

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

*А.С. Опанасюк*

**ЗБІРНИК ЗАДАЧ  
ДО ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ З  
ДИСЦИПЛІНИ  
«ЗАГАЛЬНА ФІЗИКА»**

**Частина 1 Механіка. Закони збереження в механіці.  
СТВ. Рідини і газу. Молекулярна фізика та теплові  
явища. Коливання та хвилі**

*для викладачів та студентів інженерного  
факультету  
денної та заочної форм навчання*

**Затверджено  
редакційно-видавничою  
радою університету.  
Протокол №3 від 04.09.2001 р.**

**СУМИ ВИД-ВО СУМ ДУ 2001**

# І МОДУЛЬ

## І КІНЕМАТИКА

### Зведення основних формул розділу

1 Положення матеріальної точки у просторі задається радіусом-вектором  $\vec{r}$  :

$$\vec{r} = \vec{i}x + \vec{j}y + \vec{k}z,$$

де  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орти;  $x, y, z$  – координати точки.

Кінематичні рівняння руху в координатній формі мають вигляд

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t),$$

де  $t$  – час.

2 Середня швидкість

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t},$$

де  $\Delta \vec{r}$  – переміщення матеріальної точки за інтервал часу  $\Delta t$ .

Середня швидкість на шляху  $\Delta s$ :

$$\langle v \rangle = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

де  $\Delta s$  – шлях, що пройшла точка за інтервал часу  $\Delta t$ .

Миттєва швидкість

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{i}v_x + \vec{j}v_y + \vec{k}v_z,$$

де  $v_x = \frac{dx}{dt}; v_y = \frac{dy}{dt}; v_z = \frac{dz}{dt}$  - проєкції швидкості  $v$  на осі координат.

Абсолютне значення швидкості

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}.$$

3 Прискорення

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{i}a_x + \vec{j}a_y + \vec{k}a_z,$$

де  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$ ;  $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ ;  $a_z = \frac{dv_z}{dt}$  - проекції прискорення  $a$  на осі координат.

Абсолютне значення прискорення

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}.$$

При криволінійному русі прискорення можна подати як суму нормальної і тангенціальної складових

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_\tau,$$

де  $a_n$  і  $a_\tau$  – відповідно нормальне і тангенціальне прискорення.

Вони дорівнюють  $a_n = \frac{v^2}{R}$ ;  $a_\tau = \frac{dv}{dt}$ . Тоді можна записати

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2},$$

де  $R$  – радіус кривини у даній точці траєкторії.

4 Кінематичне рівняння рівномірного руху матеріальної точки вздовж осі  $x$

$$x = x_0 + vt,$$

де  $x_0$  – початкова координата.

При рівномірному русі  $v = const$ ,  $a = 0$ .

5 Кінематичне рівняння рівнозмінного руху ( $a = const$ ) вздовж осі  $x$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2},$$

де  $v_0$  – початкова швидкість.

Швидкість точки при рівнозмінному русі

$$v = v_0 + at.$$

6 Положення твердого тіла при обертанні визначається кутом повороту радіуса-вектора  $\varphi$ . Кінематичне рівняння обертального руху має вигляд

$$\varphi = f(t),$$

де  $\varphi$  – кут повороту (або кутове переміщення).

7 Середня кутова швидкість

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t},$$

де  $\Delta\varphi$  – зміна кута повороту за час  $\Delta t$ .

Миттєва кутова швидкість

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Кутове прискорення

$$\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt}.$$

9 Кінематичне рівняння рівномірного обертання

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

При рівномірному обертанні  $\omega = const$ ,  $\varepsilon = 0$ .

Частота обертання

$$n = \frac{N}{t}, \text{ або } n = \frac{1}{T},$$

де  $N$  – число обертів, що здійснюється за час  $t$ ;  $T$  – період обертання (час одного повного оберту).

10 Кінематичне рівняння рівнозмінного обертання ( $\varepsilon = const$ )

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Кутова швидкість тіла при рівнозмінному русі

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon t.$$

11 Зв'язок між лінійними та кутовими величинами, що характеризують обертання матеріальної точки, задається такими співвідношеннями:

Довжина шляху, що пройшла точка

по дузі кола радіусом  $R$  –  $s = \varphi R$ .

Лінійна швидкість точки –  $v = \omega R, \vec{v} = [\vec{\omega} \vec{R}]$ .

Прискорення точки:

– тангенціальне –  $a_\tau = \varepsilon R, \vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon} \vec{R}]$ ,

– нормальне –  $a_n = \omega^2 R, \vec{a}_n = -\omega^2 \vec{R}$ .

### Задачі для розв'язання на практичному занятті

**1 (1-1)** Рух матеріальної точки задано рівнянням  $x = At + Bt^2$ , де  $A = 4$  м/с;  $B = -0,05$  м/с<sup>2</sup>. Визначити момент часу, у який швидкість  $v$  точки дорівнює нулю. Знайти координату і прискорення в цей момент. Побудувати графіки залежності координати, шляху, швидкості і прискорення цього руху від часу.

**2 (1-2)** Рух двох матеріальних точок описується рівняннями

$$x_1 = A_1 + B_1t + C_1t^2, \quad x_2 = A_2 + B_2t + C_2t^2,$$

де  $A_1 = 20$  м;  $A_2 = 2$  м;  $B_2 = B_1 = 2$  м/с;  $C_1 = -4$  м/с<sup>2</sup>;  $C_2 = 0,5$  м/с<sup>2</sup>.

У який момент часу  $t$  швидкості цих точок будуть однаковими? Визначити швидкості  $v_1$  і  $v_2$ , прискорення  $a_1$  і  $a_2$  точок у цей момент часу.

**3 (1-3)** З якої висоти  $H$  упало тіло, якщо останній метр свого шляху воно пройшло за час  $t = 0,1$  с?

**4 (1-4)** Тіло, кинуте вертикально вгору, знаходилося на одній і тій же висоті  $h = 8,6$  м два рази з інтервалом  $\Delta t = 3$  с. Нехтуючи опором повітря, обчислити початкову швидкість кинутого тіла.

**5 (1-5)** Рух точки по колу радіусом  $R = 4$  м задано рівнянням  $\xi = A + Bt + Ct^2$ , де  $A = 10$  м;  $B = -2$  м/с;  $C = 1$  м/с<sup>2</sup> ( $\xi$  - криволінійна координата). Знайти тангенціальне  $a_\tau$ , нормальне  $a_n$  і повне  $a$  прискорення точки в момент часу  $t = 2$  с.

**6 (1-6)** Рух точки вздовж кривої задано рівняннями  $x = A_1t^3$  і  $y = A_2t$ , де  $A_1 = 1$  м/с<sup>3</sup>;  $A_2 = 2$  м/с. Знайти рівняння траєкторії точки, її швидкість  $v$  і повне прискорення  $a$  в момент часу  $t = 0,8$  с.

**7 (1-7)** З вежі кинули камінь у горизонтальному напрямку. Через проміжок часу  $t = 2$  с камінь упав на землю на відстані  $s = 40$  м від основи вежі. Визначити початкову  $v_0$  і кінцеву  $v$  швидкості каменя.

**8 (1-8)** На циліндр, що може обертатися навколо горизонтальної осі, намотана нитка. До кінця нитки прив'язали тягарець і надали йому можливості рухатися. Рухаючись рівноприскорено, тягарець за час  $t = 3$  с опустився на  $h = 1,5$  м. Визначити кутове прискорення  $\varepsilon$  циліндра, якщо його радіус  $r = 4$  см.

## Домашнє завдання

**9 (1-9)** Дві матеріальні точки рухаються відповідно до рівнянь

$$x_1 = A_1 t + B_1 t^2 + C_1 t^3, \quad x_2 = A_2 t + B_2 t^2 + C_2 t^3,$$

де  $A_1=4$  м/с;  $B_1=8$  м/с<sup>2</sup>;  $C_1=-16$  м/с<sup>3</sup>;  $A_2=2$  м/с;  $B_2=-4$  м/с<sup>2</sup>;  $C_2=1$  м/с<sup>3</sup>.

У який момент часу  $t$  прискорення цих точок будуть однакові? Знайти швидкості  $v_1$  і  $v_2$  у цей момент.

**10 (1-10)** Вертикально вгору з початковою швидкістю  $v_0=20$  м/с кинуто камінь. Через час  $\tau = 1$  с після цього вертикально вгору кинуто інший камінь з такою самою швидкістю. На якій висоті  $h$  зустрінуться камені?

**11 (1-11)** З балкона кинули м'ячик вертикально вгору з початковою швидкістю  $v_0 = 5$  м/с. Через  $t=2$  с м'ячик упав на землю. Визначити висоту балкона над землею і швидкість м'ячика в момент удару об землю.

**12 (1-12)** Точка рухається по колу радіусом  $R = 2$  м відповідно до рівняння  $\xi = A t^3$  ( $\xi$  – криволінійна координата), де  $A = 2$  м/с<sup>3</sup>. У який момент часу  $t$  нормальне прискорення  $a_n$  точки буде дорівнювати тангенціальному  $a_\tau$ ? Визначити повне прискорення  $a$  в цей момент.

**13 (1-13)** Тіло, кинуте з вежі в горизонтальному напрямку зі швидкістю  $v = 20$  м/с, упало на землю на відстані  $s$  (від основи вежі), удвічі більший за її висоту  $h$ . Знайти висоту вежі.

**14 (1-14)** Диск радіусом  $r = 20$  см обертається відповідно до рівняння  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , де  $A = 3$  рад,  $B = -1$  рад/с,  $C = 0,1$  рад/с<sup>3</sup>. Визначити тангенціальне  $a_\tau$ , нормальне  $a_n$  і повне  $a$  прискорення точок на колі диска для моменту часу  $t = 10$  с.

## 2 ДИНАМІКА ПОСТУПАЛЬНОГО РУХУ

### Зведення основних формул розділу

1 Рівняння руху матеріальної точки (другий закон Ньютона) у векторній формі має вигляд

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i \text{ або у випадку коли } m = \text{const} \quad m\vec{a} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_i,$$

де  $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i$  - геометрична сума сил, що діють на матеріальну точку;  
 $m$  - маса;  $\vec{a}$  - прискорення;  $p = m\vec{v}$  - імпульс;  $N$  - кількість сил, що діють на точку;

у координатній (скалярній) формі

$$ma_x = \sum_{i=1}^N F_{xi}, \quad ma_y = \sum_{i=1}^N F_{yi}, \quad ma_z = \sum_{i=1}^N F_{zi},$$

або

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{xi}, \quad m \frac{d^2y}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{yi}, \quad m \frac{d^2z}{dt^2} = \sum_{i=1}^N F_{zi},$$

де під знаком суми стоять проекції сил  $F_i$  на відповідні осі координат.

2 Сила пружності

$$F_{np} = -kx,$$

де  $k$  - коефіцієнт пружності;  $x$  - абсолютна деформація.

3 Сила гравітаційної взаємодії

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

де  $G$  - гравітаційна стала;  $m_1$  і  $m_2$  - маси тіл, що взаємодіють;  $r$  - відстань між тілами.

4 Сила тертя ковзання

$$F_{mp} = fN,$$



де  $f$  – коефіцієнт тертя;  $N$  – сила нормального тиску.

5 Координати центра мас системи матеріальних точок

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i x_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \quad y_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i y_i}{\sum_{i=1}^N m_i}, \quad z_c = \frac{\sum_{i=1}^N m_i z_i}{\sum_{i=1}^N m_i},$$

де  $m_i$  – маса  $i$ -ї матеріальної точки;  $x_i, y_i, z_i$  – її координати.

### **Задачі для розв'язання на практичному занятті**

**15 (2-1)** На столі стоїть візок масою  $m_1 = 4$  кг. До візка прив'язаний один кінець шнура, перекинутого через блок. З яким прискоренням  $a$  буде рухатися візок, якщо до іншого кінця шнура прив'язати гиру масою  $m_2 = 1$  кг.

**16 (2-2)** Похила площина, що утворює кут  $\alpha = 25^\circ$  із горизонтом, має довжину  $l = 2$  м. Тіло, рухаючись рівноприскорено, зісковзнуло з цієї площини за час  $t = 2$  с. Знайти коефіцієнт тертя  $f$  тіла об площину.

**17 (2-3)** Матеріальна точка масою  $m = 2$  кг рухається під дією деякої сили  $F$  відповідно до рівняння  $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , де  $C = 1$  м/с<sup>2</sup>,  $D = -0,2$  м/с<sup>3</sup>. Знайти значення цієї сили в моменти часу  $t_1 = 2$  с і  $t_2 = 5$  с. У який момент часу сила дорівнює нулю?

**18 (2-4)** Катер масою  $m = 2$  т починає рухатися і протягом часу  $\tau = 10$  с розвиває при русі по спокійній воді швидкість  $v = 4$  м/с. Визначити силу тяги  $F$  мотора, вважаючи її постійною. Прийняти силу опору  $F_c$  руху пропорційною швидкості; коефіцієнт опору  $k = 100$  Н/с.

**19 (2-5)** Диск радіусом  $R = 40$  см обертається навколо вертикальної осі. На краю диска лежить кубик. Приймаючи коефіцієнт тертя  $f = 0,4$ , знайти частоту  $n$  обертання, при якій кубик зісковзне з диска.

**20 (2-6)** До шнура підвішена гирия. Гирию відвели убік так, що шнур набув горизонтального положення, і відпустили. Чому дорівнює сила  $T$  натягу шнура в момент, коли гирия проходить

положення рівноваги? Який кут  $\varphi$  з вертикаллю утворює шнур у момент, коли сила натягу шнура дорівнює силі тяжіння гирі?

**21 (2-7)** Яку найбільшу швидкість  $v_{max}$  може розвинути велосипедист, проїжджаючи заокруглення радіусом  $R = 50$  м, якщо коефіцієнт тертя ковзання  $f$  між шинами і асфальтом дорівнює 0,3? Який кут  $\varphi$  відхилення велосипеда від вертикалі, коли велосипедист рухається по заокругленню?

**22 (2-8)**. Вал обертається з частотою  $n = 2400$  хв<sup>-1</sup>. До вала перпендикулярно до його довжині прикріплений стрижень дуже малої маси, що має на кінцях вантаж масою  $m = 1$  кг кожний. Він розміщений на відстані  $r = 0,2$  м від осі вала. Знайти: а) силу  $F$ , що розтягує стрижень при обертанні вала; б) момент  $M$  сили, яка діяла б на вал, якби стрижень був нахилений під кутом  $\varphi = 89^\circ$  до осі вала.

### Домашнє завдання

**23 (2-9)** На гладкому столі лежить брусок масою  $m = 4$  кг. До бруска прив'язані два шнури, перекинуті через нерухомі блоки, прикріплені до протилежних країв столу. До кінців шнурів підвішені гирі, маса яких  $m_1 = 1$  кг і  $m_2 = 2$  кг. Знайти прискорення  $a$ , з яким рухається брусок, і силу  $T$  натягу кожного зі шнурів. Масою блоків і тертям знехтувати.

**24 (2-10)** Шайба, пущена по поверхні льоду з початковою швидкістю  $v_0 = 20$  м/с, зупинилася через  $t = 40$  с. Знайти коефіцієнт тертя  $f$  шайби об лід.

