

УДК 621.373

КП

№ держреєстрації 0114U003770

Інв. №

Міністерство освіти і науки України  
Сумський державний університет  
(СумДУ)  
40007, м. Суми, вул. Римського-Корсакова, 2  
тел. (0542) 687-776 факс(0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ  
Проректор з наукової роботи  
д.ф.-м.н., професор

\_\_\_\_\_ А.М. Чорноус

ЗВІТ  
ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

**Множинні резонансні взаємодії у плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах**

**НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛАЗЕРАХ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ Н-УБЫТРОННОГО ТИПУ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ**

(заключний)

Начальник НДЧ  
к.ф.-м.н., с.н.с.

Д. І. Курбатов

Керівник НДР  
д. ф.-м. н., доцент

О. В. Лисенко

2016

Рукопис завершено 17 липня 2016 року  
Результати цієї роботи розглянуто науковою радою СумДУ,  
протокол від 2016.06.15 № 10

**СПИСОК АВТОРІВ**

Керівник НДР: д.ф.-м.н., зав. каф. МСС	_____	О. В. Лисенко
	(2016.07.17)	(вступ, розділи 1–3, висновки)
к.ф.-м.н., доцент	_____	В. В. Коваль
	(2016.07.17)	(підрозділ 2.3)
к.ф.-м.н., доцент	_____	М. Ю. Ромбовський
	(2016.07.17)	(підрозділ 3.3)
аспірант	_____	Г. А. Олексієнко
	(2016.07.17)	(розділи 2, 3)
аспірант	_____	Ю. Ю. Волк
	(2016.07.17)	(розділ 1)
студентка	_____	О. А. Колоскова
	(2016.07.17)	(рисунок, оформлення)
студент	_____	Г. В. Биченко
	(2016.07.17)	(рисунок, оформлення)

## РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 57 с., 18 рис., 1 табл., 71 джерел.

**Об'єкт дослідження** — нелінійні процеси в плазмово-пучкових супергетеродинних лазерах на вільних електронах.

**Предмет дослідження** — вимушене випромінювання потужнострумовими релятивістськими електронними пучками в електромагнітних полях і його використання для формування потужних електромагнітних хвиль.

**Мета роботи** — встановлення основних фізичних закономірностей нелінійних процесів у плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ; визначення режимів роботи ППСЛВЕ, при яких можливе формування інтенсивних електромагнітних хвиль.

**Методи дослідження** — у якості базового математичного апарату для теоретичного дослідження нелінійних процесів у супергетеродинних ЛВЕ використаний ієрархічний підхід до теорії коливань і хвиль [1-4]. Також застосовувалися стандартні чисельні й чисельно-аналітичні методи, у тому числі, метод повільно змінних амплітуд.

Проведено модернізацію методу усереднених характеристик у частині побудови схем асимптотичного інтегрування, які поєднують прямі і зворотні переходи. Побудована мультигармонічна кубічно-нелінійна теорія плазмово-пучкових супергетеродинних лазерів на вільних електронах доплертронного і Н-убітронного типів з гвинтовими електронними пучками. Установлені механізми насичення та отримані рівні насичення при невісьовому вльоті електронного пучка. Встановлені оптимальні режими роботи плазмово-пучкових супергетеродинних ЛВЕ з гвинтовими пучками.

ЛАЗЕРИ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ, ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВА НЕСТІЙКІСТЬ, ХВИЛІ ПРОСТОРОВОГО ЗАРЯДУ, ПАРАМЕТРИЧНІ ВЗАЄМОДІЇ ХВИЛЬ, ГВИНТОВІ ЕЛЕКТРОННІ ПУЧКИ

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 МОДЕРНІЗОВАНИЙ МЕТОД УСЕРЕДНЕНИХ ХАРАКТЕРИСТИК.....	6
1.1 Випадок однієї швидкої фази.....	7
1.2 Випадок декількох швидких фаз .....	9
2 НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛВЕ ДОПЛЕРТРОННОГО ТИПУ ІЗ ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ ..	12
2.1 Модель.....	12
2.2 Основні рівняння.....	15
2.3 Аналіз .....	19
3 НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛАЗЕРАХ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ Н-УБІТРОННОГО ТИПУ 3 ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ .....	31
3.1 Модель.....	31
3.2 Основні рівняння.....	33
3.3 Аналіз .....	37
ВИСНОВКИ.....	48
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ .....	50

## ВСТУП

Серед різних типів ЛВЕ варто виділити супергетеродинні лазери на вільних електронах (СЛВЕ) [1-19]. Особливістю СЛВЕ є те, що в них використовують додатковий механізм підсилення поздовжніх хвиль. Завдяки цьому, при рівних із традиційними ЛВЕ параметрах системи (таких як сила струму, енергія пучка, амплітуда поля накачування та ін.) однакове підсилення хвилі сигналу досягається у СЛВЕ при істотно менших довжинах системи. Як додаткові механізми підсилення в СЛВЕ використовують пучкові нестійкості, наприклад, двопотокову, плазмово-пучкову. Відомо, що такі нестійкості здатні забезпечити винятково високі рівні підсилення пучкових хвиль [20–30]. Саме тому СЛВЕ, побудовані на такій технологічній базі, характеризуються настільки високими підсилювальними властивостями.

З літературних джерел відомо, що використання гвинтового електронного пучка в ряді випадків приводить до збільшення ефективності роботи СВЧ пристроїв [19, 31–37, 47–52]. Тому, тут у рамках кубічно-нелінійного наближення досліджується вплив на підсилювальні властивості ППСЛВЕ доплертронного і Н-убітронного типів неосьового вльоту пучка електронів. Також, у роботі розглядаються різні режими параметричної взаємодії хвиль і їх вплив на інтенсивність електромагнітного випромінювання хвилі сигналу. Проведена модернізація методу усереднених характеристик для рішення задач у супергетеродинних ЛВЕ з урахуванням специфіки множинних параметричних резонансів. Така модернізація пов'язана із прямим і зворотним переходами й спрямована на спрощення алгоритму асимптотичного інтегрування для систем з одним ієрархічним рівнем. Проведено алгоритмізацію знаходження матричних елементів з метою переходу від їхнього аналітичного знаходження до чисельного.

Основні результати даної науково-дослідної роботи представлені в роботах [53–71].

## 1 МОДЕРНІЗОВАНИЙ МЕТОД УСЕРЕДНЕНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Як відомо [1-3], процедура знаходження рішень за допомогою методу усереднених характеристик складається з: а) перетворення вихідної системи нелінійних рівнянь до більш простої системи усереднених рівнянь; б) знаходження рішень системи усереднених рівнянь як функції усереднених величин; в) виконання зворотних перетворень для одержання рішень вихідних рівнянь через неусереднені величини. При цьому рішення системи усереднених рівнянь як функції усереднених величин знаходяться із самої процедури переходу до усередненої системи рівнянь: для осциляторних величин знаходять аналітичні вирази, для постійних складових - диференціальні рівняння.

З одного боку, можливість одержати аналітичні рішення є позитивною стороною методу усереднених характеристик. А з іншого боку, коли в параметричних резонансних взаємодіях беруть участь сотні гармонік, і при цьому одночасно реалізуються кілька різних типів взаємодій, така перевага перетворюється в недолік. При цьому також потрібно врахувати, що спочатку потрібно аналітично провести прямі перетворення, а потім провести аналітично зворотні перетворення. Тому виникає необхідність переходу від ряду аналітичних процедур до таких, які можна було б реалізувати у вигляді комп'ютерних програм.

Аналізуючи загальну схему рішення задач із мультигармонічними резонансними взаємодіями можна переконатися в тому, що зворотний перехід від усереднених величин до неусереднених, можна проводити не для всіх величин, а тільки для деяких. Виявляється, що в більшості практично цікавих випадках досить здійснити зворотний перехід тільки лише для швидких фаз, по яких відбувається розкладання в ряди Фур'є у рівняннях Максвелла. Тому, виникає наступне питання: чи не можна модернізувати схему асимптотичного інтегрування таким чином, щоб при її застосуванні можна було б одержати рішення, які відразу ж залежали від неусереднених фаз без додаткового зворотного переходу. Така модернізація спростить загальний

алгоритм асимптотичного інтегрування, дозволить збільшити ефективність методу усереднених характеристик.

### 1.1 Випадок однієї швидкої фази

Система вихідних рівнянь може бути записана у формі

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\mathbf{x}, \psi), \quad \frac{d\psi}{dt} = \Omega(\mathbf{x}). \quad (1.1)$$

Для переходу до усереднених повільних змінних використовуємо заміну Крилова-Боголюбова в модернізованій формі

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi). \quad (1.2)$$

Як бачимо, в (1.2) швидка фаза залишається неусередненою. Функції  $\mathbf{u}^{(n)}$  підбираємо таким чином, щоб праві частини усереднених рівнянь для повільних змінних не залежали від швидких фаз

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}). \quad (1.3)$$

Функції  $\mathbf{u}^{(n)}$  й  $\mathbf{A}^{(n)}$ , які входять в (1.2)–(1.3), знаходимо з наступних співвідношень

$$\mathbf{A}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \rangle, \quad (1.4)$$

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m=-N, m \neq 0}^{m=+N} \frac{\mathbf{g}_m^{(n)}}{im\Omega(\bar{\mathbf{x}})} \exp(im\psi). \quad (1.5)$$

У рівняннях (1.4)-(1.5) використані позначення

$$\mathbf{g}_m^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \psi) \rangle_{m\psi} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-im\psi} d\psi, \quad \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle = \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{0\cdot\psi}. \quad (1.6)$$

Вирази для  $\mathbf{A}^{(n)}, \mathbf{u}^{(n)}$  визначаються через  $\mathbf{g}^{(n)}$ , які пов'язані з функціями  $\mathbf{X}(\mathbf{x}, \psi)$ ,  $\Omega(\mathbf{x})$  вихідної системи рівнянь (1.1) у такий спосіб:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi), \quad (1.7)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi} \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right), \quad (1.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{g}^{(3)} = \frac{1}{\xi^3} \left[ \sum_j \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi} \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \psi} \frac{\partial \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.9)$$

Відзначимо, що в співвідношеннях (1.2)–(1.9)  $\bar{\mathbf{x}}, \mathbf{u}^{(n)}$  і  $\mathbf{A}^{(n)}$  – вектори з компонентами  $\bar{x}^{(j)}, u^{(n,j)}$  і  $A^{(n,j)}$  відповідно,  $\mathbf{X}$  – вектор-функція, а  $\Omega$  – скалярна функція.

