обидва банки відмовляться надати кредит.
10. Ймовірність того, що ціна окремої акції зростатиме протягом ділового дня дорівнює 0,4. Якщо природа зміни ціни будь-якого дня є незалежною від того, що сталося попереднього дня (днів), то яка ймовірність того, що ціна:
- зростатиме чотири дні підряд?
  - залишиться такою ж чи спадатиме три дні підряд?
  - зростатиме два з трьох днів?
11. Ймовірність того, що буде зроблена бракована деталь, дорівнює 0,12. Якщо процес характеризується статистичною незалежністю, то яка ймовірність, що:
- дві деталі, вироблені послідовно, не будуть бракованими?
  - перші три деталі не будуть бракованими, а четверта – буде?
  - 5 деталей, вироблених одна за одною, не будуть бракованими?

12. Податкова декларація на дохід може перевірятися районною або обласною податковою адміністрацією. Ймовірність того, що податкова декларація перевірятиметься обласною адміністрацією – 0,05, районною – 0,04. Рішення щодо перевірки на обласному і районному рівнях приймаються незалежно:
- а) яка ймовірність бути перевіреним обома адміністраціями?
  - б) яка ймовірність пройти тільки районну перевірку?
  - в) яка ймовірність не бути перевіреним?
13. Група випускників складається на 45 % із жінок. 15 % усіх чоловіків і 20 % жінок мають технічну освіту. Якщо вибрати навмання випускника з групи, то яка ймовірність, що це буде чоловік і він має технічну освіту? Чоловік, що закінчив нетехнічний вуз?
14. На посаду менеджера претендує 40 % жінок і 60 % чоловіків. Серед жінок 30 % мають університетську освіту, а серед чоловіків – 60 %. Яка ймовірність, що вибрана навмання заява буде від:
- а) жінки з університетською освітою;
  - б) чоловіка без університетської освіти?
15. У кожному з трьох ящиків лежить по 10 деталей; у першому ящику 2 деталі браковані, у другому – 3, у третьому – 1. З кожного ящика беруть по одній деталі. Знайти ймовірність того, що:
- а) всі деталі браковані;
  - б) серед трьох деталей є принаймні одна стандартна.
16. Ймовірність банкрутства для першої фірми – це додатний розв’язок рівняння  $5p^2 - 2p = 0$ , для другої фірми ця ймовірність на 25 % більша. Знайти ймовірність того, що із двох фірм збанкрутує хоча б одна.
17. Ймовірність своєчасної сплати податків для першого підприємства дорівнює 0,8, для другого – 0,6, для третього –  $2/3$ . Визначити ймовірність своєчасної сплати податків не більше ніж одним підприємством.
18. Ймовірність того, що справним є перший комп’ютер, дорівнює  $2/3$ , другий –  $3/4$ , третій –  $5/6$ . Визначити ймовірність того, що справними є хоча б два комп’ютери.
19. Ймовірність прибуткової діяльності для першої фірми дорівнює 0,7, для другої – 0,5, для третьої ця ймовірність у три рази менша від суми ймовірностей для першої та другої фірм. Знайти ймовірність того, що прибутковими будуть дві фірми.

20. Ймовірність виконання договору для першого підприємства становить  $\frac{3}{5}$ , для другого ця ймовірність є розв'язком рівняння  $5p^2 + 6p - 8 = 0$ . Визначити ймовірність виконання договору хоча б одним підприємством.
21. Ймовірність повного розрахунку за енергоносії для першого заводу дорівнює 0,5, для другого – на 20 % більша. Знайти ймовірність своєчасної сплати за енергоносії одним заводом.
22. Ймовірність виконання договору для першої фірми є розв'язком рівняння  $2p^2 + p - 1 = 0$ , для другої ця ймовірність дорівнює 0,8. Яка ймовірність виконання договору не більше ніж однією фірмою? Обома фірмами?
23. Ймовірність повної сплати податків для першого підприємства  $\frac{4}{5}$ , для другого ця ймовірність задовольняє рівнянню  $9 - 9p = 4p^2$ . Знайти ймовірність повної сплати податків одним підприємством.
24. Ймовірність банкрутства для першої фабрики дорівнює 0,2, для другої – на 50 % більша ніж для першої, для третьої дана ймовірність є розв'язком рівняння  $10p^2 + 9p = 1$ . Визначити ймовірність банкрутства тільки однієї фабрики.
25. Ймовірність виконання договору для першого підприємства  $\frac{2}{5}$ , для другого – 0,8, для третього ця ймовірність становить 60 % від суми ймовірностей першого та другого підприємств. Знайти ймовірність виконання договору тільки двома підприємствами.
26. Перша фірма може одержати заданий прибуток з ймовірністю 0,7, для другої ця ймовірність є розв'язком рівняння  $5p^2 - 13p + 6 = 0$ . Визначити ймовірність одержання заданого прибутку, принаймні однією фірмою.
27. Ймовірність ліквідації заборгованості для першого заводу дорівнює  $\frac{6}{7}$ , для другого –  $\frac{3}{4}$ , для третього – 0,8. Знайти ймовірність ліквідації заборгованості хоча б двома заводами.
28. Ймовірність своєчасного складання звіту для першого економіста дорівнює 0,9, для другого ця ймовірність є додатним коренем рівняння  $8p^2 = 7p$ . Визначити ймовірність несвоєчасного складання звіту двома економістами.
29. Ймовірності виконання договору для першого та другого підприємств задовольняють систему рівнянь 
$$\begin{cases} 3p_1 + 2p_2 = 2,7 \\ 4p_1 + 5p_2 = 5. \end{cases}$$
 Знайти ймовірність виконання договору тільки одним підприємством.

30. Ймовірність виготовлення бракованої деталі на першому верстаті дорівнює 0,2, на другому ця ймовірність на 50 % більша, ніж на першому, на третьому –  $1/20$ . На кожному верстаті виготовлено по одній деталі. Визначити ймовірність того, що серед цих трьох деталей буде не більше двох бракованих.

### 1.3. ФОРМУЛА ПОВНОЇ ЙМОВІРНОСТІ ТА ФОРМУЛИ БАЙЄСА

*Література:* [6, гл. 2, § 3, 4; задачі 89, 97, 105, 108]; [7, гл. 4, § 2, 3]; [13, розділ I, п. 1.4, приклад 1.13]; [12, розділ I, п. 1.2.6]; [18, розділ II, § 14, 15];

#### Задача 3

1. У першому ящику є 20 деталей, з яких 30 % пофарбовано, у другому відповідно – 10 і 4. Знайти ймовірність того, що деталь, узята з навмання вибраного ящика, є пофарбованою.
2. Підприємство отримало деталі від трьох постачальників: від 1-го – 200 штук, з яких 4 браковані, від 2-го – 400 штук, з яких 2 браковані і від третього – 400, з яких 1 % – браковані. Деталі на складі розміщені в контейнерах. Визначити ймовірність того, що навмання узята деталь з довільно вибраного контейнера виявиться бракованою. Яка ймовірність, що це буде деталь від третього постачальника?
3. За зміну на склад підприємства надходять вироби із трьох цехів в однакових кількостях. Перший цех виробляє 1 % браку, другий – 3 % і третій – 2 %. Навмання взятий зі складу виріб виявився бракованим. Яка ймовірність, що він виготовлений у другому цеху?
4. Два верстати виготовляють деталі, які надходять на конвеєр. З першого верстата надійшло 400 деталей, а з другого – на 50 % більше. Перший верстат дає 2 % браку, другий – 3 %. Знайти ймовірність того, що навмання узята деталь з конвеєра є бракованою.
5. Два економісти заповнюють документи, які складають у спільну папку. Ймовірність зробити помилку в документі для першого економіста 0,1, для другого – 0,2. Перший економіст заповнив 40 документів, другий – 60. Навмання узятий з папки документ виявився з помилкою. Визначити ймовірність, що його склав перший економіст.
6. Продукція виготовляється на двох підприємствах і надходить на спільну базу. Ймовірність виготовлення бракованої продукції для 1-го підприємства 0,1, для другого – 0,2. Перше підприємство здало



на склад 100 одиниць продукції, друге – 400. Знайти ймовірність того, що навмання узятa зі складу одиниця продукції буде стандартною.

7. У першому ящику є 20 деталей, з яких 16 стандартних, у другому – відповідно 10 і 7. Навмання узятa деталь із випадково вибраного ящика виявилася стандартною. Яка ймовірність, що деталь була узятa з другого ящика?
8. Ймовірність того, що кольоровий телевізор не зіпсується протягом гарантійного терміну дорівнює 0,7, для телевізора з чорно-білим зображенням ця ймовірність на 0,2 більша. Знайти ймовірність того, що навмання вибраний телевізор із п'яти кольорових і 10 чорно-білих не зіпсується протягом гарантійного терміну.
9. На склад підприємства надходять деталі із трьох цехів. Перший цех відправив 100 деталей, другий і третій – по 200. Перший і другий цехи дають по 2 % браку, третій – 1 %. Визначити ймовірність того, що навмання узятa деталь є бракованою. Яка ймовірність, що вона надійшла з третього цеху?
10. Перша бригада виготовила 80 виробів, друга – 120. У першій бригаді 2 % виробів браковані, а в другій – 5 %. Деталі надходять на спільний конвеєр. Навмання взятий з конвеєра виріб виявився небракованим. Яка ймовірність, що він виготовлений першою бригадою?
11. Є дві партії виробів з 12 і 10 штук, причому в кожній партії один виріб бракований. Виріб, узятий навмання з першої партії, перекладено в другу, після чого вибирається навмання виріб із другої партії. Визначити ймовірність дістати бракований виріб з другої партії.
12. В урну, що містить 5 куль, опущена біла куля. Яка ймовірність дістати з цієї урни білу кулю, якщо усі припущення про початковий склад куль за кольором рівноможливі?
13. Гарматна батарея складається з чотирьох гармат. Дві гармати потрапляють в ціль при одному пострілі з ймовірністю 0,6, а дві інші – з ймовірністю 0,7. Для улучення в ціль досить двох попадань. Яка ймовірність влучення в ціль, якщо одна гармата вистрілила двічі. Знайти ймовірність улучення в ціль.
14. У групі з 10 стрільців є 4 відмінні, 6 гарних. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі для відмінного стрільця дорівнює 0,9, для гарного – 0,7. На лінію вогню викликаються навмання два стрільці. Вони роблять по одному пострілу. Знайти ймовірність того, що стрільці влучать у ціль.

15. Для контролю продукції з трьох партій деталей узяті для випробування одна деталь. Яка ймовірність виявлення бракованої продукції, якщо в першій партії  $\frac{2}{3}$  деталей браковані, в другій – 10 % деталей бракованих, а в третій – усі якісні?
16. У тирі є 5 рушниць, ймовірності влучення з яких відповідно дорівнюють 0,5, 0,6, 0,7, 0,8, 0,9. Визначити ймовірність влучення при одному пострілі, якщо стрілець бере одну з рушниць навмання.
17. На станції спостереження встановлені чотири радіолокатори різних конструкцій. Ймовірність виявлення цілі за допомогою першого локатора дорівнює 0,86, другого – 0,90, третього – 0,92, четвертого – 0,95. Спостерігач навмання включає один із локаторів. Яка ймовірність виявлення цілі?
18. З партії, що містить п'ять виробів, навмання взяли один виріб, який виявився бракованим. Кількість бракованих виробів рівноможлива будь-яка. Яке припущення про кількість бракованих виробів найбільш ймовірне?
19. Ймовірності влучення при кожному пострілі для трьох стрільців рівні відповідно  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{3}$ . При одночасному пострілі всіх трьох стрільців спостерігалось два влучення. Визначити ймовірність того, що промахнувся третій стрілець.
20. У двох кошиках знаходиться відповідно  $m_1$  і  $m_2$  білих та  $n_1$  і  $n_2$  чорних куль. З кожного кошика навмання витягується одна куля, а потім із цих двох куль навмання береться одна. Яка ймовірність, що ця куля біла?
21. Відомо, що 96 % продукції, яка випускається, задовольняє стандарту. Спрощена схема контролю визнає придатною стандартну продукцію з ймовірністю 0,88 і нестандартну з ймовірністю 0,05. Визначити ймовірність того, що виріб, який пройшов спрощений контроль, задовольняє стандарту.
22. Радіолампа може належати до однієї з трьох партій з ймовірністю  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , де  $P_1 = P_3 = 0,25$ ,  $P_2 = 0,5$ . Ймовірності того, що лампа горітиме задане число годин, для цих партій дорівнюють відповідно 0,1, 0,2 і 0,4. Визначити ймовірність того, що лампа горітиме задане число годин.
23. У кошик, що містить 3 кулі, опущена чорна куля. Яка ймовірність того, що з кошика буде витягнута чорна куля, якщо всі припущення про початковий склад куль за кольором рівноможливі?
24. У групі з 8 стрільців є 3 відмінні і 5 гарних. Ймовірність влучення в ціль при одному пострілі для відмінного стрільця дорівнює 0,9, для гарного – 0,7. На лінію вогню викликаються навмання два

стрільці. Вони роблять по одному пострілу. Знайти ймовірність того, що стрільці влучать у ціль.

