МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ В МАШИНОСТРОЕНИИ

Л.В.Брацыхина, студ.

Эффективность работы гибких автоматизированных производств во многом определяется качеством функционирования и надежностью их транспортно-складских систем (ТСС). В настоящее время общепринято, что проектирование ТСС невозможно осуществить без комплекса математических моделей. Однако математическое описание ТСС осложняется по многим причинам. Из-за влияния случайных факторов и участия людей в производственном процессе появляется неопределенность в поведении системы. В настоящее время для проектирования ТСС используют методы прикладной математики - теории исследования операций. В разработках ТСС методы математического программирования позволяют определить рациональные варианты размещения оборудования, оптимальные траектории транспортных средств и др. Для построения внутрицеховой схемы потоков необходимо знать процессы изготовления изделий, определяющие последовательность прохождения грузов между участками, компоновку цеха, грузооборот по цеху, номенклатуру, размеры и массу перемещаемых грузов, технические требования на перемещение грузов. В связи с ограниченностью применения детерминированных моделей большое распространение получили вероятностные модели.

Важнейшим показателем качества функционирования транспортно-складского комплекса предприятия является степень удовлетворения заявок, поступающих со стороны основного производства. Один из влияющих на этот показатель факторов - достаточное число транспортных единиц. Желательно, чтобы количество транспортных средств было следующим:

$$N_T = \sum_{i=1}^{n} \frac{T_{m_i} \cdot k_c}{\Phi_{ý} \cdot k_{ý}} \;,$$

где k_c - коэффициент спроса, учитывающий неравномерность поступления требований на обслуживание оборудования в единицу времени ; $k_{ý}$ - коэффициент использования транспортного средства по времени; $\Phi_{ý}$ - эффективный годовой фонд времени работы принятого типа транспортного средства; n - количество грузопотоков, обслуживаемых данным типом транспортного средства. В случае, если поток заявок на транспорт встречает ограниченные средства их удовлетворения, возможно появление очереди из необслуженных заявок. Проверка возможности обеспечения заявок по бесперебойному снабжению рабочих мест деталями, инструментом выполняется по условию

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{t_{ö_i} \cdot k_{T.M}}{m_{max} \cdot \Phi} > \mathbf{1}.$$

Здесь i - число рабочих мест, обслуживаемых ТСС; $t_{ö_i}$ - время цикла движения транспортного средства по рациональному маршруту в соответствии с предполагаемой организацией ТСС при выполнении одной заявки на транспортную операцию, с; $k_{T.M}$ - число заявок на транспортные операции по обслуживанию одного рабочего места в смену; Φ - сменный фонд рабочего времени одного транспортного средства, с; m_{max} - максимальное число транспортных средств, входящих в ТСС. При невыполнении условия либо меняют топологию трассы и организацию транспортных перевозок, либо вид транспорта, либо пересматривают параметры партии запуска деталей.

Рассмотрим один из элементарных вариантов системы массового обслуживания (СМО) , когда имеется одно обслуживающее устройство, а время между моментами поступления заявок и временем их обслуживания распределено по показательному (экспоненциальному) закону. Тогда вероятность того, что обслуживающее устройство свободно,

$$P_0 = 1 - \rho \;\; ; \;\; \rho = \frac{I}{\mu} \;\; ,$$

где ρ - нагрузка системы; I- интенсивность поступления требований в единицу времени; μ - интенсивность обслуживания, определяется как среднее число обслуживаемых требований в единицу времени. Среднее количество требований в системе

$$W_T = \frac{\rho}{1 - \rho}.$$

Унификация маршрутов позволяет уменьшить число организационных структур производственных подразделений. В качестве метода унификации маршрутов можно использовать методы теории графов. Каждый маршрутный технологический процесс представляется в виде графа Г = (A , U), где A - множество операций; **U** - множество дуг, которые строятся по правилу: между вершинами a_i и a_j строится дуга , если операция a_j должна следовать за операцией a_i в рассматриваемом технологическом процессе.

