

## **ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ОБСТАНОВКИ В СПУТНИКОВОЙ СИСТЕМЕ СВЯЗИ**

**А.С. Мазманишвили, О.Я. Никонов\***

*Сумский государственный университет, г. Сумы*

*\*НТУ «Харьковский политехнический институт», г. Харьков*

*В работе предложен и статистически обоснован Монте-Карло–алгоритм, позволяющий рассчитать вероятности ошибки при передаче одного бинарного символа в заданном регионе для выбранной конфигурации системы связи. Получены численные характеристики искомой вероятности ошибки, позволяющие формировать региональные вероятностные карты, оценивать степень помехозащищенности системы при передаче и приеме сигналов в регионе.*

### **ВВЕДЕНИЕ**

Увеличение потребностей связи и рост объемов информации приводят к тому, что за последние годы существенно возрос интерес к качеству передачи цифровых сигналов в обстановке воздействия помех. Показатели качества цифровой системы сложным образом зависят от устройства самой системы и внешних факторов, одним из которых являются помехи.

Связные спутники, работающие на геостационарной орбите (ГО), характеризуются широким разнообразием параметров и выполняют множество функций. Общий анализ эффективности использования орбиты при произвольной конфигурации спутниковой системы связи достаточно сложен. Для исследования помехоустойчивости обычно используют упрощенную модель, в рамках которой допускаются следующие основные допущения:

1) на всей орбите находятся идентичные спутники, равноотстоящие друг от друга; 2) все спутники несут на борту однолучевые антенны с глобальной зоной обслуживания и одинаковой поляризацией; 3) работа осуществляется при ясных погодных условиях; 4) все спутники передают когерентно фазоманипулированные (КФМ) несущие с идентичными параметрами; 5) предполагается наличие идеального фазового приемника, не искажающего сигнал.

### **ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ**

Возрастание нагрузок на прием и передачу приводит к увеличению и усложнению спутниковых систем связи, что приводит к трудностям при синтезе оптимальной конфигурации системы. В настоящей работе рассмотрен метод оценки вероятности ошибки в заданном регионе для выбранной конфигурации системы связи. Рассмотрение ограничено цифровыми системами на геостационарной орбите, образованными из четырех ретрансляторов. В результате расчета вероятности ошибки  $P_{eM}$  формируется набор региональных вероятностных карт, анализ которых позволяет делать выводы об электромагнитной обстановке в системе связи.

### **АНАЛИЗ ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ИССЛЕДОВАНИЯ**

Основная формула расчета  $P_{eM}$  при передаче одного бинарного символа в точке региона с координатами  $(x, y)$  в условиях множественных помех следующая [1, 2]:

$$P_{eM}(x, y) = \mathbf{E} \left[ \operatorname{erfc}(\rho(x, y) \sin(\pi/M) + \rho(x, y) Z(x, y)) \right], \quad (1)$$

где  $\mathbf{E}[\cdot]$  – символ математического ожидания,  $\rho(x, y) = P_s / P_n$  – отношение сигнал/шум по мощности;  $P_s$  и  $P_n$  – мощность сигнала (шума) на входе приемника;  $M$  – число положений фаз;  $Z$  – случайная величина, описывающая влияние помехи. Для помехи, связанной с соседними спутниками, имеем  $Z = \sum_{j \in C}^K R_j \cos(\varphi_j)$ , при этом каждая из величин  $\varphi_j$  равномерно распределена на интервале  $(0, 2\pi)$ ,  $K$  – число мешающих космических станций (КС), наконец [1, 2]

$$R_j = \sqrt{\left[ G_{es}(\theta_j) G_{ss}(\beta_j) P_j \right] / \left[ G_{es, \max}(\theta_j) G_{ss, \max}(\beta_j) P_0 \right]}. \quad (2)$$

