

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ПУЛЬСАЦИЙ НА ОСНОВЕ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА

*П.Н. Андренко, канд.техн. наук
НТУ «ХПИ»*

Характерной тенденцией развития современных систем и машин является широкое применение в них комплектных гидроприводов блочно-модульной конструкции с использованием унифицированной высокотехнологичной элементной базы. Основной и неотъемлемой частью таких приводов является гидравлическая аппаратура, характеристики и качество которой в значительной степени определяют характеристики и качество всей машины. При этом одним из основных требований, предъявляемых к гидроаппаратуре, достаточно подробно изложенных в [1], является соответствие ее динамических свойств заданным, при одновременном увеличении к.п.д., предотвращении или ограничении гидравлического удара, исключение кавитации.

Одним из эффективных способов улучшения динамических характеристик гидроаппаратуры является использование вибрационной линеаризации, осуществляемой с помощью гидравлического вибрационного контура [1]. Гидравлический вибрационный контур состоит из камеры управления гидроаппарата, пружины, нагружающей его запорно-регулирующий элемент и интерференционный преобразователь пульсаций (ИПП), в котором происходит усиление амплитуды колебаний давления, поступающих с выхода объемной гидромашины. Остановимся более подробно на рассмотрении ИПП, который является основным элементом гидравлического вибрационного контура. Принцип его действия основан на интерференции волн, при которой волны давления объединяются на выходе двух каналов. Причем в гидравлическом вибрационном контуре он выполняет функции усилителя амплитуды пульсаций давления, и сдвиг фаз волн его каналов должен быть минимальным (в пределе равен нулю). При течении рабочей жидкости в ИПП в нем происходят сложные гидромеханические процессы, относящиеся к нестационарному течению жидкости с изменением гидродинамических величин во времени и пространстве.

Анализ процессов, происходящих в системах гидроприводов, в том числе и в ИПП, позволяет сделать следующие основные допущения при построении их математических моделей.

Во-первых, диаметры основного и обводного каналов ИПП должны быть одинаковы, так как при переходе волны с одного участка на другой она усиливается, если диаметр канала уменьшается, и ослабевает, если диаметр канала увеличивается. Следовательно, диаметры каналов ИПП одинаковы и равны диаметру соединительных коммутационных каналов гидросистемы, которые в соответствии с рекомендациями [2] выбираются такими, чтобы обеспечить ламинарный режим течения жидкости (обеспечить минимальные потери). Таким образом, рассматриваем ламинарный режим течения жидкости, критерием которого является число Рейнольдса, и в ИПП $Re < Re_{кр}$, где под $Re_{кр}$ понимают такое число Re , при котором гидравлическое сопротивление и коэффициент расхода начинают интенсивно изменяться с уменьшением Re [3]. Как отмечено, наименьшим значениям $Re_{кр}$ соответствуют гидравлические сопротивления, у которых главную роль в образовании потерь выполняет вихреобразование, а потери на трение второстепенны. Наибольшие значения $Re_{кр}$ характерны для сопротивлений, потери на трения которых существенны. К последним гидравлическим сопротивлениям и относится рассматриваемый ИПП. А условие $Re < Re_{кр}$ используют как поверочное.

Во-вторых. Учитывая значительную длину основного и обводного каналов ИПП по сравнению с их диаметром, начальными участками каналов, на которых происходит

формирование профиля скоростей, пренебрегаем. Считаем профиль распределения скоростей рабочей жидкости по сечению каналов сформированным.

В-третьих. Обычно в системах гидроприводов температура рабочей жидкости находится в пределах $50 - 80$ °С, и в расчетах ее можно принять постоянной из указанного диапазона. Постоянным также можно принять содержание в рабочей жидкости нерастворенного воздуха, который по данным [1] составляет 5% и учитывается в расчетах модулем объемной упругости рабочей жидкости.

В-четвертых. Принимаем, что рабочее давление находится в пределах $0 - 30$ МПа, то есть охватывает рабочий диапазон давлений большинства систем гидроприводов.

В-пятых. Это допущение, которое обычно применяют при построении математических моделей любых гидроаппаратов. В них, в том числе и в ИПП, отсутствует кавитация, движение безразрывное, то есть на всех участках выполняется уравнение неразрывности. Считаем также, что в гидросистеме отсутствует гидравлический удар, максимальная величина которого в общем случае зависит от плотности рабочей жидкости ρ , модуля упругости материала, из которого изготовлен трубопровод E_{mp} , начального значения скорости потока рабочей жидкости u_0 , и не зависит от характера движения органа управления [4]. Следует также заметить, что в ходе волнового процесса возможно значительное понижение давления в отдельных узлах гидросистемы до давления парообразования. При этом происходит разрыв сплошности жидкости, возникает кавитация. В паровой полости устанавливается давление насыщенных паров. Это давление является минимально возможным для систем гидропривода и ограничивает характеристики всех узлов линий $p = p_n$, где p_n – давление парообразования, зависящее от рода рабочей жидкости и ее температуры. Для выполнения этого условия частота колебания давления рабочей жидкости не должна превышать некоторую границу, определенную из условия [5]

