

Деформування довгої тонкої циліндричної оболонки еліптичного перерізу як тестова задача

Максимюк В.А., *провідний науковий співробітник*
Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України, м. Київ

Аналітичні розв'язки мають цінність як тести для чисельних методів. Особливо цінними вони є для задач механіки, яким притаманні явища замикання [1]. Однією з таких є задача про деформування під внутрішнім тиском довгої циліндричної оболонки еліптичного перерізу, що обумовлено великими згинами за малих розтягів. Ця одновимірна задача має півтора столітню історію [2]. Проте перші аналітичні розв'язки були надто спрощені. Коректні результати, очевидно вперше (1933), були отримані Тимошенком і опубліковані в першому виданні монографії [3], де моменти обчислювались за допомогою таблиці деяких коефіцієнтів, процедура отримання яких залишилась невідомою.

В розрахунках варіаційно-різницеvim методом на основі класичного функціонала Лагранжа спостерігалась сповільнена збіжність внаслідок мембранного замикання. Для досягнення збіжності у трьох значущих цифрах максимальних угинів потрібно було чверть напрямної розбити на 2561 вузлових точок. Отримані тоді моменти збігались з результатами, обчисленими за таблицею [3]. Для покращення збіжності застосовувався змішаний функціонал [1], в якому додатково варіювалась мембранна деформація. Тоді для досягнення такої ж збіжності достатньо було 41 вузлів. Отже, дана задача доповнює колекцію так званих патологічних тестів[1].

З погляду явищ замикання двовимірне деформування циліндричної оболонки з закріпленими торцями є простішою задачею за рахунок зменшення згинів через підкріплюючу дію торців.

1. V.A. Maksimyyuk, E.A. Storozhuk, I.S. Chernyshenko, *Int. Appl. Mech.* **48**, 613 (2012).
2. J.A.C.H. Bresse, *Cours de Mecanique Appliquee. Premi?re Partie. Resistance des materiaux et stabilite des constructions* (Paris: Gauthier-Villars: 1866).
3. S. Timoshenko, *Strength of Materials. Part II, Advanced Theory and Problems* (New York: D. Van Nostrand Company: 1941).