**25 (2-11)** На горизонтальній поверхні розміщений брусок масою  $m_1 = 2$  кг. Коефіцієнт тертя  $f_1$  бруска об поверхню дорівнює 0,2. На бруску лежить інший брусок масою  $m_2 = 8$  кг. Коефіцієнт тертя  $f_2$  верхнього бруска об нижній дорівнює 0,3. До верхнього бруска прикладена сила  $F$ . Визначити: а) значення сили  $F_1$ , при якій почнеться спільне ковзання брусків по поверхні; б) значення сили  $F_2$ , при якій верхній брусок почне проковзувати відносно нижнього.

**26 (2-12)** Початкова швидкість  $v_0$  кулі дорівнює 800 м/с. При русі в повітрі за час  $t = 0,8$  с її швидкість зменшилася до  $v = 200$  м/с. Маса  $m$  кулі дорівнює 10 г. Вважаючи силу опору повітря пропорційною

квадрату швидкості, визначити коефіцієнт опору  $k$ . Дією сили тяжіння знехтувати.

**27 (2-13)** Акробат на мотоциклі описує «мертву петлю» радіусом  $r = 4$  м. З якою найменшою швидкістю  $v_{min}$  повинен проїжджати акробат верхню точку петлі, щоб не зрватися?

**28 (2-14)** Тягарець, прив'язаний до нитки довжиною  $l = 1$  м, описує коло у горизонтальній площині. Визначити період  $T$  обертання, якщо нитка відхилена на кут  $\varphi = 60^\circ$  від вертикалі.

**29 (2-15)** При насадці маховика на вісь центр ваги виявився на відстані  $r = 0,1$  мм від осі обертання. У яких межах змінюється сила  $F$  тиску осі на підшипники, якщо частота обертання маховика  $n = 10$  с<sup>-1</sup>? Маса  $m$  маховика дорівнює 100 кг.

**30 (2-16)** Літак масою  $m = 2,5$  т летить зі швидкістю  $v = 400$  км/год. Він виконує у горизонтальній площині віраж (віраж - політ літака по дузі кола з деяким кутом крену). Радіус  $R$  траєкторії літака дорівнює 500 м. Знайти поперечний кут  $\varphi$  нахилу літака і піднімальну силу  $F$  крил під час польоту.

### **3 ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ І ЕНЕРГІЇ**

#### *Зведення основних формул розділу*

1 Закон збереження імпульсу

$$\sum_{i=1}^N \vec{p}_i = const, \text{ або } \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_i = const,$$

де  $N$  – кількість матеріальних точок (тіл) системи.

2 Робота, яка здійснюється постійною силою:

$$\Delta A = \vec{F} \Delta \vec{r}, \text{ або } \Delta A = F \Delta r \cos \alpha,$$

де  $\alpha$  – кут між напрямками векторів сили  $F$  та переміщення  $\Delta r$ .

3 Робота, яка здійснюється змінною силою:

$$A = \int_L F(r) \cos \alpha dr,$$

де інтегрування ведеться вздовж траєкторії, що позначається  $L$ .

4 Середня потужність за інтервал часу  $\Delta t$

$$\langle N \rangle = \frac{\Delta A}{\Delta t}.$$

5 Миттєва потужність

$$N = \frac{dA}{dt}, \text{ або } N = Fv \cos \alpha.$$

6 Кінетична енергія матеріальної точки (тіла, що рухається поступально)

$$T = \frac{mv^2}{2}, \text{ або } T = \frac{p^2}{2m}.$$

7 Потенціальна енергія тіла і сила, що діє на тіло в даній точці поля, пов'язані співвідношенням

$$\vec{F} = -\text{grad } \Pi, \text{ або } \vec{F} = -\left( \vec{i} \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial \Pi}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial \Pi}{\partial z} \right),$$

де  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орти. Якщо поле сил має сферичну симетрію, одержимо

$$\vec{F} = -\frac{d\Pi}{dr}.$$

8 Потенціальна енергія пружно-деформованого тіла

$$\Pi = \frac{kx^2}{2}.$$

9 Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії двох матеріальних точок (тіл) масами  $m_1$  і  $m_2$ , що знаходяться на відстані  $r$ ,

$$П = -G \frac{m_1 m_2}{r}.$$

10 Потенціальна енергія тіла, що міститься в однорідному полі сили тяжіння,

$$П = mgh,$$

де  $h$  ( $h \ll R$ ) – висота тіла над нульовим рівнем;  $R$  - радіус Землі.

11 У замкненій системі, в якій діють тільки консервативні сили, виконується закон збереження енергії

$$T + П = const.$$

12 Швидкість абсолютно непружних куль після удару

$$u = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

13 Швидкість абсолютно пружних куль після удару

$$u_1 = \frac{v_1(m_1 - m_2) + 2m_2 v_2}{m_1 + m_2},$$

$$u_2 = \frac{v_2(m_2 - m_1) + 2m_1 v_1}{m_1 + m_2},$$

де  $m_1$  і  $m_2$  – маси куль;  $v_1$  і  $v_2$  - їх швидкості до зіткнення.

**Задачі для розв'язання на практичному занятті**

**31 (3-1)** Куля масою  $m_1 = 10$  кг, що рухається зі швидкістю  $v_1 = 4$  м/с, зіштовхується з кулею масою  $m_2 = 4$  кг, швидкість  $v_2$  якої дорівнює 12 м/с. Вважаючи удар прямим, непружним, знайти швидкість  $u$  куль після удару в двох випадках: а) мала куля настигає велику кулю, що рухається в тому самому напрямку;

б) кулі рухаються назустріч одна одній.

**32 (3-2)** На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки з легкими колесами. На одному кінці дошки стоїть людина. Маса людини  $M = 60$  кг, маса дошки  $m = 20$  кг. З якою швидкістю  $u$  (відносно підлоги) буде рухатися візок, якщо людина піде вздовж дошки зі швидкістю (відносно дошки)  $v = 1$  м/с? Масою коліс знехтувати. Тертя у втулках не враховувати.

**33 (3-3)** Снаряд масою  $m = 10$  кг мав швидкість  $v = 200$  м/с у верхній точці траєкторії. У цій точці він розірвався на дві частини. Менша частина снаряда масою  $m_1 = 3$  кг полетіла вперед під кутом  $\varphi_1 = 60^\circ$  до горизонту із швидкістю  $u_1 = 400$  м/с. Знайти, з якою швидкістю  $u_2$  і під яким кутом  $\varphi_2$  до обрїю полетить велика частина снаряда.

**34 (3-4)** Обчислити роботу  $A$ , яка здійснюється при рівноприскореному підніманні вантажу масою  $m = 100$  кг на висоту  $h = 4$  м за час  $t = 2$  с.

**35 (3-5)** Тіло масою  $m = 1$  кг кинуте з вежі в горизонтальному напрямку зі швидкістю  $v_0 = 20$  м/с, через  $t = 3$  с упало на землю. Визначити кінетичну енергію  $T$ , що мало тіло в момент удару об землю. Опором повітря знехтувати.

**36 (3-6)** Два вантажі масами  $m_1 = 10$  кг і  $m_2 = 15$  кг підвішені на нитках довжиною  $l = 2$  м так, що вантажі стикаються між собою. Менший вантаж був відхилений на кут  $\varphi = 60^\circ$  і випущений. Визначити висоту  $h$ , на яку піднімуться обидва вантажі після удару. Удар вантажів вважати непружним.

**37 (3-7)** Куля масою  $m_1$ , що летить зі швидкістю  $v_1 = 5$  м/с, ударяє нерухому кулю масою  $m_2$ . Удар прямий, непружний. Визначити швидкість  $u$  куль після удару, а також частину  $\omega$  кінетичної енергії куль, що летить, яка витрачається на збільшення внутрішньої енергії цих куль. Розглянути два випадки: а)  $m_1 = 2$  кг,  $m_2 = 8$  кг; б)  $m_1 = 8$  кг,  $m_2 = 2$  кг.

**38 (3-8)** Куля масою  $m_1 = 200$  г, що рухається зі швидкістю  $v_1 = 5$  м/с, ударяє нерухому кулю масою  $m_2 = 800$  г. Удар прямий, абсолютно пружний. Які будуть швидкості  $u_1$  і  $u_2$  куль після удару?

### Домашнє завдання

**39 (3-9)** У човні масою  $m_1 = 240$  кг стоїть людина масою  $m_2 = 60$  кг. Човен пливе зі швидкістю  $v_1 = 2$  м/с. Людина стрибає з човна в горизонтальному напрямку зі швидкістю  $v = 4$  м/с (відносно човна). Знайти швидкість  $u$  руху човна після стрибка людини в двох випадках: а) людина стрибає вперед за рухом човна б) у бік, протилежний руху човна.

**40 (3-10)** На підлозі стоїть візок у вигляді довгої дошки з легкими колесами. На одному кінці дошки стоїть людина. Маса людини  $M = 60$  кг, маса дошки  $m = 20$  кг. Знайти, на яку відстань  $d$ : а) пересунеться візок, якщо людина перейде на інший кінець дошки; б) переміститься людина відносно підлоги; в) переміститься центр мас системи візок - людина відносно дошки і відносно підлоги. Довжина дошки дорівнює 2 м. Масою коліс знехтувати. Тертя у втулках не враховувати.

**41 (3-11)** На залізничній платформі встановлена гармата. Маса платформи із гарматою  $M = 15$  т. Гармата стріляє вгору під кутом  $\varphi = 60^\circ$  до горизонту в напрямку рейок. З якою швидкістю  $v_1$  покотиться платформа внаслідок віддачі, якщо маса снаряда  $m = 20$  кг і він вилітає зі швидкістю  $v_2 = 600$  м/с?

**42 (3-12)** Обчислити роботу  $A$ , що здійснюється на шляху  $s = 12$  м силою, що рівномірно зростає, якщо на початку шляху сила  $F_1 = 10$  Н, наприкінці шляху  $F_2 = 46$  Н.

**43 (3-13)** Камінь кинуто вгору під кутом  $\varphi = 60^\circ$  до горизонту. Кінетична енергія  $T_0$  каменя в початковий момент часу дорівнює 20 Дж. Визначити кінетичну  $T$  і потенціальну  $П$  енергії каменя у вищій точці його траєкторії. Опором повітря знехтувати.

**44 (3-14)** У балістичний маятник масою  $M = 5$  кг потрапила куля масою  $m = 10$  г і застрягла в ньому. Знайти швидкість  $v$  кулі, якщо маятник, відхилившись після удару, піднявся на висоту  $h = 10$  см.

**45 (3-15)** Молот масою  $m_1 = 5$  кг ударяє невеликий шматок заліза, що лежить на ковадлі. Маса  $m_2$  ковадла дорівнює 100 кг. Масою шматка заліза знехтувати. Удар непружний. Визначити ККД  $\eta$  удару молота за даних умов.

**46 (3-16)** З двох абсолютно пружних куль, що співударяються, більша куля нерухома. У результаті прямого удару менша куля втратила  $\omega = \frac{3}{4}$  своєї кінетичної енергії  $T_1$ . Визначити співвідношення  $k = M/m$  мас куль.

## **4 ДИНАМІКА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ МОМЕНТУ ІМПУЛЬСУ**

### *Зведення основних формул розділу*

1 Основне рівняння динаміки обертального руху відносно нерухомої осі

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt},$$

де  $M$  - момент сили, що діє на тіло;  $L$  - момент імпульсу тіла;

$$\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{v}],$$

де  $\vec{r}$  - радіус-вектор;  $m\vec{v}$  - імпульс тіла.

У випадку постійного моменту інерції

$$M = J\varepsilon,$$

де  $\varepsilon$  – кутове прискорення.

2 Момент імпульсу тіла, що обертається відносно осі,

$$L = J\omega.$$

3 Момент сили  $F$ , що діє на тіло відносно осі обертання,



$$M = F_{\perp} l,$$

де  $l$  – плече сили – найкоротша відстань від осі обертання до лінії дії сили.

4 Момент інерції матеріальної точки

$$J = mr^2,$$

де  $m$  - маса точки;  $r$  - відстань до осі обертання.

Момент інерції твердого тіла

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2,$$

де  $r_i$  - відстань елемента маси  $\Delta m_i$  від осі обертання.

Це співвідношення в інтегральній формі

$$J = \int r^2 dm.$$

**Таблиця – Моменти інерції деяких тіл**

Тіло	Вісь, відносно якої визначається момент інерції	Формула для моменту інерції
Однорідний тонкий стрижень масою $m$ і довжиною $l$	Проходить через центр тяжіння стрижня перпендикулярно до нього	$J = \frac{ml^2}{12}$
	Проходить через кінець стержня перпендикулярно до нього	$J = \frac{ml^2}{3}$
Тонке кільце, обруч, труба радіусом $R$ і масою $m$ , маховик радіусом $R$ і масою $m$ ,	Проходить через центр тяжіння перпендикулярно до площини основи	$J = mR^2$

розподіленою вздовж обода		
Круглий однорідний диск (циліндр) радіусом $R$ і масою $m$	Проходить через центр тяжіння перпендикулярно до площини основи	$J = \frac{mR^2}{2}$
Однорідна куля масою $m$ і радіусом $R$	Проходить через центр кулі	$J = \frac{2mR^2}{5}$

Якщо тіло однорідне, тобто його густина  $\rho$  однакова по всьому об'єму, то

$$dm = \rho dV \text{ і } J = \rho \int r^2 dV ,$$

де  $V$  - об'єм тіла.

Теорема Штейнера. Момент інерції відносно довільної осі дорівнює

$$J = J_0 + ma^2 ,$$

де  $J_0$  – момент інерції цього тіла відносно осі, що проходить через центр тяжіння тіла паралельно заданій осі;  $a$  – відстань між осями;  $m$  – маса тіла.

5 Закон збереження моменту імпульсу

$$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = const .$$

Для двох взаємодіючих тіл закон збереження імпульсу запишеться так:

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J'_1\omega'_1 + J'_2\omega'_2 ,$$

де  $J_1, J_2, \varpi_1, \varpi_2$  – моменти інерції і кутові швидкості тіл до взаємодії;  $J'_1, J'_2, \varpi'_1, \varpi'_2$  – ті самі величини після взаємодії.

Закон збереження імпульсу для одного тіла із змінним моментом інерції

$$J_1\omega_1 = J_2\omega_2 ,$$

де  $J_1$  і  $J_2$  – початковий і кінцевий моменти інерції;  $\omega_1$  і  $\omega_2$  – початкова і кінцева кутова швидкість тіла.

6 Робота постійного моменту сили  $M$ , що діє на тіло, яке обертається,

$$A = M\varphi ,$$

де  $\varphi$  - кут повороту тіла.

7 Миттєва потужність, що розвивається при обертанні тіла,

$$N = M\omega .$$

8 Кінетична енергія тіла, що обертається,

$$T = \frac{J\omega^2}{2} .$$

9 Кінетична енергія тіла, що котиться по площині без ковзання,

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2} ,$$

де  $\frac{mv^2}{2}$  - кінетична енергія поступального руху тіла;  $v$  – швидкість центра інерції тіла;  $\frac{J\omega^2}{2}$  - кінетична енергія обертального руху тіла навколо осі, що проходить через центр інерції.

