УДК 620.179

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ НА ОСНОВЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

А.И. Новгородцев, канд. техн. наук;
Б.К. Лопатченко, канд. техн. наук;
С.В. Доценко, студент
Сумский государственный университет

Поставлена и решена задача оптимального управления нестационарными объектами на основе динамического программирования, что позволяет идентифицировать неизвестные параметры в реальном масштабе времени.

ВВЕДЕНИЕ

В задачах синтеза систем управления представляет особый интерес достижение максимальной точности при наличии всевозможных ограничений, накладываемых на фазовое состояние регулируемого нестационарного объекта. При этом задача управления сводится в смысле заданного функционала качества к нахождению наилучшего процесса из множества возможных процессов и относится к классу динамических задач оптимального управления нестационарными объектами.

Актуальность исследования. В работах [1, 2] предложена методика решения рассматриваемого класса задач, основанная на вариационном исчислении. Однако решение задачи оптимального управления нестационарными объектами вариационными методами связано с трудностями, ряд которых носит принципиальный характер.

1 Вариационные методы дают возможность находить только относительные минимумы или максимумы функционала качества, тогда как интерес представляет нахождение абсолютного минимума или максимума.

2 Уравнения вариации функций качества оказываются нелинейными, что часто не дает возможности получить решение задачи оптимизации в явном виде.

3 На значения управляющих сигналов обычно бывают наложены ограничения, делающие невозможным поиск оптимального управления вариационными методами.

Цель исследования – разработка метода решения оптимизационной задачи, лишенного указанных недостатков.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеем нестационарный динамический объект, поведение которого описывается системой рекуррентных дифференциальных уравнений в дискретных состояниях:

$$\begin{cases} \psi_{k+1} = \psi_k + T\dot{\psi}_k; \\ \psi_k = \psi_k + T(A_\psi \psi_k + A_\psi \dot{\psi}_k + \lambda U_k + K_F F_k) \end{cases} \qquad (1)$$

с ограничениями на фазовые координаты и скорость изменения переменных коэффициентов:

$$\{t_k = kT; k = 1, 2, \ldots, N\},$$

$$G[\psi(t_k), \dot{\psi}(t_k)] = 0;$$

$$(\Delta A_\psi, \Delta A_{\dot{\psi}}) << (\Delta\psi, \Delta\dot{\psi}, \Delta U, \Delta F)$$

на интервале квазистационарности

$$kT_1 \le t_k \le (k+1)T_1, \tag{2}$$

где $\psi_k, \dot{\psi}_k$ - фазовые координаты на k-м цикле;

$T_1 = HT, H = (10-20)$, T – период дискретности изменения фазовых координат и управления;

U_k — управляющее, а F_k - возмущающее воздействия на k-м цикле;

$A_\psi, A_{\dot{\psi}}$ — переменные во времени коэффициенты;

λ, K_F — коэффициенты пропорциональности.

Пользуясь дискретным представлением нестационарного объекта управления (1) на интервале квазистационарности (2), задачей синтеза является нахождение стратегии оптимального управления динамическим объектом на этом интервале, сводящую к минимуму функционал качества.

$$J_N = \min_{U_k} \sum_{k=1}^{N} [\psi_k^2 + \lambda U_k^2]. \tag{3}$$

МЕТОД РЕШЕНИЯ

Стратегию оптимального управления будем искать методом динамического программирования в классе стационарных систем. Пользуясь дискретным представлением нестационарного объекта управления (1) на интервале квазистационарности (2), представим (3) функцией вида

$$J_N = f_N(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{U_k} \sum_{k=1}^{N} [\psi_k^2 + \lambda U_k^2], \tag{4}$$

что позволяет записать

$$f_1(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \min_{U_1} [\psi_1^2 + \lambda U_1^2]. \tag{5}$$

Пользуясь принципом оптимальности, запишем для $N > 1$ соотношение, учитывая (4) и (5). Тогда получим

$$J_N = f_N(\psi_1, \dot{\psi}_2) = \min_{U_k} \{\psi_1^2 + \lambda U_0^2 + f_{N-1}[(\psi_1 + T\dot{\psi}_1),$$

$$(\psi_1 + (A_\psi \psi_1 + A_{\dot{\psi}} \dot{\psi}_1 + \lambda U_1 + K_F F_k)T)]\}. \tag{6}$$

Полагая, что

$$f_{N-1}(\psi_1, \dot{\psi}_1) = \alpha_{N-1}\psi_1^2 + \beta_{N-1}\psi_1\dot{\psi}_1 + \gamma_{N-1}\dot{\psi}_1^2, \tag{7}$$

имеем

$$f_{N-1}(\psi_2, \dot{\psi}_2) = \alpha_{N-1}\psi_2^2 + \beta_{N-1}\psi_2\dot{\psi}_2 + \gamma_{N-1}\psi_2^2. \tag{8}$$

С учётом (1) и (8) для общего случая получим

$$f_{N-K}(\psi_{K+1},\dot{\psi}_{K+1}) = \alpha_{N-K}(\psi_K + T\dot{\psi}_K)^2 + \beta_{N-K}(\psi_K + T\dot{\psi}_K)$$
$$[\dot{\psi}_K + T(A_\psi \psi_K + A_{\dot{\psi}}\dot{\psi}_K + \lambda U_K + K_F F_K)] +$$
$$+\gamma_{N-K}(\dot{\psi}_K + T(A_\psi \psi_K + A_{\dot{\psi}}\dot{\psi}_K + \lambda U_K + K_F F_K)]^2. \quad (9)$$

