

**КОНКУРСНА РОБОТА**

**на тему: *«Розрахунок дискретної багатомасової моделі ротора на основі даних, отриманих за методом скінченних елементів»***

## ЗМІСТ

С.

ВСТУП.....	4
1 МЕТОД ЛІНІЙНОГО ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ .....	6
1.1 Математичні моделі систем.....	6
1.2 Формула лінійної регресії.....	9
1.3 Висновки.....	11
2 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧОТИРИМАСОВОЇ МОДЕЛІ РОТОРА ...	12
2.1 Розрахункова схема .....	12
2.2 Рівняння системи .....	13
2.3 Результати розрахунків .....	17
2.4 Висновки.....	19
ВИСНОВКИ.....	20
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ .....	21
Додаток А.....	22
Додаток Б.....	23
Додаток В .....	25

## ВСТУП

Створення вібронадійних машин у галузі енергетики, хімічного, транспортного та інших галузей машинобудування вимагає, як правило, попередніх розрахунків їх динаміки. Ці розрахунки можуть ефективно прогнозувати рівень вібрацій тільки при достатньо адекватних математичних моделях, що описують коливальні процеси в машинах та агрегатах. У той же час багато параметрів коливальних систем (наприклад, коефіцієнти жорсткості та опору реакцій рідинного шару в сегментних підшипниках, у стільникових і лабіринтових ущільненнях роторів, структура і коефіцієнти моделі внутрішнього тертя валопроводів, моделі взаємодії елементів машин з робочим середовищем і т.п.) важко піддаються розрахунковій оцінці.

Одним із ефективних способів створення достовірних математичних моделей коливальних процесів є ідентифікація – уточнення структури і коефіцієнтів диференціальних рівнянь, що описують ці процеси, за експериментальними даними [1].

Розвиток і все більш ефективне використання методів ідентифікації коливальних систем у галузі прикладної механіки обумовлюють актуальність даної роботи.

Тому метою роботи є параметри дискретної чотиримасової моделі ротора, отримані в результаті лінійного оцінювання.

Для досягнення цієї мети були поставлені такі задачі:

- 1) зробити огляд методу лінійного оцінювання;
- 2) оцінити параметри дискретної чотиримасової моделі ротора за даними, отриманими за методом скінченних елементів (МСЕ).

Об'єкт дослідження – ротор живильного насоса.

Предметом дослідження є дискретна 4-масова модель ротора.

Методи дослідження: МСЕ, метод лінійного оцінювання.

Робота складається з трьох розділів: у першому проведено огляд методу лінійного оцінювання, у другому оцінено параметри дискретної чотиримасової

моделі та обчислено її точність у порівнянні з моделлю, розрахованою за МСЕ (МСЕ-моделлю) і в третьому наведено висновки по роботі.

Зроблено висновок про те, що дискретні чотиримасові моделі адекватні за динамічними властивостями МСЕ-моделі і відповідно реальному ротору в області частот обертання, що охоплюють першу і другу критичні частоти. Найбільшу точність мають моделі, оцінені за трьома та чотирма частотами та формами. При оцінюванні за п'ятьма частотами і формами похибка оцінювання в області частот обертання, що охоплюють першу і другу критичні частоти, збільшилася, тому подальше збільшення кількості частот та форм, за якими проводиться оцінювання нераціональне.

# 1 МЕТОД ЛІНІЙНОГО ОЦІНЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ

## 1.1 Математичні моделі систем

У загальному випадку математична модель будь-якого об'єкта або процесу є способом (алгоритмом) обчислення деякої сукупності вихідних величин

$$y_1, y_2, \dots, y_k$$

за вихідними даними, що визначають параметри моделі й умови експерименту.

Ці дані можна розділити на дві групи величин: дані, які можна вважати достовірно відомими, –

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r$$

і параметри, що підлягають оцінюванню, –

$$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l.$$

Надалі вихідні величини подаватимуться  $k$ -мірним вектором-стовпцем

$$\bar{y} = (y_1, y_2, \dots, y_k)^T.$$

Відповідно відомі величини моделі позначимо вектором

$$\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_r)^T,$$

а параметри, що підлягають оцінюванню,  $l$ -мірним вектором



коливань) тут визначаються за допомогою програм для ПК, що реалізують сучасні методи розрахунку механічних систем.

Розглядаючи методи оцінювання, матиметься на увазі алгоритми і програми, за допомогою яких на ПК виробляється розрахунок вихідного вектора  $\bar{y}$  за схемою, наведеною на рисунку 1.1.

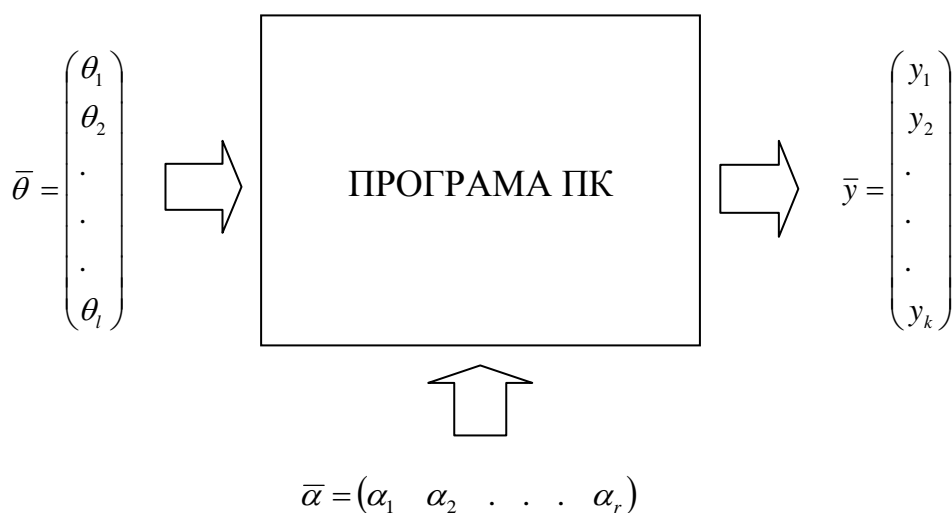


Рисунок 1.1 – Алгоритм розрахунку лінійного оцінювання

Визначення вихідного вектора  $\bar{y}$  за вхідними даними, що створюють вектори  $\bar{\theta}$  і  $\bar{\alpha}$ , називають прямою задачею.

Знаходження вектора  $\bar{\theta} = \hat{\theta}$  за експериментальними даними  $\bar{y} = \bar{y}^*$  є оберненою задачею, або задачею оцінювання.

Взагалі кажучи, процес створення й уточнення структури і параметрів математичної моделі на основі експериментального дослідження об'єкта є ідентифікацією.

Оцінювання – окремий, простий випадок ідентифікації, коли ставиться задача визначення деякої сукупності параметрів математичної моделі  $\bar{\theta}$  за даними експериментів  $\bar{y}$  при заданій структурі моделі.

