

УДК 539.62:621.891

КП

№ держреєстрації 0112U001380

Інв. №

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет (СумДУ)  
40007, м. Суми, вул. Р.-Корсакова, 2: тел. (0542) 33-41-08,  
факс (0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи  
доктор фіз.-мат. наук, проф.

\_\_\_\_\_ А.М. Черноус

ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

**"МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРТЯ МЕТАЛЕВИХ НАНОЧАСТИНОК І  
МЕЖОВИХ ПЛІВОК РІДИН, ЩО ВЗАЄМОДІЮТЬ ІЗ  
АТОМАРНО-ГЛАДКИМИ ПОВЕРХНЯМИ"**

(проміжний)

Начальник НДЧ

кандидат фіз.-мат. наук

Д.І. Курбатов

Керівник НДР

доктор фіз.-мат. наук, проф.

О.В. Хоменко

Суми - 2013

Рукопис закінчено 15 грудня 2013 р.

Результати цієї роботи розглянуто на засіданні наукової ради СумДУ,

протокол від 2013.12.26 № 3

## СПИСОК АВТОРІВ

Лаборант

к.ф.-м.н., докторант

(2013.12.15)

Я. О. Ляшенко

(розд. 1, 2)

Молодший науковий співробітник

аспірант

(2013.12.15)

А. М. Заскока

(розд. 3)

Старший науковий співробітник

к.ф.-м.н., докторант

(2013.12.15)

В. М. Борисюк

(розд. 1)

Старший науковий співробітник

к.ф.-м.н., докторант

(2013.12.15)

О. В. Ющенко

(розд. 3)

Лаборант

інженер-програміст

(2013.12.15)

Н. І. Барило

(розд. 2)

## РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 55 с., 16 рис., 48 джерел.

Об'єктом дослідження є ультратонка плівка мастила, затиснута між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями тертя.

Завдання дослідження — побудова нерівноважної термодинамічної моделі плавлення ультратонкої плівки мастила та дослідження поведінки трибологічної системи на її основі.

Використана методика дослідження — методи нерівноважної еволюційної термодинаміки, теорії фазових переходів та теорії пружності, методи обчислювальної математики.

Розроблена теорія, що описує фазові переходи в ультратонкій плівці мастила, і базується на рівняннях нерівноважної термодинаміки. Враховано дисипацію енергії, що утворюється завдяки роботі, яка виконується над системою при її деформуванні. В рамках моделі досліджуються фазові перетворення першого і другого родів. Розглянуто вплив на процеси зовнішнього тиску на поверхні тертя. Показано, що при зростанні тиску фазовий перехід першого роду замінюється неперервним фазовим переходом другого роду. Також побудовано залежності сили тертя від навантаження, деформації і ентропії, що показують такий самий ефект. Отримані динамічні фазові діаграми з різними областями режимів тертя. Описано ефекти пам'яті, які реалізуються при врахуванні залежності в'язкості від температури і градієнту швидкості, ґрунтуючись на наявних експериментальних даних.

**ТЕРТЯ, ПРУЖНІ ТА В'ЯЗКІ НАПРУЖЕННЯ, ДЕФОРМАЦІЯ, ТРИБОЛОГІЧНА СИСТЕМА, ПЕРЕРИВЧАСТИЙ РУХ, ПЛАВЛЕННЯ, ФАЗОВИЙ ПЕРЕХІД.**

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	5
1 РОЗРОБКА МОДЕЛІ .....	8
1.1 Термодинамічна модель .....	8
1.2 Вплив швидкості і плавлення зсувом .....	16
1.3 Вплив температури .....	20
1.4 Вплив навантаження .....	22
2 НЕСИМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ .....	24
2.1 Вільна енергія .....	24
2.2 Сила тертя .....	26
2.3 Переривчастий режим .....	30
3 СИМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ .....	37
3.1 Внутрішня енергія і стаціонарні стани .....	37
3.2 Кінетика трибологічної системи .....	43
ВИСНОВКИ.....	49
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ .....	51

## ВСТУП

При товщині змащувального матеріалу, меншій за 10 атомарних шарів, виникає режим межового тертя [1]. Експерименти показують, що такий тонкий шар мастила проявляє аномальні властивості в порівнянні з об'ємними рідинами, або із мастилами, товщина яких більше лише у декілька разів [2]. Зокрема, спостерігається властивий сухому тертю переривчастий рух (*stick-slip*) [2, 3]. Такий режим пояснюється як тверднення, що обумовлено стискуванням поверхонь, що труться, і подальше стрибкоподібне плавлення при перевищенні зсувними напруженнями межі текучості ("зсувне плавлення").

Існує декілька феноменологічних моделей, що дозволяють частково пояснити експериментально спостережувані результати. Наприклад, такі як термодинамічні [4, 5], механістична [6] і синергетична [7, 8]. Вони мають як детерміністичну [5–7], так і стохастичну [9–11] природу. Дослідження також проводяться за допомогою методів молекулярної динаміки [12–14]. Виявляється, що мастило може забезпечувати кілька кінетичних режимів, між якими в процесі тертя відбуваються переходи, що приводять до переривчастого руху [2]. У теоретичній роботі [9] знайдено три режими тертя: режим ковзання за малих швидкостях зсуву, регулярний переривчастий режим і режим ковзання за великих швидкостях зсуву. Існування цих режимів підтверджують численні експерименти [1–3, 15].

У роботах [7, 8] в рамках моделі Лоренца для апроксимації в'язкопружного середовища розвинено підхід, згідно з яким перехід ультратонкої плівки мастила з твердоподібного в рідиноподібний стан відбувається в результаті термодинамічного і зсувного плавлення. Проведено опис цих процесів, що відбуваються в результаті самоорганізації полів зсувних напружень і деформації, а також температури мастила з урахуванням адитивних

шумів вказаних величин [16, 17] і корельованих флуктуацій температури [18]. Показано, що у випадку адитивних шумів встановлюється самоподібний режим плавлення мастила, у якому часові ряди напружень набувають мультифрактальних властивостей [19, 20]. Причини стрибкоподібного плавлення і гістерезису, які спостерігалися в експериментах [21–23], розглянуто в роботах [24–26]. Тут також визначено умови реалізації означених особливостей при врахуванні деформаційного дефекту модуля зсуву. В рамках вказаної моделі також описано періодичний переривчастий режим тертя [11, 27], який, проте, має стохастичну складову, і може реалізовуватися тільки за наявності у системі флуктуацій. Ще одним недоліком вказаної моделі є те, що вона не враховує навантаження, яке прикладено до поверхонь тертя і при отриманні основних рівнянь застосовано ряд наближень [7].

У роботі [5] запропоновано термодинамічну теорію, що заснована на розкладанні вільної енергії системи за степенями параметра  $f$ , який є надлишковим об'ємом [28, 29], що виникає в результаті формування дефектної структури в мастилі при його плавленні. Рідноподібний стан інтерпретується як ділянка пластичної течії на діаграмі навантаження і характеризується наявністю в мастилі дефектів [4]. У [5] для опису сильно нерівноважних процесів, що відбуваються при ковзанні двох твердих тіл, що труться та розділені шаром мастила, використовується підхід, заснований на теорії фазових переходів Ландау [30–34]. Однак робота [5] присвячена дослідженню плавлення мастила при зсуві поверхонь тертя із постійною швидкістю та не описує спостережуваний в експериментах переривчастий режим руху [2].

В той же час традиційне використання системи Лоренца для задач механіки зіштовхується з рядом логічних протиріч вже на стадії формулювання проблеми. Розгляд деформацій і напружень, як відносно незалежних величин в тому розумінні, що для кожної з них пишеться окреме рівняння перечить класичним канонам "класичної" механіки і термодинаміки. Крім того, при та-

кій простій постановці відсутня симетрія типів термодинамічних потоків, яка визначає чітку відповідність знаків в змішаних доданках в еволюційних рівняннях. Вихід може бути знайдений у використанні багатовимірних термодинамічних потенціалів, із яких шляхом стандартної процедури диференціювання повинна слідувати система еволюційних рівнянь типу Ландау–Халатнікова [35]. Раніше цей підхід був використаний для опису процесів інтенсивної пластичної деформації (ІПД) [32, 36, 37] і руйнування квазікрихких тіл [38]. Процеси ІПД і процеси, що протікають в надтонкому мастилі, мають багато спільного, що дозволяє припустити про правомірність використання такої техніки в обох випадках. Хоча існують принципові відмінності між цими процесами, пов'язані головним чином, з надтонкою товщиною шару мастила (порядку атомарного) вносять свої обмеження і відхилення від стандартної процедури.

В запропонованій роботі побудована загальна термодинамічна модель плавлення ультратонкої плівки мастила. Записані кінетичні рівняння у вигляді Ландау–Халатнікова для основних параметрів. Розглянуто вплив швидкості зсуву і показано, що існують критичні значення швидкості при яких мастило плавиться згідно з механізмом зсувного плавлення. Досліджено вплив температури і показано, що при перевищенні її критичного значення мастило може плавитись навіть при нульових прикладених зсувних напруженнях і нульовій швидкості, тобто настає термодинамічне плавлення. Вивчення впливу зовнішнього нормального навантаження показує, що сила тертя при збільшенні тиску росте. Проаналізовано вплив флуктуацій деформацій, які виникають за рахунок похибок в експериментальних установках. Всі знайдені особливості якісно збігаються з експериментальними даними.

## 1 РОЗРОБКА МОДЕЛІ

### 1.1 Термодинамічна модель

При побудові моделі в рамках термодинамічної теорії фазових переходів Ландау [35] спочатку необхідно обрати параметр, значення якого будуть характеризувати розглядувані фази. Цей параметр називається параметром порядку і описує зміни симетрії стану в точці фазового переходу. При фазових переходах першого роду параметр порядку змінюється стрибкоподібно, при фазових переходах другого роду – неперервно. Однак симетрія стану в точці фазового переходу в обох випадках змінюється стрибком. З ростом параметра порядку фаза стає більш впорядкованою, симетрія при цьому знижується.

Плавлення тонкої плівки мастила на відміну від об'ємних тіл може відбуватись за сценарієм фазового переходу другого роду [4]. Однак існує певна проблема при описі стану тонких плівок мастил, так як такі плівки піддаються більше, ніж одному типу переходу [2], і їх стани не являються дійсними термодинамічними фазами, а інтерпретуються як кінетичні режими тертя [39]. Тому говорять не про тверду і рідку, а про твердоподібну і рідиноподібну фази. Про плавлення таких мастил судять зі збільшення їх об'єму [12] і коефіцієнта дифузії [12, 40, 41]. Оскільки експериментально спостережуваною величиною з цих двох являється об'єм, для опису стану мастила введемо параметр, додатковий до параметра порядку (параметр безладу)  $f$ , який має фізичний зміст надлишкового об'єму, що виникає за рахунок хаотизації (аморфізації) структури твердого тіла в процесі плавлення. На відміну від параметра порядку, що зазвичай використовується для опису процесів переходу "тверде тіло – рідина", цей параметр зростає зі збільшенням загальної внутрішньої енергії при такому переході. Надлишковий об'єм приймає нульове значення при абсолютному нулі, коли всі атоми системи щільно упаковані і перебувають у спокої.



При реальних ненульових температурах він має відмінне від нуля значення як в твердому, так і в рідкому стані. Однак, в рідкому стані він матиме велике значення. Введемо два значення цього параметра: при  $f > f_{liq}$  мастило рідко-подібне, а коли  $f < f_{sol}$ , воно твердне, симетрія стану при цьому знижується.

Тепер, згідно з загальною процедурою, необхідно записати розвинення енергії за незалежними параметрами задачі. Внутрішня енергія для моделі, у якій одночасно враховані як вклади від великих зсувних деформацій  $\varepsilon_{ij}^e$ , так і за ентропією  $s$ , має вигляд [38]:

$$\begin{aligned} u = & u_0^* + \sigma_0 \varepsilon_{ii}^e + \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{ii}^e)^2 + \mu (\varepsilon_{ij}^e)^2 + \alpha s^2 + \beta s \varepsilon_{ii}^e + \\ & + t_0 \tilde{s} - \frac{1}{2} t_1 \tilde{s}^2 + \frac{c}{2} (\nabla f)^2 + \varphi_0 f - \frac{1}{2} \varphi_1 f^2 - m_1 \tilde{s} f, \end{aligned} \quad (1.1)$$

де  $u_0^*$ ,  $\sigma_0$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $t_0$ ,  $t_1$ ,  $c$ ,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$ ,  $m_1$  – сталі розкладення. При чому в свою чергу:

$$\begin{aligned} t_0 = & t_0^* + X_3^{(0)} \varepsilon_{ii}^e + X_6^{(0)} (\varepsilon_{ij}^e)^2 + \alpha_t s, \\ t_1 = & t_1^* + X_4^{(0)} \varepsilon_{ii}^e; \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} \varphi_0 = & \varphi_0^* + g \varepsilon_{ii}^e + \bar{\mu} (\varepsilon_{ij}^e)^2 + \alpha_\varphi s, \\ \varphi_1 = & \varphi_1^* + 2e \varepsilon_{ii}^e + \tilde{\mu} (\varepsilon_{ij}^e)^2; \end{aligned} \quad (1.3)$$

$$m_1 = m_1^* + X_3 \varepsilon_{ii}^e + X_6 (\varepsilon_{ij}^e)^2. \quad (1.4)$$

Пружні напруження враховуються з точністю до квадратних вкладів через перші два інваріанти тензора деформації  $\varepsilon_{ii}^e$ ,  $(\varepsilon_{ij}^e)^2 = \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e$ , де розуміється підсумовування за індексом, що повторюється. При цьому перший інваріант представляє слід тензора деформації  $\varepsilon_{ii}^e = \varepsilon_1^e + \varepsilon_2^e + \varepsilon_3^e$ , а другий визначається виразом [42]

$$(\varepsilon_{ij}^e)^2 \equiv (\varepsilon_{ii}^e)^2 - 2I_2 = (\varepsilon_1^e + \varepsilon_2^e + \varepsilon_3^e)^2 - 2(\varepsilon_1^e \varepsilon_2^e + \varepsilon_1^e \varepsilon_3^e + \varepsilon_2^e \varepsilon_3^e) = (\varepsilon_1^e)^2 + (\varepsilon_2^e)^2 + (\varepsilon_3^e)^2. \quad (1.5)$$

Дані визначення інваріантів припускають, що симетричний тензор  $\varepsilon_{ij}^e$  пружних деформацій приведений до діагонального вигляду.

Також тут введена нова базова величина — нерівноважна ентропія  $\tilde{s}$ , що описує частину теплового руху, яка обумовлена нерівноважним і нерівномірним характером теплового розподілу. Саме ця частина ентропії еволюціонує в процесі зовнішньої дії, прямуючи до деякого стаціонарного значення. Рівноважна ентропія не еволюціонує в звичайному розумінні, але змінюється з часом за рахунок релаксації нерівноважної ентропії і переходу останньої в рівноважну підсистему.

В першому рядку виразу (1.1) враховані всі рівноважні змінні в квадратичному наближенні. Другий рядок містить доданки, що залежать від нерівноважної ентропії, параметра надлишкового об'єму і рівноважних параметрів. Непарні степені нерівноважних змінних додатні, парні — від'ємні, всі знаки в розшифровуваннях коефіцієнтів додатні.

Запишемо тепер відповідне еволюційне рівняння для нерівноважних параметрів стану  $X_i$  у вигляді

$$\tau_{X_i} \dot{X}_i = \frac{\partial u}{\partial X_i}, \quad (1.6)$$

де  $\tau_{X_i}$  — час релаксації. Варто відмітити, що в цьому відношенні враховуються і перехресні члени, які виходять із розвинення внутрішньої енергії в степеневий ряд за всіма параметрами задачі (1.1)-(1.4). При цьому, коефіцієнти розвинення разом з загальним часом релаксації, що входить до (1.6), дадуть різні кінетичні коефіцієнти по кожному виду нерівноважного потоку.

