

**МЕЖФАЗНЫЙ ТЕПЛООБМЕН И РАЗГРАНИЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ  
СТАДИЙ ТЕПЛОПЕРЕНОСА ПРИ ОХЛАЖДЕНИИ ЗЕРНИСТЫХ  
МАТЕРИАЛОВ ВО ВЗВЕШЕННОМ СЛОЕ**

**М.П. Юхименко**

*Сумський національний аграрний університет*

Известно [1-4], что процессы межфазного теплообмена в гетерогенных системах включают две основные стадии: обмен теплом между потоком ожидающего агента и поверхностью твердых частиц и теплоперенос внутри самих частиц. В зависимости от того, какая из этих стадий - первая или вторая - лимитирует скорость процесса теплопереноса, имеют соответственно «внешнюю» или «внутреннюю» задачу, при соизмеримости скоростей обеих стадий - «сложную» задачу. На практике встречаются технологические процессы, скорости которых определяются отводом тепла из зернистого слоя потоком сжижающего агента. В данном случае имеем «балансовую» задачу. Методику расчета теплопереноса можно значительно упростить, если обозначить наиболее медленную (лимитирующую) стадию, определяющую скорость всего процесса.

В работе [5] дана характеристика различным задачам теплопереноса применительно к взвешенным зернистым слоям и определена основная - «сложная» задача. Анализ проведен с помощью логического обоснования рациональных диапазонов изменения режимных параметров, теплофизических коэффициентов и гранулометрических характеристик. Однако возникает необходимость более строгого обоснования - получения аналитических зависимостей для разграничения различных стадий межфазного теплопереноса с целью выявления лимитирующей стадии и оценки точности расчета.

Разграничение стадий межфазного теплопереноса будем проводить применительно к односекционному монодисперсному слою нагретых до температуры  $t$  шарообразных частиц радиусом  $R$  при постоянной суммарной поверхности слоя  $f_{cl}$ , который продувается воздушным потоком в направлении  $\eta$  с постоянной скоростью  $W$ .

Процесс межфазного теплообмена будет описываться системой дифференциальных уравнений теплопроводности Фурье и теплового баланса по газовому потоку:

$$\frac{\partial t(r, \tau)}{\partial \tau} = a_T \left( \frac{\partial^2 t(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial t_C(\eta, \tau)}{\partial \tau} + W(\eta) \frac{\partial t_C(\eta, \tau)}{\partial \eta} = -\frac{\alpha(R, W) f_{cl}}{c\rho} [t(r, \tau) - t_C(\eta, \tau)]. \quad (2)$$

Считаем, что имеем равномерное распределение температуры по объему твердой частицы в начальный момент времени, и процесс охлаждения является достаточно продолжительным.

В случае «сложной» задачи возникает необходимость определения динамики изменения температурных полей в твердой частице при ее теплообмене с окружающей средой. Распределение температур по текущему радиусу  $r$  внутри одиночной частицы при граничных условиях 3-го рода для  $0 < Bi < \infty$  и  $n=1$  запишется в виде решения уравнения (1):

$$\frac{t(r, \tau) - t_c}{t_h - t_c} = A_1 \frac{\sin(\mu_1 \frac{r}{R})}{\mu_1 \frac{r}{R}} \exp(-\mu_1^2 \cdot F_o), \quad (3)$$

где  $t(r, \tau)$  - температура частицы в точке с текущим радиусом  $r$  в течение времени  $\tau$ ,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $t_h$  - начальная температура частицы,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $t_c$  - температура охлаждающей среды,  $^{\circ}\text{C}$ ;  $r, R$  - текущий и внешний радиус частицы, м;  $F_o$  - критерий Фурье;  $a_m$  - коэффициент температуропроводности материала частицы,  $\text{м}^2/\text{с}$ ;  $A_1, \mu_1$  - постоянная и корень уравнения,  $A_1=f(Bi)$ ,  $\mu_1=f(Bi)$ ;  $Bi$  - критерий Био;  $\alpha$  - коэффициент теплоотдачи,  $\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К})$ ;  $\lambda_m$  - коэффициент теплопроводности материала частицы,  $\text{Вт}/(\text{м} \cdot \text{К})$ .

