

27.01/042.4)

✓

К 64

Міністерство освіти України
Сумський державний університет

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни "Теорія механізмів і машин"

Розділ 8. Кулачкові механізми

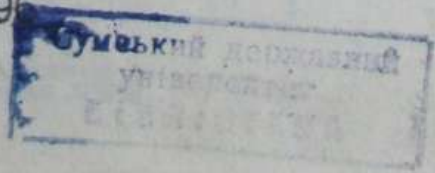
Розділ 9. Зрівноважування механізмів

Розділ 10. Тертя в кінематичних парах
і визначення їх коефіцієнта
корисної дії

для студентів машинобудівних
спеціальностей денної форми навчання

Затверджено
на засіданні кафедри
як конспект лекцій з
дисципліни "Теорія
механізмів і машин"
для машинобудівних
спеціальностей.
Протокол №4 від
19.12.1995 р.

Суми СумДУ 1996



РОЗДІЛ 8. КУЛАЧКОВІ МЕХАНІЗМИ

8.1. Загальні відомості

Робочий процес багатьох машин викликає необхідність мати у їх складі механізми, рух ведених ланок яких повинен здійснюватися чітко за заданим законом. Дуже часто закон зміни швидкості або прискорення веденої ланки не має суттєвого значення, а важливо отримати лише певне значення її ходу. Наприклад, механізм поршневого насоса, механізм поперечно-стругального верстата, механізм двигуна внутрішнього згорання та інші. У цих випадках застосовуються важільні механізми, і визначення їх розмірів не викликає труднощів.

Але коли переміщення, а отже швидкість і прискорення веденої ланки повинні змінюватися завчасно заданим законом і, особливо, коли ведена ланка повинна тимчасово зупинятися за безперервним рухом ведучої ланки, то, звичайно, питання розв'язується застосуванням кулачкових механізмів.

Плоский кулачковий механізм являє собою замкнутий триланковий кінематичний ланцюг, який має один ступінь вільності /рис. 8.1/. У цьому механізмі ланка 1 називається кулачком, а ланка 2 - штовхачем. Нерухома ланка /стояк/ позначається цифрою 0. Кулачок, обертаючись навколо осі O_1 , надає штовхачу прямолінійно-зворотний рух. Ланки 1 і 0 утворюють нижчу обертальну кінематичну пару, ланки 2 і 0 - нижчу поступальну кінематичну пару, а ланки 1 і 2 - дворухому вищу кінематичну пару.

Таким чином,

$$n = 2; P_v = 2; P_{\bar{v}} = 1 -$$

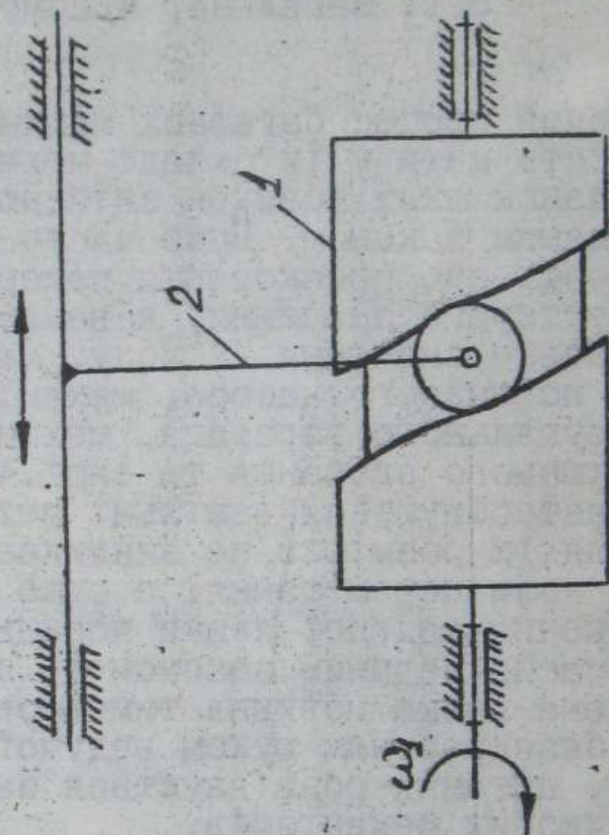


Рис. 8.2

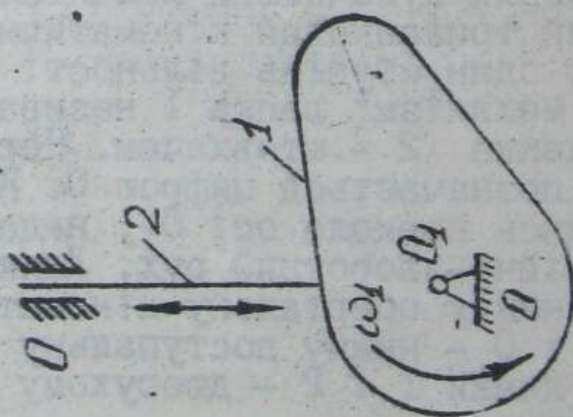


Рис. 8.1

і ступінь рухомості цього механізму

$$W = 3n - 2\rho_{\underline{v}} - \rho_{\underline{N}} = 3 \cdot 2 - 2 \cdot 2 - 1 = 1.$$

Звідси виходить, що за заданим законом обертання кулачка штовхач буде рухатися за цілком визначеним законом, який залежить від профілю кулачка.

Таким чином, основна перевага кулачкових механізмів у тому, що вони дозволяють легко одержувати потрібний завчасно заданий закон руху штовхача.

Кулачкові механізми поширені як в парових машинах і двигунах внутрішнього згорання, щоб передавати рух клапанам для впуску та випуску пари чи пальної суміші, так і в різноманітних виробничих машинах /металообробні верстати, преси, молоти, сільськогосподарські машини та ін./.

8.2. Види кулачкових механізмів

У практиці машинобудування застосовують плоскі /рис. 8.1/ і просторові /рис. 8.2/ кулачкові механізми. У цих механізмах кулачок обертається рівномірно навколо осі в одному й тому ж напрямі, а штовхач рухається зворотно-поступально вгору і вниз або вправо і вліво.

На рис. 8.3 показано кулачковий механізм, у якому обертальний рух кулачка перетворюється в обертальний рух штовхача, який в даному випадку називається коромислом.

На рис. 8.4 показано кулачковий механізм, у якому прямолінійно-зворотний рух кулачка забезпечує прямолінійно-зворотний рух штовхача.

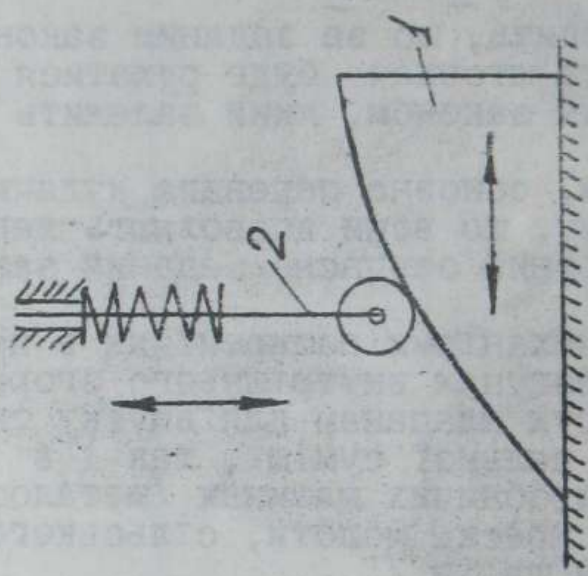


Рис. 8.4

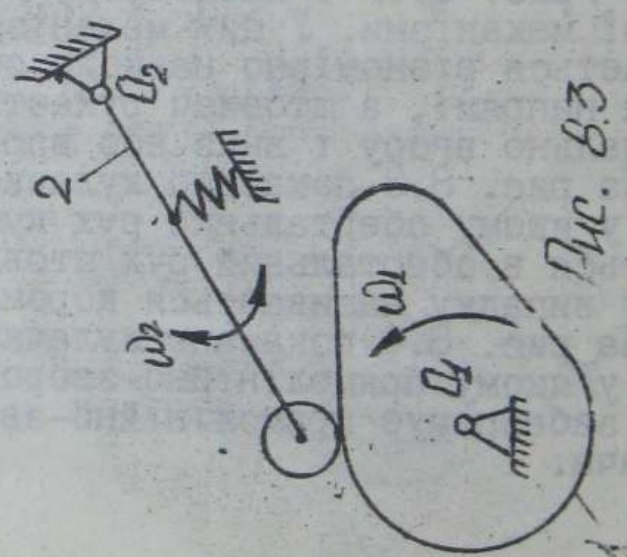


Рис. 8.3

На рис. 8.5 схематично показано кулачковий механізм, де прямолінійно-зворотний рух кулачка перетворюється в обертальний рух штовхача.

Кулачкові механізми також розрізняються за профілем штовхача:

а/ профіль штовхача, обкреслений дугою радіуса; сюди відносяться штовхач з роликом /рис. 8.2, 8.3/ і штовхач у вигляді грибка /рис. 8.6/;

б/ профіль штовхача, обкреслений прямою лінією; такий штовхач називається плоским або тарілчастим /рис. 8.8/;

в/ профіль штовхача, виконаний у вигляді вістря /рис. 8.1/.

Ролик на кінці штовхача призначений лише для зменшення тертя між кулачком і штовхачем. У цьому випадку тертя ковзання замінено тертям кочення.

Щоб забезпечити постійне дотикання ролика до кулачка, застосовують замикання кінематичної пари двома способами: силовим і геометричним. Силове замикання забезпечується власною масою штовхача і зв'язаних з ним частин, дією пружини /рис. 8.3, 8.4/, а те ж за допомогою гідравлічних або пневматичних пристроїв. Геометричне замикання можна здійснити, якщо застосувати у кулачку траєкторний паз, в якому буде рухатися ролик штовхача /рис. 8.7/. Тільки у цих випадках штовхач буде описувати той закон руху, за яким окреслено профіль кулачка, бо при великих швидкостях кулачка прискорення штовхача зростає, і велика сила інерції може відкинути його від кулачка.

У загальному машинобудуванні найпростішими видами кулачкових механізмів вважаються плоскі кулачкові механізми, в яких кулачок обертається, а штовхач рухається поступально чи обертається.

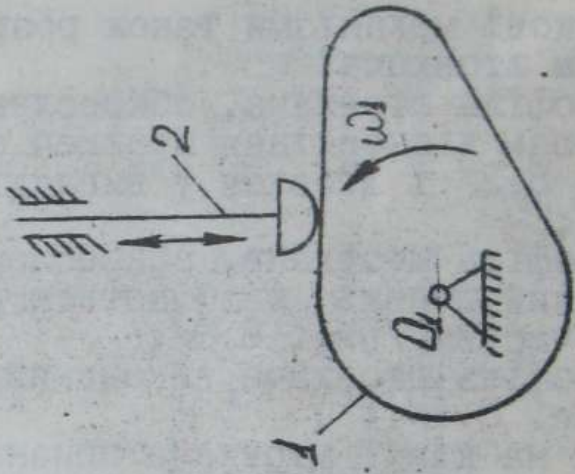


Рис. 8.6

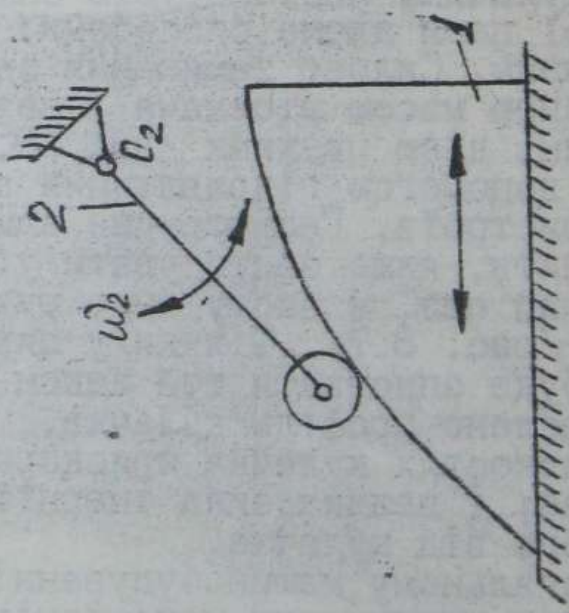


Рис. 8.5

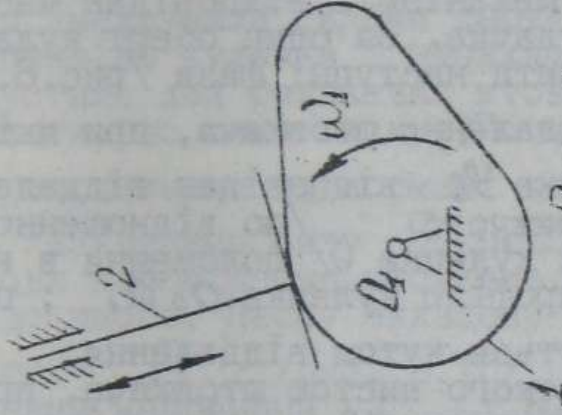


FIG. 8.6

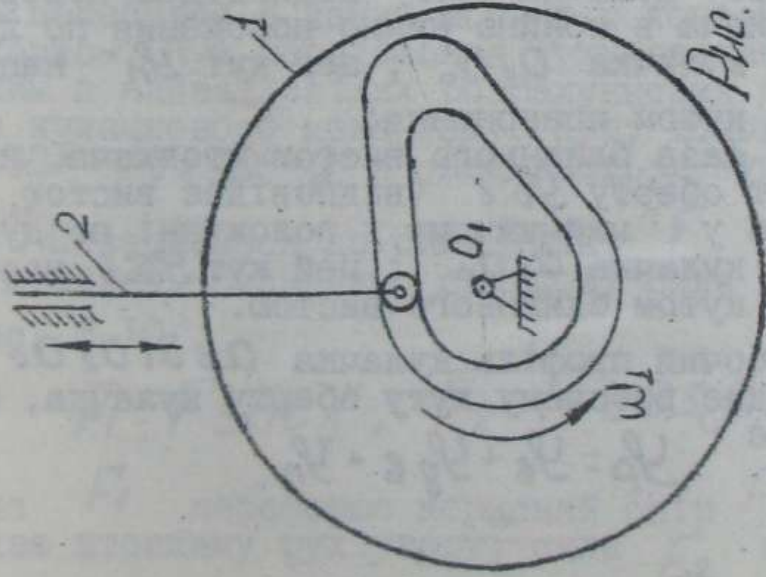


FIG. 8.7

8.3. Фазові кути кулачкового механізму

У більшості випадків цикл роботи штовхача кулачкових механізмів відповідає часу одного оберту кулачка. За один оберт кулачка можна відзначити наступні фази /рис.8.9/:

а/ фаза віддалення штовхача, при якій кут оберту кулачка φ_v відповідає віддаленню штовхача з найнижчого по відношенню до центра обертання кулачка O положення в найвище по дузі профілю кулачка $A_0 A_1$; цей кут φ_v називається кутом віддалення;

б/ фаза далекого вистю штовхача, при якій кут оберту кулачка $\varphi_{g.v}$ відповідає вистю штовхача у найвище положенні по дузі профілю кулачка $A_1 A_2$; цей кут

$\varphi_{g.v}$ називається кутом далекого вистю;

в/ фаза повернення штовхача, при якій кут оберту кулачка φ_n відповідає поверненню штовхача в крайнє нижнє положення по дузі профілю кулачка $A_2 A_0$; цей кут φ_n називається кутом повернення;

г/ фаза ближнього вистю штовхача, при якій кут оберту $\varphi_{b.v}$ відповідає вистю штовхача у найнижчому положенні по дузі профілю кулачка $A_0 A_0$; цей кут $\varphi_{b.v}$ називається кутом ближнього вистю.

