

ЗАСТОСУВАННЯ ФІЛЬТРА ХОДРІКА-ПРЕСКОТТА ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ РІВНОВАЖНИХ ЗНАЧЕНЬ МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ

Т. Г. Савченко, канд. екон. наук, доцент;
І. П. Манжула, магістрант,
ДВНЗ «УАБС НБУ», м. Суми

У статті розроблено підходи щодо застосування фільтра Ходріка-Прескотта для визначення рівноважних значень макроекономічних параметрів, які включаються у монетарне правило. Проведено апробацію даних підходів для розрахунку рівноважних значень реального ВВП та рівноважної динаміки індексу споживчих цін України.

Ключові слова: фільтр Ходріка-Прескотта, макроекономічні параметри, правило монетарної політики.

ВСТУП

У теорії математичного аналізу застосовується значна кількість засобів дослідження часових рядів з виділенням основної динамічної компоненти (тобто тренду або ядра). Для вирішення певних завдань макроекономічних досліджень важливим також є окреме спостереження циклічної складової. Одним із найточніших та найбільш поширених методів оцінки рівноважних значень макроекономічних індикаторів є фільтр Ходріка-Прескотта. Даний фільтр активно застосовується закордонними дослідниками для визначення рівноважної динаміки параметрів, що включаються у монетарне правило: реальний ВВП, відсоткова ставка, валютний курс, інфляція. Таким чином, ми розглядатимемо порядок застосування фільтра Ходріка-Прескотта, перш за все, у контексті визначення рівноважних значень макроекономічних параметрів, що можуть включатись у монетарне правило для України. Однак напрямки застосування даного фільтра можуть бути набагато ширші: датування економічних циклів, прогнозування значень макроекономічних параметрів і т. д.

Фільтр, що досліджується у цій роботі, описаний відомими економістами Робертом Ходріком і Едвардом Прескоттом [4; 5]. Хоча за визнанням даних дослідників сам підхід запропонований ще на початку 20-х років минулого століття Уїтakerом [4, с. 1-4].

Проблема визначення рівноважних значень макроекономічних показників, на основі використання фільтра Ходріка-Прескотта, вивчалась фахівцями департаменту економічного аналізу та прогнозування НБУ [1; 2], а також іншими дослідниками [3]. Однак ми, на основі вивчення робіт закордонних науковців [7; 8], пропонуємо інший спосіб вирішення даного завдання.

ЦІЛЬ СТАТТІ

Дослідити методичні аспекти розрахунку показників на основі фільтра Ходріка-Прескотта. Розробити методичні підходи щодо застосування даного фільтру для розрахунку рівноважних значень макроекономічних параметрів, що потенційно можуть включатись до монетарного правила для України. Автоматизувати процес застосування фільтра Ходріка-Прескотта та провести апробацію розробленого алгоритму.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

За допомогою даного фільтра виокремлюються коливальна (циклічна) та трендова (рівноважна) складові часового ряду [12, с. 1 -2]. Автори

зазначають, що фактори, які обумовлюють циклічність економічних процесів, завдяки своїй швидкості, можна відділити від повільних демографічних і технологічних факторів, які визначають рівноважні тенденції. Застосування методу згладжування передбачає виконання декількох послідовних процедур.

По-перше, проводиться декомпозиція часового ряду. Досліджуваний ряд подається як сума циклічної компоненти та трендової складової. Сезонні і випадкові коливання припускаються незначними та включаються у циклічну компоненту [4; 8]. Таким чином, у результаті застосування даного фільтра визначається тренд, що не потребує додаткових згладжувань. Головним початковим припущенням є згладженість основної тенденції ряду, тобто наявність певного тренду. У результаті часовий ряд набуває вигляду, наведеного у формулі 1:

$$y_t = g_t + c_t, \quad (1)$$

де y_t – вхідний (не згладжений) часовий ряд;

g_t – трендова (рівноважна складова) ряду;

c_t – циклічна складова ряду.

