

Секція моделювання складних систем, кількісні методи в економіці

α дозволяє досліджувати як адитивний, так і мультиплікативний шум, флуктуаційне джерело ξ задовольняє флуктуаційно-дисипаційній теоремі, його інтенсивність пов'язується із рухливістю, а тому відповідний шум є внутрішнім.

В такому класі стохастичних моделей було знайдено два режими фазового розшарування, які залежать від початкових умов: при $\langle x(\mathbf{r}, 0) \rangle = 0$, така система розвивається по сценарію спінодального розпаду. В протилежному випадку $\langle x(\mathbf{r}, 0) \rangle \neq 0$ для системи стає характерним режим нуклеації.

Для проведення чисельного моделювання була вибрана ґратка з періодичними граничними умовами. Вважається, що сусіди крайових вузлів ґратки є вузли, які розташовуються на краях протилежного боку ґратки. Проведено дослідження динаміки спінодального розпаду на ранніх та пізніх стадіях і на основі отриманих результатів узагальнено закон росту доменів Ліфшица-Сльозова.

Для аналізу впливу параметрів системи на процес спінодального розпаду використовувався другий момент, який в нашій системі грає роль параметра порядку і визначається виразом: $J(t) = \int \langle x^2(\mathbf{r}, t) \rangle d\mathbf{r}$, та структурний фактор $S(r, t) = \langle x^2(\mathbf{r}, t) \rangle$.

Результати можуть бути використані для теоретичного дослідження систем магнітного типу, полімерів та процесів фазового розшарування та розпаду при активній взаємодії системи та зовнішнього середовища.

АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ ФУНКЦІОНУВАННЯ АРТИЛЕРІЙСЬКОЇ БАТАРЕЇ

Дмитрієв А.В., СумДУ

Нехай процес бойового функціонування артилерійської батареї самохідних гармат (сабатр) описується деякою фізичною системою S , яка може перебувати в одному з наступних станів: S_1 – батарея зайняла вогневу позицію; S_2 – сабатр готова до виконання вогневого завдання; S_3 – батарея виконала вогневе завдання; S_4 – сабатр залишила вогневу позицію; S_5 – батарея знаходиться під вогневим впливом (рис. 1).

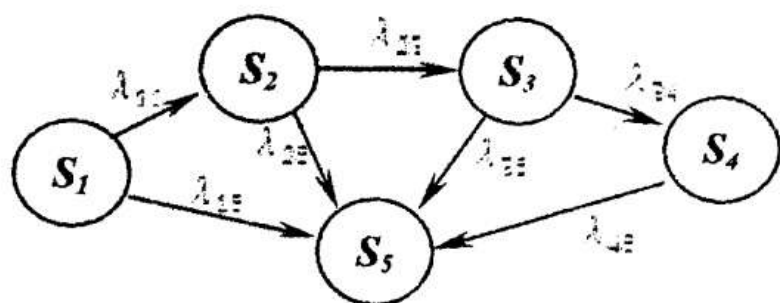


Рис. 1 Орієнтований граф станів системи S

Будемо вважати, що в системі S протікає марківський процес $\{X(t), t \geq 0\}$ з дискретною множиною станів $E = \{S_1, S_2, \dots, S_5\}$ і неперервним часом. Тоді, згідно [2] математичною моделлю, яка описує процес бойового функціонування сабатр є система диференціальних рівнянь Колмогорова з постійними коефіцієнтами:

$$\begin{cases} \frac{dp_1(t)}{dt} = -(\lambda_{12} + \lambda_{15})p_1(t), \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = -(\lambda_{23} + \lambda_{25})p_2(t) + \lambda_{12}p_1(t), \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = -(\lambda_{34} + \lambda_{35})p_3(t) + \lambda_{23}p_2(t), \\ \frac{dp_4(t)}{dt} = -\lambda_{45}p_4(t) + \lambda_{34}p_3(t), \\ p_5(t) = 1 - \sum_{i=1}^4 p_i(t). \end{cases} \quad (1)$$

де $p_i(t) = P \{X(t) = i\}$ – імовірність того, що в момент часу t система S знаходиться у стані S_i ($i=1,2,\dots,5$)

$\lambda_{ij}(t) = \text{const}$ – інтенсивність переходу системи S із S_i у S_j .