Робочий профіль кулачка $A_0 A_1 A_2 A_0$ відповідає робочому куту оберту кулачка, що дорівнює

$$\varphi_p = \varphi_v + \varphi_{g.v} + \varphi_n.$$

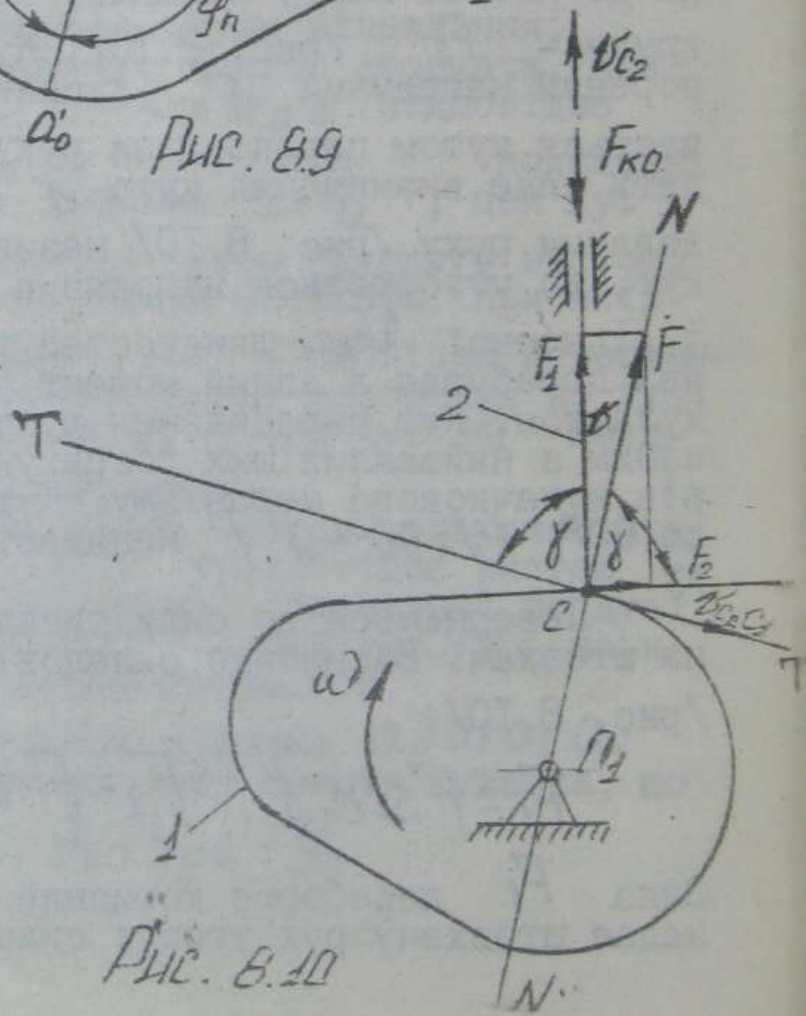
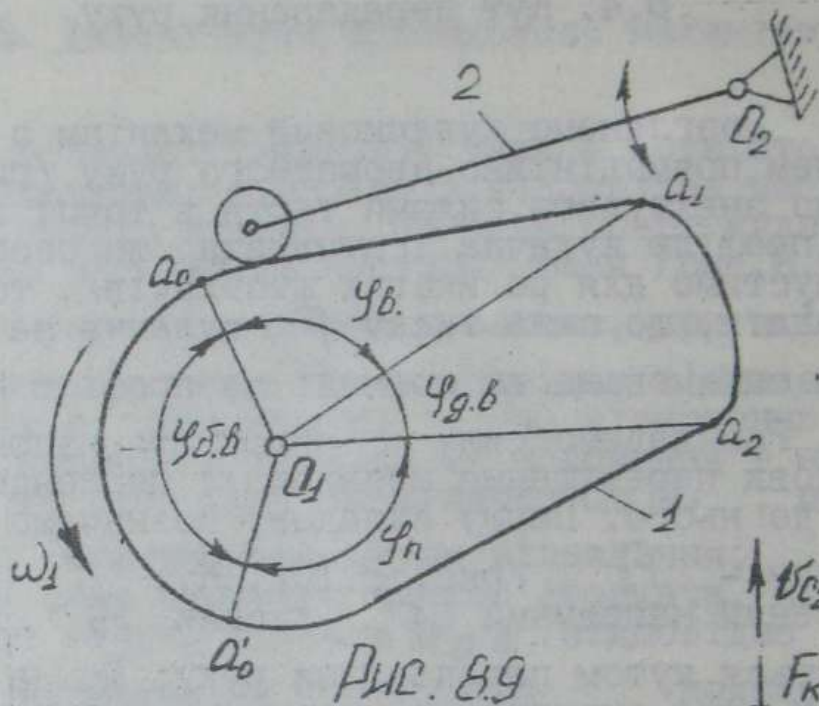
8.4. Кут передавання руху

Розглянемо кулачковий механізм з штовхачем прямолінійно-зворотного руху /рис. 8.10/. Якщо знехтувати силами тертя в точці контакту профілю кулачка і штовхача /що особливо допустимо для роликкових штовхачів/, то можна вважати, що сила тиску F кулачка на штовхач спрямована по нормалі до профілю кулачка. Розкладемо силу F за двома напрямками: вздовж переміщення штовхача і перпендикулярно до нього. Першу складову позначимо F_1 , другу - F_2 /рис. 8.10/. Кут δ , утворений напрямками F і сили F_2 , називається кутом передавання руху. Можна також дати таке визначення кута δ : кутом передавання руху /рис. 8.10/ називають гострий кут, що утворюється напрямками абсолютної v_{c2} і відносної v_{c2c1} швидкостей точки штовхача, яка перебуває в даний момент у контактї з кулачком. Кут передавання руху вважається одним з найважливіших розрахункових параметрів кулачкового механізму. Кут, доповняльний до 90° / $\nu = 90^\circ - \delta$ /, називається кутом тиску.

Повернемося до сили тиску F кулачка на штовхач. Визначимо складові сили F_1 і F_2 /рис. 8.10/:

$$F_1 = F \sin \delta; \quad F_2 = F \cdot \cos \delta.$$

Сила F_1 переборює корисний опір $F_{к.о}$ і надає штовхачу рух угору; сила F_2 спричи-



няє перекіс штовхача в напрямних 0, внаслідок чого в них збільшуються реакції і сили тертя. Звідси зрозуміло, що кулачковий механізм працюватиме тим краще, чим більшим буде кут δ . При нашому припущенні, що між штовхачем і кулачком немає тертя, найкращим буде кулачковий механізм з тарілчастим /плоским/ штовхачем, у якому $\delta = 90^\circ = \text{const}$ /рис. 8.8/.

У різних положеннях кулачкового механізму кут δ передавання руху неоднаковий. Через те в будь-якому робочому положенні механізму кут повинен приймати значення, які менші за певний допустимий мінімум, що визначається з досвіду, тобто $\delta \geq \delta_{\min}$. Якщо цю умову не виконано, то настає явище самогальмування або заклинювання кулачкового механізму. Чим менше кут δ , тим більша можливість заклинювання. Заклинювання кулачкового механізму виникає тільки на інтервалі фази віддалення штовхача при переборюванні корисних опорів, сили тертя, сили інерції штовхача і сили пружності пружини.

Практикою встановлено такі значення кута передавання руху при проектуванні кулачкових механізмів: $\delta_{\min} = 50 \dots 60^\circ$ для штовхачів, що рухаються поступально; $\delta_{\min} = 40 \dots 45^\circ$ для коромислових кулачкових механізмів. Якщо розглядати кут тиску, то для першого випадку $\psi_{\max} = 30 \dots 40^\circ$, а для другого $\psi_{\max} = 45 \dots 50^\circ$.

8.5. Аналіз плоских кулачкових механізмів

При вивченні кулачкових механізмів виникають дві задачі:

- 1/ аналіз кулачкових механізмів /існуючих/;
- 2/ синтез кулачкових механізмів /проекування нових кулачкових механізмів/.

Аналіз кулачкових механізмів полягає у визначенні закону руху штовхача, за заданим профілем кулачка і відповідним законом його руху, а також заданими розмірами ланок і схемою механізму.

Дослідження кулачкових механізмів можна здійснити наступними методами:

- 1/ аналітичний метод;
- 2/ метод замінюючого механізму з подальшою побудовою планів швидкостей і прискорень;
- 3/ метод побудови планів механізму;
- 4/ метод обертання руху.

При аналітичному методі дослідження повинен бути відомий закон переміщення штовхача від якогось початкового положення, який виражений у функції часу $S = f(t)$ або обертку кулачка $S = f(\varphi)$. Швидкість і прискорення штовхача визначаються аналітичним диференціюванням цієї функції. Аналітичним методом можна скористатися в найпростіших випадках, наприклад, при дослідженні кулачкових механізмів, які застосовуються в легких двигунах внутрішнього згорання: тракторних, автомобільних. У практиці найчастіше застосовують графічний метод.

При заміні кулачкового механізму з вищою кінематичною парою еквівалентним йому меха-

нізмом з нижчими кінематичними парами, необхідно надто ретельно визначити радіуси кривин різних ділянок профілю кулачка. Це дуже важко робити, коли профіль кулачка окреслений складними кривими. Тому цей метод не знайшов широкого розповсюдження і застосовується у тих випадках, в яких кулачок має простий профіль, окреслений дугами кіл, ділянками прямої або ділянками еліпсів, парабол.

При використанні методу побудови планів кулачкового механізму спочатку будемо діаграму переміщення штовхача. Для цього треба зробити оберт кулачка на заданий кут φ

і викреслити його профіль у новому положенні, як це показано на рис. 8.11 пунктиром. Для наступного плану механізму потрібно знову креслити профіль кулачка і т.п. Це вимагає багато часу, якщо робити, наприклад, 12 положень механізму, в якому профіль кулачка складний. Знаючи переміщення точки С штовхача, можна побудувати графік його руху. Для цього відкладаємо по всій осі абсцис прямокутної системи у деякому масштабі M_φ кути повороту кулачка, відповідно до 12 положень механізму, а по осі ординат — у масштабі M_s відповідно до віддалі точки С штовхача від її найнижчого положення. Якщо плавною кривою сполучити кінці ординат, то вийде діаграма

$/s-\varphi/$ переміщень залежно від кута повороту рис. 8.12, який визначає в загальному випадку фазу віддалення $/\varphi_0/$, фазу далекого вистоя

$/\varphi_{0.6}/$, фазу повернення $/\varphi_n/$. Далі звичайними методами графічного диференціювання, за діаграмою $s-\varphi$ будемо діаграму

$\frac{ds}{d\varphi} - \varphi$. Повторним диференціюванням

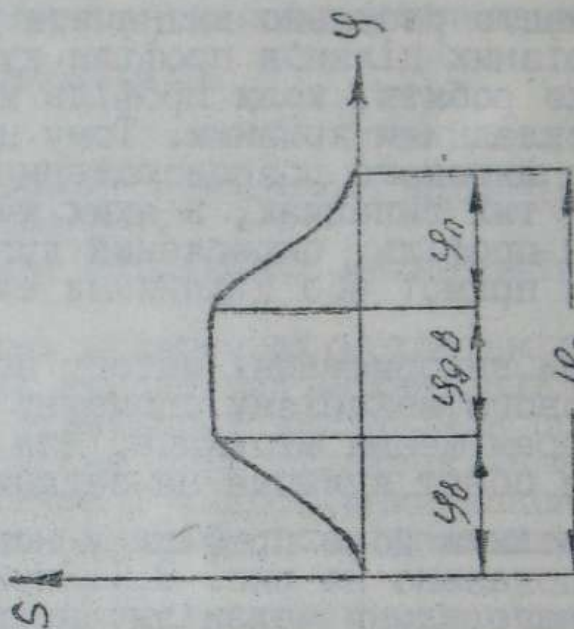


FIG. 8.12.

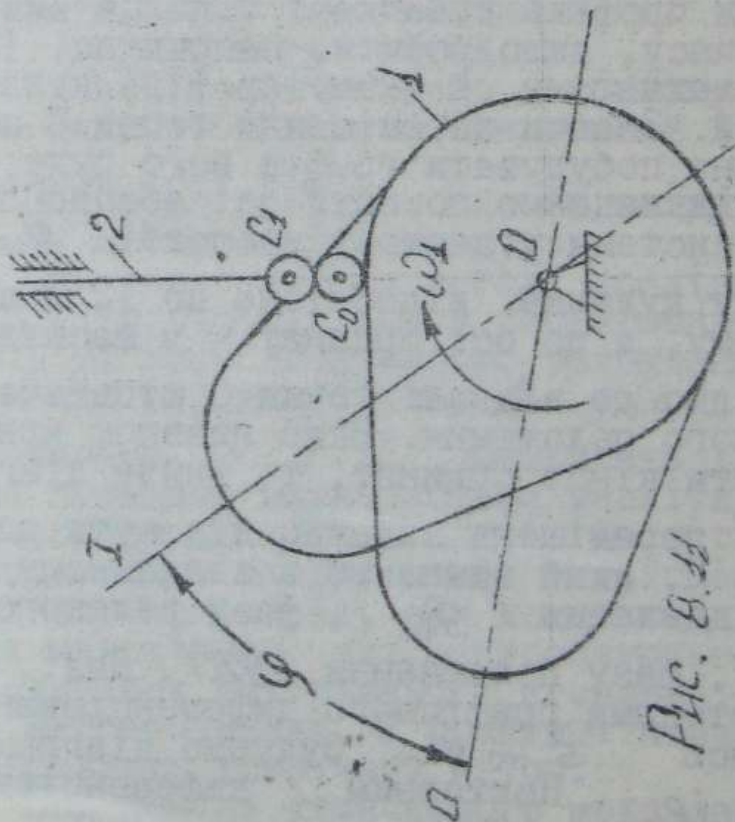


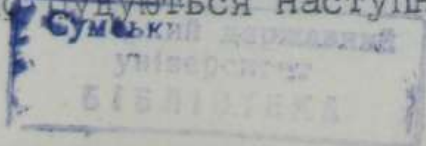
FIG. 8.11

дістанемо діаграму $\frac{d^2s}{dt^2} = \varphi$.

Найчастіше аналіз плоских кулачкових механізмів здійснюється методом обертання руху, який дозволяє надто просто визначати відносне положення ланок без повторного викреслення профілю кулачка.

Усій системі надано додаткове обертання навколо осі O_I з кутовою швидкістю $-\omega_1$, що дорівнює за величиною, але протилежна за знаком кутовій швидкості кулачка I /рис. 8.13/. У цьому разі кулачок зупиниться, а штовхач буде мати два рухи: а/ поступальний у своїх напрямних; б/ обертальний разом з напрямними навколо центра кулачка O_I з кутом швидкістю $-\omega_1$.

При обертанні штовхача ролик обертається навколо своєї осі і котиться по верхній кулачка. Крива профілю \mathcal{E} /рис. 8.13/ відповідає тепер відносному рухові центра C ролика. Ця крива називається еквідистантною /рівновіддаленою/ кривою або теоретичним профілем кулачка. Відстань між теоретичним і практичним профілями по нормалі дорівнює радіусу кулачка /рис. 8.13/. За заданим практичним профілем теоретичний профіль кулачка слід будувати так /рис. 8.13/. З різних положень центра ролика на практичному профілі проводять ряд кіл радіусом, що дорівнює радіусу ролика. Крива, що огинає ці кола зовні, буде шуканим теоретичним профілем кулачка \mathcal{E} . Далі робимо оберт штовхача на кут у напрямі, протилежному обертанню кулачка, і одержуємо промінь $O-I$ під кутом φ до променя $O-O$. Перетин променя $O-I$ з теоретичним профілем визначить положення центра ролика C_1 в цьому положенні кулачкового механізму. Аналогічно будуються наступні плани механізму і



одержуються нові положення центра ролика C_2, C_3, C_4 і т.п.

Далі можна побудувати діаграму $s - \varphi$, а потім і діаграми аналога швидкостей

$\left| \frac{ds}{d\varphi} - \varphi \right|$ і аналога прискорень $\left| \frac{d^2s}{d\varphi^2} - \varphi \right|$.
Про побудову цих діаграм говорилося вище.

Діаграми аналога швидкостей і аналога прискорень дозволяють визначити швидкість або прискорення штовхача у будь-якому положенні механізму.

Швидкість штовхача

$$v = \frac{ds}{dt} = \frac{ds}{d\varphi} \cdot \frac{d\varphi}{dt} = \omega_1 \frac{ds}{d\varphi}$$

Прискорення штовхача

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = \frac{d^2s}{d\varphi^2} \frac{d\varphi^2}{dt^2} = \omega_1^2 \frac{d^2s}{d\varphi^2}$$

Таким чином, знаючи кутову швидкість кулачка, можна легко визначити швидкість і прискорення штовхача.

8.6. Аналіз законів руху

штовхача кулачкового механізму

Рух штовхача кулачкового механізму може бути заданий аналітично у вигляді рівнянь руху або графічно у вигляді діаграм переміщень, швидкостей і прискорень. Характер цих рівнянь та діаграм може бути різним; вибір їх зумовлюється, звичайно, міркуванням найбільшої доцільності того чи іншого закону

руху в кожному випадку. В одних випадках рух штовхача визначається технологічним процесом, що реалізується в машині, в інших - необхідно за певний проміжок часу лише перемістити ведену ланку з одного положення в інше. У першому випадку закон руху штовхача вважається заданим, у другому - обраним. У токарному автоматі, наприклад, поздовжня подача різця має виконуватися з постійною швидкістю, що забезпечує певну подачу за один оберт деталі. Отже, переміщення різця буде лінійною функцією кута повороту кулачка, різець має рухатися з постійною швидкістю, тобто закон руху веденої ланки вже визначений. При проектуванні механізмів, в яких задаються лише початкова і кінцева позиції веденої ланки, закон руху слід вибирати найсприятливішим з точки зору динаміки та довговічності механізму. При виборі закону руху штовхача слід уникати стрибкоподібного змінювання його прискорення, тому що таке змінювання прискорення викличе відповідне різке зростання сил /сила дорівнює $F = ma$ /.

Розглянемо найбільш поширені в техніці діаграми руху штовхача кулачкового механізму. Розрізняють закони руху штовхача трьох видів:

- 1/ закони руху, що викликають жорсткі удари;
- 2/ закони руху, що викликають м'які удари;
- 3/ закони руху, що не викликають ударів.

На рис. 8.14 показано діаграми при рівномірному русі штовхача в одному напрямі /фаза віддалення - φ_e / . При такому переміщенні штовхача /швидкість постійна/ на початку і в кінці його руху прискорення стає теоретично нескінченним. Практично завдяки

пружності та пластичності деформації ланок кулачкового механізму прискорення, а отже, і інерційні навантаження мають скінчене, але дуже велике значення. Це явище називається жорстким ударом і дуже небажане, бо приводить до швидкого спрацювання механізму. Тому застосування кулачкових механізмів з рівномірним рухом штовхача припускається тільки при малій швидкості обертання кулачка і малій масі штовхача.