Очевидно, що як вихідні величини  $y_1, y_2, \dots, y_k$  потрібно розглядати тільки такі, які можуть бути виміряні. Тому далі вектор  $\bar{y}$  іменуватиметься також вектором вимірюваних величин.

## 1.2 Формула лінійної регресії

Якщо в даній математичній моделі вимірювані величини є лінійними функціями оцінюваних параметрів, то говорять про задачу лінійного оцінювання. В цьому випадку наведена модель (1.1) набуває вигляду:

$$\begin{aligned}
 y_1 &= k_{11}\theta_1 + k_{12}\theta_2 + \dots + k_{1l}\theta_l; \\
 y_2 &= k_{21}\theta_1 + k_{22}\theta_2 + \dots + k_{2l}\theta_l; \\
 &\dots\dots\dots \\
 y_k &= k_{k1}\theta_1 + k_{k2}\theta_2 + \dots + k_{kl}\theta_l,
 \end{aligned}
 \tag{1.3}$$

або в матричній формі

$$\bar{y} = \bar{K} \cdot \bar{\theta}, \tag{1.3}'$$

де  $\bar{K}$  - прямокутна матриця розміром  $k \times l$  має структуру:

$$\bar{K} = \underbrace{\left( \begin{array}{cccc} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1l} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2l} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{k1} & k_{k2} & \dots & k_{kl} \end{array} \right)}_l \Bigg\} k.$$

Коефіцієнти  $k_{ai}$  можуть розглядатися як деякі коефіцієнти впливу. Відповідно матрицю  $\bar{K}$  далі називатимемо матрицею коефіцієнтів впливу.

Лінійне оцінювання не має проблем для чисельної реалізації на відміну від нелінійного, де ця задача не завжди «приречена на успіх».

У випадку  $k=l$  матриця  $\bar{K}$  квадратна, і тоді вектор  $\bar{\theta}$  знаходиться шляхом безпосереднього розв'язання системи (1.3) стосовно  $k=l$  невідомих  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l$ . У матричній формі це розв'язання записується у вигляді



$$\bar{\theta} = \bar{K}^{-1} \cdot \bar{y}^*, \quad (1.4)$$

де  $\bar{y}^* = (y_1^*, y_2^*, \dots, y_k^*)^T$  – набір експериментально зміряних величин;

$\bar{K}^{-1}$  – матриця, обернена матриці  $\bar{K}$ .

Багато дослідників «обернену задачу» так і розуміли, як розв’язання вигляду (1.4). Тому число виміряних величин мало дорівнювати числу оцінюваних параметрів. Але при  $k > 1$  має місце велика інформативність, оскільки кількість виміряних величин перевищує (і чим більше, тим краще) кількість оцінюваних параметрів. У цьому випадку застосовують нижченаведений підхід [1,2], що базується, врешті-решт, на методі найменших квадратів.

Помножимо зліва обидві частини рівняння (1.3) на транспоновану матрицю  $\bar{K}^T$ :

$$\bar{K}^T \cdot \bar{y} = \bar{K}^T \bar{K} \cdot \bar{\theta}. \quad (1.5)$$

Помітимо, що множення матриці  $\bar{K}^T$  розміром  $1 \times k$  на матрицю  $\bar{K}$  розміром  $k \times 1$  утворює квадратну матрицю розміром  $1 \times 1$ . Тому вираз (1.5), якщо його виписати в скалярній формі, є не що інше, як система 1 лінійних рівнянь щодо 1 невідомих  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_l$ . Її розв’язанням у матричній формі є знаходження вектора оцінюваних параметрів  $\bar{\theta} = \hat{\theta}$ :

$$\hat{\theta} = [\bar{K}^T \bar{K}]^{-1} \cdot \bar{K}^T \cdot \bar{y}. \quad (1.6)$$

Останнє співвідношення є відомою формулою лінійної регресії. Можна показати [3], що формула (1.6) виводиться з умови мінімуму цільової функції методу найменших квадратів, якщо наведена модель лінійна, тобто має вигляд (1.3).

### 1.3 Висновки

Процес створення й уточнення структури і параметрів математичної моделі на основі експериментального дослідження об'єкта є ідентифікацією. Оцінювання – окремий, простий випадок ідентифікації, коли ставиться задача визначення деякої сукупності параметрів математичної моделі за даними експериментів при заданій структурі моделі.

Задача оцінювання зводиться до знаходження такого вектора оцінюваних величин, при якому сума квадратичних відхилень розрахункових величин від експериментально зміряних буде мінімальною.

## 2 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧОТИРИМАСОВОЇ МОДЕЛІ РОТОРА

### 2.1 Розрахункова схема

Для проведення чисельних експериментів було обрано ротор живильного насоса ЖЕ 400-250-3 (рисунок 2.1).

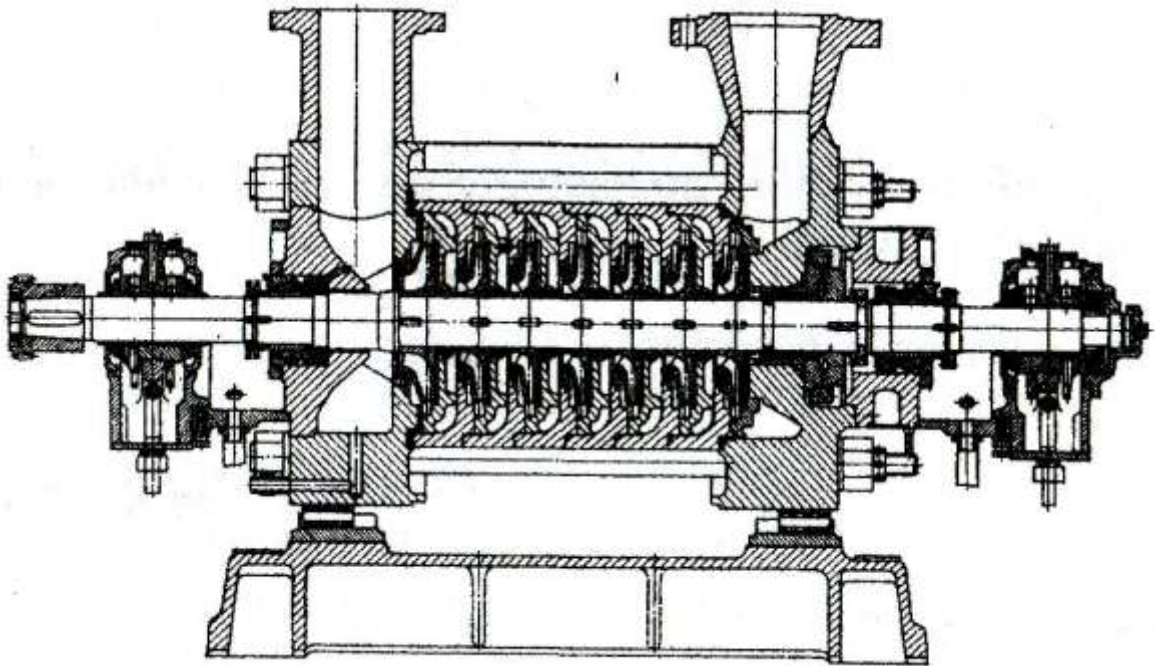


Рисунок 2.1 – Живильний насос

Робоча частота ротора  $\omega_{роб} = 312 \frac{рад}{с} \left( n = 2976 \frac{об}{хв} \right)$ . Ротор даного насосу працює за «першою критикою» (гнучкий ротор, багатомасова система з великим числом степенів свободи). Розрахункова схема ротора показана на рисунку А.1 додатку А. Вхідні дані МСЕ-моделі наведені в таблиці Б.1 додатку Б.