10 Зв'язок між роботою, що здійснюється при обертанні тіла і зміною кінетичної енергії,

$$A = \frac{J\omega_2^2}{2} - \frac{J\omega_1^2}{2}.$$

11 Існує такий зв'язок між величинами, що характеризують поступальний і обертальний рух,

Поступальний рух	Обертальний рух
Основний закон динаміки	
$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
$\vec{F} = m\vec{a}$	$M = J\varepsilon$
Закон збереження	
імпульсу	моменту імпульсу
$\sum_{i=1}^n \vec{p}_i = const$	$\sum_{i=1}^n \vec{L}_i = const$
Робота і потужність	
$A = Fs$	$A = M\varphi$
$N = Fv$	$N = M\omega$
Кінетична енергія	
$T = \frac{mv^2}{2}$	$T = \frac{J\omega^2}{2}$

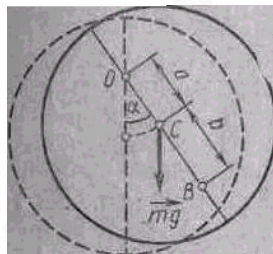
### *Задачі для розв'язання на практичному занятті*

47 (4-1) Обчислити момент інерції  $J$  прямокутника з дроту із сторонами  $a = 12$  см і  $b = 16$  см відносно осі, що лежить у площині прямокутника і проходить через середини малих сторін. Маса рівномірно розподілена за довжиною дроту з лінійною густиною  $\tau = 0,1$  кг/м.

**48 (4-2)** Знайти момент інерції  $J$  тонкого однорідного кільця радіусом  $R = 20$  см і масою  $m = 100$  кг відносно осі, що лежить у площині кільця і проходить через його центр.

**49 (4-3)** Однорідний диск радіусом  $R = 10$  см може вільно обертатися навколо горизонтальної осі, перпендикулярної до площини диска, що проходить через точку  $O$  на ньому (рис. 1).

Диск відхилили на кут  $\alpha$  і відпустили. Визначити для початкового моменту часу кутове  $\varepsilon$  і тангенціальне  $a_t$  прискорення точки  $B$ , що міститься на диску.



Обчислення виконати для таких випадків: а)  $a = R, b = R/2, \alpha = \pi/2$ ; б)  $a = R/2, b = R, \alpha = \pi/6$ ; в)  $a = 2/3R, b = 2/3R, \alpha = 2/3\pi$ .

**50 (4-4)** Через блок, що має форму диска, перекинаний шнур. До кінців шнура прив'язали тягарці масою  $m_1 = 100$  г и  $m_2 = 110$  г. З яким прискоренням  $a$  будуть рухатися тягарці, якщо маса  $m$  блока дорівнює 400 г? Тертям при обертанні блока знехтувати.

**51 (4-5)** Платформа, що має форму диска, може обертатися навколо вертикальної осі. На краю платформи стоїть людина масою  $m_1 = 60$  кг. На який кут  $\varphi$  повернеться платформа, якщо людина піде вздовж краю платформи і, обійшовши її, повернеться у вихідну точку на платформі? Маса  $m_2$  платформи дорівнює 240 кг. Момент інерції  $J$  людини розраховувати як для матеріальної точки.

**52 (4-6)** На лаві Жуковського стоїть людина і тримає в руках стрижень довжиною  $l = 2,4$  м і масою  $m = 8$  кг, розташований вертикально до осі обертання лави. Лава з людиною обертається з частотою  $n_1 = 1$  с<sup>-1</sup>. З якою частотою  $n_2$  буде обертатися лава з людиною, якщо вона поверне стрижень у горизонтальне положення? Сумарний момент інерції  $J$  людини і лави дорівнює 6 кг·м<sup>2</sup>.

**53 (4-7)** Маховик у вигляді диска масою  $m = 80$  кг і радіусом  $R = 30$  см перебуває в стані спокою. Яку роботу  $A_1$  потрібно виконати, щоб надати маховику частоту  $n = 10$  с<sup>-1</sup>? Яку роботу  $A_2$  довелося б виконати, якби при тій самій масі диск мав меншу товщину, але вдвічі більший радіус?

**54 (4-8)** Куля котиться без ковзання по горизонтальній поверхні. Повна кінетична енергія  $T$  кулі дорівнює 14 Дж. Визначити кінетичну енергію  $T_1$  поступального і  $T_2$  обертального руху кулі.

### Домашнє завдання

**55 (4-9)** Визначити момент інерції  $J$  тонкого однорідного стрижня довжиною  $l = 30$  см і масою  $m = 100$  г відносно осі, перпендикулярної до стрижня, яка проходить через: а) його кінець, б) його середину; в) точку, що віддалена від кінця стрижня на  $1/3$  його довжини.

**56 (4-10)** Визначити момент інерції  $J$  кільця масою  $m = 50$  г і радіусом  $R = 10$  см відносно осі, дотичної до кільця.

**57 (4-11)** Тонкий однорідний стрижень довжиною  $l = 50$  см і масою  $m = 400$  г обертається з кутовим прискоренням  $\varepsilon = 3$  рад/с<sup>2</sup> навколо осі, що проходить перпендикулярно до стрижня через його середину. Визначити обертальний момент  $M$ .

**58 (4-12)** Два тіла масами  $m_1 = 0,25$  кг і  $m_2 = 0,15$  кг зв'язані тонкою ниткою, перекинутою через блок. Блок закріплений на краю горизонтального столу, по поверхні якого ковзає тіло масою  $m_1$ . З яким прискоренням  $a$  рухаються тіла і чому дорівнюють сили  $T$  натягу нитки по обидві сторони від блока? Коефіцієнт тертя тіла об поверхню столу дорівнює 0,2. Маса  $m$  блока дорівнює 0,1 кг і її можна вважати рівномірно розподіленою вздовж обода. Масою нитки і тертям у підшипниках осі блока знехтувати.

**59 (4-13)** На краю горизонтальної платформи, що має форму диска радіусом  $R = 2$  м, стоїть людина масою  $m_1 = 80$  кг. Маса  $m_2$  платформи дорівнює 240 кг. Платформа може обертатися навколо вертикальної осі, що проходить через її центр. Нехтуючи тертям, знайти, з якою кутовою швидкістю  $\omega$  буде обертатися платформа, якщо людина буде йти вздовж її краю із швидкістю  $v = 2$  м/с відносно платформи.

**60 (4-14)** Платформа у вигляді диска радіусом  $R = 1$  м обертається за інерцією з частотою  $n = 6$  хв<sup>-1</sup>. На краю платформи стоїть людина, маса  $m$  якої дорівнює 80 кг. З якою частотою  $n$  буде обертатися платформа, якщо людина перейде в її центр? Момент

інерції  $J$  платформи дорівнює  $120 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ . Момент інерції людини розраховувати як для матеріальної точки.

## **5 МЕХАНІКА РІДИН**

### *Зведення основних формул розділу*

1 Витрата рідини в трубці струму:

а) об'ємна витрата  $Q_V = vS$ ;

б) масова витрата  $Q_m = \rho v S$ , де  $S$  – площа перерізу трубки струму;  $v$  – швидкість рідини;  $\rho$  – її густина.

2 Рівняння нерозривності струменя

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 . \setminus$$

3 Рівняння Бернуллі для ідеальної нестисливої рідини в загальному випадку

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 ,$$

де  $p_1$  і  $p_2$  – статичні тиски у двох перерізах трубки;  $v_1$  і  $v_2$  – швидкості рідини в цих перерізах;  $\frac{\rho v_1^2}{2}$  і  $\frac{\rho v_2^2}{2}$  – динамічні тиски рідини в цих самих перерізах,  $h_1$  і  $h_2$  – їх висота над деяким рівнем;  $\rho g h_1$  і  $\rho g h_2$  – гідростатичні тиски.

Якщо обидва перерізи розміщені на одній висоті, рівняння Бернуллі буде мати такий вигляд:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} .$$

4 Швидкість витікання рідини з малого отвору в відкритій широкій посудині

$$v = \sqrt{2gh},$$

де  $h$  – глибина, на якій міститься отвір відносно рівня рідини в посудині.

5 Формула Пуазейля. Об'єм рідини або газу, що протікає за час  $t$  через довгу трубку, дорівнює

$$V = \frac{\pi r^2 t \Delta P}{8l\eta},$$

де  $r$  - радіус трубки;  $l$  - її довжина;  $\Delta P$  - різниця тисків на кінцях трубки;  $\eta$  - динамічна в'язкість (коефіцієнт внутрішнього тертя) рідини.

6 Число Рейнольдса для потоку рідини в довгих трубках

$$Re = \frac{\rho \langle v \rangle d}{\eta}$$

і для руху кульки у рідині

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta},$$

де  $\langle v \rangle$  - середня швидкість рідини;  $v$  – швидкість кульки;  $d$  – діаметр трубки або діаметр кульки.

Якщо  $Re \ll Re_{кр}$  – течія рідини ламінарна,  $Re \gg Re_{кр}$  – рух рідини переходить у турбулентний.  $Re_{кр}$  – критичне число Рейнольдса; для руху кульки в рідині  $Re_{кр} = 0,5$ ; для потоку рідини  $Re_{кр} = 2300$ .

7 Формула Стокса. Сила опору  $F$ , що діє з боку рідини на кульку, яка рухається повільно, дорівнює



$$F = 6\pi\eta r v,$$

де  $r$  – радіус кульки;  $v$  – його швидкість. Формула справедлива для швидкостей, для яких  $Re \ll 1$ .

### **Задачі для розв'язання на практичному занятті**

**61 (5-1)** Вода тече в горизонтально розташованій трубі змінного перерізу. Швидкість  $v_1$  води в широкій частині труби дорівнює 20 см/с. Визначити швидкість  $v_2$  у вузькій частині труби, діаметр  $d_2$  якої в 1,5 рази менше від діаметра  $d_1$  широкої частини.

**62 (5-2)** У горизонтально розташованій трубі з площею  $S_1$  поперечного перерізу, що дорівнює  $20 \text{ см}^2$ , тече рідина. В одному місці труба має звуження, у якому площа  $S_2$  перерізу дорівнює  $12 \text{ см}^2$ . Різниця  $\Delta h$  рівнів у двох манометричних трубках, встановлених у широкій і вузькій частинах труби, дорівнює 8 см. Визначити об'ємну витрату  $Q_V$  рідини.

**63 (5-3)** До поршня спринцівки, розташованої горизонтально, прикладена сила  $F = 15 \text{ Н}$ . Визначити швидкість  $v$  витікання води з наконечника спринцівки, якщо площа  $S$  поршня дорівнює  $12 \text{ см}^2$ .

**64 (5-4)** Бак висотою  $h = 1,5 \text{ м}$  наповнений до країв водою. На відстані  $d = 1 \text{ м}$  від верхнього краю бака утворився отвір малого діаметра. На якій відстані  $l$  від бака падає на підлогу струмінь, що витікає з отвору.

**65 (5-5)** Бак висотою  $H = 2 \text{ м}$  до країв наповнений рідиною. На якій висоті  $h$  повинен бути зроблений отвір у стінці бака, щоб місце падіння струменя, що витікає з отвору, було на максимальній від бака відстані.

**66 (5-6)** Латунна кулька діаметром  $d = 1 \text{ см}$  падає у посудину з гліцерином. Визначити: а) швидкість  $v$  сталого руху кульки; б) чи є при цій швидкості обтікання кульки ламінарним?

### Домашнє завдання

**67 (5-7)** У широкій частині горизонтально розташованої труби нафта тече із швидкістю  $v_1 = 2$  м/с. Визначити швидкість  $v_2$  нафти у вузькій частині труби, якщо різниця  $\Delta P$  тисків у широкій і вузькій її частинах дорівнює 6,65 кПа.

**68 (5-8)** Горизонтальний циліндр насоса має діаметр  $d_1 = 20$  см. У ньому рухається із швидкістю  $v_1 = 1$  м/с поршень, виштовхуючи воду через отвір діаметром  $d_2 = 2$  см. З якою швидкістю  $v_2$  буде витікати вода з отвору? Яким буде надлишковий тиск  $P$  води в циліндрі?

**69 (5-9)** Струмінь води діаметром  $d = 2$  см, що рухається зі швидкістю  $v = 10$  м/с, вдаряється об нерухому плоску поверхню, поставлену перпендикулярно до струменя. Визначити силу  $F$  тиску струменя на поверхню, вважаючи, що після удару об поверхню швидкість частинок води дорівнює нулю.

**70 (5-10)** Струмінь води з площею перерізу, що дорівнює  $4 \text{ см}^2$ , витікає в горизонтальному напрямку з брандспойта, розташованого на висоті  $H = 2$  м над поверхнею Землі, і падає на цю поверхню на відстані  $l = 8$  м. Нехтуючи опором повітря руху води, визначити надлишковий тиск  $P$  води в рукаві, якщо площа  $s_2$  поперечного перерізу рукава дорівнює  $50 \text{ см}^2$ .

**71 (5-11)** По трубі тече машинне мастило. Максимальна швидкість  $v_{max}$ , при якій рух мастила в цій трубі залишається ще ламінарним, дорівнює 3,2 см/с. При якій швидкості  $v$  рух гліцерину в тій самій трубі переходить з ламінарного в турбулентний?

**72 (5-12)** При русі кульки радіусом  $r_1 = 2,4$  мм у касторовому мастилі ламінарне обтікання спостерігається при швидкості  $v_1$  кульки, що не перевищує 10 см/с. При якій мінімальній швидкості  $v_2$  кульки радіусом  $r_2 = 1$  мм у гліцерині обтікання стане турбулентним?

## II МОДУЛЬ

### 6 РІВНЯННЯ СТАНУ ТІЛА

#### Зведення основних формул розділу

1 Рівняння стану ідеального газу (рівняння Клапейрона - Менделєєва)

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ або } pV = \nu RT,$$

де  $m$  – маса газу;  $\mu$  – його молярна маса;  $R$  – молярна газова стала;  $\nu = \frac{m}{\mu}$  - кількість речовини;  $T$  – термодинамічна температура.

2 Закон Дальтона

$$P = P_1 + P_2 + \dots + P_n,$$

де  $P$  – тиск суміші газів;  $P_i$  – парціальний тиск  $i$ -ї складової суміші;  $n$  – число складових суміші.

3 Молярна маса суміші газів

$$\mu = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_k}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_k}.$$

4 Масова частка  $i$ -ї складової суміші

$$\omega_i = \frac{m_i}{m},$$

де  $m_i$  - маса  $i$ -ї складової суміші;  $m$  – маса суміші.

### Задачі для розв'язання на практичному занятті

**73 (6-1)** Колба об'ємом  $V = 300 \text{ см}^3$ , закрита пробкою з краном, містить розріджене повітря. Для вимірювання тиску в колбі горлечко колби занурили у воду на незначну глибину і відкрили кран, у результаті чого в колбу надійшла вода масою  $m = 292 \text{ г}$ . Визначити початковий тиск  $P$  у колбі, якщо атмосферний тиск  $P_o = 100 \text{ кПа}$ .