Здесь  $G_{es, \max} = \eta(\pi D / \lambda)^2$  – коэффициент усиления мощности земной станции (ЗС);  $\eta$  – коэффициент использования поверхности антенны земной станции (ЗС);  $D / \lambda$  – отношение апертуры к длине волны ЗС;  $\theta_j$  – угол разноса между полезным и  $j$ -м спутником на ГО;  $G_{es}(\theta_j)$  – соответствующий коэффициент усиления антенны ЗС в направлении на  $j$ -й источник мешающего сигнала при смещении  $\theta_j$ ;  $G_{ss, \max} = 44.44 - 20 \lg \psi$  – максимальное усиление КС;  $\psi$  – угловой размер сечения луча КС;  $G_{ss}(\beta_j)$  – соответствующий коэффициент усиления мощности  $j$ -й мешающей КС в направлении на ЗС под углом  $\beta_j$  от направления максимального излучения (точки прицеливания);  $P_0$  и  $P_j$  – мощность бортового передатчика полезной (мешающей) КС.

Таким образом, для нахождения значений вероятностей  $P_{eM}(x, y)$  требуется вычислить интеграл, кратность которого совпадает с количеством мешающих космических станций  $K$ . Число таких станций определяется конфигурацией спутниковой системы связи и может достигнуть 40 и более. В источниках вопрос о способах нахождения значений многократных интегралов такого вида или не рассматривается, [1] или приводится алгоритм, реализация которого заведомо нереальна. Так, в работе [2] описывается алгоритм нахождения вероятности  $P_{eM}$ , основанный на квадратурной формуле Симпсона численного нахождения значений однократных интегралов с числом квадратурных слагаемых, равным  $M$ . Легко видеть, что для интеграла кратности  $K$  требуемое количество квадратурных узлов растет как  $M^K$ . Это количество даже для относительно скромного числа квадратурных слагаемых ( $M \approx 200$ ) и приемлемого количества мешающих КС ( $K \approx 10$  и  $K \approx 50$ ) превосходит допустимые временные ресурсы относительно имеющихся, причем указанные действия необходимо выполнить для всего множества точек с координатами  $(x, y)$  региональной вероятностной карты. Такого рода выражение дает аналитическое решение в квадратурах для  $P_{eM}$ . С вычислительной же точки зрения это выражение не может служить основой для создания алгоритма, пригодного для построения программного средства. Это обусловлено следующими причинами:

1) в формуле (1) присутствуют косинус и набор других осциллирующих функций. Между тем построение алгоритма

интегрирования с осциллирующей подынтегральной функцией --- задача, на настоящее время не решенная в полном объеме. Здесь же мы имеем дело с интегралом кратности не меньше, чем  $K$  и таким же количеством осциллирующих функций в подынтегральном выражении;

2) объем вычислений с увеличением кратности интеграла  $K$  растет пропорционально  $L^{K+1}$ , где  $L$  - число операций, необходимое для вычисления одного интеграла. Мы приходим к положению, когда, с одной стороны, требуется алгоритм, возможно, универсальный, для  $K$  вплоть до 40, с другой стороны, число операций (а значит, и длительность работы ЭВМ) растет по  $K$  степенным образом.

Из приведенных фактов вытекает необходимость разработки быстрого и "точного" метода расчета вероятности ошибки  $P_{eM}$ .

### ЦЕЛЬ РАБОТЫ

В работе использован метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), который часто применяется при моделировании случайных явлений и проектировании систем связи [3]. При расчете вероятности ошибки величина  $P_{eM}(x, y)$  находилась путем вычисления оценки  $P_{eM}$  относительно реализаций случайной величины  $P_{eM}$  заданного объема  $N$ . Объем выборки  $N$  для любых координат  $(x, y)$  и любого значения отношения сигнал/шум по мощности  $\rho$  подбирался таким образом, чтобы относительная погрешность оценки  $P_{eM}$  не превосходила заданной величины  $\alpha$ , которая в этой работе составляет 5%. При анализе рассмотрено случайное событие: *{Относительная погрешность оценки  $P_{eM}$  величины  $P_{eM}$  не превышает заданной величины  $\alpha$ }*.

### ОСНОВНОЙ АЛГОРИТМ

Вернемся к формуле (1) для  $P_{eM}$ . Следуя методу Монте-Карло, рассмотрим набор, образованный последовательностью независимых величин  $\{\vartheta_j\}$ . Каждая из этих величин является случайной величиной с плотностью распределения  $f(\vartheta_j) = (2\pi)^{-1}$ , если  $0 \leq \vartheta_j \leq 2\pi$ , и  $f(\vartheta_j) = 0$  в противном случае.