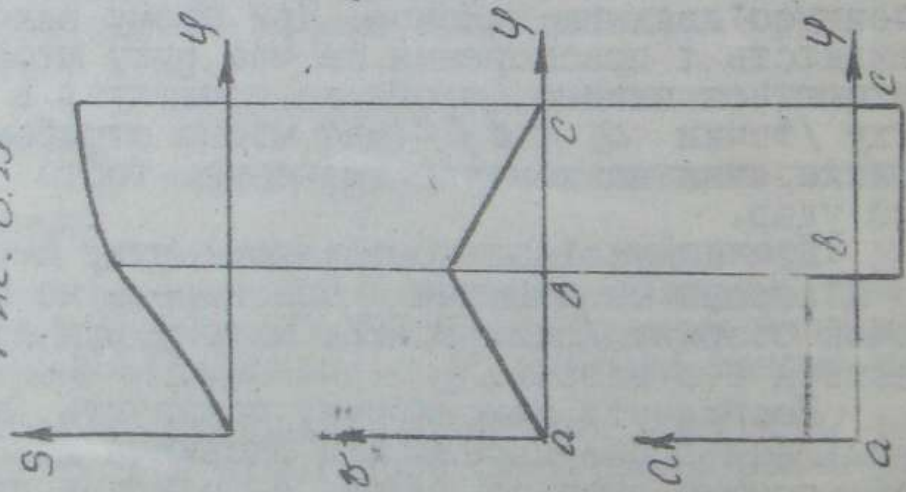
На рис. 8.15 показано діаграми при рівноприскореному переміщенні штовхача. При такому законі руху швидкість на першій частині діаграми /ділянка *ab*/ рівномірно зростає /прискорення додатне/, а на другій частині діаграми /ділянка *bc*/ рівномірно спадає /прискорення від'ємне/. Як бачимо з діаграми прискорень, тут має місце миттєве змінювання прискорення на кінцеве значення, що викликає зміну інерційних навантажень. Це явище називається м'яким ударом. М'які удари менш небезпечні для роботи кулачкових механізмів. Тому багато тихохідних кулачкових механізмів працює в умовах м'яких ударів.

На рис. 8.16 показані діаграми руху штовхача, де його прискорення змінюється за косинусоїдальним законом. При цьому законі швидкість і прискорення за час руху штовхача змінюються плавно, проте на початку і в кінці руху /точки *a* і *b*/ - має місце стрибок прискорення на кінцеве значення, тобто м'який удар.

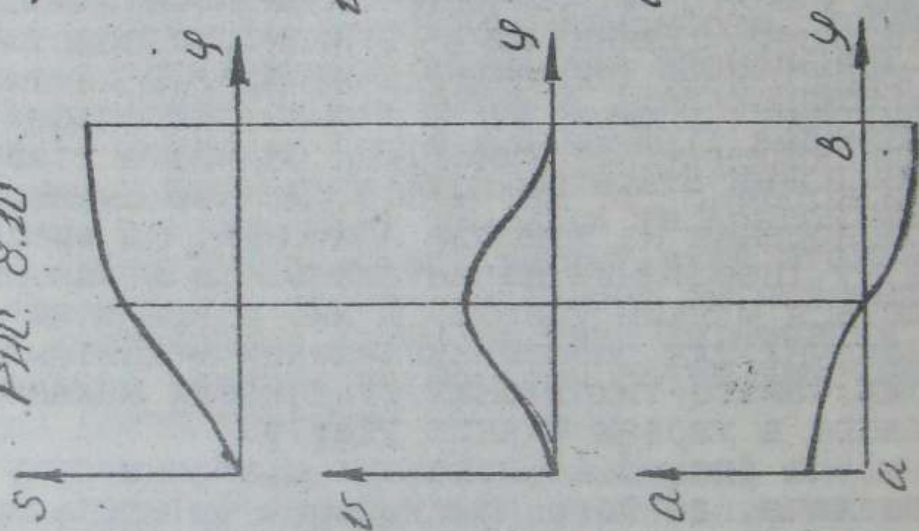
При синусоїдальному законі руху штовхача діаграми швидкостей і прискорень не мають точок розриву /рис. 8.17/, а тому рух відбувається без ударів.

Розглянуті закони руху показують, що спокійний і безударний хід штовхача можна забезпечити лише за умови, якщо крива приско-

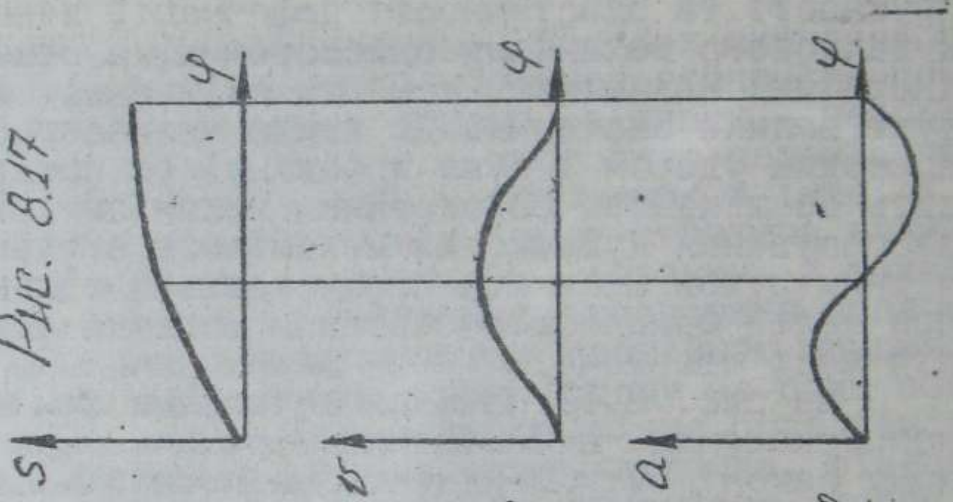
Pic. 8.15



Pic. 8.16



Pic. 8.17



рень - неперервна функція. У цьому випадку криві швидкості і переміщень будуть також неперервними функціями.

8.7. Синтез плоских кулачкових механізмів

При кінематичному синтезі кулачкових механізмів в число заданих або вибраних входять: розміри ланок, схема механізму, а також закон руху ведучої і веденої ланки. Закон руху штовхача може бути заданий як у графічній формі /у вигляді діаграми прискорення - кут повороту кулачка, швидкість - кут повороту кулачка або шлях - кут повороту кулачка/, так і в аналітичній /у вигляді рівняння, що визначає залежність прискорення, швидкості або шляху від кута повороту φ /. До заданих значень також відносяться фазові кути і кут передавання руху. Необхідно побудувати профіль кулачка.

Синтез кулачкових механізмів різних типів аналітичним методом докладно викладений у методичних вказівках [47].

Розглянемо графічний метод синтезу на прикладі центрального кулачкового механізму із зворотно-поступальним рухом штовхача /рис. 8.13/. Цим методом вирішуються три питання:

- 1/ побудова діаграм руху штовхача;
- 2/ визначення мінімального радіуса кулачка;
- 3/ побудова профілю кулачка.

Побудова діаграм руху штовхача. Закон руху веденої ланки залежить від тих операцій, які виконує кулачковий механізм у машині. Найчастіше закон руху штовхача задається

у вигляді діаграми аналога прискорень - кут повороту кулачка / для нашого випадку

$\frac{d^2s}{d\varphi^2} - \varphi$ / . Ця діаграма зображена на рис. 8.18а. Послідовно, графічно інтегруючи двічі діаграму $\frac{d^2s}{d\varphi^2} - \varphi$, дістанемо діаграму аналога швидкостей - кут повороту кулачка / $\frac{ds}{d\varphi} - \varphi$; рис. 8.18б/ і діаграму переміщення - кут повороту кулачка / $s - \varphi$; рис. 8.18в/. На осі абсцис відкладається робочий фазовий кут $\varphi_p = \varphi_e + \varphi_{d.l} + \varphi_n$.

Визначимо масштаби значень, які відкладаються на осях абсцис і ординат діаграм руху штовхача /рис. 8.18/.

Хай на осі абсцис відкладений відрізок довжиною L мм, який являє собою робочий кут кулачка φ_p . У цьому разі масштаб кутів повороту:

$$\mu_\varphi = \frac{\varphi_p \frac{\pi}{180}}{L} \left[\frac{\text{рад}}{\text{мм}} \right],$$

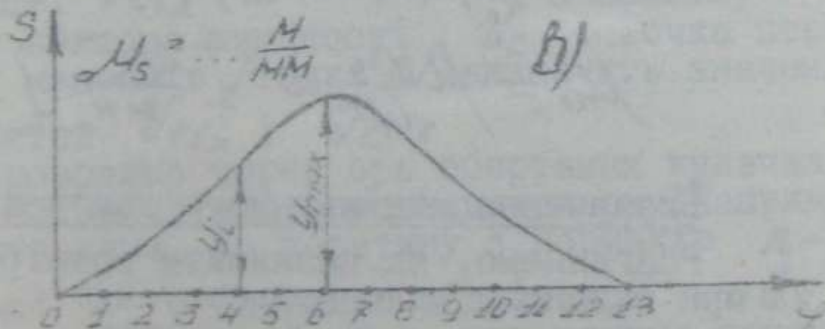
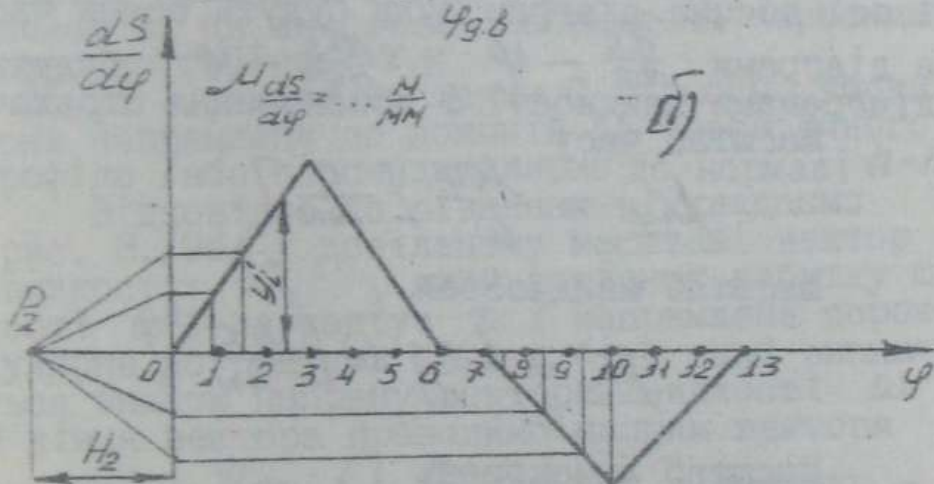
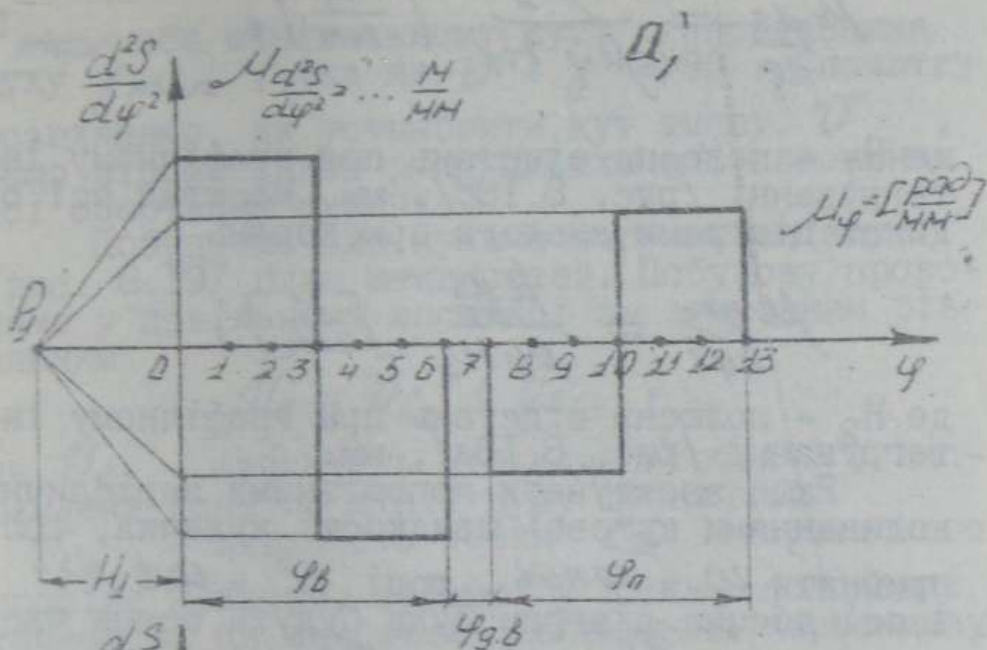
де φ_p - робочий кут повороту кулачка у градусах.

Визначаємо масштаб осі ординат діаграми переміщень

$$\mu_s = \frac{h}{y_{\max}} \left[\frac{\text{м}}{\text{мм}} \right],$$

де h - максимальне переміщення штовхача, м; y_{\max} - максимальна ордината діаграми

$s - \varphi$ /рис. 8.18в/, мм. Масштаб осі ординат діаграми аналога швидкостей



PLC. 8.18

$$\mu \frac{ds}{d\varphi} = \frac{\mu_s}{\mu_\varphi H_1} \left[\frac{M}{MM} \right],$$

де H_1 - полюсна відстань при графічному інтегруванні /рис. 8.186/, мм. Масштаб осі ординат діаграми аналога прискорень

$$\mu \frac{d^2s}{d\varphi^2} = \frac{\mu \frac{ds}{d\varphi}}{\mu_\varphi H_2} \left[\frac{M}{MM} \right],$$

де H_2 - полюсна відстань при графічному інтегруванні /рис. 8.18а/, мм.

Якщо знехтувати непомітними періодичними коливаннями кутової швидкості кулачка, тобто прийняти $\omega = \text{const}$, тоді $\varphi = \omega t$ і осі абсцис діаграм руху будуть осями часу, а діаграми $\frac{ds}{d\varphi} - \varphi$ і $\frac{d^2s}{d\varphi^2} - \varphi$ будуть діаграмами швидкості і прискорення штовхача.

Масштаб часу

$$\mu_t = \frac{\mu_\varphi}{\omega} \left[\frac{c}{MM} \right].$$

Масштаб швидкостей

$$\mu_v = \mu \frac{ds}{d\varphi} \omega \left[\frac{Mc^{-1}}{MM} \right].$$

Масштаб прискорень

$$\mu_a = \mu \frac{d^2s}{d\varphi^2} \omega^2 \left[\frac{Mc^{-2}}{MM} \right].$$

Визначення мінімального радіуса кулачка

Розглянемо, як визначити розміри кулачка при заданому максимальному куті тиску

ψ_{max} або мінімальному куті передавання руху ψ_{min} , так як $\psi + \gamma = 90^\circ$. Спочатку розглянемо, як установити кут тиску ψ , якщо відомо закон руху штовхача і положення осі обертання кулачка.

Побудуємо для кулачкового механізму /рис. 8.19/ план швидкостей. Побудову проводимо у довільному масштабі за векторним рівнянням.

$$\vec{V}_C = \vec{V}_{Cx} + \vec{V}_{Ccx},$$

де V_C - швидкість штовхача /точки С/; напрямлена вона по лінії руху штовхача;

V_{Cx} - швидкість точки C_x теоретичного профілю кулачка, збіжної у даному положенні з точкою С; ця швидкість напрямлена перпендикулярно до радіуса r ;

V_{Ccx} - швидкість точки С відносно точки C_x ; вона напрямлена до дотичній до теоретичного профілю /або перпендикулярно до нормалі $n-n$ /.

Відповідно до рівняння відкладаємо /рис. 8.19б/ у довільному масштабі вектор швидкості V_{Cx} , який дорівнює добутку швидкості ω на радіус r і напрямлена перпендикулярно до радіуса r у бік, який визначається знаком напрямку вектора швидкості ω . З кінця вектора проводимо напрям вектора швидкості $V_{Ccx} (\perp n-n)$, а з початку - напрям вектора швидкості V_C . Точка перетину цих напрямів /точка С/ визначить значення швидкостей V_{Ccx} і V_C .

Проводимо через ось обертання кулачка О /рис. 8.19а/ лінію, перпендикулярну напрямку руху штовхача, до перетину з нормаллю $n-n$ /в точці b /. Одержимо відрізок $Z = ob$. Трикутник ОВС подібний до трикутника плану

швидкостей $\rho C C_x$, як трикутники з взаємно перпендикулярними сторонами. З подібності трикутників маємо

$$\frac{z}{r} = \frac{v_c}{v_{cx}} = \frac{ds}{z \omega dt} = \frac{ds}{r d\varphi},$$

звідки $z = \frac{ds}{d\varphi}$. (8.1)

Якщо тепер відкласти відрізок z від точки C у напрямі, перпендикулярному до напрямку руху штовхача /ліворуч/ і його кінець /точку K / сполучити прямою лінією / OK / з оссю обертання кулачка O , то кут між цією лінією і напрямом руху штовхача /рис. 8.19a/ дорівнює куту тиску ν .