Таким чином, ми одержали для випадку однієї швидкої фази модернізований алгоритм асимптотичного інтегрування (1.2), (1.4), (1.5), (1.7)–(1.9), в якому непотрібно виконувати процедуру зворотного переходу завдяки це значно спрощує загальну обчислювальну процедуру методу усереднених характеристик. А це у свою чергу приводить до збільшення ефективності методу усереднених характеристик.



## 1.2 Випадок декількох швидких фаз

Узагальнимо отриманий алгоритм для випадку декількох швидких фаз. У цьому випадку  $\boldsymbol{\psi} = \{\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_k\}$  – вектор швидких фаз,  $\boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x})$  – вектор-функція повільних змінних. Тоді вихідна система запишеться у вигляді

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\psi}), \quad \frac{d\boldsymbol{\psi}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}(\mathbf{x}). \quad (1.10)$$

Для переходу до усереднених повільних змінних використовуємо модернізовану заміну Крилова-Боголюбова, що залежить від вектора швидких фаз

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{u}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}, \boldsymbol{\psi}), \quad (1.11)$$

Функції  $\mathbf{u}^{(n)}$  підбираємо таким чином, щоб праві частини усереднених рівнянь для повільних змінних не залежали від швидких

$$\frac{d\bar{\mathbf{x}}}{dt} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\xi^n} \mathbf{A}^{(n)}(\bar{\mathbf{x}}), \quad (1.12)$$

Алгоритм знаходження  $\mathbf{u}^{(n)}$  й  $\mathbf{A}^{(n)}$ , які входять в (1.11)–(1.12), змінюється. Осциляторні компоненти (1.11) знаходяться зі співвідношення

$$\mathbf{u}^{(n)} = \sum_{m_1=-N}^{m_1=+N} \dots \sum_{m_k=-N}^{m_k=+N} \frac{\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}}{i(m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k)} \exp(i(m_1\psi_1 + \dots + m_k\psi_k)). \quad (1.13)$$

за умови, щоб жоден зі знаменників (1.13) не перетворювався в нуль. Випадки

$$m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0, \quad (1.14)$$

називають комбінаційними резонансами [1-4, 43–46]. Це значить, що осциляторні доданки в (1.13) визначаються нерезонансними компонентами  $\mathbf{g}^{(n)}$ .

Функція  $\mathbf{A}^{(n)}$ , на відміну від аналогічної формули (1.4), визначається як середнім значенням  $\langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle$ , так і компонентами  $\mathbf{g}^{(n)}$ , пов'язаними з комбінаційними резонансами

$$\mathbf{A}^{(n)} = \mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)} \Big|_{m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k = 0}. \quad (1.15)$$

У рівняннях (1.13) і (1.15) використовували позначення

$$\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)} = \langle \mathbf{g}^{(n)} \rangle_{m_1\psi_1, \dots, m_k\psi_k} = \left( \frac{1}{2\pi} \right)^k \cdot \int_0^{2\pi} \dots \int_0^{2\pi} \mathbf{g}^{(n)} e^{-i(m_1\psi_1 + \dots + m_k\psi_k)} d\psi_1 \dots d\psi_k. \quad (1.16)$$

Функції  $\mathbf{g}^{(n)}$ , через які визначаються  $\mathbf{u}^{(n)}$  й  $\mathbf{A}^{(n)}$  в (1.13) і (1.15), мають такий вигляд:

$$\mathbf{g}^{(1)} = \frac{1}{\xi} \mathbf{X}(\bar{\mathbf{x}}, \psi), \quad (1.17)$$

$$\mathbf{g}^{(2)} = \frac{1}{\xi^2} \sum_j \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right), \quad (1.18)$$

$$\mathbf{g}^{(3)} = \frac{1}{\xi^3} \left[ \sum_j \left( \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(1,j)} - \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \bar{x}^{(j)}} A^{(2,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(2,j)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(2)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)}} u^{(1,j)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{j,k} \left( \frac{\partial^2 \mathbf{X}}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} - \sum_s \frac{\partial \mathbf{u}^{(1)}}{\partial \psi_s} \frac{\partial^2 \Omega_s}{\partial \bar{x}^{(j)} \partial \bar{x}^{(k)}} u^{(1,j)} u^{(1,k)} \right) \right]. \quad (1.19)$$

Таким чином, наявність декількох швидких фаз якісно змінює процедуру асимптотичного інтегрування – виникає необхідність врахування комбінаційних резонансів. З погляду математичної процедури, врахування комбінаційних резонансів складається у поділі  $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$  на резонансні компоненти, для яких виконується умова (1.14), і нерезонансні, для яких ця умова не виконується. Так як частоти  $\Omega_s$ , що залежать від повільних змінних  $\mathbf{x}$ , із часом змінюються, то в процесі інтегрування ми постійно повинні перевіряти умову (1.14). Така перевірка з погляду комп'ютерного моделювання зводиться до перевірки нерівності

$$m_1\Omega_1 + \dots + m_k\Omega_k \leq 1/\xi. \quad (1.20)$$

Так як кількість гармонік  $N$ , що враховується при комп'ютерному моделюванні, обмежена ( $m_s \leq N$ ), то комп'ютерна перевірка умови (1.20) не є складним завданням.

Також варто враховувати, що виходячи з фізичних міркувань, практично всі резонансні умови типу (1.14), (1.20) є відомими. Тому доцільно дану перевірку об'єднати із процедурою знаходження  $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$  (1.16). Функції  $\mathbf{g}^{(n)}$ , як правило, формуються величинами, що мають вид рядів Фур'є з повільно змінними амплітудами. Тому чисельне знаходження  $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$  – амплітуд при відповідних комбінаційних фазах, по суті, зводиться до аналізу резонансних умов і формуванню  $\mathbf{g}_{m_1, \dots, m_k}^{(n)}$  як функції амплітуд величин, які входять в  $\mathbf{g}^{(n)}$ . Таким чином, алгоритми, описані в (1.11), (1.13), (1.15), (1.17)–(1.19) дозволяють вирішувати мультигармонічні нелінійні задачі з урахуванням параметричних резонансів різного типу.

## 2 НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛВЕ ДОПЛЕРТРОННОГО ТИПУ ІЗ ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

Прилади, які здатні генерувати та підсилювати потужне когерентне електромагнітне випромінювання в міліметровому і субміліметровому діапазоні довжин хвиль, постійно привертають увагу дослідників [1–22]. До таких пристроїв належать і плазмово-пучкові супергетеродинні лазери на вільних електронах (СЛВЕ) [11–17, 31–33]. Особливістю СЛВЕ є те, що в них використовується додатковий механізм підсилення поздовжніх хвиль. Як додатковий механізм підсилення в СЛВЕ використовують пучкові нестійкості, наприклад, двопотокову, плазмово-пучкову [1, 19, 38]. Такі нестійкості здатні забезпечити винятково високі рівні підсилення пучкових хвиль. Саме тому ППСЛВЕ характеризуються настільки високими підсилювальними властивостями [1, 31–33].

Підсилювальні властивості плазмово-пучкових СЛВЕ (ППСЛВЕ) у випадку осьового вльоту електронного пучка були вивчені в роботах [31–36]. Динаміка хвиль у ППСЛВЕ із гвинтовими електронними пучками раніше не розглядалася. Хоча з літературних джерел відомо, що використання гвинтових електронних пучків у системах з поздовжнім магнітним полем приводить до збільшення ефективності роботи пристроїв [3436–37, 47–52]. У цьому розділі проведено вивчення підсилювальних властивостей ППСЛВЕ доплертронного типу, які використовують гвинтові електронні пучки.

### 2.1 Модель

Модель досліджуваного приладу представлена на рис. 2.1. Плазмове середовище 1, що характеризується ленгмюрівською частотою  $\omega_p$ , знаходиться в поздовжньому фокусуєчому магнітному полі з напруженістю  $H_0$ . У це середовище під кутом  $\beta$  по відношенню до вектора напруженості магнітного поля інжектуються електронний пучок 2. Ленгмюрівська частота електронного пучка  $\omega_b$ ,  $\omega_b \ll \omega_p$ . В якості

накачки використовуємо інтенсивну циркулярно поляризовану низькочастотну електромагнітну хвилю із частотою  $\omega_2$  і хвильовим числом  $k_2$ , що поширюється уздовж осі системи  $Z$  назустріч електронному пучку. Частота цієї хвилі менше циклотронної частоти  $\omega_H$  обертання електронів у поздовжньому магнітному полі. Розглядаємо випадок, коли  $\omega_H \ll \omega_p$ . Також на вхід системи подається слабка високочастотна циркулярно поляризована електромагнітна хвиля сигналу із частотою  $\omega_1$  і хвильовим числом  $k_1$ . У досліджуваному СЛВЕ має місце параметричний резонанс між хвилями сигналу, накачки та хвилею просторового заряду. Умова параметричного резонансу між цими хвилями:

$$\omega_{3,1} = \omega_1 - \omega_2, \quad k_{3,1} = k_1 + k_2. \quad (2.1)$$

Завдяки параметричній взаємодії (2.1) у плазмово-пучковому СЛВЕ збуджується хвиля просторового заряду. Де  $\omega_{3,1}$  і  $k_{3,1}$  частота і хвильове число першої гармоніки ХПЗ, відповідно.

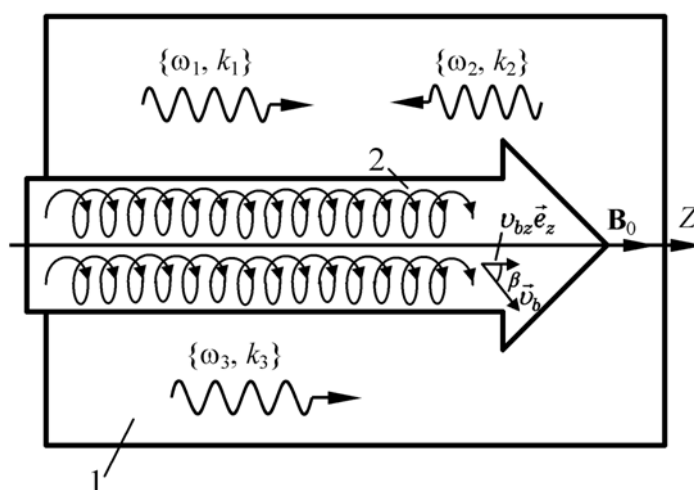


Рисунок 2.1 — Схема плазмово-пучкового СЛВЕ доплертронного типу із гвинтовим РЕП

У плазмово-пучковому СЛВЕ використовується ефект супергетеродинного підсилення. Його суть полягає у використанні додаткового механізму посилення однієї із трьох хвиль, які беруть участь у трихвильовому параметричному резонансі. У досліджуваному СЛВЕ як такий механізм використовується посилення ХПЗ за рахунок плазмово-пучкової нестійкості [1, 19]. Параметри пристрою вибираємо так, щоб наростання ХПЗ було максимальним за рахунок плазмово-пучкової нестійкості. Відомо, що інкременти зростання плазмово-пучкової нестійкості є високі [1, 19]. Тому результуючий коефіцієнт підсилення електромагнітної хвилі у досліджуваному СЛВЕ виявляється також високим. Саме завдяки додатковому механізму підсилення супергетеродинні ЛВЕ мають більш високі підсилувальні характеристики в порівнянні з іншими типами ЛВЕ.

