

ДОНЕЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Шрамко Юрій Вікторович

УДК 539.3

**ОСЕРЕДНЕННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ П'ЄЗОКЕРАМІЧНИХ ТА
ФЕРОМАГНІТНИХ
ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ РЕГУЛЯРНОЇ СТРУКТУРИ**

01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Донецьк-2005

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана у Сумському державному університеті Міністерства освіти і науки України.

Науковий керівник – доктор фізико-математичних наук, професор

Фильштинський Леонід Аншелович,

Сумський державний університет,

завідувач кафедри прикладної математики і механіки.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор

Хома Іван Юрієвич,

Інститут механіки ім. С.П.Тимошенка НАН України, провідний науковий співробітник відділу реології

доктор фізико-математичних наук, професор

Шалдирван Валерій Анатолійович,

Донецький національний університет ,

професор кафедри математичної фізики.

Провідна установа – Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, кафедра теоретичної та прикладної механіки

Захист відбудеться "4"липня2005 р. о 14³⁰ годині на засіданні спеціалізованої вченої ради К11.051.05 при Донецькому національному університеті за адресою: 83055, м. Донецьк, вул. Університетська, 24, головний корпус, математичний факультет, ауд. 603.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Донецького національного університету, 83055, м. Донецьк, вул. Університетська, 24.

Автореферат розісланий "2"червня 2005 р.

Вчений секретар

спеціалізованої вченої ради

Мисовський Ю.В.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи. Розв'язання найважливіших задач, які стоять перед наукою та промисловістю з метою підвищення надійності, зниження матеріаломісткості конструкцій та споруд тісно пов'язано з розробленням та використанням композитних матеріалів. Композитні матеріали (КМ) дозволяють шляхом зміни розміщення та об'ємного вмісту компонентів, їх геометричних параметрів та фізико-механічних властивостей забезпечити оптимальність структури виробу, що задовольняє всі необхідні якості. Пошук нових сполучень компонентів в композитах, спрямований на отримання необхідних якостей, призводить до розширення спектра структур матеріалів та збільшення фазності (кількості армуючих матрицю включень). У зв'язку з цим для розроблення ефективного методу проектування складу та структури КМ, що забезпечують задані макроскопічні властивості виробів з цих матеріалів, необхідні аналітичні співвідношення, які описують залежність макровластивостей КМ від геометричних параметрів та фізико-механічних властивостей компонентів. Таким чином, проблема осереднення фізико-математичних властивостей композитів, зокрема волокнистих композитів з п'єзоелектричними та феромагнітними компонентами структури, є актуальною.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Проведені в дисертаційній роботі дослідження пов'язані з фундаментальними науково-дослідними роботами (НДР), які проводилися в Сумському державному університеті під керівництвом проф., д.ф.-м.н. Фильштинського Л.А. та фінансувалися Міністерством освіти і науки України: "Розробка математичних методів розв'язання прямих та обернених задач електромагнітопружності для кусково-однорідних тіл, пластин та оболонок" (№ державної реєстрації 0197U016611, 1997-1999 рр.). Частина результатів дисертації була використана у звітах за зазначеними НДР за 1997-1999 рр.

Мета та задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є побудова математичної моделі волокнистого композиційного матеріалу з п'єзокерамічними та феромагнітними компонентами структури, що враховує мікроструктуру комірки. Для досягнення сформульованої мети необхідно розв'язати такі задачі:

- методом інтегральних рівнянь побудувати аналітичну процедуру знаходження магнітних полів у феромагнітному середовищі з двоперіодичним розподілом груп різнорідних циліндричних волокон (пор);
- застосувати побудований алгоритм для розрахунку ефективних характеристик волокнистого феромагнітного композита;
- використовуючи комплексні представлення польових величин для плоских та антиплоских задач електропружності кусково-однорідних структур, звести відповідні граничні задачі про знаходження зв'язаних електричних та механічних полів у волокнистих п'єзокомпозитах до систем регулярних

інтегральних рівнянь другого роду (антиплоска деформація) або до мішаних систем лінійних алгебраїчних рівнянь та сингулярних інтегральних рівнянь першого роду (плоска деформація);

- застосувати отриманий алгоритм до осереднення фізико-механічних властивостей волокнистих п'єзокерамічних регулярних структур;
- розробити методи та алгоритми чисельної реалізації побудованих аналітичних процедур, на основі яких створити прикладне програмне забезпечення;
- провести чисельні дослідження з метою виявлення ефективності розроблених методів та встановлення нових фізико-механічних закономірностей.

Об'єктом дослідження в роботі є необмежене феромагнітне або п'єзокерамічне середовище, армоване двоперіодичною системою груп різнорідних циліндричних волокон (пор).

Предмет дослідження – ефективні (осереднені) характеристики волокнистих композиційних матеріалів з феромагнітними та п'єзоелектричними компонентами структури.