**74 (6-2)** Порожню кулю об'ємом  $V = 10 \text{ см}^3$ , заповнену повітрям при температурі  $T_1 = 573 \text{ К}$ , з'єднали трубкою з чашкою, заповненою ртуттю. Визначити масу  $m$  ртуті, що надійшла в кулю при остиганні повітря в ньому до температури  $T_2 = 293 \text{ К}$ . Зміною об'єму кулі знехтувати.

**75 (6-3)** Газ при температурі  $T = 309 \text{ К}$  і тиску  $P = 0,7 \text{ МПа}$  має густину  $\rho = 12 \text{ кг/м}^3$ . Визначити відносну молекулярну масу  $\mu_r$  газу.

**76 (6-4)** У балоні об'ємом  $V = 25 \text{ л}$  міститься водень при температурі  $T = 290 \text{ К}$ . Після того як частину водню витратили, тиск у балоні знизився на  $\Delta P = 0,4 \text{ МПа}$ . Визначити масу  $m$  витраченого водню.

**77 (6-5)** У посудині об'ємом  $V = 0,01 \text{ м}^3$  міститься суміш газів - азоту масою  $m_1 = 7 \text{ г}$  і водню масою  $m_2 = 1 \text{ г}$  - при температурі  $T = 280 \text{ К}$ . Визначити тиск  $P$  суміші газів.

**78 (6-6)** Балон об'ємом  $V = 30 \text{ л}$  містить суміш водню і гелію при температурі  $T = 300 \text{ К}$  і тиску  $P = 828 \text{ кПа}$ . Маса  $m$  суміші дорівнює  $24 \text{ г}$ . Визначити масу  $m_1$  водню і масу  $m_2$  гелію.

### Домашнє завдання

**79 (6-7)** У U-подібний манометр налита ртуть. Відкрите коліно манометра з'єднане з навколишнім простором при нормальному атмосферному тиску  $P_o$ , і ртуть у відкритому коліні розміщена вище, ніж у закритому, на  $\Delta h = 10 \text{ см}$ . При цьому вільна від ртуті частина трубки закритого коліна має довжину  $l = 20 \text{ см}$ . Коли відкрите коліно приєднали до балона з повітрям, різниця рівнів ртуті збільшилася і досягла значення  $\Delta h_1 = 26 \text{ см}$ . Знайти тиск  $P$  повітря в балоні.

**80 (6-8)** У балоні міститься газ при температурі  $t_1 = 100^\circ \text{C}$ . До якої температури  $t_2$  необхідно нагріти газ, щоб його тиск збільшився в два рази?

**81 (6-9)** Визначити густину  $\rho$  насиченої водяної пари в повітрі при температурі  $T = 300 \text{ K}$ . Тиск  $P$  насиченої пари при цій температурі дорівнює  $3,55 \text{ кПа}$ .

**82 (6-10)** Оболонка аеростата об'ємом  $V = 1600 \text{ м}^3$ , яка розташована на поверхні Землі, на  $k = 7/8$  наповнена воднем під тиском  $P = 100 \text{ кПа}$  при температурі  $T = 290 \text{ K}$ . Аеростат підняли на деяку висоту, де тиск  $P_1 = 80 \text{ кПа}$  і температура  $T_1 = 280 \text{ K}$ . Визначити масу  $m$  водню, що вийшов з оболонки аеростата при його підніманні.

**83 (6-11)** У балонах об'ємом  $V_1 = 20 \text{ л}$  і  $V_2 = 44 \text{ л}$  міститься газ. Тиск у першому балоні  $P_1 = 2,4 \text{ МПа}$ , у другому -  $P_2 = 1,6 \text{ МПа}$ . Визначити загальний тиск  $p$  і парціальні тиски  $P_1'$  і  $P_2'$  після сполучення балонів, якщо температура газу залишилася початковою.

**84 (6-12)** У  $1 \text{ кг}$  сухого повітря міститься  $m_1 = 232 \text{ г}$  кисню і  $m_2 = 768 \text{ г}$  азоту (масами інших газів нехтуємо). Визначити відносну молекулярну масу  $\mu_r$  повітря.

## ***7 МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНА ТЕОРІЯ ГАЗУ***

### ***Зведення основних формул розділу***

#### 1 Кількість речовини

$$\nu = \frac{m}{\mu}, \text{ або } \nu = \frac{N}{N_A},$$

де  $N$  – число структурних елементів системи;  $N_A$  – стала Авогадро.

#### 2 Молярна маса речовини

30

$$\mu = \frac{m}{\nu}.$$

3 Концентрація частинок однорідної системи обчислюється за формулою

$$n = \frac{N}{V} = \frac{N_A \rho}{\mu},$$

де  $V$  - об'єм системи;  $\rho$  – густина речовини.

4 Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle,$$

де  $\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle$  - середня кінетична енергія поступального руху молекули.

5 Середня кінетична енергія, що припадає:

а) на один ступінь вільності молекули

$$\langle \varepsilon_1 \rangle = \frac{kT}{2},$$

б) на всі ступені вільності молекули (повна енергія молекули)

$$\langle \varepsilon_i \rangle = \frac{i}{2} kT,$$

де  $k$  – стала Больцмана;  $T$  – термодинамічна температура.

Середня кінетична енергія поступального руху молекули

$$\langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle = \frac{3}{2} kT.$$

6 Залежність тиску газу від концентрації молекул і температури

$$p = nkT.$$

30

## 7 Швидкість молекул

а) середня квадратична

$$\langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_1}}, \text{ або } \langle v_{\text{кв}} \rangle = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}},$$

б) середня арифметична

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_1}}, \text{ або } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}},$$

в) найбільш імовірна

$$v_i = \sqrt{\frac{2kT}{m_1}}, \text{ або } v_i = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}},$$

де  $m_1$  - маса однієї молекули.**Задачі для розв'язання на практичному занятті**

**85 (7-1)** У балоні об'ємом  $V=5$  л міститься кисень масою  $m=20$  г. Визначити концентрацію  $n$  молекул у балоні.

**86 (7-2)** У колбі об'ємом  $V = 100 \text{ см}^3$  міститься деякий газ при температурі  $T = 300 \text{ К}$ . На скільки знизиться тиск  $P$  газу в колбі, якщо внаслідок витікання з колби вийде  $N = 10^{20}$  молекул?

**87 (7-3)** Тиск  $P$  газу дорівнює  $1 \text{ мПа}$ , концентрація  $n$  його молекул дорівнює  $10^{10} \text{ см}^{-3}$ . Визначити: а) температуру  $T$  газу; б) середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon_{\text{пл}} \rangle$  поступального руху молекул газу.

**88 (7-4)** Визначити кінетичну енергію  $\langle \varepsilon_{\text{л}} \rangle$ , що припадає в середньому на один ступінь вільності молекули азоту, при температурі  $T = 1 \text{ кК}$ , а також середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon_{\text{пл}} \rangle$

поступального руху,  $\langle \varepsilon_{об} \rangle$  обертального руху і середнє значення повної кінетичної енергії  $\langle \varepsilon \rangle$  молекули.

**89 (7-5)** Знайти середню квадратичну  $\langle v_{кв} \rangle$ , середню арифметичну  $\langle v \rangle$  і найбільш імовірну  $v_i$  швидкості молекул водню. Обчислення виконати для трьох значень температури: а)  $T = 20 \text{ К}$ ; б)  $T = 300 \text{ К}$ ; в)  $T = 5 \text{ кК}$ .

**90 (7-6)** Визначити середню арифметичну швидкість  $\langle v \rangle$  молекул газу, якщо їх середня квадратична швидкість  $\langle v_{кв} \rangle = 1 \text{ км/с}$ .

### *Домашнє завдання*

**91 (7-7)** У балоні місткістю  $V=3 \text{ л}$  міститься кисень масою  $m=4 \text{ г}$ . Визначити кількість речовини  $\nu$  газу і концентрацію  $n$  його молекул.

**92 (7-8)** Визначити кількість речовини  $\nu$  і число  $N$  молекул газу, що міститься в колбі місткістю  $V=240 \text{ см}^3$  при температурі  $T=290 \text{ К}$  і тиску  $P=50 \text{ кПа}$ .

**93 (7-9)** Визначити середню кінетичну енергію  $\langle \varepsilon_{II} \rangle$  поступального руху і середнє значення  $\langle \varepsilon \rangle$  повної кінетичної енергії молекули водяної пари при температурі  $T = 600 \text{ К}$ . Знайти також кінетичну енергію  $W$  поступального руху всіх молекул пари, що містить кількість речовини  $\nu = 1 \text{ кмоль}$ .

**94 (7-10)** Визначити середнє значення  $\langle \varepsilon \rangle$  повної кінетичної енергії однієї молекули гелію, кисню і водяної пари при температурі  $T = 400 \text{ К}$ .

**95 (7-11)** При якій температурі  $T$  молекули кисню мають таку саму середню квадратичну швидкість  $\langle v_{кв} \rangle$ , як молекули водню при температурі  $T_1 = 100 \text{ К}$ ?

**96 (7-12)** Визначити найбільш імовірну швидкість  $v_i$  молекул водню при температурі  $T = 400 \text{ К}$ .

## **8 ПЕРШИЙ І ДРУГИЙ ПРИНЦИПИ ТЕРМОДИНАМІКИ**

### *Зведення основних формул розділу*

1 Зв'язок між молярною ( $C_\mu$ ) і питомою ( $c$ ) теплоємностями газу



$$C_{\mu} = c\mu,$$

де  $\mu$  – молярна маса газу.

2 Молярні теплоємності при сталому об'ємі і сталому тиску відповідно дорівнюють

$$C_V = \frac{iR}{2}, \quad C_p = \frac{(i+2)R}{2},$$

де  $i$  – кількість ступенів вільності.

3 Питомі теплоємності при постійному об'ємі і постійному тиску відповідно дорівнюють

$$c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}, \quad c_p = \frac{(i+2)}{2} \frac{R}{M}.$$

4 Рівняння Р. Майєра

$$C_p - C_V = R.$$

5 Показник адіабати

$$\gamma = \frac{c_p}{c_V}, \quad \text{або} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_V}, \quad \text{або} \quad \gamma = \frac{(i+2)}{i}.$$

6 Внутрішня енергія ідеального газу

$$U = N \langle \varepsilon \rangle, \quad \text{або} \quad U = \nu C_V T,$$

де  $\langle \varepsilon \rangle$  - середня кінетична енергія молекули;  $N$  – кількість молекул газу;  $\nu$  – кількість речовини.

7 Робота, що пов'язана зі зміною об'єму газу, в загальному випадку обчислюється за формулою

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV ,$$

де  $V_1$  – початковий об'єм газу;  $V_2$  – кінцевий об'єм газу.  
Робота при ізобаричному процесі ( $P = \text{const}$ )

$$A = P(V_2 - V_1),$$

– при ізотермічному процесі ( $T = \text{const}$ )

$$A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1},$$

– при адіабатичному процесі

$$A = \frac{m}{\mu} C_V \ln(T_1 - T_2), \text{ або } A = \frac{RT}{\gamma - 1} \frac{m}{\mu} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right],$$

де  $T_1$  – початкова температура газу;  $T_2$  – кінцева температура газу.

8 Рівняння Пуассона (рівняння газового стану при адіабатичному процесі)

$$PV^\gamma = \text{const} .$$

9 Зв'язок між початковими і кінцевими значеннями параметрів стану газу при адіабатичному процесі

$$\frac{P_2}{P_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1}, \quad \frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} .$$

10 Перший принцип термодинаміки в загальному випадку:

$$Q = \Delta U + A,$$

де  $Q$  – кількість теплоти, що передана газу;  $\Delta U$  – зміна внутрішньої енергії;  $A$  – робота, що здійснюється газом проти зовнішніх сил.

Перший принцип термодинаміки при ізобаричному процесі

$$Q = \Delta U + A = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T + \frac{m}{\mu} R \Delta T = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T;$$

– при ізохоричному процесі ( $A = 0$ )

$$Q = \Delta U = \frac{m}{\mu} C_V \Delta T;$$

– при ізотермічному процесі ( $\Delta U = 0$ )

$$Q = A = \frac{m}{\mu} R T \ln \frac{V_2}{V_1};$$

– при адиабатичному процесі ( $Q = 0$ )

$$Q = -\Delta U = -\frac{m}{\mu} C_V \Delta T.$$

11 Термічний коефіцієнт корисної дії (ККД) циклу в загальному випадку

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

де  $Q_1$  – кількість теплоти, що отримало робоче тіло (газ) від нагрівника;  $Q_2$  – кількість теплоти, передана робочим тілом (газом) охолоджувачу.

ККД циклу Карно

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \text{ або } \eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де  $T_1$  - температура нагрівника,  $T_2$  - температура охолоджувача.  
12 Зміна ентропії

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T},$$

де  $A$  і  $B$  – границі інтегрування, що відповідають початковому і кінцевому стану системи. Оскільки процес рівноважний, інтегрування відбувається за будь-яким шляхом.

13 Формула Больцмана

$$S = k \ln W,$$

де  $S$  – ентропія системи;  $W$  - термодинамічна імовірність її стану;  
 $k$  - стала Больцмана.

### ***Задачі для розв'язання на практичному занятті***

**97 (8-1)** Водень займає об'єм  $V_1 = 10 \text{ м}^3$  при тиску  $P_1 = 100 \text{ кПа}$ . Газ нагріли при сталому об'ємі до тиску  $P_2 = 300 \text{ кПа}$ . Визначити: а) зміну  $\Delta U$  внутрішньої енергії; б) роботу  $A$ , що здійснюється газом; в) кількість теплоти  $Q$ , повідомлену газу.

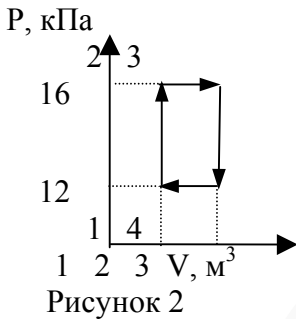
**98 (8-2)** Кисень при незмінному тиску  $P = 80 \text{ кПа}$  нагрівається. Його об'єм збільшується від  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  до  $V_2 = 3 \text{ м}^3$ . Визначити: а) зміну  $\Delta U$  внутрішньої енергії; б) роботу  $A$ , здійснену ним при розширенні; в) кількість теплоти  $Q$ , передану газу.

**99 (8-3)** Яка частина  $\omega_1$  кількості теплоти  $Q_1$ , що підводиться до ідеального газу при ізобаричному процесі, витрачається на збільшення  $\Delta U$  внутрішньої енергії газу і яка частина  $\omega_2$  - на роботу

$A$  розширення? Розглянути три випадки, якщо газ: а) одно-атомний; б) двохатомний; в) багатоатомний.

**100 (8-4)** При адіабатичному стискуванні кисню масою  $m = 1$  кг здійснена робота  $A = 100$  кДж. Визначити кінцеву температуру  $T_2$  газу, якщо до стискування кисень перебував при температурі  $T_1 = 300$  К.

**101 (8-5)** Ідеальний двохатомний газ, що містить кількість речовини  $\nu = 1$  кмоль, виконує замкнутий цикл, графік якого зображений на рис. 2. Визначити: а) кількість теплоти  $Q_1$ , що отримана від нагрівника; б) кількість теплоти  $Q_2$ , передану охолоджувачу; в) роботу  $A$ , що здійснюється газом за цикл; г) термічний ККД  $\eta$  циклу.