Полагая в уравнении (3) сначала  $r \rightarrow R$  (поверхность частицы) и  $t(r, \tau) = t_u$ , потом  $r \rightarrow 0$  (центр частицы) и  $t(r, \tau) = t_n$ , получим соответственно решения в виде:

$$\frac{t_n - t_c}{t_h - t_c} = A_1 \frac{\sin \mu_1}{\mu_1} \exp(-\mu_1^2 F_o), \quad (4)$$

$$\frac{t_u - t_c}{t_h - t_c} = A_1 \exp(-\mu_1^2 F_o). \quad (5)$$

Выражение для расчета среднеинтегральных (по объему частицы) температур имеет вид

$$\frac{t_{cp} - t_c}{t_h - t_c} = B_1 \exp(-\mu_1^2 F_o). \quad (6)$$

В условиях «внутренней» задачи  $Bi \rightarrow \infty$  и температура среды  $t_c$  вблизи частицы равна температуре ее поверхности  $t_n$  и является постоянной величиной (граничное условие 1-го рода). При этом из уравнения (1) получаем выражение (при  $F_o \geq 0,3$  и  $n=1$ ) для определения температурного поля внутри частицы в виде

$$\frac{t(r, \tau) - t_c}{t_h - t_c} = \frac{2 \sin(\pi \frac{r}{R})}{\pi \frac{r}{R}} \exp(-\pi^2 \cdot F_o). \quad (7)$$

Аналогично, полагая  $r \rightarrow R$ ,  $t(r, \tau) = t_n$  и  $r \rightarrow 0$ ,  $t(r, \tau) = t_u$ , получим решения в виде:

$$\frac{t_n - t_c}{t_h - t_c} = \frac{2 \sin \pi}{\pi} \exp(-\pi^2 \cdot F_o), \quad (8)$$

$$\frac{t_u - t_c}{t_h - t_c} = 2 \exp(-\pi^2 \cdot F_o). \quad (9)$$

Соответственно

$$\frac{t_{cp} - t_c}{t_h - t_c} = \frac{6}{\pi^2} \exp(-\pi^2 \cdot F_o). \quad (10)$$

При  $\text{Bi} \rightarrow 0$  задача является «внешней». При этом температура равномерно распределена по координате  $r$  частицы, то есть  $t(r, \tau) = t_{cp}(\tau)$ . При предельном переходе  $t(r, \tau)/\text{Bi} \rightarrow 0$  из уравнения (3) получаем

$$\frac{t_{cp}(\tau) - t_c}{t_h - t_c} = \exp(-3 \text{Bi} \cdot F_o). \quad (11)$$

Тот же результат можно получить интегрированием уравнения баланса тепла на границе «твердая частица – окружающая среда», которое при условии  $t_n = t_{cp}(\tau)$ ,  $\alpha = \text{const}$  запишется в виде

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{\alpha f_T}{c_T \rho_T} [t(r, \tau) - t_c]. \quad (12)$$

Тогда после разделения переменных, преобразования

$$\frac{dt}{t(r, \tau) - t_c} = -\frac{\alpha f_T}{c_T \rho_T} d\tau = -\frac{\alpha R^2 \lambda_T 3}{\lambda_T c_T \rho_T R^3} d\tau = -3 \frac{\alpha R}{\lambda_T} d\left(\frac{a_T \tau}{R^2}\right) = -3 \text{Bi} dFo$$

и интегрирования в пределах от 0 до  $Fo$  и от  $t_h$  до  $t_{cp}(\tau)$  получим уравнение (11).

В случае «внешней» задачи, предполагая стационарность температурного поля воздушного потока, уравнение (2) приобретает вид

$$W \frac{dt_c(\eta)}{d\eta} = -\frac{\alpha f_{cl}}{c\rho} [t(r, \tau) - t_c(\eta)]. \quad (13)$$

Тогда температура среды по высоте  $h$  при ее идеальном вытеснении изменяется согласно уравнению

$$\frac{t_h - t_c(\eta)}{t_h - t_{ch}} = \exp\left[-\frac{\alpha 3(1-\varepsilon)}{W c \rho R} h\right]. \quad (14)$$

Разграничение «внешней» и «внутренней» задач возможно по соотношению температурных напоров между температурой центра частицы и ее среднеобъемной, а также между температурой центра частицы и среды. Получаем температурный симплекс в виде

$$\Delta_T = \frac{t_u - t_{cp}}{t_u - t_c}. \quad (15)$$

Подставляя в выражение (15) вместо температур соответствующие решения (5), (6) и преобразуя их, получим

$$\Delta_T = 1 - \frac{B_1 \exp(-\mu_1^2 Fo)}{A_1 \exp(-\mu_1^2 Fo)}. \quad (16)$$

Практическое использование уравнения (16) предполагает конкретизацию пределов изменения симплекса  $\Delta_T$ . При  $\Delta_T \rightarrow 0$  перенос тепла происходит в условиях «внешней» (безградиентной) задачи, когда все термическое сопротивление сосредоточено снаружи частицы. В случае  $\Delta_T \rightarrow 0,7$  все сопротивление теплопереносу сосредоточено внутри частицы, теплообмен протекает в условиях «внутренней» задачи.