При опису за допомогою рівнянь (1.6) система прямує не до мінімуму внутрішньої енергії, а до її максимуму, що відповідає сильно нерівноважним процесам, що відбуваються у відкритих системах при накачуванні в них енергії. Ця властивість внутрішньої енергії аналогічна властивості синергетичного потенціалу, що був введений раніше для сильно нерівноважних процесів [43].

В нашому випадку накачування енергії відбувається за рахунок деформування при зсуві поверхонь тертя. При цьому еволюційне рівняння для надлишкового об'єму приймає вигляд

$$\tau_f \frac{\partial f}{\partial t} = c \nabla^2 f + \varphi_0 - \varphi_1 f - m_1 \tilde{s}, \quad (1.7)$$

а для нерівноважної ентропії  $\tilde{s}$  отримаємо

$$\tau_s \frac{\partial \tilde{s}}{\partial t} = t_0 - t_1 \tilde{s} - m_1 f, \quad (1.8)$$

де доданок зі знаком ”+“ описує приріст нерівноважної ентропії за рахунок зовнішніх джерел енергії (робота), зі знаком ”-“ — її перехід в рівноважну підсистему.

Тепер необхідно записати рівняння еволюції для рівноважної ентропії. Воно відрізнятиметься від звичайної форми (1.6), оскільки зміна рівноважної ентропії відбувається за рахунок переходу нерівноважної її форми в рівноважну. Зменшення нерівноважної ентропії враховується від'ємним доданком в еволюційному рівнянні (1.8), значить ці ж доданки повинні враховувати приріст рівноважної ентропії. Тому рівняння еволюції рівноважної ентропії запишеться у вигляді:

$$\tau_s \frac{\partial s}{\partial t} = t_1 \tilde{s} + m_1 f + \tau_s L, \quad (1.9)$$

де  $L$  — зменшення рівноважної ентропії за рахунок теплопровідності. Пов'язана з  $L$  кількість тепла йде в простір, що оточує мастило, зокрема, до поверхонь, які виступають в якості термостату. Так як зменшення нерівноважної ентропії і її перехід в рівноважну підсистему — це один і той же процес, часи релаксації в виразах (1.8) і (1.9) рівні. При цьому нерівноважна ентропія зменшується зі швидкістю, рівній швидкості її переходу в рівноважну підсистему.

За знайденим значенням рівноважної ентропії легко визначити поточну температуру мастила. Згідно з виразом для внутрішньої енергії, буде справед-

ливим рівняння стану у вигляді:

$$\frac{\partial u}{\partial s} \equiv T = 2\alpha s + \alpha_t \tilde{s} + \alpha_\varphi f + \beta \varepsilon_{ii}^e. \quad (1.10)$$

Знайдемо аналітичний вираз для доданка  $L$  в рівнянні (1.9). У випадку неоднорідного нагрівання середовища рівняння теплопровідності представляють звичайні рівняння неперервності [44]

$$T \frac{\partial s}{\partial t} = \kappa \nabla^2 T, \quad (1.11)$$

де коефіцієнт теплопровідності  $\kappa$  приймається сталим. Припускаючи, що шар мастила і атомарно-гладкі поверхні мають різні температури  $T$  і  $T_e$  відповідно, для нормальної складової  $\nabla_z^2$  з достатньою точністю можна використати наближення  $\kappa \nabla_z^2 T \approx (\kappa/h^2)(T_e - T)$ , де  $h$  — товщина мастила. З врахуванням цього рівняння (1.11) запишеться в більш простому вигляді

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\kappa}{h^2} \left( \frac{T_e}{T} - 1 \right) + \frac{\kappa}{T} \nabla_{xy}^2 T, \quad (1.12)$$

де величина  $h^2/\kappa$  грає роль часу релаксації, протягом якого відбувається вирівнювання температур за товщиною мастила за рахунок звичайної теплопровідності. Приймавши в (1.9)  $L = \partial s/\partial t$  із (1.12), отримаємо кінцевий вираз для еволюції рівноважної ентропії

$$\tau_s \frac{\partial s}{\partial t} = t_1 \tilde{s} + m_1 f + \tau_s \frac{\kappa}{h^2} \left( \frac{T_e}{T} - 1 \right) + \tau_s \frac{2\alpha\kappa}{T} \nabla_{xy}^2 s + \tau_s \frac{\alpha_\varphi \kappa}{T} \nabla_{xy}^2 f, \quad (1.13)$$

де  $T$  задається виразом (1.10). Згідно з (1.1), пружні напруження визначаються як  $\sigma_{ij}^e \equiv \partial u/\partial \varepsilon_{ij}^e$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^e &= \sigma_0 \delta_{ij} + \lambda \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e + \beta s \delta_{ij} + \left( X_3^{(0)} \delta_{ij} + 2X_6^{(0)} \varepsilon_{ij}^e \right) \tilde{s} - \frac{1}{2} X_4^{(0)} \tilde{s}^2 \delta_{ij} + \\ &+ \left( g \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} \varepsilon_{ij}^e \right) f - \left( e \delta_{ij} + \tilde{\mu} \varepsilon_{ij}^e \right) f^2 - \left( X_3 \delta_{ij} + 2X_6 \varepsilon_{ij}^e \right) \tilde{s} f. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Вираз (1.14) можна представити у вигляді ефективного закону Гука

$$\sigma_{ij}^e = \sigma_v \delta_{ij} + 2\mu_{eff} \varepsilon_{ij}^e + \lambda \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij}, \quad (1.15)$$

з ефективним пружним параметром

$$\mu_{eff} = \mu + X_6^{(0)} \tilde{s} + \bar{\mu} f - \frac{1}{2} \tilde{\mu} f^2 - X_6 \tilde{s} f. \quad (1.16)$$

Сталі  $\mu_{eff}$  і  $\lambda$  – це коефіцієнти Ламе [44]. В (1.15) також з'являється доданок, що не залежить від деформації

$$\sigma_v = \sigma_0 + \beta s + X_3^{(0)} \tilde{s} - \frac{1}{2} X_4^{(0)} \tilde{s}^2 + g f - e f^2 - X_3 \tilde{s} f. \quad (1.17)$$

Перший і другий інваріанти визначаються як

$$\varepsilon_{ii}^e = \frac{n - \sigma_v}{\lambda + \mu_{eff}}, \quad (1.18)$$

$$(\varepsilon_{ij}^e)^2 \equiv \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\tau}{\mu_{eff}} \right)^2 + (\varepsilon_{ii}^e)^2 \right], \quad (1.19)$$

де  $n$ ,  $\tau$  – нормальна і дотична компоненти напружень, що діють на мастило зі сторони третьових поверхонь<sup>1</sup>. Співвідношення (1.18) і (1.19) представляють звичайний зв'язок між компонентами тензорів і їх інваріантами лінійної теорії пружності (див., наприклад, [42]). Тут із напружень  $n$  віднято внесок  $\sigma_v$ , що не пов'язаний з деформаціями. Скористаємось дебаєвським наближенням, що пов'язує пружну деформацію  $\varepsilon_{ij}^e$  з пластичною  $\varepsilon_{ij}^{pl}$ :

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl} = \frac{\varepsilon_{ij}^e}{\tau_\varepsilon}. \quad (1.20)$$

Повна деформація в шарі визначається як

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{pl}. \quad (1.21)$$

<sup>1</sup>Зсувне напруження  $\tau$  визначається з виразу (1.15) при  $i \neq j$ , тобто  $\delta_{ij} = 0$ .

Ця деформація задає швидкість руху верхнього блока  $V$  відповідно до зв'язку

$$V = h\dot{\varepsilon}_{ij} \equiv h(\dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}). \quad (1.22)$$

Час релаксації деформації в (1.20) залежить від стану мастила:

$$\tau_\varepsilon = K(\gamma_0 - \gamma_1 f), \quad (1.23)$$

де введені сталі  $\gamma_0, \gamma_1$  і коефіцієнт  $K$ . Для твердоподібного стану мастила  $K = K_{sol}$ .

Згідно з останнім виразом, в твердоподібному стані  $\tau_\varepsilon$  велике, і тому  $\varepsilon_{ij}^e$  також велике. Для рідиноподібного стану  $\tau_\varepsilon$  зменшується, і  $\varepsilon_{ij}^e$  також зменшується. Комбінуючи співвідношення (1.20) – (1.23), отримаємо вираз для пружної зсувної деформації:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e + \frac{\varepsilon_{ij}^e}{K(\gamma_0 - \gamma_1 f)} = \frac{V}{h}. \quad (1.24)$$

Експериментальні дані однозначно підтверджують, що в рідиноподібному стані пружні деформації релаксують дуже швидко [2], тобто час релаксації для рідиноподібного стану буде суттєво меншим. Формула (1.23) при  $K = K_{sol}$  уже несе в собі тенденцію зменшення часу релаксації з плавленням (при збільшенні  $f$ ), але така залежність справедлива лише для твердоподібного стану і поблизу точки переходу [4]. Тому для рідиноподібного мастила варто вважати  $K = K_{liq} < K_{sol}$ .

Відомо, що плавлення мастила в більшості випадків має гістерезисний характер [9, 21–23]. Для теоретичного опису гістерезисних явищ було розроблено ряд робіт, зокрема, в рамках моделі Лоренца [24–26]. В даному випадку для врахування вказаних явищ варто виділити два характерних значення вільного об'єму: при  $f > f_{liq}$  мастило рідиноподібне, а коли  $f < f_{sol}$ , воно твердне.

Отримаємо тепер вирази для сили тертя, яка вимірюється в експери-

ментах [2]. В мастилі, окрім пружних  $\sigma_{ij}^e$ , виникають також і в'язкі  $\sigma_{ij}^{visc}$  напруження. Повне напруження в шарі мастила являється сумою цих двох вкладів

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^e + \sigma_{ij}^{visc}. \quad (1.25)$$

Повна сила тертя визначається стандартним чином:

$$F = \sigma_{ij}A, \quad (1.26)$$

де  $A$  – площа контакту. В'язкі напруження в шарі даються формулою [45]

$$\sigma_{ij}^{visc} = \frac{\eta_{eff}V}{h}, \quad (1.27)$$

де  $\eta_{eff}$  – ефективна в'язкість, яка визначається лише експериментально, і в межовому режимі

$$\eta_{eff} \sim (\dot{\epsilon}_{ij})^\gamma, \quad (1.28)$$

причому для більшості систем  $\gamma = 2/3$ . З урахуванням (1.22), (1.28) вираз для в'язких напружень (1.27) запишеться у вигляді:

$$\sigma_{ij}^{visc} = \left(\frac{V}{h}\right)^{\gamma+1}. \quad (1.29)$$

Підставляючи (1.25), (1.29) в (1.26), отримаємо кінцевий вираз для сили тертя:

$$F = \left(\sigma_{ij}^e + \left(\frac{V}{h}\right)^{\gamma+1}\right) A, \quad (1.30)$$

де  $\sigma_{ij}^e$  задається формулою (1.15) при  $i \neq j$ . Згідно з (1.30), при малих швидкостях зсуву мастило твердоподібне, і значення  $\sigma_{ij}^e$  велике. При цьому сила тертя приймає найбільше значення, і реалізується сухе тертя. При підвищенні швидкості відбувається переривчастий режим, коли мастило періодично плавиться і твердне, відповідно сила тертя періодично змінюється за рахунок

зміни пружних напружень. При подальшому підвищенні швидкості мастило плавиться, і пружні зсувні напруження суттєво зменшуються. З подальшим збільшенням швидкості значення  $F$  росте за рахунок в'язкої компоненти сили тертя, так як вона стає визначальною. Таким чином, сила тертя має найменше значення при швидкості  $V = V_c$ , при якому зникає *stick – slip* режим, і мастило стає рідиноподібним. Далі в роботі розглядається діапазон швидкостей менше або трішки більше критичної, на якому визначальною являється пружна складова сили тертя, що дозволяє судити про її еволюцію в часі за часовими залежностями пружних зсувних напружень.

## 1.2 Вплив швидкості і плавлення зсувом

Ультратонкі плівки мастила ведуть себе відмінним від об'ємних тіл чином, тому при їх описі не можна використовувати стандартний формалізм, оскільки з'являється ряд принципово нових ефектів, які необхідно враховувати. Одним із них є переривчастий рух (*stick – slip*) [2, 39], схематично показаний на рисунку 1.1.

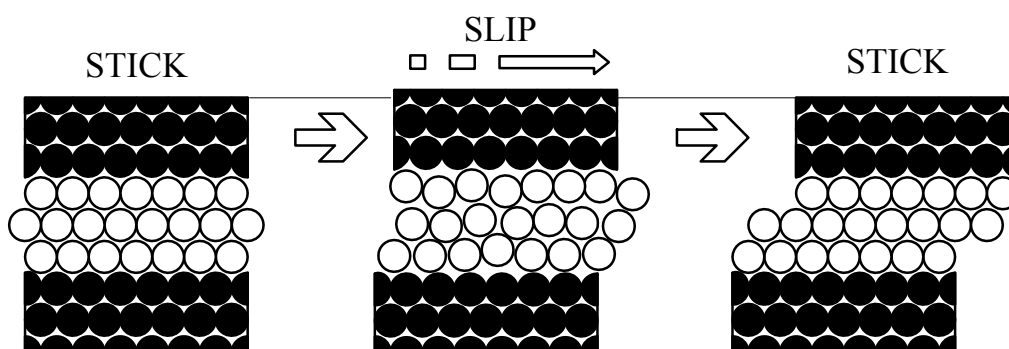


Рисунок 1.1 – Схематична реалізація переривчастого (*stick – slip*) режиму тертя [2].

Спочатку мастило твердоподібне (*stick*), потім при перевищенні деякого критичного значення пружних зсувних напружень  $\sigma_{ij}^e$ , воно різко переходить



в рідиноподібну фазу (*slip*) за рахунок розупорядкування. При цьому верхня поверхня трохи піднімається, так як відбувається зміна об'єму мастила. В рідиноподібному стані відразу відбувається релаксація  $\sigma_{ij}^e$ , і мастило за рахунок стиснення стінок під дією навантаження знову твердне (*stick*). Даний процес являється періодичним. Однією з основних відмінностей поведінки об'ємних мастил в цьому механізмі полягає в тому, що дія зсувних напружень  $\sigma_{ij}^e$  приводить не лише до зсуву, але і до збільшення об'єму мастила. Цей факт узгоджується з результатами, отриманими за допомогою методів молекулярної динаміки [12], і може бути відображеним за допомогою модифікованого співвідношення (1.18) наступним чином:

$$\varepsilon_{ii}^e = \frac{n - \sigma_v + \sigma_{ij}^e \varepsilon_{ij}^a}{\lambda + \mu_{eff}}. \quad (1.31)$$

Тут введена безрозмірна тензорна стала  $\varepsilon_{ij}^a$ , котра задає степінь ділатації (розширення мастила при зсуві під дією  $\sigma_{ij}^e$ ). При цьому варто також враховувати, що дія зсувних напружень приводить до росту товщини мастила  $h$ . Відносне збільшення об'єму<sup>2</sup> за рахунок росту товщини мастила  $h$  можна виразити таким чином:

$$\frac{\delta V}{V_0} = \frac{A \delta h}{A h} = \frac{\delta h}{h}, \quad (1.32)$$

де  $A$  – площа контакту. Приймавши вклад у відносне збільшення об'єму з (1.31) за рахунок зсувних напружень і останній вираз, отримуємо зміну товщини мастила у вигляді