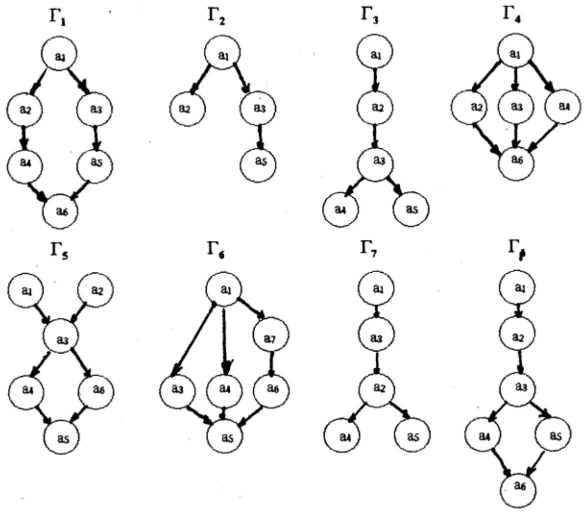

Рисунок 1 - Примеры маршрутов, представленных в виде графов

При унификации может быть несколько случаев.

1 Один маршрут по составу операций и допустимой последовательности полностью включает другой маршрут **(** Γ_1 включает Γ_2 **)**; в этом случае Γ_2 можно не рассматривать при унификации.

2 Один маршрут по составу операций включает другой, а по вариантам последовательности операций один является подмножеством другого **(** Γ_1 включает Γ_3 по операциям и по последовательности, Γ_1 включает Γ_4 только по операциям**).**

3 Маршруты совпадают по составу операций, но не совпадают по последовательности **(** Γ_1 и Γ_5 **).**

4 Маршруты не совпадают по операциям и последовательности **(** Γ_1 и Γ_6 **).**

Предварительно следует выявить все маршруты, которые полностью включаются в другие, и исключить их из рассмотрения. Изделия, которые обрабатываются по маршруту Γ_2 , в маршруте Γ_1 могут пропускать некоторые операции. Маршруты, для которых справедлив второй случай, можно объединить в один с потерей числа вариантов для одного из них. Например, объединение Γ_1 , Γ_3 и Γ_4 дает новый маршрут Γ_p . Но теперь маршруты Γ_p и Γ_7 объединить нельзя и поэтому возникает необходимость в оценке результатов унификации при объединении разных комбинаций маршрутов **(** Γ_1 , Γ_3 , Γ_4 и Γ_1 , Γ_4 , Γ_7 **)**. Объединение маршрутов, для которых характерен третий или четвертый случай, может происходить за счет объединения множества операций этих маршрутов либо введения новых связей в оба маршрута, которые замыкают графы [дуга (a_5 , a_1) в Γ_5 и дуга (a_6 , a_1) в Γ_1], что соответствует организации участков с замкнутыми транспортными связями, либо выделения подграфов, что соответствует организации в производстве не одного, а нескольких участков и линий. Для формального выполнения процедуры проверки на включение и процедуры объединения маршрутов (первый и второй случаи) можно использовать следующее матричное представление графов. Построим матрицу смежности M = $\| m_{ij} \|$ размером $n \cdot n$, где n - число вершин, и

$$m_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ åñëè âåðø èí à } a_i \text{ äî ñòèæèì à èç âåðø èí û } a_j \\ 1, \text{ â ï ðî òèâí î ì ñëó àå.} \end{cases}$$

Причем $m_{ii} = 1$, то есть вершина сама себя не достигает. Включение одного графа в другой выполняется по следующей схеме: проверяется совпадение или включение вершин одного графа в другой. Одним из способов этой проверки является определение значения выражения

$$t = \left[\bigcup_{i=1}^{n}\left(g_{ii}^{k} \times g_{ii}^{l} \oplus g_{ii}^{l}\right)\right] \times \left[\bigcup_{i=1}^{n}\left(g_{ii}^{k} \times g_{ii}^{l} \oplus g_{ii}^{k}\right)\right],$$