Методи дослідження. Теоретичні дослідження проводилися з використанням сучасних методів механіки деформівного твердого тіла, зокрема, методу лінійного спряження аналітичних функцій комплексної змінної, методів сингулярних та регулярних рівнянь, методу регулярних структур. Це дозволило разом з використанням сучасних обчислювальних схем та методів отримати високу точність та вірогідність результатів дослідження.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що:

- вперше розв'язана задача магнітостатики для знаходження магнітних полів у волокнистому феромагнітному композиті у випадку, коли на границях фундаментальної комірки задані середні значення компонент вектора магнітної індукції;
- отримано розв'язок антиплоскої задачі електропружності для п'єзокерамічного композита з двоперіодичною системою груп різнорідних волокон (пор) у випадку, коли в структурі діють середні значення компонент тензора механічних напружень та вектора індукції електричного поля;
- запропоновано новий підхід до розв'язання плоскої задачі електропружності для волокнистого п'єзокерамічного композита з циліндричними включеннями довільної конфігурації за умови, що в композиті мають місце середні значення компонент тензора механічних напружень та вектора напруженості електричного поля;
- поставлені та розв'язані задачі про осереднення фізико-механічних властивостей композиційних матеріалів з феромагнітними та п'єзокерамічними компонентами структури; ефективні макропараметри модельного середовища визначені точно у вигляді функціоналів, побудованих на розв'язках систем інтегральних рівнянь відповідних граничних задач;
- отримано нову чисельну інформацію, яка дозволила судити про розподіл компонент вектора магнітної індукції в феромагнітному композиті, компонент тензора механічних напружень та вектора напруженості електричного поля в структурі волокнистого п'єзокомпозита; отримані також

дані розрахунків ефективних магнітних проникливостей для феромагнітних композитів та ефективних механічних, електричних та п'єзоелектричних модулів волокнистих композиційних матеріалів з п'єзокерамічною матрицею.

Практичне значення отриманих результатів. Результати роботи можуть бути використані в НДІ та КБ, що займаються розрахунком та проектуванням конструкцій з волокнистих п'єзокерамічних та феромагнітних композитів. Зокрема, розвинуті алгоритми можуть бути використані для раціонального проектування композиційних матеріалів, оцінки впливу типу пор та включень на магнітні, міцнісні та електричні характеристики, а також для оцінки граничних механічних, магнітних та електричних навантажень в конструкціях із КМ.

Отримані результати при осередненні магнітних властивостей феромагнітних волокнистих КМ можуть бути основою для розв'язання більш складних задач побудовання макромоделей матеріалів такої структури з урахуванням зв'язаності механічних та магнітних полів.

Вірогідність результатів та висновків дисертаційної роботи підтверджується точністю математичної постановки та теоретичною обґрунтованістю методів розв'язання задач; фізичною інтерпретацією результатів обчислень.

Публікації. Основні наукові результати дисертації опубліковані в 8 наукових працях [1-8], серед яких 5 статей в наукових журналах, затверджених ВАК України спеціалізованими виданнями в області фізико-математичних наук [1, 4, 5, 6, 8], 4 публікації, які містять матеріали наукових конференцій [2, 3, 6, 7].

Особистий внесок здобувача. Основні результати були отримані автором самостійно. Спів-автор робіт [1,2, 4-8] Фильштинський Л.А. є науковим керівником дисертанта, тому з ним обговорювалися постановки розглянутих задач, здійснювався вибір методів дослідження та аналізувалися отримані результати. У доповіді [3] автору належать результати, пов'язані з побудовою макромоделі п'єзокомпозита. В роботі [6] співавтор Шрамко Л.В. брала участь в обговоренні отриманих результатів.

Особисто Шрамку Ю.В. належать такі вміщені в дисертаційну роботу та публікації наукові результати:

- виконано осереднення магнітних властивостей волокнистих феромагнітних композитів;
- проведено осереднення фізико-механічних властивостей волокнистих п'єзокомпозитів у випадку антиплоскої деформації [1];
- побудована макромодель волокнистого п'єзокомпозита з дефектом типу пор у випадку антиплоскої деформації [2,4];
- в роботах [3,5] метод регулярних структур узагальнюється для п'єзокомпозитів, армованих групами різнорідних волокон, що перебувають в умовах антиплоскої деформації;
- побудова макромоделі волокнистих п'єзокомпозитів у випадку плоскої деформації [6-8];

– створені комплекси програм для чисельної реалізації побудованих аналітичних процедур.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися на Міжнародних конференціях з математичного моделювання в м. Херсоні (1998 та 2002 рр.), на VIII Міжнародному симпозиумі "Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики" (м. Феодосія, 1999 р.), на Міжнародній науковій конференції "Математичні проблеми механіки неоднорідних структур" (м. Львів, 2003 р.), на щорічних науково-технічних конференціях викладачів, співробітників та студентів механіко-математичного факультету Сумського державного університету (м. Суми, 1997-2004 рр.).

Дисертаційна робота в цілому обговорювалася на науковому семінарі кафедри математичної фізики Сумського державного університету під керівництвом проф. Фильштинського Л.А. (м. Суми, 2005 р.), на науковому семінарі кафедри теорії пружності і обчислювальної математики Донецького національного університету (м. Донецьк, 2005р.), на науковому семінарі "Сучасні проблеми механіки" в Київському національному університеті ім. Тараса Шевченка (м. Київ, 2005).

Структура і зміст роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, п'яти розділів, висновків, списку використаної літератури, що містить 153 джерела. В роботі 2 таблиці та 45 рисунків. Загальний обсяг дисертації складає 140 сторінок, з яких 14 займає список літератури.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі доведено актуальність теми, сформульовані мета та задачі дослідження, а також проводяться основні наукові результати, які виносяться на захист; вказаний зв'язок роботи з науковими програмами, планами; охарактеризована наукова новизна, практичне значення отриманих результатів та особистий внесок автора у спільних публікаціях.

