

КРИТИЧНИЙ ПОГЛЯД НА ОСНОВНІ ДИФЕРЕНЦІЙНІ РІВНЯННЯ ГІДРОСТАТИКИ (РІВНЯННЯ ЄЙЛЕРА)

CRITICAL LOOK AT BASIC DIFFERENTIAL EQUATIONS OF HYDROSTATICS (EULER EQUATIONS)

Ковальов І.О., професор, Назаров М.С., студент, СумДУ, Суми

Kovalev I.O., professor, Nazarov M.S., student, SumSU, Sumy

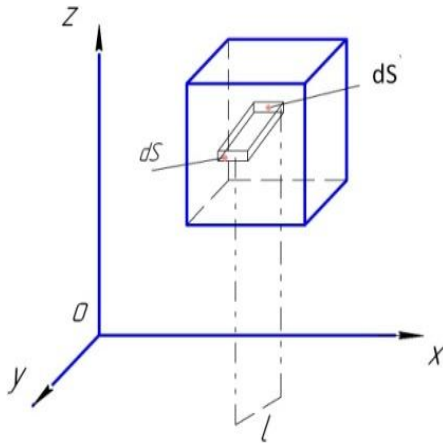


Рисунок 1

У навчальних курсах «Гідравліки» та «Механіки рідин і газів» названі рівняння у вигляді:

$$X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0; \quad Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = 0; \quad Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Отримуються шляхом використання тільки трьох умов рівноваги виділеного елементарного об'єму рідини, а саме, прирівнювання суми проекцій зовнішніх сил нулю.

Але при цьому три інші умови рівноваги, а саме, необхідність нульового значення суми моментів цих сил відносно кожної з осей координат, чомусь ігноруються. Це викликає певний сумнів у коректності вищенаведених рівнянь.

Для перевірки цього питання виділимо у рідині об'єм кінцевих розмірів у вигляді паралелепіпеда із гранями, паралельними площинам координат і виріжемо в ньому нескінченно тонку призму із основою dS , що паралельна площині XOZ .

Використаємо друге рівняння у вигляді $Y\rho = \frac{\partial p}{\partial y}$ і помножимо його на $zdydS$, де z - координата площини dS і взагалі всіх точок призми.

Отримаємо:

$$\int zY\rho dydS = \int zdPdS = zdS(p-p') \quad (2)$$

де p і p' - гідростатичні тиски на dS і dS' відповідно.

Легко переконатися, що перша частина рівняння (2) є момент масової сили Y відносно осі OX :

$\int dydS$ – це об'єм вирізаної призми,

$\int \rho dydS$ – маса цієї призми,

$\int Y\rho dydS$ – проекція масової сили на вісь OY .

Вона, як видно із рисунка 1, паралельна осі OY і перпендикулярна OZ . Тому створює момент відносно осі OX , який дорівнює $\int zY\rho dydS$.

Друга частина рівняння (2) уявляє собою суму моментів сил тиску на площину dS і dS' відносно осі OX . Дійсно, на площину dS діє сила PdS , момент якої дорівнює $zPdS$, а на площину dS' діє сила $P'dS = P'dS$ (так як

для призми $dS = dS'$), момент якої дорівнює $-zP'dS$. Сума цих моментів буде $zdS(p-p') = -zdS(p' - p) = -zdS \frac{\partial p}{\partial y}$

1.

Згідно із (2) ми встановили, що сума моментів, створених масовими силами і поверхневими (силами тиску), взятих відносно осі OX , дорівнює нулю.

До такого є результату ми дійшли б, якщо призму вирізали паралельну осі OX або OZ .

Висновок. Встановлено, що розглянуті нами три додаткові умови задовольняються самі собою при умові виконання рівнянь (1) і ніяких нових співвідношень між проєкціями зовнішніх сил і густиною вони не дають.