

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА,  
АВТОМАТИКА

**ІМА :: 2016**

**МАТЕРІАЛИ  
та програма**

НАУКОВО-ТЕХНІЧНОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ

(Суми, 18–22 квітня 2016 року)



Суми  
Сумський державний університет  
2016

**Периодические гиббсовские меры для одной модели**

Хакимов Р.М., докторант.

Институт математики, Ташкент, Узбекистан

Пусть  $\tau^k = (V, L)$  есть дерево Кэли порядка  $k \geq 1$ . Известно, что  $\tau^k$  можно представить как  $G_k$  – свободное произведение  $k+1$  циклических групп второго порядка [1]. Рассмотрим модель, где спин принимает значения из множества  $\Phi = \{1, 2, \dots, q\}$ ,  $q \geq 2$ . Гамильтониан модели Поттса определяется

$$H(\sigma) = -J \sum_{\langle x, y \rangle \in L} \delta_{\sigma(x)\sigma(y)} - \alpha \sum_{x \in V} \delta_{1\sigma(x)},$$

где  $J \in R$ ,  $\alpha \in R$  – внешнее поле и  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

Известно [1], что каждой мере Гиббса для модели Поттса можно сопоставлять совокупность векторов  $h = \{h_x, x \in G_k\}$  удовлетворяющих  $h_x = \sum_{y \in S(x)} F(h_y, \theta)$  где  $S(x)$  – множество "прямых потомков" (см.[1]), точки

$x \in V$  и  $F : (h_1, \dots, h_{q-1}) \in R^{q-1} \rightarrow F(h, \theta) = (F_1, \dots, F_{q-1}) \in R^{q-1}$  определяется как:

$$F_i = \ln \left\{ (\theta - 1) e^{h_i} + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} + 1 \right\} / \left\{ \theta + \sum_{j=1}^{q-1} e^{h_j} \right\}.$$

В работе [2] изучены  $G_k^{(2)}$ -периодические меры Гиббса на инварианте  $I_m$ . Следующие теоремы улучшают результаты из [1]:

**Теорема 1.** Пусть  $\theta_{cr} = \frac{k-q+1}{k+1}$ ,  $k \geq 3$ ,  $q \geq 3$ ,  $J < 0$ ,  $\alpha = 0$ . Тогда

для модели Поттса на  $I_m$  для некоторого  $m$  при  $0 < \theta < \theta_{cr}$  существуют ровно две  $G_k^{(2)}$  – периодические (не трансляционно-инвариантные) меры Гиббса.

**Теорема 2.** Для модели Поттса при  $k \geq 3$ ,  $3 \leq q < k+1$  и  $0 < \theta < \theta_{cr}$  на  $\bigcup_{m=1}^q I_m$  существуют ровно  $2 \cdot (2^q - 1)$   $G_k^{(2)}$  – периодических (не трансляционно-инвариантных) мер Гиббса.

1. Н.Н. Ганиходжаев, У.А. Розиков *ТМФ* **111** No 1, 109 (1997).
2. R.M. Khakimov, *J. Sib. Fed. University.* **7**(3), 297 (2014).