25. Маємо 3 партії деталей. У першій – 10 бракованих і 15 стандартних деталей, в другій – 7 бракованих і 6 стандартних, в третій – 26 бракованих. Для контролю продукції з трьох партій деталей для випробування беруть одну деталь. Яка ймовірність виявити браковану продукцію?
26. У тирі є 4 рушниці, ймовірності влучення з яких дорівнюють відповідно 0,5, 0,6, 0,7, 0,8. Визначити ймовірність влучення при одному пострілі, якщо стрілець бере одну з рушниць навмання.
27. На станції спостереження встановлено три радіолокатори різних конструкцій. Ймовірність виявлення цілі за допомогою першого локатора дорівнює 0,8, другого – 0,9, третього – 0,92. Спостерігач навмання включає один із локаторів. Яка ймовірність виявлення цілі?
28. 3 партії, що складається з 4 виробів навмання взяли один виріб, який виявився не бракованим. Кількість бракованих виробів рівноможлива будь-яка. Яка гіпотеза про кількість бракованих виробів найбільш вірогідна?
29. Три стрільці роблять по одному пострілу в одну і ту ж мішень. Ймовірність влучення для першого стрільця дорівнює 0,6, для другого – 0,5, для третього – 0,4. У результаті зроблених пострілів у мішені з'явилося дві пробоїни. Знайти ймовірність того, що в мішень потрапили другий і третій стрільці.
30. Ймовірність для виробу задовольняти стандарту дорівнює 0,95. Спрощена система контролю з ймовірністю 0,98 приймає стандартні деталі і з ймовірністю 0,05 приймає виріб, що не задовольняє стандарту. Яка ймовірність того, що виріб, який пройшов контроль, задовольняє стандарту?

#### **1.4. СХЕМА ПОВТОРНИХ НЕЗАЛЕЖНИХ ВИПРОБУВАНЬ БЕРНУЛЛІ**

*Література:* [6, гл. 3, § 1-4; задачі 110, 119, 120, 125, 129, 135, 142]; [7, гл. 5, § 1-4]; [12, розділ I, п. 1.3, 1.3.1-1.3.6]; [13, розділ I, 1.5, приклад 1.14-1.19]; [18, розділ III, § 16-22].

##### **Задача 4**

1. Фірма, що проводить поштове опитування, встановила, що 40 % одержувачів анкет повертає їх назад. Яка ймовірність того, що рівно 8 сімей повернуть анкети, якщо опитують 20 сімей? 15 сімей?

2. Студент складає екзамен, де має дати ствердну або заперечну відповідь. Екзамен складається з 10 запитань. Припустимо, що ймовірність правильної відповіді на кожне запитання дорівнює 0,7, яка ймовірність того, що студент складе тестування (для проходження тесту треба мати 7 чи більше правильних відповідей). Якщо тест складається з 20 питань і потрібно дати 14 чи більше правильних відповідей, то чи зміниться ймовірність складання екзамену?
3. Для кожного з 900 першокурсників ймовірність закінчити інститут дорівнює 0,9. Знайти межі, в яких перебуватиме відносна частота кількості першокурсників, які закінчать інститут з ймовірністю 0,88.
4. Встановлено, що під час процесу виробництва ймовірність того, що партія товару матиме дефекти, дорівнює 0,1. Якщо є 10 партій, то яка ймовірність, що дефекти матимуть менше ніж 2 партії?
5. Було встановлено, що 25 % сімей міста мають кабельне телебачення. Яка ймовірність, що з 10 сімей 5 мають кабельне телебачення? Не більше ніж 5?
6. Ймовірність браку виробництва становить 15 %. Яке буде найімовірніше значення браку для 500 виготовлених деталей? Яка ймовірність того, що бракованих деталей буде від 150 до 300? рівно 220?
7. Керівництво застави зібрало дані, які вказують, що 80 % машин, які прибувають на прикордонну заставу – це легкові автомобілі. Якщо до в'їзду прибуло 10 машин, то яка ймовірність того, що 9 з них будуть легкові? від 4 до 8?
8. Митниця дає офіційну оцінку того, що 20 % усіх осіб, що повертаються з-за кордону, не декларують весь товар, на який накладається податок. Якщо випадково відібрати 6 осіб, які повертаються з-за кордону, то яка ймовірність того, що не менше трьох з них не задекларує товар, який оподатковується?
9. Тест складається з 20 питань “правильно-неправильно”. Знайти ймовірність, що студент, який знає 10 правильних відповідей, але вгадує відповіді, що залишилися, методом кидання монети, набере 80 % чи більше правильних відповідей на тестуванні.
10. Служба податків визначила, що 50 % всіх особистих декларацій про прибуток містить принаймні одну помилку. Якщо випадково відібрати 10 декларацій, то яка ймовірність того, що рівно 6 із них міститимуть принаймні одну помилку?
11. Монету підкидають 8 разів. Яка ймовірність того, що точно випаде 6 “решок”? Яке найімовірніше число “решок”?

12. У вищому навчальному закладі 70 % студентів отримують деякий вид стипендії. Якщо для перевірки випадково відібрано 10 студентів, то яка ймовірність того, що більше ніж 8 студентів мають стипендію? Яке найімовірніше число студентів мають стипендію?
13. *Кредит споживачів.* Банк видає кредитні картки VISA. Було встановлено, що 40 % усіх рахунків оплачуються повністю за їх допомогою. З попереднього року вибрали навмання 6 рахунків. Яка ймовірність, що 4 з них оплачені за допомогою карток VISA? не більше чотирьох?
14. Ймовірність правильної відповіді на одне питання для студента, що складає залік – 0,8. Яка ймовірність, що студент знає 18 питань з 30? Яка ймовірність, що він складе залік, якщо для цього потрібно дати правильну відповідь не менше ніж на 70 % питань?
15. Обстеження визначили, що 90 % усіх родин мають принаймні один телевізор. Яка ймовірність того, що з чотирьох родин 3 матимуть телевізор?
16. Ймовірність появи деякої події в кожному з 18 незалежних випробувань дорівнює 0,2. Яка ймовірність появи події принаймні три рази?
17. Ймовірність відмови для приладу дорівнює 0,2. Скільки таких приладів потрібно випробувати, щоб з ймовірністю не менше 0,9 отримати не менше трьох відмов?
18. Ймовірність попадання в десятку при одному пострілі  $p = 0,2$ . Скільки потрібно провести незалежних пострілів, щоб з ймовірністю не менше ніж 0,9 влучити в десятку хоча б один раз?
19. За один цикл автомат виготовляє 10 деталей. За яку кількість циклів ймовірність виготовлення хоча б однієї бракованої деталі буде не менша за 0,8? Вважати, що ймовірність бути бракованою для будь-якої деталі дорівнює 0,01.
20. Для баскетболіста ймовірність влучити в корзину при одному кидку дорівнює 0,4. Зроблено 10 кидків. Знайти найімовірніше число влучень і відповідну ймовірність.
21. Унаслідок маркетингових досліджень встановлено, що ймовірність реалізації одиниці продукції дорівнює 0,8. Знайти ймовірність реалізації не менше 75 % із чотирьох одиниць продукції.
22. Підприємство має трьох оптових покупців продукції, для кожного з них ймовірність своєчасного розрахунку з підприємством дорівнює  $6/7$ . Визначити ймовірність своєчасного розрахунку за продукцію:
  - а) усіма покупцями;
  - б) не більше ніж одним покупцем.

23. Для забезпечення нормальної роботи банку потрібно, щоб справними було не менше ніж 80 % із наявних 50 комп'ютерів. Яка ймовірність нормальної роботи банку, якщо ймовірність вийти з ладу для кожного з комп'ютерів дорівнює  $1/9$ ?
24. Ймовірність появи події  $A$  в одному випробуванні на 20 % більша від числа 0,5. Знайти найбільш ймовірне число появи події  $A$  та ймовірність цього числа, якщо проведено 5 випробувань.
25. Ймовірність своєчасної реалізації одиниці продукції дорівнює 0,8. Визначити ймовірність своєчасної реалізації не менше ніж 312 одиниць продукції із 400, що надійшли на реалізацію.
26. Ймовірність несплати податку для кожного із 400 підприємців дорівнює 0,1. Яка ймовірність того, що податки не сплатять не більше 37 підприємців?
27. Підприємство має 5 постачальників, ймовірність виконання договору для кожного з них дорівнює 0,7. Визначити ймовірність того, що менше 40 % постачальників виконають договір.
28. Ймовірність випуску бракованого виробу дорівнює 0,02. Знайти ймовірність того, що число бракованих виробів буде менше трьох, якщо всього виготовлено 150 виробів.
29. Бізнесмен, вивчивши попит ринку на нові автомобілі, вирішив продати пробну партію з дев'яти таких автомашин. Ймовірність отримати високий прибуток за рахунок кожної машини оцінена в 0,8. Яка ймовірність отримати високий прибуток за рахунок продажу не більше двох автомашин?
30. Ймовірність виконання договору для одного заводу дорівнює 0,4. Яка ймовірність, що договір виконають принаймні три заводи, якщо в місті їх є 4.

## 2. ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ

### Індивідуальне завдання 2

#### 2.1. ДИСКРЕТНА ВИПАДКОВА ВЕЛИЧИНА ТА ЇЇ ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

*Література:* [6, гл. 4, § 1, 3, 4, задачі 164, 166, 176, 179, 181, 192, 196, 210, 215, 230]; [7, гл. 6, § 1-5; гл. 7, § 1, 2, 4, 5; гл. 8, § 2-7, § 10]; [12, розділ II, п. 2.1.1-2.1.3; 2.2.1-2.2.5], [13, розділ II, п. 2.1.1, 2.2, приклади 2.1, 2.4].

#### Задача 5

Задано закон розподілу випадкової величини  $X$  у вигляді таблиці. У першому рядку вказані можливі значення випадкової величини, в другому – відповідні ймовірності:

1. Обчислити математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне відхилення і знайти моду.
2. Накреслити графік закону розподілу – багатокутник розподілу і показати на ньому математичне сподівання, середнє квадратичне відхилення і моду.

1					
$X$	-4	0	4	8	12
$P$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1

2					
$X$	5	15	25	35	45
$P$	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1

3					
$X$	-6	-1	4	9	14
$P$	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1

4					
$X$	25	30	35	40	45
$P$	0,1	0,4	0,2	0,2	0,1

5					
$X$	1	2	3	4	5
$P$	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

6					
$X$	-1	0	1	2	3
$P$	0,22	0,07	0,17	0,27	0,27

7					
$X$	-3	-2	-1	0	1
$P$	0,23	0,26	0,04	0,37	0,1

8					
$X$	-4	0	4	8	12
$P$	0,2	0,05	0,5	0,2	0,05

9					
$X$	0	1	2	3	4
$P$	0,15	0,34	0,25	0,06	0,2

10					
$X$	0	1	5	10	15
$P$	0,2	0,25	0,4	0,1	0,05

11					
$X$	-4	-2	1	3	6
$P$	0,3	0,2	0,1	0,1	0,3

12					
$X$	10	12	20	25	30
$P$	0,1	0,2	0,1	0,2	0,4

13					
$X$	8	12	18	24	30
$P$	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1

14					
$X$	30	40	50	60	70
$P$	0,5	0,1	0,2	0,1	0,1

15					
$X$	21	25	32	40	50
$P$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

16					
$X$	10	12	16	18	20
$P$	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

17					
$X$	11	15	20	25	30
$P$	0,4	0,1	0,3	0,1	0,1

18					
$X$	12	16	21	26	30
$P$	0,2	0,1	0,4	0,2	0,1

19					
$X$	13	17	22	27	30
$P$	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

20					
$X$	14	18	23	28	30
$P$	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1

21					
$X$	15	19	24	29	30
$P$	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

22					
$X$	22	26	33	40	50
$P$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

23					
$X$	11	13	15	17	19
$P$	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1

24					
$X$	14	18	24	27	30
$P$	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

25					
$X$	23	24	25	26	27
$P$	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2

26					
$X$	25	30	35	40	45
$P$	0,2	0,3	0,2	0,1	0,2

27					
$X$	5	10	15	20	25
$P$	0,1	0,3	0,4	0,1	0,1

28					
$X$	5	15	25	35	45
$P$	0,1	0,1	0,3	0,3	0,2

29					
$X$	3	8	13	18	23
$P$	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1

30					
$X$	2	3	4	5	6
$P$	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1



## 2.2. НЕПЕРЕРВНА ВИПАДКОВА ВЕЛИЧИНА ТА ЇЇ ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ

*Література:* [6, гл. 6, § 1-3, задачі 166, 252, 256, 262, 267, 275, 285, 297]; [7, гл. 6, § 1-2; гл. 10, § 1-3; гл. 11, § 1-5; гл. 12, § 1]; [12, розділ II, п. 2.1.4-2.1.5; 2.2.1-2.2.5]; [13, розділ II, п. 2.1.2-2.2.2, приклади 2.2, 2.3, 2.5].

### Задача 6

На основі заданої функції розподілу ймовірностей прибутку підприємця потрібно визначити:

- а) математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення прибутку підприємця;
- б) ймовірність того, що прибуток підприємця набуде значення з інтервалу  $(a, b)$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{x^2}{n^2}, & \text{при } 0 < x \leq n. \\ 1, & \text{при } x > n \end{cases}$$

Значення  $n, a, b$  наведені в таблиці. Задачу проілюструвати графічно.