Ще одною особливістю таких пристроїв є те, що хвиля просторового заряду, що зростає за рахунок плазмово-пучкової нестійкості, характеризується квазілінійною дисперсійною залежністю [1, 19–31]:

$$k_{3,m} \approx \omega_{3,m} / v_{bz}, \quad (2.2)$$

де індекс « $m$ » — номер гармоніки,  $k_{3,m}$  — хвильове число  $m$ -ї гармоніки,  $\omega_{3,m} = \omega_{3,1} \cdot m$  — частота  $m$ -ї гармоніки,  $v_{bz}$  —  $z$ -компонента швидкості електронного пучка.

Це значить, що частоти і хвильові числа  $m$ -х гармонік пропорційні номеру гармоніки  $m$ . Тому між гармоніками хвилі просторового заряду виникає багато рихвильових параметричних резонансів

$$\omega_{3,m_1} = \omega_{3,m_2} + \omega_{3,m_3}, \quad k_{3,m_1} = k_{3,m_2} + k_{3,m_3}, \quad (2.3)$$

де  $m_1, m_2, m_3$  — номери гармонік взаємодіючих хвиль. Враховуючи (2.2), співвідношення (2.3) зводяться до виразу

$$m_1 = m_2 + m_3, \quad (2.4)$$

Зауважимо, що номери гармонік, є цілі числа. Тому умова (2.4) може бути виконаною безліччю способів, наприклад,  $2 = 1 + 1$ ,  $3 = 2 + 1$  і так далі. Такі трихвильові взаємодії приводять до збудження вищих гармонік ХПЗ. Множинні трихвильові резонансні взаємодії гармонік хвилі ХПЗ, що задовольняють умові (2.4), ми будемо враховувати при аналізі динаміки хвиль у ППСЛВЕ.

## 2.2 Основні рівняння

Для одержання рівнянь, які описують динаміку амплітуд полів у досліджуваному пристрої, застосовуємо квазігідродинамічне рівняння [1, 19], рівняння неперервності і рівняння Максвелла. Для рішення квазігідродинамічного рівняння використовуємо модернізований метод усереднених характеристик [1, 42], для рішення рівнянь неперервності і рівнянь Максвелла — метод повільно змінних амплітуд.

Розглядаємо випадок, коли розкидом електронів по швидкостях, а також зіткненнями можна знехтувати. Відповідно до методу усереднених характеристик робимо перехід до характеристик квазігідродинамічного рівняння. В отриманих рівняннях виразимо компоненти швидкості електронів пучка  $v_{bx}$  і  $v_{by}$  через перпендикулярну складову швидкості  $v_{b\perp} = \sqrt{v_{bx}^2 + v_{by}^2}$  і фазу обертання  $p_{b0}$  електрона в магнітному полі:  $v_{bx} = v_{b\perp} \cos p_{b0}$ ,  $v_{by} = v_{b\perp} \sin p_{b0}$ . Такий перехід пов'язаний з тим, що в поздовжньому фокусуєчому магнітному полі в поперечній площині в знебуреному стані електрони рухаються по колу. Тоді вихідні рівняння руху приймають наступний вигляд:

$$\frac{dv_{b\perp}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_b} \left[ \cos p_{b0} \left( E_x - \frac{v_{bz}}{c} B_y \right) + \sin p_{b0} \left( E_y + \frac{v_{bz}}{c} B_x \right) - \frac{v_{b\perp} (\mathbf{E}\mathbf{v})}{c^2} \right], \quad (2.5)$$

$$\frac{dp_{b0}}{dt} = -\frac{\omega_H}{\gamma_b} + \frac{e}{m_e \gamma_b v_{b\perp}} \left[ \cos p_{b0} \left( E_y + \frac{v_{bz}}{c} B_x \right) - \sin p_{b0} \left( E_x - \frac{v_{bz}}{c} B_y \right) \right], \quad (2.6)$$

$$\frac{dv_{bz}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_b} \left[ E_z + \frac{v_{b\perp}}{c} (B_y \cos p_{b0} - B_x \sin p_{b0}) - \frac{v_{bz}(\mathbf{E}\mathbf{v})}{c^2} \right], \quad (2.7)$$

$$\frac{d\gamma_b}{dt} = \frac{e}{m_e c^2} [E_x v_{b\perp} \cos p_{b0} + E_y v_{b\perp} \sin p_{b0} + E_z v_{bz}]. \quad (2.8)$$

У рівняннях (2.5)–(2.8)  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  — компоненти вектора напруженості електричного поля сигналу, накачки і ХПЗ,  $B_x$ ,  $B_y$  — компоненти вектора індукції магнітного поля сигналу, накачки,  $\omega_H = eB_0 / (m_e c)$  — циклотронна частота обертання електронів у поздовжньому магнітному полі;  $c$  — швидкість світла;  $\gamma_b = 1 / \sqrt{1 - (v_{bz}^2 + v_{b\perp}^2) / c^2}$  — релятивістський фактор;  $e$  і  $m_e$  — заряд і маса електрона. До цієї системи рівнянь застосовуємо процедуру асимптотичного інтегрування відповідно до методу усереднених характеристик [1, 42] і знаходимо швидкості як функції електричних і магнітних полів. Далі підставляємо отримані рішення в рівняння неперервності і рівняння Максвелла, до яких застосовуємо метод повільно змінних амплітуд.

У підсумку одержуємо в кубічному наближенні для комплексних амплітуд  $x$ - і  $y$ - компонент напруженості електричного поля сигналу ( $E_{1x}$ ,  $E_{1y}$ ),  $x$ - і  $y$ - компонент напруженості електричного поля накачки ( $E_{2x}$ ,  $E_{2y}$ ) і  $m$ -х гармонік напруженості електричного поля ХПЗ ( $E_{3z,m}$ ) систему диференціальних рівнянь:

$$K_2 \frac{d^2 E_{1x}}{dt^2} + K_1 \frac{dE_{1x}}{dt} = K_3 E_{3z} E_{2x} + F_{1x}, \quad (2.9)$$

$$K_2 \frac{d^2 E_{1y}}{dt^2} + K_1 \frac{dE_{1y}}{dt} = K_3 \eta_1 \eta_2 E_{3z} E_{2y} + F_{1y}, \quad (2.10)$$

$$M_2 \frac{d^2 E_{2x}}{dt^2} + M_1 \frac{dE_{2x}}{dt} = M_3 E_{3z}^* E_{1x} + F_{2x}, \quad (2.11)$$



$$M_2 \frac{d^2 E_{2y}}{dt^2} + M_1 \frac{dE_{2y}}{dt} = M_3 \eta_1 \eta_2 E_{3z}^* E_{1y} + F_{2y}, \quad (2.12)$$

$$C_{2,m} \frac{d^2 E_{3z,m}}{dt^2} + C_{1,m} \frac{dE_{3z,m}}{dt} + D_{3m} E_{3z,m} = C_{3,m} (E_{1x,m} E_{2x,m}^* + E_{1y,m} E_{2y,m}^*) + F_{3z,m}. \quad (2.13)$$

З рівнянь (2.9)–(2.13) випливає, що для досліджуваного пристрою власними є циркулярно поляризовані електромагнітні хвилі. У цих рівняннях  $K_2 = 0,5 \cdot \partial^2 D_1 / \partial(i\omega_1)^2$ ;  $K_1 = \partial D_1 / \partial(i\omega_1)$ ;  $M_2 = 0,5 \cdot \partial^2 D_2 / \partial(i\omega_2)^2$ ;  $M_1 = \partial D_2 / \partial(i\omega_2)$ , де  $D_1 = D(\omega_1, k_1)$ ,  $D_2 = D(\omega_2, k_2)$  — дисперсійні функції поперечних електромагнітних хвиль сигналу  $(\omega_1, k_1)$  і накачки  $(\omega_2, k_2)$ :

$$D(\omega, k) = \frac{i}{c\omega} \left\{ k^2 c^2 - \omega^2 + \sum_q^{b,p} \left[ \frac{\omega_q^2}{\gamma_q (\Omega_q + \eta \omega_H / \gamma_q)^2} \times \left( \Omega_q (\Omega_q + \eta \omega_H / \gamma_q) - \frac{v_{q\perp}^2}{2c^2} (\omega^2 - k^2 c^2) \right) \right] \right\}. \quad (2.14)$$

В рівняннях (2.9)–(2.14)

$$\eta_1 = E_{1y,1} / (iE_{1x,1}) = \pm 1, \quad \eta_2 = E_{2y,1} / (iE_{2x,1}) = \pm 1 \quad (2.15)$$

– знакові функції, які характеризують напрямок обертання вектора напруженості поперечного електричного поля;  $\Omega_q = \omega - kv_{qz}$ . Індекс  $q$  приймає значення  $b$  і  $p$ ; індексом  $b$  характеризуємо параметри пучка, індексом  $p$  – параметри плазми. В рівнянні (2.13)

$$D_{3m} = \frac{-im\omega_3}{c} \left( 1 - \sum_q^{b,p} \frac{\omega_q^2 (1 - v_{qz}^2 / c^2)}{(m\omega_3 - k_{3,m} v_{qz})^2 \gamma_q} \right) \quad (2.16)$$

— дисперсійна функція ХПЗ,  $C_{1,m} = \partial D_{3m} / \partial(i\omega_{3,m})$ ;  $C_{2,m} = 0,5 \cdot \partial^2 D_{3m} / \partial(i\omega_{3,m})^2$ .  $K_3$ ,  $M_3$ ,  $C_{3,m}$  — коефіцієнти диференціальних рівнянь, які залежать від частот, хвильових чисел і параметрів досліджуваної системи. Функції  $F_{1x}$ ,  $F_{1y}$ ,  $F_{2x}$ ,  $F_{2y}$ ,  $F_{3z,m}$  — компоненти відповідних рівнянь, що враховують кубічно-нелінійні взаємодії.

