

## ВПЛИВ ОБЕРТАННЯ ТА КРИВИЗНИ ЗЕМЛІ НА ПОЛІТ СНАРЯДІВ (МІН)

В статті розроблена методика визначення відхилення точок падіння снарядів за рахунок обертання і кривизни Землі та обґрунтована необхідність їх врахування під час визначення установок для стрільби, крім того надані рекомендації щодо системи поправок, які враховують обертання Землі.

**Ключеві слова:** обертання Землі, кривизна Землі, політ снаряда, елементи траєкторії.

### Постановка проблеми та аналіз літератури

В роботах по балістиці [1,2,3] розглядався вплив обертання і кривизни Землі на політ літальних апаратів. Але в них відсутня методика розрахунку поправок в дальність і напрямок на добове обертання і кривизну Землі для різноманітних артилерійських систем і дальностей стрільби.

Під час розв'язання задачі руху центра мас снаряда не враховувалась кривизна та добове обертання Землі [1,2,3]. Іншими словами, дальність стрільби визначається на горизонті гармати і Земля нерухома  $\Omega_3 = 0$ . Таке допущення дозволено для малих дальностей стрільби, так як у цьому випадку кривизна і добове обертання Землі не чинить помітного впливу. Обчислення елементів траєкторії, що відповідають дальності та висоті, величинами яких не можна нехтувати порівняно з розмірами радіуса Землі, має ряд особливостей у порівнянні з звичайними розрахунками траєкторій. Під час розрахунку елементів таких траєкторій нехтування сферичністю Землі, добовим обертанням Землі та зміною прискорення вільного падіння за величиною та напрямком може привести до значних помилок, тим більшим чим більше дальність польоту снаряда (міни). Таким чином, під час стрільби на велику дальність сферичність та добове обертання Землі необхідно враховувати у вигляді окремих поправок дальності  $\Delta D_{гф}$  та напрямку  $\Delta \delta_{гф}$ .

**Мета статті** – визначення доцільності врахування обертання та кривизни Землі на політ снарядів (мін).

### Викладення матеріалів дослідження

Для розгляду поправок на обертання Землі введемо ще „географічний” тригранник  $OX_3Y_3Z_3$ , осі якого орієнтовані таким чином (рис. 1) [2,3]:

вісь  $OX_3$  – по дотичній до меридіану в точці пострілу по напрямку з півночі на південь;

вісь  $OY_3$  – по місцевій нормалі, яка складає в площині екватора кут географічної широти  $B_{ш}$ ;

вісь  $OZ_3$  – по дотичній до паралелі в точці старту (точці вистрілу) зі сходу на захід.

Осі стартової системи координат  $OX_0Y_0Z_0$  відносно осей „географічного” тригранника, мають наступні положення: вісь  $OY_0$  співпадає з віссю  $OY_3$ , а осі  $OX_0$  і  $OZ_3$  розгорнуті по куту  $\alpha_r$  - азимуту відносно осей  $OX_3$ ,  $OZ_3$ , відповідно (рис. 1). Площиною кидання є площина  $OX_0Y_0$ . Внаслідок добового обертання з'являються додаткові складові змінної кутової швидкості. Кутову швидкість обертання Землі позначимо  $\Omega_3$ , відомо,  $\Omega_3 = 7,29 \cdot 10^{-5}$  рад/с і спрямована по осі. Проекції цієї кутової швидкості на осі „географічного” тригранника мають вигляд:

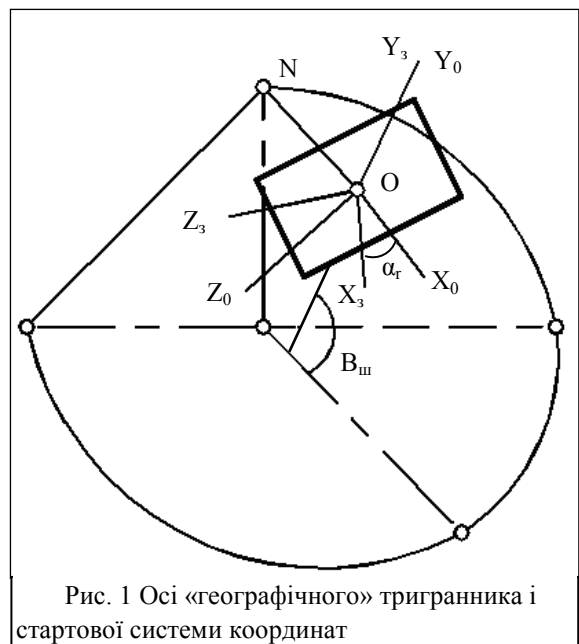


Рис. 1 Осі «географічного» тригранника і стартової системи координат

$$\omega_{X_3} = -\Omega_3 \cdot \cos B_{ш}; \quad \omega_{Y_3} = \Omega_3 \cdot \sin B_{ш}; \quad \omega_{Z_3} = 0.$$