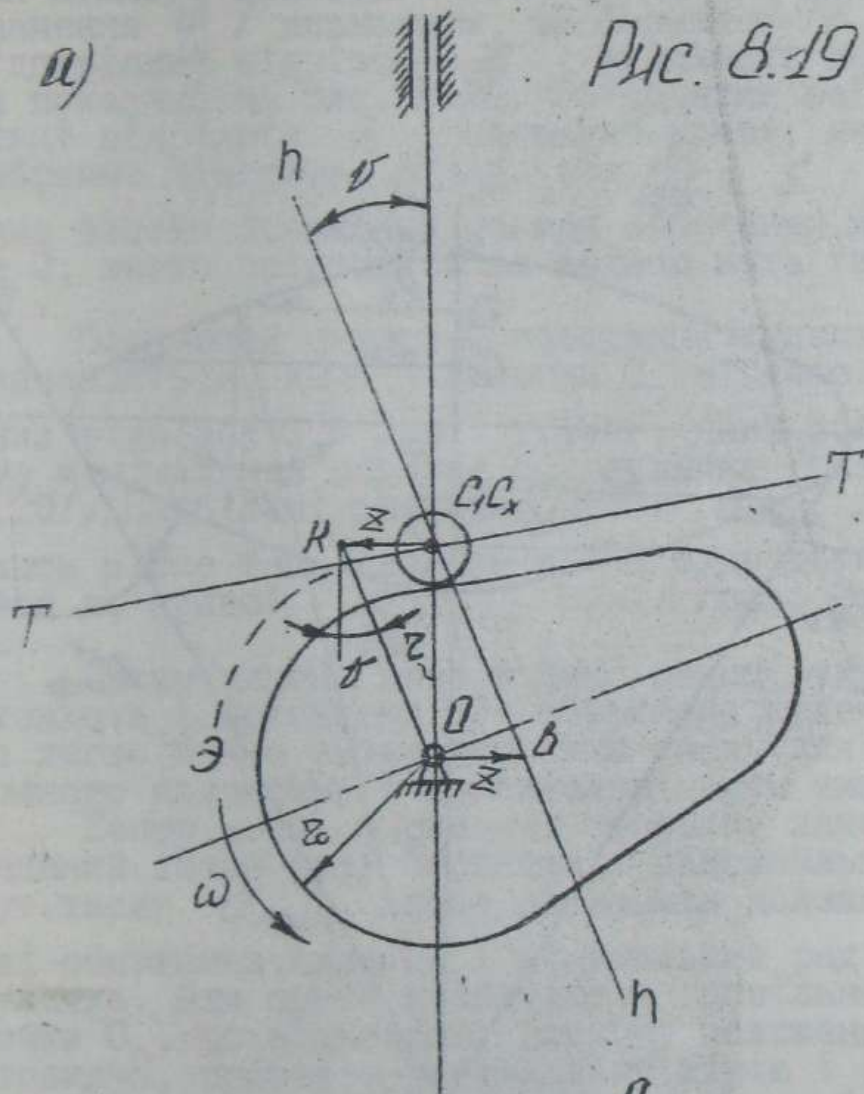
Таким чином, для визначення кута тиску необхідно за формулою обчислити за заданим законом руху штовхача значення відрізка z , відкласти цей відрізок від даного положення осі обертання ролика C у напрямі, перпендикулярному напрямку її швидкості і сполучити прямою лінією кінець відрізка з оссю обертання кулачка. Кут між цією лінією і напрямом швидкості осі ролика є кут тиску. Відзначимо, що відрізок z треба відкладати в той бік, куди буде напрямлений вектор швидкості точки C штовхача, якщо по-вернути його на 90° у напрямі обертання кулачка. У нашому випадку при русі штовхача вгору відрізок z треба відкладати ліворуч, при русі штовхача вниз - праворуч.

На рис. 8.20 показано визначення кутів тиску для різних положень штовхача, котрі визначаються ординатою b , яка відлічується від нижнього положення штовхача C_0 .

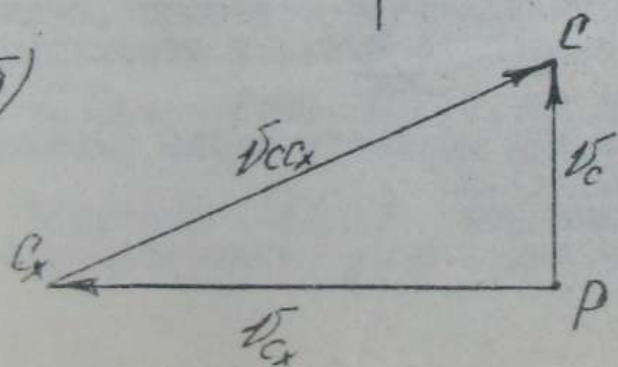
Значення відрізків можуть бути визначені для будь-якого кута φ , якщо відома залежність

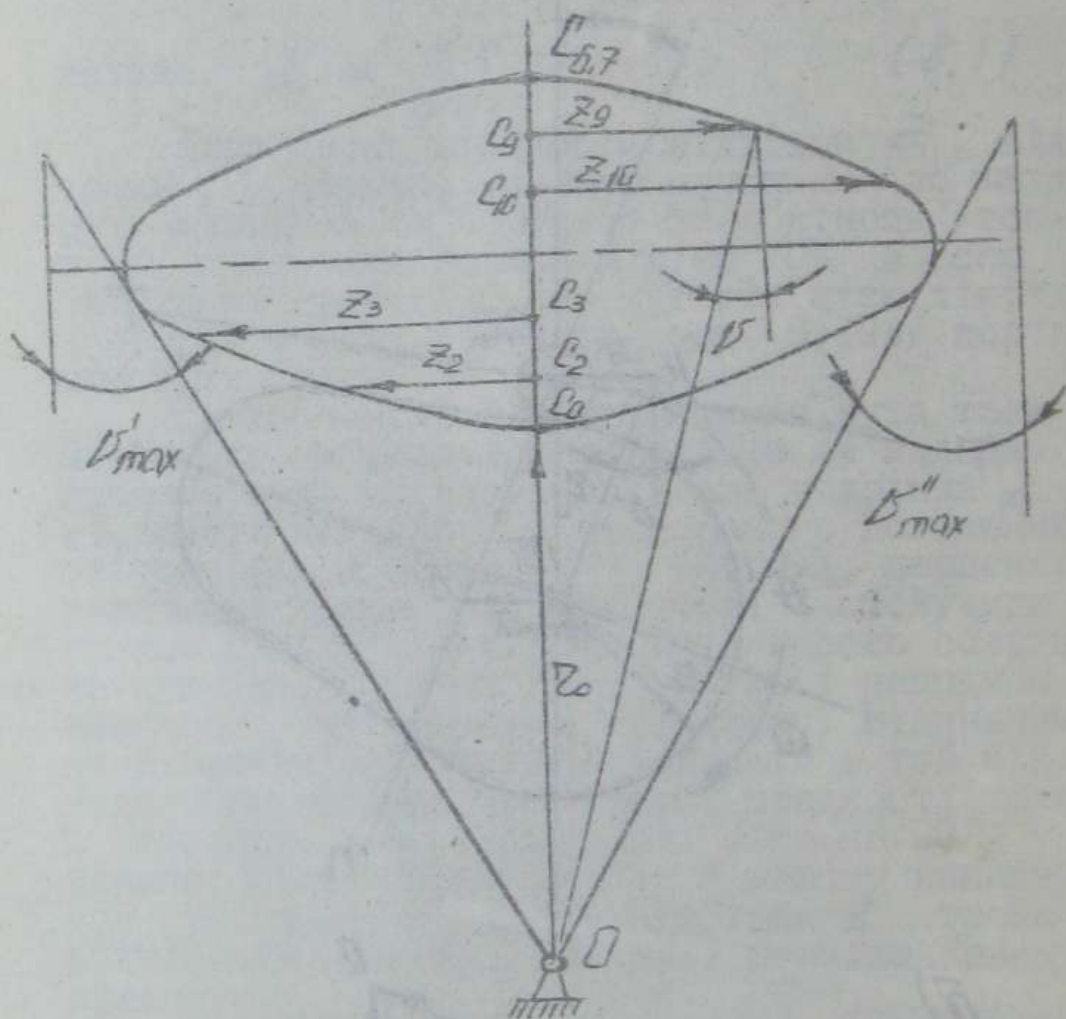
a)

Рис. 8.19



б)





P.10. 8.20

S від φ /рис. 8.18в/. Щоб охопити всі положення кулачкового механізму, необхідно для кожного положення точки S /для кожного значення φ / визначити за формулою /8.1/ відповідний відрізок Z і відкласти його, як показано на рис. 8.20. Об'єднавши всі кінці відрізків Z , одержимо криву, яка зображує діаграму $Z - S$ або $\frac{ds}{d\varphi} - S$.

Якщо відомо положення центра обертання кулачка O , легко простежити за зміною кута тиску ϑ .

Положення центра O обертання кулачка визначається, якщо від точки S_0 відкласти вниз відрізок $S_0 O$ /рис. 8.19а/, який зображує мінімальний радіус r_0 кулачка /рис. 8.20/. Найбільші значення кутів ϑ_{max} і ϑ_{min} мають місце там, де промінь OK буде дотикатися до кривої $\frac{ds}{d\varphi} - S$ /рис. 8.20/.

Таким чином, якщо відомо закон руху штовхача і положення осі обертання кулачка, то легко можна визначити кути тиску для кожного положення і максимальні кути тиску.

Тепер можна поставити зворотню задачу: заданий закон руху штовхача і максимальний кут тиску ϑ_{max} . Треба визначити положення

осі обертання кулачка і мінімальний радіус кулачка. Для цього необхідно з довільної точки S_0 , що відповідає нижчому положенню штовхача, провести вертикальну лінію і на ній відкласти у масштабі довжин μ_ϵ відрізок $S_0 S_{0,7}$ /рис. 8.21/, що відповідає максимальному шляху штовхача при фазі віддалення.

Відрізок $S_0 S_{0,7}$ позначимо у відповідності з діаграмою $s - \varphi$. Для чого обчислюємо

відрізки кожного положення штовхача в
чаткового положення C_0 за формулою

$$C_0 C_i = \frac{S_i}{\mu_e} = \frac{y_i \mu_s}{\mu_e} = A \cdot y_i, \quad / \text{Е.2} /$$

де i - номер положення кулачка; y_i - ордината діаграми $S - \varphi$ /рис. 8.18в/;

$$A = \frac{\mu_s}{\mu_e} \text{ - константа.}$$

За формулою /8.2/ визначаємо відрізки для усіх положень штовхача, які відповідають робочому куту повороту кулачка $\varphi_p = \varphi_e + \varphi_{g.v} + \varphi_n$.

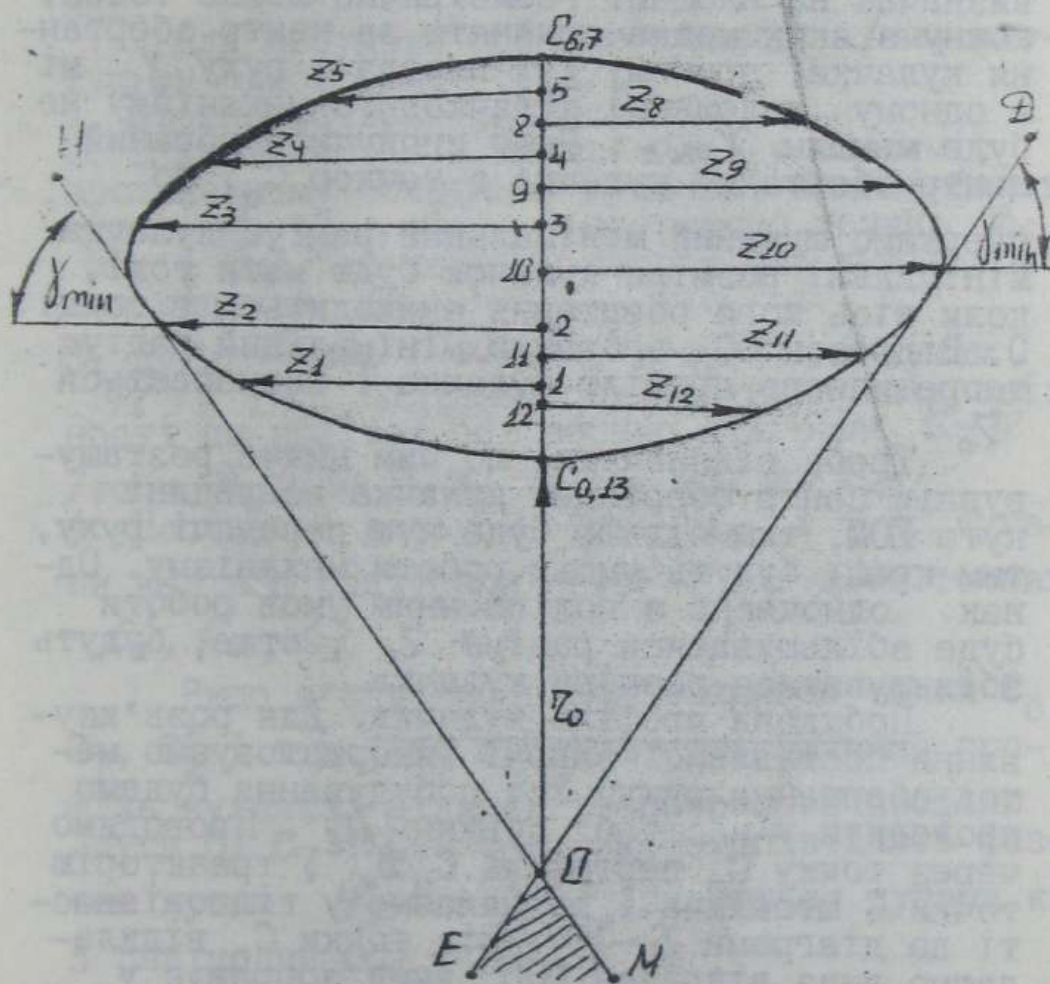
Через точку поділу C_0, C_1, C_2, \dots проводимо перпендикуляри до лінії $C_0 C_{6,7}$. Від точок поділу на перпендикулярах відкладаємо ліворуч при віддаленні і праворуч при поверненні штовхача відрізки Z_i у масштабі довжин μ_e . Ці відрізки обчислюємо за формулою

$$Z_i = \frac{\frac{ds}{d\varphi}}{\mu_e} = \frac{y_i' \mu_{ds/d\varphi}}{\mu_e} = F y_i',$$

де i - номер положення кулачка; y_i' - ордината діаграми $\frac{ds}{d\varphi} - \varphi$ /рис. 8.18б/;

$$F = \frac{\mu_{ds/d\varphi}}{\mu_e} \text{ - константа.}$$

У загальному випадку $\varphi_e \neq \varphi_n$ і для кожного положення кулачка буде своє значення Z_i . Якщо $\varphi_e = \varphi_n$, то Z_i при віддаленні штовхача дорівнює Z_i при поверненні штовхача.



Plc. 8.21

Якщо плавною кривою сполучити кінці відрізків Z_i , то вийде діаграма $\frac{ds}{d\varphi} - s$,

тобто, вилучено параметр φ . Проводимо під кутом $\gamma_{min} = 90^\circ - \vartheta_{max}$ до горизонталі дві дотичні НМ і ДЕ до побудованої кривої /рис. 8.21/. Гострий кут ЕОМ /заштрихований/ визначає на площині геометричне місце точок, кожному з яких можна прийняти за центр обертання кулачка, причому кут передачі руху γ ні в одному положенні кулачкового механізму не буде меншим γ_{min} . Якщо сполучити обраний центр обертання кулачка з точкою C_0 , то

одержимо шуканий мінімальний радіус кулачка. Мінімальні розміри кулачок буде мати тоді, коли вісь його обертання знаходиться в точці О. Відрізок OC_0 зображує мінімальний радіус теоретичного профілю кулачка і позначається

Z_0 . Треба відзначити, що чим нижче розташувати центр обертання кулачка всередині кута ЕОМ, тим більше буде кут передачі руху, тим кращі будуть умови роботи механізму. Однак одночасно з поліпшенням умов роботи буде збільшуватися радіус Z_0 , отже, будуть збільшуватися розміри кулачка.

Побудова профілю кулачка. Для розв'язування поставленої задачі використовуємо метод обертання руху. Усі побудовання будемо проводити у масштабі довжин M_e . Проводимо через точку C_0 вертикаль C_0D_c , траєкторію точки С штовхача і позначаємо у відповідності до діаграми $s - \varphi$. Від точки C_0 відкладаємо вниз відрізок C_0O , який зображує у масштабі M_e мінімальний радіус кулачка Z_0 . Точка О - центр обертання кулачка. Оберемо рух механізму. Для цього відрізка C_0D_c надамо обертальний рух навколо точки О з кутовою

швидкістю ω у бік, протилежний обертанню кулачка. Внаслідок складання відносного поступового руху штовхача вздовж відрізка $O\mathcal{D}_p$ і переносного обертального руху разом з відрізком $O\mathcal{D}_o$ кулачок буде нерухомим, і ми одержимо відносний рух штовхача по відношенню до кулачка, який буде сприйматися як абсолютний.

Для побудови профілю кулачка діємо наступним чином /рис. 8.22/:

1. Проводимо коло радіусом $O\mathcal{D}_o$.
2. Відкладаємо від прямої $O\mathcal{D}_o$ у напрямі, протилежному обертанню кулачка, задані фазові кути: $\varphi_8, \varphi_{9.6}, \varphi_n$ і одержуємо точки: $\mathcal{D}_6, \mathcal{D}_7, \mathcal{D}_{13}$ як перетин сторін цих кутів з колом радіуса $O\mathcal{D}_o$.
3. Дуги $\mathcal{D}_o\mathcal{D}_6$ і $\mathcal{D}_7\mathcal{D}_{13}$, відповідні кутам φ_8 і φ_n , поділяємо на частини у відповідності до поділок осі абсцис діаграми $S-\varphi$ /точки $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \mathcal{D}_3, \mathcal{D}_4, \mathcal{D}_5, \mathcal{D}_8, \mathcal{D}_9, \mathcal{D}_{10}, \mathcal{D}_{11}, \mathcal{D}_{12}$ /.
4. Засікаємо радіуси $O\mathcal{D}_1, O\mathcal{D}_2$ і т.д. дугами колів з радіусами $O\mathcal{C}_1, O\mathcal{C}_2$ і т.д. в точках $\mathcal{C}'_1, \mathcal{C}'_2, \mathcal{C}'_3$ і т.д.