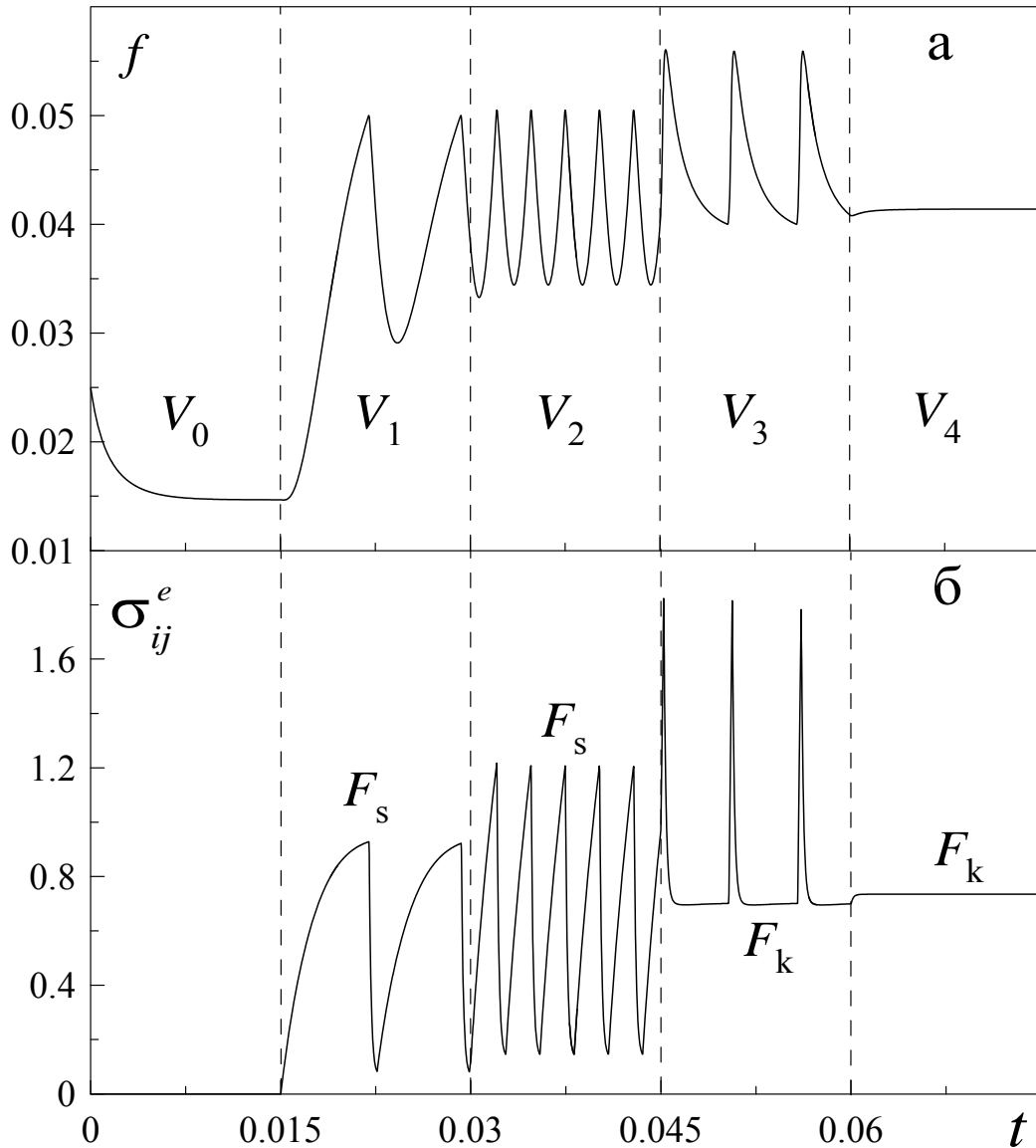
$$\delta h = h \frac{\sigma_{ij}^e \varepsilon_{ij}^a}{\lambda + \mu_{eff}}. \quad (1.33)$$

В подальших розрахунках товщину  $h$  в (1.24) варто замінювати виразом  $h + \delta h$ . Тепер модель являється повною, так як разом із термодинамічним плавленням враховує і плавлення зсувом. Далі, в рамках даної роботи, для спрощення роз-

<sup>2</sup>Фізичний зміст першого інваріанту (1.31) – відносне збільшення об'єму  $\delta V/V_0$ , де  $\delta V$  – зміна об'єму, а  $V_0$  – початковий об'єм до деформування.

глядається однорідний варіант, і в співвідношеннях (1.7), (1.13) вважається  $\nabla^2 \equiv 0$ .

Результат спільного чисельного розв'язку рівнянь (1.7), (1.8), (1.13), (1.24) показаний на рисунку 1.2.



Рисунки 1.2 – Часові залежності надлишкового об'єму  $f$  і зсувних напружень  $\sigma_{ij}^e$  при параметрах  $\sigma_0 = 0.1$  Па,  $\lambda = 200$  Па,  $\mu = 10^8$  Па,  $\alpha = 4.1$  Дж $^{-1}$ ·м $^3$ ·К $^2$ ,  $\beta = 2.2$  К,  $X_3^0 = 2.02$  К,  $X_6^0 = 4 \cdot 10^6$  К,  $X_4^0 = 50$  Дж $^{-1}$ ·м $^3$ ·К $^2$ ,  $g = 0.1$  Па,  $\bar{\mu} = 4 \cdot 10^5$  Па,  $\varphi_1^* = 500$  Дж·м $^{-3}$ ,  $e = 10.8$  Па,  $\tilde{\mu} = 24$  Па,  $m_1^* = 3$  К,  $X_3 = 1.12$  К,  $X_6 = 4040$  К,  $\tau_f = 1$  Дж·м $^{-3}$ ·с,  $\tau_s = 0.1$  Дж $^{-1}$ ·м $^3$ ·с·К $^2$ ,  $\kappa = 10^{-11}$  Вт·м $^{-1}$ ·К $^{-1}$ ,  $\alpha_t = 0.2$  Дж $^{-1}$ ·м $^3$ ·К $^2$ ,  $\alpha_\varphi = 0.2$  К,  $h = 10^{-9}$  м,  $T_e = 300$  К,  $\varepsilon_{ij}^a = 1$ ,  $n = -10^5$  Па,  $\gamma_0 = 0.0025$  с,  $\gamma_1 = 0.005$  с,  $K_{sol} = 1$ ,  $K_{liq} = 0.07$ ,  $f_{sol} = 0.04$ ,  $f_{liq} = 0.05$ ,  $t_0^* = \varphi_0^* = 0$ . Значення швидкостей зсуву  $V_0 = 0$  м/с,  $V_1 = 2$  нм/с,  $V_2 = 4$  нм/с,  $V_3 = 21$  нм/с,  $V_4 = 22$  нм/с.

При нульовій швидкості зсуву напруження рівні нулю, надлишковий

об'єм  $f$  зменшується, мастило при цьому поступово твердне за рахунок стиснення стінок. Коли система починає рух ( $V_1 \neq 0$ ), мастило починає плавитись під дією зростаючих напружень  $\sigma_{ij}^e$ , і вільний об'єм при цьому росте. Коли  $f$  досягає значення  $f = f_{liq}$ , мастило плавиться повністю, і оскільки час релаксації в (1.24) стає значно меншим, напруження починають релаксувати. Мастило при цьому знову починає тверднути, так як в розплавленому стані його підтримують пружні напруження. Коли воно твердне повністю ( $f = f_{sol}$ ), за рахунок збільшення часу релаксації в (1.24) параметр  $f$  знову збільшується, доки не досягне значення  $f_{liq}$ , і процес повторюється знову. Згідно зі сказаним, встановлюється періодичний переривчастий (*stick – slip*) режим плавлення/тверднення. Варто відмітити, що при  $V = V_1$  вільний об'єм при перевищенні значення  $f_{liq}$  відразу починає зменшуватись, а при твердненні і досягненні  $f = f_{sol}$  ще деякий час зменшується, а вже потім збільшується. Це пов'язано з тим, що для збільшення  $f$  потрібно деяке мінімальне значення напружень, а так як швидкість мала, це значення, згідно з (1.24), змінюються повільно. Тому після тверднення надлишковий об'єм може зменшуватись, доки не буде досягнуто відповідне значення напружень. При підвищенні швидкості до значення  $V = V_2$  частота піків *stick – slip* збільшується за рахунок того, що при цій швидкості в системі швидше збільшуються напруження. Відповідно мастило швидше плавиться, і за один і той же проміжок часу система встигає здійснити більшу кількість переходів плавлення–тверднення. З іще більшим збільшенням швидкості  $V = V_3$  частота піків знову зменшується. Це відбувається за рахунок того, що при великих швидкостях в рівнянні (1.24) напруження релаксують до більшого стаціонарного значення, при якому мастило повільніше твердне. При цьому на залежності  $\sigma_{ij}^e(t)$  проглядаються довгі кінетичні ділянки  $\sigma_{ij}^e = \text{const}$ . В цьому режимі при перевищенні  $f > f_{liq}$  надлишковий вільний об'єм ще деякий час збільшується, а потім починає зменшуватись. При подальшому зростанні швидкості зсуву  $V = V_4$

переривчастий режим зникає, і встановлюється кінетичний режим тертя рідиноподібного мастила зі значенням сили тертя  $F_k$ . Це відбувається тому, що з підвищенням швидкості більше критичної  $V > V_c$  в мастилі виникають напруження  $\sigma_{ij}^e$ , достатні для забезпечення значення  $f > f_{sol}$ , при якому мастило не може затверднути. Відмітимо, що з підвищенням швидкості на залежності  $\sigma_{ij}^e(t)$  збільшуються значення напружень, що відповідають кінетичному режиму тертя з силою тертя  $F_k$ . Цей факт погоджується з запропонованою раніше механістичною моделлю [6]. Таким чином, при збільшенні швидкості спочатку частота піків *stick – slip* збільшується, потім зменшується за рахунок появи довгих кінетичних ділянок, а при перевищенні критичного значення швидкості  $V > V_c$  режим *stick – slip* зникає. Описана поведінка добре погоджується з експериментальними результатами, показаними на рис. 1.3.

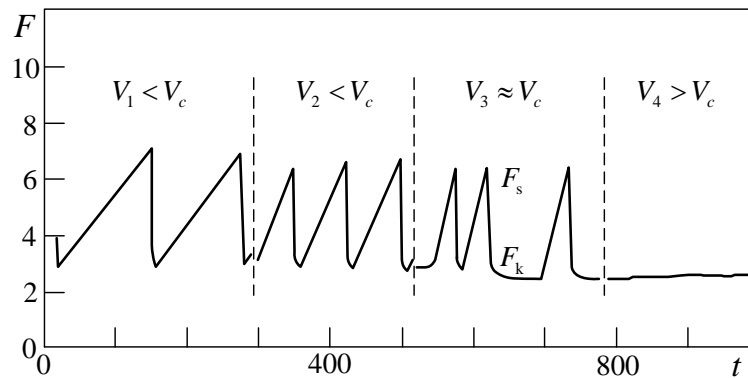


Рисунок 1.3 — Часова еволюція сили тертя  $F$  для шару гексадекану при температурі 290 К, ( $T < T_c$ ) зі збільшенням швидкості ковзання  $V$ . Вище значення критичної швидкості  $V_c \approx 400$  нм/с настає кінетичний режим ковзання [2].

### 1.3 Вплив температури

Ультратонкі плівки мастила плавляться не лише за рахунок зсувного плавлення при підвищенні швидкості, але і звичайним чином при підвищенні температури. Дослідимо вплив температури на розглядувану систему. Для

цього отримаємо а часові залежності для надлишкового об'єму і напружень, подібні зображеним на рисунку 1.2. Значення швидкості зсуву  $V$  при цьому вважаємо сталими, а збільшуватимемо температуру зсовуваних поверхонь  $T_e$ . Вказані залежності приведені на рисунку 1.4.

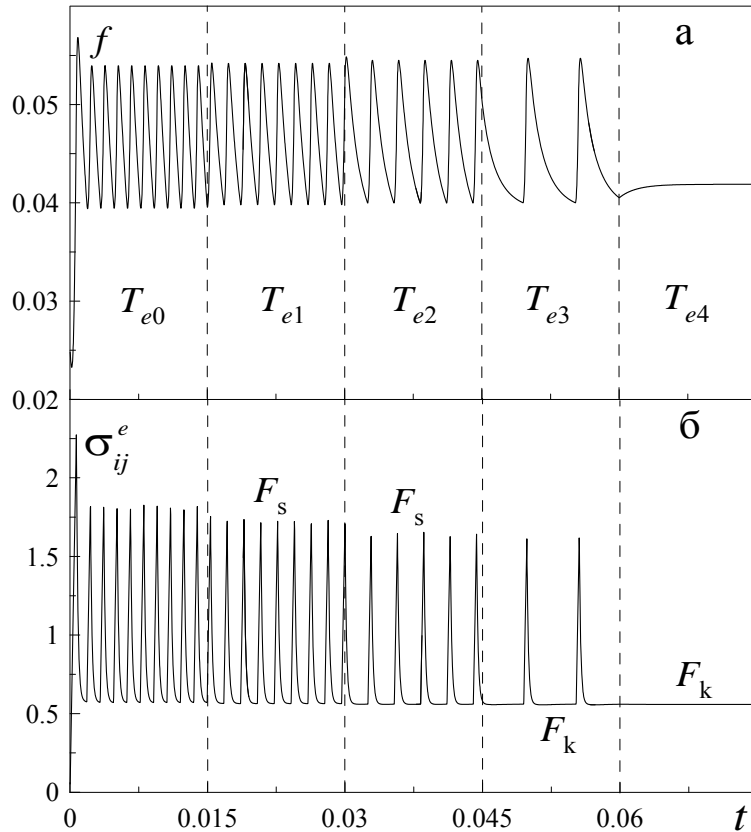


Рисунок 1.4 – Часові залежності надлишкового вільного об'єму  $f$  і зсувних напружень  $\sigma_{ij}^e$  при параметрах рис. 1.2 і швидкості зсуву  $V = 27$  нм/с. Значення температур поверхонь тертя  $T_{e0} = 50$  К,  $T_{e1} = 230$  К,  $T_{e2} = 400$  К,  $T_{e3} = 490$  К,  $T_{e4} = 550$  К.

Із рисунка видно, що при малих температурах поверхонь тертя  $T_e = T_{e0}$  частота *stick – slip* переходів велика, і кінетична ділянка на залежності  $\sigma_{ij}^e(t)$  не проглядається. Це говорить про те, що мастило відразу починає тверднути. Зі збільшенням температури ( $T_e = T_{e1}$ ) частота піків стає меншою, як і їх висота. Частота стає меншою за рахунок появи кінетичної ділянки, тобто мастило тепер твердне повільніше. Зменшення висоти піків говорить про зниження статичної сили тертя  $F_s$ . З іще більшим підвищенням  $T_e = T_{e2}$  кінетична ділянка  $\sigma_{ij}^e = \text{const}$  стає більш вираженою, тобто мастило існує деякий

час в розплавленому стані при сталих напруженнях, які вже здатні цей стан підтримувати. Однак, за рахунок дисипації надлишковий об'єм зменшується, мастило все ж таки твердне, і реалізується *stick – slip* режим. При  $T_e = T_{e3}$  кінетична ділянка стає визначальною, так як тут мастило більшу частину часу перебуває в рідиноподібному стані. І, нарешті, при  $T_e = T_{e4}$  мастило остаточно плавиться, і настає кінетичний режим. Важливо відмітити, що при збільшенні температури на всьому діапазоні зберігається тенденція зменшення  $F_s$ .

#### 1.4 Вплив навантаження

Експерименти з межового тертя проводяться при різних величинах навантаження на поверхні тертя, і встановлено, що зовнішній тиск також впливає на систему критичним чином [2]. На рисунку 1.5 показані часові залежності напружень при сталих значеннях температури системи і швидкості зсуву, але при підвищенні зовнішнього навантаження  $n$ .