Під час складання рівнянь руху центра мас снаряда відносно напівшвидкісних осей  $CX'Y'Z'$  необхідно врахувати переносну силу Коріоліса інерції, що обумовлена рухом снаряда відносно Землі, що обертається. Пропускаючи проміжні перетворення, запишемо рівняння руху центра мас в проєкціях на напівшвидкісні осі:

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = a_T - a_X - g \cdot \sin \Theta; \\ \dot{\Theta} = (a_N + \lambda) \cdot \delta_1 + a_L \cdot \delta_2 - \frac{g \cdot \cos \Theta}{V} + 2 \cdot \Omega_3 \cdot \cos B_{\Theta} \cdot \sin \alpha_r + \dots; \\ \dot{\Psi} \cdot \cos \Theta = (a_N + \lambda) \cdot \delta_2 - a_L \cdot \delta_1 + 2 \cdot \Omega_3 \cdot (\sin B_{\Theta} \cdot \cos \Theta + \cos B_{\Theta} \cdot \sin \Theta \cdot \cos \alpha_r + \dots). \end{cases} \quad (1)$$

Складемо тепер рівняння обертального руху біля центру мас, яке є динамічним рівнянням Ейлера, після перетворень остаточно матимемо:

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_1 + a \cdot \dot{\delta}_2 + b \cdot \dot{\delta}_1 - c \cdot \delta_1 - e \cdot \delta_2 = R_1 - b_D \cdot \Omega_3 \cdot \cos B_{\Theta} \cdot \sin \alpha_r - \\ - \alpha \cdot \Omega_3 \cdot (\sin B_{\Theta} \cdot \cos \Theta + \cos B_{\Theta} \cdot \sin \Theta \cdot \cos \alpha_r) + \dots; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_2 - a \cdot \dot{\delta}_1 + b \cdot \dot{\delta}_2 - c \cdot \delta_2 + e \cdot \delta_1 = -R_2 + \alpha \cdot \Omega_3 \cdot \cos B_{\Theta} \cdot \sin \alpha_r - \\ - b_D \cdot \Omega_3 \cdot (\sin B_{\Theta} \cdot \cos \Theta + \cos B_{\Theta} \cdot \sin \Theta \cdot \cos \alpha_r) + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Таким чином, рівняння обертального руху снаряду навколо центру мас, з урахуванням поступального руху останнього, мають в правих частинах, разом зі складовими, що обумовлені кривизною траєкторії, ще і складові, обумовлені добовим обертанням Землі навколо своєї осі.

Врахуємо тепер кривизну Землі, визначивши положення точки пострілу на земній поверхні за допомогою широти  $B_{III}$  і довготи  $L$ .

Якщо  $V_W$ ,  $V_S$  – західна і південна складові швидкості центру мас снаряда відносно центру Землі, тоді через криволінійність Землі ми отримуємо додаткові складові кутової швидкості:

– кутова швидкість широти польоту, яка направлена на захід по дотичній до паралелі і дорівнює:

$$\dot{B}_{\Theta} = -\frac{V_S}{R_3},$$

де  $R_3 = 6370$  км – радіус Землі;

$V_S$  – кутова швидкість довготи, що направлена по осі Землі:

$$L = -\frac{V_W}{R_3 \cdot \cos B_{\Theta}}.$$

Визначимо  $V_W$  і  $V_S$  використовуючи залежності:

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = \frac{V \cdot \cos \Theta \cdot \cos \Psi}{1 + \frac{Y}{R_3}}; \\ \dot{\Theta} = \frac{V \cdot \cos \Theta \cdot \sin \Psi}{1 + \frac{Y}{R_3}}; \\ \dot{\Theta} = (a_N + \lambda) \cdot \delta_1 + a_L \cdot \delta_2 - \frac{g \cdot \cos \Theta}{V} + \frac{V \cdot \cos \Theta}{R_3 + Y}; \\ \dot{\delta}_1 + a \cdot \dot{\delta}_2 + b \cdot \dot{\delta}_1 - c \cdot \delta_1 - e \cdot \delta_2 = R_1 - b_D \cdot \Omega_3 \cdot \cos B_{\Theta} \cdot \sin \alpha_r - \\ - \alpha \cdot (\sin B_{\Theta} \cdot \cos \Theta + \cos B_{\Theta} \cdot \sin \Theta \cdot \cos \alpha_r) + \alpha_{\omega\eta'} - b_{D\omega\phi'}; \\ \dot{\delta}_2 - a \cdot \dot{\delta}_1 + b \cdot \dot{\delta}_2 - c \cdot \delta_2 - e \cdot \delta_1 = -R_2 + \alpha \cdot \Omega_3 \cdot \cos B_{\Theta} \cdot \sin \alpha_r - \\ - b_D \cdot \Omega_3 \cdot (\sin B_{\Theta} \cdot \cos \Theta + \cos B_{\Theta} \cdot \sin \Theta \cdot \cos \alpha_r) + \alpha_{\omega\eta'} - b_{D\omega\eta'} + \dots \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{де } \alpha_{\omega\eta'} = \alpha \cdot \frac{V \cdot \cos^2 \Theta}{R_3} \cdot \sin \alpha_r \cdot \operatorname{tg} B_{\Theta};$$

$$\alpha_{\omega\phi'} = -\alpha \cdot \frac{V}{R_3} \cdot \cos \Theta;$$

$$V_{X_0} = V \cdot \cos \Theta \cdot \cos \Psi;$$

$$V_{Y_0} = V \cdot \sin \Theta;$$

$$V_{Z_0} = V \cdot \cos \Theta \cdot \cos \Psi.$$

У свою чергу, матриця переходу від стартових осей до осей „географічного” тригранника:

$$\begin{pmatrix} OX_3 \\ OY_3 \\ OZ_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha_r & 0 & \sin \alpha_r \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \alpha_r & 0 & \cos \alpha_r \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} OX_0 \\ OY_0 \\ OZ_0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{тоді: } V_S = V_{X_3} = V_{X_0} \cdot \cos \alpha_r + V_{Z_0} \cdot \sin \alpha_r = \\ = V \cdot \cos \Theta \cdot \cos(\Psi - \alpha_r); \end{aligned}$$

$$V_{Y_3} = V_{Y_0} = V \cdot \sin \Theta;$$

$$\begin{aligned} V_W = V_{Z_3} = -V_{X_0} \cdot \sin \alpha_r + V_{Z_0} \cdot \cos \alpha_r = \\ = V \cdot \cos \Theta \cdot \sin(\Psi - \alpha_r). \end{aligned}$$

$$\text{Відповідно: } \dot{B}_{\Theta} = -\frac{V_S}{R_3} = -\frac{V \cdot \cos \Theta \cdot \cos(\Psi - \alpha_r)}{R_3}. \quad (5)$$

$$\dot{L} = -\frac{V_W}{R_3 \cdot \cos B_{\Theta}} = -\frac{V \cdot \cos \Theta \cdot \sin(\Psi - \alpha_r)}{R_3 \cdot \cos B_{\Theta}}. \quad (6)$$

Пропускаючи проміжні розрахунки, остаточно отримуємо систему диференційованих рівнянь:

$$b_{D_{\omega\eta'}} = -b_D \cdot \frac{V}{R_3} \cdot \cos^2 \Theta \cdot \sin \alpha_r \cdot \operatorname{tg} \hat{A}_\Theta ;$$

$$b_{D_{\omega\phi'}} = -b_D \cdot \frac{V \cdot \cos \Theta}{R_3} .$$

Розглянемо необхідність урахування впливу обертання і кривизни Землі на політ снарядів (мін) з дальністю стрільби більше 20 км, (такі системи є на озброєнні Збройних Сил України). Оцінка обертання і сферичності Землі була проведена за допомогою системи диференційованих рівнянь просторового руху снарядів (мін), для різних значень широти ( $B_{ш}$ ), азимутів ( $\alpha_r$ ) і дальностей стрільби [4]. Результати оцінювання показали, що поправки на обертання Землі для снарядів (мін) з дальностями стрільби більше 20 км складають 140÷270 м у дальності і 9÷15 тис. – у напрямку. Такими відхиленнями в дальності і напрямку під час підготовки установок для стрільби нехтувати неможна.