У першому розділі викладено аналітичний огляд відомих в літературі методів побудови математичних моделей волокнистих композитних матеріалів. Аналізом охоплено 153 роботи вітчизняних та зарубіжних авторів.

Зазначається, що в механіці матеріалів сформувались два основних напрямки – механіка композитів регулярної структури та механіка стохастично неоднорідних матеріалів. В рамках цих напрямів під час аналізу конструкцій з композиційних матеріалів на міцність та довговічність вихідний гетерогенний матеріал замінюють однорідним, у загальному випадку анізотропним матеріалом, в рівнянні стану якого фігурують деякі осереднені (ефективні, зведені) фізико-математичні характеристики. У зв'язку з цим існує ряд методів, що дозволяють з тією чи іншою точністю обчислити ефективні сталі композитних матеріалів. Деякі з них можуть бути використані лише до окремих видів структур, інші мають більш широку область дослідження. До найбільш відомих та поширених в практичних розрахунках відносять методи безпосереднього осереднення властивостей за макрооб'ємом, варіаційні методи, методи регуляризації структури, методи стохастичних

диференціальних рівнянь, метод диференціального середовища, методи Морі-Танака та самоузгодження. У зв'язку з цим необхідно відмітити праці таких відомих вітчизняних та зарубіжних вчених, як Хорошун Л.П., Маслов Б.П., Головчан В.Т., Шермегор Т.Д., Победря Б.С., Лур'є С.А., Канаун С.К., Левін В.М., Паньков А.А., Ломакін В.А., Соколкін Ю. В., Макарова Е. Ю., Григолюк Э.І., Фильштинський Л.А., Грингауз М.Г., Ванін Г.А., Шалдирван В.А., Smith W.A., Hashin Z., Shtrikman S., Willis J.R., Drugan W.J., Wall P., Avellaneda M., Mori T., Tanaka K., Benveniste Y., Hill R.A., Budiansky B., Dvorak G.J., Christensen R.M., Dunn M.L., Taya M., Sejnoha M. та інших.

Під час побудови макромоделей волокнистих матеріалів, вдається в деяких випадках знизити порядок крайових задач, використовуючи ті чи інші спрощуючі припущення.

Удосконалення технології виробництва композиційних матеріалів, зокрема використання прецизійної намотки профільних волокон, дозволяє створювати матеріали зі структурою, близькою до двоперіодичної, тому розрахункова схема матеріалів у вигляді регулярної пружної структури, яка дозволяє на основі розв'язку двоперіодичних задач оцінювати її міцність та жорсткість, в багатьох випадках дає задовільні результати. Теоретичною основою цих досліджень є роботи Григолюка Е.І., Фильштинського Л.А. Подібні задачі методом рядів були розв'язані Космодем'янським О.С., Калоєровим С.О., Шалдирваном В.А.

Тут слід відмітити, що теорія, побудована на основі ідеалізації композиційного матеріалу як регулярного кусково-однорідного середовища, дає точний опис її макромоделі для довільної мікроструктури комірки. Тому такі розв'язки можна розглядати як еталонні для різних підходів, що використовують двобічні енергетичні оцінки. Крім того, можна стверджувати, що при достатньо щільній упаковці волокон стохастичну структуру можна замінити детерміністичною з двоперіодичною укладкою волокон.

Таким чином, є актуальним поширення методу регулярних структур для вивчення властивостей волокнистих композиційних матеріалів з феромагнітними та п'єзоелектричними компонентами структури.

У другому розділі, який складається з двох підрозділів, наведені основні рівняння магнітостатики та співвідношення лінійної теорії п'єзоелектрики, отримані комплексні представлення польових величин. Показано, що стан плоскої та антиплоскої деформації для циліндричного тіла з відповідними граничними умовами на його бічній поверхні розділяється, причому спряжені механічні та електричні поля мають місце лише у першому випадку.

У випадку плоскої деформації всі компоненти спряжених полів, а також необхідні інтегральні величини записуються через три довільні аналітичні функції своїх комплексних змінних:

(1)

У випадку антиплоскої деформації всі польові величини представляються через дві довільні аналітичні функції:

(2)

Тут μ – модуль пружності, ν – п'єзомодуль, ϵ – діелектрична проникливість.

У третьому розділі вивчаються властивості феромагнітних матеріалів, армованих регулярною двоперіодичною системою груп циліндричних феромагнітних волокон. Припущено, що в структурі задані середні значення компонент вектора магнітної індукції.

Розв'язання поставленої задачі здійснюється у два етапи. На першому визначається розподіл магнітних полів в регулярному феромагнітному середовищі. Для цього використовується метод інтегральних рівнянь. Загальне представлення розв'язку розшукується в класі квазіперіодичних функцій та описується дзета-функцією Вейерштрасса:

(3)

Гранична задача магнітостатики в результаті зводиться до системи регулярних інтегральних рівнянь відносно щільностей σ_n , яка в подальшому реалізується чисельно за допомогою методу механічних квадратур.

У цьому розділі наведено розв'язання ряду задач про знаходження магнітних полів у регулярних структурах, армованих циліндричними волокнами еліптичного, трикутного та квадратного поперечного перерізу, при цьому розглянуті випадки, коли в межах фундаментальної комірки розміщено одне волокно, волокно і пора, два волокна (гібридний композит). Отримані результати наведені у вигляді рисунків: побудовані лінії рівня для компонент вектора магнітної індукції. Дослідження проводилось з метою з'ясування впливу геометричних розмірів та форм волокон (пор), їх комбінацій та взаємного розміщення на значення компонент магнітного поля. Нижче описані тільки деякі з отриманих результатів.