Систему (2.9)–(2.13) необхідно також доповнити рівняннями для постійних складових швидкості і концентрації:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{\perp q}}{dt} &= V_{\perp q}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp q}, \bar{v}_{zq}, \bar{n}_q), \quad \frac{d\bar{v}_{zq}}{dt} = V_{zq}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp q}, \bar{v}_{zq}, \bar{n}_q), \\ \frac{d\bar{n}_q}{dt} &= N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_2, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp q}, \bar{v}_{zq}, \bar{n}_q) \end{aligned} \quad (2.17)$$

де функції  $V_{zq} = \sum_q \frac{p,b}{\xi^3} A_{v_{qz}}^{(3)}$ ,  $V_{\perp q} = \sum_q \frac{p,b}{\xi^3} A_{v_{\perp q}}^{(3)}$ ,  $N_q = \sum_q \frac{p,b}{\xi^3} A_{nq}^{(3)}$  враховують кубічно-нелінійні доданки, залежать від постійних складових швидкостей і концентрацій, частот, хвильових чисел і амплітуд полів.

Як вже було сказано вище, у досліджуваній системі має місце плазмово-пучкова нестійкість. Це значить, що дисперсійне рівняння для хвилі просторового заряду  $D_{3m}(\omega_{3,m}, k_{3,m}) = 0$  має комплексні рішення. Тому при підстановці в дисперсійну функцію  $D_{3m}$  (2.16) дійсних частот і дійсних хвильових чисел (дійсних складових комплексних рішень) дисперсійна функція не буде дорівнювати нулю  $D_{3m} \neq 0$ . Тому в лівій частині рівняння (2.13) є доданок з  $D_{3m}$ , що дозволяє визначити інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості. Якщо розглянути рівняння (2.13) у випадку відсутності параметричного резонансу ( $C_3(E_{1x}E_{2x}^* + E_{1y}E_{2y}^*) = 0$ ), нехтуючи кубічно-нелінійними взаємодіями ( $F_{3z,m} = 0$ ), з отриманого лінійного диференціального рівняння легко можна знайти інкремент плазмово-пучкового на-

ростання  $(-D_{3m}/C_{2,m})^{1/2}$  (тут враховано, що  $C_{2,m}d^2E_{3z,m}/dt^2, D_{3m}E_{3z,m} \gg C_{1,m}dE_{3z,m}/dt$ ).

### 2.3 Аналіз

Аналіз динаміки хвиль проведемо на прикладі ППСЛВЕ, параметри якого представлені в табл. 1

Таблиця 2.1 – Список параметрів ППСЛВЕ

Параметри	Значення
Довжина хвилі сигналу	1,8 мм
Ленгмюрівська частота плазми ( $\omega_p$ )	$1,0 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$
Ленгмюрівська частота пучка ( $\omega_b$ )	$2,0 \cdot 10^9 \text{ c}^{-1}$
Значення релятивістського фактору пучка ( $\bar{\gamma}_b$ )	2,0
Напруженість поздовжнього магнітного поля ( $B_0$ )	0,28 Тл
Довжина хвилі накачки	6,61 см
Амплітуда напруженості 1-ї гармоніки електричного поля хвилі накачки	$2,0 \cdot 10^5 \text{ В/м}$

Використовуючи дисперсійні співвідношення для поперечних  $D(\omega_1, k_1) = 0$ ,  $D(\omega_2, k_2) = 0$  і повздовжніх  $D_3(m\omega_3, k_{3,m}) = 0$  хвиль, нескладно визначити частоти і хвильові числа хвиль, які можуть брати участь у трихвильовому параметричному резонансі (2.1). Як показує аналіз, параметричні взаємодії в досліджуваному супергетеродинному ЛВЕ можливі в чотирьох різних випадках. На рис. 2.2 представлені дисперсійні криві для високочастотних електромагнітних хвиль сигналу (криві 1–2) і хвиль ХПЗ (криві 3) для випадку, коли кут  $\beta$  пучка відносно поздовжнього магнітного поля дорівнює нулю. Крива 1 відповідає правій циркулярно поляризованій електромагнітній хвилі, якщо дивитися уздовж магнітного поля ( $\eta_1 = -1$ ), крива 2 – лівій циркулярно поляризованій хвилі ( $\eta_1 = +1$ ). Точка  $O$  на рис. 2.2 визначаємо частоту і

хвильове число хвилі ХПЗ, що має максимальний інкремент зростання ( $\omega_3, k_3$ ). Точки  $A, B, C$  і  $D$  визначають частоти і хвильові числа високочастотних електромагнітних хвиль ( $\omega_1, k_1$ ), які можуть брати участь у резонансних взаємодіях (2.1). Параметричний зв'язок між хвилями сигналу ( $\omega_1, k_1$ ) і ХПЗ ( $\omega_3, k_3$ ) забезпечується хвилею накачки ( $\omega_2, k_2$ ), частота якої менше циклотронної частоти  $\omega_H$ . Відзначимо, що раніше в рамках кубічно-нелінійного наближення був вивчений тільки один режим роботи плазмово-пучкового СЛВЕ доплертронаго типу, у якому бере участь правополяризована електромагнітна хвиля (крива 1, точка  $A$ ) і коли кут вльоту електронного пучка дорівнює нулю ( $\beta = 0^\circ$ ) [31].

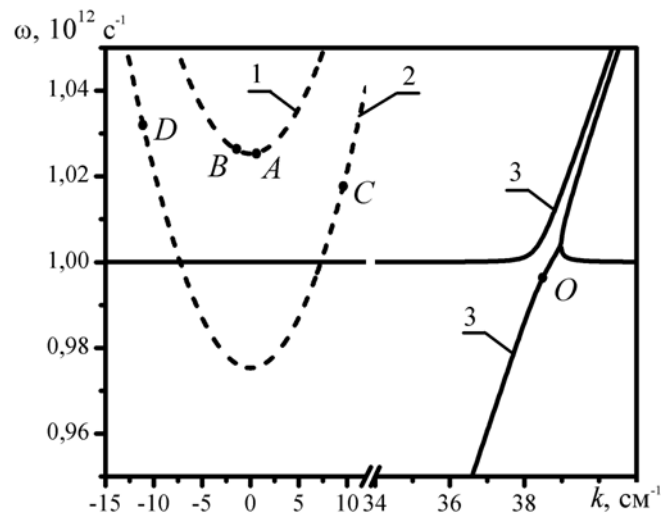


Рисунок 2.2 — Дисперсійні криві високочастотної електромагнітної хвилі сигналу і хвилі просторового заряду

Використовуючи стандартні чисельні методи, проаналізуємо в рамках кубічно-нелінійного наближення (2.9)–(2.13), (2.17) динаміку хвиль у досліджуваній системі як для різних режимів роботи ППСЛВЕ (режими  $A, B, C$  і  $D$ ), так і для різних кутів вльоту пучка  $\beta$  в монохроматичному режимі.

На рис. 2.3 представлені залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу  $E_1 = \sqrt{|E_{1x}|^2 + |E_{1y}|^2}$  від нормованого часу

$$\tau = t \cdot \delta\omega_0 \quad (2.18)$$

для чотирьох можливих режимів роботи при куті вльоту електронного пучка  $\beta = 30^\circ$ . В (2.18) в якості нормованого  $\delta\omega_0$  береться інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості при куті вльоту пучка  $\beta = 0^\circ$  [1, 19, 40]. Відзначимо, що в даній роботі розглядаємо випадок, коли енергія пучка, а значить і модуль його швидкості залишаються постійним. Тому при зміні кута вльоту  $\beta$  міняється його поздовжня швидкість  $v_{bz}$ , а значить інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості. Тому для того щоб коректно порівнювати динаміку хвиль при різних кутах вльоту  $\beta$  та у різних режимах роботи в якості нормованого множника беремо той самий множник: інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості при куті вльоту пучка  $\beta = 0^\circ$ . На рис. 2.3 крива *A* відповідає режиму *A* (рис. 2.2), крива *B* – режиму взаємодії *B*, крива *C* – режиму взаємодії *C*, крива *D* – режиму взаємодії *D*.

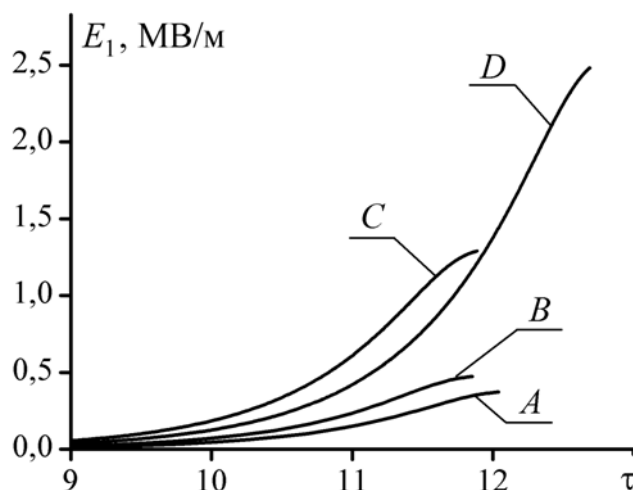


Рисунок 2.3 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу

З рис. 2.3 випливає, що максимальний рівень напруженості електричного поля сигналу досягається у режимі *D*, хоча темп пісилення амплітуди сигналу на початковому етапі взаємодії в цьому режимі менше, ніж у режимі *C*. При цьому слід за-

значити, що для всіх режимів, представлених на рис. 2.3, інкремент плазмово-пучкової нестійкості має однакове значення. Параметричний інкремент наростання для режимів  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$  — різний. Саме параметрична взаємодія визначає різну динаміку хвилі сигналу для різних режимів, що представлена на рис. 2.3. Також відзначимо, що в режимі  $D$  в області насичення напруженість електричного поля сигналу досягає значень  $\sim 2,5$  МВ/м. Довжина хвилі сигналу у вакуумі для цього режиму  $\lambda_1 = 2\pi c / \omega_1 \approx 1,8$  мм. Таким чином, у режимі  $D$  плазмово-пучковий СЛВЕ може працювати як потужне джерело електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

Для того щоб з'ясувати механізм насичення сигналу в ППСЛВЕ розглянемо рис. 2.4 і 2.5. На рис. 2.4 представлена залежність амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі просторового заряду  $E_{3z}$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для різних режимів роботи. На рис. 2.5 зображена залежність амплітуди першої гармоніки концентрації плазми  $n_{p3}$ , що нормована на постійну складову  $n_{p0}$ , від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для режимів роботи  $A$ ,  $B$ ,  $C$  і  $D$ . Порівнюючи ці малюнки, бачимо, що залежності напруженості електричного поля ХПЗ  $E_{3z}$  і нормованої амплітуди першої гармоніки концентрації плазми  $n_{p3}/n_{p0}$  подібні, корелюють один з одним для всіх режимів роботи. Це значить, що динаміку і рівень насичення напруженості електричного поля ХПЗ визначають електрони плазми. Електрони пучка вносять незначний вклад у динаміку напруженості електричного поля ХПЗ  $E_{3z}$ .