№ варіанта	$n$	$a$	$b$
1	2	0,5	1,5
2	4	2,5	3,5
3	6	4,5	5,5
4	8	6,5	7,5
5	10	8,5	9,5
6	9	7,5	8,5
7	7	5,5	6,5
8	5	3,5	4,5
9	3	1,5	2,5
10	1	0,5	1,0
11	10	8,0	9,0
12	9	7,0	8,0
13	8	6,0	7,0
14	7	5,0	6,0
15	6	4,0	5,0
16	5	3,0	4,0
17	3	1,0	2,0
18	2	0,5	1,0
19	11	7,5	9,5
20	10	7,5	8,5

№ варіанта	$n$	$a$	$b$
21	12	10,5	11,5
22	7	5,5	6,5
23	8	7,0	7,5
24	9	8,0	8,5
25	6	4,5	5,0
26	5	3,5	4,0
27	7	6,5	7,0
28	9	7,5	8,0
29	6	4,5	5,0
30	8	7,5	8,0

### 2.3. НОРМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ

*Література:* [6, гл. 6, § 5, задачі 328, 331, 334]; [7, гл. 12, § 2-9]; [12, розділ II, п. 2.3.5-2.3.8]; [13, розділ II, п. 2.3].

#### Задача 7

1. Випадкові відхилення розміру деталі від номіналу розподілені нормально. Математичне сподівання розміру деталі дорівнює 200 мм, середнє квадратичне відхилення – 0,25 мм. Стандартними вважаються деталі, розмір яких знаходиться в межах 199,5 і 200,5 мм. Знайти відсоток стандартних деталей.
2. Статистичні дані доходу на душу населення показали, що річний дохід людей міста має нормальний розподіл із середнім значенням 9 000 грн. і середньоквадратичним відхиленням –1 500 грн. Якщо вибрано певну особу навмання, то яка ймовірність того, що її річний дохід є:
  - а) більшим ніж 6 000 грн.;
  - б) більшим ніж 10 200 грн.;
  - в) між 8 520 та 12 200 грн.;
  - г) між 12 400 та 13 000 грн.?
3. Маємо нормальний розподіл, в якому  $a = 60$  і  $\sigma = 12$  од. Визначити кількість середньоквадратичних відхилень, що містяться у відхиленнях  $\tilde{x} - a$  для значень випадкової змінної  $X$ : а)  $\tilde{x} = 56$ , б)  $\tilde{x} = 72$ . Нарисувати відповідні графіки та обчислити ймовірності  $P\{X < \tilde{x}\}$  чи  $P\{X > \tilde{x}\}$  залежно від того  $\tilde{x} < a$  чи  $\tilde{x} > a$ .
4. Маємо нормальний розподіл, в якому  $a = 240$  і  $\sigma = 40$  од. Визначити кількість середньоквадратичних відхилень, які містяться у відхиленнях  $\tilde{x} - a$  для значень випадкової змінної  $X$ :  $\tilde{x} = 180, 248, 300$ .

Задачу проілюструвати графічно та обчислити ймовірності  $P\{X < \tilde{x}\}$  чи  $P\{X > \tilde{x}\}$  залежно від того  $\tilde{x} < a$  чи  $\tilde{x} > a$ ?

5. Маємо випадкову змінну  $X$ , середнє нормального розподілу якої дорівнює 15 і середньоквадратичне відхилення – 2,5. Визначити:  $P\{X < 10\}$ ,  $P\{12 < X < 20\}$ ,  $P\{X > 15\}$ . Задачу проілюструвати графічно.
6. Маємо випадкову змінну  $X$ , середнє нормального розподілу якої дорівнює 75 і середньоквадратичне відхилення – 5. Визначити:  $P\{X < 70\}$ ,  $P\{62 < X < 80\}$ ,  $P\{X > 80\}$ . Дати геометричне тлумачення розв'язку задачі.
7. Маємо випадкову змінну  $X$ , середнє нормального розподілу якої дорівнює 300 і середньоквадратичне відхилення – 20. Визначити:  $P\{X < 300\}$ ,  $P\{280 < X < 320\}$ ,  $P\{X > 350\}$ . Дати геометричне тлумачення розв'язку задачі.
8. Маємо випадкову змінну  $X$ , середнє нормального розподілу якої дорівнює 160 і середньоквадратичне відхилення – 0,8. Визначити:  $P\{X < 159\}$ ,  $P\{158 < X < 162\}$ ,  $P\{X > 16\}$ . Дати геометричне тлумачення розв'язку задачі.
9. Середнє значення розподілу доходів працівників фірми становить 15 000 грн. і середньоквадратичне відхилення – 2 000 грн. Якщо працівника вибрано навмання, то яка ймовірність того, що він заробляє більше ніж 16 000 грн.? Менше ніж 12 000 грн.? Від 10 000 до 20 000 грн.?
10. Виробник дослідив тривалість дії лампочок. Дослідження показало, що час роботи, виміряний у годинах – це випадкова змінна з нормальним розподілом. Середній час роботи – 700 год. із середньоквадратичним відхиленням 100 год. Яка ймовірність того, що вибрана навмання лампочка працюватиме від 800 до 900 год.? Більше ніж 850 год.?
11. Кількість балів, одержаних студентами при тестуванні для визначення їх здібностей, описується нормальним розподілом з середнім значенням 450 балів і середньоквадратичним відхиленням 15. Яка ймовірність того, що студент, вибраний навмання, матиме бали від 420 до 510? Більше ніж 510 балів?
12. Кількість дзвінків до міліції у великому місті за 24-годинний період точно не визначена і розподіляється за нормальним законом. Середнє значення для нормального розподілу – 420 і середньоквадратичне

- відхилення – 50. Яка ймовірність того, що певного дня кількість дзвінків буде меншою за 300? Більшою за 400?
13. Річний дохід від копіювальних машин має нормальний розподіл, середнє значення якого 720 000 грн. і середньоквадратичне відхилення 80 000 грн. Якщо вибрано копіювальну машину навмання, то яка ймовірність того, що річний дохід від неї:
- перевищує 900 000 грн.;
  - буде від 600 000 до 800 000 грн.;
  - меншу ніж 500 000 грн.;
  - від 540 000 до 660 000 грн.?
14. *Фізичні можливості.* Одним з елементів тесту дослідження фізичних можливостей четвертокурсників інституту була кількість присідань, які мають виконувати студенти. Виявилось, що вони описуються нормальним розподілом із середнім значенням 22,5 і середньоквадратичним відхиленням 5,0. Якщо четвертокурсника вибрано навмання то, яка ймовірність того, що він виконає:
- більше ніж 15 присідань;
  - більше ніж 30 присідань;
  - від 25 до 35 присідань;
  - менше ніж 20 присідань?
15. *Сейсмологія.* Інститут сейсмології зібрав дані, що стосувались частоти землетрусів у світі, величиною 5,0 балів і більше за шкалою Ріхтера. Він встановив, що кількість землетрусів описується нормальним розподілом із середнім значенням 24 і середньоквадратичним відхиленням 5. Яка ймовірність того, що за рік може бути:
- більше ніж 32 землетруси;
  - менше ніж 18 землетрусів;
  - більше ніж 16 землетрусів;
  - від 20 до 25?
16. Маємо нормальний розподіл, в якому  $a = 6$  і  $\sigma = 2$ . Визначити кількість середньоквадратичних відхилень, що містяться у відхиленнях  $\tilde{x} - a$  для значень випадкової змінної  $X$ :  $\tilde{x} = 5, 4, 10$ . Задачу проілюструвати графічно та обчислити ймовірності  $P\{X < \tilde{x}\}$  чи  $P\{X > \tilde{x}\}$  залежно від того  $\tilde{x} < a$  чи  $\tilde{x} > a$ .
17. Випадкова змінна  $X$  нормально розподіляється із середнім значенням 180 і середньоквадратичним відхиленням 40. Визначити:
- $$P\{X < 200\}, P\{100 < X < 170\}, P\{|X - a| < 4\}.$$

18. *Паління.* Дослідження, проведене службою здоров'я, виявило, що чоловіки палять у середньому 24 цигарки щодня. Кількість цигарок, випалених протягом дня, розподіляється нормально із середнім квадратичним відхиленням 8. Якщо особу вибрати випадково, то яка ймовірність того, що він спалить:
- а) більше ніж 40 цигарок протягом дня;
  - б) менше ніж 20 цигарок за день;
  - в) менше ніж 30 цигарок за день?
19. *Особисті вклади.* Банк провів дослідження заощаджень осіб віком від 21 року і старших протягом року. Дослідження визначило, що річні збереження на одну особу нормально розподіляються із середнім значенням 1 850 грн. і середнім квадратичним відхиленням 350 грн. Якщо особу віком від 21 і старше вибрати випадково, то яка ймовірність того, що протягом року особа мала збереження:
- а) більше ніж 2 200 грн.;
  - б) менше ніж 1 500 грн.;
  - в) від 1 080 грн. до 2 375 грн.;
  - г) менше ніж 800 грн.?
20. *Благодійні внески.* Державна податкова адміністрація проаналізувала благодійні внески всіх осіб, що зробили їх зі своїх прибутків. Служба встановила, що внески на одного працівника нормально розподіляються із середнім значенням 840 грн. і середнім квадратичним відхиленням 180 грн. Якщо вибрати навмання одного працівника, то яка ймовірність того, що протягом року він вніс:
- а) більше ніж 1 020 грн.;
  - б) менше ніж 435 грн.;
  - в) від 390 грн. до 1 380 грн.;
  - г) більше ніж 300 грн.
21. Станок-автомат виготовляє вироби, які вважаються придатними, якщо відхилення  $X$  від проектного розміру за абсолютним значенням не перевищує 0,8 мм. Яке найбільш ймовірне число придатних виробів із 200, якщо  $X$  має нормальний розподіл з  $\sigma = 0,4$  мм?
22. Середній дохід на душу населення в розмірі 8 000 грн. вважається випадковою величиною, яка розподілена нормально із середнім квадратичним відхиленням  $\sigma = 200$  грн. В яких межах практично можна гарантувати дохід на душу населення з ймовірністю 0,9973?
23. Продукція вважається вищої якості, якщо відхилення її розмірів від стандарту не перевищує за абсолютною величиною 4,5 од. Відхилення розміру  $\epsilon$  нормальною випадковою величиною із значенням  $\sigma = 3$  од.

- Припускаючи відсутність систематичних помилок, визначити середнє число одиниць продукції вищої якості серед 10 виготовлених.
24. Виріб, що виготовляється автоматом, вважається стандартним, якщо при вимірюванні його відхилення від проектного не перевищує 2 мм. Якщо вважати, що процес вимірювань описується нормальним законом розподілу із середнім квадратичним відхиленням  $\sigma = 1,6$  мм і математичним сподіванням  $a = 0$ , то який відсоток стандартних виробів буде виготовлено автоматом?
  25. Помилки обчислень, зроблені бухгалтером при складанні балансу, розподіляються у відсотках за нормальним законом розподілу з параметрами  $a = 1,5$  і  $\sigma = 0,01$ . Виписати функції розподілу помилок обчислень і проілюструвати графічно. Якими будуть межі помилок обчислень з ймовірністю 0,9973?
  26. Середня ціна деякої великої кількості акцій становить 12 грн. 80 коп., а середнє квадратичне відхилення 3 грн. Припускаємо, що ціни розподілені за нормальним законом. Знайти:
    - а) яку частку акцій продають за ціною, не вищою від 10 грн.?
    - б) яка ймовірність того, що навмання взята акція матиме ціну від 11 до 14 грн.?
  27. Статистичними дослідженнями за 10 років для даного регіону встановлено, що урожайність пшениці з одного гектара є випадковою величиною із середньою урожайністю 45 ц і середньоквадратичним відхиленням 10 ц. Визначити ймовірність того, що в наступному після досліджень році урожайність пшениці з гектара:
    - а) буде не меншою ніж 50 ц;
    - б) у межах від 40 до 55 ц;Задачу проілюструвати графічно.
  28. За даними досліджень встановлено, що денна середня заробітна плата робітника заводу знаходиться в межах [23-25] грн. і розподілена нормально з параметрами  $a = 24$  грн. і  $\sigma = 0,333$  грн. Яка частка робітників матиме заробітну плату, що виходить за згадані межі?
  29. Довжина деталі вважається випадковою величиною, яка розподілена нормально із математичним сподіванням 150 мм і середнім квадратичним відхиленням 0,5 мм. Яку точність розміру деталі можна гарантувати з ймовірністю 0,95?
  30. Середній дохід на душу населення в розмірі 150 грн. вважається випадковою величиною, яка розподілена нормально із середнім квадратичним відхиленням 20 грн. В яких межах практично можна гарантувати дохід на душу населення з ймовірністю 0,9973?

## 2.4. НЕРІВНІСТЬ ЧЕБИШОВА. ГРАНИЧНІ ТЕОРЕМИ

*Література:* [6, гл. 5, § 1-2, задачі 241, 243, 245, 247]; [7, гл. 9, § 1-6]; [12, розділ II, 2.4.1.-2.4.5]; [13, розділ II, п. 2.4.1-2.4.2]; [18, розділ V, § 34-35].