где $\times, \bigcup, \oplus$ - операции логического умножения, логического сложения и дизъюнктивного сложения соответственно, а $\Gamma_k = \left\| g_{ij}^{k} \right\|$, $\Gamma_l = \left\| g_{ij}^{l} \right\|$ - сравниваемые графы. Если t = 1, то каждое из множеств вершин графов имеет хотя бы по одной оригинальной вершине, и эти графы не анализируются **(** $\mathbf{\Gamma_1}$ и $\mathbf{\Gamma_6}$ **)**. Если t = 0 , то множества вершин графов $\mathbf{\Gamma_k}$ и $\mathbf{\Gamma_l}$ либо равны, либо одно множество является подмножеством другого. В этом случае делается следующий шаг, то есть над матрицами по правилам $g_{ii}^{k} \times g_{ii}^{l} \times g_{jj}^{k} \times g_{jj}^{l} \times \left(g_{ij}^{k} \oplus g_{ij}^{l}\right)$ выполняется операция, которая обозначается ϕ. Если результат равен нулевой матрице, то граф $\mathbf{\Gamma_k}$ включает граф $\mathbf{\Gamma_l}$ по вершинам и по дугам (или наоборот). Например:

$$\Gamma_1 \phi \quad \Gamma_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \phi \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

В этом случае граф, содержащий меньшее число вершин, в дальнейшем не рассматривается. Таким образом, проверка включения маршрутов выполнена. Если результат отличен от нулевой матрицы, то $\mathbf{\Gamma_k}$ и $\mathbf{\Gamma_l}$ не совпадают.

Например:

$$\Gamma_1 \phi \quad \Gamma_3 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \phi \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Результирующая матрица описывает то множество оригинальных возможных последовательностей операций, которое содержится в сравниваемых маршрутах. Если эти оригинальные последовательности относятся к одному маршруту, то их можно объединять (второй случай), в противном случае объединение без дополнительного преобразования невозможно (третий и четвертый случаи). Для определения того или иного случая следует выполнить поэлементное логическое умножение результирующей матрицы сначала с одной матрицей, затем, в случае необходимости, с другой. Если результат будет равен нулевой матрице, то в соответствующем графе отсутствуют выделенные оригинальные последовательности $\left(\Gamma_3 \otimes \left(\Gamma_1 \phi \quad \Gamma_3\right) = 0\right)$ и можно эти графы объединять путем исключения оригинальных последовательностей. Если результат поэлементного логического умножения не равен нулевой матрице $\left(\Gamma_1 \otimes \left(\Gamma_1 \phi \quad \Gamma_5\right) \neq 0 \text{ и } \Gamma_5 \otimes \left(\Gamma_1 \phi \quad \Gamma_5\right) \neq 0\right)$, то такое объединение невозможно. Объединять графы можно, выполняя следующие действия: $\left(\Gamma_k \cup \Gamma_l\right) \otimes \left(\Gamma_k \phi \Gamma_l\right)$, где $\cup$ - операция поэлементного логического сложения матриц. В случае $\mathbf{\Gamma_1}$ и $\mathbf{\Gamma_3}$ результат будет равен $\mathbf{\Gamma_p}$. Унифицированные таким образом маршруты обеспечивают экономию затрат на производственное оборудование и времени на его обслуживание транспортными средствами. Проблему моделирования ТСС следует рассматривать в системе с совершенствованием всего производственного процесса в целом.

SUMMARY

The modeling of Transportation Systems requires use of the powerful mathematical maintenance. Some mathematical models of Transportation Systems are considered in this article. They permit to increase the efficiency of Flexible Manufacturing Systems' work at the expence of the rational organization and the transformation of material streams. The largest attention is devoted to the use of a Graph Theory for the route unification.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Технологическая подготовка гибких производственных систем /Под ред. Митрофанова С.П. - Л.: Машиностроение, 1987
2. ГПС для сборочных работ /Под ред. Черпакова Б.И. - М.: Высшая школа,1989.
3. Егоров В.А., Лузанов В.Д., Щербаков С.М. Транспортно-накопительные системы для ГПС.- Л.: Машиностроение, 1989.
4. Белянин П.Н., Идзон М.Ф., Жогин А.С./Гибкие производственные системы.- М.:Машиностроение, 1988.
5. Лескин А.А. Алгебраические модели ГПС. -Л: Наука, 1986.
6. Оре О. Теория графов. - М.: Наука, 1980.