Тогда из (1) следует

$$P_{eM} = (2\pi)^{-K} \int_0^{2\pi} d\vartheta_1 \dots \int_0^{2\pi} d\vartheta_K \operatorname{erfc} \left( \rho S + \rho \sum_{j \in C} R_j \cos \vartheta_j \right). \quad (3)$$

Случайный вектор  $\Theta = (\Theta_1, \Theta_2, \dots, \Theta_K)$  равномерно заполняет пространство, ограниченное гиперкубом со стороной, равной  $2\pi$ . Функция  $\operatorname{erfc}(x)$  непрерывна и ограничена и поэтому абсолютно интегрируема. Тогда

$$P_{eM}(x, y) = \mathbf{E}_{\Theta} \left[ \operatorname{erfc} \left( \rho S + \rho \sum_{j \in C} R_j \cos(\Theta_j) \right) \right], \quad (4)$$

где  $P_{eM} = \mathbf{E}_{\Theta}[\cdot]$  - математическое ожидание относительно случайного вектора  $\Theta$ .

Построим последовательность значений, образованную из реализаций случайного вектора  $\Theta$ . Выполним вычисления в соответствии с формулой

$$y_n = \operatorname{erfc} \left( \rho S + \rho \sum_{j \in C} R_j \cos(\Theta_{nj}) \right), \quad (5)$$

получим последовательность  $\{y_1, y_2, \dots, y_N\}$  возможных значений случайной величины

$$Y = \operatorname{erfc} \left( \rho S + \rho \sum_{j \in C} R_j \cos(\Theta_{nj}) \right). \quad (6)$$

Поэтому, воспользовавшись законом больших чисел теории вероятностей, получим следующий алгоритм численной оценки вероятности ошибки  $P_{\text{eM}}$ :

$$P_{\text{eM}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_n = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \operatorname{erfc} \left( \rho S + \rho \sum_{j \in C} R_j \cos \vartheta_j \right), \quad (7)$$

где  $(\vartheta_{n1}, \vartheta_{n2}, \dots, \vartheta_{nK})$  – компоненты случайного вектора  $\vartheta_n$ .

Математическое ожидание (1) ищется относительно случайной величины  $Z$ :

$$P_{\text{eM}} = \int_D p(z) \operatorname{erfc}(\rho S + \rho z) dz. \quad (8)$$

Здесь  $D$  – область значений  $Z$ , а  $p(z)$  – плотность распределения вероятностей случайной величины  $Z$ . Область  $D$  задается неравенством

$$\{D : -\Omega_C \leq Z \leq \Omega_C\}, \quad \Omega_C = \sum_{j \in C} R_j. \quad (9)$$

Далее рассмотрим худший случай. Используем в качестве мажорирующей плотности распределения вероятностей функцию  $p(z) = \Omega_C^{-1}$ . Главный вклад в среднее (3) дает район значений случайной величины  $Z$ , примыкающий к точке  $-\Omega_C$  справа, что обусловлено сильной нелинейностью функции  $\operatorname{erfc}(x)$  [4]. Поэтому, учитывая асимптотические свойства функции ошибок  $\operatorname{erfc}(x)$ , после ряда преобразований получим приближенно

$$D[P_{\text{eM}}] \approx \frac{2}{N} P_{\text{eM}}^2 \rho^2 (S - \Omega_C). \quad (10)$$

Сопоставляя приведенные выше выражения, приходим к следующей зависимости для объема выборки  $N$ , обеспечивающего выполнение указанного события с заданной вероятностью  $q$  от физических параметров задачи:

$$N \approx \frac{2\rho^2}{\alpha^2} \frac{\Omega_C}{\gamma^2} [\sin(\pi / M) + \Omega_C], \quad (11)$$

где  $\Omega_C = \sum_{j \in C}^K R_j$ ,  $q$  – вероятность указанного выше события;  
 $\gamma = \Phi^{-1}(q)$ ;  $\Phi(q)$  – интегральная функция Лапласа. Эта полученная величина – требуемый объем статистической выборки (верхняя граница  $N$ ). Она гарантирует при выполнении расчета вероятности ошибки  $P_{eM}$  получение её оценки, которая не отклоняется с вероятностью  $q$  от истинного значения с относительной погрешностью  $\alpha$ .