### Задача 8

1. Кількість води, необхідної протягом доби підприємству для технічних потреб, є випадковою величиною, математичне сподівання якої дорівнює  $125 \text{ м}^3$ . Оцінити ймовірність того, що найближчої доби потреба води на підприємстві перевищить  $500 \text{ м}^3$ .
2. Середні добові витрати електроенергії в населеному пункті для особистих потреб становлять  $4\,000 \text{ кВт/год}$ . Знайти ймовірність того, що найближчої доби витрати електроенергії в цьому населеному пункті не перевищать  $10\,000 \text{ кВт/год}$ .
3. Математичне сподівання річної кількості опадів у даній місцевості дорівнює  $55 \text{ см}$ . Оцінити ймовірність того, що в цій місцевості випаде за рік не менше  $175 \text{ см}$  опадів (скористатись лемою Чебишева).
4. Число сонячних днів протягом року є випадковою величиною з  $M(X) = 75$ . Оцінити ймовірність того, що протягом року у цій місцевості буде не більше  $200$  сонячних днів.
5. Середня швидкість вітру на даній висоті дорівнює  $25 \text{ км/год}$ . Оцінити швидкість вітру, яку можна очікувати на цій висоті з ймовірністю, не меншою ніж  $0,9$ , якщо  $\sigma(X) = 4,5 \text{ км/год}$ .
6. Середня швидкість автомобілів на деякій ділянці дороги дорівнює  $80 \text{ км/год}$ . Оцінити ймовірність того, що швидкість автомобіля, який тільки проїхав по цій ділянці, виявиться більшою ніж  $100 \text{ км/год}$ .
7. Ймовірність виготовлення стандартної деталі дорівнює  $0,8$ . Чому не можна скористатись нерівністю Чебишова для оцінки ймовірності того, що частка стандартних деталей серед  $4\,000$  виготовлених знаходитиметься в межах від  $0,78$  до  $0,83$ ? Розв'язати задачу при відповідній зміні правої межі.
8. Ймовірність того, що покупець здійснить покупку в магазині, дорівнює  $0,65$ . Чому не можна скористатись нерівністю Чебишова для оцінки ймовірності того, що серед  $2\,000$  покупців число тих, що здійснять покупку, знаходитиметься в межах від  $1\,260$  до  $1\,360$  включно? Розв'язати задачу при відповідній зміні лівої межі.
9. Випадкова величина  $X$  має математичне сподівання  $M(X) = 1$  і дисперсію  $D(X) = 0,04$ . Оцінити ймовірність події  $0,5 < X < 1,5$ .

10. Випадкова величина – середня арифметична незалежних однаково розподілених випадкових величин  $n = 225$ ,  $\sigma = 15$ . Якого максимального відхилення цієї величини від її математичного сподівання можна очікувати з ймовірністю  $P = 0,9544$ ?
11. Перевіряється партія деталей. З ймовірністю  $p = 0,01$  деталь може мати дефект  $A$  і незалежно від цього з ймовірністю  $p = 0,03$  – дефект  $B$ . В яких межах при  $P = 0,9973$  перебуватиме кількість стандартних деталей із 1 000 деталей?
12. На заводі виготовлено 10 000 однотипних деталей. Ймовірність того, що навмання взятий виріб вищого гатунку дорівнює 0,75. Визначити за допомогою інтегральної теореми Муавра-Лапласа ймовірність того, що фактичне число деталей відмінної якості відхилиться від свого математичного сподівання не більше ніж на 100 деталей. Отримати оцінку цієї ймовірності за допомогою нерівності Чебишова. Порівняти отримані результати.
13. Дисперсія кожної із 1 800 незалежних випадкових величин не перевищує 4. Оцінити ймовірність того, що відхилення середньої арифметичної цих випадкових величин від середньої арифметичної їх математичних сподівань не перевищить за абсолютною величиною 0,2.
14. Ймовірність того, що покупцю потрібно чоловіче взуття 42-го розміру дорівнює 0,25. Знайти ймовірність того, що відхилення частка покупців, яким необхідне взуття 42-го розміру, від ймовірності 0,25 не перевищить за абсолютною величиною 0,06, якщо очікується 2 500 покупців.
15. Скільки потрібно провести випробувань, щоб з ймовірністю, не меншою 0,98, можна було б стверджувати, що відхилення відносної частоти від ймовірності події  $p = 0,95$  не перевищить 0,01 (скористатись нерівністю Чебишова)?
16. Дисперсія кожної із 2 500 незалежних випадкових величин не перевищує 5. Оцінити ймовірність того, що абсолютна величина відхилення середньої арифметичної цих випадкових величин від середньої арифметичної їх математичних сподівань не перевищить 0,4.
17. Середнє квадратичне відхилення кожної із 2 134 незалежних випадкових величин не більше 4, оцінити ймовірність того, що абсолютна величина відхилення середньої арифметичної цих випадкових величин від середньої арифметичної їх математичних сподівань не перевищить 0,5.



18. Ймовірність народження дівчинки дорівнює приблизно 0,485. Оцінити ймовірність того, що число дівчаток серед 3 000 новонароджених відрізнятиметься від математичного сподівання цього числа за абсолютною величиною менше ніж на 55.
19. Дисперсія кожної із 1 000 попарно незалежних величин не перевищує 4. Оцінити ймовірність того, що відхилення середнього арифметичного цих випадкових величин від середнього арифметичного їх математичних сподівань за модулем буде менше ніж 2.
20. Довжина виготовлених виробів – випадкова величина, її математичне сподівання дорівнює 90 см, дисперсія –  $0,0225 \text{ см}^2$ . Оцінити ймовірність того, що:
- відхилення довжини виготовленого виробу від її середнього значення за абсолютною величиною не перевищить 0,4 см;
  - виготовлений виріб виявиться за своєю довжиною не меншою 89,7 і не більшою 90,3 см.
21. Ймовірність деякої події  $A$  в кожному із незалежних випробувань дорівнює  $\frac{1}{3}$ . Оцінити ймовірність того, що частість цієї події відхилиться від її ймовірності за абсолютною величиною менше ніж на 0,01, якщо проведено:
- 9 000 випробувань;
  - 75 000 випробувань.
22. Дослід полягає в підкиданні грального кубика 600 разів. Знайти ймовірність того, що частота випадання шістки відхилиться за модулем від ймовірності випадання шістки при одному кидку менше ніж на:
- 0,01;
  - 0,02.
23. Статистична ймовірність народження хлопчика дорівнює 0,515. Визначити ймовірність того, що серед 400 новонароджених частка хлопчиків відрізнятиметься від ймовірності народження хлопчика не більш ніж на:
- 0,05;
  - 0,01.
24. Ймовірність появи “успіху” в кожному із 400 незалежних випробувань дорівнює 0,8. Знайти таке додатне число  $\varepsilon$ , що з ймовірністю 0,876 абсолютна величина відхилення частоти появи “успіху” від його ймовірності не перевищить  $\varepsilon$ .

25. Планується провести 10 вимірів  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  невідомої величини  $a$ . Вважаючи  $X_1, X_2, \dots, X_{10}$  незалежними нормально розподіленими випадковими величинами з  $M(X) = a$ ,  $D(X) = 0,01$ , знайти  $\varepsilon$ , якщо  $P\left(\left|\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_{10}}{10} - a\right| < \varepsilon\right) = 0,99$ . Оцінити  $\varepsilon$ , використовуючи нерівність Чебишова. Порівняти отримані результати.
26. Для визначення середньої урожайності пшениці на полі площею 10 000 га випадковим чином було відібрано по 1 м<sup>2</sup> з кожного гектара і визначено урожайність на кожному із них. Оцінити ймовірність того, що знайдена за цими даними вибіркова урожайність відрізнятиметься від середньої урожайності на всьому полі за абсолютною величиною не більше ніж на 0,1 ц. Встановлено, що середнє квадратичне відхилення урожайності для кожного гектара поля не перевищує 3 ц. Як змінився б результат рішення, якщо б середнє квадратичне відхилення урожайності *не перевищувало* 0,2 ц.?
27. Скільки дослідів з підкиданням монети потрібно провести, щоб з ймовірністю не меншою 0,99 можна було очікувати відхилення частоти появ герба від теоретичної ймовірності 0,5 за абсолютною величиною, менше ніж на 1 %?
28. Середня швидкість автомобілів на деякій ділянці дороги дорівнює 80 км/год. Оцінити, використовуючи нерівність Чебишова, число автомобілів, швидкість яких потрібно виміряти, щоб середня швидкість відрізнялась від 80 км/год. за модулем не більше ніж на 2 км/год. з ймовірністю, що перевищує 0,9.
29. Ймовірність отримати позитивний результат у кожному із незалежних випробувань дорівнює 0,9. Скільки випробувань потрібно провести, щоб з ймовірністю 0,98 можна було очікувати, що не менше 150 випробувань дадуть позитивний результат?
30. Дано послідовність незалежних випадкових величин  $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ . Випадкова величина  $X_n$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) може набувати лише трьох значень:  $-\sqrt{n}$ , 0,  $\sqrt{n}$  з ймовірностями, рівними відповідно  $\frac{1}{n}$ ,  $1 - \frac{2}{n}$ ,  $\frac{1}{n}$ . Чи існує для цієї послідовності закон великих чисел?

## 2.5. ДВОВИМІРНА ВИПАДКОВА ВЕЛИЧИНА

*Література:* [6, гл. 8, § 1-4, задачі 408, 421]; [7, гл. 14, § 1-4; § 13; § 15; § 17]; [12, розділ II, п. 2.5.1-2.5.2, 2.5.6-2.5.8, приклади 2.21, 2.25, 2.28, 2.30]; [13, розділ II, п. 2.5.1-2.5.2, 2.5.4-2.5.6].

### Задача 9

Закон розподілу двовимірної випадкової величини  $(X, Y)$  задано таблицею:

$Y \backslash X$	$a$	4	5	6
-1	0,01	0,06	0,05	0,04
2	0,04	0,24	0,15	0,07
$1+k$	0,05	0,10	0,10	0,09

Примітка:  $k$  – кількість букв у прізвищі;  
 $a$  – номер академічної групи.

Знайти:

- двовимірну функцію розподілу;
- закони розподілу складових  $X$  і  $Y$ ;
- одновимірні функції розподілу;
- числові характеристики:  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ ,  $M(Y)$ ,  $D(Y)$ ,  $\sigma(Y)$ ,  $\mu_{xy}$ ,  $r_{xy}$ ;
- умовні математичні сподівання:  $M(X/Y=0)$ ,  $M(Y/X=5)$ ;
- умовні середні квадратичні відхилення  $\sigma(X/Y=0)$ ,  $\sigma(Y/X=5)$ .

## 3. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

### Індивідуальне завдання 3

#### 3.1. ОЦІНКА ПАРАМЕТРІВ І ПЕРЕВІРКА ГІПОТЕЗИ ПРО НОРМАЛЬНИЙ ЗАКОН РОЗПОДІЛУ

*Література:* [6, гл. 9, § 1-3, задачі 439, 441, 443, 446, гл. 10, § 1, задачі 450, 453, 457; § 4, задачі 508, 510, 512; гл. 13, § 1, 16, задачі 635, 639]; [7, гл. 15, § 1, 3, 6-8; гл. 16, § 1-4, 8-10, 13-18; гл. 17, § 1-3, 8; гл. 19, § 1-6, 8, 10, 22, 23]; [12, розділ III, п. 3.1-3.6, 3.7.1-3.7.3, 3.8.1-3.8.2, 3.8.7, 3.10.1-3.10.3].

#### *Задача 10*

За вибірковими даними, представленими в завданнях 1-30, потрібно:

- 1) побудувати інтервальний варіаційний ряд розподілу;
- 2) обчислити вибіркові характеристики за варіаційним рядом: середню арифметичну ( $\bar{x}$ ), центральні моменти ( $\bar{\mu}_k$ ,  $k = \overline{1,4}$ ), дисперсію ( $S^2$ ), середнє квадратичне відхилення ( $S$ ), коефіцієнти асиметрії ( $\bar{A}_s$ ) і ексцесу ( $\bar{E}_k$ ), медіану ( $\bar{Me}$ ), моду ( $\bar{Mo}$ ), коефіцієнт варіації ( $V_S$ );
- 3) побудувати гістограму, полігон, кумуляту;
- 4) зробити висновок про форму ряду розподілу за виглядом гістограми і полігона, а також за значеннями коефіцієнтів ( $\bar{A}_s$ ) і ( $\bar{E}_k$ );
- 5) розрахувати щільність і інтегральну функцію теоретичного нормального розподілу та побудувати ці криві на графіках гістограми і кумуляти відповідно;
- 6) перевірити гіпотезу про нормальний закон розподілу за критерієм узгодження Пірсона ( $\chi^2$ ), за рівнем значущості  $\alpha = 0,05$ ;
- 7) у випадку, коли закон розподілу виявиться нормальним, побудувати довірчі інтервали для параметрів  $a$  і  $\sigma$  з надійністю  $\gamma = 0,95$ .

