

14. Кисилев В. А., Ривкин Е. Ю. Влияние предварительного теплового нагружения на сопротивление элементов конструкций хрупкому разрушению // Энергомашиностроение. — 1988. — № 10. — С. 16—18.
15. Kotilainen H. The estimation of the beneficial effect of a warm-prestress during the emergency cooling of nuclear pressure vessel // KTM/GKAE Seminar, Moscow, 7—11 Feb., 1983.
16. Chell G. G., Haigh J. R. The effect of warm prestressing on proof tested pressure vessels // Int. J. Press. Vess. and Piping. — 1986. — 23, № 2. — P. 121—131.
17. Смирнов В. И. Об оценке размеров дефектов методом акустической эмиссии с позиции линейной механики разрушения // Дефектоскопия. — 1979. — № 2. — С. 45—50.
18. Carry D. A. A model for predicting the influence of warm pre-stressing and strain ageing on the cleavage fracture toughness of ferritic steels // Int. J. Fracture. — 1983. — 22, № 2. — P. 145—159.
19. Chell G. G. The effect of sub-critical growth on the fracture behavior of cracked ferritic steels after warm prestressing // Fatigue Fracture Eng. Mater. and Struct. — 1986. — 9, № 4. — P. 259—274.

ЦНИИ КМ «Прометей»,
Санкт-Петербург

Получено
22.04.91

УДК 593.3

Л. А. ФИЛЬШТИНСКИЙ, В. В. ШЕСТАЛОВА

ДИФРАКЦИЯ МАГНИТОУПРУГОЙ ВОЛНЫ НА ОТВЕРСТИИ И ТРЕЩИНЕ (АНТИПЛОСКАЯ ДЕФОРМАЦИЯ)

Наличие магнитного поля существенно влияет на напряженно-деформированное состояние диа(пара)-магнитных проводящих тел, подвергнутых механическому возмущению. В настоящей работе рассмотрена краевая задача магнитоупругости для пространства, ослабленного туннельными концентраторами напряжений (трещинами, отверстиями), для решения которой использовали интегральное представление поля рассеянной волны. Приведены графики, отражающие зависимость суммарного коэффициента интенсивности напряжений в вершинах трещины и концентрации напряжений на контуре отверстия от конфигурации дефекта, величины приложенного магнитного поля, частоты падающей магнитоупругой волны.

1. Рассмотрим неограниченную диа(пара)-магнитную среду, находящуюся в статическом магнитном поле $H^0 = (0, H_0, 0)$, $H_0 = \text{const}$, и ослабленную туннельными вдоль оси x_3 концентраторами напряжений типа трещин L_j ($j=1, k$) и отверстий C_i ($i=1, n$). Предположим, что на поверхностях концентраторов действует гармоническая во времени сдвиговая нагрузка $X_{3n} = \text{Re}(X_3 e^{-i\omega t})$, $X_3 = X_3(x_1, x_2)$, и из бесконечности возможно излучение сдвиговой магнитоупругой волны смещения

$$u_3^0 = \text{Re}(U_3^0 e^{-i\omega t}), \quad U_3^0 = U \exp(-i\gamma(x_1 \cos \beta + x_2 \sin \beta)), \quad (1)$$

$$U = \text{const}, \quad \gamma = \frac{\gamma_2}{\sqrt{1 + \chi^2 \sin^2 \beta}}, \quad \gamma_2 = \frac{\omega}{c_2}, \quad c_2 = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad \chi^2 = \frac{\mu_e H_0^2}{\mu}.$$

Здесь β — угол между нормалью к фронту падающей волны и осью Ox_1 (рис. 1), ω — круговая частота. В этих условиях в системе имеет место колебательный процесс, отвечающий состоянию антиплоской деформации.

Известно, что в квазистатическом приближении и в предположении идеальной проводимости среды уравнения движения диа(пара)-магнитной среды имеют вид [1, 2]

$$\mu \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \text{grad div } \vec{u} = \mu_e \text{rot } \vec{h} \cdot \vec{H}^0 = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}. \quad (2)$$

Компоненты электромагнитного поля, механическая и максвелловская части тензора напряжений выражаются через упругие перемещения соотношениями

$$\vec{h} = \text{rot}(\vec{u} \times \vec{H}^0), \quad \vec{e} = -\mu_e (\partial \vec{u} / \partial t \times \vec{H}^0), \quad \sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk}, \quad (3)$$

$$\varepsilon_{ij} = (\partial_j u_i + \partial_i u_j) / 2, \quad t_{ij} = \mu_e (H_i^0 h_j + H_j^0 h_i - \delta_{ij} H_k^0 h_k) \quad (i, j, k, = \overline{1,3}).$$

