



621.01(095.8)

Д 78

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**БУДОВА МЕХАНІЗМІВ**  
**(нові методи структурного аналізу і синтезу)**

Навчальний посібник  
з курсу "Теорія механізмів та машин"  
для студентів інженерно-технічних спеціальностей денної  
та заочної форм навчання

№ В 1500

Суми Вид-во СумДУ 2001

Сумський державний  
університет  
**БІБЛІОТЕКА**

ББК 34.41  
Д78  
УДК 621.01

Рецензент:

канд. техн. наук, доц. І.Г. Шебанов (ХДАКУ – ХАІ)  
д-р техн. наук, проф. П.М. Учаєв (СумДУ)

**Дрягін Дмитро Прокопович**

Д78 Будова механізмів (нові методи  
структурного аналізу та синтезу):  
Навчальний посібник – Суми: Вид-во СумДУ,  
2001. – 69с.

ISBN 966-7668-18-5

Навчальний посібник вперше розкриває контуроланкову будову механізмів, в ньому по-новому розв'язуються задачі структурної оптимізації.

Рекомендується студентам для вивчення теорії механізмів та машин. Може бути корисним викладачам ТММ, аспірантам, науковим робітникам та інженерам-конструкторам.

**ББК 34.41**

ISBN 966-7668-18-5

© Дрягін Д. П., 2001  
© Вид-во СумДУ, 2001

## ПЕРЕДМОВА

Посібник складений на підставі досліджень автора в галузі контуроланкової будови механізмів.

Обсяг і зміст поданого у посібнику матеріалу відповідають програмі розділу «Структура механізмів» навчального курсу з теорії механізмів і машин, що викладається студентам механічних, машинобудівних і приладобудівних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Посібник може бути корисний викладачам ТММ, а також аспірантам, науковцям та інженерам-конструкторам, діяльність яких пов'язана з розробленням нових і удосконаленням існуючих механізмів.

Автор із вдячністю прийме зауваження і побажання з даної роботи.

## ВСТУП

Відомі два методи дослідження структури механізмів - неконтурний [1] і контурний [2,4,5].

Неконтурний метод передбачає окремих, незалежний один від одного розгляд властивостей ланок і кінематичних пар. Принцип незалежності властивостей був використаний при одержанні структурних формул Чебишева і Сомова-Малишева. Його недоліком є велика складність у розв'язанні задач оптимізації структури механізмів за критерієм мінімізації числа надлишкових зв'язків (статичної невизначеності) при заданій рухомості.

Сутність контурного методу полягає в тому, що властивості деякої сукупності ланок і кінематичних пар розглядаються у нерозривному зв'язку. Гохман запропонував розглядати структурні ланцюги механізмів як сполучення «незалежних» контурів. Найпростіший, одиничний контур Гохмана містить три ланки, дві з яких рухомі, а одна нерухома [2].

Ассур розробив принцип утворення плоских механізмів шляхом приєднання один до одного незамкнених ланцюгів, що мають нульову рухомість відносно вільних елементів кінематичних пар [3]. Одиничний контур (група) Ассура - діада складається з двох рухомих ланок і трьох кінематичних пар.

Недоліком робіт Гохмана й Ассура є те, що автори не висвітлили властивостей елементарних контурів-ланок, із яких складаються їх збільшені структурні утворення. Не розкриті властивості контурів-ланок і в роботах [4,5].

Закон будови механізмів [6] дозволив визначити, що механізми довільної структури в основі своїй складаються з контурів-ланок, що містять кінематичні пари з вільними елементами, а також місця приєднання вільних елементів.

Максимальна кількість кінематичних пар у контурі-ланці дорівнює двом, мінімальна-нулю.

У запропонованому посібнику визначені функціональні властивості контурів-ланок нульового, першого і другого класів.

Контуроланковий підхід дозволяє значною мірою спростити розв'язання задач з усунення або зведення до мінімуму шкідливих надлишкових зв'язків, при цьому розв'язання не ускладнюється при переході до багатоланкових механізмів.

На рівні контуроланкової будови спрощуються також і структурні формули плоских і просторових механізмів порівняно з відомими формулами Чебишева, Сомова-Малишева, Добровольського.

Формули (16), (18), (19) і (20) отримані вперше.

Читачу пропонується новий метод синтезу механізмів оптимальної структури з використанням поданих у цій роботі таблиць контурів першого і другого класів.



## Лекція 1

### Питання лекції

Основні поняття і визначення.

Кінематичні пари. Стояк.

Закон будови механізмів.

Контури - ланки плоских механізмів.

Аналіз контурної будови механізмів.

### 1.1 Основні поняття і визначення. Кінематичні пари. Стояк

Структурна будова механізмів базується на поняттях ланки і кінематичної пари.

Будемо розглядати ЛАНКУ як тверде тіло, що входить до складу механізму, а КІНЕМАТИЧНУ ПАРУ - як з'єднання двох дотичних (спряжених) ланок, що допускає їх відносний рух.

МЕХАНІЗМОМ можна назвати систему ланок, що сполучені кінематичними парами, здійснюють різні примусові рухи, за умови, що одна з ланок береться за нерухому.

ЕЛЕМЕНТАМИ кінематичної пари назвемо точки, лінії або поверхні, на яких дотикаються ланки.

Кінематичні пари називають вищими, якщо їх елементи - точки або лінії, і нижчими, якщо їх елементи - поверхні [1].

Існування кінематичної пари визначається двома умовами:

- безпосереднім дотиком двох ланок;
- можливістю відносного руху цих ланок.

Пари не існує, якщо не дотримується хоча б одна з названих умов.

Для розв'язання задач структурного аналізу і синтезу механізмів запровадимо поняття про ВІЛЬНИЙ ЕЛЕМЕНТ кінематичної пари, що дозволяє простежувати існування кінематичної пари за наявності двох елементів, один із яких належить ланці, а інший - вільний, від'єднаний умовно від спряженої ланки.

У цьому випадку на від'єднаній спряженій ланці будемо позначати МІСЦЕ ПРИЄДНАННЯ вільного елемента кінематичної пари.

У курсі ТММ прийняті умовні зображення ланок, кінематичних пар та їх елементів.

У табл. 1 наведені конструктивні схеми найбільш поширених пар, їх назви, позначення, умовні зображення, можливий відносний рух ланок і та  $j$ , що утворюють пару, і число умов зв'язку пари.

Розглядають властивості кінематичних пар у тримірному, шестирухомому лінійному просторі, що відбивається за допомогою ортогональної системи координат OXYZ.

Однорухома обертальна пара  $1o$  (табл.1, сх.1) допускає один незалежний відносний обертальний рух  $O$  між ланками і та  $j$ , і у той же час накладає п'ять зв'язків, тобто забороняє в просторі три поступальні і два інші обертальні відносні рухи між аналізованими ланками.

Однорухома поступальна пара  $1п$  (табл. 1, сх. 2) допускає тільки один поступальний відносний рух  $П$  і накладає п'ять зв'язків, тобто забороняє два інші поступальні і три обертальні відносні рухи.

Пропонуємо читачу провести самостійно аналіз властивостей кінематичних пар  $2ц$ ,  $3с$ ,  $2сп$ ,  $3пл$ ,  $2л$ ,  $3л$ ,



4л, 5т і 1о(п) (табл. 1, сх. 3-10). Знання властивостей, позначень і найменувань пар необхідні для складання структурних схем і розв'язання задач структурного аналізу і синтезу механізмів.

На практиці застосовується значно більша кількість видів кінематичних пар [4], але принцип їх аналізу на число рухомостей і на число умов зв'язків аналогічний викладеному в даній роботі.

При структурному аналізі натурних механізмів і машин, виконаних із застосуванням підшипників кочення, необхідно знаходити аналогію між підшипниками кочення і відповідними кінематичними парами. Наприклад, фіксований шарикопідшипник виконує функцію пари 1о, підшипник із циліндричними роликами є аналогом пари 2ц, фіксований сферичний кульковий або роликовий підшипник - аналог пари 3с. Більш докладно з аналогами кінематичних пар можна ознайомитися в роботі [4].

Місця приєднання вільних елементів будемо позначати точками для пар 1о, 3с, 2сп, 2ц, 4л і штриховими лініями - для пар 1п, 3пл, 2л, 3л, 5т.

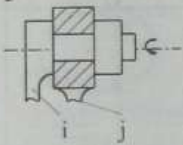
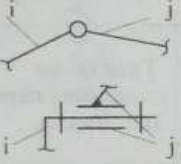
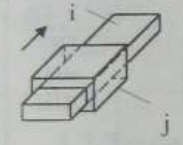
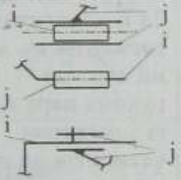
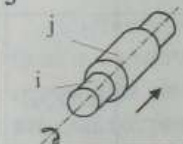
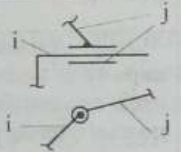
У схемах просторових механізмів місця приєднання вільних елементів кінематичних пар 1о, 2ц і 4л також можуть зображуватися штриховими лініями.

Одна з ланок механізму, що є нерухомою, названа **СТОЯКОМ**.

Нерухомість стояка, як правило, відзначають підштриховкою (підштриховками).

У таблиці 2 наведені варіанти зображення стояка з числом місць приєднання вільних елементів пар від одного до трьох.

Таблиця 1 - Кінематичні пари

Кінематична пара	Назва і позначення кінематичної пари	Зображення пари	Можливі відносні рухи ланок, що утворюють пару	Число умов зв'язку пари
1	2	3	4	5
	<p>Однорухома обертальна пара 1о, нижча</p>		О	5
	<p>Однорухома поступальна пара 1п, нижча</p>		П	5
	<p>Дворухома циліндрична пара 2ц, нижча</p>		ОП	4


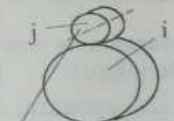
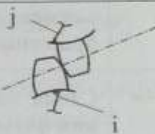

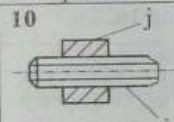
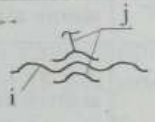
У складних багатоланкових механізмах число місць приєднання вільних елементів пар на стояку може бути більше трьох.

Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5
<p>4</p>	<p>Трирухома сферична пара 3с, нижча</p>		<p>ООО</p>	<p>3</p>
<p>5</p>	<p>Дворухома сферична пара з пальцем 2сп, нижча</p>		<p>ОО</p>	<p>4</p>
<p>6</p>	<p>Трирухома площинна пара 3пл, нижча</p>		<p>ОПП</p>	<p>3</p>
<p>7</p>	<p>Дворухома пара 2л із контактом елементів по лінії або трирухома пара 3л із контактом елементів по лінії, пари – вищі</p>		<p>ОП або ОПП</p>	<p>4 а б о 3</p>
<p>8</p>	<p>Чотирирухома пара 4л із контактом елементів по лінії, вища</p>		<p>ОООП</p>	<p>2</p>

Дослідження структури, кінематики і властивостей механізму як системи для перетворення рухів зручно виконувати, припускаючи, що ортогональний тривимірний базис OXYZ нерухомо сполучений із стояком.

## Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5
<p>9</p>  <p>Бочкоподібний зуб</p>  <p>Бочкоподібний ролик</p>	<p>Пятирухома пара 5т із контактом елементів у точці, вища</p>	 	<p>ОООПП</p>	<p>1</p>
<p>10</p> 	<p>Однорухома гвинтова пара 1о(п), нижча</p>		<p>О(П)</p>	<p>5</p>

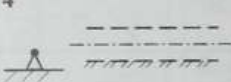
### 1.2 Закон будови механізмів

Питання структурної оптимізації механізмів, пов'язані з визначенням числа степенів вільності і числа їх статичної невизначеності, можуть вирішуватися завдяки застосуванню ЗАКОНУ БУДОВИ МЕХАНІЗМІВ [6]:

- механізми довільної структури складаються з контурів нульового, першого і другого класів.

КОНТУРОМ НУЛЬОВОГО КЛАСУ назвемо ланку, що береться за нерухому, з одним або декількома місцями приєднання вільних елементів кінематичних пар. У будь-якому механізмі число контурів нульового кла-

Таблиця 2 - Зображення стояка

1	2
<p>1</p> <p>а </p> <p>б </p>	<p>Стояк з одним місцем приєднання вільних елементів пар 1о, 3с, 2сп, 2ц. Варіанти зображення а, б</p>
<p>2</p> <p>а </p> <p>б </p>	<p>Стояк з двома місцями приєднання вільних елементів пар 1о, 3с, 2сп, 2ц. Варіанти зображення а, б</p>
<p>3</p> 	<p>Стояк з трьома місцями приєднання вільних елементів пар 1о, 3с, 2сп, 2ц</p>
<p>4</p> 	<p>Стояк з місцем приєднання вільних елементів пар 1о, 3с, 2сп, 2ц і місцем приєднання вільних елементів пар 1п, 2ц</p>
<p>5</p> 	<p>Стояк з місцем приєднання вільних елементів пар 1о, 3с, 2сп, 2ц, місцем приєднання вільних елементів пар 1п, 2ц і місцем приєднання вільних елементів пар 2л, 3л, 5т</p>

су  $n_0 = 1$ . За визначенням контуром нульового класу є стояк.

**КОНТУРОМ ПЕРШОГО КЛАСУ** назвемо рухому ланку механізму з однією кінематичною парою, що має вільний елемент, і з одним або декількома місцями приєднання вільних елементів кінематичних пар інших рухомих ланок. У будь-якому механізмі число контурів першого класу  $n_1 \geq 1$ .

**КОНТУРОМ ДРУГОГО КЛАСУ** назвемо рухому ланку механізму з двома кінематичними парами, кож-



на з яких має вільний елемент, і з одним або декількома місцями приєднання вільних елементів кінематичних пар інших рухомих ланок або без місць приєднання вільних елементів. У будь-якому механізмі число контурів другого класу  $n_{II} \geq 0$ .

Очевидно, що число рухомих ланок механізму дорівнює сумі чисел контурів першого і другого класів:

$$n = n_I + n_{II}.$$

Число контурів першого класу дорівнює різниці подвоєного числа рухомих ланок і числа кінематичних пар механізму:

$$n_I = 2n - p_{\Sigma}. \quad (1)$$

Число контурів другого класу дорівнює різниці числа кінематичних пар і числа рухомих ланок механізму:

$$n_{II} = p_{\Sigma} - n. \quad (2)$$

Виведення формул (1) і (2) наведено у роботі [6].

### 1.3 Конттури першого і другого класів плоских механізмів

У плоских механізмах існують тільки кінематичні пари  $1o$ ,  $1п$ ,  $2л$  [1].

У той же час відомо, що плоскі механізми найбільш поширені в техніці.



Розглянемо схеми контурів I і II класів, що спостерігаються в плоских механізмах, результати розгляду подамо у вигляді таблиць.



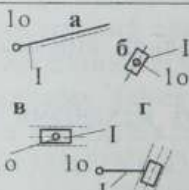
При складанні таблиць використовуємо загальноприйняті в теорії механізмів і машин умовні зображення ланок і кінематичних пар [1].

У таблиці 3 наведені структурні схеми контурів I класу плоских механізмів і описано їх склад.


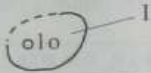




Аналогічно побудована і таблиця 4, у якій наведені контури II класу плоских механізмів.

Можливі і деякі інші схеми контурів I і II класів, які не наведені в табл. 3 і 4, але в будь-якому випадку ці схеми повинні відповідати сформульованому закону будови механізмів (див. п. 1.2, стор.11).

Таблиця 3 - Контури I класу плоских механізмів

Схема контуру I класу	Склад контуру I класу
1	2
	Ланка з парою 1o, що має вільний елемент, і місцем приєднання вільного елемента пари 1o іншої рухомої ланки – контуру
	Ланка з парою 1o із вільним елементом і двома місцями приєднання вільних елементів пар 1o інших рухомих ланок – контурів
	Ланка з парою 1o із вільним елементом і місцем приєднання вільного елемента пари 1n іншої рухомої ланки – контуру  Варіанти а, б, в, г


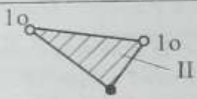
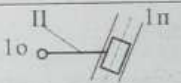

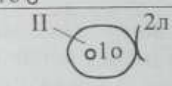
### Продовження таблиці 3

1	2
 <p>A diagram showing a gear with a pin joint. The gear is represented by a circle with a dashed outline, and the pin joint is shown as a small circle with a dot. The gear is labeled '1' and the pin joint is labeled '1o'.</p>	<p>Колесо зубчасте з парою 1o із вільним елементом і місцем приєднання вільного елемента пари 2л іншої рухомої ланки – контуру (сполученого зубчастого колеса)</p>
 <p>A diagram showing a cam with a pin joint. The cam is represented by an oval with a dashed outline, and the pin joint is shown as a small circle with a dot. The cam is labeled '1' and the pin joint is labeled '1o'.</p>	<p>Кулачок із парою 1o із вільним елементом і місцем приєднання вільного елемента пари 2л іншої рухомої ланки – контуру</p>
 <p>A diagram showing a gear with a pin joint. The gear is represented by a circle with a dashed outline, and the pin joint is shown as a small circle with a dot. The gear is labeled '1' and the pin joint is labeled '2л'.</p>	<p>Колесо зубчасте з парою 2л, що має вільний елемент, і місцем приєднання вільного елемента пари 1o іншої рухомої ланки – контуру</p>
 <p>A diagram showing a cam with a pin joint. The cam is represented by a circle with a dashed outline, and the pin joint is shown as a small circle with a dot. The cam is labeled '1' and the pin joint is labeled '2л'.</p>	<p>Кулачок із парою 2л із вільним елементом і місцем приєднання вільного елемента пари 1o іншої рухомої ланки – контуру</p>
 <p>A diagram showing a link with a pin joint. The link is represented by a horizontal line with a dashed outline, and the pin joint is shown as a small circle with a dot. The link is labeled '1' and the pin joint is labeled '1п'.</p>	<p>Ланка з парою 1п, що має вільний елемент, і місцем приєднання вільного елемента пари 1o іншої рухомої ланки – контуру</p>
 <p>A diagram showing a link with a pin joint. The link is represented by a horizontal line with a dashed outline, and the pin joint is shown as a small circle with a dot. The link is labeled '1п' and the pin joint is labeled '1п'.</p>	<p>Ланка з парою 1п із вільним елементом і місцем приєднання вільного елемента пари 1п іншої рухомої ланки – контуру</p>

#### 1.4 Аналіз контурної будови механізмів

Структурна класифікація Ассура-Артоболевського [1] не дозволяє пояснити будову первинних механізмів, вона лише дещо полегшує розв'язання задач з усунення надлишкових зв'язків. У роботах Ассура та Артоболевського не висвітлена внутрішня структура груп

Таблиця 4 - Контури II класу плоских механізмів

Схема контуру II класу	Склад контуру II класу
	Ланка з двома парами 1о, що мають вільні елементи від сполучуваних (приєднуваних) ланок - контурів
	Ланка з двома парами 1о із вільними елементами і місцем приєднання вільного елемента пари 1о іншої рухомої ланки - контуру
	Ланка з парами 1о і 1п, що мають вільні елементи від сполучуваних ланок - контурів
	Ланка з двома парами 1п, що мають вільні елементи від сполучуваних ланок - контурів
	Колесо зубчасте з парами 1о і 2л, що мають вільні елементи від сполучуваних ланок - контурів
	Кулачок із парами 1о і 2л, що мають вільні елементи від сполучуваних ланок - контурів

Ассура. Покажемо контуроланкову структуру механізмів із застосуванням закону будови механізмів [6].

Формули (1) і (2) придатні для усіх видів кінематичних пар і з'єднань (аналогів кінематичних пар) механізмів довільної структури як плоских, так і просторових.

Розглянемо контурну будову плоских механізмів переважно з однорухомими обертальними парами 1о, число яких у складі механізму позначимо  $p_1$ , тобто  $p_2 = p_1$ .

У механізмі з однією рухомою ланкою і з однією кінематичною парою число контурів першого класу  $p_I = 2n - p_1 = 2 \times 1 - 1 = 1$ , число контурів другого класу  $p_{II} = p_1 - n = 1 - 1 = 0$ . Структурний склад такого механізму  $n_0 = 1$  та  $n_I = 1$  (див. рис.1).

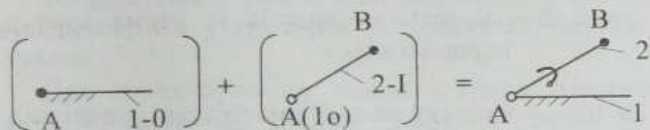


Рисунок 1 - Структурний синтез найпростішого дволанкового механізму I класу

Вищим контуром у механізмі, зображеному на рис.1, є контур першого класу 2-1, тому враховуючи класифікації Ассура-Артоболовського [1], цей механізм будемо називати механізмом I класу.

При двох рухомих ланках можливі два варіанти побудови механізмів.

За першим варіантом до механізму може входити дві кінематичні пари. У цьому випадку  $n = 2$ ,  $p_1 = 2$ ;  $p_I = 2n - p_1 = 2 \times 2 - 2 = 2$ ;  $p_{II} = p_1 - n = 2 - 2 = 0$ .