Форми коливань ротора, розраховані за МСЕ-моделлю наведено на рисунку В.1 додатку В.

## 2.2 Рівняння системи

Раніше використовувалися одномасові (рідше - двомасові) моделі, з допомогою яких вдавалося виявити деякі загальні закономірності [1, 4]. Проте для не тільки якісного, але і достатньо достовірного кількісного дослідження динаміки ротора одномасової моделі не достатньо. Потрібні дискретні три- та чотиримасові моделі, які в повній мірі відображають динамічні властивості реальної конструкції і відкривають можливість врахування неконсервативних нелінійних сил в підшипниках, а також ефектів, пов'язаних з наявністю внутрішнього тертя. Дослідження цих моделей з урахуванням існуючих в наш час ефективних програм чисельного інтегрування систем диференціальних рівнянь (Maple, Mathcad) відкриває широкі можливості для дослідження динаміки роторів енергетичних машин.

Дискретна чотиримасова модель ротора має вигляд, показаний на рисунку 2.2.

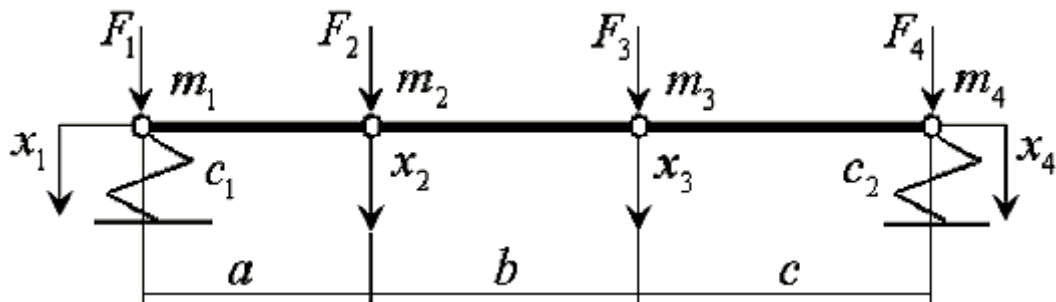


Рисунок 2.2 – Схема дискретної моделі ротора

Для даної системи дискретних мас, розв'язуючи статичну задачу, визначаємо переміщення ротора під дією вантажів на пружних опорах:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{c_1} \left( F_1 + \frac{b+c}{l} F_2 + \frac{c}{l} F_3 \right); \\ x_2 = \frac{b+c}{l} x_1 + \frac{a}{l} x_4 + \delta_{22} F_2 + \delta_{23} F_3; \\ x_3 = \frac{c}{l} x_1 + \frac{a+b}{l} x_4 + \delta_{32} F_2 + \delta_{33} F_3; \\ x_4 = \frac{1}{c_2} \left( \frac{a}{l} F_2 + \frac{a+b}{l} F_3 + F_4 \right). \end{cases} \quad (2.1)$$

Заміняючи в рівняннях (2.1)  $F_i = -m_i \ddot{x}_i$  ( $i = \overline{1,4}$ ), отримуємо диференціальні рівняння системи:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + \frac{b+c}{l} m_2 \ddot{x}_2 + \frac{c}{l} m_3 \ddot{x}_3 + c_1 x_1 = 0; \\ \delta_{22} m_2 \ddot{x}_2 + \delta_{23} m_3 \ddot{x}_3 - \frac{b+c}{l} x_1 + x_2 - \frac{a}{l} x_4 = 0; \\ \delta_{23} m_2 \ddot{x}_2 + \delta_{33} m_3 \ddot{x}_3 - \frac{c}{l} x_1 + x_3 - \frac{a+b}{l} x_4 = 0; \\ \frac{a}{l} m_2 \ddot{x}_2 + \frac{a+b}{l} m_3 \ddot{x}_3 + m_4 \ddot{x}_4 + c_2 x_4 = 0. \end{cases} \quad (2.1)'$$

Записуючи розв'язок системи рівнянь (2.1)' у вигляді:

$$x_1 = A \sin(\omega t), \quad x_2 = B \sin(\omega t), \quad x_3 = C \sin(\omega t), \quad x_4 = D \sin(\omega t),$$

отримаємо:

$$\begin{cases} m_1 \omega^2 A \sin(\omega t) + \frac{b+c}{l} m_2 \omega^2 B \sin(\omega t) + \frac{c}{l} m_3 \omega^2 C \sin(\omega t) = c_1 A \sin(\omega t); \\ \delta_{22} m_2 \omega^2 B \sin(\omega t) + \delta_{23} m_3 \omega^2 C \sin(\omega t) = -\frac{b+c}{l} A \sin(\omega t) + B \sin(\omega t) - \frac{a}{l} D \sin(\omega t); \\ \delta_{23} m_2 \omega^2 B \sin(\omega t) + \delta_{33} m_3 \omega^2 C \sin(\omega t) = -\frac{c}{l} A \sin(\omega t) + C \sin(\omega t) - \frac{a+b}{l} D \sin(\omega t); \\ \frac{a}{l} m_2 \omega^2 B \sin(\omega t) + \frac{a+b}{l} m_3 \omega^2 C \sin(\omega t) + m_4 \omega^2 D \sin(\omega t) = c_2 D \sin(\omega t). \end{cases}$$

і поділивши на  $A \sin(\omega t)$ , після очевидних алгебраїчних перетворень отримаємо матричне співвідношення:

$$\bar{K} \cdot \bar{\theta} = \bar{Y}, \quad (2.2)$$

де  $\bar{K}, \bar{Y}$  - матриця і вектор вимірюваних величин, які визначаються по отриманих з допомогою МСЕ-моделей власним формам і критичним частотам досліджуваного ротора,

$\bar{\theta} = (m_1, m_2, m_3, m_4)^T$  - вектор оцінюваних мас дискретної моделі.