Перший доданок рівняння 1 є трендом, а другий – відхиленнями від тренду (циклічна складова). Середнє значення циклічної складової у довгостроковому періоді прямує до нуля. Потрібно зазначити, що в іншій формі запису перший доданок рівняння 1 можна подати як залишки тренду (другий доданок формули 2). По суті, даний вираз являє собою суму квадратів нових елементів ряду. Кожен елемент даного ряду формується як різниця відхилень поточного та попереднього значень елементів тренду.

По-друге, формулюється оптимізаційна задача знаходження тренду. Розглянемо спочатку вирішення даної задачі у межах класичного підходу. Зазначені вище припущення дозволяють сформулювати оптимізаційне завдання для знаходження рівноважної компоненти (тенденції) [4; 5; 9, с. 3]:

$$\min_{\{g_t\}, t=-1..T} \left\{ \sum_{t=1}^T c_t^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(g_t - g_{t-1}) - (g_{t-1} - g_{t-2})]^2 \right\}, \quad (2)$$

де t – параметр згладжування відхилень трендової складової;

g_t – трендова (рівноважна складова) ряду;

c_t – циклічна складова ряду.

Параметр λ є позитивним цілим числом, яке «штрафує» мінливість трендової компоненти ряду. Чим більший цей параметр, тим більш згладженим є ряд, отриманий у результаті застосування фільтра. Тобто для досить великого значення відхилення тренда (різниця між теперішнім і попереднім значеннями) повинно знаходитися в межах певної стійкої величини таким чином, щоб тренд визначався регресійною залежністю (формула 3) [6, с. 6 -7; 7, с. 1]:

$$g_t = g_0 + \gamma \cdot t, \quad (3)$$

де γ – стійка величина відхилень трендової складової;

g_t – трендова (рівноважна складова) ряду.

Розглянутий класичний підхід знаходження складових часового ряду становить певні труднощі для практичних розрахунків. Якщо відомі лише вхідні значення часового ряду, то знайти його складові звичайними математичними методами досить складно. Тому реалізація класичного підходу до застосування фільтра передбачає формування додаткової

оптимізаційної задачі з деякими обмеженнями, що вирішується у декілька етапів. Приклад реалізації класичного підходу, із використанням фільтра Ходріка-Прескотта з додатковими обмеженнями та застосуванням VAR-моделей, наведено у роботі фахівців департаменту економічного аналізу та прогнозування НБУ [1]. Для вирішення зазначених проблем були розроблені різні модифікації фільтра Ходріка-Прескотта, одна з яких буде застосовуватися нами для проведення розрахунків.

По-третє, проводиться вибір значення параметра згладжування. Потрібно зазначити, що для усунення додаткового впливу сезонної і випадкової компоненти рекомендується брати до розгляду прологарифмовані дані (з основою логарифму 10) або темпи приросту. Хоча це не обов'язкова умова, і метод ефективно використовується для згладжування будь-яких рядів. Вибір параметра згладжування передбачає врахування декількох умов. Якщо циклічна компонента і трендова складова вихідного ряду є ідентично і незалежно розподілені за нормальним законом розподілу, то розраховується на основі формули 4 [4, с. 7 -8; 10, с. 3 -5]:

$$\sqrt{\lambda} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \quad (4)$$

де σ_1 – дисперсія трендової складової ряду;
 σ_2 – дисперсія циклічної складової ряду.