Так, для композита тетрагональної будови ($\omega_1 = 2$, $\omega_2 = 2i$) виготовленого з фериту F-107 з відносною магнітною проникністю $\mu_r^{(0)} = 110$ та армованого трикутними волокнами ($\mu_r^{(1)} = 2500$ – технічне залізо), побудовані ізолінії компонент вектора магнітного поля у випадку, коли на границях фундаментальної комірки задано магнітне поле $\langle \vec{B} \rangle = (0.5; 0)$ (рис.1).

З наведених результатів випливає, що у випадку, коли в модельованому феромагнітному середовищі діє однорідне магнітне поле, в структурі композита магнітне поле неоднорідне: мають місце градієнти в околі включень. При цьому встановлено, що максимальні за величиною компо-

ненти вектора магнітної індукції, що виникають в матриці та волокнах, діють у випадку армування матриці трикутними волокнами.

Розподіл компонент вектора магнітної індукції у волокнистому композиті, послабленому квадратною порою, наведено на рис. 2. Матеріал матриці ферит F-107, волокна – технічне залізо; координати центра волокна $(-0,3;0)$, пори – $(0,7;0)$. Аналіз отриманих результатів показує, що наявність "квадратної" пори в структурі композита, армованого "трикутними" волокнами, приводить до зменшення значень компонент вектора індукції магнітного поля, яке виникає в феромагнітному середовищі порівняно з аналогічним випадком за умови відсутності пори.

Далі побудований алгоритм застосовується до осереднення магнітних властивостей волокнистих феромагнітних композитів. Під макромоделлю регулярно-армованого середовища розуміють однорідне феромагнітне середовище, рівняння стану якого збігаються із законом зв'язку між середніми значеннями компонент вектора магнітної індукції, з одного боку, та вектора напруженості магнітного поля – з іншого. У результаті отримуємо:

$$(4)$$

Очевидно, матеріал має анізотропію магнітних властивостей, величини $\langle \mu_{ij} \rangle$ мають зміст ефективних магнітних проникностей.

У цьому ж розділі в частинному випадку симетричної укладки волокон кругового поперечного перерізу розв'язок побудовано у вигляді ряду за еліптичними функціями. Виписані макропараметри регулярного середовища, отримані на розв'язках нескінченних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Алгоритм знаходження макропараметрів середовища (4) спочатку реалізований для феромагнітного композита, який має одне циліндричне волокно. Розглянутий феромагнітний композит тетрагональної будови ($\omega_1 = 2, \omega_2 = 2i$) з волокнами кругового, еліптичного, "квадратного" або "трикутного" поперечного перерізу. Відносні магнітні проникності матриці та волокна – $\mu_r^{(0)} = 110$ (ферит F107), $\mu_r^{(1)} = 2500$ (технічне залізо) відповідно. На рис. 3 побудовані осереднені магнітні проникності $\langle \mu_{11} \rangle / \mu^{(0)}$, $\langle \mu_{22} \rangle / \mu^{(0)}$ у функції параметра $\lambda = 2R_1 / \omega_1$ для композита з волокнами кругового поперечного перерізу (криві 1, 2 відповідно), з волокнами еліптичного поперечного перерізу (криві 3, 4 відповідно), а також з квадратними волокнами в функції параметра $\lambda = 2l / \omega_1$ ($2l$ – довжина сторони квадрата) (криві 5, 6) та трикутними волокнами в функції параметра $\lambda = 2l_h / \omega_1$ ($2l_h$ – довжина висоти трикутника) (криві 7,8). Із отриманих результатів випливає, що модельне середовище буде ізотропним при армуванні волокнами кругового та квадратного поперечного перерізу та ортотропним при армуванні еліптичними або трикутними волокнами. Крім того, наявність еліптич-

ності у волокон призводить до зниження значень макропараметрів композита порівняно з композитом, який має кругові волокна.

Для композита з волокнами еліптичного поперечного перерізу на рис. 4 у випадку, коли розмір волокон фіксований, наведені ефективні макропараметри середовища в функції кута γ між великою піввіссю еліпса та віссю $0x_1$. Матеріал матриці – ферит F107, волокна – технічне залізо. Результати розрахунків показують, що ефективні характеристики композита суттєво залежать від орієнтації еліптичних волокон у комірці. Так, зі збільшенням кута γ ($0 \leq \gamma \leq \pi/2$) коефіцієнт $\langle \mu_{11} \rangle$ спадає, а $\langle \mu_{22} \rangle$ зростає.

На рис. 5 наведені відносні макропараметри $\langle \mu_{11} \rangle / \mu^{(0)}$ ($\langle \mu_{11} \rangle = \langle \mu_{22} \rangle$) феромагнітних композитів з квадратними волокнами в функції параметра $\lambda = 2l/\omega_1$. На рисунку кривій 1 відповідає відносна осереднена магнітна проникність композита, волокна якого виготовлені з феромагнетика з відносною магнітною проникністю $\mu_r^{(1)} = 1$ (пора), крива 2 – $\mu_r^{(1)} = 50$, кривій 3 – $\mu_r^{(1)} = 150$, кривій 4 – $\mu_r^{(1)} = 300$, кривій 5 – $\mu_r^{(1)} = 600$, кривій 6 – $\mu_r^{(1)} = 1000$, кривій 7 – $\mu_r^{(1)} = 2500$ та кривій 8 – $\mu_r^{(1)} = 10000$. Для всіх композицій матеріал матриці – ферит F107.