В практических расчетах отношение задачи к «внешней» или «внутренней» обусловлено приемлемой точностью расчета. Так, допуская погрешность не более 5 %, будем относить задачу к «внешней» при  $\Delta_T \leq 0,05$  или к «внутренней» - при  $\Delta_T \geq 0,65$ . Так как каждому значению симплекса  $\Delta_T$  отвечает определенная величина критерия Био, то значению  $\Delta_T = 0,05$  отвечает  $Bi = 0,2$ , а значению  $\Delta_T = 0,65$  -  $Bi = 20$ . Это соответствует общепринятым критериям, когда при  $Bi \leq (0,1-0,2)$  задача теплообмена считается «внешней», а при  $Bi \geq 20$  - «внутренней» [4].

В работе [5] определен диапазон изменения критерия Био, характерный для взвешенных (псевдоожиженных) систем, как  $0,1 < Bi \leq 4,0$ . Расчеты показали, что при  $Bi = 0,1$  симплекс  $\Delta_T = 0,03$ , а при  $Bi = 4,0$  симплекс  $\Delta_T = 0,5$ . То есть при значениях  $Bi \leq 2,0$  расчеты теплопереноса во взвешенных слоях следует вести как для «внутренней» задачи теплообмена, а при  $0,2 < Bi \leq 4,0$  - как для «сложной».

Для разграничения «внешней» и «балансовой» задач используем уравнение (14), учитывая, что лимитирует процесс теплоперенос с потоком охлаждающего агента. Обычно постулируют полное перемешивание твердой фазы (а следовательно, и постоянную ее температуру) и движение газа в режиме идеального вытеснения. При этом температурный симплекс равен

$$\Delta_T = \frac{t_h - t_{ck}}{t_h - t_{ch}} = \exp\left(-\frac{3\alpha(1-\varepsilon)}{W c \rho R} h\right). \quad (17)$$

Задача будет строго балансовой в случае  $\Delta_T' \rightarrow 0$ , когда температура выходящего из зернистого слоя газа будет приближаться к температуре частиц в слое. Поскольку для теплообменников смешения «газ - твердые частицы» минимальной разницей температур есть  $\Delta t_{min} = -5-10 \text{ } ^\circ\text{C}$  [6], то для аппаратов псевдоожиженного слоя  $\Delta_T' = 0,07$ . При значении  $\Delta_T' < 0,07$  задачу следует считать «балансовой». При этом высота зернистого слоя должна составлять менее 30 мм, что соответствует активной зоне теплообмена [7]. Увеличение же высоты слоя до 200 - 500 мм [2] достигается с целью гидродинамической стабилизации кипящего слоя. Поэтому тепловой расчет аппаратов псевдоожиженного слоя в большинстве случаев проводится на основе «балансовой» задачи - с помощью уравнений теплового баланса.

В аппаратах с активной гидродинамикой взвешенных слоев (например, гравитационных полочных аппаратах) активная зона теплообмена занимает практически полностью рабочий объем [8], и тепловой расчет аппаратов данного типа необходимо проводить на основе «сложной» задачи с помощью уравнений (4) - (6) и (14).

Дальнейшие аналитические исследования должны быть направлены на определение рациональных, с точки зрения интенсивности теплообмена,

режимных параметров проведения процесса охлаждения зернистых материалов во взвешенном слое.

## SUMMARY

*Analytical dependences have been received, describing different tasks of the interfacial heat transmission within grain materials weighted layer.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гельперин Н.И., Айнштейн В.Г., Кваша В.Б. Основы техники псевдоожижения. – М.: Химия, 1967.
2. Гельперин Н.И., Айнштейн В.Г. Теплообмен // Псевдоожижение / Под ред. И.Ф. Дэвидсона, Д. Харрисона. – М.: Химия, 1974. - С. 414 – 474.
3. Тодес О.М., Цитович О.Б. Аппараты с кипящим зернистым слоем. – Л.: Химия, 1981.
4. Фролов В.Ф. Моделирование сушки дисперсных материалов. – Л.: Химия, 1987.
5. Юхименко Н.П. Математическое моделирование процесса охлаждения во взвешенном зернистом слое // Вестник СумГУ. Серия Технические науки. - Сумы, 2004. - № 2(61). - С. 69 – 75.
6. Муштаев В.И., Ульянов В.М. Сушка дисперсных материалов. – М.: Химия, 1988.
7. Казакова Е.А. Гранулирование и охлаждение азотсодержащих удобрений. – М.: Химия, 1980.
8. Юхименко Н.П., Вакал С.В. и др. Аппараты взвешенного слоя. – Сумы: Собор, 2003.

**Юхименко Н.П.**, канд. техн. наук,  
доцент, Сумський національний  
аграрний університет

*Поступила в редакцию 28 февраля 2006 г.*