

### Секція математичного моделювання

$$\left. \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right|_{\substack{x=0 \\ t \rightarrow \infty}} = \frac{b_1 - b_2}{l} + \frac{b_0}{l} \left[ \cos wt \left( 1 + 2w^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_n^2 \mu_n^2} \right) - 2w \sin wt \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\mu_n^2} \right].$$

В даній задачі отримані вирази для поля температур і потоків, розглянуто установившийся режим.

*Література:*

1. А.Г. Бутковский. Характеристики систем с распределёнными параметрами. – М.: наука, 1979.

### ДО РІШЕННЯ СИНГУЛЯРНИХ ОБУРЕНИХ РІВНЯННЯ ЕЛІПТИЧНОГО ТИПУ ДЛЯ ОБЛАСТЕЙ З КУТОВИМИ ТОЧКАМИ.

*Велитченко Н. С., студ. гр ІН-43, СумДУ*

У доповіді розглядається рівняння

$$\varepsilon^2 \Delta u - k^2(x, y, \varepsilon) = f(x, y, \varepsilon) \quad (1)$$

де  $\varepsilon$  - оператор Лапласа  $k(x, y) > 0$ . Таке рівняння описує, наприклад, стаціонарний процес слабкої дифузії ( $\varepsilon^2$  мало).

Шукатимемо рішення, що задовольняє граничній умові

$$u|_{\Gamma} = \theta(x, y, \varepsilon) \quad (2)$$

Відомо, що асимптотичне наближення задачі (1) – (2) в області з гладкою межею може бути легко знайдено за допомогою введення граничних функцій. У тому числі нульове наближення має вигляд:

$$u(x, y, \varepsilon) \approx \frac{f_0(x, y)}{k^2(x, y)} + \left[ \theta_0(l) + \frac{f_0(l)}{k^2(l)} \right] \exp(-k(l)\rho)$$

де  $f_0, \theta_0$  - перші члени відповідних розкладень, а  $(\rho, l)$  - локальні координати в околі межі.

Ми розглянемо випадок, коли межа області не є гладкою, а має кутові точки. У простому випадку це може бути прямокутна область, межа якої містить чотири кутові точки – вершини прямокутника.

Наявність кутових точок приводить до ускладнення граничної структури, а саме поблизу кожного гладкої ділянки межі будується своя гранична функція, залежна від відповідних локальних змінних.

### Секція математичного моделювання

Разом з регулярною частиною асимптотики ці граничні функції задовольняють граничним умовам на гладких шматках межі і визначаються з рішення деяких достатньо простих диференціальних рівнянь.

Разом з тим граничні функції, усуваючи нев'язки на своїй ділянці гладкої межі, вносять додаткові нев'язки на сусідні гладкі ділянки межі, відокремлені кутовими точками.

Для усунення цієї нев'язкості вводяться кутові граничні функції, які також є рішенням і деяких диференціальних рівнянь.

Для вирішення поставленої проблеми розроблена комп'ютерна програма, що дозволяє вирішувати задачу для областей з довільною кусочно-гладкою межею.

## МОДЕЛЮВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ В ТОНКИХ ТІЛАХ ПРИ ДІЇ ІМПУЛЬСНИХ НАНОСЕКУНДНИХ ПУЧКІВ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК

*Логачова В. В., студ. гр ІН-43, СумДУ*

При постановці задачі будемо виходити з наступних міркувань:

— енергія іонного пучка приводить до збільшення внутрішньої енергії твердого тіла і зрештою до підвищення його температури;

— Частинки, що гальмуються, розглядаються як миттєві джерела енергії, оскільки тривалість опромінювання на існуючих наносекундних прискорювачах ( $10^{-8} - 10^{-7}$  с) значно перевершує час гальмування іонів в металах ( $10^{-14} - 10^{-12}$  с);

— теплофізичні характеристики середовища приймаються постійними;

— тепловий обмін із зовнішнім середовищем вважатимемо слабким оскільки при температурах близько 3000 К сумарні втрати теплоти складають біля  $10^4$  Вт/м<sup>2</sup>, що на багато порядків менше щільності теплового потоку, обумовленого теплопровідністю.

З урахуванням викладеного вище задача про визначення температурного поля, утвореного могутніми пучками, зводиться до вирішення рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial U}{\partial t} - a \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right) = f(x, y, t) \quad (1)$$

З початковими умовами