$$K = \begin{pmatrix} \frac{\omega_1^2}{c_1} & B'_1 \frac{\omega_1^2}{c_1} \frac{b+c}{l} & C'_1 \frac{\omega_1^2}{c_1} \frac{c}{l} & 0 \\ 0 & B'_1 \omega_1^2 \delta_{22} & C'_1 \omega_1^2 \delta_{23} & 0 \\ 0 & B'_1 \omega_1^2 \delta_{32} & C'_1 \omega_1^2 \delta_{33} & 0 \\ 0 & B'_1 \frac{\omega_1^2}{c_2} \frac{a}{l} & C'_1 \frac{\omega_1^2}{c_2} \frac{a+b}{l} & D'_2 \frac{\omega_1^2}{c_2} \\ \frac{\omega_2^2}{c_1} & B'_2 \frac{\omega_2^2}{c_1} \frac{b+c}{l} & C'_2 \frac{\omega_2^2}{c_1} \frac{c}{l} & 0 \\ 0 & B'_2 \omega_2^2 \delta_{22} & C'_2 \omega_2^2 \delta_{23} & 0 \\ 0 & B'_2 \omega_2^2 \delta_{32} & C'_2 \omega_2^2 \delta_{33} & 0 \\ 0 & B'_2 \frac{\omega_2^2}{c_2} \frac{a}{l} & C'_2 \frac{\omega_2^2}{c_2} \frac{a+b}{l} & D'_2 \frac{\omega_2^2}{c_2} \end{pmatrix}, \quad Y = \begin{pmatrix} 1 \\ B'_1 - \frac{b+c}{l} - D'_1 \frac{a}{l} \\ C'_1 - \frac{c}{l} - D'_1 \frac{a+b}{l} \\ D'_1 \\ 1 \\ B'_2 - \frac{b+c}{l} - \frac{a}{l} D'_2 \\ C'_2 - \frac{c}{l} - D'_2 \frac{a+b}{l} \\ D'_2 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

де  $\omega_1, \omega_2$  - перша і друга критичні частоти відповідно,

$l = a + b + c$  - довжина ротора,

$\delta_{22}, \delta_{23}, \delta_{32}, \delta_{33}$  - податливість від одиничного навантаження,

$B'_1, C'_1, D'_1, B'_2, C'_2, D'_2$  - величина зміщення точок, розташованих в місцях прикладення дискретних мас для першої та другої критичних частот відповідно, віднесені до зміщення на передній опорі [5,6].

Вхідні дані:  $a = 0,877\text{м}$ ,  $b = 0,76\text{м}$ ,  $c = 0,92\text{м}$ ,  $\delta_{22} = 3,412 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{Н}}$ ,  
 $\delta_{23} = \delta_{32} = 3,116 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{Н}}$ ,  $\delta_{33} = 3,563 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}}{\text{Н}}$ ,  $c_1 = 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ,  $c_2 = 10^8 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ ,  $c_{\text{уц}} = 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ .

Решта даних подана в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 – Вхідні величини для задачі оцінювання, отримані при розрахунку МСЕ

Значення критичної частоти	Величина зміщення точок, розташованих в місцях прикладення дискретних мас			
	$A, \text{м}$	$B, \text{м}$	$C, \text{м}$	$D, \text{м}$
$\omega_1 = 114,3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$-4,356 \cdot 10^{-2}$	-2,803	-2,878	$-4,636 \cdot 10^{-2}$
$\omega_2 = 467,3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$-1,335 \cdot 10^{-1}$	-1,453	1,349	$1,832 \cdot 10^{-1}$
$\omega_3 = 1054,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$8,824 \cdot 10^{-2}$	$3,203 \cdot 10^{-2}$	$1,051 \cdot 10^{-1}$	$-1,914 \cdot 10^{-1}$
$\omega_4 = 1198,3 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	$4,347 \cdot 10^{-1}$	$6,1 \cdot 10^{-2}$	$-5,182 \cdot 10^{-2}$	$5,6 \cdot 10^{-2}$
$\omega_5 = 1882,5 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$	-1,962	2,136	-2,528	2,814

Далі маси оцінюються з допомогою формули лінійної регресії [1, 2]:

$$\theta = [K^T \cdot K]^{-1} K^T Y. \quad (3.4)$$

Оцінка мас дискретних моделей наведена в таблиці 2.2.

### 2.3 Результати розрахунків

Таблиця 2.2 – Величини мас чотири масової дискретної моделі ротора

Кількість частот і форм, за якими проводиться оцінювання мас	Значення оцінених мас, кг
2	$m_1 = 84,7$ $m_2 = 111,6$ $m_3 = 116,7$ $m_4 = 212,4$
3	$m_1 = 58,5$ $m_2 = 61,1$ $m_3 = 55,4$ $m_4 = 116,8$
4	$m_1 = 63,4$ $m_2 = 61$ $m_3 = 55,4$ $m_4 = 116,6$
5	$m_1 = 51,2$ $m_2 = 60,8$ $m_3 = 51,5$ $m_4 = 55,7$

Результати порівняльного аналізу наведені в таблиці 2.3.



Таблиця 2.3 – Результати порівняльного аналізу дискретних моделей ротора

Кількість частот та форм, за якими оцінювалися маси	Критична частота, рад/с		Похибка, %
	МСЕ- модель	4-масова модель	
2	114,3	97,6	14,6
	467,3	403,4	13,7
	1054,5	665,7	36,9
	1198,3	938,9	21,6
	1882,5	1587,2	15,7
3	114,3	121,3	6,1
	467,3	494,8	5,9
	1054,5	866,8	17,8
	1198,3	1066,5	11
	1882,5	1604,2	14,78
4	114,3	121,3	6,1
	467,3	494,8	5,9
	1054,5	867,3	17,8
	1198,3	1039,6	13,2
	1882,5	1603,9	14,8
5	114,3	122,6	7,3
	467,3	501,1	7,2
	1054,5	1101,7	4,5
	1198,3	1154,4	3,7
	1882,5	1634,9	13,2

Форми коливань даного ротора, розраховані за чотиримасовою моделлю показані на рисунках В.2-В.5.

## 2.4 Висновки

Проаналізувавши отримані дані, можна зробити висновок, що дискретні чотиримасові моделі адекватні за динамічними властивостями МСЕ-моделі і відповідно реальному ротору в області частот обертання, що охоплюють першу і другу критичні частоти. Найбільшу точність мають моделі, оцінені за трьома та чотирма частотами та формами. При оцінюванні за п'ятьма частотами і формами похибка оцінювання в області частот обертання, що охоплюють першу і другу критичні частоти, збільшується, тому подальше збільшення кількості частот та форм, за якими проводиться оцінювання нераціональне.

## ВИСНОВКИ

1) Процес створення й уточнення структури і параметрів математичної моделі на основі експериментального дослідження об'єкта є ідентифікацією. Оцінювання – окремий, простий випадок ідентифікації, коли ставиться задача визначення деякої сукупності параметрів математичної моделі за даними експериментів при заданій структурі моделі. Задача оцінювання зводиться до знаходження такого вектора оцінюваних величин, при якому сума квадратичних відхилень розрахункових величин від експериментально зміряних буде мінімальною.