Розв'язок (1) з урахуванням початкових умов $p_i(0)$ ($i=1,2,\dots,5$) і

нормуючої умови $\sum_{i=1}^5 p_i(t) = 1$, має вигляд:

$$\begin{cases} p_1(t) = e^{-\frac{\lambda}{t_1}t}, \\ p_2(t) = a_2(e^{-\frac{\lambda}{t_1}t} - e^{-\frac{\lambda}{t_2}t}), \\ p_3(t) = a_2(\beta_2 e^{-\frac{\lambda}{t_1}t} - \beta_2 e^{-\frac{\lambda}{t_2}t} - \beta_3 e^{-\frac{\lambda}{t_3}t}), \\ p_4(t) = a_2(\omega_2 e^{-\frac{\lambda}{t_1}t} - \omega_2 e^{-\frac{\lambda}{t_2}t} + \omega_3 e^{-\frac{\lambda}{t_3}t} + \\ + (\omega_2 - \omega_1 - \omega_3) e^{-\frac{\lambda}{t_1}t}), \\ p_5(t) = 1 - \sum_{i=1}^4 p_i(t). \end{cases} \quad (2)$$

Секція моделювання складних систем, кількісні методи в економіці

$$\text{де } \alpha_1 = \frac{\tau \bar{t}_2}{\bar{t}_1 - \tau; \bar{t}_2 - \tau}, \quad \alpha_2 = \frac{\tau^2 \bar{t}_3}{\bar{t}_2 - \tau; \bar{t}_3 - \tau; \bar{t}_4 - \tau},$$

$$\alpha_3 = \frac{\tau^3 \bar{t}_4}{\bar{t}_3 - \tau; \bar{t}_4 - \tau; \bar{t}_5 - \tau; \bar{t}_6 - \tau},$$

$$\beta_1 = \frac{\bar{t}_2}{\bar{t}_2 - \tau}, \quad \beta_2 = \frac{\bar{t}_3}{\bar{t}_3 - \tau}, \quad \beta_3 = \frac{\bar{t}_4 - \tau}{\bar{t}_4 - \tau; \bar{t}_5 - \tau},$$

$$\omega_1 = \frac{\bar{t}_2 \bar{t}_3}{\bar{t}_2 - \tau; \bar{t}_3 - \tau}, \quad \omega_2 = \frac{\bar{t}_3 \bar{t}_4}{\bar{t}_3 - \tau; \bar{t}_4 - \tau}, \quad \omega_3 = \frac{\bar{t}_4 \bar{t}_5}{\bar{t}_4 - \tau; \bar{t}_5 - \tau}.$$

$\bar{t}_1, \bar{t}_2, \bar{t}_3, \bar{t}_4$ – математичне сподівання часу перебування сабатр у станах S_1, S_2, S_3, S_4 ; τ – математичне сподівання часу перебування сабатр під вогневим впливом.

Отримані співвідношення (2) дозволяють визначити ймовірність перебування сабатр у відповідних станах функціонування для якого завгодно моменту часу t перебування на вогневій позиції. Окрім цього, ймовірність $p_{S_3}(t)$ (стан S_3 , у який може перейти система S за час функціонування) – це ймовірність того, що артилерійська батарея буде знаходитися на вогневій позиції на протязі часу вогневого впливу τ , можна інтерпретувати як ймовірність своєчасності вогню по цілі. Цей факт дає можливість [1] підрахувати цілий ряд показників ефективності функціонування сабатр на вогневій позиції.

Література

1. Барковський А.Ф. Основы оценки эффективности и выработки рекомендации по поражению целей огнём артиллерии. – П.: ВАУ, 2000. – 310с.
2. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: Сов.радио, 1972. – 550с.

ПОБУДОВА АНАЛІТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ СКЛАДНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Супрун В.М., доцент, к.ф.-м.н.

Розглядаються аналітичні моделі складних систем, побудова яких ґрунтується на теорії марківських і напівмарківських процесів [1,2].

Нехай $\{X(t), t \geq 0\}$ марківський процес з неперервним часом і дискретною (скінченою або зчисленою) множиною станів $E = \{S_1, S_2, \dots, S_n, \dots\}$. Тоді, основою для побудови аналітичної моделі складної системи S за