Далі алгоритм осереднення магнітних властивостей композита був поширений на волокнисті композити, послаблені порою, та гібридні волокнисті композити. Встановлено, що наявність пори може призвести до суттєвого зменшення макропараметрів, а наявність другого волокна – до суттєвого збільшення макропараметрів модельного середовища.

Четвертий розділ присвячений дослідженню спряжених механічних та електричних полів у випадку антиплоскої деформації п'єзокерамічного середовища, армованого регулярною системою циліндричних включень достатньо довільного поперечного перерізу. Припускається, що в елементарній комірці структури задані середні компоненти механічних та електричних полів.

Наведені загальні представлення розв'язку крайової задачі, які задовольняють умови квазіперіодичності переміщень та потенціалу поля в структурі. Гранична задача зведена до системи регулярних інтегральних рівнянь. Потім розглядається проблема осереднення такої регулярної п'єзокерамічної структури, побудована її макромодель, отримані формули для обчислень ефективних модулів, в яких враховано вплив дефектів. Згідно з цими формулами параметри макромоделі виражаються через функціонали, побудовані на розв'язках отриманої системи інтегральних рівнянь.

Отримані результати представлені графічно у вигляді залежностей макропараметрів композитного середовища в залежності від геометричних характеристик волокон. Наведемо деякі з них.

На рис. 6,7 представлені результати розрахунку відносних ефективних параметрів композита тетрагональної будови для двох типів волокон: кругового (рис. 6) та еліптичного (рис.7) поперечного перерізу залежно від параметра $\lambda = 2R_1/\omega_1$. В комірці розміщене одне волокно. На першому рисунку криві 1-3 побудована для відносних ефективних модулів $\langle c_{44} \rangle / c_{44} = \langle c_{55} \rangle / c_{44}$, $\langle \epsilon_{11} \rangle / \epsilon_{11} = \langle \epsilon_{22} \rangle / \epsilon_{11}$,

$\langle e_{15} \rangle / e_{15} = \langle e_{24} \rangle / e_{15}$. На другому рисунку криві 1, 2, ..., 6 відповідають величинам $\langle c_{44} \rangle / c_{44}$, $\langle c_{55} \rangle / c_{44}$, $\langle \varepsilon_{22} \rangle / \varepsilon_{11}$, $\langle \varepsilon_{11} \rangle / \varepsilon_{11}$, $\langle e_{24} \rangle / e_{15}$ і $\langle e_{15} \rangle / e_{15}$ відповідно. Матеріал матриці PZT-4, матеріал волокна – ПП-2.

Розглянемо вплив пори в структурі композита на його усереднені характеристики (рис. 8). Матеріал матриці – п'єзокераміка ЦТС-19, волокна – кругові, виконані з п'єзопасивного матеріалу ПП-2. Радіус пори – 0.2, координати центра включення – (-0.3;0), координати центра пори – (0.7;0). На кожному рисунку в чисельнику стоїть матеріал матриці, в знаменнику – матеріал волокна.

В цьому самому розділі вивчені властивості гібридних волокнистих композитів з п'єзоелектричними компонентами структури.

Дослідження залежності макромодулів волокнистого композиційного матеріалу від геометричних та фізичних властивостей його компонент показало, що

- зі збільшенням характерних геометричних розмірів жорсткість структури збільшується, якщо відповідні механічні характеристики вище у матеріалі волокон;
- діелектрична проникність зменшується, якщо відповідні електричні сталі менші у матеріалі матриці;
- п'єзомодулі зменшуються (для п'єзокомпозитів з п'єзопасивними волокнами);
- наявність пори призводить до суттєвого зменшення жорсткості структури вздовж осі $0x_1$ та до зменшення п'єзоелектричних та діелектричних властивостей вздовж осі $0x_2$.

У п'ятому розділі досліджуються спряжені механічні та електричні поля в п'єзокерамічному середовищі (плоска деформація), армованому регулярною системою циліндричних включень довільного поперечного перерізу. Припускається, що в елементарній комірці структури задані середні компоненти механічних та електричних полів.

Необхідно відмітити, що раніше Фильштинським Л.А. та Іваненко О.О. розглядалися питання, пов'язані з осередненням фізичних властивостей волокнистих п'єзокомпозитів з пружними включеннями. При цьому макропараметри модельного середовища будувалися на розв'язках відповідної граничної задачі електропружності, яка зводилась до системи регулярних інтегральних рівнянь. Запропонований підхід є складною аналітичною процедурою.

В даній дисертаційній роботі побудовані загальні представлення розв'язків крайової задачі, які задовольняють умови квазіперіодичності переміщень та потенціалу електричного поля в структурі таким чином, щоб крайова задача зводилась до мішаної системи лінійних алгебраїчних рівнянь та сингулярних інтегральних рівнянь першого роду.

Як приклад розглянуто композит тетрагональної будови з волокнами кругового поперечного перерізу ($R = 0.6$). Матеріал матриці – п'єзокераміка PZT-5, волокно виготовлено з п'єзопасивного матеріалу. На межі фундаментальної комірки задані компоненти тензора напружень $\langle \sigma_{11} \rangle = 1$,

$\langle \sigma_{13} \rangle = \langle \sigma_{33} \rangle = 0$, компоненти вектора напруженості електричного поля дорівнюють нулю. На рис. 9 побудовані лінії рівня для компоненти тензора механічних напружень σ_{11} та компоненти вектора напруженості електричного поля E_1 відповідно.