Умова замикання вільних елементів кінематичних пар на сполучуваних ланках - контурах дозволяє дійти висновку, що ланцюги, складені з контуру нульового класу і двох контурів першого класу - незамкнуті (див. рис.2).

За другим варіантом при двох рухомих ланках до ланцюга можуть входити три кінематичні пари, тобто  $n = 2$ ,  $p_1 = 3$ .

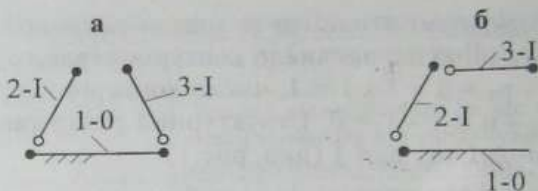


Рисунок 2 - Будова механізмів із двома контурами першого класу

У цьому випадку за законом будови механізмів число контурів першого класу  $n_I = 2n - p_I = 2 \times 2 - 3 = 1$ , число контурів другого класу  $n_{II} = p_I - n = 3 - 2 = 1$ . Ланцюг, складений із контурів

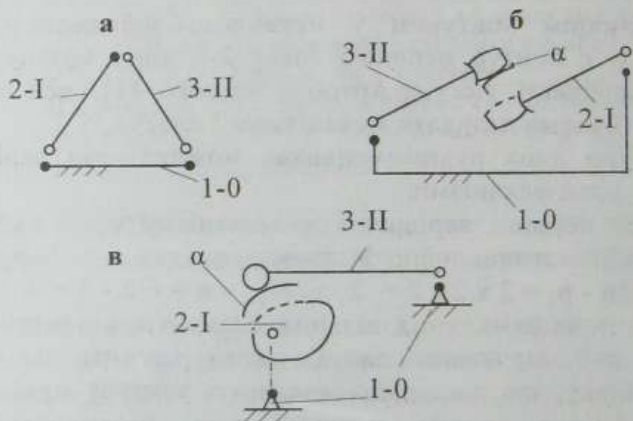


Рисунок 3 - Триланкові плоскі структурні утворення - ферми і механізми

нульового, першого і другого класів, при однорухомих парах 1о є фермою (рис.3а), але якщо запровадити одну вищу пару 2л, тобто прийняти, що  $p_{\Sigma} = p_1 + p_2 = 2 + 1$ , одержимо зубчасті і кулачкові механізми (див. рис.3б,в).

На рис. 3б,в місця приєднання вільних елементів а вищих пар 2л у контурах 2-І позначені штриховими лініями.

При трьох рухомих ланках і трьох кінематичних парах 1о маємо  $n_1 = 2n - p_1 = 2 \times 3 - 3 = 3$ ,  $n_{II} = p_1 - n = 3 - 3 = 0$ .

Можливі варіанти механізмів при  $n = 3$  і  $p_1=3$  зображені на рис. 4..

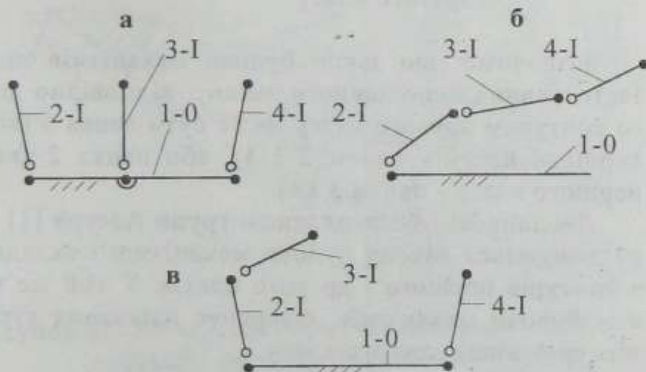


Рисунок 4 - Види чотириланкових механізмів із пари 1о

При трьох рухомих ланках і чотирьох кінематичних парах 1о одержуємо  $n = 2n - p_1 = 2 \times 3 - 4 = 2$ ,  $n_{II} = p_1 - n = 4 - 3 = 1$ . У цьому випадку умова приєднання



вільних елементів кінематичних пар до відповідних місць на сполучуваних ланках - контурах призводить до утворення замкнутого кінематичного ланцюга - шарнірного чотириланковика (див. рис. 5).

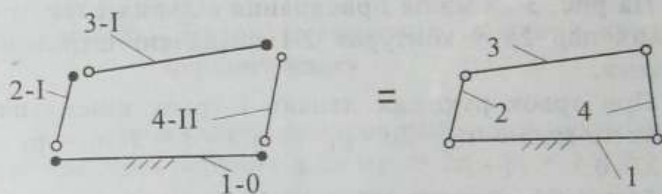


Рисунок 5 - Чотириланковий механізм із двома контурами першого класу та одним контуром другого класу

Зазначимо, що закон будови механізмів дозволяє застосування переставного закону, відповідно до якого контуром другого класу може бути ланка 3 (контури першого класу - ланки 2 і 4), або ланка 2 (контури першого класу - ланки 3 і 4).

Дволанкові і багатоланкові групи Ассур [1] підпорядковуються закону будови механізмів і складаються з контурів першого і другого класів. У той же час закон будови механізмів заперечує існування структурних груп вище другого класу.

Розглянемо викладене на прикладах.

Для групи Ассур другого класу [1], скорочено - діади,  $n = 2$ ,  $p_2 = p_1 = 3$ .

Згідно з законом будови механізмів для діади  $n_1 = 2n - p_1 = 2 \times 2 - 3 = 1$ ,  $n_{II} = p_1 - n = 3 - 2 = 1$ .

Контурна будова діади з парами 1о представлена на рис.6.

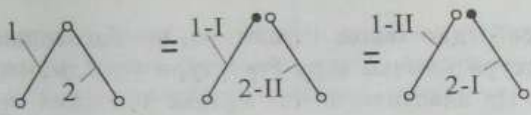


Рисунок 6 - Контурна будова діади

Відомо, що чотириланкова група Ассура має  $n = 4$ ,  $p_1 = 6$  [1]. Для такої групи відповідно до закону будови механізмів одержуємо

$$n = 2p - p_1 = 2 \times 4 - 6 = 2, \quad n_{II} = p_1 - n = 6 - 4 = 2.$$

Два варіанти (а, б) розкладання цієї групи на контури першого і другого класів зображені на рис.7.

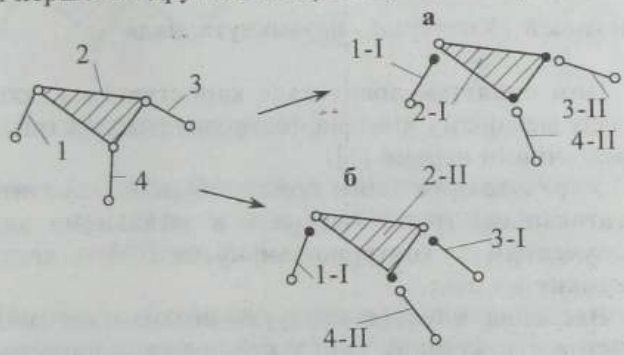


Рисунок 7 - Розкладання чотириланкової групи Ассура третього порядку на контури першого і другого класів

Використовуючи переставний закон, можна одержати ще чотири варіанти розкладання чотириланкової триповідцевої групи Ассура на контури першого і другого класів. Розв'язання цієї задачі надаємо читачу.

Необхідно також зауважити, що багатоланкові групи Ассура з точки зору структури є діадними утвореннями. Ця властивість має велике значення при розв'язанні задач оптимізації структури механізмів, у чому ми переконуємося надалі.

Введемо поняття контурно-незамкнутої діади (рис.8).

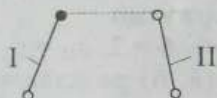


Рисунок 8 - Контурно - незамкнута діада

Цим поняттям доводиться користуватися, якщо до складу механізму введена «базисна» ланка з трьома кінематичними парами [1].

З урахуванням цього поняття будемо доводити, що багатоланкові групи Ассура є в загальному випадку сполученням контурно-замкнутих і контурно-незамкнутих діад.

Введення поняття контурно-незамкнутої діади не вносить структурних змін у механізми, а його застосування дозволяє вивчити особливості роботи механізмів із «базисними» ланками в особливих положеннях, коли три повідці стають паралельними, особливі точки Ассура йдуть у нескінченність [1], статична невизначеність механізму стає явною. Існування контурно-незамкнутої діади в складі механізму є вказівкою на можливі проблеми зі складанням механізму, із прокручуванням ланок і зниженням ККД.

Розглянемо приклад, яким шляхом структурного перетворення можна одержати групу Ассур, що складається тільки зі звичайних контурно-замкнутих діад.

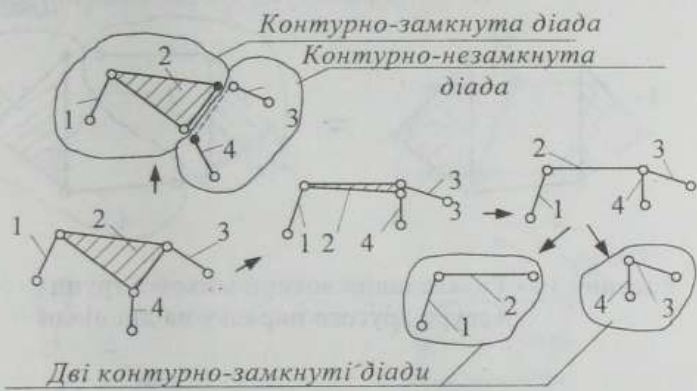


Рисунок 9 - Перетворення чотириланкової триповідцевої групи Ассур до двох контурно-замкнутих діад

На рис.9 зображений структурний перехід у триповідцевій чотириланковій групі Ассур до двох контурно-замкнутих діад.

Чотириланкова група Ассур другого порядку складається з двох контурно-замкнутих діад (рис.10).

Аналогічно розділяються на діади шести-, восьми-ланкові та інші багатоланкові групи Ассур.

На закінчення зауважимо, що структурний ланцюг рухомих ланок плоского механізму в загальному випадку можна розглядати як сукупність діад, позадіадних,

автономних контурів першого класу та автономних контурів другого класу.

