СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тамм И.Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1966. – 616 с.

Поступила в редколлегию 28 декабря 1998 г.

УДК 539.2

СИНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ПЕРЕХОДА МЕЖДУ РЕЖИМАМИ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

А.В.Хоменко, доц.; О.В.Ющенко, студ.

В последнее время проблемы дорожного движения привлекают значительное внимание. Для описания коллективных характеристик транспортного потока применяется много подходов. Переход между режимами транспортного потока (свободным движением и затором машин) обнаруживается при моделировании дорожного движения и наблюдается в действительности. В частности, показано [1], что такой переход имеет свойства обычного фазового перехода жидкость-пар, где свободное и сгущенное движение автомобилей отвечает паровой и жидкой фазам соответственно. Этот переход происходит, когда плотность машин достигает критического значения. Транспортный поток с увеличенной плотностью и неустойчивой однородной частью сопровождается образованием затора на дороге. Таким образом, при данном фазовом переходе неупорядоченное состояние соответствует свободному движению автомобилей с интервалом h, а упорядоченное (двухфазное) – «пробке» на дороге, когда свободное движение машин с малой плотностью сосуществует с затором (большая плотность автомобилей).

В рамках термодинамического рассмотрения [1] переход между режимами транспортного потока представляется как фазовый переход первого рода, характер которого определяется расстоянием между машинами $\Delta x(t)$, играющим роль объёма или плотности, и обратным временем задержки (временем разгона/торможения) $1/\tau$, соответствующим температуре. Для его описания используется уравнение движения n-го автомобиля:

$$dx_n/d(t+\tau) = V(\Delta x_n(t)). \qquad (1)$$

Здесь задаётся оптимальная скорость $V(\Delta x_n(t))$, которая удовлетворяет следующим требованиям: во-первых, $V(\Delta x_n)$ - монотонно возрастающая функция; во-вторых, имеет верхний предел; в-третьих, при интервале между машинами, равном критическому значению h_c, имеет точку настройки (изменения). Таким требованиям соответствует функция, которую использовал Бандо (Bando) [2]:

$$V(\Delta x) = (v_{max}/2)\{\mathrm{th}(\Delta x - h_c) + \mathrm{th}(h_c)\}. \qquad (2)$$

Получено уравнение Гинзбурга-Ландау-Халатникова для данной модели. Доказано, что линия сосуществования фаз и линия спинодали, а также критическая точка описываются производными от термодинамического потенциала таким же образом, как и для обычных фазовых переходов и критических явлений. Подобно фазовому переходу первого рода, метастабильная область находится между линиями сосуществования фаз и спинодали.

В ходе исследования данной модели получено условие устойчивости, согласно которому при появлении малого возмущения в однородном потоке автомобилей он остаётся стабильным, если обратное время задержки удовлетворяет неравенству

$$1/\tau > 2V'(h), \tag{3}$$

где $$V'(h) = dV(\Delta x_n)/d\Delta x_n \,\Big|\, \Delta x_n = h.$$

Цель предлагаемой работы состоит в самосогласованном аналитическом описании перехода типа транспортной «пробки» в результате самоорганизации системы. Для этого используется синергетическая концепция фазового перехода, который реализуется в результате взаимно согласованного поведения трёх степеней свободы: параметра порядка, сопряжённого поля и управляющего параметра.

Для простейшей модели следующих друг за другом автомобилей величины

$$\eta \equiv \Delta x - h, \nu \equiv \Delta\dot{x} - h/t_0 + \nu_0 \tag{4}$$

отклонений интервала между машинами и скорости его изменения от соответствующих оптимальных значений h и $h/t_0 - \nu_0$ (t_0 - характерный временной интервал, ν_0 - скорость автомобиля) играют роль параметра порядка и сопряжённого поля соответственно. Таким образом, наш подход означает, что поведение транспортного потока параметризуется величинами η, ν и временем разгона/торможения τ, которое сводится к управляющему параметру. Пусть указанные величины являются диссипативными, и их релаксация к равновесным значениям описывается уравнением Дебая. Основой синергетического подхода является то обстоятельство, что положительная обратная связь между переменными η и τ может привести к самоорганизации системы, которая является причиной перехода между режимами транспортного потока. С другой стороны, чтобы обеспечить стабильность системы введём отрицательную обратную связь между η и ν. Полученные в результате уравнения, определяющие временные зависимости $\eta(t)$, $\nu(t)$ и τ (t), формально совпадают с системой Лоренца, которая простейшим образом описывает самоорганизующуюся систему [3]:

$$\dot{\eta} = -\eta/t_\eta + \nu, \tag{5}$$

$$\dot{\nu} = -\nu/t_\nu + g_\nu \eta\tau, \tag{6}$$

$$\dot{\tau} = (\tau_0 - \tau)/t_\tau - g_\tau \eta\nu. \tag{7}$$

Здесь точка означает дифференцирование по времени; t_η, t_ν, t_τ – соответствующие времена релаксации; g_ν, g_τ – положительные константы. Уравнения (5)-(7) представляют основу самосогласованного описания модели следующих друг за другом автомобилей. Отличительной особенностью этой системы является то, что в (6)-(7) входят нелинейные слагаемые с различными знаками, в то время как уравнение (5) – линейное. Последнее обусловлено тем, что отклонение скорости ν есть производная отклонения интервала η по времени. Второе слагаемое в правой части (6) описывает положительную обратную связь между отклонением интервала и временем разгона/торможения, в результате которой увеличивается значение ν, что является причиной образования транспортного затора. Кинетическое уравнение для величины τ отличается тем, что её релаксация происходит не до нуля, а до конечного значения τ_0, которое представляет время, необходимое машине для достижения характерной скорости (характеристика автомобиля). Знак минус перед последним слагаемым в правой части уравнения (7) можно рассматривать как проявление принципа Ле-Шателье, поскольку увеличение времени разгона/торможения τ приводит к образованию течения машин, а при этом рост величин η и ν препятствует возрастанию τ.

После введения масштабов измерения величин η, ν и τ:

$$\eta_m = \left(t_\nu g_\nu t_\tau g_\tau\right)^{-1/2}, \quad \nu_m = \eta_m / t_\eta = t_\eta^{-1}\left(t_\nu g_\nu t_\tau g_\tau\right)^{-1/2}, \quad \tau_c = \left(t_\eta t_\nu g_\nu\right)^{-1} \tag{8}$$

уравнения (5)-(7) принимают вид:

$$\dot{\eta} = -\eta + \nu, \tag{9}$$

$$\sigma\dot{\nu} = -\nu + \eta\tau, \tag{10}$$

$$\delta\dot{\tau} = \left(\tau_0 - \tau\right) - \eta\nu, \tag{11}$$

где $\sigma \equiv t_\nu / t_\eta$, $\delta \equiv t_\tau / t_\eta$ и точка означает производную по безразмерному времени t/t_η. В общем случае система (9)-(11) не имеет аналитического решения, и для её анализа воспользуемся адиабатическим приближением $\sigma \ll 1$, $\delta \ll 1$, означающим, что в результате эволюции системы изменения отклонения скорости ν и времени разгона/торможения τ следуют за изменением отклонения расстояния между машинами η. Благодаря этому условию, левые части уравнений (10), (11) можно положить равными нулю. В результате получаем выражения для зависимостей управляющего параметра τ и сопряжённого поля ν от параметра порядка η:

$$\tau = \frac{\tau_0}{1+\eta^2}, \quad \nu = \frac{\tau_0 \eta}{1+\eta^2}. \tag{12}$$

При физических значениях η в интервале от 0 до 1 время разгона/торможения является монотонно убывающей функцией η, в то время как ν увеличивается с ростом η. Подставив второе выражение (12) в (9), получаем уравнение Ландау-Халатникова:

$$\dot{\eta} = -\frac{\partial \Phi}{\partial \eta}, \tag{13}$$

где эффективный потенциал Φ определяется равенством

$$\Phi = \frac{1}{2}\eta^2 - \frac{1}{2}\tau_0 \ln\left(1+\eta^2\right). \tag{14}$$

При $\tau_0 < 1$ зависимость $\Phi(\eta)$ является монотонно возрастающей и имеет единственное стационарное значение $\eta_e = 0$, т.е. в этом случае интервал между машинами постоянен. Если параметр τ_0 превышает критическое значение $\tau_c = 1$, на зависимости $\Phi(\eta)$ появляются минимум, отвечающий ненулевому стационарному значению отклонения интервала $\eta_e = (\tau_0 - 1)^{1/2}$, и соответствует устойчивому состоянию, седло S отвечает максимуму эффективного потенциала. Как видно из рисунка, существует универсальный участок, к которому сходятся все фазовые траектории, и его структура почти не зависит от значения параметра σ. Анализ временных зависимостей $v(t)$ и $\eta(t)$ показывает, что отклонения интервала и скорости от оптимальных значений существенно замедляются на данном участке по сравнению с другими частями фазовых траекторий, которые являются почти прямолинейными (нетрудно видеть, что этот эффект обусловлен малостью δ). Таким образом, можно заключить, что поскольку большую часть времени система находится в окрестности универсального участка, конечное значение σ не влияет качественно на полученные выше результаты для адиабатического приближения.