Далі побудований алгоритм залучається до усереднення фізичних властивостей п'єзокомпозита з двоперіодичною укладкою волокон. Під макромоделлю регулярно армованого середовища будемо розуміти однорідне п'єзоелектричне середовище, рівняння стану якого збігається із законом зв'язку між середніми значеннями компонент механічних напружень та вектора напруженості електричного поля в структурі, з одного боку, та середніми значеннями механічних деформацій та вектора електричної індукції з іншого. Рівняння стану для макромоделі п'єзокомпозита отримано у вигляді:

$$(5)$$

Величини, що фігурують в (5), є макроскопічними параметрами волокнистого композиційного матеріалу з п'єзокерамічною матрицею. Сукупність цих параметрів складається з осереднених податливостей, п'єзомодулів та діелектричних сталих структури. Макропараметри волокнистого п'єзокерамічного композиційного матеріалу визначаються точно у замкненому вигляді через функціонали, які містять у собі повну інформацію про геометричні та фізичні властивості композита.

Для волокнистого композита тетрагональної будови ($\omega_1 = 2$, $\omega_2 = 2i$) наведено дослідження залежностей осереднених параметрів матеріалу від фізичних та геометричних характеристик матриці та волокон. Матеріал матриці PZT-4, волокна виготовлені з п'єзопасивного матеріалу. Як приклад наведемо макропараметри п'єзокомпозита з "квадратними" волокнами, віднесеними до відповідних характеристик матриці у функції параметра $\lambda = 2l/\omega_1$. На рисунку 10 кривим 1-4 відповідають осереднені податливості $\langle s_{11} \rangle / s_{11}^*$, $\langle s_{13} \rangle / s_{13}^*$, $\langle s_{33} \rangle / s_{33}^*$, $\langle s_{55} \rangle / s_{44}$ відповідно. Кривим 1-5 на рисунку 11 відповідають відносні макропараметри $\langle d_{31} \rangle / d_{31}^*$, $\langle \epsilon_{33} \rangle / \epsilon_{33}^*$, $\langle d_{33} \rangle / d_{33}^*$, $\langle \epsilon_{11} \rangle / \epsilon_{11}$, $\langle d_{15} \rangle / d_{15}$.

Дослідження залежності макромодулів волокнистого композиційного матеріалу з п'єзокерамічною матрицею від геометричних та фізичних властивостей його компонент показало, що:

- зі збільшенням геометричних розмірів жорсткість структури зростає, якщо відповідні механічні характеристики вище у матеріалу волокон;
- діелектрична проникність зменшується, якщо відповідні електричні сталі менше у матеріалу матриці;
- п'єзомодулі зменшуються (для композитів з п'єзопасивними волокнами);
- еліптичність волокон суттєво впливає на макропараметри композита.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі розв'язані нові задачі теорії електропружності та магнітостатики про

усереднення фізичних властивостей волокнистих композиційних матеріалів з п'єзокерамічними та феромагнітними компонентами структури. Під час розв'язання всіх задач використовувався єдиний підхід. Спочатку будувалися загальні представлення розв'язків відповідних крайових задач, які задовольняють умови квазіперіодичності механічних переміщень та потенціалу електричного поля в структурі п'єзокомпозита або квазіперіодичності градієнтів векторів напруженості магнітного поля в структурі феромагнітного композита. Далі задачі про спряження фізичних полів на межах розділу фаз композита зводилися до систем регулярних інтегральних рівнянь або до мішаних систем сингулярних інтегральних та лінійних алгебраїчних рівнянь. Потім, використовуючи метод регулярних структур, були знайдені макропараметри волокнистих композитів. Отримані алгоритми були реалізовані чисельно, склалися програми мовою Фортран.

Основні результати та висновки:

- вперше розв'язана задача магнітостатики для знаходження магнітних полів у волокнистому феромагнітному композиті у випадку, коли на межах фундаментальної комірки задані середні значення компонент вектора магнітної індукції;
- отримано розв'язок антиплоскої задачі електропружності для п'єзокерамічного композита з двоперіодичною системою груп різнорідних волокон (пор) у випадку, коли в структурі діють середні значення компонент тензора механічних напружень та вектора індукції електричного поля;
- запропоновано новий підхід до розв'язання плоскої задачі електропружності для волокнистого п'єзокерамічного композита з циліндричними вклученнями довільної конфігурації за умови, що в композиті мають місце середні значення компонент тензора механічних напружень та вектора напруженості електричного поля;
- поставлені та розв'язані задачі про усереднення фізико-механічних властивостей композиційних матеріалів з феромагнітними та п'єзокерамічними компонентами структури; ефективні макропараметри модельного середовища визначені точно, у вигляді функціоналів побудованих на розв'язках систем інтегральних рівнянь відповідних граничних задач;
- отримано нову чисельну інформацію, яка дозволяє робити висновки про розподіл компонент вектора магнітної індукції у феромагнітному композиті, компонент тензора механічних напружень та вектора напруженості електричного поля в структурі волокнистого п'єзокомпозита; отримані також дані розрахунків ефективних магнітних проникностей для феромагнітних композитів та ефективних механічних, електричних та п'єзоелектричних модулів волокнистих композиційних матеріалів з п'єзокерамічною матрицею.

Усі розглянуті в дисертації задачі є новими.