$$\omega < \frac{p_c - p_k}{\rho \cdot a \cdot l_a}, \quad (1)$$

где p_c и p_k – соответственно среднее и критическое значения давления; ρ – плотность рабочей жидкости; l_a – амплитуда колебаний рабочей жидкости, которая применительно к поршневому осциллятору может быть определена по зависимости

$$l_a = l_n \frac{S_n}{S_{mp}}, \quad (2)$$

где l_n – амплитуда колебаний поршня, S_n и S_{mp} – соответственно площади поршня и трубопровода; a – скорость звука в рабочей жидкости с учетом упругих свойств трубопровода, определяемая по зависимости

$$a = \frac{\sqrt{\frac{E_{cm}}{E_{mp}}}}{\sqrt{1 + \frac{E_{cm} \cdot d}{E_{mp} \cdot \delta_{mp}}}}, \quad (3)$$

где E_{cm} – модуль объемной упругости рабочей жидкости с учетом содержания нерастворенного воздуха, определяемый по зависимости [12]; d и δ_{mp} – соответственно диаметр и толщина стенки трубопровода.

Заметим, что расчет скорости звука в рабочей жидкости по (3), учитывающий упругую деформацию стенок трубопровода, имеет меньшее значение, чем в случае абсолютно жестких стенок трубопровода.

Учитывая, что температура рабочей жидкости находится в диапазоне $50 - 80$ °С, а рабочее давление – $0 - 30$ МПа, изменения скорости звука малы и ими можно пренебречь. То есть принимаем, что скорость звука в рабочей жидкости $a = const$, и ее значение определяется зависимостью (3).

Анализ уровня пульсаций давления на выходе объемной гидромашины, проведенный в [6], показал, что при работе ИПП соблюдается условие $\Delta p_{\max} \leq 0,01 E_{np}$, и с достаточной для практических расчетов точностью можно принять $E_{np} = \text{const}$ [7].

Перейдем к математическому описанию процессов, происходящих в ИПП. Обычно для этого используют уравнение Навье-Стокса и уравнение неразрывности. Запишем уравнение Навье-Стокса для нестационарного течения вязкой сжимаемой жидкости в круглой трубе, в цилиндрической системе координат в проекции на ось потока x [8]:

$$\frac{\partial u_x}{\partial t} + u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + u_r \frac{\partial u_x}{\partial r} + u_\theta \frac{\partial u_x}{\partial \theta} = F_x - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_x}{\partial \theta^2} \right], \quad (4)$$

где x, r и θ – соответственно продольная, радиальная и угловая координаты; u_x, u_r и u_θ – соответствующие компоненты скорости выделенной частицы жидкости в потоке; t – время; F_x – массовая сила; ν – коэффициент кинематической вязкости.

Уравнение неразрывности [5]

$$\frac{1}{\rho a^2} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = 0. \quad (5)$$

Будем считать, что течение рабочей жидкости одномерное, так как $u_x \gg u_r$, пренебрегаем движением в радиальном $u_r \approx 0$ и окружном $u_\theta = 0$ направлениях по сравнению с движением вдоль оси трубопровода. Обозначим u_x через u , а также пренебрегаем массовыми силами.

Произведем оценку члена уравнения (4) $u \frac{\partial u}{\partial x}$, выражающего конвективное ускорение, по сравнению с локальным: $-\frac{\partial u}{\partial t}$. Для этого воспользуемся методикой, приведенной в [9].

Оценим порядок ($\tilde{\Pi}$) отдельных членов этого уравнения. Обозначив через L характерную длину вдоль оси трубопровода (длину пробега волн возмущения) имеем: $\tilde{\Pi}(u \partial u / \partial x) = u^2 / L$;

$$\tilde{\Pi}(\partial u / \partial t) = u a / L; \quad \tilde{\Pi}(u \partial u / \partial x : \partial u / \partial t) = u^2 / L : u a / L = u / a.$$

Учитывая, что основные конструктивные и рабочие параметры ИПП рассчитываются и выбираются аналогично, как и других гидроаппаратов, в них всегда выполняется условие $u \ll a$, а для рассматриваемого ИПП $\tilde{\Pi}(u \partial u / \partial x : \partial u / \partial t) = 0,009549$, следовательно, членом уравнения Навье-Стокса выражающего конвективное ускорение, можно пренебречь, и оно примет вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right). \quad (6)$$

Параллельно заметим, что конструктивные параметры рассматриваемых ИПП приведены в [12]. При этом максимальная скорость потока рабочей жидкости в каналах ИПП не должна превышать $u_{\max} = 12,24$ м/с.