Якщо з'єднаємо плавною кривою точки $\mathcal{C}_o, \mathcal{C}'_1, \mathcal{C}'_2$ і т.д., то одержимо теоретичний профіль кулачка. Ділянки теоретичного профілю /дуги $\mathcal{C}_6\mathcal{C}_7$ і $\mathcal{C}_{13}\mathcal{C}_o$ /, які відповідають фазовим кутам $\varphi_{9.6}$ і φ_8 , описуються дугами кіл з радіусами $O\mathcal{C}'_6$ і $O\mathcal{C}_o$.

Для одержання практичного профілю кулачка необхідно побудувати обвідну дуг радіуса \mathcal{Z} ролика, який має центри на теоретичному профілю. На ділянках, що відповідають фазовим

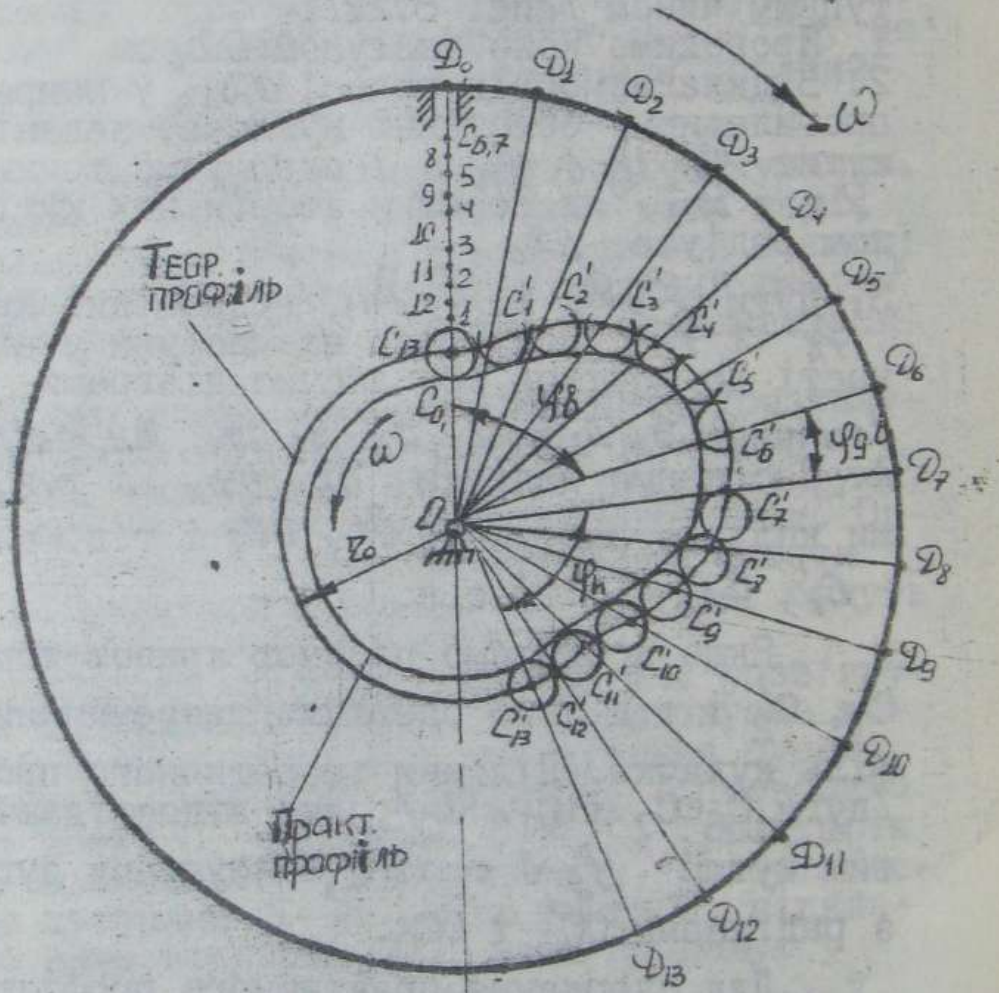


Рис. 8.22

кутам $\varphi_{g.v}$ і $\varphi_{s.v}$, профіль описується дугами радіусів $10c'_g - z$ і $10c'_s - z$.

Радіус z ролика не можна вибирати довільно. Щоб було неможливо явище самоперетину практичного профілю, на його опуклих ділянках треба дотримуватись умови $z \leq 0,7R_{min}$, де R_{min} - мінімальне значення радіуса кривини частини практичного профілю. Однак радіус z ролика має бути меншим від найменшого значення мінімального радіуса z_0 теоретичного профілю кулачка, тобто $z \leq 0,4z_0$. З двох значень z , які ми дістали, вибирають менше. Конструктивні обмеження потребують також додержання умови $z \geq 1,8z_u$, де радіус z_u цапфи осі ролика визначається з розрахунку на міцність.

Синтез кулачкових механізмів інших видів, а саме: нецентрального кулачкового механізму із зворотно-поступальним рухом штовхача, кулачкового механізму з плоским або тарілчастим штовхачем, кулачкового механізму з обертальним рухом штовхача, чітко і послідовно викладається в [5].

РОЗДІЛ 9. ЗРІВНОВАЖУВАННЯ МЕХАНІЗМІВ

9.1. Загальні відомості

Під час руху механізму різні точки його ланок рухаються з прискоренням, в результаті чого з'являються сили інерції, які викликають додаткові зусилля в кінематичних парах. Ці змінні за величиною і напрямом динамічні тиски викликають коливання і вібрації опор та фундаменту механізмів. Коли частота коли-

вань сили збігається з частотою власних коливань фундаменту чи ланки, настає резонанс, амплітуда коливань останніх безмежно зростає, що приводить до руйнування окремих ланок, механізмів. Крім того, динамічні тиски, які виникають під час руху механізму, збільшують сили тертя в опорах обертових валів, збільшують спрацювання підшипників і ланок і тому втрачається точність і продуктивність машини.

У сучасній техніці динамічні навантаження великі, оскільки багато механізмів працюють на великих швидкостях. Через те в процесі проектування механізму ставиться задача про зрівноважування механізмів, тобто повного чи часткового погашення зазначених динамічних тисків. Завдання ускладнюється тим, що механізм є системою рухомих тіл, і зменшення додаткових навантажень в одній кінематичній парі рухомих ланок приводить до збільшення їх у другій. Внаслідок цього задача в загальній її постановці стає нерозв'язною. Вивчаються дві окремі задачі:

- 1/ зрівноважування окремих обертових ланок;
- 2/ зрівноважування плоского механізму в цілому.

9.2. Зрівноважування обертових мас

У сучасних машинах і приладах застосовується велика кількість ланок, що обертаються навколо власної осі. Це, наприклад, вали машин і приладів, шпинделі верстатів, ротори електродвигунів, турбін, центрифуг, колінчасті вали, кулачки та інші ланки. Навіть тоді, коли ланка є геометрично правильним тілом обертання /вал, шпиндель, ротор, барабан/,

при роботі машин на великих швидкостях виникають значні динамічні навантаження на елементи кінематичних пар, зумовлені неоднорідністю та пористістю ланки, неточністю виготовлення і складання вузлів, спрацювання елементів кінематичних пар.

Зрівноважування обертового тіла полягає в такому підборі мас, які забезпечили б повне або часткове погашення додаткових інерційних тисків на опори.

Нехай ланка, схема якої зображена у двох проекціях на рис. 9.1, обертається рівномірно в підшипниках А і В з деякою сталою швидкістю ω . Центри ваги мас m_1, m_2, m_3 цієї ланки знаходяться від осі обертання ланки на відстані радіусів r_1, r_2 і r_3 .

Сила інерції кожної маси при обертанні ланки напрямлена вздовж радіусів від осі обертання і дорівнює $F_i = -m_i a_{s_i} = -m_i r_i \omega^2$. Головний вектор сил інерції усіх мас дорівнює

$$\bar{F} = \sum m_i \bar{r}_i \omega^2 = \omega^2 m \bar{r}_s,$$

де m - маса усієї ланки,
 r_s - віддаль центра мас S ланки від осі обертання.

Щоб сили інерції не чинили тиску на опори, необхідно, щоб головний вектор дорівнював нулю:

$$\bar{F} = \sum m_i \bar{r}_i \omega^2 = \omega^2 \sum m_i \bar{r}_i = 0$$

або

$$\sum m_i \bar{r}_i = 0.$$

/9.1/

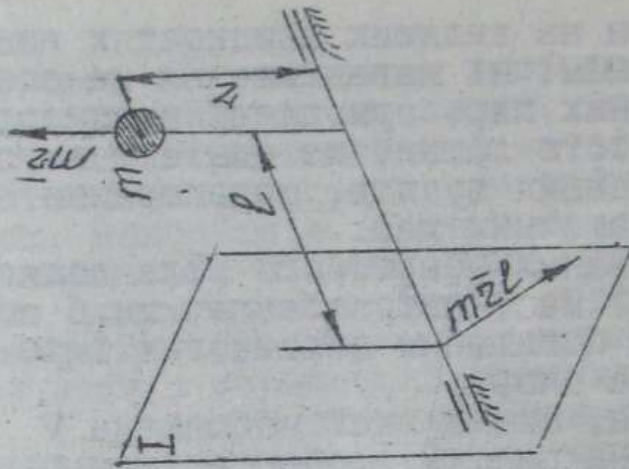


Рис. 9.7

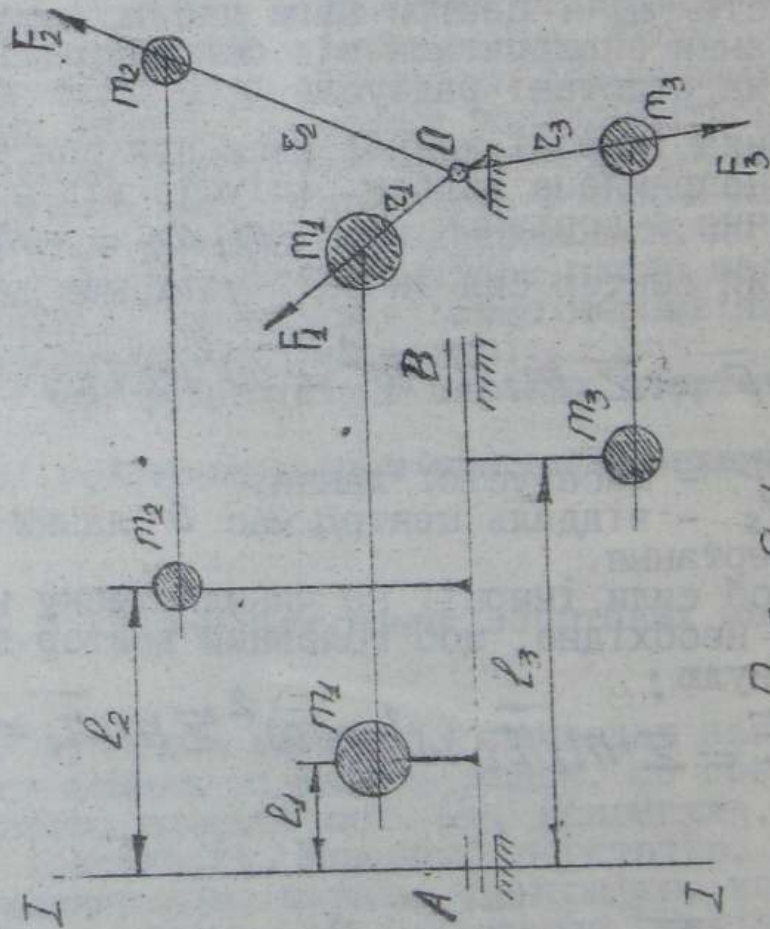


Рис. 9.1

Ця умова називається умовою статичного зрівноважування. Вектор $\sum m_i \bar{r}_i$ називається статичним моментом

$$\sum m_i \bar{r}_i = m \bar{r}_s. \quad /9.2/$$

Тобто умова /9.1/ задовольняється тільки тоді, коли центр мас ланки лежить на осі обертання.

Однак, для повного зрівноважування ланки умови /9.1/ недостатньо. Ще необхідно, щоб сума моментів сил інерції відносно площини I /рис. 9.2/ дорівнювала нулю:

$$\sum \bar{M}_i = \sum m_i \bar{r}_i \omega^2 \bar{l}_i = \omega^2 \sum m_i \bar{r}_i \bar{l}_i$$

або

$$\sum m_i \bar{r}_i \bar{l}_i = 0. \quad /9.3/$$

Це є умова динамічного зрівноважування обертової ланки.

Вектор $\sum m_i \bar{r}_i \bar{l}_i$ називається відцентровим моментом інерції мас відносно осі обертання і площини, що перпендикулярна до осі обертання /площина I рис. 9.2/.

Вектор $\sum m_i \bar{r}_i \bar{l}_i$ напрямлений перпендикулярно до площини I і відповідного радіуса \bar{z} . Однак, якщо всі вектори рівняння /9.3/ повернути на 90° , то рівняння від цього не зміниться, а вектори будуть напрямлені паралельно відповідним радіусам. Це значно полегшить використання графічного методу при зрівноважуванні обертових мас.

Таким чином, обертальна ланка буде повністю зрівноважена, якщо виконуються умови статичного і динамічного зрівноважування.

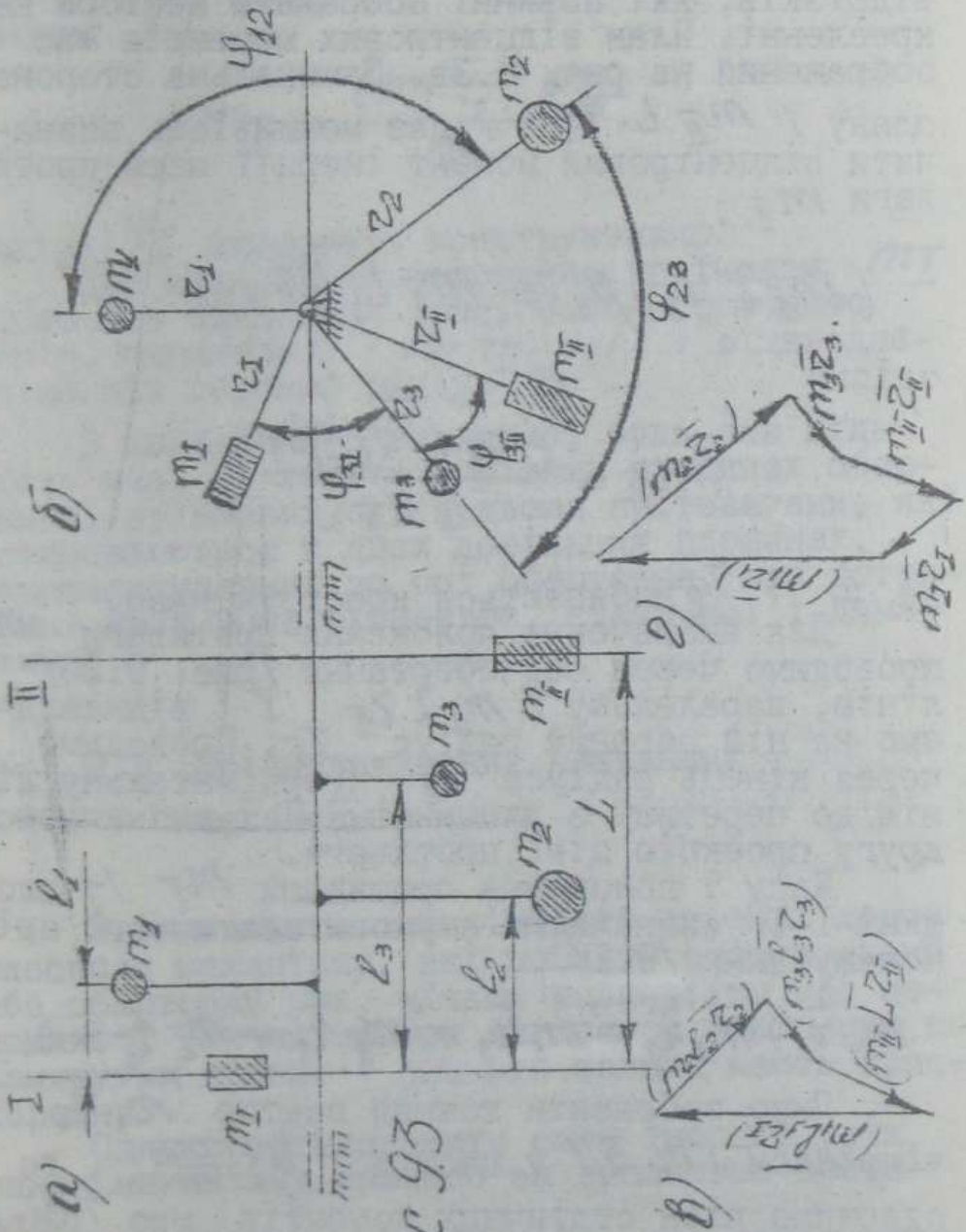
Розглянемо загальний випадок. Треба зрівноважити обертальну ланку, яка складається з трьох мас, центр ваги котрих знаходиться в різних площинах, перпендикулярних до осі обертання /рис. 9.3/. Величина мас дорівнює $m_1, m_2, i m_3$. Розміри радіусів, на яких розташовані центри ваги відповідних мас, дорівнюють $r_1, r_2 \text{ i } r_3$. Кути між напрямками радіусів будуть φ_{12} і φ_{23} . Зрівноважувальні маси треба розташувати в площинах I і II, відстань між якими дорівнює L . Відстань площин, в яких розташовані маси m_1, m_2, m_3 , від площини I дорівнюють l_1, l_2 і l_3 . Потрібно визначити величини і положення противаг m_I і m_{II} , необхідних для повного зрівноважування ланки.