Полученное выражение содержит интересующую нас зависимость объема выборки  $N$  от физических параметров задачи.

Выбрав величины вероятности  $q$  и доверительного уровня значимости  $\alpha$  равными  $q = 0,9$  и  $\alpha = 0,05$ , получим из (6) значение искомого объема выборки

$$N \approx 2200\rho^2 \Omega_C [\sin(\pi / M) + \Omega_C]. \quad (12)$$

Выбрав значения  $M = 4$  (т.е.  $S = 2^{-1/2}$ ) и  $\Omega_C = 0,25$ , имеем  $N \approx 250\rho^2$ , а для динамического диапазона величины  $\rho^2$ , составляющего  $10 \leq \rho^2 \leq 30$ , получим интервал требуемых значений объема выборки:  $2,5 \cdot 10^3 \leq N \leq 3,5 \cdot 10^3$ .

Отметим, что  $N = N(\rho^2)$ , т.е. согласно (12) требуемый объем выборки  $N$  пропорционально увеличивается с ростом отношения сигнал/шум и соответственно быстрым уменьшением функции  $P_{eM}$ .

Поскольку при выводе результата (7) была использована мажорирующая помеховая плотность вида  $p(z) = \Omega_C^{-1}$ , необходимые на практике значения  $N$  оказываются несколько меньше.

Здесь важно отметить, что требуемый объем вычислений зависит от  $K$  уже не по степенному закону, а растет согласно (7) пропорционально  $K$  (при фиксированных остальных параметрах).

Таким образом, совокупность полученных выражений образует основу следующего числового алгоритма:

- 1) задать требуемый регион и набор пространственных узлов в нем;
- 2) задать конфигурацию  $C$  сети связи приема/передачи;
- 3) задать статистические параметры  $\alpha$  и оценить необходимый объем статистических испытаний  $q$  согласно (7);
- 4) оценить вероятность ошибки  $N$  по формуле (9);
- 5) повторить пункты 3-4 для выбранного набора значений  $P_{eM}$   $\rho$ ;
- 6) повторить пункты 3-4 для набора пространственных узлов.

На основе пп.1-4 этого алгоритма были выполнены расчеты значений величин  $P_{eM}$  для различных вариантов значений параметров и вариантов рассматриваемых конфигураций.

#### ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На приводимых рисунках приведены две группы (из трёх информационных вероятностных карт для  $P_{eM}(x, y)$  каждая), отвечающих

географическим регионам, которые с размерами в градусах ( $-5^{\circ};5^{\circ}$ ) по долготе и ( $-5^{\circ};5^{\circ}$ ) по широте.

На первой группе из трёх информационных карт (рис. 1–3) четыре спутника расположены на ГО ( $3,5^{\circ}$ з.д.,  $1,5^{\circ}$ з.д.,  $3,5^{\circ}$ в.д.,  $1,5^{\circ}$ в.д. соответственно). Первые три нацелены в точки с координатами ( $2,5^{\circ}$ ю.ш.,  $3,0^{\circ}$ з.д.), ( $2,5^{\circ}$ с.ш.,  $0,0^{\circ}$ в.д.), ( $2,5^{\circ}$ ю.ш.,  $3,0^{\circ}$ в.д.). Раскрыв индикатрис антенн этих передатчиков составляет  $0,5^{\circ}$ . Четвёртый спутник отсутствует на первой карте, а при расчете второй и третьей карт имеет координаты нацеливания ( $1,5^{\circ}$ ю.ш.,  $0,0^{\circ}$ в.д.), при этом раскрыв индикатрисы антенны его передатчика увеличивается от  $0,3^{\circ}$  до  $0,4^{\circ}$ . Из первых трёх рисунков отчетливо вытекает, что помеховая обстановка существенно определяется конфигурацией системы приёма/передачи.