Вважають, що при обробці вхідного ряду з квартальними даними взята середня величина відхилення циклічної компоненти від середнього значення становить 5 % (95 % довірчий інтервал нормального розподілу). Для трендової компоненти допустимими випадковими змінами вважається величина, що становить одну восьму відсотка. Наведені значення беруть як дисперсії для компонентів вхідного часового ряду квартальних показників. У результаті формується таке співвідношення і знаходять параметр згладжування (формула 5):

$$\sqrt{\lambda} = \frac{5}{\frac{1}{8}} = 40 \rightarrow \lambda = 1600. \quad (5)$$

Науковцями досліджувався вплив зміни параметра згладжування на результати [4, с. 9; 5, с. 12 -13]. Відхилення від оптимального значення тренду для квартальних даних, при розглянутому рівні параметру, становлять не більше 1,8 %. Якщо параметр визначається як 0, то тренд стає еквівалентним вхідним даним. Чим значення ближчі до нескінченно великих, тим тренд стає більш згладженою прямою лінією. Дослідниками [9, с. 4 -5] на основі аналізу відповідних дисперсій також визначено оптимальні межі параметра для місячних і річних даних (формула 6):

$$100000 < \lambda_M < 140000 \text{ та } 6 < \lambda_A < 14, \quad (6)$$

де λ_M – параметр згладжування відхилень трендової складової для місячних даних;

λ_A – параметр згладжування відхилень трендової складової для річних даних.

По-четверте, проводиться обчислення складових згладженого ряду і циклічної компоненти. Як зазначалося вище, розглянемо послідовність розрахунків на основі модифікованого підходу запропонованого Hyeongwoo Kim [7]. Даний підхід також використовується фахівцями Світового банку [8, с. 2 -3]. У загальному випадку модифіковану модель фільтра можна подати у вигляді формули 7:

$$y_T = (\lambda * F + I_T) * g_T, \quad (7)$$

де y_T – вхідний (не згладжений) часовий ряд;

g_T – трендова (рівноважна складова) ряду;

I_T – одинична матриця розмірністю $T \times T$ (квадратна матриця довжини вхідного ряду);

F – спеціальна матриця відхилень трендових показників.

Hyеongwoo Kim пропонує співвідношення, наведене у матричній формі в формулі 7, як аналог формули 2, що використовується у межах класичного підходу. За своїм змістом формули 2 та 7 досить подібні між собою. Одинична матриця I_T є аналогом суми квадратів циклічної компоненти (перший доданок формули 2), а матриця F – аналогом різниці відхилень трендових показників (другий доданок формули 2).

Потрібно зазначити, що матриця F (формула 8) є симетричною та була визначена на основі статистичного підбору. Вона має стандартний вигляд для будь-яких вхідних часових рядів, що досліджуються.

$$F = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -2 & 5 & -4 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & 0 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 \\ \vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -4 & 5 & -2 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

Суть розташування коефіцієнтів полягає в тому, щоб за кожним рядком і стовпчиком матриці розмістити елементи таким чином, щоб їх сума дорівнювала нулю. Таким чином, описується умова тренду щодо відсутності відхилення від оптимального значення, а також припущення, що у довгостроковій перспективі середнє значення циклічних коливань зводиться до нуля. Елементи матриці, яка наведена у формулі 8, вибрані як найбільш оптимальні та найменші за абсолютним значенням. Діагональні значення матриці відповідає коефіцієнту при трендові в момент часу t (аналог показника у формулі 3), причому два сусідні елементи матриці одного ряду навколо нього – коефіцієнтам при трендові в момент часу $t-1$, а наступні два сусідні елементи матриці стосовно попередніх елементів – коефіцієнтам при трендові в момент часу $t-2$. Ця матриця визначена емпіричним шляхом на основі дослідження різниць другого доданки формули 2. Виходячи з формул 1 та 7 трендова і циклічна компоненти можуть бути розраховані на основі виразів, визначених у формулі 9:

$$\begin{aligned} g_T &= (\lambda \cdot F + I_T)^{-1} \cdot y_T, \\ c_T &= y_T - \tau_T. \end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, застосовуючи фільтр Ходріка-Прескотта, можна якісно дослідити будь-який вхідний часовий ряд на наявність циклічної компоненти та трендової (рівноважної) складової. Більшість проаналізованих нами зарубіжних та вітчизняних публікацій

підтверджують ефективність фільтра Ходріка-Прескотта. Отримані результати можуть застосовуватися для прогнозування поворотних точок економічних циклів, у кореляційно-регресійному аналізі виявлених тенденцій, а також для формування різних економіко-математичних моделей що ґрунтуються на врахуванні рівноважних макроекономічних показників.