2) Дискретні чотиримасові моделі адекватні за динамічними властивостями МСЕ-моделі і відповідно реальному ротору в області частот обертання, що охоплюють першу і другу критичні частоти. Найбільшу точність мають моделі, оцінені за трьома та чотирма частотами та формами. При оцінюванні за п'ятьма частотами і формами похибка оцінювання в області частот обертання, що охоплюють першу і другу критичні частоти, збільшується, тому подальше збільшення кількості частот та форм, за якими проводиться оцінювання нерациональне.

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Симоновський В.І. Уточнення математичних моделей коливальних систем за експериментальними даними.- Суми: Вид-во СумДУ, 2010.- 90 с..
2. Бард Й. Нелинейное оценивание параметров.– М.: Статистика, 1979. – 352 с.
3. Бондаренко Г.А., Симоновский В.И., Пшик В.Р. Экспериментальное определение гидродинамических сил в лабиринтных уплотнениях. – Машиноведение, 1981. – №5. – С.39-41.
4. Симоновский В.И. Динамика роторов центробежных машин.- Сумы: Изд-во СумГУ, 2006.- 126 с.
5. Гадяка В.Г., Лейких Д.В., Симоновский В.И. Математическая модель ротора турбокомпрессора для исследования несинхронных составляющих вибраций // Компрессорное и энергетическое машиностроение. – № 2(20) 2010. – С. 48-50.
6. Симоновський В.І., Хворост В.А. Оцінювання параметрів динамічних моделей роторів.- Суми: Вид-во СумДУ, 2002.- 144 с.

Додаток А  
Схема ротора

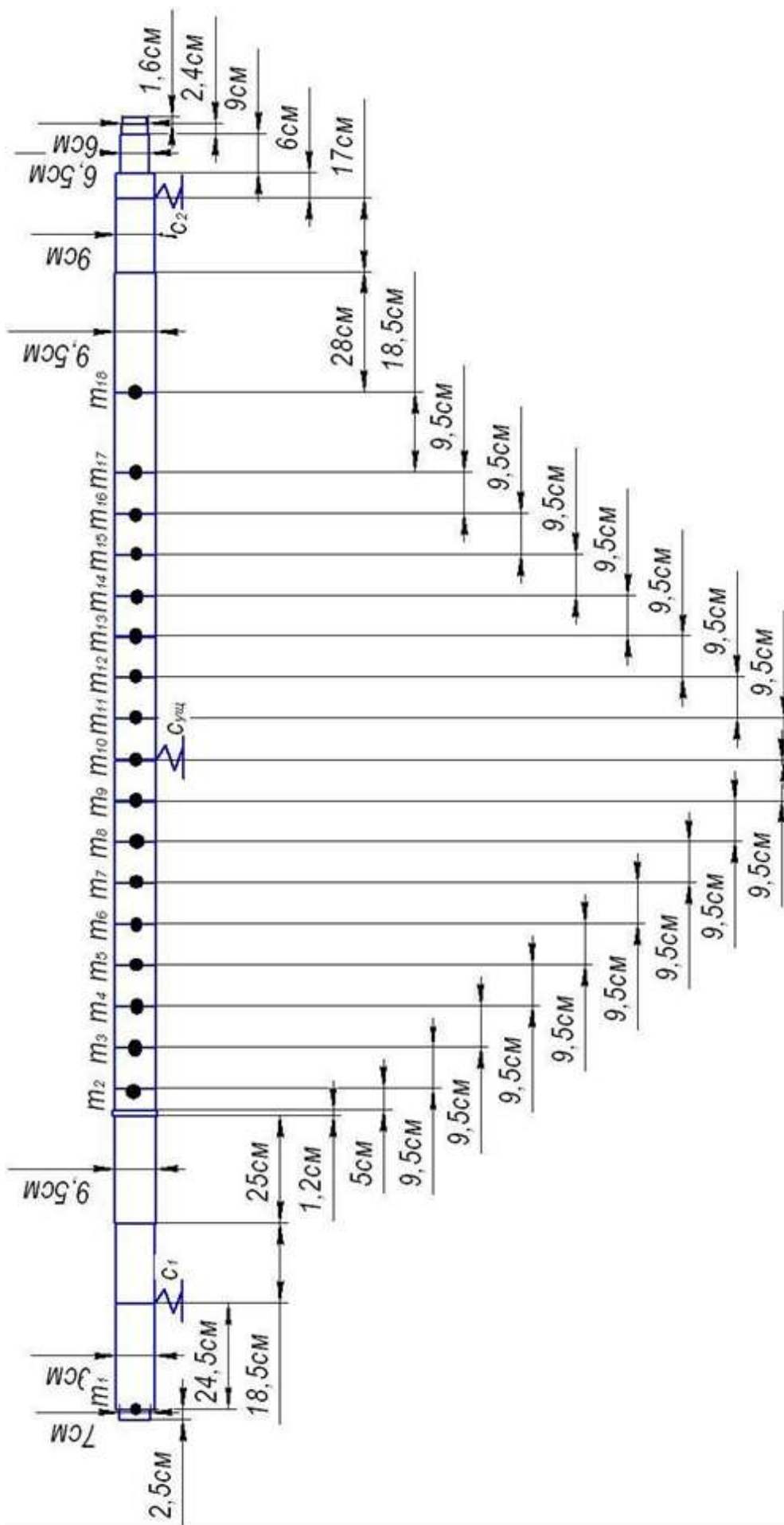


Рисунок А.1 – Розрахункова схема ротора

## Додаток Б

## Вхідні дані

Таблиця Б.1 – Вхідні дані для розрахунку ротора

№ ділянки	Довжина ділянки, м	Діаметр ділянки, м	Величина зосередженої маси, кг	Величина жорсткості, Н/м	Розміщення мас чотиримасової моделі
1	0,025	0,070			
2	0,245	0,090	10		
3	0,185	0,090		$1 \cdot 10^8$	$m_1$
4	0,250	0,095			
5	0,012	0,104			
6	0,050	0,095			
7	0,095	0,095	7,5		
8	0,095	0,095	9		
9	0,095	0,095	9		
10	0,095	0,095	9		
11	0,095	0,095	9		$m_2$
12	0,095	0,095	9		
13	0,095	0,095	9		
14	0,095	0,095	9		
15	0,095	0,095	9	$1 \cdot 10^4$	
16	0,095	0,095	9		
17	0,095	0,095	9		
18	0,095	0,095	9		
19	0,095	0,095	9		$m_3$
20	0,095	0,095	9		
21	0,095	0,095	9		