З рис. 2.4 і 2.5 випливає, що рівні насичення для хвилі ХПЗ у всіх режимах мають однакове значення. Напруженість електричного поля ХПЗ при насиченні досягає досить високих значень  $\sim 5$  МВ/м. Це дає підставу стверджувати, що при насиченні електронний пучок, що має кінетичну енергію 0,5 МэВ, захоплюється плазмовою хвилею. У всіх чотирьох режимах роботи ППСЛВЕ енергія поступального руху електронів пучка та сама. Тому й рівень напруженості електричного поля, при якому відбувається насичення та захоплення електронного пучка, має одне і теж значення.

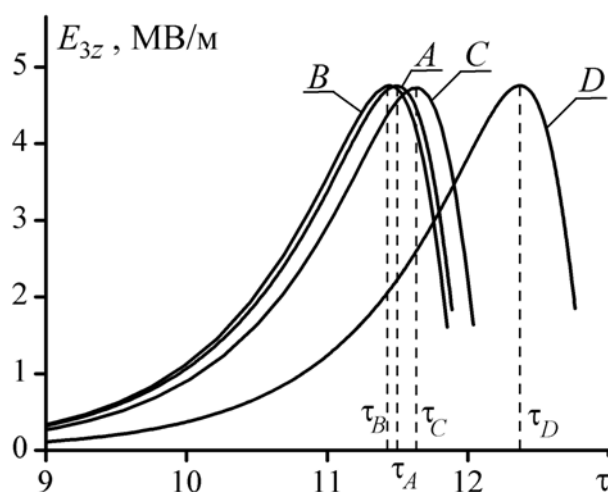


Рисунок 2.4 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі ХПЗ від нормованого часу

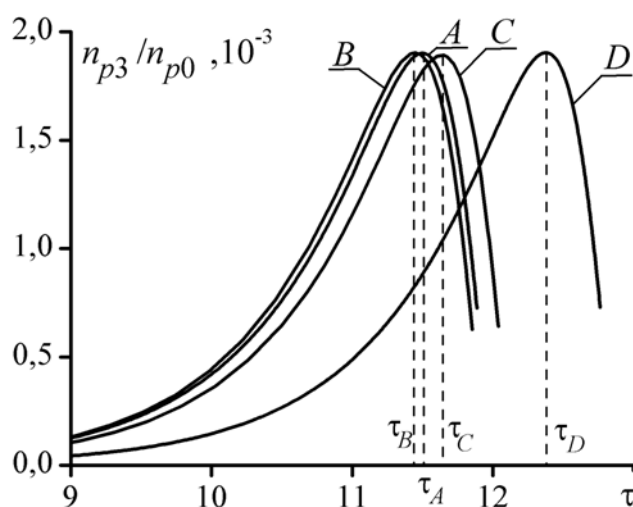


Рисунок 2.5 — Залежності амплітуди першої гармоніки концентрації плазми нормованої на постійну складову від нормованого часу

З рис. 2.4 і 2.5 також випливає, що в режимі *D* темп пісилення хвилі ХПЗ є найменшим серед всіх чотирьох режимів. Така динаміка хвилі ХПЗ у режимі *D* пояснюється особливостями параметричної взаємодії, а саме, різними значеннями коефіцієнта  $C_3$  в рівнянні (2.13) для різних режимів роботи. Тому рівень напруженості електричного поля ХПЗ, при якому відбувається насичення, досягається пізніше (рі-

вень напруженості електричного поля ХПЗ, при якому відбувається насичення для всіх режимів однаковий (рис. 2.4)). Таким чином, час насичення в режимі  $D$   $\tau_D$  є більшим, ніж для режимів  $A$ ,  $B$  і  $C$  ( $\tau_A$ ,  $\tau_B$  і  $\tau_C$  відповідно, див. рис. 2.4 і 2.5). Тому наростання хвилі сигналу для режиму  $D$  припиняється пізніше, ніж для режимів  $A$ ,  $B$  і  $C$  (рис. 2.3). Через це рівень насичення сигналу в режимі  $D$  має найбільше значення (рис. 2.3). Відзначимо, механізм насичення, пов'язаний із захопленням електронів пучка плазмовими хвилями, досить часто зустрічається в різних пристроях плазмової електроніки [19].

З'ясуємо, як міняються рівні насичення електромагнітної хвилі сигналу залежно від кута вльоту електронного пучка  $\beta$ . На рис. 2.6 представлені залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  при різних кутах вльоту пучка  $\beta$  відносно магнітного поля для режиму взаємодії  $D$ . Крива 1 відповідає куту вльоту  $\beta = 0^\circ$ , крива 2 відповідає куту вльоту  $\beta = 10^\circ$ , крива 3 відповідає  $\beta = 20^\circ$ , крива 4 відповідає  $\beta = 30^\circ$ . З рис. 5 видно, що на початковому етапі взаємодії коефіцієнт підсилення хвилі сигналу збільшується зі збільшенням кута вльоту  $\beta$ . Таке збільшення коефіцієнта підсилення хвилі сигналу пов'язано, насамперед, зі зміною інкременту зростання плазмово-пучкової нестійкості. Інкремент зростання плазмово-пучкової нестійкості можна знайти з рівняння  $D_3 = 0$ , де  $D_3$  визначається співвідношенням (2.16). Із цього співвідношення випливає, що  $D_3$  залежить від поздовжньої швидкості пучка  $v_{bz}$ . У випадку невісьового вльоту поздовжня швидкість пучка зменшується (розглядаємо випадок, коли енергія пучка залишається постійною). Це приводить до збільшення інкременту плазмово-пучкової нестійкості і, як наслідок, до збільшення коефіцієнта підсилення електромагнітної хвилі сигналу. З іншого боку, збільшення інкременту зростання приводить також і до збільшення темпу підсилення напруженості електричного поля хвилі ХПЗ, що призводить до захоплення електронів пучка. Таким чином, насичення хвилі сигналу при збільшенні кута вльоту відбувається раніше, що ми і спостерігаємо на рис. 2.6. Також з рис. 2.6 видно, що зі збільшенням кута вльоту пучка  $\beta$  рівень насичення хвилі сигналу трохи підвищується. Таким чином, ППСЛВЕ,



що використовують гвинтові релятивістські електронні пучки, дозволяють підсилувати потужні електромагнітні сигнали в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

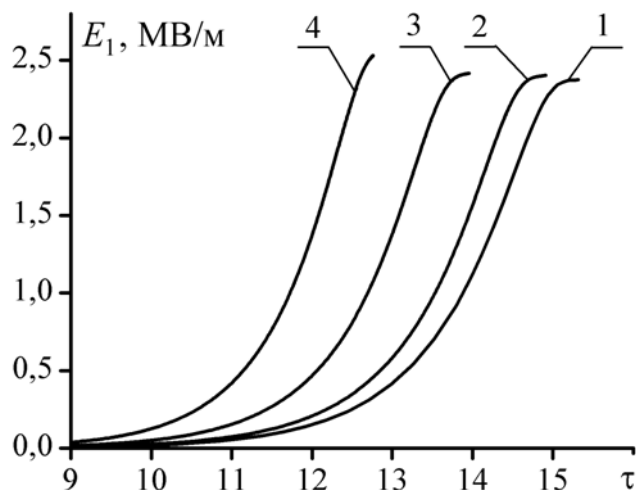


Рисунок 2.6 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу при різних кутах вильоту пучка  $\beta$ . Режим взаємодії  $D$  (рис. 2.3)

З'ясуємо, як впливають множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії гармонік ХПЗ на динаміку високочастотної електромагнітної хвилі сигналу. На рис. 2.7 зображені залежності амплітуди першої гармоніки хвилі сигналу від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ . Розрахунки проведені для режиму взаємодії  $D$  (рис. 2.3),  $\beta = 30^\circ$ . На цьому малюнку крива 1 представляє результат розрахунку, в якому врахована взаємодія тільки перших гармонік хвиль. Крива 2 отримана в результаті розрахунків, в яких врахований вплив множинних трихвильових резонансних взаємодій перших десяти гармонік хвилі ХПЗ. Порівнюючи криві 1 і 2 на рис. 2.7 бачимо, що вплив вищих гармонік ХПЗ призводить до зменшення рівня насичення більш, ніж два рази (крива 2). Це означає, що множинні резонансні взаємодії між гармоніками хвилі ХПЗ істотно впливають на нелінійні процеси в плазмово-пучкових СЛВЕ. Аналогічний вплив множинних резонансних взаємодій на рівень насичення має місце і в інших режимах роботи СЛВЕ ( $A$ ,  $B$ ,  $C$ ). Тому врахування таких взаємодій

для одержання більш якісного аналізу динаміки хвиль у супергетеродинних ЛВЕ є необхідною умовою.