**102 (8-6)** Змішали воду масою  $m_1=5$  кг при температурі  $T_1=280$  К з водою масою  $m_2 = 8$  кг при температурі  $T_2 = 350$  К. Знайти: а) температуру  $\theta$  суміші; б) зміну  $\Delta S$  ентропії, що відбувається при змішуванні.

**103 (8-7)** Знайти зміну  $\Delta S$  ентропії при ізобаричному розширенні азоту масою  $m = 4$  г від об'єму  $V_1 = 5$  л до об'єму  $V_2 = 9$  л.

**104 (8-8)** Кисень масою  $m = 2$  кг збільшив свій об'єм у  $n = 5$  разів: перший раз ізотермічно, другий - адіабатично. Знайти зміни ентропії у кожному із зазначених процесів.

*Домашнє завдання*

**105 (8-9)** Азот масою  $m = 5$  кг, нагрітий на  $\Delta T = 150$  К, зберіг незмінним об'єм  $V$ . Знайти: а) кількість теплоти  $Q$ , передану газу; б) зміну  $\Delta U$  внутрішньої енергії; в) виконану газом роботу  $A$ .

**106 (8-10)** Азот нагрівався при сталому тиску, причому йому передана кількість теплоти  $Q = 21$  кДж. Визначити роботу  $A$ , що виконав при цьому газ, і зміну  $\Delta U$  його внутрішньої енергії.

**107 (8-11)** Азот, що займав об'єм  $V_1 = 10$  л під тиском  $P_1 = 0,2$  МПа, ізотермічно розширився до об'єму  $V_2 = 28$  л. Визначити роботу  $A$  розширення газу.

**108 (8-12)** При адіабатичному розширенні кисню з початковою температурою  $T_1 = 320$  К його внутрішня енергія зменшилася на  $\Delta U = 8,4$  кДж, а об'єм збільшився в  $n = 10$  разів. Визначити масу  $m$  кисню.

**109 (8-13)** Визначити роботу  $A$  адіабатичного розширення водню масою  $m = 4$  г, якщо температура газу знизилася на  $\Delta T = 10$  К.

**110 (8-14)** У результаті ізохоричного нагрівання водню масою  $m = 1$  г тиск  $P$  газу збільшився у два рази. Визначити зміну  $\Delta S$  ентропії газу.

**111 (8-15)** Лід масою  $m_1 = 2$  кг при температурі  $t_1 = 0^\circ\text{C}$  перетворився у воду тієї самої температури за допомогою пари, що має температуру  $t_2 = 100^\circ\text{C}$ . Визначити масу  $m_2$  витраченої пари. Чому дорівнює зміна  $\Delta S$  ентропії системи лід - пара?

**112 (8-16)** Водень масою  $m = 100$  г ізобарично нагрітий так, що об'єм його збільшився в  $n = 3$  рази, потім водень ізохорично охолодили так, що тиск його зменшився в  $n = 3$  рази. Знайти зміну  $\Delta S$  ентропії у ході зазначених процесів.

## ***9 СТАТИСТИЧНІ РОЗПОДІЛИ***

### ***Зведення основних формул розділу***

1 Розподіл Больцмана (розподіл частинок у силовому полі)

$$n = n_0 e^{-\frac{U}{kT}},$$

де  $n$  - концентрація частинок,  $U$ -їх потенціальна енергія;  $n_0$  - концентрація частинок у точках поля, де  $U = 0$ ;  $k$  - стала Больцмана;  $T$  - термодинамічна температура.

2 Барометрична формула (розподіл тиску в однорідному полі сили тяжіння)

$$P = P_0 e^{-\frac{mgz}{kT}}, \text{ або } P = P_0 e^{-\frac{\mu gz}{RT}},$$

де  $P$  - тиск газу;  $m$  - маса частинки;  $\mu$  - молярна маса;  $z$  - координата (висота) точки відносно до нульового рівня;  $P_0$  - тиск на цьому рівні;  $g$  - прискорення вільного падіння;  $R$  - газова стала.

3 Імовірність того, що фізична величина  $x$ , що характеризує молекулу, лежить в інтервалі значень від  $x$  до  $x+dx$  і дорівнює

$$dW(x) = f(x)dx,$$

де  $f(x)$  - функція розподілу молекул за значеннями даної фізичної величини  $x$  (густина імовірності).

4 Кількість молекул, для яких фізична величина  $x$ , що характеризує їх, лежить в інтервалі значень від  $x$  до  $x+dx$

$$dN = NdW(x) = Nf(x)dx.$$

5 Розподіл Максвела (розподіл молекул за швидкостями) виражається двома співвідношеннями:

а) кількість молекул, швидкості яких лежать у межах від  $v$  до  $v+dv$  :

$$dN(v) = Nf(v)dv = 4\pi N \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} v^2 dv,$$

де  $f(v)$  - функція розподілу молекул за абсолютними значеннями швидкостей, яка виражає відношення імовірності того, що швидкість молекули лежить в інтервалі від  $v$  до  $v+dv$ , до величини цього інтервалу, а також частину кількості молекул, швидкості яких

лежать у зазначеному інтервалі;  $N$  - загальна кількість молекул;  $m$  - маса молекули;

б) кількість молекул, відносні швидкості яких лежать у межах від  $u$  до  $u+du$  :

$$dN(u) = Nf(u)du = \frac{4}{\sqrt{\pi}} Ne^{-u^2} u^2 du ,$$

де  $u = \frac{v}{v_i}$  - відносна швидкість, яка дорівнює відношенню швидкості  $v$  до найбільш імовірної швидкості  $v_i$ ;  $f(u)$  - функція розподілу за відносними швидкостями.

6 Розподіл молекул за імпульсами. Кількість молекул, імпульси яких лежать у межах від  $p$  до  $p+dp$  :

$$dN(p) = Nf(p)dp = 4\pi N \left( \frac{1}{2\pi mkT} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{p^2}{2mkT}} p^2 dp ,$$

де  $f(p)$  - функція розподілу за імпульсами.

7 Розподіл молекул за енергіями. Кількість молекул, енергії яких лежать у межах від  $\varepsilon$  до  $\varepsilon + d\varepsilon$  :

$$dN(\varepsilon) = Nf(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{\pi}} N \frac{e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}}{(kT)^{\frac{3}{2}}} \varepsilon^{\frac{1}{2}} d\varepsilon ,$$

де  $f(\varepsilon)$  - функція розподілу за енергіями.

8 Середнє значення фізичної величини в загальному випадку

$$\langle x \rangle = \frac{\int xf(x)dx}{\int f(x)dx} ,$$



у випадку, якщо функція розподілу нормована на одиницю

$$\langle x \rangle = \int xf(x)dx ,$$

де  $f(x)$  - функція розподілу, а інтегрування проводиться за всіма змінами величини  $x$  .

Наприклад, середнє значення швидкості (середня арифметична швидкість)

$$\langle v \rangle = \int_0^{\infty} vf(v)dv ;$$

– середня квадратична швидкість

$$\langle v_{кв} \rangle = \langle v^2 \rangle^{\frac{1}{2}} ,$$

$$\text{де } \langle v^2 \rangle = \int_0^{\infty} v^2 f(v)dv ;$$

– середня кінетична енергія поступального руху

$$\langle \varepsilon \rangle = \int_0^{\infty} \varepsilon f(\varepsilon)d\varepsilon .$$

9 Середня кількість співударів, що зазнає одна молекула газу за одиницю часу

$$\langle z \rangle = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle ,$$

де  $d$  - ефективний діаметр молекули,  $n$  - концентрація молекул,  $\langle v \rangle$  - середня арифметична швидкість молекул.

10 Середня довжина вільного пробігу молекул газу

$$\langle l \rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi d^2 n}}$$

11 Імпульс, що переноситься молекулами із одного шару газу в інший через елемент поверхні

$$dp = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S dt,$$

де  $\eta$  - динамічна в'язкість газу;  $\frac{dv}{dz}$  - градієнт (поперечний) швидкості течії його шарів;  $\Delta S$  - площа елемента поверхні;  $dt$  - час переносу.

12 Динамічна в'язкість

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

де  $\rho$  - густина газу (рідини);  $\langle v \rangle$  - середня швидкість хаотичного руху його молекул;  $\langle l \rangle$  - їх середня довжина вільного пробігу.

Закон Ньютона

$$F = \frac{dp}{dt} = \eta \frac{dv}{dz} \Delta S,$$

де  $F$  - сила внутрішнього тертя між шарами газу, що рухаються.

13 Закон Фур'є

$$\Delta Q = -\lambda \frac{dT}{dx} S \Delta t,$$

де  $\Delta Q$  - теплота, що проходить внаслідок теплопровідності через переріз площею  $S$  за час  $\Delta t$ ;  $\lambda$  - коефіцієнт теплопровідності;  $\frac{dT}{dx}$  - градієнт температури.

Коефіцієнт теплопровідності газу дорівнює

$$\lambda = \frac{1}{3} c_V \rho \langle v \rangle \langle l \rangle, \text{ або } \lambda = \frac{1}{6} k n \langle v \rangle \langle l \rangle,$$

де  $c_V$  - питома теплоємність газу при сталому об'ємі;  $\rho$  - густина газу;  $\langle v \rangle$  - середня арифметична швидкість його молекули;  $\langle l \rangle$  - середня довжина вільного пробігу молекул.

16 Закон Фіка

$$\Delta m = -D \frac{dn}{dx} m_1 S \Delta t,$$

де  $\Delta m$  - маса газу, перенесена внаслідок дифузії через поверхню площею  $S$  за час  $\Delta t$ ;  $D$  - коефіцієнт дифузії;  $\frac{dn}{dx}$  - градієнт концентрації молекул;  $m_1$  - маса однієї молекули.

16 Коефіцієнт дифузії

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle l \rangle.$$

### *Задачі для розв'язання на практичному занятті*

**113 (9-1)** Наскільки зменшиться атмосферний тиск  $P = 100$  кПа при підйомі спостерігача над поверхнею Землі на висоту  $h = 100$  м? Вважати, що температура  $T$  повітря дорівнює 290 К і не змінюється з висотою.

**114 (9-2)** Яка імовірність  $W$  того, що дана молекула ідеального газу має швидкість, відмінну від  $\frac{1}{2}v_i$  не більше ніж на 1%?

**115 (9-3)** Знаючи функцію розподілу молекул за швидкостями, визначити середню арифметичну швидкість  $\langle v \rangle$  молекул.

**116 (9-4)** Вивести формулу найбільш імовірного імпульсу  $p_i$  молекул ідеального газу.

**117 (9-5)** Знайти співвідношення для імпульсу молекул ідеального газу, енергії яких дорівнюють найбільш імовірному значенню енергії.

**118 (9-6)** Визначити, у скільки разів середня кінетична енергія  $\langle \varepsilon_{пл} \rangle$  поступального руху молекул ідеального газу відрізняється від

найбільш імовірного значення  $\varepsilon_{II}$  кінетичної енергії поступального руху при тій самій температурі.

### *Домашнє завдання*

**119 (9-7)** На якій висоті  $h$  над поверхнею Землі атмосферний тиск удвічі менший, ніж на її поверхні? Вважати, що температура  $T$  повітря дорівнює 290 К і не змінюється з висотою.

**120 (9-8)** У центрифугі з ротором радіусом  $a$ , що дорівнює 0,5 м, при температурі  $T = 300$  К міститься в газоподібному стані речовина з відносною молекулярною масою  $\mu_r = 10^3$ . Визначити відношення  $n_a/n_o$  концентрацій молекул біля стінок ротора і у центрі його, якщо ротор обертається із частотою  $n = 30$  с<sup>-1</sup>.

**121 (9-9)** Знайти імовірність  $W$  того, що дана молекула ідеального газу має швидкість, відмінну від  $2v_i$  не більше ніж на 1 %.

**122 (9-10)** Знайти кількість  $N$  молекул ідеального газу, що мають імпульс, значення якого точно дорівнює найбільш імовірному значенню  $p_i$ .

**123 (9-11)** Знайти співвідношення для середньої кінетичної енергії  $\langle \varepsilon_{II} \rangle$  поступального руху молекул. Функцію розподілу молекул за енергіями вважати відомою.

**124 (9-12)** Знайти співвідношення для кінетичної енергії молекул ідеального газу, імпульси яких мають найбільш імовірне значення  $p_i$ .

## ***10 РЕАЛЬНІ ГАЗИ. КАПЛЯРНІ ЯВИЩА***

### *Зведення основних формул розділу*

1 Рівняння Ван-дер-Ваальса для одного моля газу

$$\left( P + \frac{a}{V_{\mu}^2} \right) (V_{\mu} - b) = RT,$$

для довільної кількості речовини  $\nu$  газу

$$\left( P + \frac{\nu^2 a}{V^2} \right) (V - \nu b) = \nu RT,$$

де  $a$  і  $b$  – сталі Ван-дер-Ваальса (розраховані на один моль газу);  $V$  — об'єм, що займає газ;  $V_{\mu}$  - молярний об'єм;  $P$  - тиск газу на стінки посудини.

$$P' = \frac{a}{V_m^2}, \text{ або } P' = \frac{\nu^2 a}{V^2} - \text{внутрішній тиск, обумовлений силами}$$

взаємодії молекул.

2 Зв'язок критичних параметрів - об'єму, тиску і температури газу – зі сталими  $a$  і  $b$  Ван-дер-Ваальса

$$V_{\mu \text{кр}} = 3b, \quad p_{\text{кр}} = \frac{a}{27b^2}, \quad T_{\text{кр}} = \frac{8a}{27Rb}.$$

3 Внутрішня енергія реального газу

$$U = \nu \left( C_V T - \frac{a}{V_{\mu}} \right),$$

де  $C_V$  – молярна теплоємність газу при сталому об'ємі.

4 Поверхневий натяг

$$\sigma = \frac{F}{l},$$

де  $F$  – сила поверхневого натягу, що діє на контур  $l$ , який обмежує поверхню рідини, або

$$\sigma = \frac{\Delta E}{\Delta S},$$

де  $\Delta E$  – зміна вільної енергії поверхневої плівки рідини, пов'язана зі зміною площі  $\Delta S$  поверхні цієї плівки.

5 Формула Лапласа в загальному випадку

$$P = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

де  $P$  – тиск, що створює вигнута поверхня рідини;  $\sigma$  – поверхневий натяг;  $R_1$  і  $R_2$  – радіуси кривини двох взаємно перпендикулярних перерізів поверхні рідини.

У випадку сферичної поверхні

$$P = \frac{2\sigma}{R}.$$

6 Висота піднімання рідини в капілярній трубці

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g R},$$

де  $\theta$  – крайовий кут;  $R$  – радіус каналу трубки;  $\rho$  – густина рідини;  $g$  – прискорення вільного падіння.

7 Висота піднімання рідини між двома близькими паралельними площинами

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho g d},$$

де  $d$  – відстань між площинами.

### Задачі для розв'язання на практичному занятті

**125 (10-1)** У посудині об'ємом  $V = 0,3$  л міститься вуглекислий газ, що вміщує кількість речовини  $\nu = 1$  моль при температурі  $T = 300$  К. Визначити тиск  $P$  газу: а) за рівнянням Менделєєва - Клапейрона; б) за рівнянням Ван-дер-Ваальса.