На рис. 1.5,*a* значення температури обрано таким чином, що  $T_e < T_c$ , і реалізується *stick – slip* режим. Видно, що з ростом навантаження сила тертя збільшується, так як росте значення  $\sigma_{ij}^e$ , що відповідає статичному тертю. Якщо підвищити температуру до значення  $T_e > T_c$  (рис. 1.5,*б*), то режим *stick – slip* зникає, і з часом встановлюється кінетичний режим, де з ростом тиску сила тертя також росте. Описані особливості якісно збігаються з експериментальними залежностями, отриманими в роботі [2]. Однак вплив тиску не такий однозначний. Зокрема, збільшення навантаження може привести до видавлювання мастила і, як наслідок, до зменшення кількості молекулярних шарів між поверхнями тертя. Це приведе до зміни параметрів теорії і до встановлення другого режиму тертя [40]. Тому для повного врахування впливу зовнішнього тиску варто проводити додатковий аналіз, котрий виходить за рамки

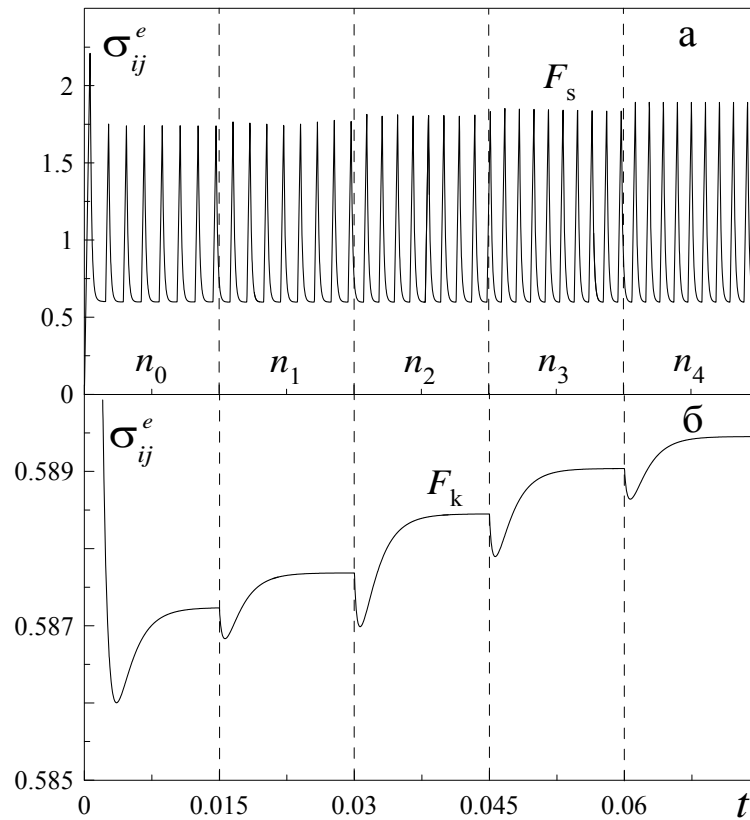


Рисунок 1.5 – Часові залежності зсувних напружень  $\sigma_{ij}^e$  при параметрах рис. 1.2,  $V = 18$  нм/с і значеннях зовнішнього нормального тиску  $n_0 = -0.05$  МПа,  $n_1 = -0.1$  МПа,  $n_2 = -0.2$  МПа,  $n_3 = -0.3$  МПа,  $n_4 = -0.4$  МПа: а –  $T_e = 200$  К; б –  $T_e = 600$  К.

даної роботи.

## 2 НЕСИМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ

### 2.1 Вільна енергія

Запишемо розкладання для густини вільної енергії з урахуванням внесків від пружних компонент зсувних деформацій  $\varepsilon_{ij}^e$  та ентропії  $s$  у вигляді [5]

$$\begin{aligned} \Phi = & \Phi_0^* + \frac{1}{2}\lambda(\varepsilon_{ii}^e)^2 + \mu(\varepsilon_{ij}^e)^2 - \alpha s^2 + \frac{c}{2}(\nabla f)^2 - \\ & - \varphi_0 f + \frac{1}{2}\varphi_1 f^2 - \frac{1}{3}\varphi_2 f^3 + \frac{1}{4}\varphi_3 f^4, \end{aligned} \quad (2.1)$$

де  $\Phi_0^*$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $c$ ,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $\varphi_3$  – константи розкладання. Причому, у свою чергу,

$$\varphi_0 = \varphi_0^* + \frac{1}{2}\bar{\lambda}(\varepsilon_{ii}^e)^2 + \bar{\mu}(\varepsilon_{ij}^e)^2 + \alpha_\varphi s. \quad (2.2)$$

Згідно з виразом (2.1) в мастилі виникають пружні напруження

$$\sigma_{ij}^e = \frac{\partial \Phi}{\partial \varepsilon_{ij}^e} = \lambda \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e - (\bar{\lambda} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\bar{\mu} \varepsilon_{ij}^e) f. \quad (2.3)$$

Вираз (2.3) можна представити у вигляді ефективного закону Гука

$$\sigma_{ij}^e = 2\mu_{eff} \varepsilon_{ij}^e + \lambda_{eff} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} \quad (2.4)$$

з ефективними пружними параметрами<sup>3</sup>

$$\mu_{eff} = \mu - \bar{\mu} f, \quad (2.5)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda - \bar{\lambda} f, \quad (2.6)$$

які зменшуються з плавленням при зростанні параметра  $f$ .

Запишемо еволюційне рівняння для нерівноважного параметра  $f$  у

---

<sup>3</sup>При  $f > \mu/\bar{\mu}$  слід вважати  $\mu_{eff} = 0$ , а коли  $f > \lambda/\bar{\lambda}$ , необхідно приймати  $\lambda_{eff} = 0$ .



вигляді рівняння Ландау-Халатнікова

$$\tau_f \dot{f} = -\frac{\partial \Phi}{\partial f}, \quad (2.7)$$

де введено час релаксації  $\tau_f$ . У явному вигляді воно запишеться як

$$\tau_f \frac{\partial f}{\partial t} = -c \nabla^2 f + \varphi_0 - \varphi_1 f + \varphi_2 f^2 - \varphi_3 f^3 - \frac{n^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu})}{(\lambda_{eff} + \mu_{eff})^2}, \quad (2.8)$$

де поява останнього доданку пов'язана з тим, що інваріанти (1.18) і (1.19) залежать від величини надлишкового об'єму  $f$ . У [5] цим доданком нехтували, однак його врахування важливе, оскільки здатне описати вплив зовнішнього тиску на процес плавлення.

Температура мастила визначається через вільну енергію системи

$$T = -\frac{\partial \Phi}{\partial s} = 2\alpha s + \alpha_\varphi f. \quad (2.9)$$

Таким чином, ентропія є функцією температури і надлишкового об'єму. При цьому вільна енергія (2.1) також є функцією температури та об'єму.

Деформація задає швидкість руху верхнього блоку  $V_{ij}$  згідно з наступним зв'язком [45]:

$$V_{ij} = h \dot{\varepsilon}_{ij} = h(\dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}). \quad (2.10)$$

З трьох останніх співвідношень слідує вираз для пружної компоненти зсувної деформації [5]:

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{ij}^e = -\varepsilon_{ij}^e + \frac{V_{ij} \tau_\varepsilon}{h}. \quad (2.11)$$

Далі, в рамках цієї роботи, для спрощення розглядається однорідна система, і в співвідношеннях (2.1), (2.8), (1.12) вважається  $\nabla \equiv 0$ .

## 2.2 Сила тертя

Система кінетичних рівнянь (2.8), (1.12), (2.11) з урахуванням визначень (2.2), (2.4) – (2.6), (2.9) є замкненою і може бути використана для дослідження кінетики процесу плавлення. У даному розділі розглянемо стаціонарні режими тертя. Відповідно до рівнянь (1.12) і (2.11) з часом встановлюються стаціонарні значення температури мастила  $T_0$  і пружної компоненти зсувної деформації  $\varepsilon_{ij0}^e$ :

$$T_0 = T_e, \quad \varepsilon_{ij0}^e = \frac{V_{ij}\tau_\varepsilon}{h}. \quad (2.12)$$

Для знаходження стаціонарних станів всіх величин необхідно чисельно розв'язати еволюційне рівняння (2.8), використовуючи (2.2), (2.4) – (2.6) і визначаючи поточну ентропію з (2.9) при  $T = T_e$ , а значення деформації з (2.12).

Проаналізуємо вплив на силу тертя температури мастила і швидкості зсуву.

Аналогічно до попереднього розділу вираз для сили тертя [5]<sup>4</sup> має вигляд:

$$F_{ij} = \left[ \sigma_{ij}^e + \operatorname{sgn}(V_{ij}) \left( \frac{|V_{ij}|}{h} \right)^{\gamma+1} \right] A, \quad (2.13)$$

де  $\sigma_{ij}^e$  задається формулою (2.4) при  $i \neq j$ .

В експериментах у якості поверхонь тертя зазвичай використовуються атомарно-гладкі поверхні слюди, а в ролі мастила – квазісферичні молекули октаметілциклотетрасілоксана (ОМЦТС) і лінійні ланцюгові молекули тетрадекана, або гексадекана [2, 23]. Вказані експерименти проводяться за наступних умов: товщина мастила  $h \sim 10^{-9}$  м, площа контакту  $A \sim 3 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>, навантаження на верхню поверхню тертя  $L = (2 \div 60) \cdot 10^{-3}$  Н, що відповідає

<sup>4</sup>Тут введено знакову функцію  $\operatorname{sgn}(x)$  і абсолютне значення швидкості зсуву  $|V_{ij}|$ , оскільки вона може приймати також і від'ємні значення.

нормальним напруженням  $n = -L/A = -(6.67 \div 200) \cdot 10^5$  Па. Сила тертя при цьому складає  $F \sim (2 \div 40) \cdot 10^{-3}$  Н. В межах зазначених експериментальних робіт виявлено, що мастило плавиться при перевищенні критичного значення температури  $T_e > T_{c0} \sim 300$  К або при швидкості зсуву  $V > V_c \sim 400$  нм/с. Ці значення можуть істотно змінюватися залежно від типу мастила і геометрії експерименту.

У даній моделі, відповідно до експериментальних даних, обираються наступні значення констант теорії [5]:  $\Phi_0^* = 20$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\lambda = 2 \cdot 10^{11}$  Па,  $\bar{\lambda} = 10^8$  Па,  $\mu = 4.1 \cdot 10^{11}$  Па,  $\bar{\mu} = 4 \cdot 10^{11}$  Па,  $\varphi_0^* = 5$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\varphi_1 = 1100$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\varphi_2 = 2700$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\varphi_3 = 2070$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\alpha = 0.055$  К<sup>2</sup>·м<sup>3</sup>/Дж,  $\alpha_\varphi = 0.05$  К,  $h = 10^{-9}$  м,  $\tau_f = 1$  Па·с,  $\tau_\varepsilon = 10^{-8}$  с. Зазначимо, що час релаксації надлишкового об'єму  $\tau_f$  має розмірність в'язкості. Фактично це означає, що із зростанням ефективної в'язкості мастила час встановлення стаціонарного режиму тертя збільшується.

Залежність (2.13) показана на рис. 2.1. Рисунок 2.1, *a* ілюструє той факт, що із підвищенням температури сила тертя зменшується. Розглянемо детальніше криву 2. Спершу при підвищенні температури надлишковий об'єм монотонно зростає. При цьому ефективний модуль зсуву  $2\mu_{eff}$  (2.5) зменшується, що приводить до зниження значення пружної компоненти зсувних напружень (2.4) і, відповідно, до зменшення значення сили тертя (2.13). При перевищенні температурою критичного значення  $T_e > T_{c0}$ , величина надлишкового об'єму  $f$  стрибкоподібно збільшується і мастило плавиться, що приводить до різкого зниження повної сили тертя. З подальшим пониженням температури мастило твердне тепер уже при її меншому значенні  $T_e = T_c^0$ . При цьому залежність має гістерезисний характер, що відповідає фазовим переходам першого роду. Згідно з рисунком 2.1, *a* з підвищенням швидкості зсуву мастило плавиться при меншому значенні температури. При швидкості вищій за деяке критичне значення мастило незалежно від температури завжди рідиноподібне (крива 4),

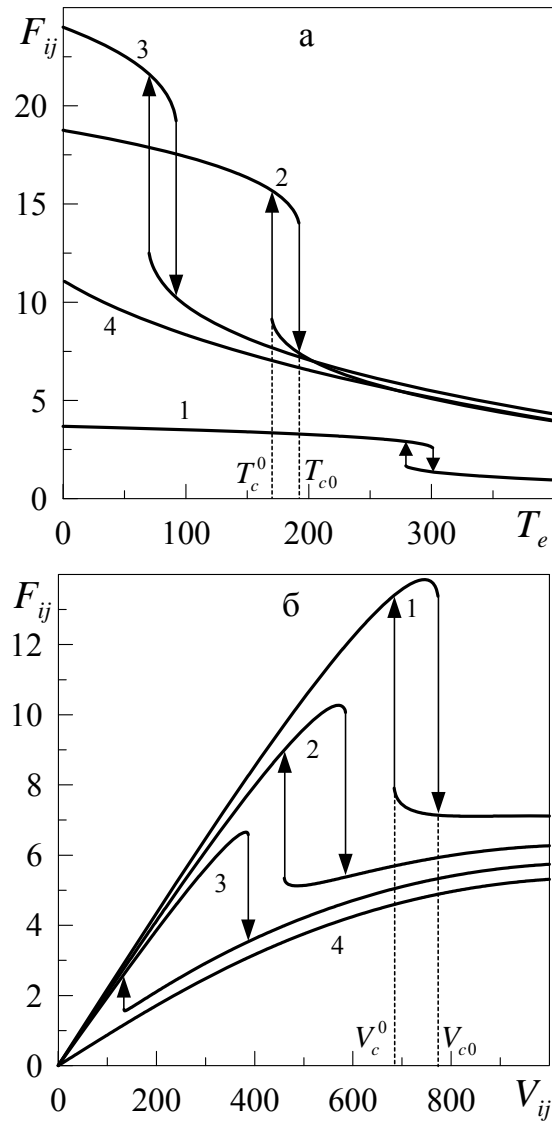


Рисунок 2.1 – Залежність стаціонарного значення повної сили тертя  $F_{ij}$  (мН) (1.30) від температури поверхонь тертя  $T_e$  (К) і швидкості зсуву  $V_{ij}$  (нм/с) при  $\gamma = 2/3$ ,  $A = 3 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>,  $n = -7 \cdot 10^5$  Па: а – криві 1–4 відповідають постійним значенням швидкості зсуву  $V_{ij} = 150$  нм/с, 800 нм/с, 1100 нм/с, 1400 нм/с; б – криві 1–4 відповідають фіксованим значенням температури  $T_e = 200$  К, 245 К, 279 К, 310 К.

і сила тертя зменшується разом з температурою за рахунок зменшення модуля зсуву (розрідження мастила).

Таким чином, при малих температурах ( $T_e < T_c^0$ ) реалізується один мінімум потенціалу  $\Phi(f)$ , який відповідає стаціонарному стану з малим значенням  $f$  (твердоподібне мастило). В області температур  $T_c^0 < T_e < T_{c0}$  співіснують два мінімуми  $\Phi(f)$ . Проте система не може перейти у стан, що відповідає другому мінімуму, оскільки ці мінімуми розділяє максимум енергії. При подальшо-

му збільшенні температури  $T_e > T_{c0}$  розмежовуючий максимум зникає, і мастило за механізмом фазового перетворення першого роду переходить в стан, що відповідає єдиному мінімуму при великому значенні  $f$ , тобто плавиться. Якщо після цього знижувати температуру, то з появою першого мінімуму система знову не зможе перейти у відповідаючий йому стан із-за наявності розмежовуючого максимуму. З його зникненням при  $T_e = T_c^0$  мастило стрибкоподібно твердне.