Розв'язання. Так, як маси m_1, m_2 і m_3 розташовані у різних площинах, то треба зробити і статичне і динамічне зрівноважування.

Відцентровий момент інерції мас відносно осі обертання і площини I-I від усіх незрівноважених мас і противаг /тобто здійснюємо динамічне зрівноважування за рівнянням 9.3/

$$\sum m_i \bar{r}_i l_i = m_1 \bar{l}_1 r_1 + m_2 \bar{l}_2 r_2 + m_3 \bar{l}_3 r_3 + m_{II} \bar{L} r_{II} = 0.$$

Вектор кожного відцентрового моменту інерції мас напрямлений паралельно відповідному радіусу, і це допомагає визначити противагу m_{II} , побудувати план відцентрових



Puc 93

моментів мас. Для цього необхідно вибрати масштаб $\mu_1 \frac{кг\ см^2}{мм}$ і визначити величини відрізків, які повинні зображати вектори на кресленні. План відцентрових моментів мас зображений на рис. 9.3в. Замикальна сторона плану $/ m_{II} \bar{L} \bar{z}_{II} /$ дає можливість визначити відцентровий момент інерції маси протипаги m_{II} :

$$(m_{II} \bar{L} \bar{z}_{II}) / \mu_1 = m_{II} \bar{L} \bar{z}_{II},$$

звідки

$$m_{II} = \frac{(m_{II} \bar{L} \bar{z}_{II}) / \mu_1}{\bar{L} \bar{z}_{II}},$$

де \bar{L} і \bar{z}_{II} вибираються конструктивно.

Для визначення положення протипаги m_{II} проводимо через ось обертання /рис. 9.3б/ лінію, паралельну $/ m_{II} \bar{L} \bar{z}_{II} /$ і відкладаємо на ній обраний радіус \bar{z}_{II} . Проводимо через кінець радіуса \bar{z}_{II} горизонтальну лінію до перетину з площиною II-II і визначаємо другу проекцію цієї протипаги.

Масу і положення протипаги m_{I} /у площині I-I/ визначаємо з умови статичного зрівноважування /9.1/

$$m_1 \bar{z}_1 + m_2 \bar{z}_2 + m_3 \bar{z}_3 + m_{II} \bar{z}_{II} + m_I \bar{z}_I = 0.$$

Якщо зобразити кожний вектор $m_i \bar{z}_i$ відрізком $/ m_i \bar{z}_i /$ у масштабі $\mu_2 \frac{кг\ см}{мм}$, то одержимо план статичних моментів мас /рис. 9.3г/. Замикальна сторона плану $/ m_I \bar{z}_I /$ дає можливість визначити масу m_I :

$$(m_I \bar{r}_I) / \mu_2 = m_I \bar{r}_I,$$

звідки

$$m_I = \frac{(m_I \bar{r}_I) / \mu_2}{\bar{r}_I}.$$

Радіус \bar{r}_I вибирають конструктивно.

Для визначення положення противаги m_I через ось обертання /рис. 9.36/ проводимо лінію, паралельну $m_I \bar{r}_I$, і відкладаємо на ній обраний радіус \bar{r}_I .

З викладеного випливає, будь-яка кількість мас, що лежить у різних площинах обертання, зрівноважується двома противагами, які встановлюються в двох довільних площинах, перпендикулярних до осі обертання, при дотриманні двох умов рівноваги, статичної і динамічної.

9.3. Зрівноважування важільних механізмів

Зрівноважити сили інерції окремих ланок плоского механізму, які роблять поступальний або обертовий рух, ніяким розподілом мас неможливо, так як центри ваг ланок мають рух по замкнутих кривих і значить завжди мають прискорення.

Однак, зрівноважити сили інерції усіх ланок механізму можливо за допомогою противаг.

Рівнодійна сила інерції усіх ланок меха-

нізму дорівнює

$$F = m a_s,$$

де m - маса усіх ланок;

a_s - прискорення загального центра ваги механізму.

Зрівноважити цю рівнодійну, тобто зробити, щоб вона дорівнювала нулю, можна тільки зробивши центр ваги механізму нерухожим / $a_s = 0$ /. Це можна досягти встановленням на ланках механізму ряду противаг.

Розглянемо приклад. Маємо чотириланковий важільний механізм /рис. 9.4/. Позначимо маси кривошипа 1, шатуна 2 і коромисла 3 через m_1, m_2, m_3 і вважатимемо, що вони зосереджені в центрах мас $S_1, S_2, i S_3$ ланок.

Розміщення противаг будемо робити наступним шляхом:

1. На продовженні /вниз/ ланки O_1A на деякій відстані l_1 від точки O_1 встановлюємо противагу масою $m_{пр1}$ з умови, щоб центр мас m_1 і $m_{пр1}$ збігався з точкою O_1 . З рівняння статичних моментів мас відносно точки O_1 матимемо

$$m_{пр1} l_1 = m_1 l_{a1} s_1,$$

звідки

$$m_{пр1} = \frac{m_1 l_{a1} s_1}{l_1}.$$

Відстань l_1 вибирають конструктивно.

2. На продовженні ланки AB /вправо/ на деякій відстані l_2 від точки B встановлюємо

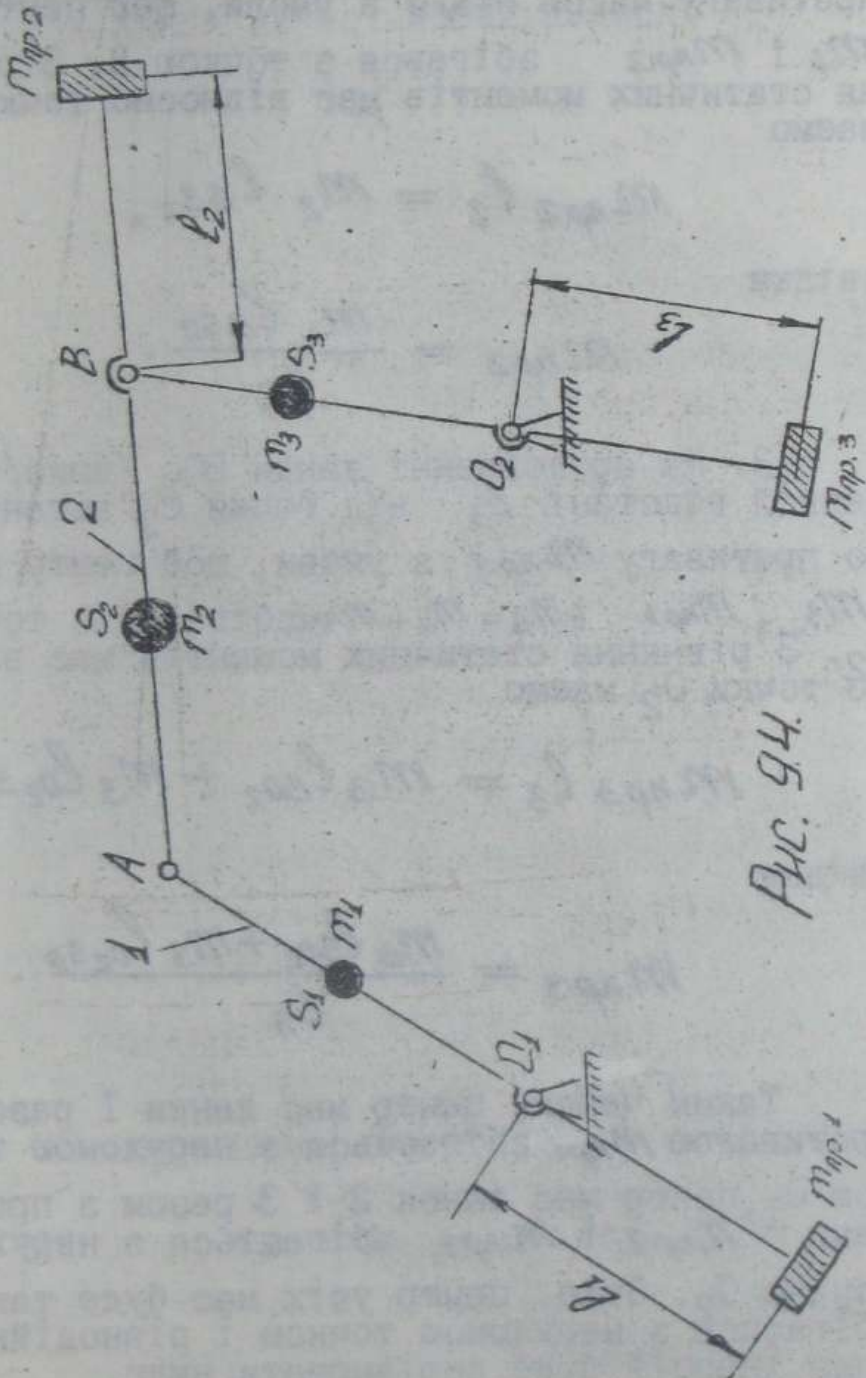


Рис. 94.

протизагу масою m_{np2} з умови, щоб центр мас m_2 і m_{np2} збігався з точкою В. З рівняння статичних моментів мас відносно точки В маємо

$$m_{np2} l_2 = m_2 l_{BS_2},$$

звідки

$$m_{np2} = \frac{m_2 l_{BS_2}}{l_2}.$$

3. На продовженні ланки BO_2 /вниз/ на деякій відстані l_3 від точки O_2 встановлюємо протизагу m_{np3} з умови, щоб центр мас m_3 , m_{np3} і $m_B = m_2 + m_{np2}$ збігався з точкою O_2 . З рівняння статичних моментів мас відносно точки O_2 маємо

$$m_{np3} l_3 = m_B l_{BO_2} + m_3 l_{O_2S_3},$$

звідки

$$m_{np3} = \frac{m_B l_{BO_2} + m_3 l_{O_2S_3}}{l_3}.$$

Таким чином, центр мас ланки I разом з протизагою m_{np1} збігається з нерухомою точкою O_1 , центр мас ланок 2 і 3 разом з протизагами m_{np2} і m_{np3} збігається з нерухомою точкою O_2 . Отже, центр усіх мас буде також збігатися з нерухомою точкою і рівнодійна сила інерції буде дорівнювати нулю.

Необхідно відмітити, що було зроблено наближене зрівноважування, так як за допомо-

гов противаг зрівноважено тільки сили інерції ланок, а відцентрові моменти інерції мас усіх ланок не зрівноважувалися:

Розділ ІО. ТЕРТЯ В КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАХ І ВИЗНАЧЕННЯ ЇХ КОЕФІЦІЄНТА КОРИСНОЇ ДІЇ

ІО.І. Загальні відомості

Опір, що виникає в місцях дотику двох тіл, які переміщуються одне відносно іншого, називають силою тертя. Ця сила напрямлена протилежно швидкості відносного руху. Тертя - це дуже складне явище, при якому виникає сполучення фізичних, механічних, хімічних та інших процесів, які донині вивчаються, але достатньо не вивчені.

В одних випадках тертя обумовлює втрати на шкідливі опори і викликає зношування тертьових поверхонь в місцях їх стикання, в інших - не виключаючи зношування, виявляється корисним, так як на ньому засновуються такі процеси, як рух самохідних візків /автомобіль, локомотив/, дія гальма, ремінних передач і т.д. При розв'язанні практичних задач тертя зараз вивчається спрощено. Для пояснення його користуються двома гіпотезами - механічною та молекулярною. Згідно з першою гіпотезою, тертя виникає в результаті деформації невеликих виступів і западин, що є на поверхнях дотичних

тіл, як би добре не були вони оброблені. Згідно з другою гіпотезою, процес тертя полягає у відриві молекул, що перебувають у контакті, і наступному виникненні нових молекулярних контактів двох тіл при відносному їх русі.

За сучасною гіпотезою, що має змішаний характер, процес тертя при ковзанні поверхонь є не лише результатом механічної взаємодії поверхонь, але й результатом дії молекулярних сил.

Тертя належить до числа найбільш розповсюджених шкідливих опорів, які чинять негативний вплив на механізми. Тертя викликає додаткові витрати енергії і знижує коефіцієнт корисної дії машини. Крім того, тертя є головною причиною зношування елементів кінематичних пар, нагрівання ланок і негативного впливу на мастило.

Тертя в машинах можна обмежити різними засобами:

- а/ зниження тиску у кінематичних парах;
- б/ застосування для елементів кінематичних пар матеріалів з найменшим коефіцієнтом тертя;
- в/ утворення умов для ефективного змазування тертьових поверхонь;

г/ заміна: тертя ковзання тертям кочення.
Всі ці питання вирішуються при конструюванні механізмів та машин.

10.2. Види тертя

Залежно від характеру відносного руху елементів кінематичних пар розрізняють тертя двох видів:

а/ тертя ковзання, при якому одні й ті самі точки одного тіла дотикаються до різних точок іншого тіла; цей вид тертя виникає в нижчих обертових і поступальних парах У класу;

б/ тертя кочення, при якому різні ділянки одного тіла послідовно збігаються з відповідними ділянками іншого.

Можна дати характеристику цим рухам на основі порівняння шляхів, що проходить контактна точка A по поверхнях стикання тіл I і II /рис. 10.1/. Якщо в будь-який момент часу ці тіла стикаються в точці A , а в наступний момент будуть стикатися в точках B_I і B_{II} , то за цей проміжок часу точка A пройде по тілу I деякий шлях

$$\Delta S_I = \cup AB_I,$$

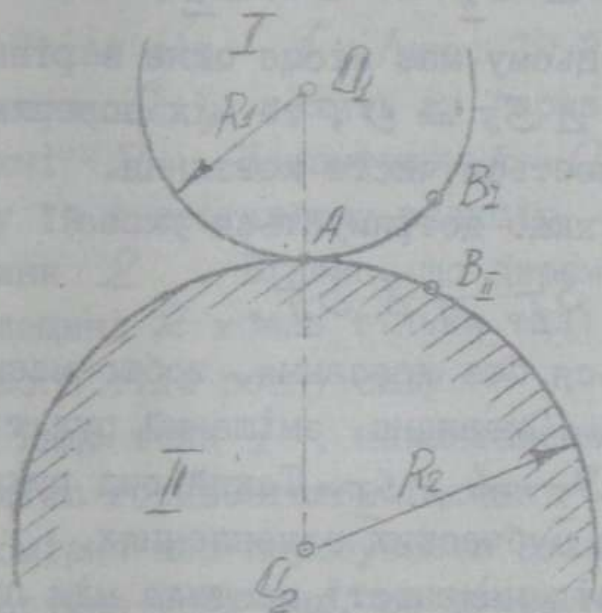


Рис. 10.1

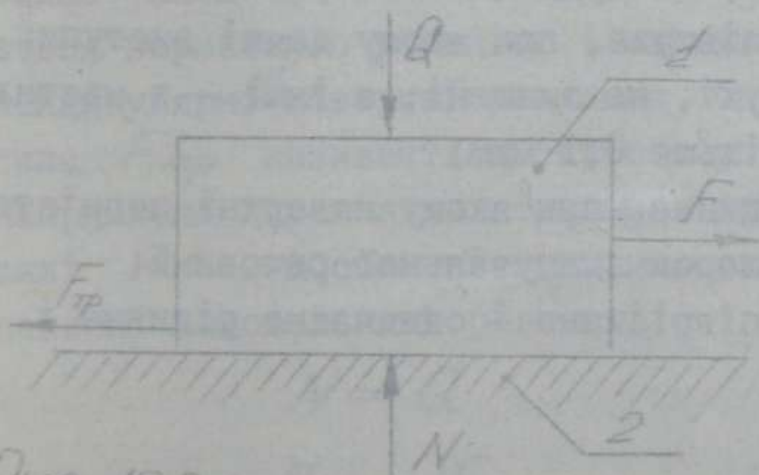


Рис. 10.2

а по тілу II - $\Delta S_{II} = \cup AB_{II}$.

Якщо при цьому має місце одне з рівнянь $\Delta S_I = 0$ або $\Delta S_{II} = 0$, то між поверхнями цих тіл здійснюється чисте ковзання.

Навпаки, якщо дотримується умова

$$\Delta S_I = \Delta S_{II},$$

то тіла котяться без ковзання, тобто маємо чисте кочення. Очевидно, змішаний рух тіл буде при $\Delta S_I \neq \Delta S_{II}$. Такий вид руху спостерігається у зубчастих зачепленнях.

Залежно від наявності мастила між поверхнями тертя, розрізняють тертя ковзання таких видів:

а/ сухе, що виникає на поверхнях, вільних від мастила, чи будь-яких сторонніх речовин;

б/ напівсухе, при якому деякі виступи поверхні сухі, не змащені, а інші - в мастилi шаром не більше 0,1 мкм;

в/ рідинне, при якому поверхні повністю розділені шаром змащувальної речовини;

г/ напіврідинне - одночасно рідинне і напівсухе.

10.3. Тертя ковзання. Кут і конус тертя

Нехай тіло 1 /рис. 10.2/, навантажене силою Q , лежить на горизонтальній площині 2 . Навантаження Q викликає рівну їй і протилежну реакцію N опорної площини 2 . Відомо, що переміщувати тіло 1 по площині 2 можна тільки тоді, якщо прикласти до цього тіла певну силу F .