**126 (10-2)** Тиск  $P$  кисню дорівнює 7 МПа, його густина  $\rho = 100$  кг/м<sup>3</sup>. Знайти температуру  $T$  кисню.

**127 (10-3)** Обчислити критичні температуру  $T_{кр}$  і тиск  $P_{кр}$ : а) кисню; б) води.

**128 (10-4)** Маса  $m$  100 крапель спирту, що витікає з капіляра, дорівнює 0,71 г. Визначити поверхневий натяг  $\sigma$  спирту, якщо діаметр  $d$  шийки краплі в момент відриву дорівнює 1 мм.

**129 (10-5)** Дві краплі ртуті радіусом  $r = 1$  мм кожна злилися в одну велику краплю. Яка енергія  $E$  виділиться при цьому злитті? Вважати процес ізотермічним.

**130 (10-6)** Різниця  $\Delta h$  рівнів рідини в колінах U-подібної трубки дорівнює 23 мм. Діаметри  $d_1$  і  $d_2$  каналів у колінах трубки дорівнюють відповідно 2 і 0,4 мм. Густина  $\rho$  рідини складає 0,8 г/см<sup>3</sup>. Визначити поверхневий натяг  $\sigma$  рідини.

**131 (10-7)** Капілярна трубка діаметром  $d = 0,5$  мм наповнена водою. На нижньому кінці трубки вода зависла у вигляді краплі. Цю краплю можна прийняти за частину сфери радіуса  $r = 3$  мм. Знайти висоту  $h$  стовпчика води в трубці.

### Домашнє завдання

**132 (10-8)** Внутрішню порожнину товстостінного сталевого балона наполовину заповнили водою при кімнатній температурі. Після цього балон герметично закупорили і нагріли до температури  $T = 650$  К. Визначити тиск  $P$  водяної пари в балоні при цій температурі.

**133 (10-9)** Визначити тиск  $P$  водяної пари масою 1 кг, узятої при температурі  $T = 380$  К і об'ємі  $V$ : а) 1000 л; б) 10 л; в) 2 л.

**134 (10-10)** Визначити густину  $\rho$  водяної пари у критичному стані.

**135 (10-11)** Трубка має діаметр  $d_1 = 0,2$  см. На нижньому кінці трубки зависла крапля води, що має у момент відриву вигляд кульки. Знайти діаметр  $d_2$  цієї краплі.

**136 (10-12)** Повітряний пухирець діаметром  $d = 2$  мкм міститься у воді біля самої її поверхні. Визначити густину  $\rho$  повітря у пухирці, якщо повітря над поверхнею води знаходиться при нормальних умовах.

**137 (10-13)** У воду опущена на дуже малу глибину скляна трубка з діаметром  $d$  внутрішнього каналу, що дорівнює 1 мм. Знайти масу  $m$  води, що увійшла у трубку.

**138 (10-14)** Широке коліно U-подібного ртутного манометра має діаметр  $d_1 = 4$  см, вузьке  $d_2 = 0,25$  см. Різниця  $\Delta h$  рівнів ртуті в обох колінах дорівнює 200 мм. Знайти тиск  $P$ , що показує манометр, беручи до уваги поправку на капілярність.

### **III МОДУЛЬ**

## **11 МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ**

### **Зведення основних формул розділу**

#### **1 Рівняння гармонічних коливань**

$$x = A \cos(\omega t + \varphi),$$

де  $x$  – зміщення точки, що коливається, відносно положення рівноваги;  $t$  – час;  $A$ ,  $\omega$ ,  $\varphi$  – відповідно амплітуда, циклічна частота, початкова фаза коливань;  $(\omega t + \varphi)$  – фаза коливань у момент  $t$ .

#### **2 Циклічна частота коливань**

$$\omega = 2\pi\nu, \text{ або } \omega = \frac{2\pi}{T},$$



де  $\nu$  і  $T$  - частота і період коливань.

3 Швидкість точки, що здійснює гармонічні коливання

$$v = \dot{x} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi).$$

4 Прискорення при гармонічному коливанні

$$a = \ddot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi).$$

5 Диференціальне рівняння гармонічних коливань матеріальної точки

$$m\ddot{x} = -kx, \text{ або } \ddot{x} + \omega^2 x = 0,$$

де  $m$  - маса точки;  $k$  - коефіцієнт квазіпружної сили ( $k = m\omega^2$ ).

6 Повна енергія матеріальної точки, яка здійснює гармонічні коливання

$$E = \frac{1}{2} mA^2 \omega^2 = \frac{1}{2} kA^2.$$

7 Період коливань тіла, підвешеного на пружині (пружинний маятник)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

де  $m$  - маса тіла;  $k$  - жорсткість пружини.

Формула є справедливою для пружних коливань у межах, в яких виконується закон Гука (при малій масі пружини порівняно з масою тіла).

Період коливань математичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

де  $l$  - довжина маятника;  $g$  - прискорення вільного падіння.

Період коливань фізичного маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mga}},$$

де  $J$  - момент інерції тіла, що коливається, відносно осі коливань;  
 $a$  - відстань центра мас маятника від осі коливань;  $L = \frac{J}{ma}$  - зведена

довжина фізичного маятника.

Наведені формули є точними для випадку нескінченно малих амплітуд. Для кінцевих амплітуд ці формули дають лише наближені результати. Для амплітуд не більше  $\sim 3^\circ$  похибка в значенні періоду не перевищує 1%.

Період крутильних коливань тіла, підвішеного на пружній нитці,

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{k}},$$

де  $J$  - момент інерції тіла відносно осі, яка збігається з пружною ниткою;  $k$  - жорсткість пружної нитки, яка дорівнює відношенню пружного моменту, що виникає при закрученні нитки, до кута, на який нитка закручується.

### ***Задачі для розв'язання на практичному занятті***

**139 (11-1)** Визначити період  $T$ , частоту  $\nu$  і початкову фазу  $\varphi$  коливань, заданих рівнянням  $x = A \sin \omega(t + \tau)$ , де  $\omega = 2,5\pi \text{ c}^{-1}$ ,  $\tau = 0,4\text{c}$ .

**140 (11-2)** Точка виконує коливання за законом  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ , де  $A = 2 \text{ см}$ ;  $\omega = \pi \text{ c}^{-1}$ ;  $\varphi = \pi/4$  рад. Побудувати графіки залежності від часу: а) зміщення  $x(t)$ ; б) швидкості  $\dot{x}(t)$ ; в) прискорення  $\ddot{x}(t)$  точки.

**141 (11-3)** Визначити максимальні значення швидкості  $\dot{x}_{\max}$  і прискорення  $\ddot{x}_{\max}$  точки, що виконує гармонічні коливання з амплітудою  $A = 3 \text{ см}$  і циклічною частотою  $\omega = \pi/2 \text{ c}^{-1}$ .

**142 (11-4)** Точка виконує гармонічні коливання. Найбільше зміщення  $x_{\max}$  дорівнює 10 см, найбільша швидкість  $\dot{x}_{\max} = 20$  см/с. Знайти циклічну частоту  $\omega$  коливань і максимальне прискорення  $\ddot{x}_{\max}$ .

**143 (11-5)** Точка виконує коливання за законом  $x = A \sin \omega t$ . У деякий момент часу зміщення  $x_1$  точки виявилось рівним 5 см. Коли фаза коливань збільшилася вдвічі, зміщення  $x_2$  стало дорівнювати 8 см. Знайти амплітуду  $A$  коливань.

### *Домашнє завдання*

**144 (11-6)** Рівняння коливань точки має вигляд  $x = A \cos \omega (t + \tau)$ , де  $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$ ;  $\tau = 0,2$  с. Визначити період  $T$  і початкову фазу  $\varphi$  коливань.

**145 (11-7)** Точка виконує коливання за законом  $x = A \cos (\omega t + \varphi)$ , де  $A = 4$  см. Визначити початкову фазу  $\varphi$ , якщо: а)  $x(0) = 2$  см і  $\dot{x}(0) < 0$ ; б)  $x(0) = 2\sqrt{3}$  см і  $\dot{x}(0) > 0$ ; в)  $x(0) = -2\sqrt{2}$  см і  $\dot{x}(0) < 0$ ; г)  $x(0) = -2\sqrt{3}$  см і  $\dot{x}(0) > 0$ . Побудувати векторну діаграму для моменту  $t = 0$ .

**146 (11-8)** Точка виконує коливання з амплітудою  $A = 4$  см і періодом  $T = 2$  с. Написати рівняння цих коливань, вважаючи, що в момент часу  $t = 0$  зсуву  $x(0) = 0$  і  $\dot{x}(0) < 0$ . Визначити фазу  $(\omega t + \varphi)$  для двох моментів часу: а) коли зміщення  $x = 1$  см і  $\dot{x} > 0$ ; б) коли швидкість  $\dot{x} = 6$  см/с і  $x < 0$ .

**147 (11-9)** Точка виконує коливання за законом  $x = A \cos \omega t$ , де  $A = 5$  см;  $\omega = 2 \text{ с}^{-1}$ . Визначити прискорення  $|\ddot{x}|$  точки в момент часу, коли її швидкість  $\dot{x} = 8$  см/с.

**148 (11-10)** Максимальна швидкість  $\dot{x}_{\max}$  точки, що виконує гармонічні коливання, дорівнює 10 см/с, максимальне прискорення  $\ddot{x}_{\max} = 100 \text{ см/с}^2$ . Знайти циклічну частоту  $\omega$  коливань, їх період  $T$  і амплітуду  $A$ . Написати рівняння коливань, прийнявши, що початкова фаза дорівнює нулю.

**149 (11-11)** Коливання точки відбуваються за законом  $x =$

$=A \cos(\omega t + \varphi)$ . У деякий момент часу зміщення  $x$  точки дорівнює 5 см, її швидкість  $\dot{x} = 20$  см/с і прискорення  $\ddot{x} = -80$  см/с<sup>2</sup>. Знайти амплітуду  $A$ , циклічну частоту  $\omega$ , період  $T$  коливань і фазу  $(\omega t + \varphi)$  у розглянутий момент часу.

## **12 ДОДАВАННЯ КОЛИВАНЬ. ЗАГАСАЮЧІ КОЛИВАННЯ**

### **Зведення основних формул розділу**

1 Амплітуда результуючого коливання, отриманого при додаванні двох коливань з однаковими частотами, що відбуваються за однією прямою, визначається за формулою

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1),$$

де  $A_1$  і  $A_2$  - амплітуди складових коливань.

2 Початкову фазу  $\varphi$  результуючого коливання можна знайти із формули

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

3 Частота биття, що виникає при додаванні двох коливань, які відбуваються за однією прямою з різними, але близькими за значенням частотами  $\nu_1$  і  $\nu_2$ ,

$$\nu = \nu_1 - \nu_2.$$

4 Рівняння траєкторії точки, яка бере участь у двох взаємно перпендикулярних коливаннях з амплітудами  $A_1$  і  $A_2$  і початковими фазами  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ ,

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$

Якщо початкові фази  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$  складових коливань однакові, рівняння траєкторії набуває вигляду

$$\frac{x^2}{A_1^2} + \frac{y^2}{A_2^2} = 1,$$

тобто точка рухається по еліпсу.

5 Диференціальне рівняння загасаючих коливань

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}, \text{ або } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0,$$

де  $r$  - коефіцієнт опору;  $\delta$  - коефіцієнт загасання ( $\delta = \frac{r}{2m}$ );

$\omega_0$  - власна циклічна частота коливань ( $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ).

6 Рівняння загасаючих коливань (розв'язок диференціального рівняння)

$$x = A(t) \cos(\omega t + \varphi),$$

де  $A(t)$  - амплітуда загасаючих коливань в момент  $t$ ;  $\omega$  - їх циклічна частота.

7 Циклічна частота загасаючих коливань

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

8 Залежність амплітуди загасаючих коливань від часу

$$A(t) = A_0 e^{-\delta t},$$

де  $A_0$  - амплітуда коливань у момент  $t = 0$ .

9 Логарифмічний декремент коливань

$$\theta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \delta T,$$

де  $A(t)$  і  $A(t+T)$  - амплітуди двох послідовних коливань, віддалених за часом одне від одного на період.

#### 10 Диференціальне рівняння вимушених коливань

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x} + F_0 \cos \omega t, \text{ або } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t,$$

де  $F_0 \cos \omega t$  - зовнішня періодична сила, яка діє на матеріальну точку, що коливається, і викликає вимушені коливання;  $F_0$  - її амплітудне значення;  $f_0 = \frac{F_0}{m}$ .

#### 11 Амплітуда вимушених коливань

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}.$$

#### 12 Резонансна частота і резонансна амплітуда

$$\omega_{\text{рез}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \text{ і } A_{\text{рез}} = \frac{f_0}{2\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}.$$

### Задачі для розв'язання на практичному занятті

**150 (12-1)** Точка бере участь у двох однаково направлених коливаннях  $x_1 = A_1 \sin \omega t$  і  $x_2 = A_2 \cos \omega t$ , де  $A_1 = 1$  см;  $A_2 = 2$  см;  $\omega = 1$  с<sup>-1</sup>. Визначити амплітуду  $A$  результуючого коливання, його частоту  $\nu$  і початкову фазу  $\varphi$ . Знайти рівняння цього руху.

**151 (12-2)** Складаються два взаємно перпендикулярних коливання, що описуються рівняннями  $x = A_1 \sin \omega t$  і  $y = A_2 \cos \omega(t + \tau)$ , де  $A_1 = 2$  см;  $A_2 = 1$  см;  $\omega = \pi$  с<sup>-1</sup>;  $\tau = 0,5$  с. Знайти рівняння траєкторії і побудувати її, зазначивши напрямок руху точки.

**152 (12-3)** Амплітуда загасаючих коливань маятника за час  $t_1 = 5$  хв зменшилася у два рази. За який час  $t_2$ , рахуючи від початкового моменту, амплітуда зменшиться у вісім разів?

**153 (12-4)** Амплітуда коливань маятника довжиною  $l = 1$  м за час  $t = 10$  хв. зменшилася у два рази. Визначити логарифмічний декремент коливань  $\theta$ .

**154 (12-5)** Гиря масою  $m = 500$  г підвішена до спіральної пружини жорсткістю  $k = 20$  Н/м і виконує пружні коливання у деякому середовищі. Логарифмічний декремент коливань  $\theta = 0,004$ . Визначити кількість  $N$  повних коливань, які повинна зробити гиря, щоб амплітуда коливань зменшилася в  $n = 2$  рази. За який час  $t$  відбудеться це зменшення?

**155 (12-6)** Визначити період  $T$  загасаючих коливань, якщо період  $T_0$  власних коливань системи дорівнює 1 с і логарифмічний декремент коливань  $\theta = 0,628$ .

**156 (12-7)** Знайти кількість  $N$  повних коливань системи, протягом яких енергія системи зменшилася в  $n = 2$  рази. Логарифмічний декремент коливань  $\theta = 0,01$ .

**157 (12-8)** Вагон масою  $m = 80$  т має чотири ресори. Жорсткість  $k$  пружин кожної ресори дорівнює 500 кН/м. При якій швидкості у вагон почне сильно розгойдуватися внаслідок поштовхів на стиках рейок, якщо довжина  $l$  рейки дорівнює 12,8 м?