Рис. 2.1,б демонструє дещо іншу поведінку. Тут, згідно з (2.13), за малих швидкостей зсуву мастило твердоподібне, і відповідне значення  $\sigma_{ij}^e$  велике. Підвищення швидкості в такому режимі приводить до зростання обох компонент сили тертя (2.13) і тому вона швидко збільшується. При подальшому підвищенні швидкості мастило плавиться і пружне зсувне напруження (2.4) істотно зменшується, що, в свою чергу, приводить до різкого зниження повної сили тертя. З подальшим збільшенням швидкості значення  $F_{ij}$  зростає за рахунок обох компонент сили тертя, які ростуть із швидкістю зсуву. Згідно з кривою 4 в рідиноподібному стані сила тертя (2.13) також зростає за рахунок збільшення швидкості. Тобто реалізується ситуація, схожа з поведінкою системи при підвищенні температури (рис. 2.1,а), з тією відмінністю, що у разі зсувного плавлення із збільшенням температури поверхонь тертя зростає площа фігури, яку обмежує гістерезис. З підвищенням температури мастило плавиться при менших швидкостях зсуву. Зазначимо, що результати, які подано на рис. 2.1,б, якісно збігаються з новою картою тертя для межового режиму, запропонованою в роботі [45] в результаті узагальнення експериментальних даних. Залежності сили тертя від температури, типу поданих на рис. 2.1,а, в даний час експериментально не вимірюються.

### 2.3 Переривчастий режим

Подані на рис. 2.1 залежності отримано за фіксованої швидкості зсуву верхньої поверхні тертя. Проте динамічні характеристики трибологічної системи визначаються не тільки силою тертя, наведеною на вказаному рисунку, а також і властивостями системи в цілому. Зокрема, згідно з експериментами, в області гістерезису залежності на рис. 2.1 можлива реалізація переривчастого режиму тертя (*stick – slip*) [2, 6, 9, 10, 12, 23, 40, 45], з'ясуванню особливостей якого присвячено цю роботу. Типова схема трибологічної системи подана на рис. 2.2. На схемі пружину із жорсткістю  $k$  пов'язано з блоком масою  $M$ , до

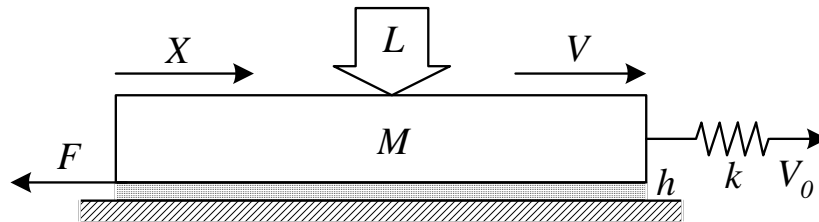


Рисунок 2.2 – Схема трибологічної системи.

якого прикладено додаткове навантаження  $L$ . Блок розташований на гладкій поверхні, від якої відокремлений шаром мастила товщиною  $h$ . Вільний кінець пружини приводиться в рух з постійною швидкістю  $V_0$ . При русі блоку виникає сила тертя  $F$  (2.13), що чинить опір його пересуванню. Для ультратонких шарів змащувальних матеріалів в режимі межового тертя швидкості блоку  $V$  і пружини  $V_0$  можуть не збігатися із-за осцилюючого характеру сили  $F$ , що приводить до переривчастого руху блоку. Даний режим нагадує сухе тертя без мастила.

Рівняння руху верхнього блоку має вигляд [2, 4, 6]<sup>5</sup>

$$M\ddot{X} = k \left( \int_0^t V_0 dt' - X \right) - F, \quad (2.14)$$

де  $t = t'$  – час руху. У випадку постійного значення швидкості зсуву  $V_0$  інтеграл у (2.14) звичайно можна замінити виразом  $V_0 t$ . Для обчислення часової еволюції сили тертя останнє рівняння необхідно розв'язувати спільно з (2.8), (1.12), (2.11), визначаючи при цьому силу тертя з (2.13). Проте, часи релаксації деформації  $\tau_\varepsilon$  і ентропії  $\tau_s = h^2/\kappa$  за рахунок тонкості мастила, можна покласти малими в порівнянні з часом релаксації надлишкового об'єму  $\tau_f$ . Тому, в межах наближення  $\tau_f \gg \tau_\varepsilon, \tau_s$ , розв'язуватимемо спільно два рівняння (2.14), (2.8), визначаючи температуру і деформацію з (2.12), а ентропію з (2.9).

Результат розв'язку вказаних рівнянь наведений на рис. 2.3. Згідно з останнім сила тертя спочатку монотонно зростає, оскільки мастило твердо-подібне, а швидкість зсуву збільшується. Коли вона перевищує критичне значення  $V_{c0}$ , мастило плавиться, за рахунок чого зменшується сила тертя, росте швидкість руху верхнього блоку  $V$  і він швидко переміщується на велику відстань. При цьому зменшується натягнення пружини і, відповідно, швидкість зсуву. Коли вона стає меншою за значення, що необхідне для підтримки мастила в рідиноподібному стані, останнє твердне, і сила тертя починає зростати. Описаний процес періодично повторюється у часі. Зазначимо, що швидкість, при якій мастило твердне, не збігається з аналогічною швидкістю, наведеною на рис. 2.1. Це пов'язано з різким збільшенням швидкості зсуву  $V$  при плавленні і відповідним збільшенням параметра  $f$ . Згідно з (2.5) модуль зсуву при цьому стає менше нуля і його необхідно вважати за нульовий, що змінює вид потенціалу (2.1). При цьому за наявності пружних деформацій (2.11) пружні

<sup>5</sup>Оскільки розглядається зсув в одному напрямі, далі для зручності запису опускатимемо тензорні позначення.

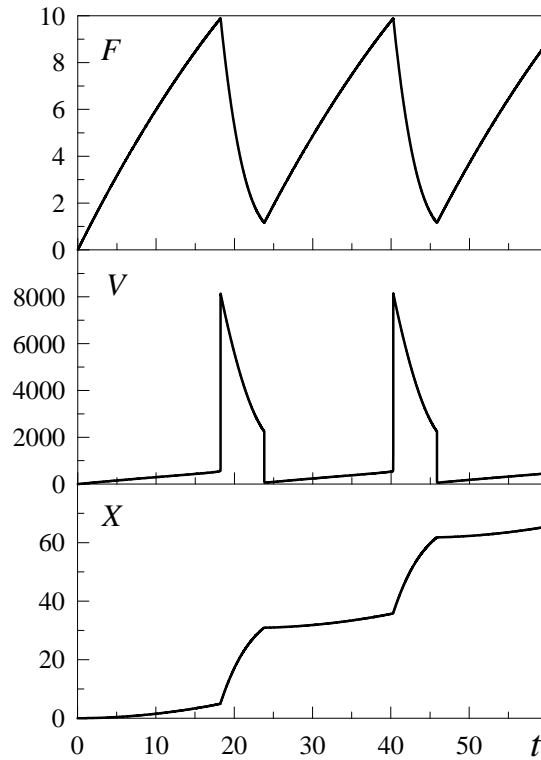


Рисунок 2.3 – Залежність сили тертя  $F$  (мН), швидкості зсуву поверхні тертя  $V$  (нм/с) та її координати  $X$  (мкм) від часу  $t$  (с) при параметрах  $n = -7 \cdot 10^5$  Па,  $M = 0.4$  кг,  $k = 480$  Н/м,  $T_e = 250$  К,  $V_0 = 1400$  нм/с.

напруження в мастилі згідно з (2.4) стають нульовими, що і обумовлює зниження сили тертя, а мастило при цьому тече.

На рис. 2.4 показано залежність повної сили тертя  $F$  (2.13), надлишкового об'єму  $f$  і пружної компоненти зсувних напружень  $\sigma_{ij}^e$  (2.4) від часу при збільшенні швидкості зсуву  $V_0$ . Спочатку рух верхнього зрушуваного блоку ( $V_0 = V_{01}$ ) приводить до зростання надлишкового об'єму  $f$ . Коли  $f$  досягає критичного значення, мастило плавиться за механізмом фазового перетворення першого роду, при цьому параметр  $f$  стрибкоподібно збільшується. Мастило після цього знову починає тверднути, оскільки зменшується відносна швидкість зсуву поверхонь тертя (див. рис. 2.3). Після повного тверднення в ньому з'являється пружне напруження, подальше зростання якого знову приводить до збільшення параметра  $f$ , поки той досягне критичного значення, необхідного для плавлення, і процес повторюється знову. В резуль-



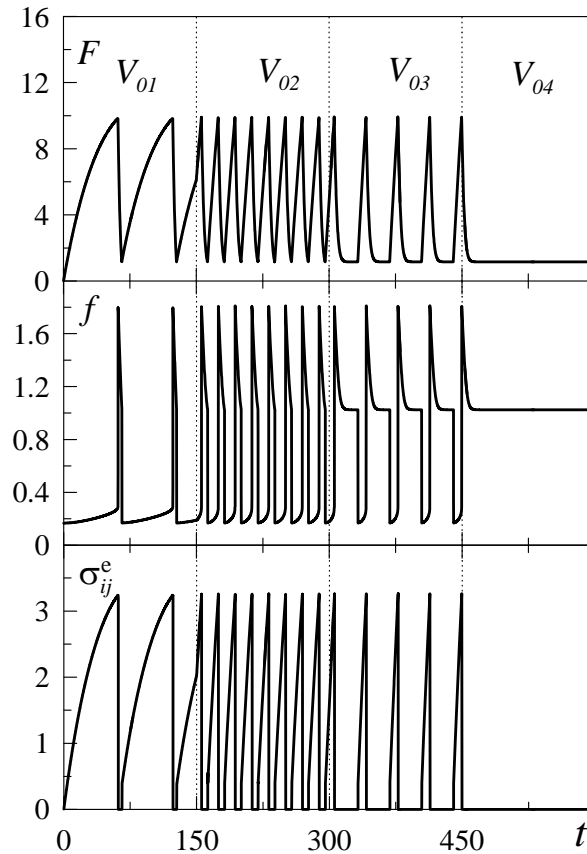


Рисунок 2.4 – Залежність сили тертя  $F$  (мН), надлишкового об'єму  $f$  і пружної компоненти напружень  $\sigma_{ij}^e$  (МПа) від часу  $t$  (с) при параметрах рис. 2.3 і швидкостях зсуву  $V_{01} = 650$  нм/с,  $V_{02} = 1800$  нм/с,  $V_{03} = 2246.7$  нм/с,  $V_{04} = 2247$  нм/с.

таті встановлюється періодичний переривчастий (*stick – slip*) режим плавлення/тверднення. При підвищенні швидкості до значення  $V_0 = V_{02}$  частота *stick – slip* піків збільшується за рахунок того, що при цій швидкості у системі швидше встановлюється критичне значення  $f$ . Відповідно, мастило швидше плавиться, а тому за один і той же проміжок часу система встигає зробити більшу кількість переходів плавлення/тверднення. З подальшим збільшенням швидкості  $V_0 = V_{03}$  частота *stick – slip* піків знову зменшується. Це відбувається за рахунок того, що на залежності  $F(t)$  з'являються довгі кінетичні ділянки  $F = \text{const}$ . Слід зазначити, що в цьому режимі параметр  $f$  при плавленні спочатку різко зростає завдяки швидкому збільшенню швидкості зсуву верхнього блоку  $V$ . Стаціонарній кінетичній ділянці відповідає менше значення надлишкового об'єму  $f$ , що встановлюється після різкого початкового зсуву

верхньої поверхні, що третяся, за рахунок вивільнення частини механічної потенціальної енергії розтиснутої пружини. При подальшому зростанні швидкості  $V_0 = V_{04}$  переривчастий режим зникає і встановлюється кінетичний режим тертя рідиноподібного мастила, що характеризується більшим значенням надлишкового об'єму  $f$  і нульовими пружними зсувними напруженнями  $\sigma_{ij}^e$ . Зазначимо, що рідиноподібний стан не завжди характеризується нульовим значенням напружень  $\sigma_{ij}^e$  [5], і в даному випадку цей факт обумовлений рівністю ефективного модуля зсуву мастила (2.5) нулю в рідиноподібному стані [4]. Таким чином, при збільшенні швидкості частота *stick* – *slip* піків спочатку збільшується, а потім зменшується за рахунок появи довгих кінетичних ділянок. При перевищенні критичного значення швидкості  $V_0$  режим *stick* – *slip* зникає. Описана поведінка добре узгоджується з експериментальними даними [2].

У експериментах також часто досліджується вплив на характер плавлення мастила зовнішнього нормального тиску, що прикладений до поверхонь тертя [2, 40]. Такі експерименти показують, що тиск впливає на параметри трибологічної системи нетривіальним чином. Наприклад, для мастил з ланцюгових молекул гексадекана із зростанням тиску критична швидкість зсуву зменшується, а для квазісферичних молекул ОМЦТС вона, навпаки, збільшується [2]. Тиск також впливає на частоту і амплітуду *stick* – *slip* переходів [2]. В межах нашої моделі згідно з рівнянням (2.8) зростання навантаження на поверхні тертя приводить до зменшення надлишкового об'єму, що повинно сприяти твердненню мастила.

На рис. 2.5 подано часову залежність сили тертя при різних значеннях нормального тиску, дію якого направлено на стиснення поверхонь тертя. При температурі, нижчій за критичне значення (верхня панель рисунка), реалізується переривчастий режим тертя. Причому, із зростанням тиску збільшується амплітуда *stick* – *slip* переходів та значення кінетичної і статичної сил тертя, а також зменшується частота переходів. При тиску, що відповідає

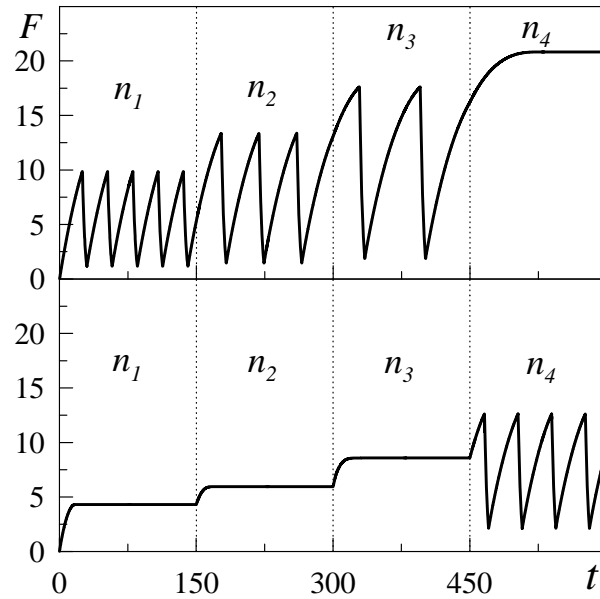


Рисунок 2.5 – Залежність сили тертя  $F$  (мН) від часу  $t$  (с) при параметрах рис. 2.3 і зовнішньому нормальному навантаженні  $n_1 = -7 \cdot 10^5$  Па,  $n_2 = -50 \cdot 10^5$  Па,  $n_3 = -80 \cdot 10^5$  Па,  $n_4 = -100 \cdot 10^5$  Па. Верхня панель відповідає температурі  $T_e = 250$  К, нижня –  $T_e = 400$  К.

нормальному напруженню  $n = n_4$ , *stick – slip* режим не реалізується. Проте, при цьому встановлюється не кінетичний режим, що відповідає рідиноподібному мастилу, а відбувається тверднення мастила унаслідок стиснення стінок. За рахунок цього мастило вже не може розплавитися, тому встановлюється велике значення сили тертя  $F$ , що відповідає твердоподібному мастилу і малому значенню надлишкового об'єму  $f$ , оскільки стиснення стінок сприяє виникненню в мастилі дальнього порядку чергування атомів. На нижній панелі рисунка подано залежність, яка має місце при підвищеній температурі поверхонь тертя  $T_e$ . Тут видно, що встановлюється кінетичний режим тертя, який відповідає малому значенню сили тертя і великому значенню надлишкового об'єму  $f$ . Проте, при  $n = n_4$  настає *stick – slip* режим, оскільки при такому значенні нормального напруження  $n$  згідно з рівнянням (2.8) мастило вже не може бути завжди рідиноподібним. З подальшим зростанням тиску слід чекати повного тверднення мастила, як на верхній панелі рисунка при  $n = n_4$ . Таким чином, виявлено три режими тертя: 1) кінетичний режим, в якому мастило завжди рідиноподібне; 2) переривчастий режим, що відповідає періодичному

плавленню/твердненню; 3) режим сухого тертя, що характеризується великим значенням сили тертя і твердоподібною структурою мастила. Ці режими знайдено також в роботі [9] в рамках стохастичної моделі.