Оскільки загальноприйнятої уніфікованої програми для автоматизації обчислення показників на основі використання фільтра Ходріка-Прескотта не було виявлено, то ми запропонували відповідне програмне рішення. Розроблена програма дозволяє автоматизувати застосування даного фільтра для будь-яких часових рядів на основі застосування описаного вище модифікованого підходу, який ґрунтується на використанні матричного аналізу.

Програмний додаток реалізовано за допомогою об'єктно-орієнтованої мови програмування C# (Сі-шарп). Розроблена програма передбачає завантаження даних щодо часового ряду та його періоду, проведення фільтрації, а також здійснення декомпозиції на тренд і циклічну складову. Отримані результати щодо трендової та циклічної складової відображаються графічно. Також передбачено експорт отриманих даних для подальшої їх обробки.

Правильність роботи фільтру перевірена на основі дослідження квартальних показників реального ВВП США за період із першого кварталу 1950 року до другого кварталу 1979 року. Вхідні значення реального ВВП за поданий період отримані з сайту Бюро економічного аналізу США [13]. Одержані нами результати повністю збігаються з результатами щодо виділення циклічної компоненти для параметра згладжування $\lambda=1600$, які наводять у своїх роботах автори даного фільтра Ходрік і Прескотт [4, с. 8-11; 5, с. 4-6]. Таким чином, розглянутий модифікований спосіб є релевантним і може застосовуватися для оцінки рівноважних значень макроекономічних параметрів, що будуть включатися нами у правило монетарної політики.

Вітчизняні фахівці зазначають, що даний фільтр дає можливість отримати якісні результати за наявності достатньо великого часового ряду для показника, що досліджується [1]. Також вони наголошують на нестабільності та можливості викривлення результатів при застосуванні фільтра для згладжування показників в умовах системної кризи в економіці України, яка характеризується розбалансуванням макроекономічних параметрів. У своїй роботі Юрій Половнєв та Сергій Ніколайчук [1] роблять висновок щодо доцільності застосування фільтра Ходріка-Прескотта для даних, починаючи з першого кварталу 2001 року, коли ключові макроекономічні параметри стабілізувались, а національна економіка вийшла на стабільну траєкторію зростання.

Враховуючи розглянуті вище аспекти, проведемо дослідження темпів росту реального ВВП України за період із I кварталу 2000 року по II квартал 2011 року. Для дослідження використані статистичні дані, опубліковані на офіційному сайті НБУ [14]. Результати застосування фільтра для зазначеного вище часового ряду наведені на рисунку 1.

Потрібно зазначити, що у контексті формування монетарного правила нас перш за все цікавить трендова (рівноважна) складова макроекономічних параметрів. Відповідно до правила політики для грошової маси Бенета МакКалама, яке було розглянуте у нашій роботі [15], одними із ключових параметрів є зміна рівноважного реального та номінального ВВП. Отримавши рівноважний (згладжений) часовий ряд реального ВВП (рис. 1), ми можемо, по-перше, визначити рівноважне значення даного показника на дату складання правила, використовуючи різні види середніх, та щоквартально переоцінювати дане значення при появі нових даних; а по-друге, спрогнозувати зміну даного показника у

майбутньому на основі екстраполяції показників згладженого ряду. Крім того, можна визначити аналітичну функцію, що описує даний ряд із прийнятним рівнем достовірності та дослідити її. Способи використання отриманих рівноважних значень макроекономічних показників визначатимуться методикою включення кожного показника у монетарне правило.