К уравнениям (2), (3) необходимо присоединить условия на границе раздела сред

$$[\vec{h}]_- = 0, \quad [\mu_e \vec{h}]_n = 0, \quad [\sigma_{ij} + t_{ij}] n_j = X_{in}. \quad (4)$$

Здесь $\vec{H}^0 = (H_1^0, H_2^0, H_3^0)$ — напряженность статического магнитного поля, \vec{e}, \vec{h} — малые флуктуации электромагнитного поля, \vec{u} — механические перемещения, σ_{ij}, t_{ij} — механические и максвелловские напряжения, X_{in} — компоненты внешней нагрузки, μ_e — магнитная проницаемость вещества, ρ — плотность вещества, μ, λ — постоянные Ламе, δ_{ij} — символ Кронеккера, символ $[*]$ обозначает скачок соответствующей величины на линии раздела двух сред.

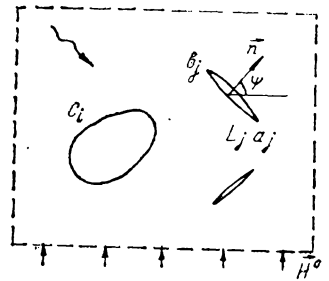


Рис. 1.

Для поставленной задачи об антиплоской деформации среды с концентраторами из уравнений (2) — (4) получаем уравнения движения

$$\nabla^2 u_3 + \chi^2 \partial_z^2 u_3 = \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \quad (5)$$

формулы для компонентов электромагнитного поля

$$h_1 = h_2 = 0, \quad h_3 = H_0 \partial_z u_3, \quad e_1 = -\mu_e H_0 \partial u_3 / \partial t, \quad e_2 = e_3 = 0, \quad (6)$$

граничные условия на контуре полости

$$\sigma_{3j} n_j = X_{3n}, \quad h_3^* = h_3, \quad j = 1, 2, \quad (7)$$

где $\vec{n} = (\cos \psi, \sin \psi)$ — нормаль к контуру, звездочка относится к полости дефекта.

Механическое поле в пространстве с дефектом состоит из поля падающей волны u_3^0 и рассеянного поля, которое представим в виде

$$u_3 = \text{Re} (U_3 e^{-i\omega t}),$$

$$U_3(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \int_L p(\zeta) \left\{ \frac{\partial}{\partial \zeta_1} H_0^{(1)}(\gamma_2 r_1) d\zeta_1 - \frac{\partial}{\partial \bar{\zeta}_1} H_0^{(1)}(\gamma_2 r_1) d\bar{\zeta}_1 \right\} +$$

$$+ \int_L q(\zeta) H_0^{(1)}(\gamma_2 r_1) ds + \int_c r(\zeta) H_0^{(1)}(\gamma_2 r_1) ds, \quad (8)$$

$$z_1 = x_1 + \frac{ix_2}{\sqrt{1+\chi^2}}, \quad \zeta_1 = \text{Re} \zeta + \frac{i \text{Im} \zeta}{\sqrt{1+\chi^2}}, \quad r_1 = |\zeta_1 - z_1|.$$

Здесь $p(\zeta) = \{p_j(\zeta), \zeta \in L_j\}$, $q(\zeta) = \{q_j(\zeta), \zeta \in L_j\}$, $r(\zeta) = \{r_i(\zeta), \zeta \in C_i\}$ — неизвестные «плотности», $H_n^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля первого рода n -го порядка, ds — элемент дуги контура LUC , для трещины интегрирование вели от начала a_j к концу b_j , для отверстия — против часовой стрелки. Механический смысл «плотности» $p(\zeta)$ состоит в том, что $p(\zeta) = -0,5 [U_3(\zeta)]$. Функция u_3 является решением уравнения (5), удовлетворяет условию излучения и обеспечивает существование скачка

перемещения и непрерывность вектора напряжения на контуре трещины L .

Граничные условия (7) примут вид

$$c(\psi) \left\{ \frac{\partial}{\partial z_1} (U_3 + U_3^0) \right\}^+ + \bar{c}(\psi) \left\{ \frac{\partial}{\partial z_1} (U_3 + U_3^0) \right\}^- = \pm X_3^\pm, \quad \zeta \in L, \quad (9)$$

$$c(\psi) \left\{ \frac{\partial}{\partial z_1} (U_3 + U_3^0) \right\}^- + \bar{c}(\psi) \left\{ \frac{\partial}{\partial z_1} (U_3 + U_3^0) \right\}^+ = X_3, \quad \zeta \in C,$$

$$c(\psi) = \cos \psi + \frac{i \sin \psi}{\sqrt{1 + \chi^2}}.$$

Верхний знак в первом уравнении соответствует левому берегу трещины L (при движении от a_j к b_j). Предположим, что $X_3^+ = -X_3^- = X_3$.