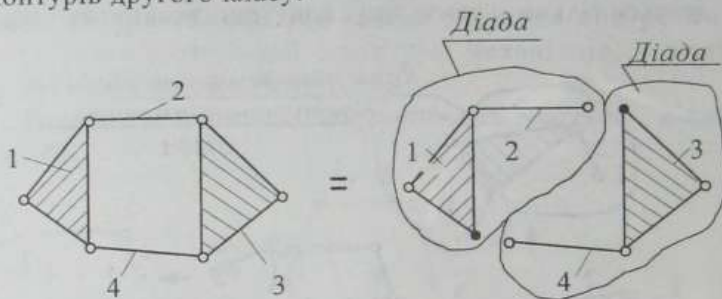


Рисунок 10 - Розкладання чотириланкової групи Ассура другого порядку на дві діади

### Завдання для самостійної роботи

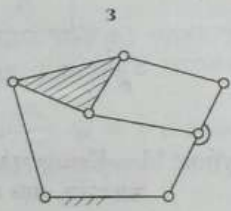
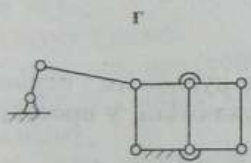
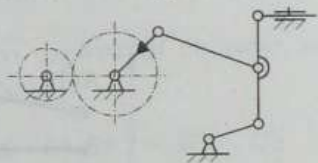
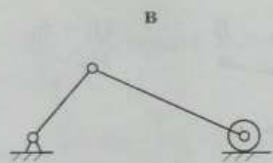
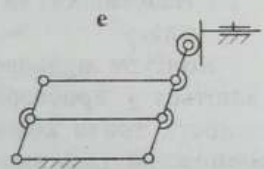
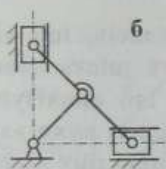
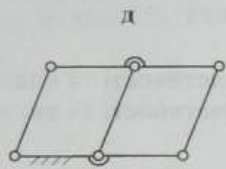
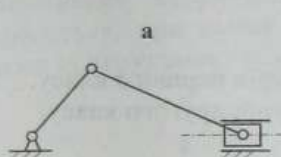
1 Опанувавши кінематичні пари і закон будови механізмів, складіть зручні для особистого користування таблиці контурів-ланок нульового, першого і другого класів плоских механізмів.

2 Наведіть можливі варіанти розкладання на контури першого і другого класів чотириланкової групи Ассура з «базисною» ланкою (див. рис.9).

3 Накресліть можливі варіанти розкладання на контури першого і другого класів двоповідцевої чотириланкової групи Ассура (див. рис.10).

## Задачі

Визначте контуроланкову будову плоских механізмів із парами 1о, 1п, 2л (схеми а, ..., з).





## Лекція 2

### Питання лекції

Властивості та види контурів першого класу.  
Властивості та види контурів другого класу.

#### 2.1 Властивості та види контурів першого класу

Контури нульового і першого класів, що вільно рухаються у просторі (рис.11), мають шість степенів вільності, тобто кожний з контурів, що аналізується, спроможний здійснювати три поступальні рухи вздовж вісей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  і три обертальні рухи навколо цих вісей.

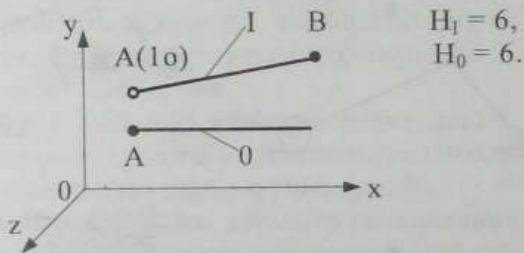


Рисунок 11 – Система контурів нульового і першого класів, що вільно рухаються у просторі

Кінематична пара  $A(1o)$  у складі контуру першого класу має вільний елемент, місце приєднання якого - точка  $A$ , позначено на контурі нульового класу.

Виконаємо структурне додавання контурів, що аналізуються, при цьому контур нульового класу поєднуємо із нерухомою віссю  $OX$ .

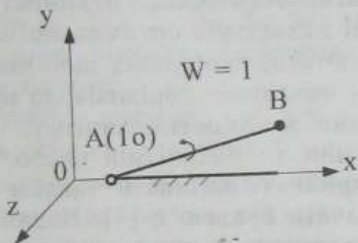


Рисунок 12 - Структурне додавання контурів нульового і першого класів

Число степенів вільності отриманої системи запишемо так:

$$N_{\text{сист.}} = N_1 + N_0 - N_0 - S_{1o} = 6 + 6 - 6 - 5 = 1 = W. \quad (3)$$

У формулі (3)  $S_{1o}$  - число умов зв'язку однорухомої пари  $A(1o)$ ,  $W$  - число степенів вільності отриманого механізму I класу.

Очевидно, що степінь вільності  $W = 1$  є властивістю контуру I класу з однорухомою парою  $1o$  у складі механізму.

У багатоланкових механізмах контури першого класу входять до складу діад, але можуть і не входити в діади. Позадіадні, автономні контури першого класу

є основою побудови механізмів першого класу (лекція 1, рис. 1, 2, 4).

Автономні контури I класу, примикаючи до контуру нульового класу, будуть визначати число  $W$  як число незалежних узагальнених координат механізму. Автономні контури I класу, що не примикають до контуру нульового класу і що не входять в діади, надають механізму додаткової (місцевої) рухомості.

При синтезі механізмів оптимальної структури (що самоустановлюються) необхідно, щоб число статичної невизначеності механізму дорівнювало нулю за умови зберігання заданої рухомості механізму.

У застосуванні до механізмів число статичної невизначеності прийнято називати числом надлишкових зв'язків і позначати буквою  $q$  [4]. Надлишкові зв'язки підвищують вимоги до точності виготовлення і складання механізмів, отже, збільшують вартість. При проектуванні механізмів число  $q$  мінімізують, якщо не вдається цілком усунути надлишкові зв'язки до значення  $q = 0$ .

Число надлишкових зв'язків у контурі першого класу визначається як різниця між числом умов зв'язку  $S$  кінематичної пари, що входить до складу контуру першого класу, і числом степенів вільності незв'язаного контуру I класу:

$$q_1 = S - 6. \quad (4)$$

Так, наприклад, для контуру I класу з кінематичною парою  $1o$  або  $1п$  число  $S = 5$ , а число  $q_1 = S - 6 = 5 - 6 = -1$ .

Зауважимо, що формули (3) і (4) взаємозалежні, з них випливає, що  $q_1 = -W_1$ .

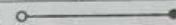

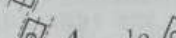


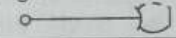
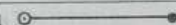


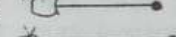



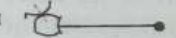



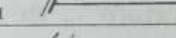
Із застосуванням формули (4) складена табл.5 контурів першого класу за умови входження в них одно-, дво-, ...-, п'ятирухомих кінематичних пар. Місця приєднання вільних елементів кінематичних пар у схемах контурів I класу в основному позначені точкою, але варто мати на увазі, що можливі приєднання вільних елементів пар 1п, 3пл, 2л, 3л, 5т, для яких доцільно місце приєднання вільних елементів пар позначати штриховими лініями.

Аналіз табл.5 показує, що всі контури першого класу мають основну властивість – здатність знижувати число надлишкових зв'язків механізмів, оскільки для них отримуване число  $q$  від'ємне. Цією властивістю можна користуватися при синтезі схем механізмів оптимальної структури.

Контури першого класу можуть застосовуватися для синтезу різних механізмів першого класу, тому що при від'ємних  $q$ , при приєднанні їх до контуру нульового класу - стояка, вони забезпечують додатні значення  $W$  - числа степенів вільності механізму (див. табл.5).

Статично визначені групи з однорухомими парами для просторів третього, четвертого, п'ятого та шостого рангів ( $R=3, \dots, 6$ ), що називаються відповідно діадами, тріадами, тетрадами і пентадами, формуються за допомогою контурів I класу, при цьому у діаді до контуру II класу примикає один контур I класу, у тріаді – два, у тетраді – три, у пентаді – чотири контури I класу.

Таблиця 5 - Види і властивості контурів першого класу

Схема	Число надлишкових зв'язків $q_1$ контуру першого класу	Число степенів вільності $W_1$ контуру першого класу
1	2	3
1 1o 	- 1	1
2 1п 		
3 1o  4 1o 		
5 1o 		
6 1o 		
7 2ц 		
8 2сп 		
9 2л 		
10 2л 		
11 3с 	- 3	3
12 3с 		
13 3л 		
14 3л 		
15 3пл 		
16 4л 	- 4	4
17 5т 		
18 5т 	- 5	5

Складні багатоланкові механізми маніпуляторів споконвічно відповідають критерію оптимальності структури, тому що для них

$$W = - \sum q_i = \sum W_i. \quad (5)$$

Складання таких механізмів здійснюється вільно, без напруження ланок і елементів кінематичних пар.

На рис.13 наведено приклад утворення схеми механізму маніпулятора з трьох контурів першого класу 1, 11 і 7, узятих із табл.5, і контуру нульового класу - стояка (лекція 1, табл. 2, схема 1а).

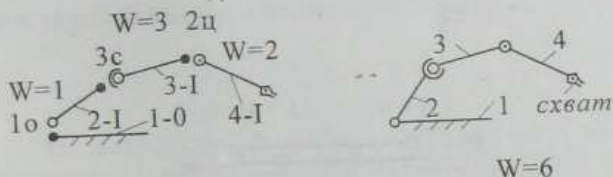


Рисунок 13 - Синтез механізму маніпулятора

За формулою (5) знаходимо число степенів вільності маніпулятора

$$W = W_{2-1} + W_{3-1} + W_{4-1} = 1 + 3 + 2 = 6.$$

## 2.2 Властивості і види контурів другого класу

Контур другого класу із парами 1o і контур нульового класу, що вільно рухаються у просторі, мають по шість степенів вільності (див. рис.14).



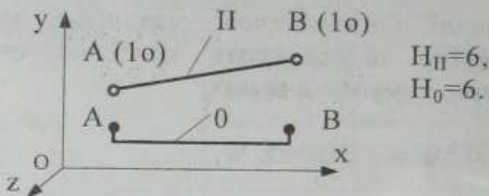


Рисунок 14 - Система контурів другого і нульового класів, що вільно рухаються у просторі

Після з'єднання цих контурів між собою і суміщення контуру нульового класу з нерухомою віссю OX (див. рис.15)

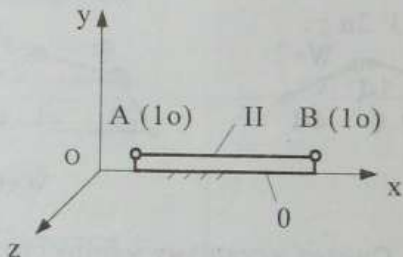


Рисунок 15 - Структурне додавання контурів нульового і другого класів

число степенів вільності утвореної системи запишеться так:

$$N_{\text{сист}} = N_{II} + N_0 - N_0 - 2S_{1o} = 6 + 6 - 6 - 2 \times 5 = -4, \quad (6)$$

де  $S_{1o} = 5$  - число умов зв'язку кінематичної пари  $1o$ .