Минимизируя функционал качества (3) с учётом полученных выражений (9) и (6), имеем

$$\frac{\partial}{\partial U_K}[\psi_K^2 + \lambda U_K^2 + f_{N-K}(\psi_{K+1},\dot{\psi}_{K+1})] = 2\lambda U_K + \beta_{N-K}\lambda\psi_K +$$
$$+\beta_{N-K}\lambda T\dot{\psi}_K + 2\gamma_{N-K}\lambda T\dot{\psi}_K + 2\gamma_{N-K}\lambda T^2 A_\psi \psi_K +$$
$$+2\gamma_{N-K}\lambda T^2 A_{\dot{\psi}}\dot{\psi}_K + 2\gamma_{N-K}\lambda^2 T^2 U_K + 2\gamma_{N-K}\lambda T^2 K_F F_K. \quad (10)$$

Приравнивая нулю выражение (10) и разрешив его относительно управления U_K, получим

$$U_K = -[2\lambda(\gamma_{N-K}\lambda T^2 + 1)]^{-1}[(2\gamma_{N-K}\lambda T(A_{\dot{\psi}}T + 1) + \beta_{N-K}\lambda T)\dot{\psi}_K +$$
$$+(2\gamma_{N-K}\lambda T^2 A_\psi + \beta_{N-K}\lambda)\psi_K + (2\gamma_{N-K}\lambda T^2 K_F)F_K], \quad (11)$$

где β_{N-K} и γ_{N-K} находятся из рекуррентных соотношений:

$$\alpha_{N-K} = 1 - \alpha_{N-1} - \beta_{N-1}/4\gamma_{N-1};$$
$$\beta_{N-K} = 2T\alpha_{N-1} - T^2\beta_{N-1}^2/4\gamma_{N-1};$$
$$\gamma_{N-K} = T^2\alpha_{N-1} - T^2\beta_{N-1}^2/4\gamma_{N-1}.$$

Так как $f_1(\psi_1,\dot{\psi}_1) = \psi_1^2$, то $\alpha_1 = 1; \beta_1 = \gamma_1 = 0$, тогда

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \ldots = \alpha_K = \ldots = \alpha_{N-K} = 2;$$
$$\beta_2 = \beta_3 = \ldots = \beta_K = \ldots = \beta_{N-K} = 2T;$$
$$\gamma_2 = \gamma_3 = \ldots = \gamma_K = \ldots = \gamma_{N-K} = T^2.$$

С учётом значений α_{N-K}, β_{N-K} и γ_{N-K}, а также учитывая (11), получим искомый алгоритм оптимального управления:

$$A_1 = (\lambda T^4 + 1)^{-1}T^2(A_{\dot{\psi}}T + 2); \quad (12)$$

$$A_2 = (\lambda T^4 + 1)^{-1}T(A_\psi T^3 + 1); \quad (13)$$

$$A_3 = (\lambda T^4 + 1)^{-1}K_F T^4; \quad (14)$$

$$[U_{opt}]_K = -[A_1\dot{\psi}_K + A_2\psi_K + A_3 F_K]. \quad (15)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Научная новизна - поставлена и решена задача оптимального управления нестационарными объектами на основе динамического программирования.

Практическая значимость:

1 Анализ выражений (12) – (14) показывает, что закон управления (15) является функцией фазовых координат, а также переменных во времени коэффициентов, которые должны быть предварительно оценены с помощью системы параметрической идентификации (3);

2 Особенностью оптимального алгоритма (15) является рекуррентная форма его уравнения, что позволяет для обработки результатов использовать цифровые вычислительные устройства. При этом потребуется минимальный объем памяти, т.к. необходимо хранить информацию только о начальном и текущем его состоянии;

3 Алгоритм (12) - (15) может быть применим к нестационарным объектам, управляемым и наблюдаемым по Калману [4].

Направление дальнейших исследований

На основании полученных результатов можно сделать следующие выводы.

Предлагаемый подход к решению задачи оптимального управления нестационарными объектами базируется на использовании такого метода моделирования, как динамическое программирование, который можно применить и для решения вариационных задач, если их представить в дискретной форме.

SUMMARY

The task of optimum control by non-stationary objects on the basis of dynamic programming that allows to identify unknown parameters in real time was put and solved.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воронов А.А. Теория нелинейных и спектральных систем автоматического управления. – М.: Высшая школа, 1986. – 504 с.
2. Волгин Л.Н. Оптимальное дискретное управление динамическими системами. – М.: Наука, 1986. - 240 с.
3. Александров Е.Е. Автоматизированное проектирование динамических систем. – К.: УМК ВО, 1989. – 140 с.
4. Володченко Г.С., Нежевясов Н.Г. Идентификация параметров нестационарных динамических систем с применением модифицированного фильтра Калмана //Сб. «Приборы и системы автоматики». - Харьков: Изд-во ХГУ, 1984. – Вып. 31.С. 24-29.
5. Володченко Г.С., Новгородцев А.И., Полонский А.Д. Синтез алгоритма оценки фазового состояния динамического процесса одного класса //Вісник Сумського державного університету. –1996. - №5. –С. 96-98.

Поступила в редакцию 15 декабря 2006 г.