Из первых двух уравнений (9) находим связь между «плотностями»

$$q(\zeta) = \frac{i}{\zeta} \frac{\chi^2 \sin 2\psi}{\sqrt{1 + \chi^2}} \frac{df}{ds}, \quad f = [U_3]. \quad (10)$$

Подставляя в уравнение (9) предельные значения входящих туда функций и используя формулу (10), приходим к системе интегральных уравнений

$$\int_L \frac{df}{ds} g(\zeta, \zeta_0) ds + \int_L f(\zeta) G(\zeta, \zeta_0) ds + \int_C r(\zeta) K(\zeta, \zeta_0) ds = N(\zeta_0), \quad \zeta_0 \in L,$$

$$\int_L \frac{df}{ds} g_1(\zeta, \zeta_0) ds + \int_L f(\zeta) G_1(\zeta, \zeta_0) ds + \int_C r(\zeta) K_1(\zeta, \zeta_0) ds + r(\zeta_0) k(\zeta_0) = N_1(\zeta_0), \quad \zeta_0 \in C, \quad (11)$$

$$g(\zeta, \zeta_0) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Im} \frac{c(\psi_0)}{\zeta_1 - \zeta_{10}} - \frac{\gamma_2 \chi^2 \sin 2\psi}{4i \sqrt{1 + \chi^2}} H_1^{(1)}(\gamma_2 r_{10}) \operatorname{Re}(c(\psi_0) e^{-i\alpha_{10}}),$$

$$r_{10} = |\zeta_1 - \zeta_{10}|, \quad \alpha_{10} = \arg(\zeta_1 - \zeta_{10}), \quad a(\zeta) = \frac{dc(\psi)}{d\zeta}.$$

В системе (11) ядро $g(\zeta, \zeta_0)$ — сингулярное, остальные ядра — регулярные и в силу громоздкости здесь не выписаны.

Для однозначного определения функции f в классе функций с неограниченной на концах трещины L производной [3] систему (11) необходимо рассматривать совместно с дополнительными условиями

$$\int_{L_j} df = 0 \quad (j = \overline{1, k}). \quad (12)$$

2. При определении коэффициента интенсивности напряжений K_{III} использовали параметризацию контура L_j : $\zeta = \zeta(\delta)$, $\zeta_0 = \zeta(\delta_0)$, $-1 \leq \delta$, $\delta_0 \leq 1$. В соответствии с этим полагали

$$\frac{df}{ds} = \frac{\Omega(\delta)}{s'(\delta) \sqrt{1 - \delta^2}}, \quad s'(\delta) = \frac{ds}{d\delta}, \quad \Omega(\delta) \in H[-1, 1]. \quad (13)$$

Коэффициент интенсивности напряжений [4] определяли из выражения

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \operatorname{Re}(Q_n e^{-i\omega t}) =$$

$$= -\frac{\mu \sqrt{\pi(1 + \chi^2)}}{2\sqrt{s'(\mp 1)}} |\Omega(\mp 1)| \cos(\omega t - \arg \Omega(\mp 1)), \quad (14)$$

$$Q_n = (S_{13} + T_{13}) \cos \psi + (S_{23} + T_{23}) \sin \psi,$$

$$t_{ij} = \operatorname{Re}(T_{ij} e^{-i\omega t}), \quad \sigma_{ij} = \operatorname{Re}(S_{ij} e^{-i\omega t}).$$

Напряжения на контуре отверстия могут быть найдены по формуле

$$T = -(S_{13} + S_{13}^0 + T_{13}) \sin \psi + (S_{23} + S_{23}^0 + T_{23}) \cos \psi, \quad (15)$$

3. Ниже приведены данные расчетов величин α^\mp и $\langle T \rangle$. Коэффициент интенсивности напряжений и концентрацию напряжений на кон-

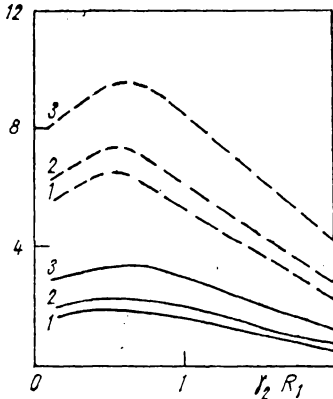


Рис. 2.