Отримане від'ємне значення  $H_{\text{сист}} = -4$  є властивістю контуру другого класу з парами 10 в просторовій системі координат і дорівнює статичній невизначеності цього контуру:

$$q_{\text{II}(10)} = -H_{\text{сист}} = 4. \quad (7)$$

До складу контуру другого класу можуть входити не тільки однорухомі, але і дво-, три-, ... -, п'ятирухомі кінематичні пари. У загальному випадку число надлишкових зв'язків контуру II класу визначимо як різницю між сумарним числом умов зв'язку кінематичних пар, що входять у контур II класу, і числом степенів вільності незв'язаного контуру II класу:

$$q_{\text{II}} = \Sigma S - 6. \dots \quad (8)$$

Із застосуванням формули (8) складені табл. 6 і 7 контурів II класу для випадків входження в них кінематичних пар різної рухомості. У таблицях зазначені схеми контурів II класу, число надлишкових зв'язків  $q$  і число степенів вільності  $W$  цих контурів.

Табл.6 складена для меж зміни

$$0 \leq q_{\text{II}} \leq 4 \quad (-4 \leq W_{\text{II}} \leq 0),$$

а табл.7 - для меж зміни

$$-4 \leq q_{\text{II}} \leq -1 \quad (1 \leq W_{\text{II}} \leq 4).$$

Число степенів вільності контуру, що входить до складу механізму, є величиною, зворотньою числу надлишкових зв'язків цього контуру, тому в табл. 6 і 7 показано, що  $W_{\text{II}} = -q_{\text{II}}$ .

Таблиця 6 складена в припущенні, що власна рухомість контурів другого класу дорівнює нулю. Властивість інверсії чисел  $q_{II}$  і  $W_{II}$  показує, що власна рухомість контурів другого класу може змінюватися в межах від +1 до +4 (див. табл. 7).

При розв'язанні задач оптимізації необхідно стежити за можливістю вияву контурями другого класу власної рухомості, що приводить до зміни числа надлишкових зв'язків або рухомості механізму.

У важільних механізмах найчастіше спостерігаються пари  $1o$  і  $1п$ . За наявності таких пар контури II класу мають найбільше число надлишкових зв'язків, що дорівнює чотирьом.

При синтезі механізмів з оптимальною структурою, тобто при усуненні надлишкових зв'язків, необхідно замінити в контурах другого класу малорухомі пари  $1o$ ,  $1п$ ,  $2л$  парами з більшим, достатнім числом рухомостей.

Так, наприклад, пари  $1o$  у контурах II класу замінюють парами  $2ц$ ,  $2сп$ ,  $3с$ , пари  $1п$  - парами  $2ц$ ,  $3пл$ ,  $4л$ , пари  $2л$  - парами  $3л$ ,  $5т$ .



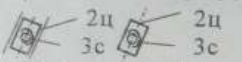
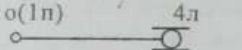
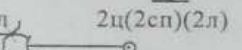
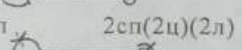
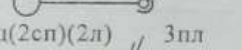


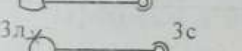
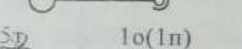
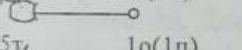
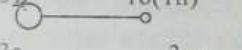
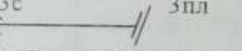
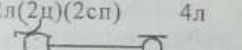
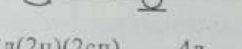
При розв'язанні конкретних задач із синтезу механізмів без надлишкових зв'язків зручно скористатися наведеними табл. 6 і 7.

Застосування таблиці 6 дозволяє розробляти схеми самоустановлювальних механізмів у залежності від значення рангу простору, для якого проектується механізм, з мінімально можливим числом рухомих ланок. Схеми 7, 8 і 9 (табл.6) є еквівалентами діад ( $R=3$ ), схеми 10,...,16 – еквіваленти тріад ( $R=4$ ), схеми 17,...,23 – еквіваленти тетрад ( $R=5$ ) і схеми 24,...,32 – еквіваленти пентад ( $R=6$ ).







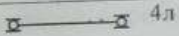
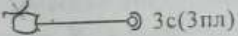


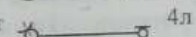

Таблиця 6 - Види і властивості контурів II класу  
 $0 \leq q_{II} \leq 4$  ( $-4 \leq W_{II} \leq 0$ )

Схема		$q_{II}$	$W_{II}$
1		2	3
1		4	-4
2			
3			
4			
5			
6			
7		3	-3
8			
9			
10		2	-2
11			
12			
13			
14			
15			
16			

Продовження таблиці 6

1	2	3
<p>17 2сц  3с</p> <p>18 2ц  3с</p> <p>19  2ц 2ц 3с 3с</p> <p>20 1о(1п)  4л</p> <p>21 3л  2ц(2сп)(2л)</p> <p>22 3л  2сп(2ц)(2л)</p> <p>23 2ц(2сп)(2л)  3пл</p>	<p>1</p>	<p>- 1</p>
<p>24 3с  3лп</p> <p>25 3л  3с</p> <p>26 3л  3с</p> <p>27 5у  1о(1п)</p> <p>28 5у  1о(1п)</p> <p>29 3с  3пл</p> <p>30 2л(2ц)(2сп)  4л</p> <p>31 2л(2ц)(2сп)  4л</p> <p>32 3пл  3пл</p>	<p>0</p>	<p>0</p>

Таблиця 7 - Види і властивості контурів II класу  
 $-4 \leq q_{II} \leq -1$  ( $1 \leq W_{II} \leq 4$ )

Схема		$q_{II}$	$W_{II}$
1	4 л  3с	- 1	1
2	5т  2ц(2сп) (2л)		
3	5т  2сп(2ц) (2л)		
4	4л  3пл		
5	3л  4л		
6	3л  4л		
7	4 л  4л	- 2	2
8	5т  3с(3пл)		
9	5т  3пл(3с)		
10	5т  4л	- 3	3
11	5т  4л		
12	5т  5т	- 4	4

Спільний аналіз табл. 5, 6 і 7 показує, що джерелами надлишкових зв'язків у механізмах довільної структури є контури другого класу, але тільки у тих випадках, коли  $q_{II} > 0$  (табл. 6).

Від'ємні значення числа надлишкових зв'язків у контурах II класу (табл.7) вказують на можливість утворення за допомогою цих контурів найпростіших



механізмів шляхом приєднання вільних елементів кінематичних пар до контуру нульового класу - стояка.

Елементи та осі кінематичних пар у контурі другого класу можуть взаємно розміщуватися в просторі таким чином, що контур спроможний набувати власної рухомості, за наявності якої ним втрачається відповідна властивість перетворення руху і механізм може бути позбавлений основної рухомості.

Таким чином, як один з принципів оптимізації структури механізмів можна рекомендувати недопущення власної рухомості в контурах другого класу, якщо тільки власна рухомість цих контурів не зумовлена функціональною необхідністю.

Структурною основою двоопорних обертових валів і осей також є контури другого класу. У таких схемах власна рухомість вала або осі приводить до збільшення числа надлишкових зв'язків.

На рис.16 показано структурно - геометричне перетворення в контурі II класу з парами  $1o$ , при якому відбувається дискретна зміна числа надлишкових зв'язків.

При ідеальній співвісності пар  $1o$  та абсолютній жорсткості вала - контуру II класу дві кінематичні пари  $1o$  можна вважати за одну пару, а контур другого класу стане контуром першого класу. У результаті утворюється найпростіший механізм I класу (див. рис.1 лекція 1 і рис.12 лекція 2).

Згинальна і подовжня податливості вала, неспіввісність пар  $1o$ , що зумовлена технологічними похибками, вказують на те, що  $q_{II} = 4$  на схемі рис.16б зберігається, а з урахуванням неможливості використання перетворення одного з обертових рухів

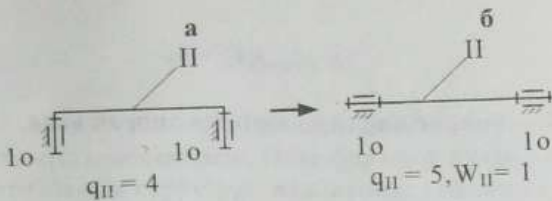


Рисунок 16 - Геометричне перетворення контуру другого класу

в поступальне, фактично на схемі б, рис.16, спостерігається виявлення п'ятох надлишкових зв'язків.

Підвищення роботоздатності та надійності на практиці можливе, якщо застосувати контур другого класу з парами 3с і 4л (табл.7, схема 1) як двоопорний, зі згинальною і подовжньою податливостями, вал, для якого дійсно  $q_{II} = -1, W_{II} = 1$ .

У зубчастих передачах - редукторах і коробках швидкостей застосовують в основному двоопорні вали [4]. Різні типи підшипників кочення, які застосовують як опори валів у редукторах і коробках швидкостей, по-різному впливають на самоустановлюваність цих валів. Конструктивно вали можуть бути фіксованими у вісьовому напрямку або плаваючими.

Число надлишкових зв'язків фіксованих валів

$$q_{ф.в} = \Sigma S - 5,$$

а плаваючих валів

$$q_{n,n} = \Sigma S - 4,$$

де  $\Sigma S$  - сумарне число зв'язків на опорах вала.

### Завдання для самостійної роботи

1 За даними табл. 5 складіть декілька схем маніпуляторів, прагнучи досягти максимальних значень  $W$  при мінімальному числі контурів першого класу.

2 Дослідіть отримані схеми на маневреність\*, спостерігаючи зміну структури маніпулятора за рахунок утворення контуру другого класу.

3 Проаналізуйте таблиці 6 і 7 із метою виявлення особливих властивостей окремих контурів другого класу, властивих осьовим механізмам із п'ятьма загальними умовами зв'язків (див. формулу 18, лекція 3). Для цього розглядайте осі кінематичних пар контуру, що знаходяться на одній прямій.

### Задачі

Визначте число діад, автономних контурів першого класу та автономних контурів другого класу для схем механізмів  $a, \dots, z$  (див. лекцію 1, стор. 25).

---

\* Маневреність є рухомістю маніпулятора при замиканні схвата на стояк.

## Лекція 3

### Питання лекції

Рухомість механізмів. Нові формули рухомості.  
Оптимізація структури важільних, зубчастих і ку-  
лачкових механізмів.

#### 3.1 Число степенів вільності механізму. Синтез ме- ханізмів оптимальної структури

Формули Сомова-Малишева і Чебишева визначають число степенів вільності механізму залежно від числа рухомих ланок і числа кінематичних пар, що мають різні рухомості і що поділяються на різні класи за числом умов зв'язку [1].