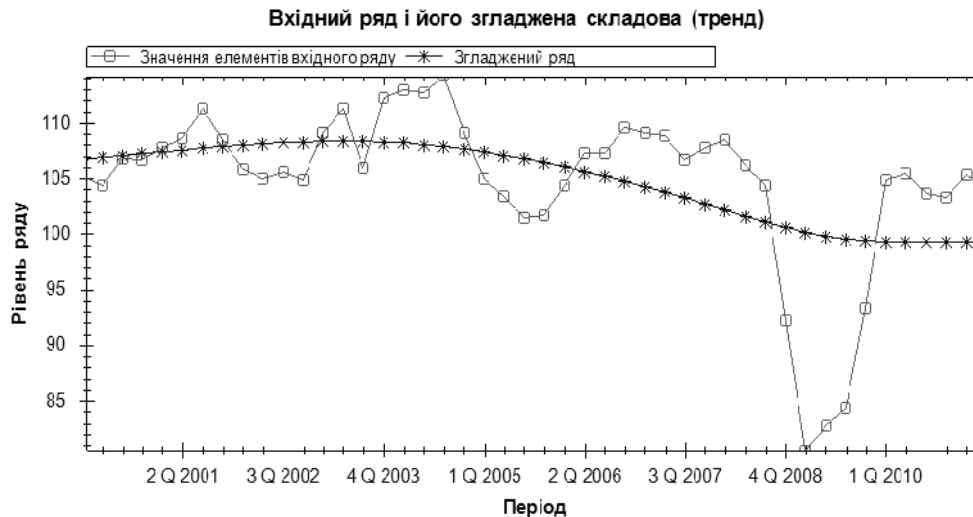


Рисунок 1 - Трендова складова квартальних темпів росту реального ВВП України за період з 01.01.2000 року по 01.07.2011 рік

Як зазначалось вище, у правило монетарної політики для грошової маси, з теоретичної точки зору (рівняння обміну Фішера) та враховуючи наявні практичні розробки (монетарне правило Бенета МакКалама), повинен входити показник цінової динаміки. Враховуючи результати кореляційного аналізу, найбільш тісний (статистично значущий) зв'язок виявлено між грошовою базою (факторна ознака) та базовим індексом споживчих цін (результативна ознака) із лагом три місяці для результативної ознаки. Як наслідок, зроблено припущення щодо доцільності розроблення монетарного правила для грошової бази із врахуванням серед факторів, що визначатимуть даний показник базового індексу споживчих цін. Дане припущення також узгоджується із публічно задекларованими (меморандум із МВФ, основні засади грошово-кредитної політики у докризовий період) цілями Національного банку України щодо досягнення цільових орієнтирів базового індексу споживчих цін та обмежень щодо зростання грошової бази. Таким чином, НБУ декларує доцільність та наявність достатнього інструментарію для впливу на дані показники.

Результати застосування фільтра Ходріка-Прескотта для оцінки рівноважного тренду базового індексу споживчих цін, який поданий показниками темпів росту до попереднього місяця, наведено на рис. 2. Для дослідження використані статистичні дані, опубліковані на офіційному сайті НБУ [14]. Потрібно зазначити, що практично всі зарубіжні дослідники для визначення рівноважних значень показників, які включаються до монетарних правил, застосовують фільтр Ходріка-Прескотта.

Однак, при застосуванні даного підходу в Україні необхідно враховувати особливості, що можуть істотно вплинути на рівень достовірності результатів розрахунків. По-перше, відносно не велика

довжина доступних ретроспективних даних для формування вхідних часових рядів, як наслідок методика застосування фільтра, даватиме все більш точні результати у міру накопичення відповідних даних. По-друге, необхідність окремого визначення часового інтервалу упродовж якого доцільно розраховувати рівноважні значення. Остання особливість обумовлена періодами різких змін певних параметрів (валютний курс, реальний ВВП, інфляція), що спостерігались в Україні упродовж системної кризи 90-х років ХХ століття та під час загострення світової фінансової кризи (IV квартал 2008 р. та I квартал 2009 р.). Упродовж зазначених періодів макроекономічна ситуація була далекою від рівноважного стану, як наслідок доцільно розглянути можливість виключення з аналізу рівноважних тенденцій даних часових інтервалів.