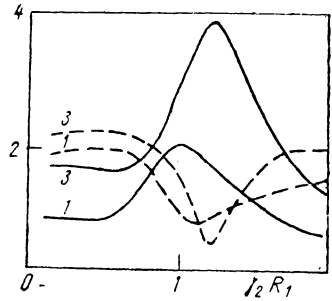


Рис. 3.

туре отверстия T определяли через эти величины по формулам

$$K_{III} = P_h \sqrt{\pi l} \alpha^\mp \cos(\omega t - \arg \alpha^\mp),$$

$$P_h = -i\mu U \gamma, \quad T = P_h \langle T \rangle, \quad (16)$$

где $2l$ — длина трещины.

В качестве примера рассмотрим неограниченное пространство, ослабленное полостью эллиптического поперечного сечения и туннельной прямой трещиной, параметрические уравнения которых

$$\xi_1 = \operatorname{Re} \zeta = R_1 \cos \varphi, \quad \xi_2 = \operatorname{Im} \zeta = R_2 \sin \varphi,$$

$$\varphi \in [0, 2\pi]. \quad (17)$$

$$\xi_1 = P_1 \delta + P_2, \quad \xi_2 = P_3 \delta + P_4, \quad \delta \in [-1, 1].$$

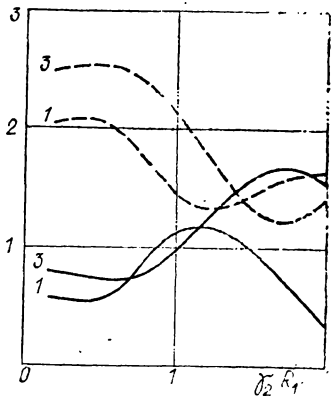


Рис. 4.

Из бесконечности вдоль оси x_2 излучается магнитоупругая волна (1).

Результаты расчетов величин α^\mp и $\beta_* = |\langle T \rangle|$ в точке $\varphi = 0$ приведены на рис. 2—4. Сплошные линии отвечают величине α^\mp , штриховые — β_* ; кривые 1, 2, 3 построены для значений $R_1 = 1$ и $\chi = 0; 0,5; 1$ соответственно.

Графики на рис. 2 построены для эллиптического отверстия ($R_2/R_1 = 0,5$) и горизонтальной трещины ($P_1 = 1, P_2 = 2,2, P_3 = P_4 = 0$). Рис. 3 иллюстрирует случай, когда круговое отверстие ($R_1 = R_2 = 1$) находится в тени горизонтальной трещины ($P_1 = 1, P_2 = P_3 = 0, P_4 = 2$). Рис. 4 соответствует ситуации, когда трещина ориентирована к оси Ox_1 под углом 45° ($P_1 = 0,5, P_2 = 0, P_3 = -0,5, P_4 = 2$), и круговое отверстие ($R_1 = R_2 = 1$) частично находится в тени.

Недостаток рассматриваемой модели, предполагающей идеальную проводимость среды, заключается в том, что в окрестности $y_2 R_1 = 0$ решение зависит от χ . Для устранения его необходимо рассматривать конечную проводимость тела.

РЕЗЮМЕ. Розглянуто дифракцію плоскої магнітопружної зсувової хвилі на тріщинах і отворах у діа (пара)-магнітному провідному середовищі. Приведено ре-

зультати розрахунків коефіцієнта інтенсивності напружень у вершині тріщини та концентрації напружень на контурі порожнини в залежності від попереднього магнітного поля і відносної частоти збудження.

SUMMARY. Presence of magnetic field essentially affects stressdeformed state of conducting dia(para)magnetics subjected to mechanical perturbation. In this paper boundary problem of magnetoelasticity for space weakened by tunnel stress concentrator (cracks and holes) is considered. For solving the latter an integral representation of dispersed wave field has been used. Figures characterizing the defect configuration, amplitude of applied magnetic field and frequency of incident wave influence on summary stress intensity factors in crack tips and on the stress at the hole contour are presented.

1. *Shindo Y.* Diffraction of Antiplane Shear waves by a finite crack in the presence of the magnetic field // *Z. angew. Math. und Mech.* — 1976. — 56, № 1. — P. 33—41.
2. *Новацкий В.* Электромагнитные эффекты в твердых телах. — М.: Мир, 1986. — 159 с.
3. *Мусхелишвили Н. И.* Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые приложения к математической физике. — М.: Физматгиз, 1962. — 600 с.
4. *Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие в 4-х т. / Под общ. ред. Панасюка В. В. — Киев: Наук. думка, 1988. Т. 1: Основы механики разрушения / Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Партон В. З. — 1988. — 488 с.*

Сумской физико-технологический институт

Получено
29.04.91