Урахування контуроланкової будови механізмів [6] дозволяє визначати число степенів вільності механізму як суму числа степенів вільності контурів першого і другого класів, що входять у механізм:

$$W = \Sigma W_I + \Sigma W_{II}. \quad (9)$$

Формула (9) дає можливість застосувати табл. 5, 6 і 7 (лекція 2) для розв'язання задач структурного синтезу статично визначених механізмів із заданим числом  $W$ .

Виконаємо структурний синтез механізму за умовою

$$W = \Sigma W_I + \Sigma W_{II} = 1 + 1 - 1 = 1,$$

з цією метою виберемо з таблиці 5 два контури I класу за схемою 1, а з таблиці 6 візьмемо контур II класу за схемою 17.

У результаті структурного додавання обраних контурів і приєднання отриманого ланцюга вільними елементами відповідних кінематичних пар до стояка одержимо оптимальний у структурному відношенні механізм шарнірного чотириланковика (див. рис. 17).

$$\left[ \begin{array}{c} 1-I \\ A(1o) / B \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 2-I \\ B(1o) / C \end{array} \right] + \\ + \left[ \begin{array}{c} 3-II \\ C(2cp) / D(3c) \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} 0 \\ A / D \end{array} \right] =$$

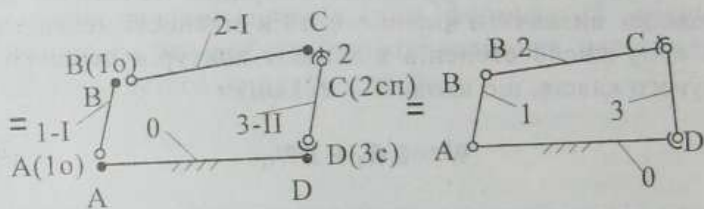


Рисунок 17 - Синтез шарнірного чотириланковика оптимальної структури

Розглянемо приклад синтезу шестиланкового механізму оптимальної структури за формулою

$$W = 1 - 1 + 1 + 1 - 1 = 1.$$

Виберемо з таблиці 5 два контури I класу за схемою 1 і один контур I класу за схемою 5. З таблиці 6

виберемо контури II класу за схемою 19. У результаті структурного додавання контурів 1-I, 2-II, 3-I, 4-I і 5-II отримаємо самоустановлюваний шестиланковий кулісний механізм (див.рис. 18).

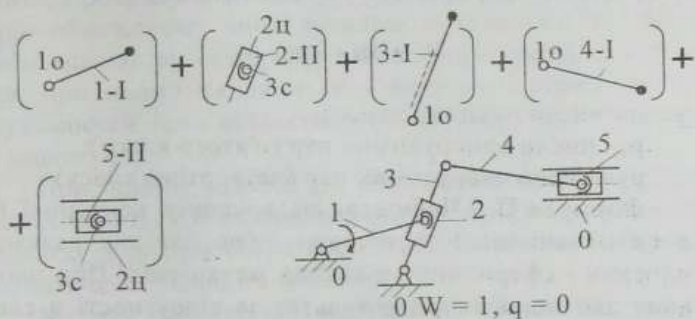


Рисунок 18 – Синтез самоустановлюваного шестиланкового кулісного механізму

Елементи контуру нульового класу - стояка, тобто три опори «0» підключили до вільних елементів відповідних кінематичних пар синтезованого ланцюга рухомих ланок 1, 2, 3, 4 і 5.

Синтез механізмів оптимальної структури за заданим числом степенів вільності, найчастіше при  $W = 1$ , є важливою практичною задачею. Розглянуті приклади показують, що запропонований метод синтезу з використанням таблиць контурів першого і другого класів простий і наочний.

Застосування формули (9) найбільш зручне при використанні схем контурів першого класу з рухомістю  $W_I = +1$  і контурів другого класу - із рухомістю  $W_{II} = -1$ .



Нерідко на практиці доводиться розв'язувати задачу коригування структури багатоланкових механізмів із великим числом надлишкових зв'язків.

Первинна оцінка структурного стану механізму виконується за формулою П.Л.Чебишева [1]

$$W = 3n - 2p_1 - p_2, \quad (10)$$

де  $n$  - число рухомих ланок;

$p_1$  - число однорухомих пар (п'ятого класу);

$p_2$  - число дворухомих пар (четвертого класу).

Формула П.Л.Чебишева не враховує контурної будови механізмів і застосовна лише для так названих плоских і сферичних ідеальних механізмів. При цьому вона дає задовільний результат за відсутності в схемі механізму автономних контурів II класу.

Формула Сомова-Малишева [1] складена для просторових механізмів загального вигляду, без загальних умов зв'язку:

$$W = 6n - 5p_1 - 4p_2 - 3p_3 - 2p_4 - p_5. \quad (11)$$

У цій формулі  $n$  - число рухомих ланок, а  $p_1, p_2, \dots, p_5$  - відповідно число одно-, дво-, ..., п'ятирухомих пар, що входять у механізм.

Формула (11), як і формула (10), не відбиває контурної будови механізмів, і результат, одержаний за цими формулами, майже не піддається аналізу.

Найчастіше доводиться розв'язувати задачу усунення надлишкових зв'язків у плоских механізмах, тобто переходити від механізму з трьома загальними умовами зв'язку до механізму без загальних умов зв'язку [4, 5]. У

цьому випадку формули Чебишева і Сомова-Малишева використовуються для контролю розв'язань.

Складність структурної оптимізації механізмів із застосуванням цих формул полягає в тому, що доводиться розв'язувати задачу з більшим числом невідомих при обмеженому числі рівнянь, розв'язання йде методом аналізу рухомостей у збільшених контурах Гохмана, при цьому з'являються кінематичні пари, частина рухомостей яких віддається одному контуру, а частина - іншому [4].

При іншому підході [5] розв'язання оптимізаційних задач ведеться із застосуванням штучного прийому, що полягає в розмиканні і наступному замиканні гілок кінематичного ланцюга механізму.

Методи структурної оптимізації механізмів, запропоновані Решетовим і Кожевниковим, складні і неоднозначні, їх застосування не виключає допущення помилок.

Контуроланковий метод у розв'язанні структурних задач дозволяє, з одного боку, спростити формули рухомості, отже, спростити контроль розв'язання, а з іншого боку, одержати нові залежності для визначення числа надлишкових зв'язків, застосування яких цілком виключає складності розв'язання, що закладені в дво-члені  $(q-W)$  [4].

Визначення функцій контурів - ланок першого і другого класів у складі механізму, що розкривається на підставі властивостей цих контурів (див. лекцію 2), дозволяє спостерігати структурну прозорість на рівні існування контурів - ланок, що, наприклад, дуже важливо при з'ясуванні впливу власної рухомості контурів другого класу на число надлишкових зв'язків.

Нові структурні формули рухомості просторових і плоских механізмів отримані на базі закону будови механізмів і враховують їх контуроланкову будову.

Число степенів вільності просторового механізму без загальних умов зв'язку визначається за формулою

$$W = \Sigma H - 6n_{II}, \quad (12)$$

де  $\Sigma H$  - сумарне число рухомостей кінематичних пар механізму;

$n_{II}$  - число контурів другого класу в складі механізму.

Якщо до складу механізмів без загальних зв'язків входять тільки кінематичні пари  $1o$  і  $1п$ , то формула (12) перетвориться до вигляду

$$W = n_I - 4n_{II}. \quad (13)$$

Число степенів вільності плоского механізму з одно- і дворухомими парами

$$W = \Sigma H - 3n_{II}. \quad (14)$$

Число степенів вільності плоского механізму з однорухомими обертальними і поступальними парами дорівнює різниці числа контурів першого і другого класів:

$$W = n_I - n_{II}. \quad (15)$$

Числа  $n_I$  і  $n_{II}$ , що входять у формули (12)-(15), визначаються за формулами (1) і (2) (див. лекцію 1).

Число степенів вільності плоского механізму з парами  $1o$  і  $1п$  і з автономними контурами другого класу

$$W = n_1 - N_d, \quad (16)$$

де  $N_d$  - число діад.

Число степенів вільності плоских механізмів із парами  $1п$  дорівнює числу контурів першого класу в їх складі:

$$W = 2n - p_{1п} = n_1. \quad (17)$$

Рухомість осьових гвинтових, телескопічних, втулково-циліндрових механізмів з однорухомими парами, що мають п'ять загальних умов зв'язку, дорівнює сумі контурів першого і другого класів:

$$W = n_1 + n_{II}. \quad (18)$$

3.2 Число надлишкових зв'язків плоского важільного механізму й оптимізація його структури.

Механізм спарника тепловоза (рис.19) містить чотири рухомих ланки. Додатковий шатун 4 призначений для виведення механізму з мертвого положення.

Число кінематичних пар у механізмі

$$p_{\Sigma} = p_1 = 6.$$

Згідно з законом будови механізмів (див. лекцію 1) число контурів першого класу

$$n_1 = 2n - p_1 = 2 \times 4 - 6 = 2,$$

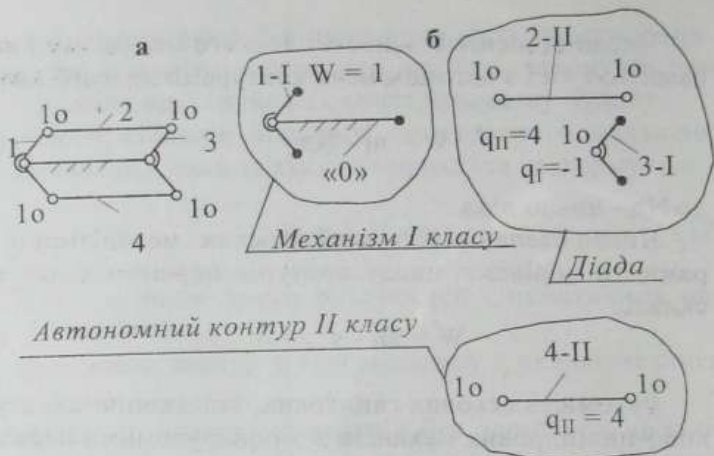


Рисунок 19 - Механізм спарника тепловоза:  
 а - схема механізму; б - структурний склад механізму

число контурів другого класу

$$n_{II} = p_1 - n = 6 - 4 = 2.$$

Контур 1-I із стояком «0» утворюють механізм I класу, контури 2-II і 3-I складають діаду. Контур 4-II - позадіадний, автономний.

Число надлишкових зв'язків контуру II класу з парами  $1o$  дорівнює чотирьом (табл.6, схема 1).

Число надлишкових зв'язків діади з трьома парами  $1o$  дорівнює трьом (рис.19б; табл.5, схема 1 і табл.6, схема 1).