1. Темп зростання курсу акцій 100 фірм у порівнянні з попереднім місяцем становив (%):

99,4	102,3	99,4	100,7	100,0	100,0	103,4	100,7	98,4	102,0
102,9	103,4	98,4	101,5	100,7	100,0	102,0	100,7	97,1	100,7
102,9	99,0	102,9	103,7	98,4	101,5	101,5	102,3	103,7	99,0
99,0	101,5	103,4	104,3	102,9	101,5	103,4	103,7	101,5	103,4
99,4	97,8	101,5	100,0	102,0	100,0	102,0	99,0	100,7	100,7
100,0	99,0	99,4	102,3	100,7	100,0	101,5	100,0	102,0	97,8
99,4	101,5	98,4	102,0	100,7	100,7	99,4	101,5	97,8	102,9
100,7	98,4	100,7	100,7	101,5	103,7	100,7	102,0	96,8	104,3
100,0	98,4	102,3	101,5	102,3	105,2	100,7	102,3	102,9	99,4
100,7	101,5	102,0	97,1	102,3	100,0	101,5	102,3	102,0	99,0

2. Випуск підприємствами товарної продукції на 1 м<sup>2</sup> виробничої площі (тис. грош. од.) такий:

0,55	0,75	0,69	0,77	0,16	0,34	0,84	0,82	0,85	0,47
0,80	0,63	0,98	0,26	0,77	0,57	0,82	0,44	0,74	1,12
0,80	0,15	0,72	0,67	0,58	0,18	0,07	0,73	0,69	0,88
0,79	0,81	0,38	0,62	0,60	0,78	0,21	0,48	0,51	0,25
0,62	0,97	0,26	0,42	0,29	0,87	0,77	0,87	0,36	0,36
0,59	0,86	0,70	0,95	0,71	0,88	0,68	0,60	0,92	0,05
0,93	0,59	0,58	0,62	0,85	0,65	0,87	0,12	0,61	0,68
0,66	0,40	0,25	0,45	1,11	1,01	0,42	0,44	0,81	0,20
0,75	0,98	0,85	0,75	0,65	0,60	0,43	0,91	0,51	0,31
0,07	0,36	0,94	1,10	0,58	0,78	1,14	0,77	0,49	0,46

3. Темп зростання (%) валового випуску продукції та послуг на підприємствах бавовняної промисловості в порівнянні з попереднім періодом становив:

88	89	90	90	97	90	92	86	94	97
90	86	86	92	97	92	92	92	96	96
93	94	82	93	93	97	86	88	97	93
88	82	82	93	88	82	99	82	99	86
92	92	92	90	84	89	88	88	88	81
84	90	89	94	88	90	90	90	99	86
84	86	89	97	88	94	94	82	94	92
88	89	93	93	84	84	86	89	89	84
84	%	96	96	81	90	89	89	88	80
93	93	92	94	94	89	96	89	96	94

4. Обсяг реалізації продукції (млн. грош. од.) на хлібопекарських підприємствах регіону такий:

40,1	52,2	47,3	91,4	45,5	66,3	89,5	66,8	52,3	76,5
66,8	54,3	54,0	34,4	34,7	40,5	51,5	44,5	76,5	33,7
46,7	44,7	51,3	45,5	50,1	55,8	54,5	50,8	55,5	50,1
58,5	53,5	23,5	50,6	51,6	49,1	58,3	49,8	52,3	20,1
54,0	46,5	66,8	66,8	66,8	66,8	47,5	66,8	48,3	34,5
66,8	66,8	66,8	22,8	76,5	89,5	92,2	92,2	49,5	47,1
54,5	50,5	76,5	76,5	76,5	25,1	92,2	89,5	58,3	76,5
89,5	89,5	26,3	44,9	48,4	91,4	38,9	20,1	32,4	40,5
34,7	49,5	40,3	41,1	54,0	22,3	51,1	33,9	76,5	76,5
33,9	55,6	51,4	34,1	34,5	34,5	34,6	34,8	41,1	45,6

5. Коефіцієнт співвідношення позик і власних коштів для електроμηнїчних підприємств:

5,9	5,9	5,9	8,1	3,9	4,1	4,1	4,1	6,1	11,6
11,6	5,9	9,2	5,9	5,9	5,9	4,1	5,9	5,9	2,3
9,2	3,9	3,9	6,2	0,3	2,9	3,8	4,3	4,8	4,1
4,1	7,9	1,2	7,9	4,1	4,9	2,8	7,8	3,9	7,9
3,3	6,2	2,3	3,9	0,3	1,2	3,9	7,9	4,1	2,7
2,3	5,9	7,9	4,1	5,0	5,9	4,3	10,6	10,6	2,3
3,9	3,2	1,2	4,1	4,8	3,4	5,3	4,7	9,2	4,1
9,2	8,1	3,9	1,2	5,2	4,8	3,9	4,8	4,9	1,2
0,87	0,84	7,9	3,9	5,9	6,4	5,1	10,6	6,3	9,2
9,2	11,6	3,9	10,6	10,6	4,1	6,4	3,9	4,1	1,8

6. Час збору трубопровідного вентиля (сек.) на конвеєрі такий:

12,54	13,25	12,65	12,57	12,66	12,84	13,34	12,72	12,76	13,60
12,55	13,30	13,01	12,98	13,76	13,27	13,03	13,32	12,89	12,95
12,94	13,09	13,00	13,15	13,22	13,27	12,78	12,57	13,41	13,11
12,77	12,59	13,29	13,41	12,88	12,82	13,00	13,28	12,83	12,86
13,21	13,08	13,21	13,32	13,47	13,76	13,92	13,79	13,17	12,98
13,60	12,94	13,07	13,36	13,39	13,16	13,20	13,15	13,26	13,55
13,21	13,18	13,18	13,70	13,82	13,13	13,29	12,78	12,74	13,22
12,92	13,35	13,05	12,87	13,22	13,01	13,16	13,90	12,88	13,18
13,75	12,83	12,84	13,51	12,92	13,10	13,41	12,65	13,32	13,27
12,98	13,22	12,85	13,05	13,10	12,93	12,91	13,61	13,08	13,20

7. Коефіцієнт автономії, що характеризує відношення власних коштів підприємства в цілому до балансової вартості майна підприємства для 100 малих підприємств міста виявився таким:

0,54	0,43	0,47	0,47	0,33	0,37	0,43	0,54	0,33	0,64
0,43	0,61	0,11	0,43	0,33	0,54	0,33	0,54	0,43	0,43
0,43	0,43	0,33	0,43	0,43	0,43	0,33	0,40	0,43	0,64
0,47	0,68	0,43	0,68	0,21	0,33	0,58	0,47	0,47	0,27
0,21	0,64	0,47	0,27	0,37	0,33	0,47	0,47	0,40	0,54
0,58	0,47	0,27	0,05	0,79	0,79	0,08	0,71	0,85	0,33
0,47	0,47	0,43	0,47	0,54	0,64	0,79	0,08	0,33	0,47
0,68	0,43	0,61	0,54	0,64	0,39	0,33	0,21	0,68	0,54
0,54	0,33	0,21	0,21	0,27	0,64	0,27	0,27	0,33	0,71
0,37	0,27	0,54	0,61	0,11	0,11	0,47	0,54	0,54	0,54

8. Коефіцієнт співвідношення позик і власних коштів для підприємств будівельної індустрії такий:

9,55	9,75	9,69	9,77	9,16	9,34	9,84	9,82	9,85	9,27
9,80	9,63	9,98	9,26	9,77	9,57	9,82	9,44	9,74	10,12
9,80	9,15	9,12	9,67	9,58	9,18	9,07	9,73	9,69	9,88
9,79	9,81	9,38	9,62	9,60	9,78	9,21	9,48	9,51	9,25
9,62	9,97	9,26	9,42	9,29	9,87	9,77	9,87	9,36	9,36
9,59	9,86	9,70	9,95	9,71	9,88	9,68	9,60	9,92	9,05
9,93	9,59	9,58	9,62	9,85	9,65	9,87	9,12	9,61	9,68
9,66	10,40	9,25	9,33	10,11	10,01	9,42	9,44	9,81	9,20
9,75	9,98	9,85	9,75	9,65	9,60	9,43	9,91	10,21	9,31
9,07	9,36	9,94	10,10	9,58	9,78	10,14	9,77	9,39	9,36

9. Витрати міді (грн.) на виготовлення трубопровідного вентиля становили:

109,6	108,9	107,3	105,0	106,5	113,3	109,2	110,9	112,6	107,4
106,8	108,6	112,9	109,5	107,3	107,6	111,6	115,7	106,9	113,3
110,3	107,9	107,8	111,8	116,6	108,6	110,9	106,9	114,5	104,0
106,7	110,8	104,1	110,2	107,3	108,6	108,7	110,3	110,4	106,9
104,5	106,3	111,2	111,2	107,2	108,6	109,4	113,4	108,6	106,4
116,6	107,1	104,1	110,8	113,6	116,8	104,7	112,3	106,1	107,8
114,9	104,7	112,0	112,6	111,8	109,7	105,3	115,5	105,1	112,1
113,3	112,6	110,4	109,4	112,9	111,3	112,1	110,8	109,7	111,0
110,4	113,4	111,9	113,5	111,0	108,6	110,2	114,7	110,0	107,9
110,8	109,1	109,6	111,2	110,3	109,9	109,9	108,6	107,3	109,7

10. Коефіцієнт забезпеченості власними обіговими коштами для автомобілебудівних підприємств такий:

0,96	0,89	0,73	0,50	0,65	0,93	0,92	0,69	0,68	0,86
0,86	0,89	0,95	0,73	0,76	0,79	1,16	1,57	1,03	1,60
0,78	1,18	1,66	0,86	1,09	0,69	0,67	1,08	0,41	0,97
0,61	0,73	0,86	0,87	0,63	0,45	0,63	1,12	1,12	0,93
0,75	0,86	0,94	1,34	1,66	0,71	0,41	1,08	1,36	0,64
1,68	0,47	0,40	1,23	1,49	0,47	0,90	0,96	1,18	1,21
0,97	0,53	1,55	1,33	1,26	1,04	0,54	0,89	1,13	0,79
1,21	1,08	0,64	1,34	1,19	1,35	1,10	0,86	0,62	0,97
1,47	1,68	1,51	0,96	1,12	1,03	1,59	0,99	0,86	1,45
0,96	1,14	0,51	0,74	0,69	0,78	1,10	0,73	0,69	0,61

11. Темп зростання обсягу продажів дитячого імпортного взуття в порівнянні з попереднім місяцем у торгових точках міста такий (%):

108,6	101,8	103,6	102,6	103,6	104,5	102,6	104,5	105,3	103,6
104,5	103,6	100,8	100,8	101,8	100,3	105,7	99	102,6	105,7
101,3	103,6	104,5	103,6	106,3	103,6	104,5	104,5	103,6	105,7
106,2	105,3	102,6	104,5	102,6	104,5	105,3	105,3	102,6	100,8
100,3	105,3	103,6	105,6	103,6	104,5	105,7	105,7	107,3	102,9
106,2	101,8	102,6	105,7	103,6	99,4	101,3	102,6	101,3	103,6
101,3	103,6	101,3	102,6	102,6	101,8	106,2	102,6	104,5	102,6
100,8	101,8	105,3	105,3	101,3	100,3	103,6	100,8	102,6	103,6
106,2	105,3	101,8	102,6	101,8	107,3	101,8	105,7	104,5	103,6
104,5	101,8	106,2	107,3	101,8	102,6	105,7	102,6	103,6	101,3

12. Темп зростання 100 акціонерних компаній у порівнянні з попереднім періодом становив (%):

104,7	104,6	101,1	104,6	102,8	103,8	103,0	103,8	103,5	102,2
103,8	103,1	102,2	101,8	103,5	103,1	101,1	104,7	104,6	103,8
103,5	103,1	104,3	103,5	102,2	103,5	103,5	102,2	102,8	104,3
101,1	103,5	103,8	101,8	102,8	100,2	102,8	103,8	103,1	104,6
104,3	103,1	102,2	103,1	103,8	103,5	103,5	102,8	103,1	100,3
101,8	102,8	100,2	102,8	103,8	104,3	103,1	102,2	104,7	103,5
103,1	103,8	103,5	103,5	102,8	101,8	102,2	104,3	103,1	104,6
103,1	104,6	102,2	103,1	103,8	104,3	102,2	103,1	101,8	103,1
103,5	102,8	103,8	101,1	103,5	102,8	102,8	102,8	102,8	100,7
102,2	104,8	104,3	101,8	102,8	102,8	100,7	103,8	104,8	103,8



13. Темп зростання реалізації 100 підприємств, які виробляють будма-  
теріали, такий:

100	88,8	91,4	107	105	87	98,1	98	113,3	105
110,5	110,2	107	95,8	107	72,2	100	107,0	96,6	100
75,2	71,5	92,0	100	81,3	74,7	80,2	103,2	102	83,2
115	115	87,8	102	84,1	120	115	115	102	97,5
90,5	115	88,1	102	102	91,5	81,3	127,4	92	107,1
98	115	110	96,5	101,9	107	100	102	91,1	76
100	121,8	110	110	105	97,6	102	115	107	122
107	122	107	107	102	87	107	81,2	102,1	100
92	107	102	102	100	100	107	103,3	102	98
92,5	105	92,0	101,9	105,2	91,0	107	102,4	89	111,5

14. Виробнича площа (тис. м<sup>2</sup>) підприємств трикотажної промисловос-  
ті така:

0,9	1,2	1,5	1,5	2,2	2,2	2,2	3,0	2,2	2,2
3,3	3,0	3,0	3,0	3,0	0,9	2,6	1,5	1,5	1,5
2,0	2,0	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,9
2,6	2,6	2,0	2,6	2,6	2,6	0,7	0,7	0,7	0,7
0,4	0,2	0,4	0,6	0,4	0,4	0,6	0,9	0,6	0,6
0,7	0,9	0,7	0,7	1,2	0,7	0,7	1,5	2,0	1,2
1,5	1,2	2,0	2,0	2,0	2,0	1,2	1,2	1,5	0,9
2,0	2,0	0,9	0,9	1,5	1,5	0,6	0,9	0,9	0,9
0,6	0,6	0,7	2,2	1,5	1,5	1,5	0,9	2,0	1,2
0,9	3,3	1,5	1,2	0,2	0,6	1,5	2,0	0,9	1,5