Далее оценим порядок члена $\frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right)$ уравнения (6), характеризующего распределение скорости по сечению потока. Вначале произведем его оценку по методике, приведенной в [9]. Подставляя наши данные, получим $\tilde{\Pi} \left(\frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right) : \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0,0056$. То есть этим членом в уравнении (6) можно пренебречь.

Проведем оценку члена $\frac{\nu}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u}{\partial r} \right)$ по методике, приведенной в [11]. Для чего

воспользуемся коэффициентом α равного отношения потерь давления на трение на длину l , при установившемся течении со скоростью u_0 , к ударному давлению идеальной жидкости, текущей с той же скоростью u_0 . Вычисляем по зависимости:

$$\alpha = \frac{32 \cdot \nu \cdot l}{d^2 \cdot a}, \quad (7)$$

$\alpha = 0,0135$. Для идеальной жидкости $\alpha=0$, а для рассматриваемых ИПП $\alpha=0,0135$. Таким образом, вывод, сделанный ранее, правомочен.

Для выяснения роли нестационарного трения, то есть искажения профиля волн, при течении рабочей жидкости в каналах ИПП воспользуемся критерием диссипации [9]

$$D_n = \frac{\nu \cdot l}{r_0^2 \cdot a}. \quad (8)$$

После подстановки численных значений для рассматриваемых ИПП, работающих на масле ИГП-30, получим $D_n=1,69 \cdot 10^{-3}$, при этом искажение профиля составит 0,025, что позволяет в расчетах нестационарным трением пренебречь. Проведенный анализ (8) позволяет определить минимальный радиус канала ИПП, при котором нестационарным трением можно пренебречь. Для рассматриваемых ИПП минимальный радиус канала $r_{\min} = 0,00114$ м.

Учитывая вышесказанное, при принятых допущениях в рассматриваемом диапазоне изменения конструктивных и рабочих параметров ИПП исходное уравнение (4) может быть представлено в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \approx 0. \quad (9)$$

А уравнение (5) после осреднения по нормальному сечению потока примет вид

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \rho a^2 \frac{\partial u_x}{\partial x} = 0. \quad (10)$$

Уравнения (9) и (10) описывают нестационарное ламинарное течение жидкости в круглой трубе. Таким образом при расчете ИПП рассматриваем только продольные волны (волны сжатия и расширения жидкости в соединительных линиях гидросистем).

Таким образом, система уравнений (9) и (10) при принятых допущениях и определенных граничных значениях некоторых параметров в явной форме описывает изменение давления скорости потока идеальной упругой жидкости в каналах ИПП. На основании данной системы уравнений в [12] была составлена математическая модель ИПП, позволяющая на стадии проектирования произвести рациональный выбор его конструктивных и рабочих параметров.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андренко П. Н. Вибрационная линеаризация – эффективный путь улучшения динамических характеристик гидроаппаратов// Вибрация в технике и технологиях. – Винница. - 2003. - № 2 (28). - С. 39-45.
2. Свешников В. К. Станочные гидроприводы: Справочник. – М.: Машиностроение, 1995. – 448с.
3. Данилов Ю. А., Кирилловский Ю. Л., Колпаков Ю. Г. Аппаратура объемных гидроприводов. Рабочие процессы и характеристики. – М.: Машиностроение, 1990. – 272с.
4. Тарко Л. М. Волновые процессы в трубопроводах гидромеханизмов. – М.: Машгиз, 1963. – 183с.
5. Темнов В. К. Волновые процессы в гидросистемах: Учеб. пособие. – Челябинск: ЧПИ, 1981.–81с.
6. Андренко П. Н., Дмитриенко О. В., Асатрян Р. Я. Использование пульсаций рабочей жидкости в системах гидроприводов.// Вестник ХГПУ “Механика, машиностроение”.- Харьков: ХГПУ. - 1997. - Вып. 7. - Ч. 2. - С.35-37.
7. Попов Д. Н. Нестационарные гидромеханические процессы. – М.: Машиностроение, 1982. – 240с.
8. Емцев Б. Т. Техническая гидромеханика. – М.: Машиностроение, 1978. – 240с.
9. Лямаев Б. Ф., Небольский Г. П., Нелюбов В. А. Стационарные и переходные процессы в сложных гидросистемах. Методы расчета на ЭВМ / Под ред. Б. Ф. Лямаева. – Л.: Машиностроение, 1978. – 192с.
10. Андренко П. Н., Дмитриенко О. В., Белоусов Э. В. Экспериментальное исследование преобразователей пульсаций // Вестник ХГПУ “Новые решения в современных технологиях”. – Харьков: ХГПУ. - 2000. - Вып. 79. - С. 32-33.
11. Чарный И. А. Неуставившееся движение реальной жидкости в трубах. – М. – Л.: Гос. из-во технико-теоретич. лит., 1951. –223с.
12. Andrenko P. N. Model matematyczny interferencyjnego przemiennika pulsacji cisnienia w ukladach hydraulicznuch. Hydraulika i Pneumatyka, 3/2001, s. 25-27.