На рис. 2.6 подано залежність сили тертя від часу при підвищенні температури поверхонь тертя, яка в даному розгляді збігається з температурою мастила. Видно, що підвищення температури приводить до зниження амплітуди

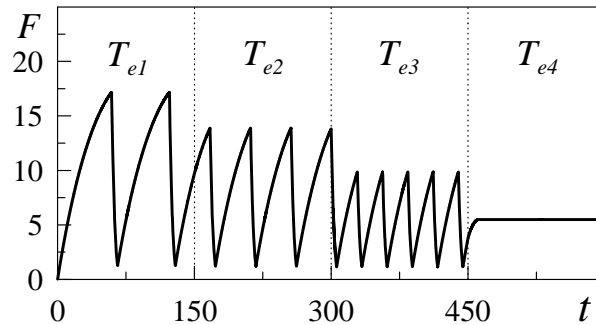


Рисунок 2.6 – Залежність сили тертя  $F$  (мН) від часу  $t$  (с) при параметрах рис. 3 і температурі поверхонь тертя  $T_{e1} = 150$  К,  $T_{e2} = 200$  К,  $T_{e3} = 250$  К,  $T_{e4} = 300$  К.

коливань сили тертя і збільшення частоти фазових переходів рідиноподібне – твердоподібне мастило. При  $T_e = T_{e4}$  настає режим ковзання, що характеризується постійним значенням кінетичної сили тертя і незмінною швидкістю зсуву верхнього блоку. Таким чином, підвищення температури сприяє плавленню мастила. Дана залежність є прогнозуючою, оскільки експерименти з подібним дослідженням впливу температури нам невідомі.

## 3 СИМЕТРИЧНА МОДЕЛЬ

### 3.1 Внутрішня енергія і стаціонарні стани

Запишемо розкладення для об'ємної густини внутрішньої енергії  $u$  за параметром  $f$  з урахуванням вкладів від пружних компонент зсувних деформацій  $\varepsilon_{ij}^e$ , рівноважної  $s$  і нерівноважної  $\tilde{s}$  складових ентропії у вигляді

$$u = u_0 + t_0 \tilde{s} - \frac{1}{2} t_1 \tilde{s}^2 + \varphi_0 f^2 - \frac{1}{4} \varphi_1 f^4 + \frac{1}{6} \varphi_2 f^6, \quad (3.1)$$

де величина  $f^2$  представляє собою надлишковий об'єм, нульове значення якого відповідає твердоподібній структурі мастила, а ненульове – рідино-подібній [46]. Причому в свою чергу

$$u_0 = u_0^* + \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{ii}^e)^2 + \mu \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e + \alpha s^2, \quad (3.2)$$

$$\varphi_0 = \varphi_0^* - \frac{1}{2} \bar{\lambda} (\varepsilon_{ii}^e)^2 - \bar{\mu} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e - \alpha_\varphi s^2, \quad (3.3)$$

$$t_0 = t_0^* + \frac{1}{2} \tilde{\lambda} (\varepsilon_{ii}^e)^2 + \tilde{\mu} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e, \quad (3.4)$$

де  $\varepsilon_{ii}^e$ ,  $\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e$  – перші два інваріанти тензора деформації.

Пружні напруження виражаються через внутрішню енергію (3.1):

$$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon_{ij}^e} \equiv \sigma_{ij}^e = \lambda \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}^e - (\bar{\lambda} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\bar{\mu} \varepsilon_{ij}^e) f^2 + (\tilde{\lambda} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} + 2\tilde{\mu} \varepsilon_{ij}^e) \tilde{s}, \quad (3.5)$$

де  $\varepsilon_{ij}^e$  – зсувна компонента пружної деформації. Останній вирах можна представити у вигляді ефективного закону Гука [44]

$$\sigma_{ij}^e = 2\mu_{eff} \varepsilon_{ij}^e + \lambda_{eff} \varepsilon_{ii}^e \delta_{ij} \quad (3.6)$$

з ефективними пружними параметрами

$$\mu_{eff} = \mu - \bar{\mu}f^2 + \tilde{\mu}\tilde{s}, \quad (3.7)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda - \bar{\lambda}f^2 + \tilde{\lambda}\tilde{s}, \quad (3.8)$$

які зменшуються з ростом надлишкового об'єму, що росте при плавленні мастила.

Для плоско-деформованого стану мастила, у якому  $\varepsilon_{22} = 0$ , інваріанти тензора деформації визначаються наступним чином [42, 47, 48]:

$$\varepsilon_{ii}^e = \frac{n}{\lambda_{eff} + \mu_{eff}}, \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\tau}{\mu_{eff}} \right)^2 + (\varepsilon_{ii}^e)^2 \right], \quad (3.10)$$

де  $n$ ,  $\tau$  — нормальна і дотична компоненти напружень, що діють на мастило зі сторони поверхонь тертя. Зсувне напруження  $\tau$  визначається з виразу (3.6), який при  $i \neq j$  ( $\delta_{ij} = 0$ ) приводить до залежності

$$\tau = 2\mu_{eff}\varepsilon_{ij}^e. \quad (3.11)$$

Спершу розглянемо спрощену ситуацію, коли в виразі для внутрішньої енергії (3.1) дорівнюють нулю обидва складники ентропії. На рис. 3.1,а приведені відповідні профілі внутрішньої енергії  $u(f)$ . Для кожної кривої на рисунку для зручності обрані різні значення сталої  $u_0^*$ , яка впливає лише на розташування кривої відносно осі координат, на вигляд залежності  $u(f)$  значення  $u_0^*$  не впливає. При малих деформаціях (нижня крива) реалізується єдиний нульовий мінімум потенціалу  $u(f)$ , що відповідає стаціонарному стану з нульовим значенням надлишкового об'єму  $f^2 = 0$ , мастило при цьому твердоподібне. Згідно з рис. 3.1,б нульовому значенню  $f$  відповідають максимальні значення пружних параметрів. При збільшенні деформації ( три середні криві на рис. 3.1, а)

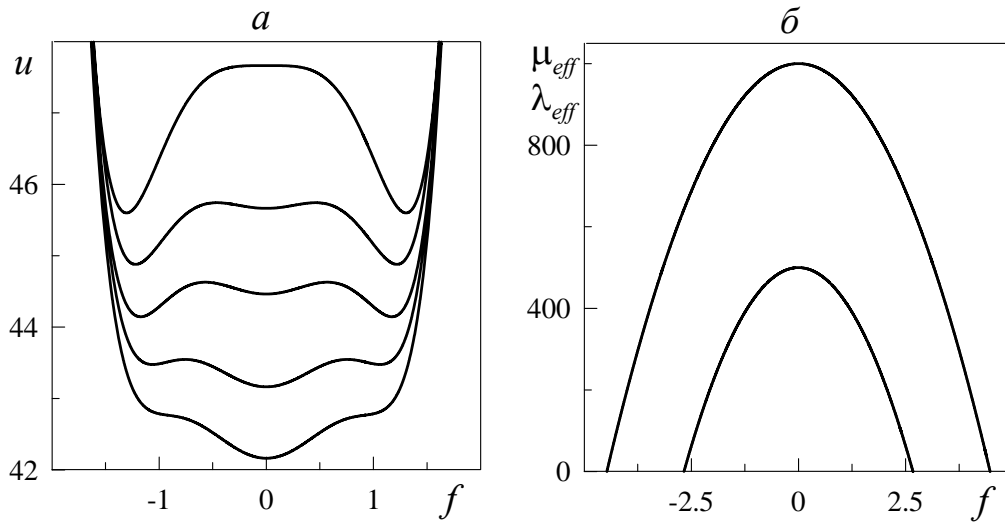


Рисунок 3.1 – а: залежність густини внутрішньої енергії  $u$  (Дж/м<sup>3</sup>) (3.1) від параметра  $f$  (безрозмірна величина) при  $\varphi_0^* = 2$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\varphi_1 = 8.5$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\varphi_2 = 5.0$  Дж/м<sup>3</sup>,  $\lambda = 5 \cdot 10^{11}$  Па,  $\bar{\lambda} = 7 \cdot 10^{10}$  Па,  $\mu = 10^{12}$  Па,  $\bar{\mu} = 5 \cdot 10^{10}$  Па,  $n = -7 \cdot 10^5$  Па,  $\bar{s} = s = 0$ . Криві, розташовані зверху донизу, відповідають деформаціям  $\varepsilon_{ij}^e = 10^{-6}, 2 \cdot 10^{-6}, 3 \cdot 10^{-6}, 3.5 \cdot 10^{-6}, 4.5 \cdot 10^{-6}$  і рівню відрахунку енергії  $u_0^* = 40, 35, 26.3, 21, 7$  (Дж/м<sup>3</sup>); б: залежності ефективних пружних параметрів  $\mu_{eff}$  (ГПа) (3.7) (верхня крива) і  $\lambda_{eff}$  (ГПа) (3.8) (нижня крива) від параметра  $f$ .

на залежності окрім нульового додатково реалізуються два симетричних нульових мінімуми, що відповідають рідиноподібному стану мастила, відокремлені від нульового мінімуму потенціалу. Оскільки нульові мінімуми від ненульового відокремлені максимумами, при початковому твердоподібному стані мастила в детерміністичному випадку перехід системи в стан, який відповідає цим мінімумам, неможливий. При подальшому збільшенні деформації (верхня крива) розмежовуючі максимуми зникають, і система різко за механізмом фазового перетворення першого роду переходить в стан, що відповідає мінімуму енергії при  $f \neq 0$  (мастило плавиться). Якщо тепер зменшувати деформацію, то при появі розмежовуючих максимумів тверднення мастила неможливе, аж до їх зникнення.

Стаціонарні стани мастила визначаються умовою  $\partial u / \partial f = 0$ , які приводить до рівняння

$$\bar{\mu} \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e + \alpha_\varphi s^2 = \varphi_0^* - \frac{1}{2} \bar{\lambda} (\varepsilon_{ii}^e)^2 - \frac{1}{2} \varphi_1 f^2 + \frac{1}{2} \varphi_2 f^4 + \frac{n^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu})}{(\lambda_{eff} + \mu_{eff})^2}, \quad (3.12)$$

яке зручно представити як функцію  $\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e(f, n, s, \tilde{s})$ , або  $s(f, n, \varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e, \tilde{s})$ . При аналізі рівняння (3.12) пружну зсувну деформацію  $\varepsilon_{ij}^e$  будемо визначати згідно з (3.9), (3.10), (3.11) через інваріанти:

$$\varepsilon_{ij}^e = \frac{1}{2} \sqrt{2\varepsilon_{ij}^e \varepsilon_{ji}^e - (\varepsilon_{ii}^e)^2}. \quad (3.13)$$

Залежності стаціонарного значення надлишкового об'єму  $f_0^2(\varepsilon_{ij}^e)$  при фіксованих величинах ентропії  $s$  і  $f_0^2(s)$  при фіксованих деформаціях  $\varepsilon_{ij}^e$ , розраховані згідно з рівнянням (3.12), (3.13) і значення  $\tilde{s} = 0$  показані на рис. 3.2. Згідно

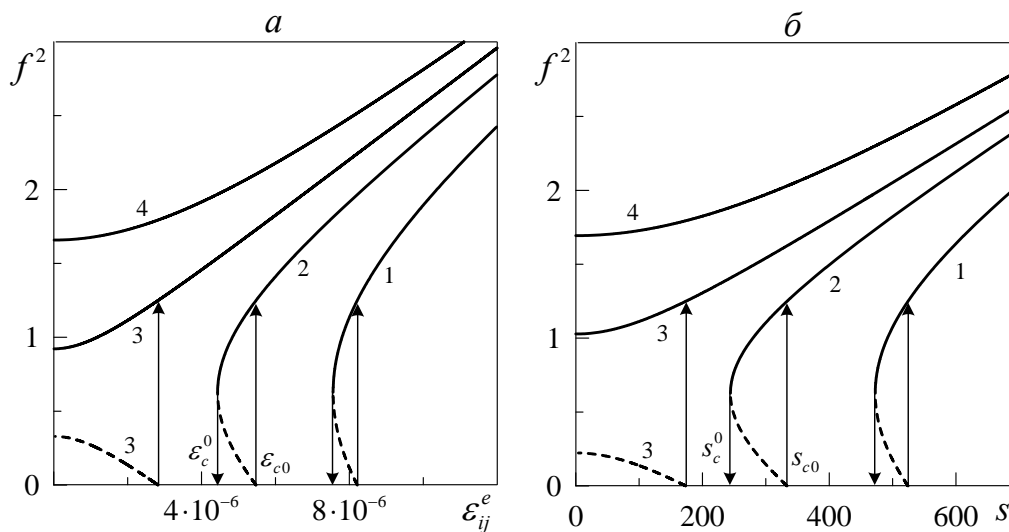


Рисунок 3.2 – Залежність стаціонарного значення надлишкового об'єму  $f^2$  (безрозмірна величина) від пружної деформації  $\varepsilon_{ij}^e$  (безрозмірна величина) і ентропії  $s$  (Дж·К<sup>-1</sup>·м<sup>-3</sup>) при параметрах рис. 3.1,  $\alpha = 0.95$  К<sup>2</sup>·м<sup>3</sup>/Дж,  $\alpha_\varphi = 2 \cdot 10^{-5}$  К<sup>2</sup>·м<sup>3</sup>/Дж, нормальних напруженнях  $n = -1.5 \cdot 10^7$  Па і нерівноважній ентропії  $\tilde{s} = 0$ : а – криві 1–4 відповідають фіксованим значенням ентропії  $s = 250, 500, 600, 700$  (Дж·К<sup>-1</sup>·м<sup>-3</sup>); б – криві 1–4 побудовані при фіксованих деформаціях  $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-6}, 7.6 \cdot 10^{-6}, 8.6 \cdot 10^{-6}, 10 \cdot 10^{-6}$ .

з кривими 1 і 2 при підвищенні деформації (ентропії) від нульових значень надлишкового об'єму спочатку дорівнює нулю (мастило твердоподібне), потім його значення при деформації  $\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_{c0}$  (ентропії  $s = s_{c0}$ ) стрибкоподібно збільшується, а мастило при цьому плавиться. З подальшим зменшенням деформації (ентропії) мастило твердне при менших значеннях  $\varepsilon_{ij}^e = \varepsilon_c^0$  ( $s = s_c^0$ ). Таким чином, залежність має гістерезисний характер, що відповідає фазовим пере-



ходам першого роду. Згідно з рис. 3.2,*a* зі збільшенням ентропії плавлення відбувається при меншому значенні деформації, а рис. 3.2,*б* показує зменшення значення  $s_{c0}$  з ростом  $\varepsilon_{ij}^e$ . Крива 3 на розглянутих рисунках відповідає ситуації, коли у випадку плавлення мастило не може затверднути при зменшенні відповідного керуючого параметра (деформації на рис. 3.2,*a*, або ентропії на рис. 3.2,*б*), оскільки з його зменшенням впритул до нульового значення на залежності  $u(f)$  не зникає потенціальний бар'єр (штрихова частина залежності), який заважає мастилу знову затверднути. Також існує критичне значення ентропії системи і пружних деформацій, з перевищенням яких при обраному значенні тиску мастило завжди твердоподібне (крива 4 на обох рисунках), що говорить про реалізацію двох симетричних ненульових мінімумів на залежності  $u(f)$ , розмежених єдиним ненульовим максимумом.