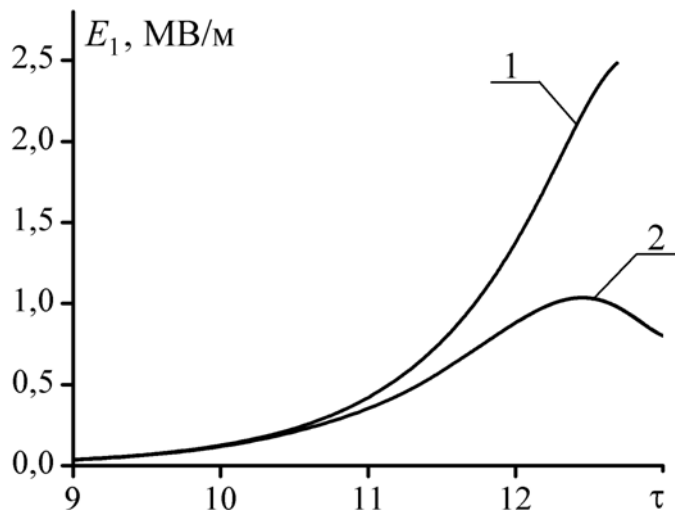


Рисунок 2.7 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу для режиму взаємодії  $D$ ,  $\beta = 30^\circ$

На рис. 2.8 представлені залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу  $E_1$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для чотирьох режимів роботи при куті вльоту електронного пучка  $\beta = 30^\circ$ . На рис. 2.8 крива  $A$  відповідає режиму  $A$  (рис. 2.2), крива  $B$  — режиму взаємодії  $B$ , крива  $C$  — режиму взаємодії  $C$ , крива  $D$  — режиму взаємодії  $D$ . З рис. 2.8 видно, що максимальний рівень напруженості електричного поля сигналу досягається у випадку режиму  $D$ , хоча темп підсилення амплітуди сигналу на початковому етапі взаємодії в цьому режимі менше, ніж у режимі  $C$ . Саме параметрична взаємодія визначає різну динаміку хвилі сигналу для різних режимів, що представлена на рис. 2.8. Також відзначимо, що в режимі  $D$  в області насичення напруженість електричного поля сигналу досягає значень  $\sim 1$  МВ/м.

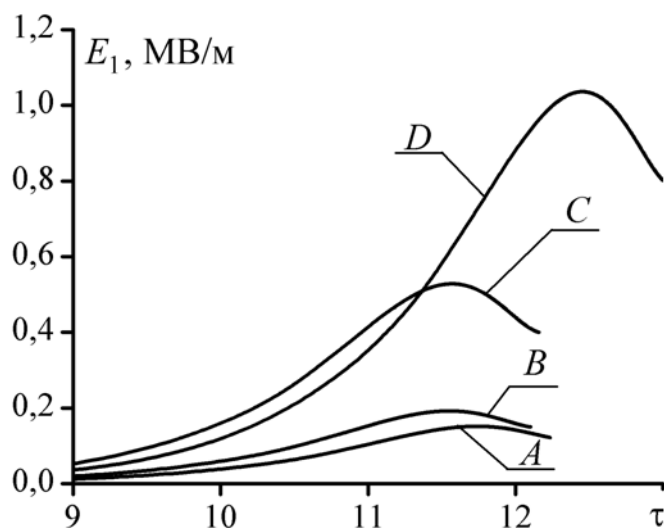


Рисунок 2.8 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу,  $\beta = 30^\circ$

З'ясуємо, як змінюються рівні насичення електромагнітної хвилі сигналу в залежності від кута вльоту електронного пучка  $\beta$ . На рис. 2.9 представлені залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  при різних кутах вльоту пучка  $\beta$  відносно магнітного поля для режиму взаємодії  $D$ . Крива 1 відповідає куту вльоту  $\beta = 0^\circ$ , крива 2 відповідає куту вльоту  $\beta = 10^\circ$ , крива 3 відповідає  $\beta = 20^\circ$ , крива 4 відповідає  $\beta = 30^\circ$ . На рис. 2.9 видно, що на початковому етапі темп підсилення хвилі сигналу збільшується зі збільшенням кута вльоту  $\beta$ . Таке збільшення коефіцієнта підсилення хвилі сигналу зв'язано, насамперед, зі зміною інкременту зростання плазмово-пучкової нестійкості. Можна досить легко визначити аналітичну залежність інкременту плазмово-пучкової нестійкості від кута вльоту електронного пучка  $\beta$ , вирішивши дисперсійне рівняння  $D_{3,1}(\omega_{3,1}, k_{3,1}) = 0$ , де  $D_{3,1}$  визначається співвідношенням (2.16).

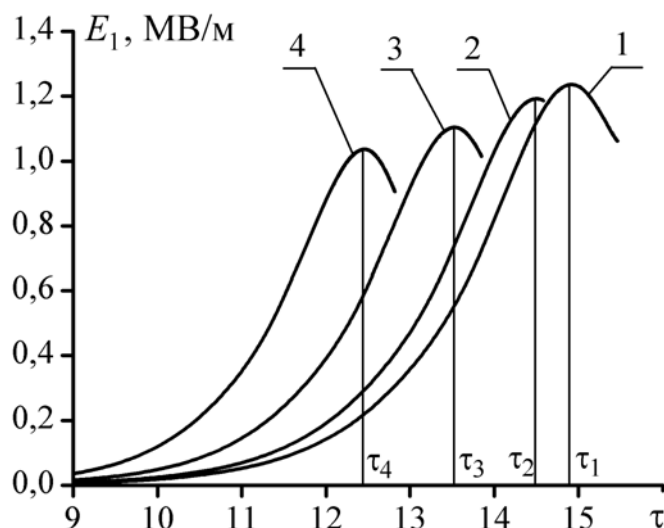


Рисунок 2.9 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу при різних кутах вльоту пучка  $\beta$  відносно фокусуєчого магнітного поля. Режим взаємодії  $D$  (рис. 2.2)

Використовуючи підхід, описаний, наприклад в [19], одержуємо співвідношення для максимального інкременту плазмово-пучкової нестійкості у випадку невісьового вльоту релятивістського електронного пучка

$$\delta\omega(\beta) \approx \sqrt{3} \left( \frac{\omega_b^2 \omega_p}{16\gamma_b \gamma_{b\parallel}^2} \right)^{1/3} = \sqrt{3} \left( \frac{\omega_b^2 \omega_p}{16\gamma_b} \right)^{1/3} \cdot \left( 1 - \frac{v_b^2 \cos^2 \beta}{c^2} \right)^{1/3}, \quad (2.19)$$

де  $\gamma_{b\parallel} = (1 - v_{bz}^2 / c^2)^{-1/2} = (1 - v_b^2 \cos^2 \beta / c^2)^{-1/2}$  — поздовжній релятивістський фактор. З отриманого виразу випливає, що збільшення інкременту наростання  $\delta\omega(\beta)$  зі збільшенням кута  $\beta$  пов'язане зі зменшенням поздовжньої енергії електронів  $m_e c^2 \gamma_{b\parallel}$ . Потрібно відзначити, що цей ефект є релятивістським. Зі співвідношення (2.19) слідує, що при збільшенні кута вльоту з  $\beta = 0^\circ$  до  $\beta = 30^\circ$  інкремент плазмово-пучкової нестійкості збільшується в 1,2 рази. В результаті того що інкремент плазмово-пучкової нестійкості набагато більше інкременту параметричної нестійко-

сті, то саме залежність інкременту  $\delta\omega(\beta)$  від кута вльоту  $\beta$  (2.19) і визначає залежність коефіцієнта підсилення хвилі сигналу від кута вльоту пучка  $\beta$ , що й демонструють залежності, представлені на рис. 2.9. Такий же ефект спостерігається для всіх режимів роботи СЛВЕ. Як впливає з рис. 2.9 рівень насичення при збільшенні кута вльоту  $\beta$  несуттєво зменшується. При цьому час насичення також зменшується ( $\tau_4 < \tau_3 < \tau_2 < \tau_1$ ). Таким чином, плазмово-пучкові СЛВЕ, що використовують гвинтові релятивістські електронні пучки, дозволяють створювати потужні електромагнітні сигнали в міліметровому діапазоні довжин хвиль.

Проведемо аналіз механізмів насичення в даній системі. Для цього розглянемо поведінку амплітуди першої гармоніки концентрації плазми, яка нормована на постійну складову концентрації електронів плазми,  $n_{p3,1n} = n_{p3,1} / n_{p0}$  (рис. 2.10, крива 1) і амплітуди першої гармоніки хвилі концентрації пучка, нормованої на постійну складову концентрації електронів пучка,  $n_{b3,1n} = n_{b3,1} / n_{b0}$  (рис. 2.10, крива 2) від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ . На початковому етапі має місце експоненціальне наростання обох величин. Потім відбувається їхня нелінійна стабілізація. При цьому амплітуда 1-ї гармоніки концентрації плазми робить регулярні коливання. Ці коливання обумовлені захопленням електронів пучка полем плазмової хвилі. Захоплення стає можливим завдяки, з одного боку, зниженню швидкості пучка електронів до швидкості близької до фазової швидкості плазмової хвилі, а з іншого боку, істотному збільшенню інтенсивності плазмової хвилі. У результаті захоплення електрони пучка формуються в згустки, які коливаються в межах квазіпотенціальної ями плазмової хвилі. Ці згустки то віддають плазмовій хвилі енергію, то відбирають назад. Характерною рисою цього процесу – за одне коливання плазмової хвилі згустки кілька разів зіштовхуються із краями квазіпотенціальної ями. Це призводить до того, що осциляції нормованої амплітуди  $n_{b3,1n}$  (рис. 2.10, крива 2) відбуваються в кілька разів частіше осциляцій нормованої амплітуди плазмової хвилі  $n_{p3,1n}$  (рис. 2.10, крива 1). При цьому рівень модуляції електронного пучка є приблизно рівним одиниці, тобто в цьому випадку має місце повна модуляція пучка. Розрахунки показу-

ють, що вищі гармоніки концентрації пучка мають такий же характер осциляцій як і перша гармоніка, їхня амплітуда коливань порівнянна з амплітудою коливань першої гармоніки. Аналогічні дослідження «чисто» плазмово-пучкових систем [19] показують, що насичення плазмово-пучкової нестійкості обумовлено саме процесами, описаними вище. Тому можна затверджувати, що насичення посилення в даній моделі плазмово-пучкового СЛВБ відбувається, насамперед, завдяки насиченню самої плазмово-пучкової нестійкості шляхом захоплення електронного пучка плазмовою хвилею.