Якщо тіло 1 , навантажене силою Q , під дією горизонтальної сили F рухається рівномірно або перебуває в стані спокою, то рівнодійна усіх сил, що діють на тіло 1 , повинна дорівнювати нулю. Значить, нерухоме тіло 2 повинно діяти на тіло 1 з силами N і $F_{тр}$, які зрівноважують відповідно сили Q і F . Сила N називається нормальною реакцією і напрямлена перпендикулярно^{90°} поверхні стикання обох тіл; сила $F_{тр}$ називається силою тертя, яка напрямлена паралельно стикання і протилежна силі F . Абсолютні значення сил N і $F_{тр}$ повинні задовольняти рівності

$$N = Q; \quad /10.1/$$

$$F_{тр} = F. \quad /10.2/$$

Граничне значення опору зміщення тіла 1 відносно тіла 2 називається силою тертя спокою і позначається $F_{0тр}$. У момент рушення з місця ця сила досягає максимального значення, яке залежить від сил взаємодії тіл по нормалі та від стану їх поверхонь і називається силою тертя при рушенні з місця. Величина сили тертя спокою може змінюватися в межах від нуля до величини сили тертя при рушенні з місця.

При русі сила тертя ковзання $F_{тр}$ має постійну величину, меншу за силу спокою $F_{0тр}$ і завжди напрямлена проти руху тіла.

Основна залежність між силами $F_{тр}$ і силою взаємодії N тіл 1 та 2 по нормалі встановлена Кулоном-Амонтом у 1799 році і має вигляд

$$F_{тр} = fN, \quad /10.3/$$

де f - коефіцієнт тертя ковзання.

Для тертя спокою маємо

$$F_{0тр} = f_0 N,$$

де f_0 - коефіцієнт тертя спокою.

Коефіцієнт f визначається дослідами шляхом для різних навантажень, матеріалів, умов змазування, відносних швидкостей, видів обробки

матеріалів, питомих тисків, умов роботи. На практиці найчастіше користуються сталими значеннями коефіцієнта f , наведеними в інженерних довідниках.

Векторна сума сили $F_{тр}$ і нормальної реакції N дає повну реакцію R ($\vec{R} = \vec{F}_{тр} + \vec{N}$), рис. 10.3/.

Повна реакція R відхилена від нормалі N на кут ρ , який називається кутом тертя ковзання. Таким чином, для врахування тертя в поступальній парі реакцію R треба відхилити від напрямку нормалі N так, щоб вона перешкоджувала руху тіла 1 відносно тіла 2 /рис. 10.3/.

Зі зміною напрямку сили F в площині руху тіл 1 і 2 відповідно змінюється і напрям повної реакції R . Геометричне місце усіх можливих положень реакції R у просторі утворює коловий конус з кутом 2ρ при вершині.

10.4. Тертя клинчастого повзуна.

Зведений коефіцієнт тертя.

У деяких випадках поверхня стикання повзуна і напрямної утворюють клинчасту пару; елементи повзуна A цієї пари мають форму

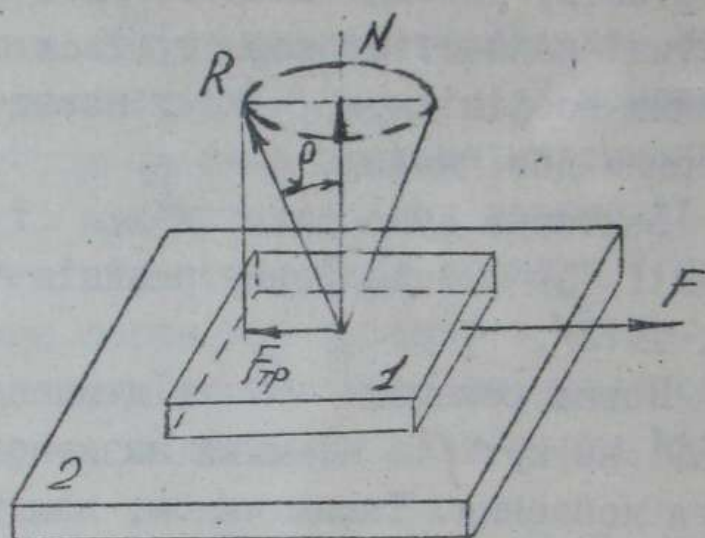


Рис. 10.3

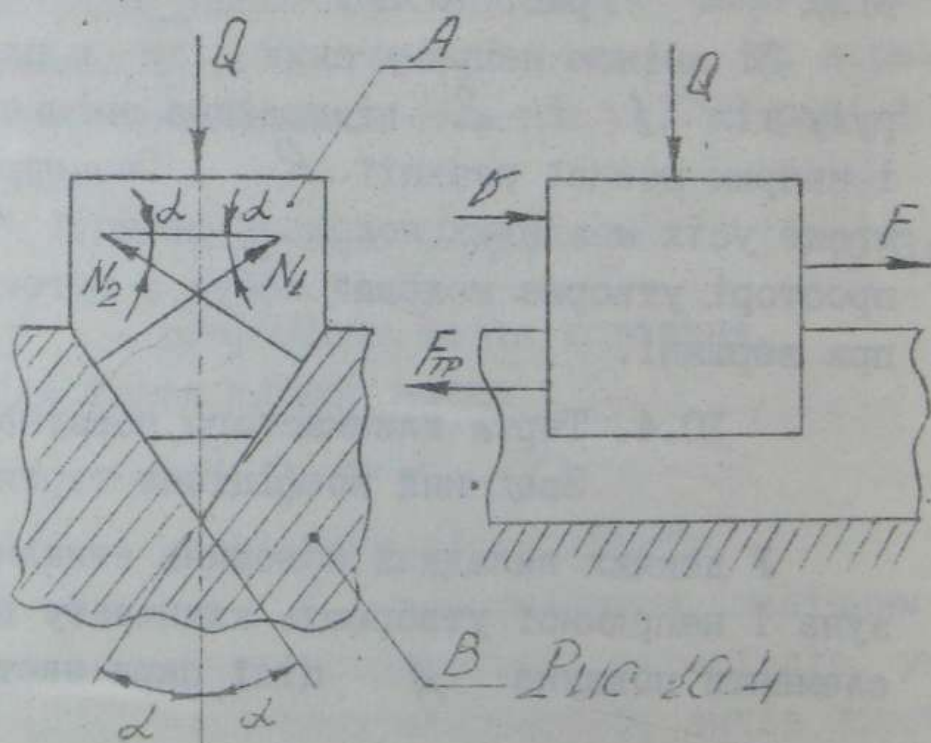


Рис. 10.4

клина, а елементи напрямної B - форму клинчастого жолоба /рис. 10.4/. До повзуна A прикладені: рушійна сила F , паралельна осі жолоба, сила Q , розташована перпендикулярно до цієї осі, дві рівних нормальних реакції $N_1 = N_2 = N$, перпендикулярних до граней жолоба, і дві рівних сили тертя ковзання $F_{\text{тр}1} = F_{\text{тр}2}$, причому $F_{\text{тр}} = F_{\text{тр}1} + F_{\text{тр}2}$.

При рівномірному русі повзуна в напрямній має додержуватись умова /2/

$$F = F_{\text{тр}},$$

але $F_{\text{тр}} = 2Nf$. Тому при симетричному жолобі

$$F = F_{\text{тр}} = 2Nf. \quad /10.5/$$

Спроектуювавши на вертикальну вісь сили, що діють на тіло A , матимемо

$$Q - 2N \sin \alpha = 0, \quad /10.6/$$

де α - кут, який складає кожна грань клина з вертикальною площиною.

З рівняння /10.6/ маємо

$$2N = \frac{Q}{\sin \alpha}. \quad /10.7/$$

Підставивши це значення в рівність /10.5/, дістанемо

$$F_{mp} = \frac{Qf}{\sin \alpha}$$

або

$$F_{mp} = f'Q,$$

де

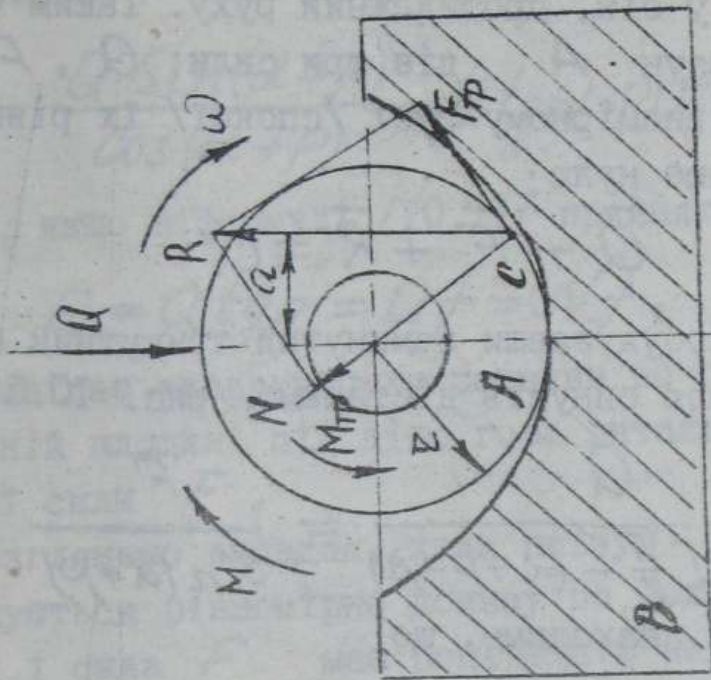
$$f' = \frac{f}{\sin \alpha}. \quad /10.8/$$

Коефіцієнт f' називається зведеним коефіцієнтом тертя клинчастого повзуна. Якщо $\alpha = 30^\circ$, то $f' = 2f$, тобто зведений коефіцієнт тертя клинчастого повзуна може бути в два рази більший за коефіцієнт тертя в плоскій поступальній парі.

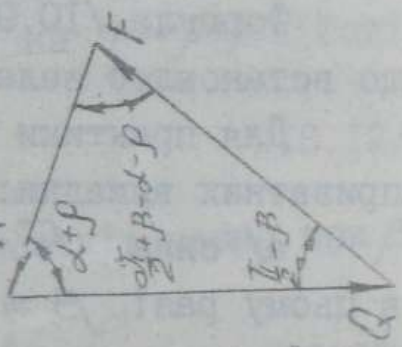
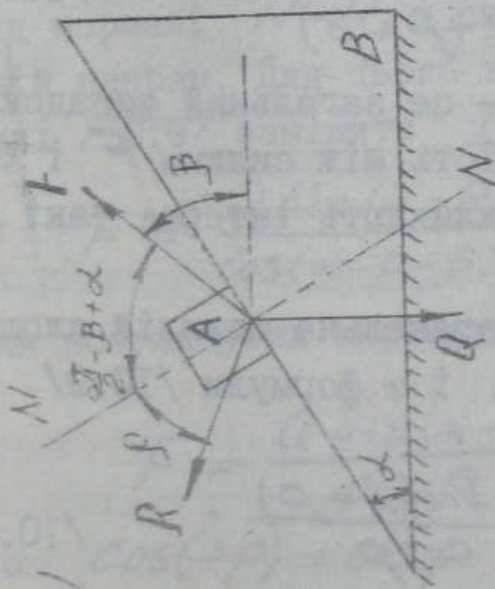
10.5. Тертя на похилій площині

Тіло A під дією рушійної сили F переміщується рівномірно вгору по похилій площині B /рис. 10.5a/. Задані: сила навантаження Q /припустимо, що вона напрямлена по вертикалі/, кут α , що утворюється похилою площиною з горизонтом, кут β - кут напряму сили F і кут тертя ρ . Треба визначити рушійну силу F .

Реакція R при переміщенні тіла вгору відхиляється від нормалі $N-N$ на кут



PWC. 10.6



PWC. 10.5

a)

тертя у бік, протилежний руху. Таким чином, на повзун A діє три сили: Q , F , R . При рівномірному русі /спокої/ їх рівнодіюча дорівнює нулю:

$$\bar{Q} + \bar{F} + \bar{R} = 0.$$

Побудувавши замкнутий трикутник сил, за теоремою синусів дістанемо /рис. 10.5 б/

$$\frac{Q}{\sin\left[\frac{\pi}{2} - (\alpha + \rho - \beta)\right]} = \frac{F}{\sin(\alpha + \rho)}.$$

Звідси знаходимо, що

$$F = \frac{Q \sin(\alpha + \rho)}{\cos(\alpha + \rho - \beta)}. \quad /10.9/$$

Формула /10.9/ - це загальний випадок, що встановлює залежність між силами F і Q .

Для практики викликають інтерес такі два приватних випадки:

а/ сила F паралельна похилій площині; в цьому разі $\beta = \alpha$ і з формули /10.9/ маємо

$$F = \frac{Q \sin(\alpha + \rho)}{\cos \rho}; \quad /10.10/$$

б/ сила F паралельна горизонту,

в цьому разі $\beta = 0$ і з виразу /10.9/ маємо

$$F = \frac{Q \sin(\alpha + \rho)}{\cos(\alpha + \rho)} = Q \operatorname{tg}(\alpha + \rho). \quad /10.11/$$

Нарешті, якщо в формулі /10.11/ прийняти $\alpha = 0$,
то

$$F = Q \operatorname{tg} \rho = Q f = N f,$$

що відповідає випадку руху повзуна по горизонтальній площині під дією горизонтальної рушійної сили F .

Розглянемо випадок, коли повзун A переміщується рівномірно донизу по похилій площині, і сила F має попередній напрям. У цьому разі R відхилиться в інший бік від нормалі $N-N$, і сила тертя змінить свій напрям. Для цього випадку досить у формулі /10.9/ замінити ρ на $(-\rho)$. Тоді

$$F = \frac{Q \sin(\alpha - \rho)}{\cos(\alpha - \rho - \beta)}. \quad /10.12/$$

Для розглянутих окремих випадків маємо при $\beta = \alpha$

$$F = \frac{Q \sin(\alpha - \rho)}{\cos \rho}, \quad /10.13/$$

бо $\cos(-\rho) = \cos \rho$, і при $\beta = 0$

$$F = Q \operatorname{tg}(\alpha - \rho). \quad /10.14/$$

З формули /10.12/ випливає, що коли $\alpha = \rho$, то сила $F = 0$ і повзун A рівномірно опускається під дією лише сили навантаження Q .

Якщо $\alpha < \rho$, то сила $F < 0$. У цьому випадку повзуну не тільки не потрібно гальмування силою F , а, навпаки, до нього треба прикласти силу протилежного знаку для підтримки швидкості руху.

Таким чином, якщо $\alpha < \rho$, то повзун не буде переміщуватися по похилій площині. Така площина називається самогальмуючою; вона широко застосовується у техніці у вигляді клинчастих і різьбових з'єднань, гравітаційних спусків.

10.6. Тертя ковзання в обертальній кінематичній парі

Опорні частини валів і осей, які обертаються в підшипниках ковзання, називаються цапфами. Якщо цапфа розміщена по середині між двома кінцями вала, то її називають шийкою, якщо вона розміщена на кінці вала, то її

називають шипом.

Припускаючи, що цапфа і вкладиш підшипника працюють при сухому або напівсухому терті, визначимо опір, який виникає у вкладиші при рівномірному обертанні вала. Нехай на цапфу A вала, діаметр якої менший, ніж внутрішній діаметр вкладиша B підшипника /рис. 10.6/, діють такі сили: вертикальне навантаження Q , нормальна реакція N і сила тертя $F_{тр}$. Обертальний момент M зрівноважується паром, що складається із сили Q і рівнодійної R сил N та $F_{тр}$. У цьому разі під дією сили тертя $F_{тр}$ цапфа зміщується в підшипнику і займає положення, ексцентричне щодо нього. Контакт цапфи з вкладишем відбувається по лінії, що проходить через точку C перпендикулярно до рисунка. Для рівномірного обертання цапфи треба, щоб момент, прикладений до цапфи у напрямі його обертання, $|M| = Ra = Qa$ зрівноважувався моментом тертя $|M_{тр}| = F_{тр} r = f' N r$, тобто

$$|M| = |M_{тр}|; Ra = Qa = f' N r, \quad /10.15/$$

де r - радіус цапфи;

f' - коефіцієнт тертя в обертальній парі;

a - радіус кола тертя.

Зв'язок між силами R , N і F_{mp} такий:

$$R = \sqrt{N^2 + F_{mp}^2} = N\sqrt{1 + f'^2},$$

звідки

$$N = \frac{R}{\sqrt{1 + f'^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + f'^2}}.$$

Підставляючи значення N в рівняння /10.15/ і розв'язуючи його відносно радіуса кола тертя a , дістанемо

$$a = \frac{f'^2 r}{\sqrt{1 + f'^2}} \approx f'^2 r.$$

При рівномірному обертанні вала рівнодійна сил, прикладених до нього, торкається кола тертя. Коли рівнодійна проходить поза колом, то вал обертається прискорено, а коли в середині кола, то вал перебуває в стані спокою або обертається сповільнено.

Коефіцієнт тертя в обертальній парі f' визначається експериментально. Його числове значення залежить від матеріалів пари, стану її поверхонь та умов роботи.

Для непритертих цапф при сухому терті $f' = \frac{\pi}{2} f$, для притертих $f' = \frac{4}{\pi} f$, де

f - коефіцієнт тертя плоских поверхонь, виготовлених з таких же матеріалів, що і підшипники.

10.7. Визначення коефіцієнта корисної дії машин

Щоб визначити ступінь енергетичної досконалості машини, користуються поняттям коефіцієнта корисної дії /ККД/ машини, що являє собою відношення абсолютної величини роботи сил корисного опору $A_{к.о}$ до роботи всіх рушійних сил A_p за час циклу усталеного руху.

$$\eta = \frac{A_{к.о}}{A_p} \quad /10.16/$$

За повний цикл усталеного руху робота рушійних сил дорівнює роботі сил опору:

$$A_p = A_{к.о} + A_{тр}, \quad /10.17/$$

де $A_{тр}$ - робота сил тертя.