На рис.3.3 показані фазові діаграми стану мастила в координатах керуючих параметрів при  $\tilde{s} = 0$ , отримані в результаті чисельного аналізу рівнянь (3.12), (3.13). Рис. 3.3,*a* представляє собою залежності критичних деформацій  $\varepsilon_{c0}$ ,  $\varepsilon_c^0$  від ентропії системи. Вище кривої  $\varepsilon_{c0}(s_{c0})$  мастило твердоподібне і реалізується режим рідинного тертя ( $SF$ ). Потенціал в цій області має вигляд, показаний верхньою кривою на рис. 3.1,*a*. Нижче кривої  $\varepsilon_c^0(s_c^0)$  мастило твердоподібне, що відповідає вигляду внутрішньої енергії  $u(f)$ , показаною нижньою кривою на рис. 3.1,*a*. В області проміж кривими на рис. 3.3 стан мастила залежить від початкових умов. Потенціал в указаній області має вигляд, показаний трьома середніми залежностями на рис. 3.1,*a*. Штриховими лініями на рисунку показані області фазової діаграми при зменшенні значень нормальних напружень. Можна зробити висновок, що з ростом навантаження на поверхні тертя область сухого тертя розширюється, а також звужується область гістерезису, що відокремлює вказану область від області рідиноподібного стану. Зовнішнє навантаження, що описується в нашій моделі  $n$ , на трибологічні системи нанорозмірів часто впливає критичним чином. Наприклад, в експериментальній

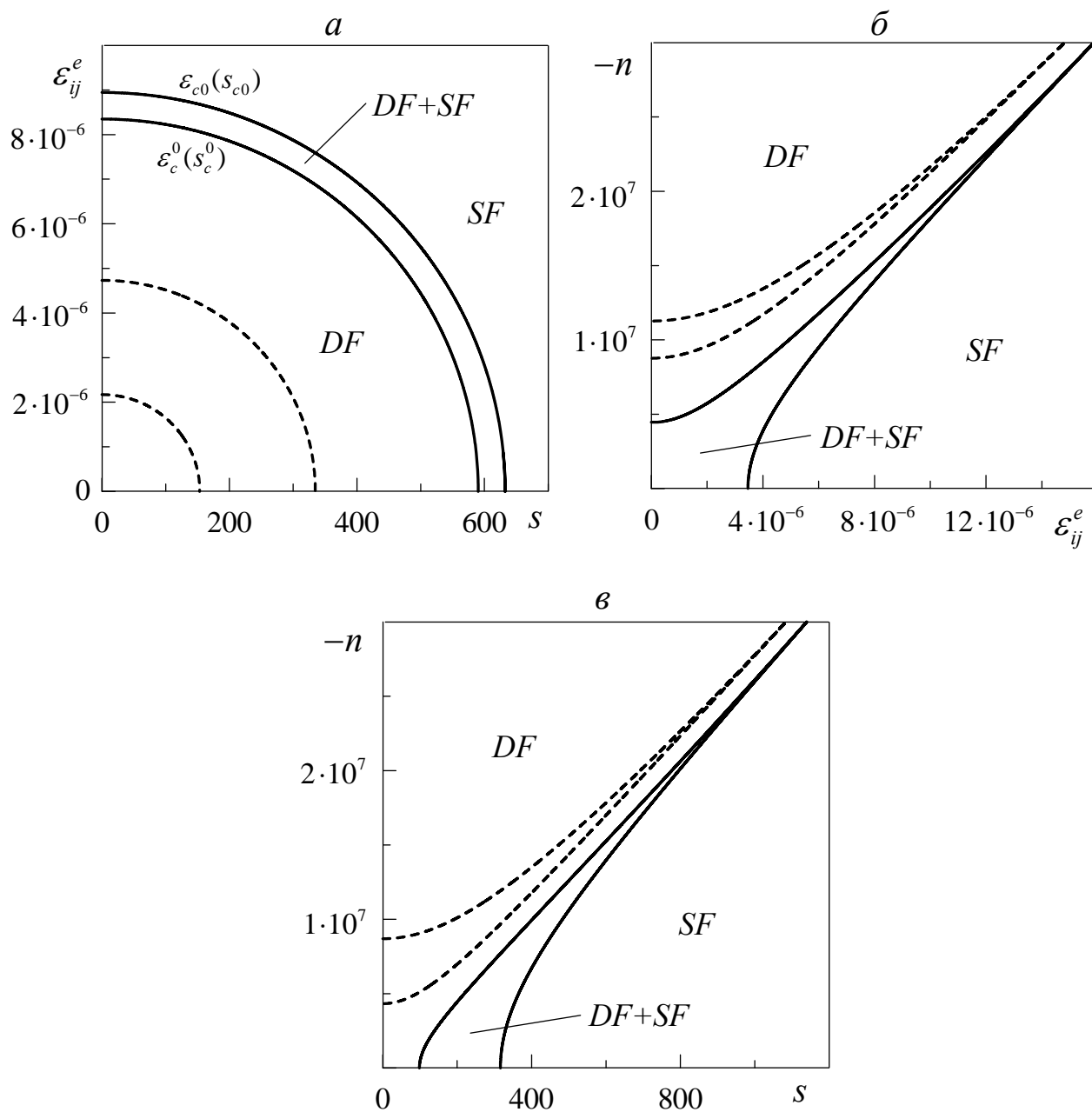


Рисунок 3.3 – Фазові діаграми з областями рідкого ( $SF$ ) і сухого ( $DF$ ) тертя при параметрах рис. 3.1 і рис. 3.2. а: суцільні лінії відповідають напруженню  $n = -1.5 \cdot 10^7$  Па, для штрихових  $n = -3 \cdot 10^6$  Па; б: суцільні лінії відповідають значенню ентропії  $s = 200$  Дж·К<sup>-1</sup>·м<sup>-3</sup>, для штрихових  $s = 450$  Дж·К<sup>-1</sup>·м<sup>-3</sup>; в: суцільні лінії відповідають деформації  $\varepsilon_{ij}^e = 0$ , для штрихових  $\varepsilon_{ij}^e = 5 \cdot 10^{-6}$ .

роботі [2] показано, що збільшення навантаження для одних типів мастил приводить до збільшення критичної швидкості плавлення, а для інших мастил ця швидкість навпаки зменшується. Також варіація тиску приводить до зміни частоти фазових переходів і т.д. Для встановлення впливу зовнішніх напружень

на стан мастила на рис. 3.3,б,в наведені фазові діаграми в координатах тиск-ентропія відповідно. З цих діаграм слідує, що з ростом навантаження на поверхні тертя перехід мастила із твердоподібного стану (область  $DF$ ) в рідино-подібний (область  $SF$ ) відбувається, минувши область гістерезису ( $DF+SF$ ). Іншими словами, при великих значеннях зовнішнього навантаження фазовий перехід першого роду не відбувається, замість нього здійснюється неперевне плавлення мастила за механізмом фазового переходу другого роду. Раніше в рамках подібної моделі [48] було показано, що зріст тиску приводить до тверднення мастила і збільшенню значення повної сили тертя, причому в залежності від значення  $n$  може відбуватись фазовий перехід як першого, так і другого роду. При малих значеннях зовнішнього тиску модель [48] описує лише фазовий перехід першого роду.

### 3.2 Кінетика трибологічної системи

Розглянемо трибологічну систему, зображену на рис. 2.2. Позначимо поточну координату верхнього блока  $X$ , тоді відповідне рівняння руху має вигляд [2, 4]

$$M\ddot{X} = k\Delta X - F. \quad (3.14)$$

Тут  $\Delta X$  – величина розтягнення пружини, яку можна визначити як

$$\Delta X = \int_0^t V_0 dt' - X, \quad (3.15)$$

де  $t = t'$  – час руху вільного кінця пружини.

Для дослідження кінетичних режимів межового тертя, що виникають в системі, зображеній на рис. 2.2, будемо працювати в рамках введеного рані-

ше адіабатичного наближення  $\tau_\varepsilon \ll \tau_f, \tau_s$ . При цьому достатньо розв'язувати систему кінетичних рівнянь (1.7), (1.8), (1.12), (3.14), визначаючи поточну деформацію згідно зі співвідношенням (2.11). Результат розв'язку рівнянь представлений на рис. 3.4, де приведені залежності від часу сили тертя  $F$  (1.30), швидкості зсуву верхнього блока тертя  $V = \dot{X}$ , координати блока  $X$ , розтягнення пружини  $\Delta X$ , а також пружних напружень  $\tau$ , що виникають в мастилі. На початку руху всі представлені на рисунку параметри монотонно зростають, тому як для плавлення плівки необхідно, щоб або температура  $T$ , або швидкість зсуву  $V$  перевищували критичне значення. Оскільки приведені залежності отримані для значення температури поверхонь тертя  $T_e$ , що забезпечує температуру мастила  $T$  менше критичної величини, в стані спокою при  $t = 0$  плівка перебуває в твердоподібному стані і характеризується ненульовим значенням ефективного модуля зсуву. В початковий момент часу вільний кінець пружини починає рух зі швидкістю  $V_0 \neq 0$ , що приводить до її натягнення, росту швидкості зсуву верхньої поверхні  $V$ , і згідно з (1.30) збільшенню сили тертя  $F$ . В результаті цього настає момент часу, коли швидкість  $V$  перевищує критичне значення і реалізується плавлення мастила за механізмом "плавлення зсувом" [2]. Після плавлення напруження швидко релаксують до нульового значення, що забезпечує нульове значення пружної складової сили тертя  $F$ , проте через різке збільшення швидкості зсуву  $V$  значно збільшується в'язка складова  $F$ , що не приводить до різкого зменшення сили тертя. Далі за рахунок зменшення натягнення пружини  $\Delta X$  швидкість зсуву  $V$  зменшується, а з нею зменшується і в'язка компонента сили тертя. З часом настає ситуація, коли швидкість  $V$  стає менше критичної величини, і вона не в змозі підтримувати мастило в розплавленому стані. Після цього моменту мастило твердне, в ньому з'являються пружні напруження і відповідно пружна компонента сили тертя  $F$ . Через це верхній блок уповільнюється (різке зменшення швидкості  $V$  на рисунку після її різкого збільшення і наступної релаксації). Описаний про-

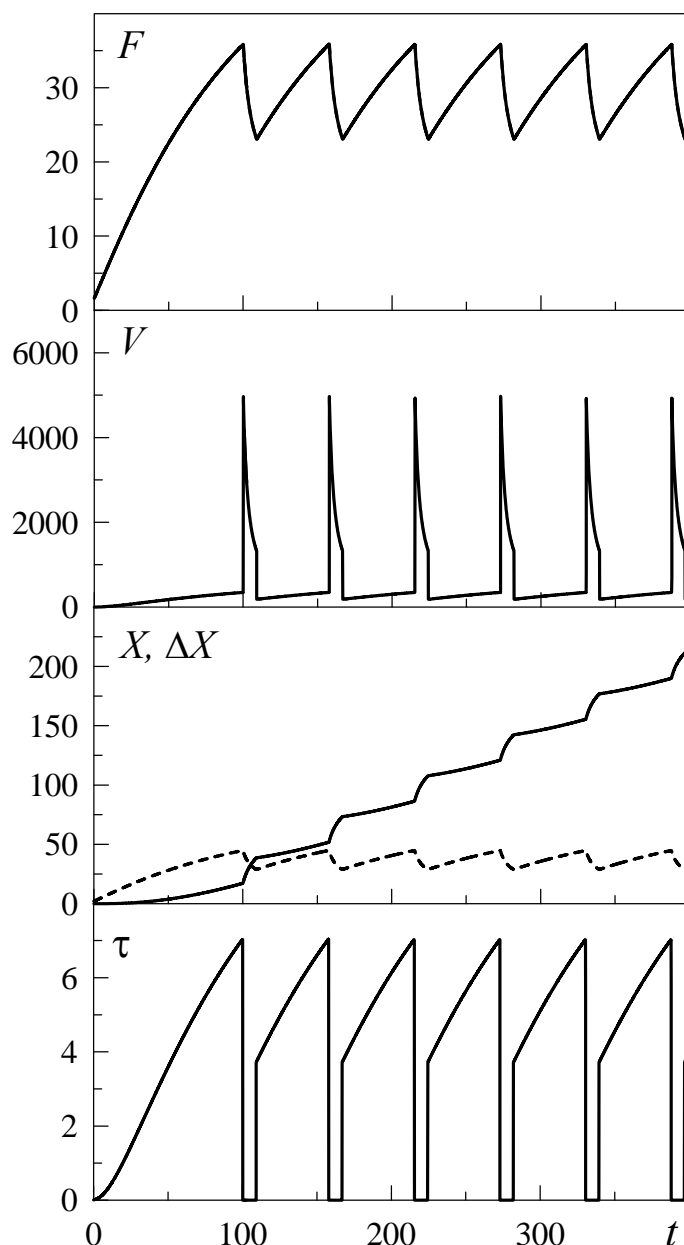


Рисунок 3.4 – Залежності повної сили тертя  $F$  (мН) (1.30), швидкості зсуву верхньої поверхні тертя  $V$  (нм/с), її координати  $X$  (мкм), довжини натягнення пружини  $\Delta X$  (мкм) і пружних зсувних напружень  $\tau$  (МПа) від часу  $t$  (с) при параметрах рис. 3.1, 3.2 і  $t_0^* = 600$  К,  $t_1 = 200$  К<sup>2</sup>·м<sup>3</sup>/Дж,  $\tilde{\lambda} = 2 \cdot 10^9$  К,  $\tilde{\mu} = 5 \cdot 10^9$  К,  $\tau_f = 0.1$  Дж·с/м<sup>3</sup>,  $\tau_s = 0.01$  К<sup>2</sup>·с·м<sup>3</sup>/Дж,  $\kappa = 10^{-10}$  Вт/(К·м),  $h = 10^{-9}$  м,  $K = 800$  Н/м,  $M = 0.1$  кг.

цес повторюється періодично в часі, забезпечуючи переривчастий режим руху *stick – slip* з пилкоподібною часовою залежністю сили тертя від часу. Координата блока  $X$  при цьому монотонно збільшується, оскільки він зміщується в одному напрямку. Варто відмітити, що в розглядуваному випадку згідно з залежністю  $\tau(t)$  в розплавленому стані в мастилі зникають пружні напруження,

оскільки ефективний модуль зсуву  $\mu_{eff}$  (3.7) приймає нульові значення. Проте це не являється необхідною умовою для забезпечення такого режиму.

На режим тертя сильний вплив чинять керуючі параметри (температура поверхонь  $T_e$ , швидкість зсуву  $V_0$  і зовнішній тиск  $n$ ). Оскільки указаний режим тертя являється однією з основних причин руйнування деталей, що труться, в пристроях мікроелектроніки, проведемо додаткове дослідження вказаних факторів на особливості переривчастого режиму. На верхній панелі

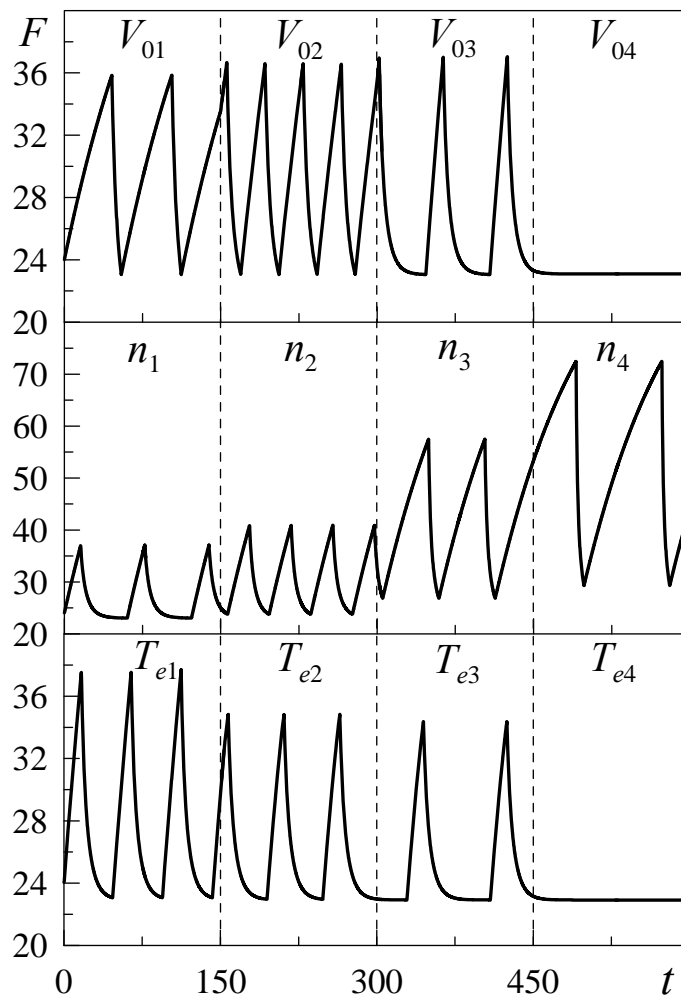


Рисунок 3.5 – Залежності повної сили тертя  $F$  (мН) (1.30) від часу  $t$  (с) при параметрах рис. 3.4. Верхня панель:  $T_e = 280$  К,  $n = -0.8 \cdot 10^7$  Па,  $V_{01} = 600$  нм/с,  $V_{02} = 1000$  нм/с,  $V_{03} = 1320$  нм/с,  $V_{04} = 1330$  нм/с; середня панель:  $T_e = 280$  К,  $V_0 = 1320$  нм/с,  $n_1 = -0.8 \cdot 10^7$  Па,  $n_2 = -10^7$  Па,  $n_3 = -1.8 \cdot 10^7$  Па,  $n_4 = -2.5 \cdot 10^7$  Па; нижня панель:  $V_0 = 1300$  нм/с,  $n = -0.8 \cdot 10^7$  Па,  $T_{e1} = 200$  К,  $T_{e2} = 600$  К,  $T_{e3} = 715$  К,  $T_{e4} = 720$  К.