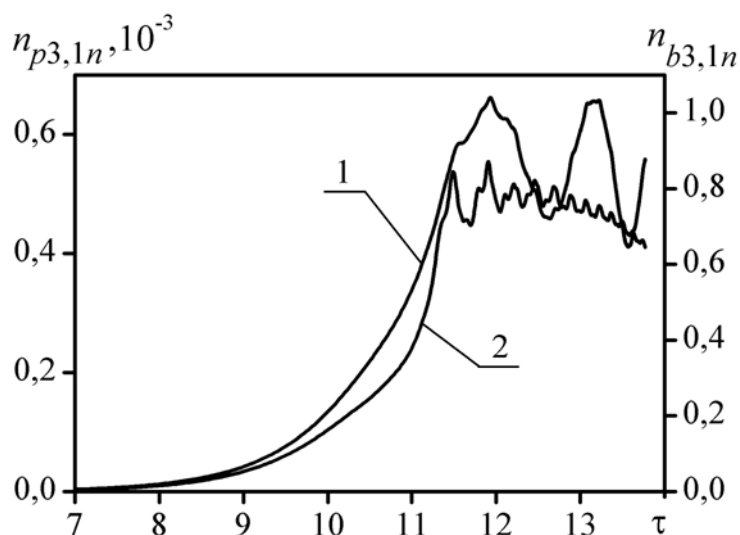


Рисунок 2.10 — Залежність амплітуди першої гармоніки концентрації електронів плазми нормовану на постійну складову концентрації електронів плазми (крива 1, вісь абсцис ліворуч), амплітуди першої гармоніки концентрації електронів пучка нормовану на постійну складову концентрації електронів пучка (крива 2, вісь абсцис праворуч) від нормованого часу

### 3 НЕЛІНІЙНА ТЕОРІЯ ПЛАЗМОВО-ПУЧКОВИХ СУПЕРГЕТЕРОДИННИХ ЛАЗЕРАХ НА ВІЛЬНИХ ЕЛЕКТРОНАХ Н-УБІТРОННОГО ТИПУ З ГВИНТОВИМИ ЕЛЕКТРОННИМИ ПУЧКАМИ

Раніше були вивчені ППСЛВЕ з Н- убітронною накачкою та прямолінійним електронним пучком [33, 39]. Було з'ясовано, що такі пристрої здатні формувати потужні електромагнітні хвилі в міліметровому діапазоні довжин хвиль. З літературних джерел відомо, що для підвищення ефективності роботи такого типу приладів можна використовувують гвинтові електронні пучки [3436–37, 47–52]. Режимми роботи Н-убітронних ППСЛВЕ із гвинтовими електронним пучками, у яких використовуються циклотронні електромагнітні хвилі, в кубічному наближенні раніше вивчені не були. Саме в цьому випадку варто очікувати найбільш сильної взаємодії обертаючогося в магнітному полі електронного пучка із циклотронною електромагнітною хвилею. У цьому режимі роботи крім плазмово-пучкової реалізується і циклотронна нестійкість. Даний розділ присвячений детальному вивченню підсилювальних властивостей ППСЛВЕ Н-убітронного типу із гвинтовим релятивістським електронним пучком з урахуванням мультигармонічних взаємодій хвиль.

#### 3.1 Модель

Схема плазмово-пучкового СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовим електронним пучком подана на рис. 3.1. Електронний релятивістський пучок 2 з ленгмюрівською частотою  $\omega_b$  проходить крізь плазму 1, яка характеризується ленгмюрівською частотою  $\omega_p$  ( $\omega_b \ll \omega_p$ ). Плазмово-пучкова система розташована у поздовжньому фокусуєчому магнітному полі з індукцією  $B_0$ . Циклотронна частота обертання електронів у магнітному полі набагато менша за ленгмюрівську частоту плазми ( $\omega_H \ll \omega_p$ ). Вектор швидкості електронів гвинтового релятивістського пучка  $\mathbf{v}_b$  спрямований під кутом  $\beta$  до осі Z (рис. 3.1),  $\text{tg}\beta = \bar{v}_{b\perp} / \bar{v}_{bz}$ , де  $\bar{v}_{b\perp}$  та  $\bar{v}_{bz}$  — його усереднені поперечна і поздовжня компоненти. Як накачка використовується ондулятор 3 з періодично реверсивним магнітним полем. Період ондуляції  $\Lambda = 2\pi / k_2$ .

На вхід системи також подаємо електромагнітний сигнал з частотою  $\omega_1$  і хвильовим числом  $k_1$ . Як результат параметричного резонансу між хвилею сигналу  $\{\omega_1, k_1\}$  та полем ондулятора  $\{k_2\}$  в плазмово-пучковій системі збуджується хвиля просторового заряду із частотою першої гармоніки  $\omega_{3,1}$  і хвильовим числом  $k_{3,1}$ . Частоти та хвильові числа хвиль у досліджуваній системі пов'язані між собою умовою параметричного резонансу

$$\omega_{3,1} = \omega_1, \quad k_{3,1} = k_1 + k_2. \quad (3.1)$$

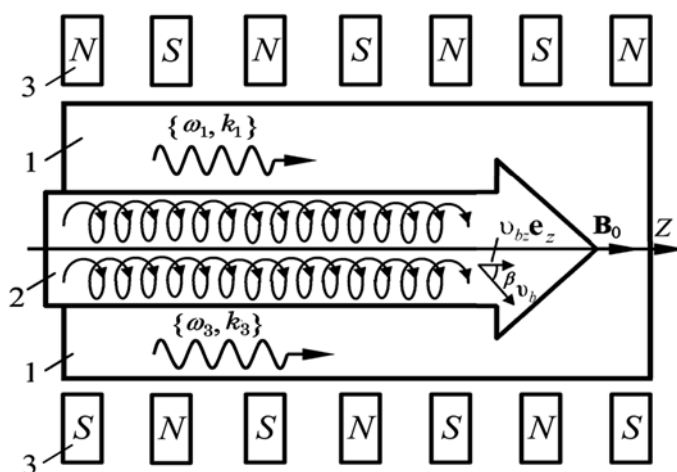


Рисунок 3.1 — Схема плазмово-пучкового СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовим електронним пучком

У плазмово-пучковому СЛВЕ використовується ефект супергетеродинного підсилення. Його сутність полягає у використанні додаткового механізму підсилення однієї із трьох хвиль, які беруть участь у трихвильовому параметричному резонансі. У досліджуваному СЛВЕ як такий механізм використовується плазмово-пучкова нестійкість [1, 19, 41] для підсилення хвилі ХПЗ. Саме тому параметри пристрою вибираємо так, щоб інкремент зростання хвилі ХПЗ за рахунок плазмово-пучкової нестійкості був максимальним. Відомо, що інкременти зростання плазмово-пучкової нестійкості є дуже високі [1, 19, 41]. Саме завдяки цьому підсилення супергетеро-



динних ЛВЕ мають значно більші коефіцієнти підсилення порівняно з іншими типами ЛВЕ.

### 3.2 Основні рівняння

Електричні  $\mathbf{E}$  та магнітні  $\mathbf{B}$  компоненти полів електромагнітного сигналу (індекс «1») та Н-убітронної накачки (індекс «2») у досліджуваному плазмово-пучковому СЛВЕ вважаємо монохроматичними

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_1 &= (E_{1x}\mathbf{e}_x + E_{1y}\mathbf{e}_y)e^{ip_1} + c.c., \\ \mathbf{B}_1 &= (B_{1x}\mathbf{e}_x + B_{1y}\mathbf{e}_y)e^{ip_1} + c.c., \\ \mathbf{B}_2 &= (B_{2x}\mathbf{e}_x + B_{2y}\mathbf{e}_y)e^{ip_2} + c.c.,\end{aligned}\tag{3.2} (5)$$

де  $p_\chi = \omega_\chi t - k_\chi z$  ( $\chi = 1, 2$ ;  $\omega_2 = 0$ ).

Як було сказано вище, ХПЗ характеризується квазілінійною дисперсійною залежністю. Це призводить до збудження вищих гармонік ХПЗ. Тому напруженість електричного поля хвилі ХПЗ має мультигармонічний характер

$$\mathbf{E}_3 = \sum_{m=1}^N (E_{3z,m} e^{ip_{3,m}} + c.c.) \mathbf{e}_z,\tag{3.3} (6)$$

де  $p_{3,m} = m\omega_{3,1}t - k_{3,m}z$  – фаза  $m$ -ї гармоніки;  $N$  – кількість гармонік ХПЗ, яку приймаємо до уваги для вирішення задачі. Результуючі електричні й магнітні поля в робочому об'ємі досліджуваного СЛВЕ мають вигляд

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_3, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \mathbf{B}_0.\tag{3.4} (7)$$

Як вихідні рівняння для чисельного аналізу використовуємо релятивістське квазігідродинамічне рівняння [1, 19, 41], рівняння неперервності та рівняння Максвелла. Пошук розв'язку розбиваємо формально на три незалежні етапи: 1) знаходження розв'язку задачі руху електронів плазми та релятивістського електронного пучка за відомими електромагнітними полями; 2) розв'язування рівняння неперервності, приймаючи швидкості за відомі; 3) розв'язок задачі збудження електромагнітних полів, вважаючи швидкості та концентрації частинок відомими функціями. Задачу руху та неперервності розв'язуємо за допомогою модернізованого методу усереднених характеристик, задачу збудження електромагнітного поля — за допомогою методу повільно змінних амплітуд [1, 19, 41]. При цьому враховуємо особливості множинних параметрично-резонансних взаємодій (3.1).

При вирішенні задачі руху робимо перехід від квазігідродинамічного рівняння в частинних похідних до його характеристик, рівнянням у повних похідних, відповідно до методу усереднених характеристик [1, 19]. У результаті, вихідні рівняння руху приймають наступний вигляд:

$$\frac{dv_{qx}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_x + \frac{1}{c} (v_{qy} B_z - v_{qz} B_y) - \frac{v_{qx}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (3.5)$$

$$\frac{dv_{qy}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_y - \frac{1}{c} (v_{qx} B_z - v_{qz} B_x) - \frac{v_{qy}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (3.6)$$

$$\frac{dv_{qz}}{dt} = \frac{e}{m_e \gamma_q} \left[ E_z + \frac{1}{c} (v_{qx} B_y - v_{qy} B_x) - \frac{v_{qz}}{c^2} (v_{qx} E_x + v_{qy} E_y + v_{qz} E_z) \right], \quad (3.7)$$

$$\frac{d\gamma_q}{dt} = \frac{e}{m_e c^2} [E_x v_{qx} + E_y v_{qy} + E_z v_{qz}]. \quad (3.8)$$

В цих рівняннях  $v_{qx}$ ,  $v_{qy}$  і  $v_{qz}$  — компоненти вектора швидкості  $\mathbf{v}_q$  електронів пучка й плазми;  $\gamma_q = 1 / \sqrt{1 - (v_{qx}^2 + v_{qy}^2 + v_{qz}^2) / c^2}$  — релятивістський фактор;  $c$  — швидкість світла;  $e$  і  $m_e$  — заряд і маса електрона.

