

МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ, УЧИТЫВАЮЩАЯ ОСОБЕННОСТИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ РЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

Косторной С. Д., профессор; Хилько М. В., студент

При проектировании гидравлических машин (ГМ) турбин и насосов выбор геометрических размеров и формы проточной части (ПЧ) с учетом взаимного влияния всех элементов ПЧ для получения высоких энергетических и динамических характеристик представляет собой сложную научно-техническую задачу. Она решается, в основном, на основании опыта и интуиции конструктора с использованием упрощенных математических моделей течения рабочей жидкости в ПЧ, одна из которых приводится в данной работе.

Принято считать, что наиболее рациональное решение поставленной задачи может быть получено с использованием результатов решения уравнений Навье-Стокса (НС) нестационарного трехмерного движения вязкой несжимаемой жидкости, которое в векторной форме имеет вид

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho F - \text{grad } p + \mu \Delta V \quad (1)$$

где Δ – оператор Лапласа.

К трем уравнениям (1) в проекциях на оси координат дополняются уравнение неразрывности $\text{div} V = 0$ и граничные условия безотрывного обтекания и прилипания жидкости $V_n = 0, V_\tau = 0$. Уравнения (1) в частных производных – нелинейные дифференциальные уравнения второго порядка. Нелинейность их обусловлена членом с конвективным ускорением. Их решения необходимо подчинить начальным и граничным условиям. Начальные условия для течения идеальной жидкости сохраняют свою силу и для вязкой. Принципиально новым является лишь изменение граничного условия на твердых границах потока. Граничное условие на теле при обтекании его потоком вязкой жидкости наряду с условием безотрывного обтекания ($V_n = 0$), на поверхности выполняется условие прилипания, $V_\tau = 0$. Выполнение условия прилипания совершенно не зависит от материала поверхности и степени чистоты его обработки. Оно одинаково выполняется при обтекании поверхностей как смачиваемых, так и несмачиваемых жидкостей. Это условие является общепринятым в гидромеханике вязкой жидкости. Анализ возможных решений уравнений (НС) при полных граничных условиях показывает, что не существует такого общего решения для уравнения Лапласа, которое удовлетворяло бы двум граничным условиям для касательной и нормальной производных потенциала на теле. Из этого следует, что безвихревое движение вязкой жидкости, удовлетворяющее

уравнению движения, не удовлетворяет граничным условиям на теле. Иными словами, безвихревое течение вязкой жидкости во всей области течения, в том числе и около твердых стенок, не может существовать, т.е. уравнения (НС) описывают вихревое течение жидкости.

Нелинейность уравнений (НС) и отсутствие потенциала скорости очень затрудняют решение уравнений. До настоящего времени не разработаны общие методы решения нелинейных уравнений (НС), нет общей формулировки и доказательства теорем существования и единственности, а существуют утверждения, что они вообще неверны. Поскольку свойство вязкости, присуще реальным жидкостям независимо от режима их движения, а при переходе от ламинарного течения к турбулентному другие физические свойства не изменяются, можно предполагать, что обобщенная гипотеза Ньютона, а значит и опирающиеся на нее уравнение (НС), справедливо как при ламинарном, так и при турбулентном движении жидкости. Но в последнем случае использовать уравнения (НС) для получения каких-либо прикладных решений практически невозможно.

Необходимость удовлетворять одновременно двум граничным условиям на поверхности тела делает возможным получить точные решения этих уравнений только для простейших частных случаев, когда конвективное ускорение можно считать равным нулю. Этот подход позволяет применить гипотезу Прандтля о том, что силы вязкости в наибольшей мере проявляют себя около твердых границ тел в потоке жидкости, а на некотором удалении от этих границ они пренебрежимо малы, послужило развитию моделей теории пограничного слоя на протяжении 20-го века. Цена, которую заплатили за упрощенную модель течения жидкости, оказалась весьма дорогой, так как все модели турбулентности являются полуэмпирическими, а не моделями фундаментальных законов сохранения. В общем случае турбулентная вязкость не постоянна. Она резко меняется по сечению потока или пограничного слоя. В настоящее время известно около ста моделей турбулентности, которые в целом делают задачу расчета турбулентного потока весьма приближенной и технически сложной, так как все существующие модели турбулентности имеют недостатки, а для трехмерных течений они вообще отсутствуют. Поэтому можно считать, что окончательная модель турбулентности еще не создана.

В работе предлагается моделировать граничное условие прилипания жидкости вихревым слоем конечной толщины в пограничном слое, расчет которого выполняется на основе модели вихревого квазипотенциального течения идеальной жидкости в рабочем колесе и винтового в подводе и отводе.

Сучасні технології у промисловому виробництві : матеріали науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів факультету технічних систем та енергоефективних технологій, м. Суми, 23-26 квітня 2013 р.: у 2-х ч. / Ред.кол.: О.Г. Гусак, В.Г. Євтухов. - Суми : СумДУ, 2013. - Ч.2. - С. 93-94.