15. Рентабельність (рентабельність =  $\frac{\text{прибуток}}{\text{вартість основних фондів}}$ ) підпри-  
ємств промисловості будматеріалів така:

0,04	0,07	0,75	0,15	0,16	0,34	0,84	0,22	0,05	0,67
0,80	0,53	0,48	1,26	0,77	0,57	0,82	0,44	0,59	0,82
0,50	0,65	0,72	0,77	0,93	0,28	0,07	0,27	0,09	0,38
0,79	0,91	0,38	0,32	0,60	0,78	0,71	0,58	0,71	0,45
0,82	0,97	1,26	1,42	1,29	1,10	0,44	0,57	0,86	0,36
0,89	0,66	0,70	0,65	0,71	0,68	0,68	1,20	1,32	1,05
0,63	0,79	0,28	0,42	0,85	0,55	0,37	0,72	0,51	0,68
0,66	1,40	1,25	0,33	0,34	1,01	0,42	0,60	0,91	0,70
0,15	0,48	0,72	0,35	0,55	0,60	0,43	0,41	1,11	0,91
0,26	0,33	0,24	1,10	0,58	0,48	0,72	0,77	0,39	0,76

16. Темп зростання вартості акцій 100 автомобілебудівних підприємств у порівнянні з попереднім періодом становив (%):

101,6	102,3	101,1	98,8	116,7	98,0	98,0	97,0	105,0	108,0
98,0	124,8	101,0	91,8	89,1	90,5	122,4	104,8	105,3	91,7
100,6	91,8	92,5	76,3	97,2	106,5	95,2	98,5	98,0	89,3
118,8	97,7	106,0	105,3	94,6	114,0	103,7	94,8	104,6	91,0
93,8	104,7	116,0	93,9	91,8	92,4	89,9	88,9	95,9	93,0
101,0	101,0	100,0	100,0	86,3	97,6	97,9	97,2	95,8	119,0
98,7	81,4	94,4	91,1	92,3	95,7	83,4	96,6	125,0	105,5
95,7	95,2	94,3	82,9	105,0	95,0	104,0	105,0	93,2	92,5
98,0	98,8	96,8	95,5	107,0	85,0	97,7	96,1	96,6	103,2
95,1	98,2	86,2	93,4	91,6	89,5	90,2	93,5	95,6	92,0

17. Час, витрачений на складання електродвигуна загального призначення (с), такий:

102,0	101,2	101,3	100,8	105,5	104,6	103,4	105,9	108,4	102,8
104,7	103,1	103,7	103,6	102,6	104,3	106,2	101,2	107,8	108,3
102,8	101,9	101,8	101,5	101,9	103,1	100,5	105,7	103,5	103,7
102,6	101,8	105,3	101,5	102,3	103,9	102,7	102,3	104,4	103,8
104,3	103,5	104,6	103,8	105,3	100,2	102,7	102,8	103,1	105,3
101,1	103,3	101,2	105,2	103,3	109,6	105,4	102,3	101,5	102,8
100,8	104,8	103,9	105,2	101,0	101,2	104,6	102,2	103,9	104,7
102,0	106,9	102,7	104,3	106,4	102,0	102,8	101,6	103,6	104,9
103,9	107,1	105,2	104,9	101,8	105,1	103,2	106,2	106,2	104,2
101,8	102,9	104,9	104,2	106,7	103,3	102,5	105,3	105,6	105,3

18. Виготовлення тканини на одного робітника (тис. м) по підприємствах текстильної промисловості становило:

11,70	9,03	13,70	12,31	6,68	5,60	8,06	12,90	12,90	7,39
7,35	7,76	12,30	5,91	6,23	12,37	11,50	8,69	12,90	10,48
11,35	13,70	11,1	9,74	12,33	14,75	6,86	12,90	10,51	12,09
13,90	9,70	12,00	13,56	6,67	12,75	15,33	9,73	16,10	9,35
11,00	15,30	9,50	11,99	14,40	10,36	13,00	10,60	15,85	11,56
9,75	10,79	14,10	12,05	11,25	15,67	14,67	15,95	12,31	9,76
15,21	16,00	12,41	9,02	16,20	9,32	8,81	10,11	13,75	8,80
13,57	10,32	13,85	13,60	16,60	15,05	12,97	13,60	12,56	11,67
9,21	17,00	12,80	17,60	10,81	16,95	9,85	10,70	13,01	8,64
14,90	15,95	13,40	16,80	6,96	12,03	12,00	11,50	12,27	12,07

19. Витрати кольорових металів на виготовлення одного промислового світильника (г) становили:

101,6	104	101,1	98	104	93	98	95	96	104
101	91,6	89,1	89	104	104,2	101	91,9	98	76,3
89	93	95,2	98,5	108	89	93	96,8	98	108
93,7	98	93,5	95	108	93,9	93	89,9	86	91,8
101	104	101	86,3	91	98	93	98,7	101	81,4
91	91,1	95	95,7	95,2	95	81	91	95	81
98	93	95,1	98,2	86,8	93,4	92,6	89,6	89	93,5
91	89,3	91	98	86	95,5	93	93,2	95	86
98	93,2	95,9	95,8	86	98	95	95,6	95,7	98
95	95	95	95	93	98,8	98	95,6	98	81

20. Дана рентабельність (рентабельність =  $\frac{\text{прибуток}}{\text{вартість основних фондів}}$ ) по підприємствах:

0,05	0,80	0,53	0,48	0,26	0,77	0,57	0,82	0,77	0,39
0,44	0,59	0,50	0,65	0,72	0,77	0,93	0,26	0,35	0,68
0,07	0,27	0,09	0,79	0,91	0,38	0,32	0,50	0,51	0,76
0,78	0,71	0,58	0,71	0,82	0,97	1,26	1,42	0,24	1,10
1,29	1,10	0,44	0,57	0,86	0,89	0,66	0,70	0,38	0,45
0,65	0,71	0,68	0,68	1,20	1,32	0,63	0,79	0,82	0,36
0,28	0,42	0,36	0,55	0,37	0,72	0,51	0,66	0,52	0,48
1,40	1,25	0,33	0,34	1,01	0,42	0,60	0,91	0,46	1,05
0,15	0,48	0,72	0,35	0,55	0,60	0,53	0,41	0,72	0,77
1,11	0,25	0,33	0,24	1,10	0,52	0,48	0,72	0,68	0,70

21. Добовий удій молока (л) у корів тваринного комплексу такий:

18,4	26,4	8,5	19,4	19,8	20,4	20,8	21,7	23,1	30,8
24,4	10,6	22,5	22,1	20,1	3,1	13,4	22,7	22,0	15,6
20,8	21,3	28,1	26,5	10,1	25,1	31,5	23,8	11,8	21,4
24,1	21,5	21,2	16,1	18,0	22,3	32,5	25,3	11,5	20,7
12,3	19,8	22,1	18,3	28,5	19,4	27,3	22,4	10,8	15,0
26,7	27,1	27,2	18,7	23,7	28,3	16,2	10,3	19,5	21,4
25,7	18,4	25,8	14,3	19,9	20,1	30,1	29,1	26,1	21,3
25,6	13,5	13,8	14,0	20,7	16,8	23,8	29,5	16,5	20,7
20,8	16,8	20,3	16,9	17,4	23,1	15,2	18,6	29,7	17,1
29,3	20,8	14,8	19,6	15,4	19,7	17,3	20,6	20,5	23,1

22. Середня урожайність пшениці (ц/га) по господарствах регіону така:

20,4	19,5	14,3	18,1	25,7	30,1	20,1	18,4	13,5	32,0
19,0	13,1	11,5	32,1	33,2	31,5	32,0	29,5	25,1	24,4
19,5	19,1	15,1	22,1	21,1	24,5	23,7	13,5	28,1	24,5
13,7	20,5	23,9	18,6	22,5	26,1	27,5	27,9	22,4	36,5
23,1	23,2	20,1	21,4	25,3	20,5	21,4	24,5	23,5	20,1
27,4	33,1	30,1	27,3	23,8	23,1	23,0	26,2	31,5	23,1
30,1	25,4	29,3	20,8	23,1	21,3	28,1	23,4	28,5	30,4
22,5	20,6	20,5	27,1	24,1	26,1	20,3	29,3	22,1	21,3
23,1	25,1	29,1	25,7	25,1	33,7	24,0	21,9	33,1	22,0
24,1	25,3	26,1	21,3	24,0	21,3	24,2	21,0	28,4	24,3

23. Час горіння електролампочок (год.) такий:

750	750	756	769	757	767	760	743	745	759
750	750	739	751	746	758	750	758	753	747
751	762	748	750	752	763	739	744	764	755
751	750	733	752	750	763	749	754	745	747
762	751	758	766	757	769	739	746	750	753
738	735	760	738	747	752	747	750	746	748
742	742	758	751	752	762	740	753	758	754
737	743	748	747	754	754	750	753	754	760
740	756	741	752	747	749	745	757	755	764
756	764	751	759	754	745	752	755	765	762

24. Витрати вугілля (г) на виробництво 1 ккал. тепла в котельні міста такі:

23,0	21,5	20,6	22,0	19,6	21,4	21,0	24,8	21,5	23,0
21,2	23,0	21,5	20,2	20,3	23,5	20,8	25,2	25,5	20,5
18,3	22,5	22,0	19,5	20,0	20,8	20,2	24,0	22,5	22,0
21,2	21,3	20,4	22,5	22,5	21,0	20,0	20,0	24,4	19,5
21,9	20,4	23,5	19,2	22,1	21,2	22,1	21,5	23,5	21,0
24,0	21,3	19,0	20,3	21,3	20,3	19,2	23,5	19,5	26,0
20,7	21,0	20,5	20,5	21,4	21,5	21,1	21,2	22,5	21,0
20,5	21,3	20,0	19,1	20,3	20,2	20,4	20,4	20,0	19,3
20,0	22,0	22,5	22,3	21,5	19,0	21,0	20,1	20,9	22,3
19,5	19,4	18,3	19,3	21,3	21,0	22,5	19,6	21,4	22,0

25. Зарплата робочих підприємства (тис. грош. од.) за неповний період така:

338	336	312	381	302	296	360	342	334	322
348	304	323	310	368	314	298	312	322	350
304	302	336	334	304	292	324	331	324	334
314	338	324	292	298	262	338	331	275	324
326	314	312	362	368	324	352	304	302	332
314	308	312	381	290	322	326	316	328	340
324	320	364	304	340	290	318	332	364	324
304	324	356	366	324	332	304	282	330	314
342	322	362	298	316	298	332	342	316	326
338	321	302	304	322	296	322	338	324	323

26. Виробнича площа (тис. м<sup>2</sup>) підприємств бавовняної промисловості така:

1,9	2,2	2,5	2,5	3,2	3,2	3,2	3,3	1,9	1,9
3,2	3,2	3,8	3,8	3,4	3,4	3,4	3,4	1,9	1,6
1,9	2,2	2,5	2,5	2,5	2,5	3,0	3,0	1,9	3,0
1,6	1,6	1,7	1,7	1,7	1,7	1,7	1,9	2,5	2,5
2,2	2,2	2,2	2,2	3,0	2,2	2,2	2,2	1,6	1,7
1,7	1,7	1,7	1,75	1,2	1,4	1,2	1,43	2,2	2,5
1,6	1,4	1,4	1,6	1,6	1,9	1,6	1,6	1,6	1,9
1,7	1,9	1,7	1,7	2,2	1,7	1,7	2,5	3,2	2,5
3,0	2,2	2,5	2,5	2,2	3,0	3,0	3,0	1,9	1,9
3,0	2,2	2,2	2,5	1,9	3,0	3,0	3,0	2,5	2,5

27. Обсяг продукції, реалізованої текстильними підприємствами за певний період (тис. м), становив:

6,9	6,9	6,9	9,1	4,9	5,1	5,1	5,1	1,87	8,9
7,1	12,6	12,6	6,9	10,2	6,9	6,9	6,9	7,3	10,2
5,1	6,9	6,9	3,3	10,2	4,9	4,9	7,2	7,4	5,1
1,3	3,9	4,8	4,3	4,8	5,1	5,1	8,9	1,84	4,9
2,2	8,9	5,1	5,9	3,8	8,8	4,9	8,9	10,2	12,6
4,3	7,2	3,3	4,9	1,3	2,2	4,9	8,9	4,9	2,8
5,1	3,6	3,3	6,9	8,9	5,1	6,0	6,9	6,9	6,1
5,3	11,6	11,6	3,3	4,9	4,2	2,2	6,1	4,9	11,6
5,8	4,4	6,3	5,7	10,2	5,1	10,2	9,1	7,4	11,6
4,9	2,2	6,2	5,8	4,9	5,8	5,9	2,2	11,6	5,1

28. Валовий випуск продукції та послуг з 1 м<sup>2</sup> виробничої площі підприємств (млн. грош. од.) такий:

