

## РОЗРАХУНКОВО-ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕМЕНТІВ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ ВЕРСТАТА

*Четвержук Т.І., аспірант, ЛНТУ, м. Луцьк.*

Метою дослідження є визначення модальних параметрів [1] по кожній із чотирьох перших форм коливань: піддатливості  $W_i$ ; величини  $\beta_i$ , що характеризує загасання коливань; власних частот  $\omega_i$ ;  $i = 1, 2, \dots, 4$ . В практиці динамічних розрахунків несучих систем верстатів прийнято відокремлювати 3 – 4 перших ортогональних форми коливань [2], що приводить до ортогональної системи рівнянь динаміки. Зазначені параметри можуть визначатися із експериментальної кривій биття контрольної оправки шляхом їхнього підбору з матричного рівняння за методом найменших квадратів:

$$\text{diag } |\mathbf{A}| \{\ddot{\mathbf{x}}\} + \text{diag } |\mathbf{B}| \{\dot{\mathbf{x}}\} + \text{diag } |\mathbf{C}| \{\mathbf{x}\} = |\mathbf{F}(t)|, \quad (1)$$

де  $|\mathbf{A}|, |\mathbf{B}|, |\mathbf{C}|$  - діагональні матриці відповідно інерції, дисипації і жорсткості розмірності  $4 \times 4$  (для чотирьох масової системи);  $\{\mathbf{x}\}^T = (x_1, x_2, x_3, x_4)$  – транспонований вектор модальних переміщень по кожній з  $i$  – ої форм коливань,  $i = \overline{1, 4}$ ;  $1(t)$  - одинична функція ;

$\mathbf{F}(t)^T = [T_1[1 - \exp(-\alpha_1 t)]; T_2[1 - \exp(-\alpha t)]; T_3[1 - \exp(-\alpha t)]$  - вектор інерційних впливів;  $T_i$  - амплітудні значення силових впливів на  $i$ -ту парціальну коливальну систему, в експерименті не відоме;  $1 - \exp(-\alpha_i t)$  - експонентна залежність з показником  $\alpha_i$ , що апроксимує імпульсний силовий вплив на контрольну оправку і визначається експериментально. При цьому вважалось, що амплітудне значення  $T_i$  імпульсу, що впливає на окрему  $i$ -ту парціальну коливальну систему не відомо і визначається розрахунковим аналізом. Матричне рівняння (1) розбивається на чотири незалежних лінійних неоднорідних диференціальних рівняння по ортогональних формах коливань:

$$a_i \ddot{x}_i + b_i \dot{x}_i + c_i x_i = T_i [1 - \exp(-\alpha t)], \quad i = \overline{1, 4} \quad (2)$$

Часткове рішення неоднорідного рівняння (2) для точки з номером  $j$  на часової осі  $t$  шукаємо у вигляді:

$$x_{ij} = \frac{W_i}{1 + \mu_i^2} \left\{ \exp(-\alpha t_j) - \exp(-\beta_i t_j) \left[ \cos(\varpi_i t_j) + \mu_i \sin(\varpi_i t_j) \right] \right\}, \quad (3)$$

де  $\mu_i = \frac{\beta_i - \alpha}{\varpi_i}$ ;  $\beta_i = 0,5b_i/a_i$  – коефіцієнт згасання;  $W_i = T_i/a_i$  – модальне зміщення;  $c_i$  – модальна жорсткість;  $j = \overline{1, J}$ ;  $J$  – число точок на часової осі  $t$  експериментальної кривій биття контрольної оправки.

Таким чином, для визначення параметрів коливального процесу по одній з мод необхідно знати 3 параметри:  $\beta_i, W_i, \omega_i$ .

Для перевірки роботоздатності запропонованої методики був проведений машинний експеримент, в якому складові ортогональні моди коливань моделювалися згідно (3) і з параметрами, які наведені в табл.1. При цьому на кожну із мод був накладений нормальний шум експерименту  $N(0; 0,05)$ .

Таблиця 1 – Модальні параметри коливальної системи для машинного експерименту.

Мода	$\beta_i$	$\omega_i$	$W_i$	$\omega_{iD}$	$\mu_i^2$
1	105	340	0,95	323,4	-0,868
2	75	440	0,44	433,6	-0,739
3	50	1100	0,47	1099	-0,318
4	25	1000	0,12	999,7	-0,375

Примітка.  $\omega_i$  – власна частота без врахування затухання  $\beta_i$ ;  $\omega_i$  – власна частота із врахуванням затухання.

На рис. 1 наведений графік загасаючих радіальних коливань контрольної оправки при її імпульсному навантаженні. Час загасання коливань оцінюється величиною  $T_3 \approx 30$  мс.

Сумарне розрахункове значення ординати графіка визначається з виразу:

$$X_j = \sum_{i=1}^J x_{ij} \quad (4)$$

Позначимо  $\Delta_j = x_j - x_j^E$ , де  $x_j^E$  - експериментальне значення ординати графіка (рис. 1). Тоді критерієм визначення модальних параметрів може служити мінімум суми квадратів відхилень розрахункових і експериментальних ординат графіків на рис. 1 від розрахункових:

$$\min_{\beta_i, \omega_i, W_i} \sum_{j=1}^J \Delta_j^2; i = \overline{1, 4}; j = \overline{1, 101} \quad (5)$$

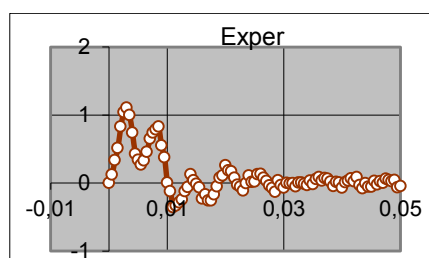


Рисунок 1 – Модельний графік радіальних коливань контрольної оправки

Отже можна зробити наступні висновки:

1. Розроблені методика і програма розрахунково-експериментальної ідентифікації модальних параметрів елементів пружної системи забезпечують ефективно і точно діагностування динамічної коливальної 4-ох масової несучої системи верстата.

2. Реалізовані принципи машинного моделювання дозволяє зменшити загальні витрати і час на забезпечення технологічної надійності верстата в процесі його експлуатації.

3.Пропоновані методика розрахунково-експериментальної ідентифікації модальних параметрів забезпечують зручну і надійну ідентифікацію деформаційних властивостей, зносу стиків і динамічних характеристик вузлів верстата.

### Список літератури

- 1 Вибрации в технике: Справочник.- М.: Машиностроение, 1980. Т.1. – 1980. – 402 с.
- 2 Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия,– М.: Мир, 1989 –509 с.
- 3 Гордєєв, О.Ф., Четвержук Т.І., Безрозбірна діагностика стиків металорізальних верстатів на основі самоподібності деформацій. Міжнародний збірник наукових праць «Прогресивні технології і системи машинобудування». – Донецьк: 2014. – Випуск №1(47). – С. 99-105.

**Четвержук, Т.І. Розрахунково-експериментальна ідентифікація модальних параметрів елементів пружної системи верстата [Текст] / Т.І. Четвержук // Машинобудування України очима молодих: прогресивні ідеї - наука - виробництво : тези доповідей XIV Всеукраїнської молодіжної науково-технічної конференції, м. Суми, 27-31 жовтня 2014 р. / Відп. за вип. В.О. Залога. - Суми : СумДУ, 2014. - С. 104-106.**