№ ділянки	Довжина ділянки, м	Діаметр ділянки, м	Величина зосередженої маси, кг	Величина жорсткості, Н/м	Розміщення мас чотиримасової моделі
22	0,185	0,095	9		
23	0,280	0,095	17		
24	0,170	0,090			
25	0,060	0,090		$1 \cdot 10^8$	$m_4$
26	0,090	0,065			
27	0,024	0,060			
28	0,016	0,055			

**Додаток В**  
**Форми коливань ротора**

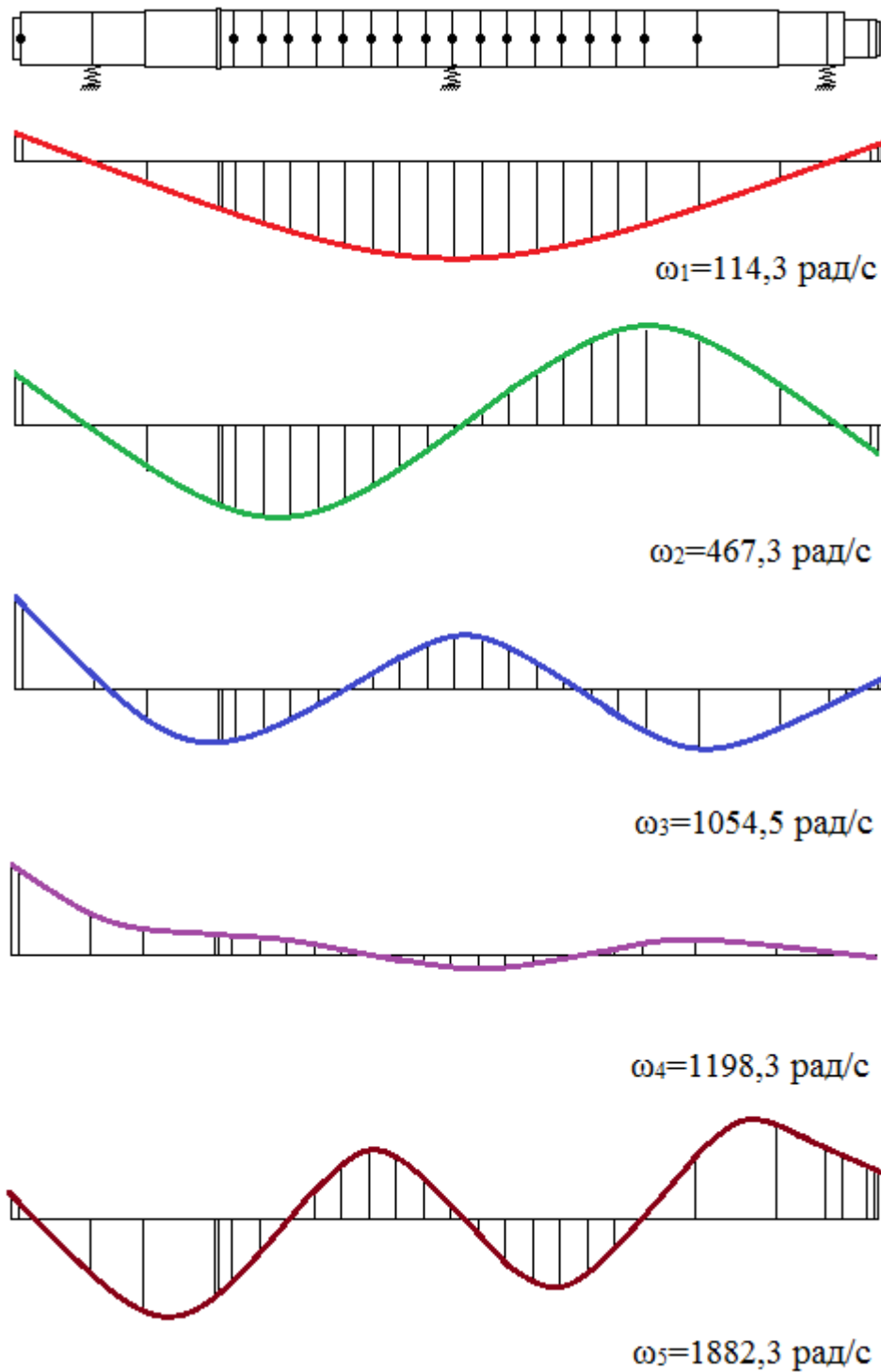