На второй группе из трёх информационных карт (рис. 4–6) показана та же система связи с теми же характеристиками, как и первые три, но как целое смещенная на  $20,0^{\circ}$  на север. Хотя на такой широте триангуляционные искажения не столь значительны, как на более высоких широтах, вид информационных карт  $P_{eM}(x,y)$  заметно изменился, что связано с увеличением проекций зон облучения в широтном направлении.

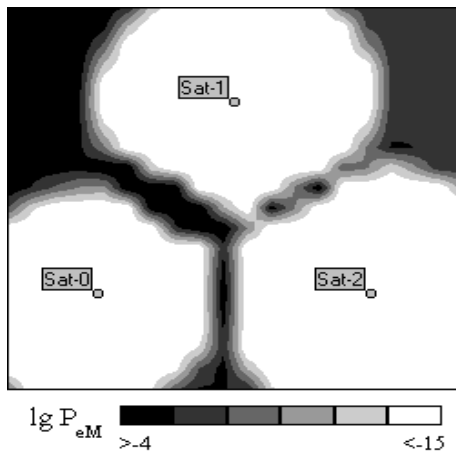


Рисунок 1

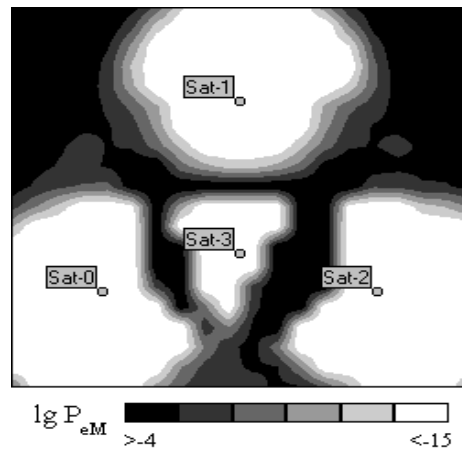


Рисунок 2

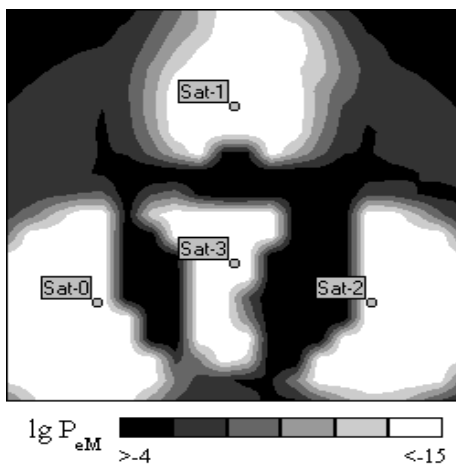


Рисунок 3

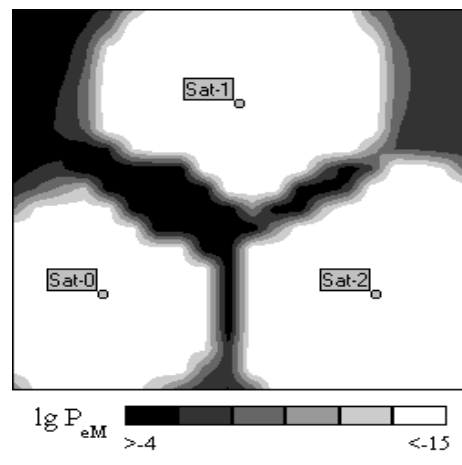


Рисунок 4

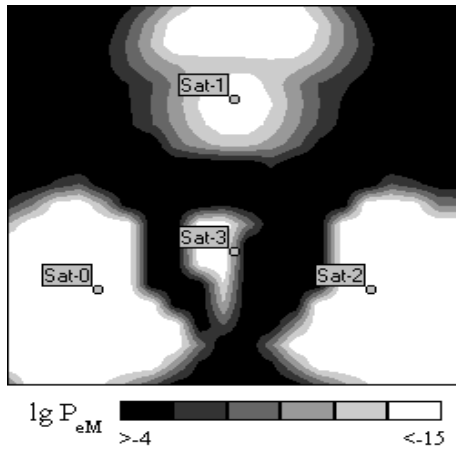


Рисунок 5

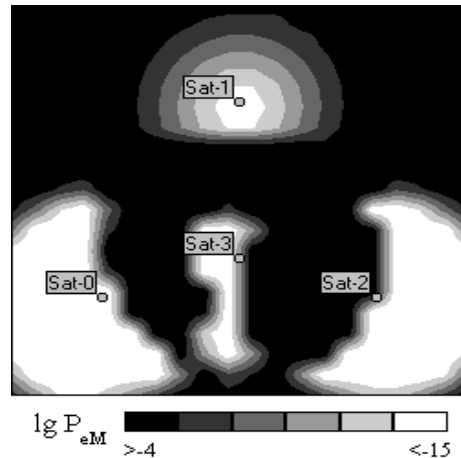


Рисунок 6

Из приведенных рисунков видно, что, во-первых, увеличены пограничные слои помехового взаимодействия между имеющимися источниками, во-вторых, это влияние более выражено у спутников с одинаковой долготой. С ростом широты это влияние ещё более усиливается. На основании приведенных рисунков можно сделать вывод о том, что помеховая обстановка существенно меняется при введении в регион дополнительного спутника, тем более расположенного между имеющимися спутниками.

При моделировании были использованы данные, наиболее характерные для эксплуатируемых в настоящее время систем. Из приведенных рисунков видно, что имеется возможность надежного информационного обеспечения при передаче со спутников на ГО, что и имеет место на практике.

Важным оказывается то обстоятельство, что между зонами уверенного приема располагаются промежуточные пограничные зоны, прием в которых всегда заведомо хуже вследствие взаимодействия передатчиков. Уменьшить эти зоны информационной недостаточности при одночастотном режиме передачи возможно лишь путем улучшения угловой избирательности приемника, что, однако, сопряжено с техническими затруднениями [1, 2, 3].