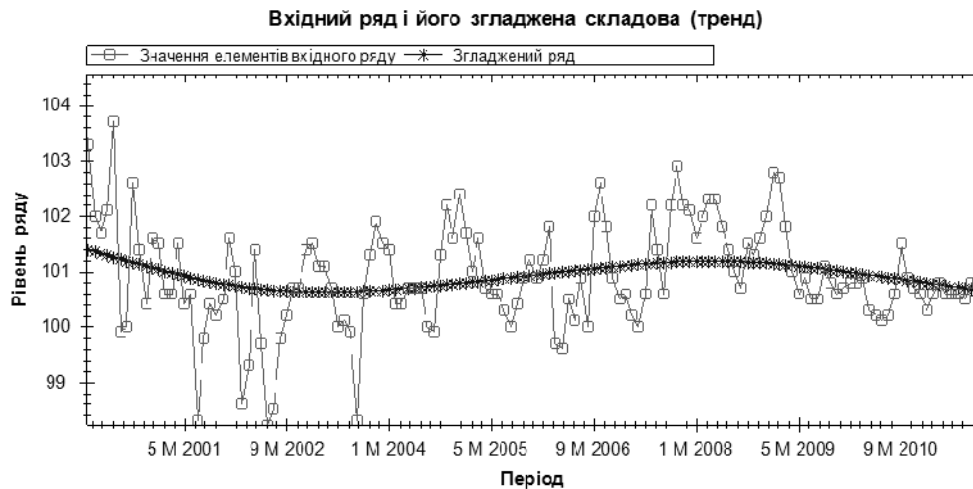


Рисунок 2 - Трендова складова темпів росту базового індексу споживчих цін України за період з 01.01.2000 року по 01.07.2011 рік

На основі узагальнення зарубіжного досвіду розроблення та реалізації монетарних правил [15], доцільно визначити особливості використання у монетарних правилах розрахованих вище рівноважних значень макроекономічних параметрів. По-перше, монетарні правила включають такі види рівноважних параметрів: рівноважна відсоткова ставка, рівноважний валютний курс, рівноважний (потенційний) ВВП, рівноважний рівень інфляції. Причому дані показники можуть включатись у рівняння правила як в явному вигляді, так і використовуватися для розрахунку відхилень рівноважних значень від фактичних показників.

По-друге, у перших роботах, присвячених розробленню монетарних правил, рівноважні значення параметрів розраховувалися на основі лінійного тренду [16], однак у подальших дослідженнях переважно зазначається на застосування фільтра Ходріка-Прескотта [17]. Потрібно зазначити, що даний фільтр в основному використовується для визначення рівноважної динаміки реального ВВП. Для визначення інших рівноважних значень (відсоткова ставка, валютний курс, інфляція) враховуються як результати застосування даного фільтра, так і цільові середньострокові орієнтири для даних показників. По-третє, залежно від обраної базової форми правила по-різному може враховуватися фактор часу. Тобто можуть включатися параметри трьох типів: ретроспективні, фактичні та прогнозовані.

ВИСНОВКИ

Таким чином, у даній роботі нами досліджено методичні підходи щодо розрахунку показників на основі фільтра Ходріка-Прескотта. Зокрема, проаналізовано порядок застосування модифікованого фільтра Ходріка-Прескотта, який ґрунтується на використанні матричного аналізу. Нами автоматизовано застосування даного модифікованого фільтра на основі розроблення програмного рішення за допомогою мови програмування С#. Також проведена апробація запропонованих підходів щодо застосування фільтра Ходріка-Прескотта на основі розрахунку рівноважних значень реального ВВП та базового індексу споживчих цін, що можуть включатись до монетарного правила для України.