Рисунок В.1 – Форми коливань ротора, розраховані за МСЕ



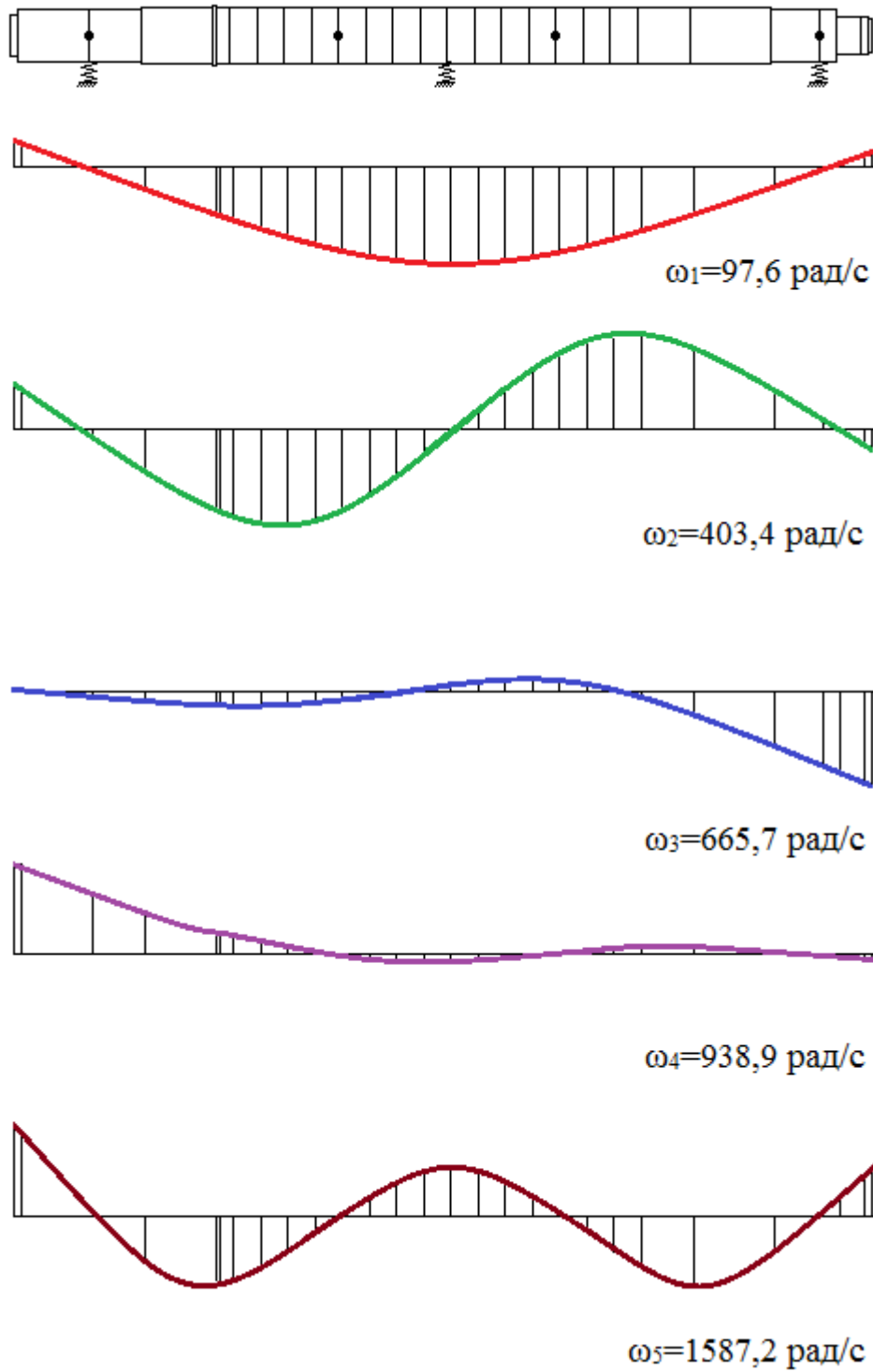


Рисунок В.2 – Форми коливань ротора, розраховані за чотири масовою моделлю, яка оцінена за двома частотами та формами

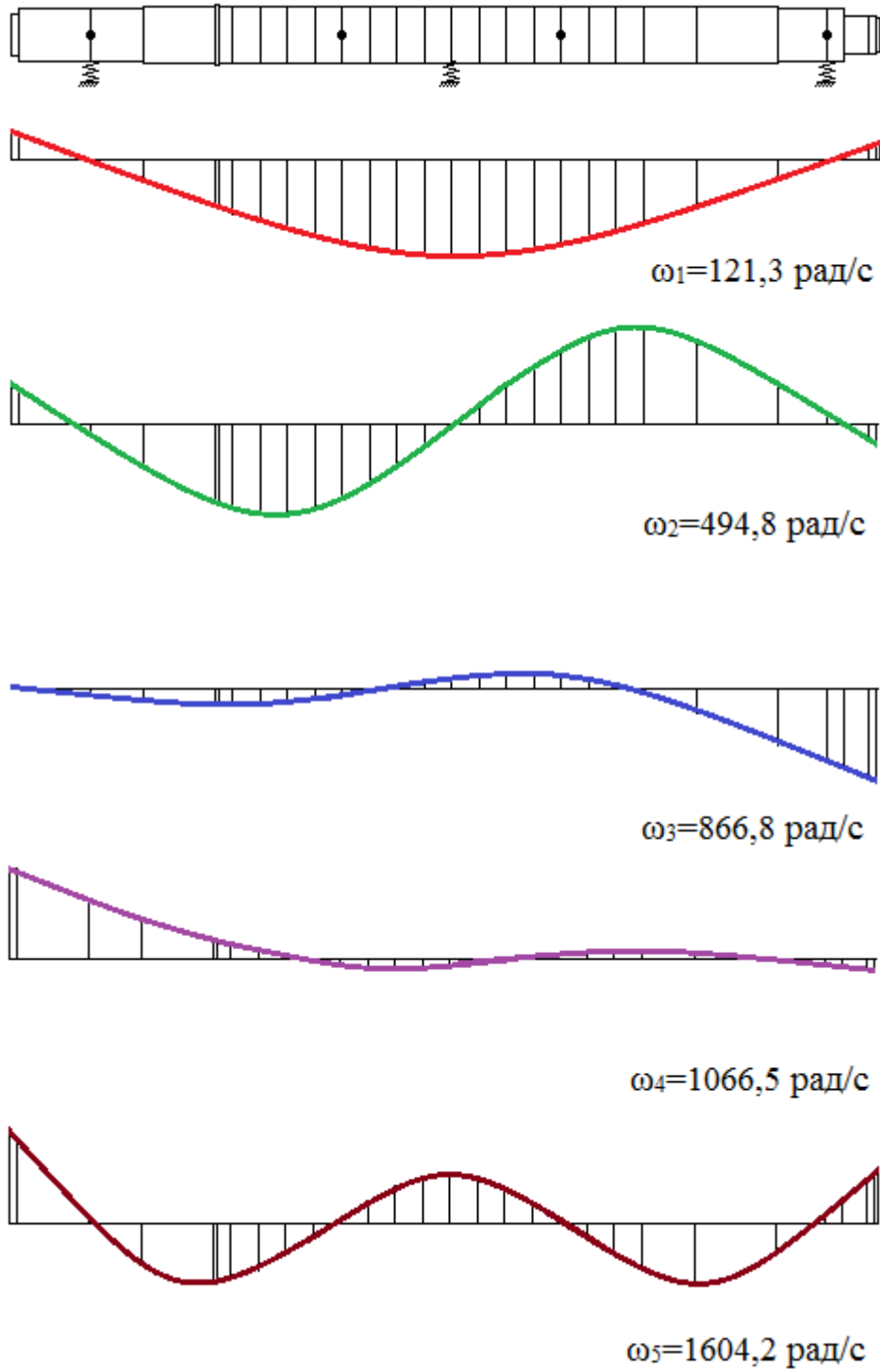


Рисунок В.3 – Форми коливань ротора, розраховані за чотири масовою моделлю, яка оцінена за трьома частотами та формами