рис. 3.5 показана залежність сили тертя (1.30) від часу при збільшені швид-

кості зсуву вільного кінця пружини  $V_0$  при решті зафіксованих параметрах. Видно, що зростання швидкості на початку приводить до збільшення частоти фазових переходів, а потім вказана частота знижується за рахунок появи на залежності  $F(t)$  кінетичних ділянок. Також відмітимо, що критичне значення швидкості, при якому мастило весь час перебуває в розплавленому стані і забезпечує кінетичний режим ковзання з мінімальним сталим значенням сили тертя ( $V_0 = V_{04}$ ). Така поведінка неодноразово спостерігалась в експериментах [2, 40]. З ростом нормальної компоненти навантаження, прикладеного до верхньої поверхні тертя (середня панель рис. 3.5) відбувається зменшення довжини кінетичної ділянки  $F = \text{const}$  і зростання амплітуди сили тертя. Згідно з рисунком рівень навантаження впливає на систему нетривіальним чином, оскільки частота фазових переходів спочатку збільшується, а потім знову зменшується. Подібні особливості демонструвала трибологічна система, детально досліджена в експериментальній роботі [2]. Відмітимо, що нетривіальний вплив навантаження на поведінку системи в цілому пов'язаний ще з тим, що при перевищенні нормальними зовнішніми навантаженнями критичного значення змінюється тип фазового переходу (див. рис. 3.3 і опис до нього). І нарешті, з підвищенням температури (нижня панель розглядуваного рисунка) система показує тенденцію до плавлення, що виражається в зменшенні амплітуди  $F(t)$ , а також в видовженню кінетичних ділянок  $F = \text{const}$ . При перевищенні температурою критичної величини ( $T_e = T_{e4}$ ) мастило плавиться повністю, що приводить до встановлення кінетичного режиму ковзання зі сталою швидкістю  $V$ , що, в свою чергу, забезпечує значення  $F = \text{const}$ .

Відмітимо, що згідно з експериментальною роботою [2] поява довгих кінетичних ділянок  $F = \text{const}$  на залежності  $F(t)$  відбувається тоді, коли значення швидкості зсуву  $V$  близьке до критичної величини, при якій відбувається плавлення. В рамках нашого представлення ця особливість також проявляється, оскільки на верхній панелі рис. 3.5 швидкості  $V_{03}$  і  $V_{04}$  близькі за зна-

ченнями. Нижня панель рис. 3.5 показує таку ж особливість для температури поверхонь тертя, оскільки температури  $T_{e3}$  і  $T_{e4}$ , як і швидкості на верхній панелі рисунка, мають близькі значення.



## ВИСНОВКИ

Запропонована теорія дозволяє описати ефекти, що спостерігаються при плавленні ультратонкої плівки мастила. Розглянуто термодинамічне (з підвищенням ентропії системи) і зсувне (з підвищенням деформації) плавлення. Показано, що з ростом надлишкового об'єму зменшуються пружні модулі, що приводить до розрідження мастила в динамічних системах. Показано, що ці два процеси зв'язані друг з другом і їх не можна розглядати окремо. Наприклад, при високій температурі поверхонь тертя зсувне плавлення настає при меншому значенні напружень, а при ще більшому збільшенні температури мастило плавиться навіть при нульових напруженнях (настає термодинамічне плавлення). При побудові моделі враховані процеси теплопровідності, що дозволяє описувати тверднення мастила за рахунок передачі тепла поверхням тертя (навколишньому середовищу). Виділено дві підсистеми — нерівноважна, що отримує теплоту при здійсненні над системою роботи (зсуву поверхонь), і рівноважна, в яку частково переходить ця теплота в результаті внутрішніх процесів. Таким чином, розглядається відкрита система з типом нерівноважності, пов'язаним з двостороннім обміном системи енергією з навколишніми тілами.

Переривчастий режим тертя, що спостерігається в експериментах, враховано в моделі природним чином, і його причиною являється швидка релаксація напружень при досягненні мастилом рідиноподібного стану. При температурі поверхонь, не достатній для забезпечення плавлення в стані спокою, при такій релаксації мастило знову твердне і перебуває в твердоподібному стані протягом часу, який необхідний для виникнення напружень, при яких відбувається плавлення. Вивчення впливу нормальної компоненти тиску на поверхні тертя показує, що фазовий перехід першого роду здійснюється при низьких навантаженнях на поверхні тертя, а коли навантаження перевищує

критичне значення, він стає неперервним фазовим переходом другого роду. Показано, що в широкому діапазоні параметрів реалізується переривчастий режим тертя. Таким чином, враховано вплив температури, зсувного плавлення і тиску. Це основні фактори, на які звертають увагу при проведенні експериментів. Отримані залежності якісно збігаються з експериментальними.

Стає можливим досягнути і кількісного збігу, однак оскільки в моделі багато параметрів, це достатньо трудомісткий процес, і для знаходження параметрів теорії може знадобитись проведення додаткових експериментів. Крім того, у кожній конкретній експериментальній ситуації значення параметрів будуть відрізнятись, оскільки вони залежать від властивостей мастила, поверхонь тертя і т.п. Таким чином, модель являється кількісною, і її модифікації можуть бути використаними для опису конкретних експериментів.

**ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. Persson B. N. J. Sliding friction. Physical principles and applications. — Berlin: Springer-Verlag, 2000. — 515 p.
2. Yoshizawa H., Chen Y.-L., Israelachvili J. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction // Journal of Physical Chemistry. — 1993. — Vol. 97, № 16. — P. 4128-4140; Yoshizawa H., Israelachvili J. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules // Journal of Physical Chemistry. — 1993. — Vol. 97, № 43. — P. 11300-11313.
3. Smith E. D., Robbins M. O., Cieplak M. Friction on Adsorbed Monolayers // Phys. Rev. B. — 1996. — Vol. 54. — P. 8252-8260.
4. Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами // Журнал технической физики. — 2001. — Т. 71, № 5. — С. 100-110.
5. Ляшенко Я. А., Хоменко А. В., Метлов Л. С. Феноменологическая теория плавления тонкой пленки смазки между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями // Журнал технической физики. — 2010. — Т. 80, № 8. — С. 120-126.
6. Carlson J. M., Batista A. A. Constitutive relation for the friction between lubricated surfaces // Physical Review E. — 1996. — Vol. 53, № 4. — P. 4153-4165.
7. Khomenko A. V., Yushchenko O. V. Solid-liquid transition of ultrathin lubricant film // Phys. Rev. E. — 2003. — Vol. 68. — P. 036110-6.
8. Khomenko A. V., Lyashenko I. A. Temperature dependence effect of viscosity on ultrathin lubricant film melting // Condensed Matter Physics. — 2006. —

- Vol. 9, № 4(48). – P. 695-702.
9. Filippov A. E., Klafter J., Urbakh M. Friction through dynamical formation and rupture of molecular bonds // *Physical Review Letters*. – 2004. – Vol. 92, № 13. – P. 135503 (4).
  10. Tshiprut Z., Filippov A. E., and Urbakh M. Tuning diffusion and friction in microscopic contacts by mechanical excitations // *Physical Review Letters*. – 2005. – Vol. 95, № 1. – P. 016101(4).
  11. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Стохастическая модель прерывистого режима граничного трения с учетом деформационного дефекта модуля сдвига смазки // *Трение и износ*. – 2010. – Т. 31, № 4. – С. 412-422.
  12. Braun O. M., Naumovets A. G. Nanotribology: Microscopic mechanisms of friction // *Surf. Sci. Rep.* – 2006. – Vol. 60. – P. 79-158.
  13. Khomenko A. V., Prodanov N. V. Molecular dynamics simulations of ultrathin water film confined between flat diamond plates // *Condens. Matter Phys.* – 2008. – Vol. 11, № 4(56). – P. 615-626.
  14. Khomenko A. V., Prodanov N. V. Molecular dynamics of cleavage and flake formation during the interaction of a graphite surface with a rigid nanoasperity // *Carbon*. – 2010. – Vol. 48. – P. 1234-1243.
  15. Horn R. G., Smith D. T., Haller W. Surface forces and viscosity of water measured between silica sheets // *Chem. Phys. Lett.* – 1989. – Vol. 162. – P. 404-408.
  16. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Стохастическая теория прерывистого режима плавления ультратонкой пленки смазки // *Журнал технической физики*. – 2005. – Т. 75, № 11. – С. 17-25.
  17. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Плавление ультратонкой пленки за счет диссипативного разогрева поверхностей трения // *Журнал технической физики*. – 2007. – Т. 77, № 9. – С. 137-140.
  18. Khomenko A. V., Lyashenko I. A. Phase dynamics and kinetics of thin

- lubricant film driven by correlated temperature fluctuations // *Fluctuation and Noise Letters*. – 2007. – V. 7, № 2. – P. L111-L133.
19. Khomenko A. V., Lyashenko I. A., Borisyuk V. N. Multifractal analysis of stress time during ultrathin lubricant film melting // *Fluctuation and Noise Letters*. – 2010. – Vol. 9, № 1. – P. 19-35.
20. Хоменко О. В., Ляшенко Я. О., Борисюк В. М. Самоподібна фазова динаміка межового тертя // *Український фізичний журнал*. – 2009. – Т. 54, № 11. – С. 1142-1151.
21. Demirel A. L., Granick S. Transition from static to kinetic friction in a model lubricating system // *Journal of Chemical Physics*. – 1998. – Vol. 109, № 16. – P. 6889-6897.
22. Reiter G., Demirel A. L., Peanasky J. Stick to slip transition and adhesion of lubricated surfaces in moving contact // *Journal of Chemical Physics*. – 1994. – Vol. 101, № 3. – P. 2606-2615.
23. Israelachvili J. Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours // *Surface Science Reports*. – 1992. – Vol. 14, № 3. – P. 109-159.
24. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Гистерезисные явления при плавлении ультратонкой пленки смазки // *Физика твердого тела*. – 2007. – Т. 49, № 5. – С. 886-890.
25. Khomenko A. V., Lyashenko I. A. Hysteresis phenomena at ultrathin lubricant film melting in the case of first-order phase transition // *Phys. Lett. A*. – 2007. – V. 366, № 1-2. – P. 165-173.
26. Хоменко О. В., Ляшенко Я. О. Фазова динаміка тонкої плівки мастила між твердими поверхнями при деформаційному дефекті модуля зсуву // *Журнал фізичних досліджень*. – 2007. – Т. 11, № 3. – С. 268-278.
27. Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. Периодический прерывистый режим граничного трения // *Журнал технической физики*. – 2010. – Т. 80, № 1. – С. 27-33.

28. Lemaître A., Carlson J. Boundary lubrication with a glassy interface // *Phys. Rev. E.* – 2004. – Vol. 69. – P. 061611(18).
29. Lemaître A. Rearrangements and dilatancy for sheared dense materials // *Physical Review Letters.* – 2002. – Vol. 89, № 19. – P. 195503 (4).
30. Метлов Л.С., Мышляев М. М. Автоколебательные переходы в системах с двумя максимумами термодинамического потенциала // *Доклады Академии наук.* – 2010. – Т. 433, № 4. – С. 477-480.
31. Метлов Л. С. Термодинамика неравновесных процессов в приложении к интенсивным пластическим деформациям // *Известия РАН. Серия физическая.* – 2008. – Т. 72, № 9. – С. 1353-1357.
32. Метлов Л. С., Термодинамика интенсивных пластических деформаций // *Металлофизика и новейшие технологии.* – 2007. – Т. 29, № 3. – С. 335-345.
33. Хоменко А. В., Ляшенко А. В., Метлов Л. С. Фазовая динамика и кинетика интенсивной пластической деформации // *Металлофизика и новейшие технологии.* – 2008. – Т. 30, № 6. – С. 859-872.
34. Metlov L. S. Formation of the internal structure of solids under severe load // *Phys. Rev. E.* – 2010. – Vol. 81, № 5. – P. 051121.
35. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Ч. 1. – Москва, Наука, 1995. – 608 с.
36. Метлов Л.С. Качественная термодинамическая модель фрагментации твердых тел при интенсивной пластической деформации // *Деформация и разрушение материалов.* – 2007. – № 2. – С. 40-43.
37. 30. Метлов Л. С. Система неравновесных потенциалов при описании интенсивной пластической деформации // *Вісник Донецького університету. Сер. А: Природничі науки.* – 2007. – В. 1. – С. 167-176.
38. Metlov L. S. Slow failure of quasi-brittle solids // *E-print archives, cond-mat/0711.0399.*

39. Aranson I. S., Tsimring L. S., Vinokur V. M. Stick-slip and nuclear dynamics of ultrathin liquid films // *Physical Review B*. – 2002. – Vol. 65, № 12. – P. 125402(7).
40. Gee M. L., McGuiggan P. M., and Israelachvili J. N. Liquid to Solidlike Transitions of Molecularly Thin Films Under Shear // *J. Chem. Phys.* – 1990. – Vol. 93. – P. 1895-1906.
41. P.A. Thompson, G.S. Grest, M.O. Robbins. Phase transitions and universal dynamics in confined films // *Physical Review Letters*. - 1992. - Vol. 68, № 23. - P. 3448-3451.
42. Качанов Л. М. Основы теории пластичности. – Москва: Наука. – 1969. – 420 с.
43. Панин В. Е., Егорушкин В. Е. Неравновесная термодинамика деформируемого твердого тела как многоуровневой системы. Корпускулярно-волновой дуализм пластического сдвига // *Физическая мезомеханика*. – 2008. – Т. 11, № 2. – С. 5-26.
44. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика: Учебное пособие в 10 т. Т.7: Теория упругости. Т.7, Изд.6 – Москва: URSS. – 2007. – 264 с.
45. Luengo G., Israelachvili J., Granick Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication // *Wear*. – 1996. – Vol. 200, № 1-2. – P. 719-731.
46. Lyashenko I. A., Khomenko A. V., Metlov L. S. Thermodynamics and kinetics of boundary friction // *Tribology International*. – 2011. – Vol. 44. – P. 476-482.
47. Л.С. Метлов, А.В. Хоменко, Я.А. Ляшенко, С.Н. Чепульский. // *Журнал нано- и электронной физики*. – 2010. – Т. 2, № 2. – С. 79-93.
48. Ляшенко Я. А., Хоменко А. В., Метлов Л. С. Нелинейная термодинамическая модель граничного трения // *Трение и износ*. – 2011. – Т. 32, № 2, – С. 113-123.