SUMMARY

USING OF HODRICK-PRESCOTT FILTER FOR DETERMINATION OF EQUILIBRIUM VALUES OF MACROECONOMIC PARAMETERS

T. G. Savchenko, I. P. Manzhuła

Approaches to use of Hodrick-Prescott filter for determination of equilibrium values of macroeconomic parameters are developed in the article. Approbation of these approaches for the calculation of Ukraine equilibrium values of macroeconomic parameters (real GDP and consumer price index) is conducted.

Key words: Hodrick-Prescott filter, macroeconomic parameters, monetary policy rule.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Половнюв Ю. Оцінка циклів ділової активності української економіки / Ю. Половнюв, С. Ніколайчук // Вісник Національного банку України. – 2005. – № 8. – С. 4-8.
2. Ніколайчук С. Оцінка рівноважних та циклічних компонент макроекономічних показників за допомогою фільтра Кальмана / С. Ніколайчук, Є. Марійко // Вісник Національного банку України. – 2007. – № 5. – С. 58-64.
3. Мазярчук В. М. Рівноважне значення гривні та його вплив на макроекономічну ситуацію в Україні / В. М. Мазярчук // Стратегія монетарної політики: проблеми вибору та застосування. Матеріали науково-практичної конференції. – К., 2002 – 270 с.
4. Robert J. Hodrick, Edward C. Prescott. Post-War U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. Northwestern University. Discussion Paper #451. - May 1981. - 26 p.
5. Hodrick, Robert, and Edward C. Prescott, "Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation" // Journal of Money, Credit, and Banking. - 1997.
6. Maravall, Agustín, and Ana del Rio (2001), "Time Aggregation and the Hodrick-Prescott Filter," Banco de España.
7. Hyeongwoo Kim. Hodrick-Prescott Filter. - March 12, 2004.
8. Eduardo Ley. The Hodrick-Prescott Filter. Knowledge Brief for Bank Staff // The World Bank. – 2006. - December 17.
9. Hildegart Ahumada, María Lorena Garegnani. Hodrick-Prescott Filter in Practice. April, 1999. - 25 p.
10. Regina Kaiser, Agustín Maravall. Estimation of the business cycle: A modified Hodrick-Prescott filter // Span. Econ. Rev. – 1999. - 1, 175–206. - 32 p.
11. W. A. Razzak and Richard Dennis. The output gap using the Hodrick-Prescott filter with a non-constant smoothing parameter: an application to New Zealand. - 1990. - 10 p.
12. Yossi Yakhin. Business Cycle Fluctuations and the Hodrick-Prescott Filter. Department of Economics. Ben-Gurion University. - 5 p.
13. Bureau of Economic Analysis. US Department of Commerce [Електронний ресурс]. –Режим доступу : <http://www/bea.gov/national/index/htm#gdp>
14. Статистичні дані щодо показників реального сектору економіки [Електронний ресурс]. – Режим доступу : http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/category?cat_id=57896
15. Савченко Т. Г. Монетарні правила: досвід розробки та застосування / Т. Г. Савченко // Фінансово-кредитна діяльність: проблеми теорії та практики : зб. наук. праць. – Харків : Харківський інститут банківської справи Університету банківської справи НБУ, 2011. – Вип. 2 (11). – С.11 -19
16. Taylor, John B. Discretion versus policy rules in practice // Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy. - 1993. – N 39. – P.195-214.
17. Taylor, John B. A Historical Analysis of Monetary Policy Rules [Електронний ресурс] // University of Chicago Press, January 1999. - Режим доступу: <http://www.nber.org/chapters/c7419>

Надійшла до редакції 20 грудня 2011 р.