На основі отриманих у роботі розв'язків та чисельних результатів можна зробити такі висновки:

1 При знаходженні магнітних полів у структурі волокнистого феромагнітного композита встано-

влено, що:

- у випадку, коли в змодельованому феромагнітному середовищі діє однорідне магнітне поле, в структурі композита магнітне поле неоднорідне: мають місце градієнти компонент вектора магнітної індукції в околі включень;
- максимальні за величиною компоненти вектора магнітної індукції, що виникають у матриці та волокнах, діють у випадку армування матриці трикутними волокнами;
- наявність "квадратної" пори в структурі композита, армованого "трикутними" волокнами, призводить до зменшення значень компонент вектора індукції магнітного поля, що виникає у феромагнітному середовищі, у порівнянні з аналогічним випадком за відсутності пори;

2 Дослідження залежностей макромодулів волокнистого феромагнітного композиційного матеріалу від геометричних та фізичних властивостей його компонент показало, що:

- модельне середовище буде ізотропним при армуванні волокнами кругового та квадратного поперечного перерізу та ортотропним при армуванні еліптичними або трикутними волокнами;
- для розглянутих комбінацій матричної та армуючих фаз зростання характерного розміру волокна призводить до збільшення макропараметрів модельного середовища;
- урахування еліптичності волокон приводить до зниження значень макропараметрів композита порівняно з композитом, який має кругові волокна, та ефективні характеристики композита суттєво залежать від орієнтації еліптичних волокон у комірці: так, зі збільшенням кута γ - кута нахилу горизонтальної півосі еліпса до вісі $0x_1$, ($0 \leq \gamma \leq \pi/2$) коефіцієнт $\langle \mu_{11} \rangle$ спадає, а $\langle \mu_{22} \rangle$ зростає;
- наявність пори може призвести до суттєвого зменшення макропараметрів, а наявність другого волокна – до суттєвого збільшення макропараметрів модельного середовища.

3 Дослідження залежності мікромодулів волокнистого композиційного матеріалу з п'єзокерамічною матрицею від геометричних та фізичних властивостей його компонент показало, що:

- із збільшенням характерних геометричних розмірів жорсткість структури зростає, якщо відповідні механічні характеристики вище у матеріалі волокон;
- діелектрична проникність зменшується, якщо відповідні електричні сталі менше у матеріалі матриці;
- п'єзомодулі зменшуються (для композитів з п'єзопасивними волокнами);
- еліптичність волокон суттєво впливає на макропараметри композита.

4 Під час дослідженні макромоделі волокнистого композиційного матеріалу з п'єзокерамічною матрицею (антиплоска деформація) з дефектами типу тунельних циліндричних пор можна зробити такі висновки:

- наявність пори призводить до суттєвого зменшення жорсткості структури вздовж осі $0x_1$ та до зменшення п'єзоелектричних та діелектричних властивостей вздовж осі $0x_2$.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Фильштинский Л.А., Шрамко Ю.В. Усреднение физических свойств волокнистых пьезокомполитов // Механика композитных материалов. – 1998. – Т. 34, № 1. – С. 116 – 123.
2. Фильштинский Л.А., Шрамко Ю.В. Усреднение физических свойств волокнистых пьезокомполитов с дефектами типа пор // Сб. трудов института математики НАН Украины "Физико-технические и технологические приложения математического моделирования". – Киев. – 1998. – С. 245-249.
3. Гришко Л.П., Матвиенко Т.С., Пташенчук Р.В., Шрамко Ю.В. Некоторые граничные задачи электроупругости для кусочно-однородных пьезокерамических тел // Вестник Херсонского государственного технического университета. Спец. выпуск: Прикладные проблемы математического моделирования. – 1999. – С. 56-58.
4. Фильштинский Л.А., Шрамко Ю.В. Об одном методе усреднения физических свойств волокнистых пьезокомполитов // Вестник Сумского государственного университета. – 1999. – №1. – С.56-58.
5. Фильштинский Л.А., Шрамко Ю.В. Применение метода регулярных структур к усреднению физических свойств волокнистых пьезокомполитов // Проблемы машиностроения. – 2002. – Т.5, №2. – С.82-87.
6. Фильштинский Л.А., Шрамко Ю.В., Шрамко Л.В. Построение макромодели пьезокомполита // Вісник Запорізького державного університету. – 2002. – №1. – С.133-138.
7. Фильштинский Л.А., Шрамко Ю.В. Осреднение физико-механических свойств пьезокомполитов // Математические проблемы механики неоднородных структур: Сборник. – Львов, 2003. – С.135 –137.
8. Фильштинский Л.А., Шрамко Ю.В. Осреднение физико-механических свойств пьезокомполитов (плоская деформация) // Физ.-хим. механика материалов. – 2004. – Т.40., №2. – С. 67-72.

АНОТАЦІЯ

Шрамко Ю.В. Осереднення фізико-механічних властивостей п'єзокерамічних та феромагнітних волокнистих композитів регулярної структури. – Рукопис.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Донецький національний університет, Донецьк, 2005.