Рівняння /10.16/, враховуючи рівність /10.17/, можна записати таким чином:

$$\eta = \frac{A_p - A_{тр}}{A_p} = 1 - \frac{A_{тр}}{A_p} = 1 - \psi, \quad /10.18/$$

де $\psi = \frac{A_{тр}}{A_p}$ - коефіцієнт втрат у машині.

З формули /10.18/ випливає, що чим менша в машині робота сил тертя, тим менший коефіцієнт втрат і тим досконаліша машина в енергетичному відношенні. Оскільки в жодній машині або механізмі робота сил тертя практично не може дорівнювати нулю і коефіцієнт $\psi \neq 0$, то ККД машини завжди менший за одиницю, тобто $\eta < 1$. Коли робота рушійних сил дорівнює роботі сил тертя ($A_p = A_{тр}$), то ККД дорівнює нулю. При цьому рух механізму можливий, але без виконання якої-небудь корисної роботи. Такий рух механізму називається рухом вхолосту. Прикладом такого механізму може бути годинник. Від'ємне значення ККД, яке дістали в результаті теоретичних досліджень, є ознакою самогальмування або заклинювання механізму. З таким явищем зустрічаємося в кулачковому механізмі при куті тиску, що більший за критичний.

Машина складається з кількох механізмів, тому визначення її ККД зводиться до попереднього визначення ККД кожного з механізмів; залежно від способу з'єднання цих механізмів обчислюють ККД усієї машини.

Існує три способи з'єднання механізмів:

1/ послідовне; 2/ паралельне; 3/ змішане.

Прикладом послідовного з'єднання механізмів у машині може служити металорізальний токарний верстат: електродвигун - пасова передача - гітара - коробка швидкостей - шпиндель. При такому з'єднанні механізмів /рис. 10.7/ корисна робота на виході попереднього механізму буде роботою рушійних сил для наступного.

Визначимо ККД кожного механізму:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{A}; \quad \eta_2 = \frac{A_2}{A_1}; \quad \eta_3 = \frac{A_3}{A_2}; \quad \dots \quad \eta_n = \frac{A_n}{A_{n-1}}$$

Перемножимо ліві та праві частини цих рівностей :

$$\eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_n = \frac{A_1}{A} \frac{A_2}{A_1} \frac{A_3}{A_2} \dots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \eta$$

Отже, ККД послідовного з'єднання дорівнює добутку окремих ККД, що входять до з'єднання механізмів

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \eta_n. \quad /10.19/$$

Тому що кожний із множників менший за одиницю, то ККД усієї машини менший від будь-

якого окремого ККД, і, отже, із збільшенням кількості механізмів, що входять до машини, її ККД зменшується.

Прикладом паралельного з'єднання механізмів може бути трансмісійний вал разом з верстатами, між якими він розподіляє енергію. Нехай маємо n паралельно з'єднаних механізмів /рис. 10.8/. Позначимо роботу усіх рушійних сил A :

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n,$$

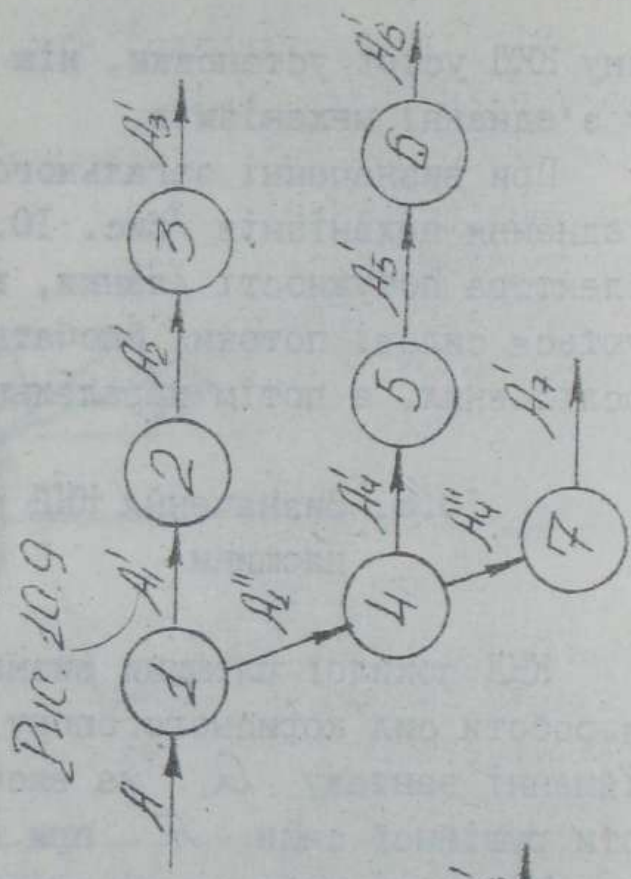
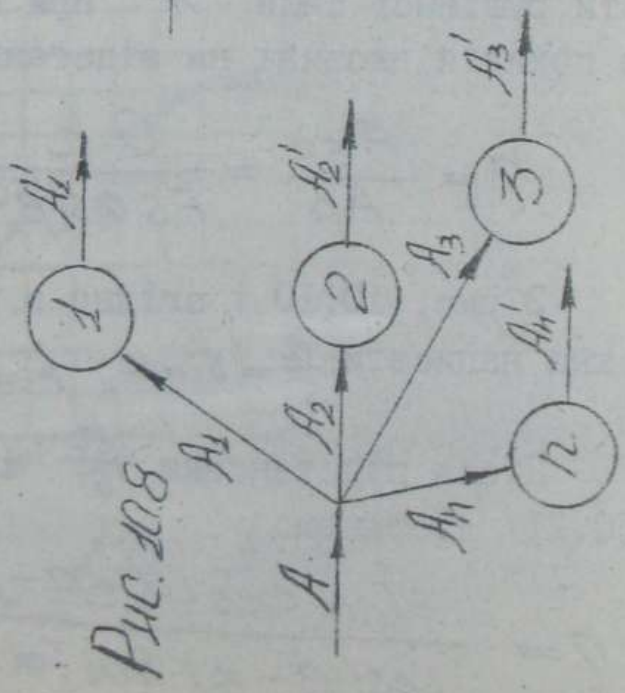
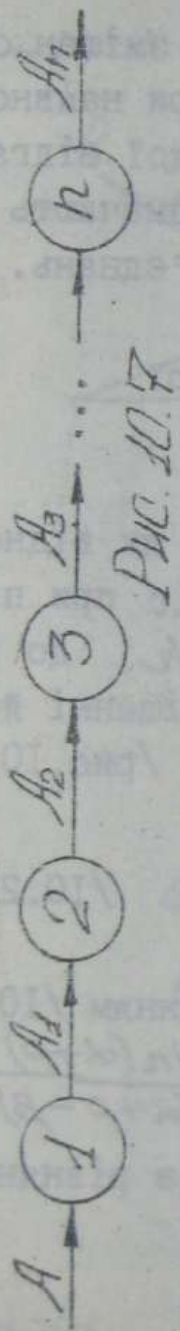
де A_n позначимо роботу рушійних сил n -го механізму. Позначимо роботу корисних опорів відповідних механізмів через $A'_1, A'_2, A'_3, \dots, A'_n$. Тоді окремі ККД відповідно будуть:

$$\eta_1 = \frac{A'_1}{A_1}; \quad \eta_2 = \frac{A'_2}{A_2}; \quad \eta_3 = \frac{A'_3}{A_3}; \quad \dots \quad \frac{A'_n}{A_n}.$$

ККД усієї установки буде

$$\eta = \frac{A_1 \eta_1 + A_2 \eta_2 + A_3 \eta_3 + \dots + A_n \eta_n}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n}. \quad /10.20/$$

Формула /10.20/ показує, що при паралельному з'єднанні механізмів низьке значення ККД окремого механізму менше впливає на вели-



чину ККД усієї установки, ніж при послідовному з'єднанні механізмів.

При визначенні загального ККД змішаного з'єднання механізмів /рис. 10.9/ при наявності колектора потужності /ланки, від якої відгалужуються силові потоки/ спочатку визначають ККД послідовних, а потім паралельних з'єднань.

10.8. Визначення ККД похилої площини

ККД похилої площини визначимо як відношення роботи сил корисного опору $A_{к.о}$ при підйманні вантажу Q на висоту h до роботи рушійної сили F при переміщенні його по похилій площині на відстань S /рис.10.10/.

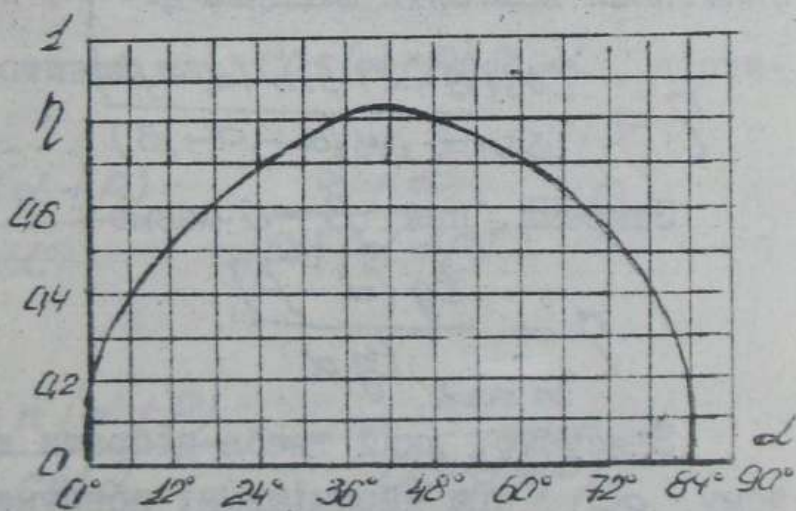
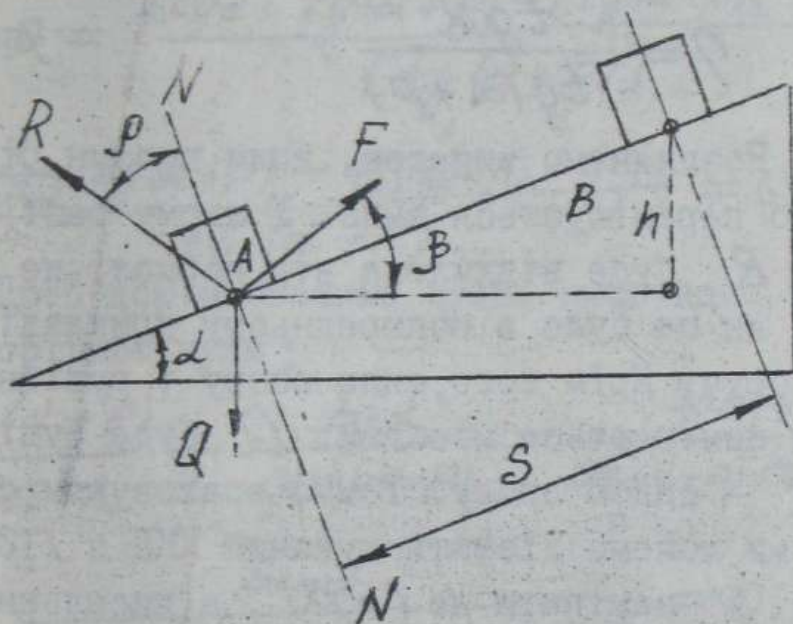
$$\eta = \frac{A_{к.о}}{A_p} = \frac{Qh}{FS \cos(\beta - \alpha)} \quad /10.21/$$

З рис. 10.10 і згідно з рівнянням /10.9/ можна написати; $\frac{h}{S} = \sin \alpha$; $F = \frac{Q \sin(\alpha + \rho)}{\cos(\alpha + \rho - \beta)}$.

Після підстановки $\frac{h}{S}$ і F в рівняння /10.21/ дістанемо

$$\eta = \frac{\sin \alpha \cos(\alpha + \rho - \beta)}{\cos(\beta - \alpha) \sin(\alpha + \rho)} \quad /10.22/$$

Puc. 10.10



Puc. 10.11

Зокрема, якщо, як часто це трапляється
 $\beta = 0$, маємо

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg}(\alpha + \rho)}. \quad /10.23/$$

Розглянемо випадок, коли повзун рівно-
 мірно переміщується вниз. У цьому разі реак-
 ція R буде відхилена від нормалі не ліво-
 руч, як це було в попередньому прикладі, а
 праворуч. Крім того, сили опору і рушійні
 сили поміняються місцями: Q буде рушійною,
 а F - силою опору. Тому, враховуючи сказа-
 не, ми можемо дістати шуканий ККД з /10.22/,
 якщо ρ замінити на $(-\rho)$, а чисельник і
 знаменник поміняти місцями :

$$\eta = \frac{\cos(\beta - \alpha) \sin(\alpha - \rho)}{\sin \alpha \cos(\alpha - \rho - \beta)}. \quad /10.24/$$

Зокрема, при $\beta = 0$ маємо

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(\alpha - \rho)}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad /10.25/$$

З'ясуємо, який треба дібрати кут під-
 йому α при переміщенні повзуна вгору,
 щоб досягти найбільшого ККД для $\beta = 0$. Для
 цього візьмемо першу похідну за α від

виразу /10.23/ і прирівняємо її до нуля :

$$\frac{dn}{d\alpha} = 0 = \frac{(tg\alpha)' tg(\alpha+\rho) - [tg(\alpha+\rho)]' tg\alpha}{[tg(\alpha+\rho)]^2} =$$

$$= \frac{\frac{1}{\cos^2\alpha} tg(\alpha+\rho) - \frac{1}{\cos^2(\alpha+\rho)} tg\alpha}{tg^2(\alpha+\rho)} = 0.$$

Дріб дорівнюватиме нулю, якщо його чисельник дорівнює нулю :

$$\frac{tg(\alpha+\rho)}{\cos^2\alpha} - \frac{tg\alpha}{\cos^2(\alpha+\rho)} = \frac{\sin(\alpha+\rho)}{\cos(\alpha+\rho)\cos\alpha\cos\alpha} -$$

$$- \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha\cos(\alpha+\rho)\cos(\alpha+\rho)} = 0.$$

Скоротивши на $\cos(\alpha+\rho)\cos\alpha$, дістанемо

$$\frac{\sin(\alpha+\rho)}{\cos\alpha} - \frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha+\rho)} = 0,$$

або

$$\frac{\sin(\alpha+\rho)}{\cos\alpha} = \frac{\sin\alpha}{\cos(\alpha+\rho)}.$$

Добуток крайніх членів пропорції, як відомо, дорівнює добутку середніх, тому

$$\sin(\alpha + \rho) \cos(\alpha + \rho) = \sin \alpha \cos \alpha.$$

Помножимо і поділимо праву і ліву частини на 2 :

$$\begin{aligned} \frac{2}{2} \sin(\alpha + \rho) \cos(\alpha + \rho) &= \frac{2}{2} \sin \alpha \cos \alpha = \\ &= \frac{1}{2} \sin 2(\alpha + \rho) = \frac{1}{2} \sin 2\alpha, \end{aligned}$$

або

$$2(\alpha + \rho) = 2\alpha.$$

Останнє рівняння має два розв'язки:

$$a) 2(\alpha + \rho) = 2\alpha \quad \text{або} \quad \rho = 0;$$

розв'язання практично неможливе; якби тертя не було, то ККД був би максимальним, тобто

$$\eta = 1;$$

$$b) \sin 2\alpha = \sin(\pi - 2\alpha), \text{ то } 2(\alpha + \rho) = \pi - 2\alpha.$$

Звідки $4\alpha = \pi - 2\rho$, а отже, кут похилої площини, коли ККД її дорівнює максимуму,

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2} = 45^\circ - \frac{\rho}{2}.$$

У цьому разі

$$\eta_{\max} = \frac{\operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\rho}{2})}{\operatorname{tg}(45^\circ + \frac{\rho}{2})} = \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\rho}{2}).$$

На рис. 10.11 показано змінювання ККД похилої площини у залежності від кута підйому α при коефіцієнті тертя $f = 0,1$.

Список літератури

1. Артоболовский И.И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, 1988. - 640 с.
2. Баранов Г.Г. Курс теории механизмов и машин. - М.: Машиностроение, 1975. - 495с.
3. Вишенський І.І. Теорія механізмів і машин. Механічні передачі. - К.: НМКВО, 1992. - 355 с.
4. Макарчук В.Н., Николенко Р.Б. Методические указания к курсовому проектированию по разделу "Синтез кулачковых механизмов с применением ЭВМ" курса "Теория механизмов и машин". - Сумы.: СумГУ, 1995. - 35с.
5. Кореняко А.С. и др. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин. - К.: Вища школа, 1970. - 330 с.

Навчальне видання

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з дисципліни "Теорія механізмів і машин"

Розділ 8. Кулачкові механізми

Розділ 9. Зрівноважування механізмів

Розділ 10. Тертя в кінематичних парах і
визначення їх коефіцієнта
корисної дії

для студентів машинобудівних

спеціальностей денної форми навчання

Укладач Макарчук Віктор Миколайович

Відповідальний за випуск Л.А. Свистун

План 1996 р., поз. 13

Підп. до друку Формат 60x84/16 Обл.-вид. арк. 2,2

Тираж 500 прим. ^{15.01.96} Замовлення № 27 Безкоштовно

СумДУ. 244007, Суми, вул. Р.-Корсакова, 2

"Різоцентр" СумДУ. 244007, Суми,
вул. Р.-Корсакова, 2