## ВЫВОДЫ

В работе предложен и статистически обоснован алгоритм Монте-Карло, позволяющий рассчитать вероятности ошибки вероятности ошибки  $P_{eM}$  в заданном регионе для выбранной конфигурации системы связи. В предложенном в работе алгоритме требуемый объем вычислений линейно зависит от количества  $K$  постановщиков помех. Полученные численные характеристики вероятности ошибки  $P_{eM}$  позволяют сформировать региональные вероятностные карты, оценить степень помехозащищенности системы при передаче и приеме сигналов потребителями в регионе. Использование таких характеристик в форме вероятностных карт обеспечивает более эффективное решение задачи синтеза оптимальной конфигурации системы спутниковой связи.

## SUMMARY

### VISUALIZATION OF INFORMATION FEATURES OF ELECTROMAGNETIC SITUATION IN SATELLITE COMMUNICATIONS NETWORK

**A.S. Mazmanishvili, O.Ja. Nikonov\***

*Sumy State University,*

*\*National Technical University "Kharkov Polytechnic Institute"*

*In work is offered and statistical motivated by Monte-Carlo-algorithm, allowing calculate probability of mistake of at the issue of one binary symbol in the given region for chosen configuration of communications network. Received numerical features of sought probability of mistake, allowing form regional probabilistic maps, value a system noise-proof factor degree at the issue and receiving the signals in the region.*

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРЫ

1. Кантор Л.Я., Тимофеев В.В. Спутниковая связь и проблема геостационарной орбиты. – М.: Радио и связь, 1988. – 168 с.
2. Jeruchim M.C. A survey of interference problems and applications to geostationary satellite networks // Proc. IEEE. – 1977. Vol. 65, №3. – P.317-331.
3. Мазманишвили А.С., Рафалович О.Я. Численные модели помехоустойчивости для украинских региональных сетей спутниковой связи // Космическая наука и технология. – 1998. – №1. – С.92-101.
4. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. – М.: Наука, 1968. – 344 с.

**Мазманишвили А.С.**, д-р физ.-мат. наук, профессор;

**Никонов О.Я.**, канд. техн. наук, доцент

*Поступила в редакцию 14 ноября 2008 г.*