1,55	1,75	1,69	1,77	1,16	1,34	1,84	1,82	1,85	1,27
1,80	1,63	1,98	2,26	1,77	1,57	1,82	1,44	1,74	2,12
1,80	1,15	1,72	1,67	1,58	1,18	1,07	1,73	1,69	1,88
1,79	1,81	1,38	1,62	1,60	1,78	1,21	1,48	1,51	1,25
1,62	1,97	1,26	1,42	1,29	1,87	1,77	1,87	1,36	1,36
1,59	1,86	1,70	1,95	1,71	1,88	1,68	1,60	1,92	1,05
1,93	1,59	1,58	1,62	1,85	1,65	1,07	1,12	1,62	1,68
1,66	2,40	1,25	1,33	2,11	2,01	1,42	1,44	1,81	1,20
1,75	1,98	1,85	1,75	1,65	1,60	1,43	1,91	2,21	1,31
1,07	1,36	1,94	2,10	1,58	1,78	2,14	1,77	1,39	1,36

29. Темпи зростання вартості акцій 100 текстильних підприємств регіону (%) такі:

108	109	110	112	110	117	112	106	114	117
110	106	106	112	117	112	112	112	116	116
113	114	110	113	113	117	106	108	117	113
108	110	110	113	108	110	119	110	119	106
112	112	112	110	104	109	108	108	108	101
104	110	109	114	108	110	110	110	119	106
104	106	109	117	108	114	114	110	114	112
108	109	113	113	104	104	106	109	109	104
104	116	116	116	101	110	109	109	108	110
113	113	112	94	114	109	116	109	96	114

30. Коефіцієнт співвідношення позик і власних коштів для підприємств з виробництва червоної цегли становив:

2,56	2,43	2,47	2,47	2,33	2,37	2,43	2,54	2,27	2,27
2,33	2,43	2,61	2,11	2,43	2,33	2,54	2,33	2,61	2,47
2,54	2,43	2,33	2,54	2,43	2,43	2,43	2,33	2,54	2,47
2,43	2,43	2,43	2,33	2,40	2,43	2,47	2,68	2,64	2,33
2,43	2,68	2,21	2,33	2,58	2,47	2,47	2,21	2,11	2,54
2,64	2,47	2,27	2,27	2,37	2,33	2,47	2,47	2,71	2,37
2,40	2,58	2,47	2,27	2,05	2,79	2,79	2,64	2,27	2,54
2,71	2,85	2,47	2,47	2,43	2,47	2,54	2,64	2,11	2,27
2,79	2,03	2,33	2,68	2,43	2,61	2,54	2,64	2,54	2,64
2,39	2,33	2,21	2,68	2,54	2,33	2,21	2,21	2,54	2,64

### 3.2. ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ КОРЕЛЯЦІЇ

*Література:* [6, гл. 12, § 1, задача 535]; [7, гл. 18, § 7-9, 13]; [12, розділ III, п. 3.9.1-3.9.2].

#### Задача 11

Дана залежність прибутку від основних фондів за даними 50 однотипних підприємств за квартал.

1. Знайти вибірковий коефіцієнт кореляції  $r_{xy}$ .
2. Знайти вибіркове рівняння прямої лінії регресії  $Y$  на  $X$ .
3. Побудувати діаграму розсіювання і накреслити пряму регресії  $Y$  на  $X$ .
4. Обчислити середню квадратичну помилку  $\sum (y_k - Y_k)^2 = \sigma_y^2 (1 - r^2)$  визначення  $y$  за рівнянням прямої регресії  $Y$  на  $X$ .
5. Перевірити відповідність обчислених значень при трьох значеннях основних фондів.

#### Варіант 1

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11		2								2
12		1	2							3
13			3	3	1					7
14				7	8					15
15				1	7	5				13
16						2				2
17						1	3			4
18								2		2
19									1	1
Всього	3	3	5	11	16	8	3	2	1	50

#### Варіант 2

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1	2								3
12		2	3							5
13			2	2						4
14				1						1
15				3	7	3	4			17
16					1	5	1	3		10
17						2	1	2	1	6
18									1	1
19									2	2
Всього	2	4	5	6	8	10	6	5	4	50

### Варіант 3

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2	1								3
11	2	1								3
12		2								2
13		3	2							5
14			4	2						6
15				5	7	2	3			17
16				1	2	1	3			7
17						2	1			3
18								2		2
19								1	1	2
Всього	4	7	6	8	9	5	7	3	1	50

### Варіант 4

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1									1
12	1	3	4							8
13			2	2	2					6
14			1	1	6					8
15				5	2	1				8
16						2	3			5
17						1	2	1		4
18							1	2	1	4
19								4	1	5
Всього	3	3	7	8	10	4	6	7	2	50

### Варіант 5

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2									2
11		2								2
12		1	3							4
13		1	4	2						7
14			1	1	6	3				11
15				3	4	2	1			10
16						1	3			4
17						4	1	2		7
18								2		2
19									1	1
Всього	2	4	8	6	10	10	5	4	1	50



### Варіант 6

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2									2
11		3		1						4
12		2	1	1						4
13		1	2	1						4
14			4	3	5					12
15				2	2	1				5
16					3	2	3			8
17							1	1		2
18							1	1	3	5
19							1	1	2	4
Всього	2	6	7	8	10	3	6	3	5	50

### Варіант 7

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1									1
12		3	3	1						2
13		1	4	2	5					12
14			1	2	2	2				7
15				2	3	4				9
16						2	3			5
17						2	1			3
18							1	2		3
19								1	1	2
Всього	2	4	8	7	10	10	5	3	1	50

### Варіант 8

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2	1								3
11		1								1
12		2	3							5
13			4							4
14				2	2					4
15				4	5	4				13
16					3	1	3			7
17						3	2			5
18							4	1		5
19								2	1	3
Всього	2	4	7	6	10	8	9	3	1	50

### Варіант 9

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2	2								4
11	2	1								3
12		1								1
13			3	1						4
14			4	1						5
15				2	5	2				9
16				1	1	3	3	2		10
17					1	1	2		2	6
18							4	1		5
19							1	1	1	3
Всього	4	4	7	5	7	6	10	4	3	50

### Варіант 10

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11		1								1
12		2								2
13		3	5							8
14			1	6						7
15			4	1	1		5			11
16				1	1	2	4			8
17						1	3		3	7
18						1		1	1	3
19									2	2
Всього	1	6	10	8	2	4	12	1	6	50

### Варіант 11

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2									2
11		1	1							2
12		1	1	4						6
13		1	3	4	3					11
14				3	2	1				6
15					2	2	3			7
16						7	1			8
17							3			3
18							1	2		3
19								1	1	2
Всього	2	3	5	11	7	10	8	3	1	50

### Варіант 12

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1	1								2
11	1	2								3
12		3	2	1						6
13			3	4						7
14				1	5	4				10
15					2	2				4
16					3	1	2			6
17							3	2		5
18								2	2	4
19								2	1	3
Всього	2	6	5	6	10	7	5	6	3	50

### Варіант 13

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1	2								3
12		2	4							6
13				3						3
14				2	5					7
15				5	2	1				8
16					3	4				7
17						2	3			5
18						3	2	2		7
19								2	1	3
Всього	2	4	4	10	10	10	5	4	1	50

### Варіант 14

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2									2
11	1									1
12		2	1							3
13		5	1	2						8
14			2	2	7					11
15				2	3	3				8
16						5				5
17						2	2			4
18							2	1		3
19							2	1	2	5
Всього	3	7	4	6	10	10	6	2	2	50

### Варіант 15

Прибуток	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
1 000 марок, $Y_k$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1	2								3
12	2	2	2							6
13			3	5						8
14				2	3					5
15					7	2				9
16					3	2				5
17						3	5			8
18								3		3
19								1	1	2
Всього	4	4	5	7	13	7	5	4	1	50

### Варіант 16

Прибуток	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
1 000 марок, $Y_k$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1	2								3
11	1	1								2
12	1		4							5
13				2	4					6
14				3	1	3				7
15						3	1			4
16						7	2			9
17							4	2	2	8
18								3	1	4
19									2	2
Всього	3	3	4	5	5	13	7	5	5	50

### Варіант 17

Прибуток	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
1 000 марок, $Y_k$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1									1
12		3	2							5
13	2	1	1							4
14			1	1	7					9
15				3	2	4				9
16						4	3			7
17						1	1	2		4
18						2	3	2		7
19								1	2	3
Всього	4	4	4	4	9	11	7	5	2	50

### Варіант 18

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2	3								5
11	1	1								2
12		1								1
13										0
14			4	1	6	1				12
15			4	1	4					9
16				5		3				8
17						2	3	1	1	7
18								2	1	3
19								1	2	3
Всього	3	5	8	7	10	6	3	4	4	50

### Варіант 19

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1									1
12	2	1								36
13	1	2	3							3
14			3							3
15			4	2	5	2				13
16				1	4	1	3			9
17					1	3	2	4		10
18								1		1
19								2	1	3
Всього	5	3	10	3	10	6	5	7	1	50

### Варіант 20

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1	2	3							6
12		2	1							3
13			4	1						5
14				5						5
15				1	4	3				8
16					7	1	2			10
17						1	2	1		4
18						1	3	1		5
19								2	1	3
Всього	2	4	8	7	11	6	7	4	1	50

### Варіант 21

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2									2
11	1	2								3
12		1		1						2
13			3	1						4
14			1	1	4	1	1			8
15			4	5	6	2	1	1		19
16						3		2		5
17								3		3
18								1	1	2
19									2	2
Всього	3	3	8	8	10	6	2	7	3	50

### Варіант 22

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	2									2
12		2								2
13		3	3	2						8
14		1	1	2	5					9
15			1	3	4	3				11
16						2	3			5
17						1	2	1	2	6
18								2	1	3
19								1	2	3
Всього	3	6	5	7	9	6	5	4	5	50

### Варіант 23

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	2	2								4
12	3	1	3							7
13		1	1	1						3
14			2	4	2					8
15				3	2	5				10
16						4	2			6
17						1	1	3		5
18							1	2	1	4
19								1	1	2
Всього	6	4	6	8	4	10	4	6	2	50

### Варіант 24

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	2									2
12	1	3	2							6
13	2		1	4						7
14			1	5	2	6				14
15					2	4	1			7
16							2			2
17							1	3		4
18							2	1	2	5
19								1	1	2
Всього	6	3	4	9	4	10	6	5	3	50

### Варіант 25

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11		2	1							3
12		2	3	2						7
13			3	1						4
14				1	7	5				13
15					2	3	1			6
16						3	3			6
17							2			2
18								1	2	3
19								4	1	5
Всього	1	4	7	4	9	11	6	5	3	50

### Варіант 26

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	2									2
11	2	2								4
12	1	4	3							8
13		1	1	1						3
14			3	1	4					8
15					6	2				8
16						1	1			2
17						3	1	3		7
18							2	2	2	6
19								1	1	2
Всього	5	7	7	2	10	6	4	6	3	50

### Варіант 27

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1	1								2
11	1	2								3
12	1	3	1							5
13			2	1	1					4
14			1	2	3	4				10
15				2	1	4				7
16					2	2	2			6
17						1	4	1		6
18								2	1	3
19								3	1	4
Всього	3	6	4	5	7	11	6	6	2	50

### Варіант 28

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1	1								2
11	1	2	3	2						8
12		1	2	2						5
13			1	2	4	1				8
14					7	2				9
15						3	2			5
16						1	2	3		6
17							1	1		2
18							1	2	1	4
19									1	1
Всього	2	4	6	6	11	7	6	6	2	50

### Варіант 29

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1									1
11	1	3	1							5
12	2	2	2							6
13		1	1	4						6
14			3	1	4	2				10
15				2	5	1	1			9
16						1	2			3
17						3	1	3		7
18								2		2
19									1	1
Всього	4	6	7	7	9	7	4	5	1	50



### Варіант 30

Прибуток 1 000 марок, $Y_k$	Основні фонди, 10 000 марок, $X_i$									Всього
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
10	1		1							2
11	3	1	2							6
12		2	2	3						7
13			1	1						2
14				1	4	5				10
15					3	3				6
16						1	2	3		6
17						2	2	2		6
18							3		1	4
19									1	1
Всього	4	3	6	5	7	11	7	5	2	50

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Агапов, Г. И. Задачник по теории вероятностей [Текст] : учеб. пособие / Г. И. Агапов. – М. : Высш. шк., 1986. – 80 с.
2. Бобик, О. І. Теорія ймовірностей і математична статистика [Текст] : підручник / О. І. Бобик, Г. І. Берегова, Б. І. Копитко ; МОН України. – К. : В9 Професіонал, 2007. – 560 с. – ISBN 978-966-370-0.
3. Боровков, А. А. Теория вероятностей [Текст] : учебное пособие / А. А. Боровков. – 2-е изд. перераб. и доп. – М. : Наука, ФИЗМАТЛИТ, 1986. – 432 с.
4. Бугір, М. К. Посібник з теорії ймовірності та математичної статистики [Текст] / М. К. Бугір ; МОН України. – Тернопіль : Підручники і посібники, 1998. – 176 с. – ISBN 966-562-175-0.
5. Гихман, И. И. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] / И. И. Гихман, А. В. Скороход, М. И. Ядренко. – К. : Вища школа, 1979. – 408 с.
6. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 4-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 1998. – 400 с. – ISBN 5-06-003465-8.
7. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / В. Е. Гмурман. – 6-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 1998. – 479 с. – ISBN 5-06-003464-X.
8. Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей [Текст] : учебник / Б. В. Гнеденко. – М. : Эдиториал УРСС, 2001. – 320 с.
9. Жлуктенко, В. І. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики [Текст] : навч. посібник / В. І. Жлуктенко, С. І. Наконечний. – К. : УМКВО, 1991. – 251 с. – ISBN 966-574-265-5.
10. Іванюта, І. Д. Елементи теорії ймовірностей та математичної статистики [Текст] : навч. посібник / І. Д. Іванюта, В. І. Рибалка, І. А. Рудоміно-Дусятська ; МОН України. – К. : Слово, 2003. – 272 с. – ISBN 966-8407-01-6.
11. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / В. А. Колемаев, О. В. Староверов, В. Б. Турундаевский ; под ред. В. А. Колемаева. – М. : Высш. шк., 1991. – 400 с. – ISBN 5-06-001545-9.
12. Малютіна, Т. І. Вища математика для економістів. Ч. 4 “Теорія ймовірностей та математична статистика” [Текст] : навчальний посібник : у 4-х ч. / Т. І. Малютіна, К. А. Дахер ; Державний вищий

навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України”. – Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2008. – 181 с.