Число надлишкових зв'язків плоского багатоланкового механізму з парами  $1o$  і  $1n$ , що має число діад  $N_{д}$ , а число автономних контурів другого класу  $n_{II\text{авт}}$  буде визначатися за формулою



$$q_{\text{пл}} = 3N_{\text{д}} + 4n_{\text{Павт}}, \quad (19)$$

де число автономних контурів другого класу

$$n_{\text{Павт}} = n_{\text{II}} - N_{\text{д}}. \quad (20)$$

Число діад  $N_{\text{д}}$  у складі механізму визначають при виконанні структурного аналізу механізму.

Роз'єднання механізму на контури першого і другого класів відповідно до закону будови, об'єднання окремих контурів першого і другого класів у діади дозволяють наочно визначити як наявність автономних контурів другого класу, так і автономних контурів першого класу. Примикаючи до контуру нульового класу - стояка автономні контури першого класу утворюють механізм першого класу із зазначенням числа узагальнених координат механізму, тобто числа степенів вільності механізму.

Не прилеглі до стояка автономні контури першого класу додають до механізму додаткові рухомості.

На рис.196 наведена картина структурного складу механізму спарника тепловоза.

У розглядуваній задачі (рис.19)  $W_{\text{дод}} = 0$ .

Джерелами надлишкових зв'язків є контури другого класу.

Усунення надлишкових зв'язків у контурах другого класу, що входять до складу діад, виконується шляхом модифікації структури (оптимізації) цих контурів, при якій малорухомі пари 1о заміщуються парами 2сп (2ц) і 3с, а пари 1п - парами 2ц. При заміщенні пар необхідно стежити за тим, щоб залишкове число надлиш-



кових зв'язків у контурі другого класу дорівнювало одиниці.

На рис.20 показаний один із можливих варіантів оптимізації структури контуру другого класу, що входить до складу діади.



Рисунок 20 - Оптимізація структури діадного контуру II класу

Модифікований діадний контур другого класу з числом надлишкових зв'язків  $q_{II}^1 = 1$  і вхідний у діаду контур першого класу з парою  $1o$  і  $q_I = -1$  у сукупності забезпечують оптимальну структуру діади:

$$q_{діади} = q_I + q_{II} = -1 + 1 = 0.$$

Вхідний до складу механізму автономний контур другого класу повинен бути модифікованим до рівня  $q_{IIавт} = 3$ . Три надлишкові зв'язки, що залишилися при цьому, можуть бути усунені шляхом додавання додаткового контуру першого класу з  $q_{Iдод} = -3$  (див. рис. 21).

Схема самоустановлюваного механізму спарника тепловоза зображена на рис. 22.

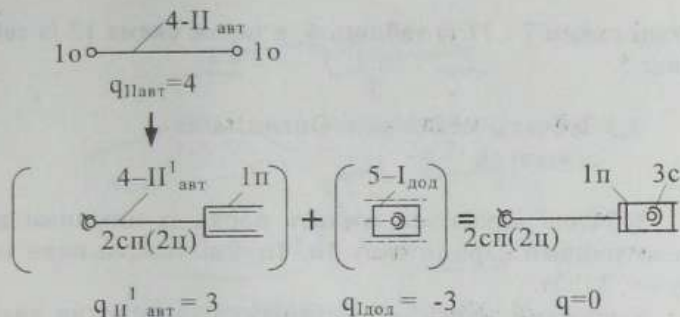


Рисунок 21 - Усунення надлишкових зв'язків в автономному контурі другого класу методом його модифікації та додаванням контуру першого класу

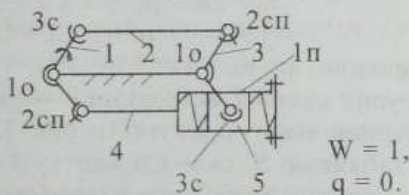


Рисунок 22 - Механізм спарника тепловоза без надлишкових зв'язків

Поступальний рух повзуна 5 відносно направляючої ланки 4 обмежується введенням пружин, натяг яких регулюється.

Зауважимо, що при розв'язанні задачі оптимізації структури механізму спарника тепловоза були викори-

стані схеми 7 і 17 із таблиці 6, а також схема 12 із таблиці 5.

### 3.3 Зубчасті механізми. Оптимізація структури

Зубчасті механізми містять поряд із нижчими кінематичними парами типу 1о, 1п, 2ц, 3с, 2сп пари типу 2л, 3л, 5т.

У плоских зубчастих механізмах зачеплення являють собою пари 2л, наявність яких принципово впливає на будову таких механізмів.

Контурна будова триланкового плоского зубчастого механізму, у якому  $n = 2$ ,  $p_{\Sigma} = 3$ , визначимо за формулами (1) і (2) (див. лекцію 1):

$$n_I = 2n - p_{\Sigma} = 2 \times 2 - 3 = 1,$$

$$n_{II} = p_{\Sigma} - n = 3 - 2 = 1.$$

Очевидно, що  $n_0 = 1$ .

Структурна схема і відповідний отриманому рішенню структурний аналіз показані на рис. 23.

За таблицею 5, схема 6 контур 1-I має  $q = -1$ . Разом із контуром нульового класу (стояком) цей контур утворить механізм першого класу з  $W = 1$  (див. рис. 24).

Контур другого класу 2 - II із парами 2л і 1о має властивості діади, до складу якої входять пари 1о - 1о - 1о (рис. 25).



Рисунок 23 - Структурний аналіз триланкового плоского зубчастого механізму

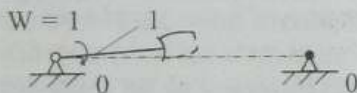
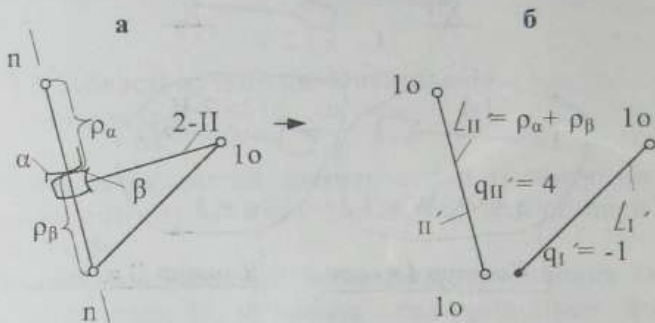


Рисунок 24 - Будова механізму першого класу в складі триланкового зубчастого механізму



$$q_{2-II} = \Sigma S - 6 = 5 + 4 - 6 = 3$$

$$q_{діади} = q_{II'} + q_{I'} = 4 - 1 = 3$$

Рисунок 25 - Заміна контуру другого класу з парами 2л - 1о діадою із парами 1о - 1о - 1о

Діаду 1о - 1о - 1о слід розуміти як фіктивне утворення, тому що довжини ланок у цій діаді  $L_{I'}$  і  $L_{II'}$  величини змінні і залежать від змінної кривини профілів  $\alpha$  і  $\beta$ , що утворюють пару 2л. Проте еквівалентність заміни вищої пари 2л контуром другого класу з парами 1о - 1о простежується як на рівні дотримання законів відносного руху ланок [1], так і при визначенні числа надлишкових зв'язків, що підтверджують розрахунки, виконані за рис.25 ( $q_{2-II} = q_{діади} = 3$ ).

Число степенів вільності основного зубчастого механізму та механізму, що замінює, повинно бути однаковим.

Для знаходження числа степенів вільності плоского зубчастого триланкового механізму скористаємося формулою (14):

$$W = \Sigma H - 3n_{II} = 4 - 3 \times 1 = 1,$$

а для знаходження числа  $W$  механізму, що замінює, - формулою (15):

$$W = n_I - n_{II} = 2 - 1 = 1.$$

Число автономних контурів другого класу перевіряємо за формулою (20):

$$n_{II\text{авт}} = n_{II} - N_d = 1 - 1 = 0.$$

Надлишкові зв'язки необхідно усувати у реальному зубчастому механізмі, як-от у контурі II класу з парами 2л - 1о. За таблицею 6 для цього придатні контури II класу з парами 3л - 3с (схема 25), 5т - 1о (схема 27), 2л - 4л (схема 30), для яких  $q = 0$ . Доцільність вибору того або іншого контуру другого класу з вищою парою і оптимальною структурою ( $q = 0$ ) може бути продиктована конструктивними міркуваннями.

Викликає зацікавленість варіант контуру II класу 5т - 1о, що реалізується при застосуванні в зубчастому механізмі кругогвинтового точкового зачеплення М.Л.Новикова (див. рис. 26).

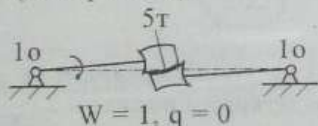


Рисунок 26 - Зубчастий механізм із точковим зачепленням Новикова



Перевірку числа степенів вільності цього механізму виконаємо за формулою (12)

$$W = \Sigma H - 6n_{II} = 1 + 1 + 5 - 6 \times 1 = 1,$$

а за формулою А.П.Малишева [4] одержимо

$$q = W + \Sigma S - 6n = 1 + 5 + 5 + 1 - 6 \times 2 = 0,$$

що підтверджує правильність виконаної оптимізації структури триланкового зубчастого механізму.

### 3.4 Кулачкові механізми. Оптимізація структури

У кулачкові механізми з метою заміни тертяковзання тертям-коченням вводять додаткову ланку-ролик на обертовій осі (див. рис. 27).

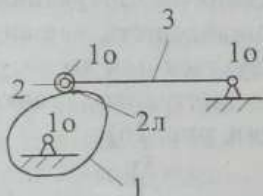


Рисунок 27 - Кулачковий механізм із додатковим роликом 2

Число рухомих ланок даного кулачкового механізму  $p = 3$ , число кінематичних пар  $p_{\Sigma} = 4$ .

Згідно з законом будови механізмів за формулами (1)

і (2) (лекція1), одержимо число контурів I класу  $n_I = 2n - p_{\Sigma} = 2 \times 3 - 4 = 2$  і число контурів II класу  $n_{II} = p_{\Sigma} - n = 4 - 3 = 1$ .

Зрозуміло, що  $n_0 = 1$ .

Розкладання цього механізму на контури першого і другого класів зображено на рис.28.

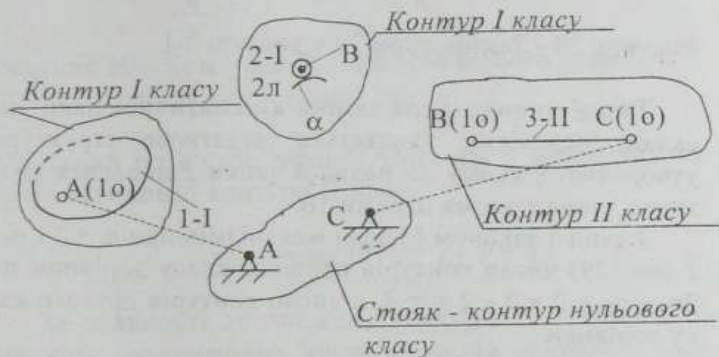


Рисунок 28 - Контурна будова кулачкового механізму

Для визначення числа степенів вільності кулачкового механізму виконаємо заміну вищої пари 2л у контурі 2-I.