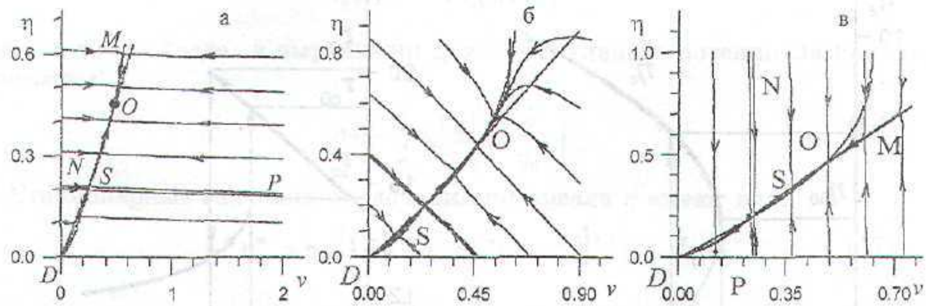

Рисунок 2 – Фазовые портреты в плоскости η-v при k=1, η_0=0.1, τ_0=1.25τ_c :

а) $\sigma = 10^{-2}$; б) $\sigma = 1$; в) $\sigma = 10^2$

Согласно приведенному рассмотрению диссипативная динамика транспортного потока для однородной модели следующих друг за другом автомобилей может быть представлена в рамках схемы Лоренца. Исследование показало, что затор транспорта на дороге образуется, если характерное время автомобиля τ_0 больше критического значения τ_c. Поэтому к данному переходу предрасположены системы с малым временем релаксации t_r и большими величинами t_v и t_η.

SUMMARY

The theory of a jamming transition is proposed for the homogeneous car-following model within the framework of Lorenz scheme. We represent a jamming transition as a result of the spontaneous deviations of headway and velocity that is caused by the acceleration/braking rate to be higher than the critical value. The stationary values of headway and velocity deviations and time of acceleration/braking are derived as functions of control parameter (time needed for car to take the characteristic velocity). We proved that the jamming transition can be described in terms of terminology of the phase transitions.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nagatani T. Thermodynamic theory for jamming transition in traffic flow // Phys. Rev.E.–1998.–V.53.– P.4271 –4276.
2. Bando M., Hasebe K., Nakayama A., Shibata A. and Sugiyama Y. // Phys. Rev.E.–1995.–V.51.– P.1035.
3. Хакен Г. Синергетика.–М.: Мир, 1980.–404 с.

4. Олемской А.И., Хоменко А.В. Трёхпараметрическая кинетика фазового перехода// ЖЭТФ.- 1996.-Т.110.- №6(12). -С.2144-2167.

Поступила в редколлегию 22 февраля 2000 г.

УДК 538.978:538.955/956

ДИНАМИКА 180^0 ДОМЕННОЙ ГРАНИЦЫ В ТОНКОЙ ФЕРРОМАГНИТНОЙ ПЛЕНКЕ С ДЕФЕКТАМИ В ОБЛАСТИ МАЛЫХ СКОРОСТЕЙ

Ю.И. Джежеря, М.В. Сорокин**, Л.П. Мироненко***
(Институт магнетизма национальной академии наук Украины)*
*(**Национальный технический университет Украины "КПИ")*

Для рассмотрения диссипативных процессов в магнитоупорядоченных системах широко используется феноменологический подход, который основывается на введении в уравнение Ландау-Лифшица релаксационных членов различной структуры [1].

Причины диссипации энергии могут быть связаны с релятивистскими эффектами и пространственной дисперсией, обусловленной обменным взаимодействием. В работах [2,3] представлена феноменологическая теория, в которой релаксационные члены релятивистской и обменной природы построены исходя из реальной симметрии магнитных кристаллов. Развитие обобщенной теории позволило объяснить результаты некоторых экспериментов по изучению динамики нелинейных возбуждений [4,5]. В рамках феноменологического подхода исследованы особенности движения доменных границ (ДГ) [4-10], не обсуждавшиеся ранее при анализе уравнений Ландау-Лифшица с простейшими релаксационными слагаемыми в форме Гильберта и Ландау.

Несмотря на успехи феноменологического описания существует ряд механизмов релаксации, которые нуждаются в более детальном рассмотрении. Их вклад в торможение не учитывается в существующем феноменологическом подходе. Однако они могут оказывать существенное влияние на динамику ДГ.

В [11] была развита теория взаимодействия ДГ с редкоземельной подрешеткой магнитоупорядоченных кристаллов. Показано, что вклад в силу торможения ДГ со стороны ионов редкоземельного металла является нелинейным по скорости ДГ и не может быть учтен феноменологически.

К явлениям, не включенным в рамки феноменологического описания, но играющим существенную роль, можно отнести процессы взаимодействия движущейся ДГ с дефектами кристаллической структуры.

В рамках упрощенной модели движения плоского фронта в диссипативной неоднородной среде (это может быть ДГ в ферромагнетике), установлено существование ряда особенностей динамики системы в области малых скоростей [12]. Например, если значение силы, приводящей фронт в движение (в ферромагнетике это внешнее магнитное поле, перпендикулярное поверхности пленки) меньше критического, имеет место пиннинг фронта на дефектах.

В работе [13] исследовано простейшее уравнение движения ДГ со случайным потенциалом, имитирующим коэрцитивность. Показано, что