У дисертаційній роботі розв'язані нові задачі теорії електропружності та магнітостатики про усереднення фізичних властивостей волокнистих композиційних матеріалів регулярної структури з п'єзокерамічними та феромагнітними компонентами структури. Під час розв'язку всіх задач використовувався єдиний підхід. Спочатку будувалися загальні представлення розв'язків відповідних

крайових задач, які задовольняють умови квазіперіодичності механічних переміщень та потенціалу електричного поля в структурі п'єзокомпозита, або квазіперіодичності градієнтів векторів напруженості магнітного поля в структурі ферромагнітного композита. Далі задачі про спряження фізичних полів на межах розділу фаз композита зводилися до систем регулярних інтегральних рівнянь другого роду або до мішаних систем сингулярних інтегральних та лінійних алгебраїчних рівнянь. Із використанням методу регулярних структур у подальшому було знайдено макропараметри композитів. Проведено дослідження залежності макромодулів композиційних матеріалів від геометричних та фізико-механічних характеристик, утворюючих їх фаз.

Ключові слова: електропружність, п'єзокераміка, ферромагнетик, метод інтегральних рівнянь, осереднення, метод регулярних структур, макропараметри, композит, волокно, пор.

АННОТАЦИЯ

Шрамко Ю.В. Осреднение физико-механических свойств пьезокерамических и ферромагнитных волокнистых композитов регулярной структуры. – Рукопись.

Диссертация на соискание научной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела. – Донецкий национальный университет, Донецк, 2005.

Диссертационная работа посвящена построению математической модели волокнистых композиционных материалов с пьезокерамическими и ферромагнитными компонентами структуры, которая учитывает микроструктуру ячейки.

Методом интегральных уравнений построена аналитическая процедура нахождения магнитных полей в ферромагнитной среде с двоякопериодическим распределением групп разнородных цилиндрических волокон (пор), в случае, когда на границах фундаментальной ячейки заданы средние компоненты вектора магнитной индукции. Исследовано влияния геометрических размеров и форм волокон (пор), их комбинации и взаимного расположения на значения компонент магнитного поля. Установлено, что в случае, когда в моделируемой ферромагнитной среде действует однородное магнитное поле, в структуре композита магнитное поле неоднородно: имеют место градиенты компонент вектора магнитной индукции в окрестности включений. При этом максимальные по величине компоненты вектора магнитной индукции действуют в случае армирования матрицы треугольными волокнами. Далее, методом регулярных структур построена макро модель ферромагнитного композита. Исследована зависимость приведенных параметров от физических и геометрических характеристик фаз.

Проведено осреднение механических, диэлектрических и пьезоэлектрических свойств волокнистых пьезокомпозитов регулярной структуры, армированных группами разнородных цилиндрических волокон (пор), в случае, когда на границах фундаментальной ячейки заданы средние

компоненты механических и электрических полей. С использованием комплексных представлений полевых величин для плоских и антиплоских задач электроупругости кусочно-однородных структур соответствующие граничные задачи о нахождении связанных электрических и механических полей в волокнистых пьезокомпозитах сведены к системам регулярных интегральных уравнений второго рода (антиплоская деформация) или смешанным системам линейных алгебраических уравнений и сингулярных интегральных уравнений первого рода (плоская деформация). Учитывая квазипериодичность механических перемещений и потенциала электрического поля, методом регулярных структур получены уравнения состояния для композитов с двоякопериодической укладкой волокон. Эффективные характеристики моделируемой среды определены точно в замкнутом виде, выражения для которых содержат функционалы, построенные на решениях соответствующих систем интегральных уравнений и содержат полную информацию о микроструктуре фундаментальной ячейки. Исследована зависимость приведенных параметров моделируемой среды от геометрических и физических характеристик матрицы и волокон. Установлено, что с ростом характерных геометрических размеров жесткость структуры возрастает, если соответствующие механические характеристики выше у материала волокон; диэлектрическая проницаемость уменьшается, если соответствующие электрические постоянные меньше у материала матрицы; пьезомодули уменьшаются (для пьезокомпозитов с пьезопассивными волокнами).

Ключевые слова: электроупругость, пьезокерамика, ферромагнетик, метод интегральных уравнений, осреднение, метод регулярных структур, макропараметры, композит, волокно, пара.

SUMMARY

Shramko Yu.V. The averaging of the physical and mechanical properties of piezoelectric and ferromagnetic composites with the regular structure. – Manuscript.

The thesis presented for a Candidate Degree in Physical and Mathematical Sciences by speciality 01.02.04 - mechanics of deformable solids, Donetsk National University, Donetsk, 2005.

In dissertational work new problems of the electroelasticity theory and magnetostatics theory about averaging of physical properties of fibrous composite materials with piezoelectric and ferromagnetic components of structure are solved. At the solution of all problems the uniform approach is applied. The general representations of the corresponding boundary problem solutions, satisfying the mechanical displacements and electric field potential quasi-periodicity conditions in the piezocomposite structure or the quasi-periodicity conditions of magnetic field intensity vectors gradients in the ferromagnetic composite structure were under construction in the beginning. Further the physical fields coupling problems on interface borders of composite phases were reduced to the regular integral equation systems or to the mixed singular integral and linear algebraic equations systems. Then, using the method of regular structures, macroparameters of fibrous composites have been found. The research of macromodules of the composite

materials from geometrical and physicomachanical characteristics of matrix and fibres (holes) is carried out.

Key words: electroelasticity, piezoelectric, ferromagnetic, integral equation method, averaging, method of regular structures, macroparameters, composite, fibre, hole.

Підписано до друку 27.05.2005 р. . Формат 60×84/16. Ум. друк. арк. 0,9.

Наклад 100 прим. Замовл. № . Обл. – вид. арк. 1,1.

Вид-во СумДУ. Р.с. № 34 від 11.04.2000 р.

40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2.

Друкарня СумДУ.

40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2.