### *Домашнє завдання*

**158 (12-9)** Визначити амплітуду  $A$  і початкову фазу  $\varphi$  результуючого коливання, що виникає при додаванні двох коливань однакових напрямків і періодів:  $x_1 = A_1 \sin \omega t$  і  $x_2 = A_2 \sin \omega(t + \tau)$ , де  $A_1 = A_2 = 1$  см;  $\omega = \pi$  с<sup>-1</sup>;  $\tau = 0,5$  с. Знайти рівняння результуючого коливання.

**159 (12-10)** Точка бере участь одночасно у двох гармонічних коливаннях, що відбуваються у взаємно перпендикулярних напрямках і описуються рівняннями  $x = A_1 \cos \omega t$  і  $x_2 = A_2 \cos \omega(t + \tau)$ , де  $A_1 = 4$  см;  $A_2 = 8$  см;  $\omega = \pi$  с<sup>-1</sup>;  $\tau = 1$  с. Знайти рівняння траєкторії точки і побудувати графік її руху.

**160 (12-11)** За час  $t = 8$  хв. амплітуда загасаючих коливань маятника зменшилася у три рази. Визначити коефіцієнт загасання  $\delta$ .

**161 (12-12)** Логарифмічний декремент коливань  $\theta$  маятника дорівнює 0,003. Визначити кількість  $N$  повних коливань, які повинен зробити маятник, щоб їх амплітуда зменшилася у два рази.

**162 (12-13)** Тіло масою  $m = 5$  г бере участь у загасаючих коливаннях. Протягом часу  $t = 50$  с тіло втратило 60% своєї енергії. Визначити коефіцієнт опору середовища  $r$ .

**163 (12-14)** Тіло масою  $m = 1$  кг міститься у в'язкому середовищі з коефіцієнтом опору  $r = 0,05$  кг/с. За допомогою двох однакових пружин жорсткістю  $k = 50$  Н/м кожне тіло утримується в положенні рівноваги, пружини при цьому не деформовані. Тіло змістили від положення рівноваги і відпустили. Визначити: а) коефіцієнт згасання  $\delta$ ; б) частоту  $\nu$  коливань; в) логарифмічний декремент коливань  $\theta$ ; г) кількість  $N$  коливань, після яких амплітуда зменшиться в  $e$  разів.

**164 (12-15)** Коливальна система приймає участь у загасаючих коливаннях з частотою  $\nu = 1000$  Гц. Визначити частоту  $\nu_0$  власних коливань, якщо резонансна частота  $\nu_{рез} = 998$  Гц.

**165 (12-16)** Визначити, наскільки резонансна частота відрізняється від частоти  $\nu_0 = 1$  кГц власних коливань системи, що характеризується коефіцієнтом загасання  $\delta = 400$  с<sup>-1</sup>.

## 13 ХВИЛІ

### Зведення основних формул розділу

1 Рівняння плоскої хвилі

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \text{ або } \xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx),$$



де  $\xi(x, t)$  - зміщення точок середовища з координатою  $x$  в момент  $t$ ;  $\omega$  - циклічна частота;  $v$  - швидкість поширення коливань в середовищі (фазова швидкість);  $k$  - хвильове число ( $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  - довжина хвилі).

2 Довжина хвилі пов'язана з періодом  $T$  і частотою  $\nu$  співвідношеннями

$$\lambda = vT \text{ і } \lambda = \frac{v}{\nu}.$$

3 Різниця фаз коливань двох точок середовища, відстань між якими (різниця ходу) дорівнює  $\Delta x$ ,

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x,$$

де  $\lambda$  - довжина хвилі.

4 Рівняння стоячої хвилі

$$\xi(x, t) = A \cos \omega \frac{x}{v} \cos \omega t \text{ або } \xi(x, t) = A \cos kx \cos \omega t.$$

5 Фазова швидкість поздовжніх хвиль у пружному середовищі: – у твердих тілах

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

де  $E$  - модуль Юнга;  $\rho$  - густина речовини;

– у газах:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}, \text{ або } v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}},$$

де  $\gamma$  - показник адіабати ( $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$  - відношення питомих теплоємностей газу при сталих тиску та об'ємі);  $R$  - газова стала;  $T$  - термодинамічна температура;  $\mu$  - молярна маса;  $P$  - тиск газу.

### 6 Акустичний ефект Доплера

$$\nu = \frac{\nu + u_{np}}{\nu - u_{дж}} \nu_0,$$

де  $\nu$  - частота звуку, що сприймається приладом (або вухом), який рухається;  $\nu$  - швидкість звуку в середовищі;  $u_{np}$  - швидкість приладу відносно середовища;  $u_{дж}$  - частота звуку, що випромінює джерело.

### 7 Амплітуда звукового тиску

$$P_0 = 2\pi\nu\rho\nu A,$$

де  $\nu$  - частота звуку;  $A$  - амплітуда коливань частинок середовища;  $\nu$  - швидкість звуку в середовищі;  $\rho$  - його густина.

### 8 Середня об'ємна густина енергії звукового поля

$$\langle w \rangle = \frac{1}{2} \rho \dot{\xi}_0^2 = \frac{1}{2} \frac{P_0^2}{\rho \nu^2} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 A^2,$$

де  $\dot{\xi}_0$  - амплітуда швидкості частинок середовища;  $\omega$  - колова частота звукових хвиль.

### 9 Енергія звукового поля, яке розміщене у деякому об'ємі $V$

$$W = \langle w \rangle V.$$

### 10 Потік звукової енергії

$$\Phi = \frac{W}{t},$$

де  $W$  - енергія, що переноситься через дану поверхню за час  $t$ .

11 Інтенсивність звуку (густина потоку звукової енергії)

$$I = \frac{\Phi}{S}.$$

12 Інтенсивність звуку пов'язана з середньою об'ємною густиною енергії звукового поля співвідношенням

$$I = \langle w \rangle v,$$

де  $v$  - швидкість звуку в середовищі.

13 Зв'язок потужності  $N$  точкового ізотропного джерела звуку з інтенсивністю звуку

$$I = \frac{N}{4\pi r^2},$$

де  $r$  - відстань від джерела звуку до точки звукового поля, в якій визначається інтенсивність.

14 Рівень інтенсивності звуку (рівень звукової потужності в децибелах)

$$L_p = 10 \cdot \lg \frac{I}{I_0},$$

де  $I_0$  - умовна інтенсивність, яка відповідає нульовому рівню інтенсивності ( $I_0 = 1 \text{ пВт/м}^2$ ).

### *Задачі для розв'язання на практичному занятті*

**166 (13-1)** Задано рівняння плоскої хвилі  $\xi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$ , де  $A = 0,5 \text{ см}$ ;  $\omega = 628 \text{ с}^{-1}$ ;  $k = 2 \text{ м}^{-1}$ . Визначити: а) частоту коливань  $\nu$  і довжину хвилі  $\lambda$ ; б) фазову швидкість  $v$ ; в) максимальні значення швидкості  $\dot{\xi}_{\max}$  і прискорення  $\ddot{\xi}_{\max}$  коливань частинок середовища.

**167 (13-2)** Плоска звукова хвиля має період  $T = 3$  мс, амплітуду  $A = 0,2$  мм і довжину хвилі  $\lambda = 1,2$  м. Для точок середовища, віддалених від джерела коливань на відстань  $x = 2$  м, знайти: а) зміщення  $\xi(x, t)$  у момент  $t = 7$  мс; б) швидкість  $\dot{\xi}$  і прискорення  $\ddot{\xi}$  для того самого моменту часу. Початкову фазу коливань прийняти рівною нулю.

**168 (13-3)** Визначити різницю фаз  $\Delta\varphi$  коливань джерела хвиль, що містяться у пружному середовищі, і точки цього середовища, віддаленій на  $x=2$  м від джерела. Частота  $\nu$  коливань дорівнює 5 Гц; хвилі поширюються зі швидкістю  $v = 40$  м/с.

**169 (13-4)** Знайти швидкість  $v$  звуку в повітрі при температурах  $T_1 = 290$  К і  $T_2 = 350$  К.

**170 (13-5)** Є два джерела, що створюють коливання в однаковій фазі і збуджують у навколишнім середовищі плоскі хвилі однакової частоти і амплітуди ( $A_1 = A_2 = 1$  мм). Знайти амплітуду  $A$  коливань точки середовища, віддаленого від одного джерела коливань на відстань  $x_1 = 3,5$  м і від іншого - на  $x_2 = 5,4$  м. Напрямки коливань у розглянутій точці збігаються. Довжина хвилі  $\lambda = 0,6$  м.

**171 (13-6)** У трубі довжиною  $l = 1,2$  м міститься повітря при температурі  $T = 300$  К. Визначити мінімальну частоту  $\nu_{min}$  можливих коливань повітряного стовпа у двох випадках: а) труба відкрита; б) труба закрита.

### Домашнє завдання

**172 (13-7)** Звукові коливання, що мають частоту  $\nu = 0,5$  кГц і амплітуду  $A = 0,25$  мм, поширюються у пружному середовищі. Довжина хвилі  $\lambda = 70$  см. Знайти: а) швидкість  $v$  поширення хвиль; б) максимальну швидкість  $\dot{\xi}_{max}$  частинок середовища.

**173 (13-8)** Від джерела коливань поширюється хвиля вздовж прямої лінії. Амплітуда  $A$  коливань дорівнює 10 см. Наскільки велике зміщення точки, віддаленої від джерела на  $x = 3/4\lambda$ , у момент, коли від початку коливань минув час  $t = 0,9T$ ?

**174 (13-9)** Спостерігач, який перебуває на відстані  $l = 800$  м від джерела звуку, чує звук, що надійшов по повітря, на  $\Delta t = 1,78$  с

пізніше, ніж звук, що долинув по воді. Знайти швидкість  $v$  звуку у воді, якщо температура  $T$  повітря дорівнює 350 К.

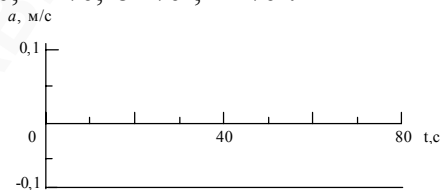
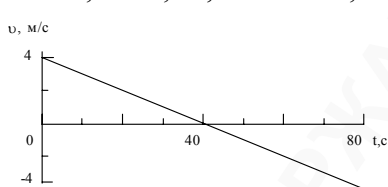
**175 (13-10)** Знайти відношення швидкостей  $v_1/v_2$  звуку у водні і вуглекислому газі при однаковій температурі газів.

**176 (13-11)** Стояча хвиля утворюється при накладанні біжучої хвилі, і хвилі, відбитої від межі поділу середовищ, перпендикулярної її напрямку поширення. Знайти положення (відстань від межі поділу середовищ) вузлів і пучностей стоячої хвилі, якщо відбивання відбувається: а) від середовища з меншою щільністю; б) від середовища з більшою щільністю. Швидкість  $v$  поширення звукових коливань дорівнює 340 м/с і частота  $\nu=3,4$  кГц.

**177 (13-12)** Визначити довжину  $\lambda$  біжучої хвилі, якщо в стоячій хвилі відстань  $l$  між: а) першою і сьомою пучностями дорівнює 15 см, б) першим і четвертим вузлом дорівнює 15 см.

### ВІДПОВІДІ ДО ЗАДАЧ

**1** 40 с; 80 м;  $-0,1 \text{ м/с}^2$ . **2** 0; 2 м/с; 2 м/с;  $-8 \text{ м/с}^2$ ; 1 м/с<sup>2</sup>.



**3**  $H = \frac{(2s + gt^2)^2}{8gt^2} = 5,61 \text{ м}$ , де  $s = 1 \text{ м}$ . **4** 19,6 м. **5** 2 м/с<sup>2</sup>; 1 м/с<sup>2</sup>;

2,24 м/с<sup>2</sup>. **6**  $y^3 - 8x = 0$ ; 2,77 м/с; 4,8 м/с<sup>2</sup>. **7** 20 м/с; 28 м/с.

**8**  $\varepsilon = \frac{2h}{rt^2} = 8,33 \text{ рад/с}^2$ . **9** 0,235 с; 5,1 м/с; 0,286 м/с. **10** 19,2 м.

**11** 9,62 м;  $-14,6 \text{ м/с}$ . **12** 0,872 с; 14,8 м/с<sup>2</sup>. **13**  $h = \frac{v^2}{2g} = 20,4 \text{ м}$ .

**14** 1,2 м/с<sup>2</sup>; 168 м/с<sup>2</sup>;  $\sim 168 \text{ м/с}^2$ . **15**  $a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = 1,96 \text{ м/с}^2$ .

**16**  $f = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2l}{gt^2 \cos \alpha} = 0,35$ . **17.**  $F_1 = -0,8 \text{ Н}$ ;  $F_2 = -8 \text{ Н}$ ;  $F = 0$  при  $t =$

$= 1,67 \text{ с}$ . **18**  $F = \frac{k\nu}{1 - e^{-(k/m)\tau}} = 1,03 \text{ Н}$ . **19**  $0,5 \text{ с}^{-1}$ . **20**  $3mg$ ;  $70^\circ 30'$ .

**21**  $12,1 \text{ м/с}$ ;  $16^\circ 42'$ . **22** а)  $F = 4\pi^2 n^2 mr = 12,7 \text{ кН}$ ; б)  $M = 2Fr \cos \varphi =$

$= 86,5 \text{ Н}\cdot\text{м}$ . **23**  $a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m} = 1,40 \text{ м/с}^2$ ;  $T_1 = m_1(g + a) = 11,2 \text{ Н}$ ;

$T_2 = m_2(g - a) = 16,8 \text{ Н}$ . **24**  $0,051$ . **25**  $F_1 = f_1(m_1 + m_2)g = 19,6 \text{ Н}$ ;

$F_2 = (f_2 - f_1) \frac{m_2}{m_1} (m_1 + m_2)g = 39,2 \text{ Н}$ . **26**  $k = \frac{m \nu_0 - \nu}{\tau \nu_0 \nu} = 4,7 \cdot 10^{-5} \text{ кг/м}$ .

**27**  $\nu_{\min} = 6,26 \text{ м/с}$ . **28**  $1,42 \text{ с}$ . **29**  $F = m(g \pm 4\pi^2 n^2 r)$ ;  $F_{\max} = 1,02 \text{ кН}$ ;  $F_{\min}$

$= 942 \text{ Н}$ . **30**  $\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\nu^2}{gr} = 58,2^\circ$ ;  $F = \frac{mg}{\cos \varphi} = 66,2 \text{ кН}$ . **31** а)  $6,3 \text{ м/с}$ ;

б)  $-0,57 \text{ м/с}$ . **32**  $0,75 \text{ м/с}$ . **33**  $u_2 = 250 \text{ м/с}$ ;  $\varphi_2 = -36,6^\circ$ .

**34**  $A = mh(g + \frac{2h}{t^2}) = 4,72 \text{ кДж}$ . **35**  $T = \frac{m(\nu_0^2 + g^2 t^2)}{2} = 663 \text{ Дж}$ .