13. Малютіна, Т. І. Вища математика для економістів. Ч. 4 “Теорія ймовірностей та математична статистика” [Текст] : практикум : у 4 ч. / Т. І. Малютіна, К. А. Дахер ; Державний вищий навчальний заклад “Українська академія банківської справи Національного банку України”. – Суми : ДВНЗ “УАБС НБУ”, 2009.
14. Пугачев, В. С. Теория вероятностей и математическая статистика [Текст] : учеб. пособие / В. С. Пугачев. – 2-е изд., исправл. и дополн. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 496 с. – ISBN 5-9221-0254-0.
15. Сборник задач по теории вероятностей и математической статистике [Текст] / под ред. И. В. Свешникова. – М. : Наука, 1970. – 656 с.
16. Скороход, А. В. Елементи теорії ймовірностей та випадкових процесів [Текст] / А. В. Скороход. – Київ : Вища шк., 1975. – 296 с.
17. Чистяков, В. П. Курс теории вероятностей [Текст] / В. П. Чистяков. – М. : Наука, 1978. – 224 с.
18. Шефтель, З. Г. Теорія ймовірностей [Текст] / З. Г. Шефтель ; МОН України. – 2-ге вид., перероб. і доповн. – К. : Вища шк., 1994. – 192 с. – ISBN 5-11-004277-3.

Додаток А

Таблиця значень функції  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3443	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1787	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1551	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0291	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0040	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034
3,1	0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0025
3,2	0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0012	0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0004	0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003
3,8	0003	0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001

Додаток Б

Таблиця значень функції Лапласа  $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,00000	00399	00798	01197	01595	01994	02392	02790	03188	03586
0,1	03983	04380	04776	05172	05567	05962	06356	06749	07142	07535
0,2	07926	08317	08706	09095	09483	09871	10257	10642	11026	11409
0,3	11791	12172	12552	12930	13307	13683	14058	14431	14803	15173
0,4	15542	15910	16276	16640	17003	17367	17724	18082	18439	18793
0,5	19146	19497	19847	20194	20540	20884	21226	21566	21904	22240
0,6	22575	22907	23237	23565	23891	24215	24537	24857	25175	25490
0,7	25804	26115	26424	26730	27035	27337	27637	27935	28230	28524
0,8	28814	29103	29389	29673	29955	30234	30511	30785	31057	31327
0,9	31594	31859	32121	32381	32639	32894	33147	33398	33646	33891
1,0	34134	34375	34614	34850	35083	35314	35543	35769	35993	36214
1,1	36433	36650	36864	37076	37286	37493	37698	37900	38100	38298
1,2	38493	38686	38877	39065	39251	39435	39617	39796	39973	40147
1,3	40320	40490	40658	40824	40988	41149	41309	41466	41621	41774
1,4	41924	42073	42220	42364	42507	42647	42786	42922	43056	43189
1,5	43319	43443	43574	43699	43822	43943	44062	44179	44295	44408
1,6	44520	44630	44738	44845	44950	45053	45154	45254	45352	45449
1,7	45543	45637	45728	45818	45907	45994	46080	46164	46246	46327
1,8	46107	46485	46562	46638	46712	46784	46856	46926	46995	47062
1,9	47128	47493	47525	47600	47673	47744	47814	47883	47951	48018
2,0	47725	47778	47831	47882	47932	47982	48030	48077	48124	48169
2,1	48214	78257	48300	48341	48382	48422	48464	48500	48537	48574
2,2	48610	48645	48679	48713	48745	48778	48809	48840	48870	48899
2,3	48928	48956	48983	49010	49036	49061	49086	49111	49134	49158
2,4	49180	49202	49224	49245	49266	49286	49305	49324	49343	49361
2,5	49379	49396	49413	49430	49446	49461	49477	49492	49506	49520
2,6	49534	49547	49560	49573	49585	49598	49609	49621	49632	49643
2,7	49653	49664	49674	49683	49693	49702	49711	49720	49728	49736
2,8	49744	49752	49760	49767	49774	49781	49788	49795	49801	49807
2,9	49813	49819	49825	49831	49836	49841	19846	49851	49856	49861
3,0	0,49865		3,1	49903	3,2	49931	3,3	49952	3,4	49966
3,5	49977		3,6	49981	3,7	49989	3,8	49993	3,9	49995
4,0	499968									
4,5	499997									
5,0	4999997									

## Додаток В

Таблиця значень  $\chi^2$  залежно від  $k$  і  $\alpha$ 

Число степенів свободи, $k$	Рівень значущості $\alpha$								
	0,95	0,90	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,025	0,01
1	0,004	0,016	0,455	1,074	1,642	2,071	3,84	5,0	6,6
2	0,103	0,211	1,386	2,41	3,22	4,60	5,99	7,4	9,2
3	0,352	0,584	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	9,4	11,3
4	0,711	1,064	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	11,1	13,3
5	1,145	0,61	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	12,8	15,1
6	1,635	2,20	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	14,4	16,8
7	2,17	2,83	6,35	8,38	9,80	12,02	14,07	16,0	18,5
8	2,73	3,49	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	17,5	20,1
9	3,32	4,17	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	19,0	21,7
10	3,94	4,86	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	20,5	23,3
11	4,58	5,58	10,34	12,90	14,63	17,28	19,68	21,9	24,7
12	5,23	6,30	11,34	14,01	15,81	18,55	21,0	23,3	26,2
13	5,89	7,04	12,34	15,12	16,98	19,81	22,4	24,7	27,7
14	6,57	7,79	13,34	16,22	18,15	21,1	23,7	26,1	29,1
15	7,26	8,55	14,34	17,32	19,31	22,3	25,0	27,5	30,6
16	7,96	9,31	15,34	18,42	20,5	23,5	26,3	28,8	32,0
17	8,67	10,08	16,34	19,51	21,6	24,8	27,6	30,2	33,4
18	9,39	10,86	17,34	20,6	22,8	26,0	28,9	31,5	34,8
19	10,11	11,65	18,34	21,7	23,9	27,2	30,1	32,9	36,2
20	10,85	12,44	19,34	22,8	25,0	28,4	31,4	34,2	37,6
21	11,59	13,24	20,3	23,9	26,2	29,6	32,7	35,5	38,9
22	12,34	14,04	21,3	24,9	27,3	30,8	33,9	36,8	40,3
23	13,09	14,85	22,3	26,0	28,4	32,0	35,2	38,1	41,6
24	13,85	15,66	23,3	27,0	29,6	33,2	36,4	39,4	43,0
25	14,61	16,47	24,3	28,2	30,7	34,4	37,7	40,6	44,3
26	15,38	17,29	25,3	29,2	31,8	35,6	38,9	41,9	45,6
27	16,15	18,11	26,3	30,3	32,9	36,7	40,1	43,2	47,0
28	16,93	18,94	27,3	31,4	34,0	37,9	41,3	44,5	48,3
29	17,71	19,77	28,3	32,5	35,1	39,1	42,6	45,7	49,6
30	18,49	20,60	29,3	33,5	36,2	40,3	43,8	47,0	50,9

Додаток Г

Таблиця значень  $t_\gamma = t(k, \gamma)$  (розподіл Стьюдента)

Число степенів свободи, $k$	$\gamma = 1 - \alpha$					
	0,9	0,95	0,98	0,99	0,998	0,999
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,9
4	2,13	2,78	3,75	4,60	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	2,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,65	3,96
18	1,74	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,29

Додаток Д

**Критичні точки розподілу F Фішера-Снедекора**

Рівень значущості $\alpha = 0,01$												
$k_2$	$k_1$											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4 052	4 999	5 403	5 625	5 764	5 889	5 928	5 981	6 022	6 056	6 082	6 106
2	98,49	99,01	90,17	99,25	99,33	99,30	99,34	99,36	99,40	99,40	99,41	99,42
3	34,12	30,81	29,46	28,71	28,24	27,91	27,67	27,49	27,34	27,23	27,13	27,05
4	21,20	18,00	16,69	15,98	15,52	15,21	14,98	14,80	14,66	15,54	14,45	14,37
5	16,26	13,27	120,6	11,39	10,97	10,67	10,45	10,27	10,15	10,05	9,96	9,89
6	13,74	10,92	9,78	9,15	8,75	8,47	8,26	8,10	7,98	7,87	7,79	7,72
7	12,25	9,55	8,45	7,85	7,46	7,19	7,00	6,84	6,71	6,62	6,54	6,47
8	11,26	8,65	7,59	7,01	6,63	6,37	6,19	6,03	5,91	5,82	5,74	5,67
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	5,62	5,47	5,35	5,26	5,18	5,11
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	5,21	5,06	4,95	4,85	4,78	4,71
11	9,86	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	4,88	4,74	4,63	4,54	4,46	4,40
12	9,33	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	4,65	4,50	4,39	4,30	4,22	4,16
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	4,44	4,30	4,19	4,10	4,02	3,96
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	4,28	4,14	4,03	3,94	3,86	3,80
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	4,14	4,00	3,89	3,80	3,73	3,67
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	4,03	3,89	3,78	3,69	3,61	3,55
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	3,93	3,79	3,68	3,59	3,52	3,45

  

Рівень значущості $\alpha = 0,05$												
$k_2$	$k_1$											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	243	244
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,36	19,37	19,38	19,37	19,40	19,41
3	10,12	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,88	8,84	8,81	8,78	8,76	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,93	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,78	4,74	4,70	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	4,15	4,10	4,06	4,03	4,00
7	5,59	4,47	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,63	3,60	3,57
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,34	3,31	3,28
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,13	3,10	3,07
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,20	3,14	3,07	3,02	2,97	2,94	2,91
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,86	2,82	2,79
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,92	2,85	2,80	2,76	2,72	2,69
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,84	2,77	2,72	2,67	2,63	2,60
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,77	2,70	2,65	2,60	2,56	2,53
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,70	2,64	2,59	2,55	2,51	2,48
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,45	2,42
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,62	2,55	2,50	2,45	2,41	2,38



Додаток Е

Таблиця значень  $q = q(\gamma, n)$

$\gamma \backslash n$	0,95	0,99	0,999	$\gamma \backslash n$	0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,96	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Додаток Ж

$$\text{Значення } p_k = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$$

<i>k</i>	$\lambda$								
	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066
1	0,0905	0,1637	0,2222	0,2681	0,3033	0,3293	0,3176	0,3595	0,3659
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1217	0,1438	0,1647
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494
4		0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111
5				0,0001	0,0002	0,0004	0,0007	0,0012	0,0020
6							0,0001	0,0002	0,0003
<i>k</i>	$\lambda$								
	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0
0	0,3679	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001
1	0,3679	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011
2	0,1839	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050
3	0,0613	0,1804	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150
4	0,0153	0,0902	0,1680	0,1954	0,1755	0,1339	0,0921	0,0573	0,0337
5	0,0031	0,361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607
6	0,0005	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911
7	0,0001	0,0034	0,0216	0,0595	0,1044	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171
8		0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318
9		0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0688	0,1014	0,1241	0,1318
10			0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186
11			0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970
12			0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0264	0,0481	0,0728
13				0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504
14				0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324
15					0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194
16						0,0003	0,0014	0,0045	0,0109
17						0,0001	0,0006	0,0021	0,0058
18							0,0002	0,0009	0,0029
19							0,0001	0,0004	0,0014
20								0,0002	0,0006
21								0,0001	0,0003
22									0,0001

*Навчальне видання*

**Малютіна Таїсія Іванівна**  
**Долгіх Володимир Миколайович**

**ВИЩА МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ**

Частина 2

**Теорія ймовірностей і математична статистика**

Навчальний посібник для самостійного вивчення дисципліни

У 2 частинах

Редактор *І.О. Кругляк*

Комп'ютерна верстка *Н.А. Височанська*

Підписано до друку 26.05.2009. Формат 60x90/16. Гарнітура Times.  
Обл.-вид. арк. 2,29. Умов. друк. арк. 4,38. Тираж 100 пр. Зам. № 875

Державний вищий навчальний заклад  
“Українська академія банківської справи Національного банку України”  
40030, м. Суми, вул. Петропавлівська, 57  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготівників  
і розповсюджувачів видавничої продукції: серія ДК, № 3160 від 10.04.2008

Надруковано на обладнанні Державного вищого навчального закладу  
“Українська академія банківської справи Національного банку України”  
40030, м. Суми, вул. Петропавлівська, 57