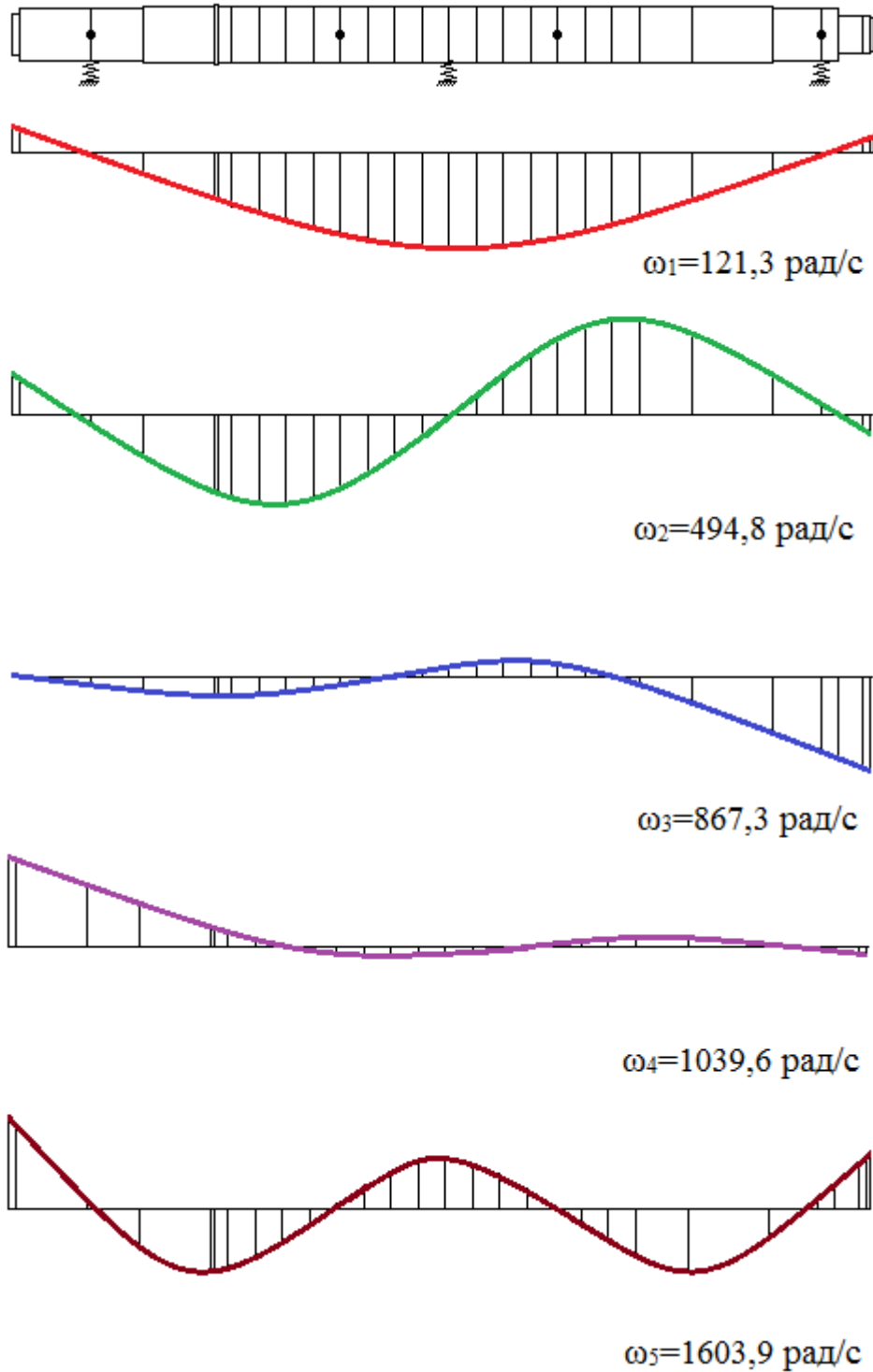


Рисунок В.4 – Форми коливань ротора, розраховані за чотири масовою моделлю, яка оцінена за чотирма частотами та формами

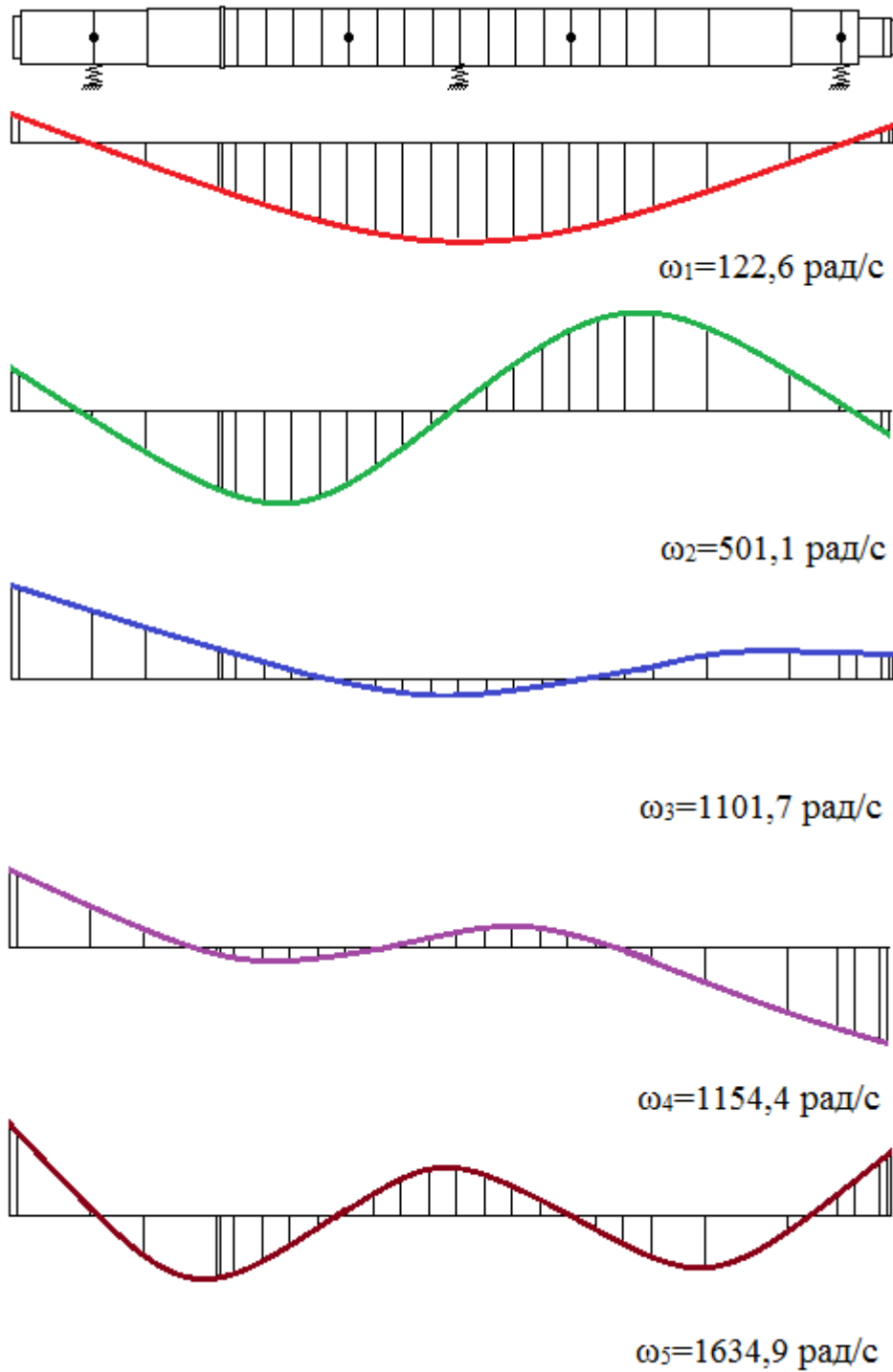


Рисунок В.5 – Форми коливань ротора, розраховані за чотири масовою моделлю, яка оцінена за п'ятьма частотами та формами