На рис.29 контур 2-I зображений збільшеним і місце приєднання В вільного елемента пари В (1o) умовно зміщено убік.

У результаті заміни одержуємо додаткову фіктивну ланку довжиною  $L = r + \rho_a$  з парами 1o по кінцях цієї ланки.

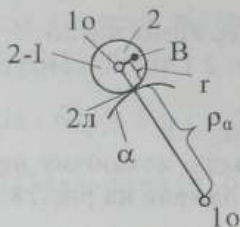


Рисунок 29 - Заміна пари 2л у контурі 2-I

Таким чином, після заміни кінематичної пари 2л у складі механізму з'являється додаткове структурне утворення, в якому до наявної ланки 2 додалася додаткова ланка з двома парами 1o.

Згідно з законом будови механізмів при  $n = 2$  і  $p_{\Sigma} = 2$  (рис.29) число контурів першого класу дорівнює  $n = 2n_1 - p_{\Sigma} = 2 \times 2 - 2 = 2$ , а число контурів другого класу дорівнює

$$n_{II} = p_{\Sigma} - n = 2 - 2 = 0.$$

Загальне число рухомих ланок у кулачковому механізмі після заміни пари 2л дорівнює  $n = 3 + 1 = 4$ , число кінематичних пар  $p_{\Sigma} = p_1 = 5$ . Число контурів першого класу стало рівним  $n_1 = 2n - p_1 = 2 \times 4 - 5 = 3$ , число контурів другого класу  $n_{II} = p_{\Sigma} - n = 5 - 4 = 1$ .

Контур 2-I із парою 1o і контур 3-II із двома парами 1o утворюють діаду 1o - 1o - 1o (рис.30). Два позадіадних автономних контури першого класу 1-I і 1д визначають число основного і додаткового (місцевого) степеня вільності механізму, що підтверджується формулою (15):

$$W = n_1 - n_{II} = 3 - 1 = 2.$$

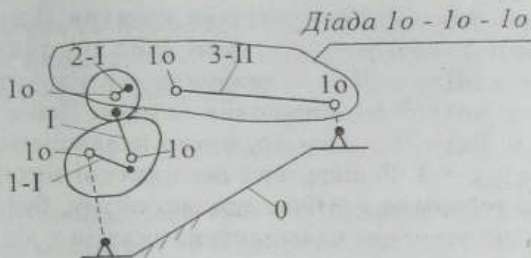


Рисунок 30 - Контурна будова кулачкового механізму після заміни пари 2л

Даний розв'язок вірний, тому що в механізмі відсутні автономні контури II класу:

$$n_{\text{IIавт}} = n_{\text{II}} - N_{\text{д}} = 1 - 1 = 0.$$

За наявності автономних контурів II класу безпомилкове знаходження числа степенів вільності плоского механізму необхідно виконувати за формулою (16).

Отримане значення  $W = 2$  для кулачкового механізму з роликом можна підрозділити на основний степінь вільності  $W_{\text{осн}}=1$ , що визначається рухом кулачка 1 і що відповідає узагальненій координаті механізму, і додатковий степінь вільності  $W_{\text{дод}}=1$ , що належить ролику 2.

Оптимізація структури кулачкового механізму полягає в усуненні надлишкових зв'язків за умови зберігання його основного і додаткового степенів вільності.

Дослідження властивостей контурів I і II класу (лекція 2) показало, що джерелами надлишкових

зв'язків у механізмах є тільки контури II класу (див. табл.6). У розглянутій задачі (рис.30) таким контуром є контур 3-II із кінематичними парами  $1o - 1o$ , що має чотири надлишкових зв'язки. Цей контур входить у діаду  $1o - 1o - 1o$ , число надлишкових зв'язків якої  $q_{\text{діади}} = 3$ . Раніше, при дослідженні механізму спарника тепловоза і зубчастого механізму, було встановлено, що усунення надлишкових зв'язків у діаді виду  $1o - 1o - 1o$  виконується шляхом заміни контуру II класу  $1o - 1o$  за таблицею 6 контуром 3с - 2сп (схема 17), або контуром II класу 2ц - 3с (схема 18), або контуром II класу  $1o - 4л$  (схема 20).

Вибір одного з трьох названих контурів, що мають  $q_{II}=1$ , може визначатися конкретними конструктивними міркуваннями.

Один із можливих варіантів схеми кулачкового механізму, що самоустановлюється, із числом  $W = 2$ , зображений на рис.31.

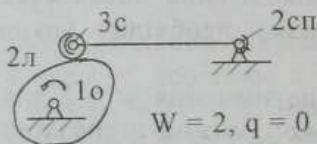


Рисунок 31 - Схема кулачкового механізму оптимальної структури

Перевірка за формулою А.П.Малишева підтверджує отриманий результат:

$$q = W + \Sigma S - 6n = 2 + (5 + 4 + 3 + 4) - 6 \times 3 = 0.$$

Перевірка за формулою (12) підтверджує, що після усунення надлишкових зв'язків число степенів вільності кулачкового механізму  $W = 2$  збереглося:

$$W = \Sigma H - 6n_{II} = 8 - 6 \times 1 = 2.$$

Таким чином, досягнута оптимізація структури кулачкового механізму за заданої умови

$$W = W_{\text{осн}} + W_{\text{дод}} = 1 + 1 = 2.$$



## Завдання для самостійної роботи

1 Виконайте синтез однієї, двох схем механізмів без надлишкових зв'язків із використанням таблиць 5, 6 і 7 (див. лекцію 2) і формули (9).

2 Виведіть самостійно формулу (12) рухомості механізмів без загальних умов зв'язку. Для висновку використайте формулу (2) (лекція 1), маючи на увазі, що для будь-якої пари  $H + S = 6$ , а рухомість механізму  $W = 6n - \sum S$  [1].

3 Враховуючи те, що для механізмів з однорухомими парами  $\sum H = n_1 + 2n_{II}$ , одержіть самостійно формулу (13).

4 Виберіть схеми механізмів у задачах а, ..., з (лекція 1), у яких існують автономні контури другого класу, аналогічні автономному контуру другого класу в спарнику тепловоза.

5 Визначте два інші варіанти розв'язання задачі за рис. 22 і виберіть найкращий.

## Задачі

Усуньте надлишкові зв'язки в схемах механізмів а, ..., з (див. лекцію 1).

## ЗАКІНЧЕННЯ

Контуроланкове дослідження структури механізмів виявило два основних методи у розв'язанні задач структурного синтезу механізмів за умови самоустановлюваності:

- метод модифікації кінематичних пар у контурах другого класу;
- метод запровадження додаткових контурів першого класу.

Метод модифікації кінематичних пар у контурах другого класу дозволяє оптимізувати структуру механізму при мінімально можливому числі рухомих ланок. Він потребує застосування технологічного устаткування, що дозволяє одержувати, крім циліндричних і плоских, також сферичні, евольвентні, кругогвинтові та деякі інші поверхні.

Метод запровадження додаткових контурів першого класу з однорухомими парами в технологічному відношенні простіший за метод модифікації кінематичних пар, тому що дозволяє обходитися устаткуванням для одержання циліндричних і плоских поверхонь.

Достатньо розвинуте підшипникове виробництво, що дозволило одержувати у масовій кількості самоустановні сферичні підшипники, метод обкату в одержанні евольвентних і кругогвинтових поверхонь, а також інші сучасні технології одержання поверхонь високого порядку є перспективою для широкого впровадження першого методу.

Другий метод може розвиватися за рахунок розроблення конструкцій надійних багаторухомих компен-

саторів. Прикладом застосування такого компенсатора можна назвати карданну передачу.

Сьогодні у конструкторів є широкий вибір технологічних засобів, щоб створювати оптимальні в структурному відношенні механізми і машини.

## Список літератури

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1988.
2. Гохман Х.И. Основы познания и созидания пар и механизмов. Кинематика машин. -Одесса, 1890. -Т.1.
3. Ассур Л.В. Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. -М.: Изд-во АН СССР, 1952.
4. Решетов Л.Н. Самоустанавливающиеся механизмы. - М.: Машиностроение, 1985.
5. Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов. -Киев: Наукова думка, 1979.
6. Дрягин Д.П. Закон строения механизмов // Вісник Сумського державного університету. - №2 (13). -1999.

## ЗМІСТ

Передмова.....	3
Вступ.....	4
<b>Лекція 1</b>	
1.1 Основні поняття і визначення. Кінематичні пари. Стояк.....	6
1.2 Закон будови механізмів.....	11
1.3 Контури першого і другого класів плоских механізмів.....	13
1.4 Аналіз контурної будови механізмів.....	15
Завдання для самостійної роботи.....	24
Задачі.....	25
<b>Лекція 2</b>	
2.1 Властивості і види контурів першого класу .....	26
2.2 Властивості і види контурів другого класу .....	31
Завдання для самостійної роботи.....	40
Задачі.....	40
<b>Лекція 3</b>	
3.1 Число степенів вільності механізму. Синтез механізмів оптимальної структури.....	41
3.2 Число надлишкових зв'язків плоского важільного механізму і оптимізація його структури.....	47
3.3 Зубчасті механізми. Оптимізація структури.....	52
3.4 Кулачкові механізми. Оптимізація структури.....	56
Завдання для самостійної роботи.....	62
Задачі.....	62
<b>Закінчення</b> .....	63
<b>Список літератури</b> .....	65

Навчальне видання

Дрягін Дмитро Прокопович

**БУДОВА МЕХАНІЗМІВ**  
(нові методи структурного аналізу і синтезу)

Навчальний посібник  
з курсу “Теорія механізмів та машин”  
для студентів інженерно-технічних спеціальностей  
денної та заочної форм навчання

Редактори: Т.Г. Мироненко, М.Я. Сагун

Підп. до друку 18.09.2000.  
Формат 60×84/16. Папір офс. № 1.  
Офсет. друк. Ум. друк арк. 4,01. Ум. фарбовідб. 4,31.  
Обл. - вид. арк. 2,58. Наклад 150 пр.  
Вид. № 3. Замовл. № 41

Видавництво СумДУ.  
Р.с. № 34 від 11.04.2000 р.  
40007, м. Суми, вул. Р.-Корсакова, 2  
“Ризоцентр” СумДУ. 40007, м. Суми, вул. Р.-Корсакова, 2