**36**  $h = l(1 - \cos \varphi) \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 16 \text{ см}$ . **37**  $u = \frac{m_1 \nu_1}{m_1 + m_2}$ ;  $\omega = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$ ; а)  $u =$

$= 1 \text{ м/с}$ ;  $\omega = 0,8$ ; б)  $u = 4 \text{ м/с}$ ;  $\omega = 0,2$ . **38**  $-6 \text{ м/с}$ ,  $4 \text{ м/с}$ . **39** а)  $1 \text{ м/с}$ ;

б)  $3 \text{ м/с}$ . **40** а)  $1,5 \text{ м}$ ; б)  $0,5 \text{ м}$ ; в)  $1,5 \text{ м}$ ,  $0$ . **41**  $0,4 \text{ м/с}$ . **42**  $336 \text{ Дж}$ .

**43**  $5 \text{ Дж}$ ;  $15 \text{ Дж}$ . **44**  $\nu = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh} = 701 \text{ м/с}$ . **45**  $\eta = \frac{m_2}{m_1 + m_2} =$

$= 0,952$ . **46**  $k = \frac{(1 + \sqrt{1 - \omega})^2}{\omega} = 3$ . **47**  $J = \frac{1}{2} \tau a^2 (b + l/3 a) = 1,44 \cdot 10^{-4} \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ .

**48**  $J = \frac{1}{2} mR^2$ . **49** а)  $65,3 \text{ рад/с}^2$ ,  $9,8 \text{ м/с}^2$ ; б)  $32,7 \text{ рад/с}^2$ ,  $4,9 \text{ м/с}^2$ ;

в)  $59,9 \text{ рад/с}^2$ ,  $7,99 \text{ м/с}^2$ . **50**  $a = \frac{2(m_2 - m_1)g}{m + 2m_1 + 2m_2} = 0,24 \text{ м/с}^2$ .

**51**  $\varphi = \frac{4\pi m_2}{m_1 + 2m_2} = 2/3 \pi$ . **52**  $n_2 = \frac{12Jn_1}{12J + ml^2} = 0,61 \text{ с}^{-1}$ . **53**  $A = \pi^2 nmR^2$ ;  $A_1$

$= 7,11 \text{ кДж}$ ;  $A_2 = 28,4 \text{ кДж}$ . **54**  $T_1 = 10 \text{ Дж}$ ;  $T_2 = 4 \text{ Дж}$ . **55** а)  $J = l/3$

$ml^2 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ; б)  $J = 1/12 ml^2 = 0,75 \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ; в)  $J = 1/9 ml^2 = 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . **56**  $J = 3/2 mR^2 = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ . **57**  $M = 1/12 ml^2 \varepsilon =$

$= 0,025 \text{ Н} \cdot \text{м}$ . **58**  $a = \frac{m_2 - fm_1}{m_1 + m_2 + m} g = 1,96 \text{ м/с}^2$ ;  $T_1 = \frac{(f+1)m_2 + km}{m_1 + m_2 + m} m_1 g =$

$0,98 \text{ Н}$ ;  $T_2 = \frac{(f+1)m_1 + m_2}{m_1 + m_2 + m} m_2 g = 1,18 \text{ Н}$ .

**59**  $\omega = \frac{2m_1 v}{(m_2 + 2m_1)R} = 0,445 \text{ рад/с}$ . **60**  $n_2 = \frac{(J + mR^2)n_1}{J} = 10^{-1} \text{ хв}$ .

**61**  $0,45 \text{ м/с}$ . **62**  $Q_V = s_I v_I = S_1 S_2 \sqrt{\frac{2g\Delta h}{S_1^2 - S_2^2}} = 1,88 \text{ л/с}$ , де  $v_I$  – швид-

кість рідини в широкій частині труби. **63**  $5 \text{ м/с}$ . **64**  $1,4 \text{ м}$ . **65**  $1 \text{ м}$ .

**66** а)  $v = \frac{(\rho_1 - \rho_2)gd^2}{18\eta} = 6,71 \text{ мм/с}$ , де  $\rho_1$  і  $\rho_2$  – густина латуні та

гліцерину;  $\eta$  – динамічна в'язкість гліцерину; б) обтікання кульки ламінарне. **67**  $4,33 \text{ м/с}$ . **68**  $100 \text{ м/с}$ ;  $5 \text{ МПа}$ . **69**  $31,4 \text{ Н}$ .

**70**  $p = \frac{\rho g l^2}{4H} \left(1 - \frac{S_1^2}{S_2^2}\right) = 77,9 \text{ кПа}$ , де  $\rho$  – густина води. **71**  $1,94 \text{ см/с}$ .

**72.**  $v_2 = \frac{\rho_1 r_1 \eta_2}{\rho_2 r_2 \eta_1} v_1 = 27,7 \text{ см/с}$ , де  $\rho_1$  і  $\eta_1$  – густина та динамічна

в'язкість касторової олії;  $\rho_2$  і  $\eta_2$  – те саме для гліцерину.

**73**  $2,66 \text{ кПа}$ . **74**  $66,4 \text{ г}$ . **75**  $44$ . **76**  $8,3 \text{ г}$ . **77**  $175 \text{ кПа}$ . **78**  $16 \text{ г}$ ,  $8 \text{ г}$ .

**79**  $47,2 \text{ кПа}$ . **80**  $473 \text{ }^\circ\text{С}$ . **81**  $25,6 \text{ г/м}^3$ . **82**  $6,2 \text{ кг}$ . **83**  $0,76 \text{ МПа}$ ;

$1,12 \text{ МПа}$ ;  $1,88 \text{ МПа}$ . **84**  $28,8$ . **85**  $7,52 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$ . **86**  $4,14 \text{ кПа}$ .

**87**  $7,25 \text{ кК}$ ;  $1,5 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$ . **88**  $6,9 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;  $20,7 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;

$13,8 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;  $34,5 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ . **89** а)  $500 \text{ м/с}$ ;  $462 \text{ м/с}$ ;  $407 \text{ м/с}$ ;

б)  $1,94 \text{ км/с}$ ;  $1,79 \text{ км/с}$ ;  $1,58 \text{ км/с}$ ; в)  $7,90 \text{ км/с}$ ;  $7,30 \text{ км/с}$ ;  $6,48 \text{ км/с}$ ; **90**

$0,92 \text{ км/с}$ . **91**  $0,125 \text{ моль}$ ;  $2,51 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ . **92**  $4,98 \text{ ммоль}$ ;  $3 \cdot 10^{21}$ .

**93**  $1,24 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$ ;  $2,48 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$ ;  $14,9 \text{ МДж}$ . **94**  $8,28 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;

$13,8 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ ;  $16,6 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$ . **95**  $1,6 \text{ кК}$ . **96**  $1,82 \text{ км/с}$ . **97** а)  $5 \text{ МДж}$ ;

б)  $0$ ; в)  $5 \text{ МДж}$ . **98** а)  $0,4 \text{ МДж}$ ; б)  $160 \text{ кДж}$ ; в)  $560 \text{ кДж}$ . **99** а)  $0,6$ ;  $0,4$ ;

б)  $0,71$ ;  $0,29$ ; в)  $0,75$ ;  $0,25$ . **100**  $454 \text{ К}$ . **101** а)  $7,61 \text{ МДж}$ ;

б) 7,21 МДж; в) 0,4 МДж; г) 5,3%. **102**  $\Theta = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = 323 \text{ К};$

$\Delta S = c(m_1 \ln \frac{\Theta}{T_1} + m_2 \ln \frac{\Theta}{T_2}) = 0,3 \text{ кДж/К},$  де  $c$  – питома теплоємність

води. **103** 2,43 Дж/К. **104**  $\Delta S_1 = 836 \text{ Дж/К}; \Delta S_2 = 0.$  **105.**

а) 7,75 МДж; б) 7,75 МДж; в) 0. **106** 6 кДж; 15 кДж. **107** 2,06 кДж.

**108**  $m = \frac{M(\gamma - 1)n^{\gamma-1}\Delta U}{RT_1(n^{\gamma-1} - 1)} = 67,2 \text{ г.}$  **109** 416 Дж. **110** 7,2 Дж/К.

**111**  $m_2 = \frac{m_1 r}{\lambda + c(t_2 - t_1)} = 251 \text{ г}; \Delta S = \frac{m_1 r}{T_1} - \frac{m_2 \lambda}{T_2} - c m_2 \ln \frac{T_2}{T_1} = 610 \text{ Дж/кг},$

де  $r$  – питома теплота пароутворення;  $\lambda$  – питома теплота плавлення.

**112**  $\Delta S = \frac{m}{\mu}(C_p - C_v) \ln n = \frac{m}{\mu} R \ln n = 457 \text{ Дж/К.}$

**113** 1,18 кПа. **114**  $4,39 \cdot 10^{-3}.$  **115**  $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}.$  **116**  $p_e = \sqrt{2mkT}.$

**117**  $p = \sqrt{mkT}.$  **118** У три рази. **119** 5,88 км. **120** 5,91. **121**  $6,63 \cdot 10^{-3}.$

**122** 0. **123**  $\langle \varepsilon_n \rangle = 3/2 kT.$  **124**  $\varepsilon = kT.$  **125** а) 8,31 МПа; б) 5,67 МПа.

**126**  $T = \frac{1}{R} \left( \frac{\mu P}{\rho} - pb + \frac{a\rho}{\mu} - \frac{ab\rho^2}{\mu^2} \right) = 287 \text{ К},$  де  $\mu$  – молярна маса.

**127** а) 150 К; 5 МПа; б) 654 К; 22,6 МПа. **128** 22,2 мН/м. **129** мкДж.

**130** 22,5 мН/м. **131** 6,37 см. **132**  $p = \frac{\rho RT}{2M - \rho b} - \frac{\rho^2 a}{4M} = 544 \text{ МПа},$  де  $\rho$  –

густина води;  $a$  і  $b$  – сталі Ван-дер-Ваальса;  $\mu$  – молярна маса.

**133** а) 174 кПа; б) 3,94 МПа; в) 101 МПа. **134** 197 кг/м<sup>3</sup>. **135** 4,4 мм.

**136** 3,2 кг/м<sup>3</sup>. **137** 23,1 мг. **138** 26 кПа. **139** 0,8 с; 1,25 Гц;  $\pi$  рад; 3,6

**141** 4,71 см/с; 7,40 см/с<sup>2</sup>. **142** 2 с<sup>-1</sup>; 40 см/с<sup>2</sup>. **143**  $A = \frac{2x_1^2}{\sqrt{4x_1^2 - x_2^2}} =$

$= 8,33 \text{ см.}$  **144** 2 с; 36°. **145** а)  $5\pi/6$  рад; б)  $\pi/3$  рад; в)  $5\pi/4$  рад;

г)  $5\pi/3$  рад. **146**  $x = A \cos(\omega t + \varphi),$  де  $A = 4 \text{ см}; \omega = 2\pi/T = \pi \text{ рад/с},$



$$\varphi = \pi/2 \text{ рад; а) } 5\pi/3 \text{ рад; б) } 0,842\pi \text{ рад. } \mathbf{147} \left| x_2'' \right| = \omega \sqrt{(\omega^2 A^2 - x'^2)} =$$

$$= 12 \text{ см/с}^2. \mathbf{148} 10 \text{ с}^{-1}; 0,628 \text{ с}; 1 \text{ см}; x = A \cos \omega t. \mathbf{149} \omega = \sqrt{\frac{-x''}{x}} =$$

$$= 4 \text{ с}^{-1}; T = 2\pi/\omega = 1,57 \text{ с}; A = \sqrt{x'^2 + \omega^2 x^2} = 7,07 \text{ см}; \omega t + \varphi = \arccos \frac{x}{A}$$

$$\pi/4 \text{ рад. } \mathbf{150} A = 2,24 \text{ см}; \nu = 0,159 \text{ Гц};$$

$$\varphi = 0,353 \pi \text{ рад}; x = A \cos (\omega t + \varphi), \text{ де } \omega = 1 \text{ с}^{-1}. \mathbf{151} y = -\frac{A_2}{A_1} x, \text{ або } y$$

$$= -\frac{1}{2} x. \mathbf{152} 15 \text{ хв. } \mathbf{153} \lambda = \frac{2\pi}{t} \sqrt{\frac{l}{g}} \ln \frac{A_1}{A_2} = 2,31 \cdot 10^{-3}.$$

$$\mathbf{154} N = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_1}{A_2} = 173; t = 2\pi n \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \text{ хв } 52 \text{ с. } \mathbf{155} 1,005. \mathbf{156} 35.$$

$$\mathbf{157} \nu = \frac{l}{\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = 10,2 \text{ м/с. } \mathbf{158} A = 1,41 \text{ см}; \varphi = \pi/4 \text{ рад}; x = A \cos (\omega t$$

$$+ \varphi), \text{ де } \omega = \pi \text{ с}^{-1}. \mathbf{159} y = -\frac{A_2}{A_1}, \text{ або } y = -2x. \mathbf{160} 0,0023 \text{ с}^{-1}.$$

$$\mathbf{161} N = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{A_1}{A_2} = 231. \mathbf{162} 9,16 \cdot 10^{-5} \text{ кг/с. } \mathbf{163} \text{ а) } 0,025; \text{ б) } 1,59 \text{ Гц};$$

$$\text{в) } 0,0157; \text{ г) } 64. \mathbf{164} 1002 \text{ Гц. } \mathbf{165} \Delta \nu = \frac{\delta^2}{4\pi^2 \nu_0} = 4,05 \text{ Гц.}$$

$$\mathbf{166} \text{ а) } 100 \text{ Гц}; 3,14 \text{ м}; \text{ б) } 314 \text{ м/с}; 3) 0,314 \text{ м/с}; 197 \text{ м/с}^2.$$

$$\mathbf{167} \text{ а) } -0,1 \text{ мм}; \text{ б) } 0,363 \text{ м/с}; 0,439 \text{ кг/с}^2. \mathbf{168} 1,57 \text{ рад. } \mathbf{169} 339 \text{ м/с};$$

$$375 \text{ м/с. } \mathbf{170} 1,73 \text{ мм. } \mathbf{171} \text{ а) } 144 \text{ Гц}; \text{ б) } 72 \text{ Гц. } \mathbf{172} \text{ а) } 350 \text{ м/с};$$

$$\text{б) } 0,79 \text{ м/с. } \mathbf{173} 5,88 \text{ см. } \mathbf{174} 1,45 \text{ км/с. } \mathbf{175} 4,8.$$

$$\mathbf{176} \text{ а) } l_{\text{вуз}} = \frac{(2m+1)\nu}{4\nu}; l_{\text{вуз}} = 2,5; 7,5; 12,5 \text{ см}, \dots; l_{\text{нучн}} = \frac{m\nu}{2\nu};$$

$$l_{\text{нучн}} = 0,5; 10 \text{ см}, \dots; \text{ б) } l_{\text{вуз}} = \frac{m\nu}{2\nu}; l_{\text{вуз}} = 0,5; 10 \text{ см}, \dots; l_{\text{нучн}} = \frac{(2m+1)\nu}{4\nu};$$

$$l_{\text{нучн}} = 2,5; 7,5; 12,5 \text{ см}, \dots \mathbf{177} \text{ а) } 5 \text{ см}; \text{ б) } 10 \text{ см.}$$