З виразів відомих у зовнішній балістиці видно, що відхилення в дальності  $\delta X_{вр}$  і напрямку  $\delta Z_{вр}$  пропорційні величині часу польоту в третьому ступені [5, 6]. Стрільба мінами і, особливо активно-реактивними мінами (АРМ), ведеться на кутах підвищення більше 45°, тому час польоту АРМ до цілі значно перевищує час польоту звичайних снарядів і мін на ту ж дальність, крім того, час польоту АРМ під час стрільби на мінімальну дальність в 1,5÷1,8 разів більше, ніж на максимальну [7].

Так, розрахунки, проведені для 240-мм міни 3Ф2 показали, що відхилення точок падіння снарядів за рахунок обертання Землі може досягати 6÷14 тисячних в напрямку і 120÷130 м в дальності для максимальної і мінімальної дальностей стрільби відповідно. Тому, система поправок для стрільби снарядами (мінами) з великою дальністю стрільби (20 км і більше) повинна передбачати урахування поправок на обертання Землі.

Розрахунки, проведені за допомогою системи рівнянь просторового руху снарядів(мін) показують, що під час стрільби з 203-мм пушки 2С7 і 240-мм міномету помилка дальності внаслідок неврахування кривизни поверхні Землі досягає 70÷80 м.

## Висновки

1 Система поправок під час стрільби снарядами (мінами) з дальністю стрільби більше 20 км повинна передбачати урахування поправок на обертання Землі.

2 Під час стрільби активно-реактивними снарядами з 203-мм пушки 2С7 і АРМ з 240-мм міномету 2С4 необхідно враховувати поправки на кривизну поверхні Землі.

3 Запропонована в статті математична модель дозволяє з достатньою точністю визначати поправки в дальність і напрямок на кривизну і добове обертання Землі і може бути рекомендована для розрахунку Таблиць стрільби

## Список літератури

- 1 Равдин И.Ф. Внешняя баллистика. – Л.: Издательство ВАА, 1956. – 291 с.
- 2 Равдин И.Ф. Внешняя баллистика неуправляемых ракет и снарядов. – М.: МО СССР, 1973. – 184 с.
- 3 Дмитриевский А.А., Лисенко Л.Н. Внешняя баллистика. – М.: Издательство Машиностроение, 2005. – 607 с.
- 4 Макеев В.И. та інші. Математична модель просторового руху літального апарату на твердому паливі в атмосфері. – Суми.: Вісник СумДУ № 2, 2008 – С.
- 5 Левин Л.М. Теория полета неуправляемых ракет. – М.: Издательство физико-математической литературы, 1959. – 355 с.
- 6 Орлов В.Б. и др. Внешняя и внутренняя баллистика активно – реактивных снарядов. – М.: Издательство ЦНИИ информации, 1978. – 134 с.
- 7 Кособрюхов Н.Н. Исследование движения НРС (АРМ) и методы отстрела и составления таблиц стрельбы. Дисс.канд. техн. наук. – Л.: ВАА, 1976. – 188 с.

**Рецензент:** д-р фіз.-мат. наук, професор А.М. Черноус. Сумський державний університет, Суми.

**Автори:** МАКЕЄВ Висиль Ілліч кандидат технічних наук, доцент

ЖИТНИК Віктор Євгенович кандидат технічних наук, с.н.с., доцент

ПЕТРЕНКО Валентин Миколайович, ст. викладач Сумський державний університет

Роб. тел. 8 0542 62 83 15, дом. тел. 8 0542 24 85 40.

e-mail: [rye@ukr.net](mailto:rye@ukr.net)

## ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ И СФЕРИЧНОСТИ ЗЕМЛИ НА ПОЛЕТ СНАРЯДОВ (МИН)

В.И. Макеев, В.Н. Петренко, В.Е. Житник

*В статье разработана методика определения отклонения точек падения снарядов за счет вращения и сферичности Земли и обоснована необходимость их учета при определении установок для стрельбы, кроме того разработаны рекомендации по системе поправок учитывающие вращение Земли.*

**Ключевые слова:** вращение Земли, сферичность Земли, полет снаряда, элементы траектории.

## INFLUENCE OF ROTATION AND CURVATURE OF THE EARTH ON FLIGHT OF PROJECTILE (MINE)

V.I. Makeev, V.N. Petrenko, V.E. Zhytnyk

In article the technique of definition of a deviation of a point of falling of shells at the expense of rotation and curvature of the Earth is developed, also necessity of their account is proved during definition of installations for shooting, recommendations concerning system of the amendment which considers rotation of the Earth are besides given.

**Keywords:** rotation of the Earth, curvature of the Earth, flight of a projectile, trajectory elements.