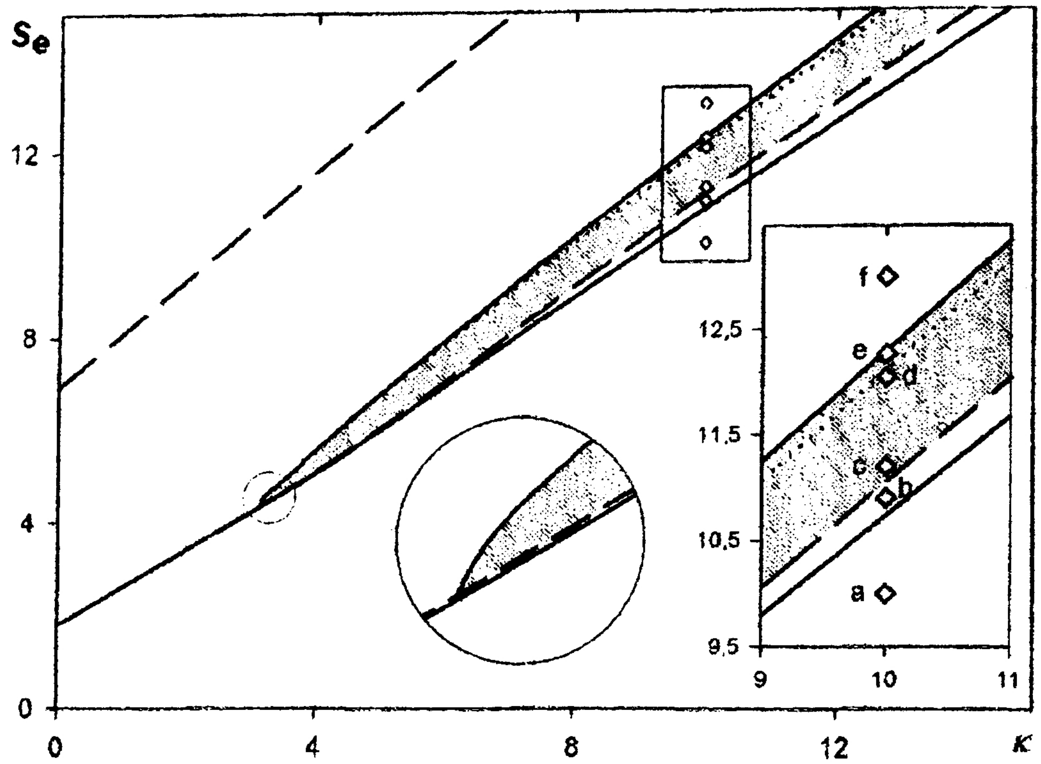
Згідно рисунка, граничний цикл утворюється у точках c, d, e, і відсутній у станах a, b, f.



ОПТИМИЗАЦИОННАЯ ЗАДАЧА МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА ДЛЯ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА.

Прядка А.А., ст. гр М-41, СумГУ,
Чаплыгин А.А., асс. каф..МА и МО, СумГУ

Существенных упрощением модели Леонтьева «Затраты-выпуск» является отсутствие в ней первичных (невозобновляемых) факторов производства. Модель будет более близкой к реальности, если наряду с воспроизводимыми ресурсами, будут учтены и первичные факторы. Такое обобщение превращает модель Леонтьева в оптимизационную задачу.

Модель Леонтьева имеет вид:

$$x = Ax + c$$

где A - постоянная технологическая матрица, $c = (c_1,...c_n)$ - известный вектор спроса, $x = (x_1,...x_n)$ - неизвестный вектор вектор выпуска.

Если предположить что в данной модели каждый товар производится с использованием всех отраслей и ещё m видов первичных ресурсов, то введём в рассмотрение матрицу $B = \langle b_{ij} \rangle$, $i = 1,\ldots,m$, $j = 1,\ldots,n$, которая трактуется как технологическая матрица для первичных ресурсов.

Имеет место соотношение:

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij} x_j \le \nu_k,\ k = 1,\ldots,m$$

где $\nu = (\nu_1,\ldots\nu_n)$- вектор запасов первичных ресурсов.

Ставится вопрос: при каком векторе выпуска $x = (x_1,\ldots x_n)$ реализация конечного продукта $c = (c_1,\ldots c_n)$ приведёт к максимальному доходу с учётом наличного запаса $\nu = (\nu_1,\ldots\nu_n)$ первичных ресурсов. Приходим к следующей задаче линейного программирования:

$$\langle p, c \rangle \to \max \qquad (1)$$

$$\begin{cases} x = Ax + c \\ Bx \le \nu \\ x \ge 0 \end{cases} \qquad (2)$$

где $p = (p_1,\ldots,p_n)$- вектор цен продуктов отраслей.

Избавившись от ограничений типа равенств в системе (2) перепишем задачу (1)-(2) в виде:

$$\langle p, (E - A)x \rangle \to \max \qquad (3)$$

$$\begin{cases} Bx \le \nu \\ x \ge 0 \end{cases} \qquad (4)$$

При введении масштаба цен $\tilde{p} = (E - A)p$, целевую функцию (3) можно записать в виде:

$$\langle \tilde{p}, x \rangle \to \max \qquad (5)$$

Решение задачи (5) при ограничениях (4), даёт вектор спроса на товары.