Також, враховуємо, що при не нульовому куті вльоту електронів пучка  $\beta$ , відносно поздовжнього фокусуєчого магнітного поля  $\mathbf{B}_0$ , електрони пучка в необуреному стані рухаються по колу у поперечній площині. Тому в рівняннях руху (3.5)–(3.8) зробимо заміну:

$$v_{bx} = \bar{v}_{b\perp} \cos p_{b0} + \tilde{v}_{bx}, \quad v_{by} = \bar{v}_{b\perp} \sin p_{b0} + \tilde{v}_{by},$$

где  $\bar{v}_{b\perp}$  — незбурена перпендикулярна складова вектора швидкості електронного пучка;  $p_{b0}$  — необурена фаза обертання електронів у поздовжнім магнітному полі;  $\tilde{v}_{bx}$ ,  $\tilde{v}_{by}$  — осциляторні  $x$ - і  $y$ - компоненти вектора швидкості електронів пучка.

Рішення системи (3.5)–(3.8) шукаємо за допомогою методу усереднених характеристик [1, 19]. Для знаходження змінних електромагнітних полів і концентрацій використовуємо метод повільно змінних амплітуд. У результаті, одержуємо систему диференціальних рівнянь у кубічному наближенні для  $x$ -,  $y$ - компонент комплексної амплітуди першої гармоніки хвилі сигналу та  $z$ - компоненти амплітуди першої гармоніки хвилі просторового заряду:

$$K_2 \frac{\partial^2 E_{1x}}{\partial t^2} + K_1 \frac{\partial E_{1x}}{\partial t} + D_1 E_{1x} = K_3 E_{3z,1} B_{2x}^* + FX_1, \quad (3.9)$$

$$K_2 \frac{\partial^2 E_{1y}}{\partial t^2} + K_1 \frac{\partial E_{1y}}{\partial t} + D_1 E_{1y} = K_3 E_{3z,1} B_{2y}^* + FY_1, \quad (3.10)$$

$$C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} + D_{3,m} E_{3z,m} = C_{3,m} E_{1x} B_{2y} \delta_{m,1} + \\ + C_{4,m} \left\langle \int E_z \left( \int E_z dp_3 \right) dp_3 \right\rangle_{p_{3,m}} + C_{5,m} \left\langle \left( \int E_z dp_3 \right)^2 \right\rangle_{p_{3,m}} + FZ_{3,m}. \quad (3.11)$$

Також, систему (3.9)–(3.11) варто доповнити рівняннями для постійних складових швидкості і концентрації:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}_{\perp q}}{dt} &= V_{\perp q}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp q}, \bar{v}_{zq}, \bar{n}_q), \quad \frac{d\bar{v}_{zq}}{dt} = V_{zq}(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp q}, \bar{v}_{zq}, \bar{n}_q), \\ \frac{d\bar{n}_q}{dt} &= N_q(\mathbf{E}_1, \mathbf{E}_3, \bar{v}_{\perp q}, \bar{v}_{zq}, \bar{n}_q) \end{aligned} \quad (3.12)$$

де функції  $V_{zq}$ ,  $V_{\perp q}$ ,  $N_q$  враховують кубічно-нелінійні доданки, залежать від постійних складових швидкостей і концентрацій, частот, хвильових чисел і амплітуд полів. Далі за допомогою стандартних чисельних методів аналізуємо отриману систему рівнянь (3.9)–(3.11), (3.12).

У досліджуваному ППСЛВЕ в якості додаткового механізму підсилення використовується плазмово-пучкова нестійкість. З математичної точки зору це означає, що дисперсійне рівняння для хвилі просторового заряду  $D_3(\omega_{3,m}, k_{3,m}) = 0$  має комплексні коріння. Тому при підстановці в дисперсійне співвідношення ХПЗ дійсних частот і дійсних хвильових чисел, дисперсійна функція не буде дорівнює нулю  $D_{3,m} \neq 0$ . Ми можемо визначити інкремент наростання хвилі ХПЗ, що обумовлений плазмово-пучковою нестійкістю, використовуючи третє рівняння системи (3.9)–(3.11). Знехтуємо параметричним резонансом (доданок  $C_{3,m} E_{1x} B_{2y}$ ), кубічно-нелінійними взаємодіями (доданок  $FZ_{3,m}$ ) і враховуючи, що  $C_{2,m} d^2 E_{3z,m} / dt^2, D_{3,m} E_{3z,m} \gg C_{1,m} dE_{3z,m} / dt$ , легко знаходимо з рівняння, інкремент наростання плазмово-пучкової  $(-D_{3,m} / C_{2,m})^{1/2}$  нестійкості. Саме із цієї причини в рівнянні для ХПЗ ураховується доданок  $D_{3,m} E_{3z,m}$ .

У випадку коли в якості електромагнітної хвилі сигналу використовується циклотронна хвиля, то в досліджуваній системі має місце також і циклотронна нестійкість. Це значить, що для цього випадку дисперсійне рівняння для електромагнітної хвилі  $D_1(\omega_1, k_1) = 0$  має комплексні корені аналогічно як і для хвилі ХПЗ. Тому при підстановці в дисперсійне співвідношення хвилі сигналу дійсних частот і дійсних хвильових чисел, дисперсійна функція електромагнітного сигналу не буде дорівнює

нулю  $D_1 \neq 0$  в (3.9). Інкремент наростання циклотронної електромагнітної хвилі можемо визначити, використовуючи як перше, так і друге рівняння системи (3.9)–(3.11). Нехтуючи параметричним резонансом (доданок  $K_3 E_{3z,1} B_{2x}^*$  або  $K_3 E_{3z,1} B_{2y}^*$ ), кубічно-нелінійними взаємодіями (доданок  $F X_1$  або  $F Y_1$ ) і враховуючи, що  $K_2 d^2 E_{1x,y} / dt^2, D_1 E_{1x,y} \gg K_1 d E_{1x,y} / dt$ , легко знаходимо з отриманого рівняння інкремент наростання плазмово-пучкової  $(-D_1 / K_2)^{1/2}$  нестійкості. Оцінки отриманого інкременту циклотронної нестійкості збігаються з відомими (див., наприклад, [19]).

### 3.3 Аналіз

Використовуючи стандартні чисельні методи, проведемо на основі системи рівнянь (3.9)–(3.11), (3.12) кубічно-нелінійний аналіз фізичних процесів у ППСЛВЕ Н-убітронного типу з невісьовою інжекцією пучка електронів. Для аналізу приладу, використовуємо наступні параметри: ленгмюрівська частота плазми  $\omega_p = 1 \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ , ленгмюрівська частота пучка  $\omega_b = 3 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ , циклотронна частота  $\omega_H = -5 \cdot 10^{10} \text{ c}^{-1}$ , енергія електронів релятивістського пучка 0,51 МэВ, амплітуда індукції магнітного поля накачування  $B_2 = \sqrt{|B_{2x}|^2 + |B_{2y}|^2} = 100 \text{ Гс}$ .

У роботі [39] було показано, що для ППСЛВЕ Н-убітронного типу у випадку осьового вльоту електронного пучка має місце чотири різних режими параметричної взаємодії електромагнітної хвилі сигналу, Н-убітронного поля накачки та ХПЗ. У випадку невісьового вльоту електронного пучка також реалізується чотири режими взаємодії. Для дослідження особливостей резонансної взаємодії хвиль у розглянутому ППСЛВЕ побудуємо залежності частоти хвилі сигналу і ХПЗ від хвильового числа при куті вльоту електронного пучка відносно поздовжнього магнітного поля  $\beta = 20^\circ$ , використовуючи дисперсійні функції хвиль сигналу і ХПЗ (рис. 3.2). На цьому рисунку суцільна лінія відповідає залежності  $\omega = \omega(k)$  для хвиль ХПЗ (криві 5), штрихові для електромагнітних хвиль. Крива 1 відповідає звичайної, крива 2 -

незвичайної електромагнітним хвилям, криві 3 і 4 відповідають швидким і повільній циклотронним електромагнітним хвилям відповідно.

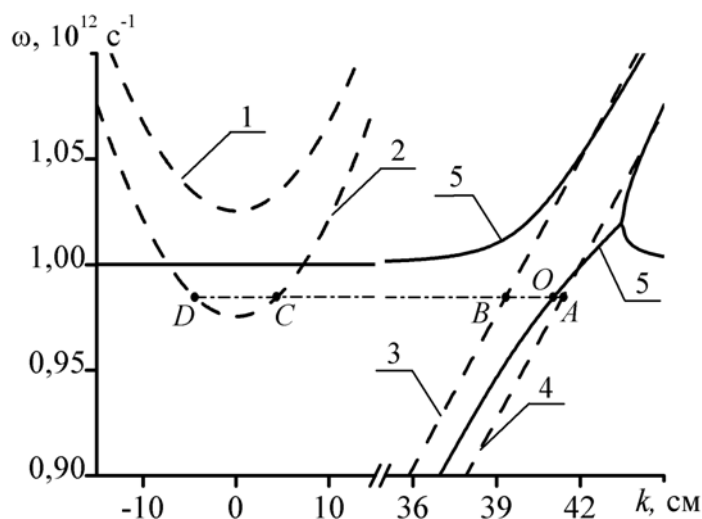


Рисунок 3.2 — Дисперсійні криві хвиль електромагнітного сигналу і ХПЗ у ППСЛВЕ з Н-убітронною накачкою і невісьовою інжекцією електронного пучка. Кут вльоту  $\beta = 20^\circ$

Для реалізації максимального підсилення в ППСЛВЕ, хвильове число  $k_3$  та частоту  $\omega_3$  хвилі ХПЗ вибираємо таким чином, що б хвиля ХПЗ мала максимальний інкремент наростання внаслідок плазмово-пучкової нестійкості. Цій умові, як відомо, (див., наприклад, [19]) відповідає значення хвильового числа  $k_3 = \omega_p / v_b$ . Такому значенню хвильового числа  $k_3$  і частоти  $\omega_3$  відповідає точка  $O$  на дисперсійній кривій ХПЗ (див. рис. 3.2). Відповідно до умови параметричного резонансу (3.1) частоти хвилі ХПЗ і електромагнітного сигналу повинні бути однаковими  $\omega_1 = \omega_3$ . Проведемо через точку  $O$  горизонтальну лінію  $\omega_1 = \omega_3 = const$  (штрихпунктирна лінія  $AD$ ). Точки  $A, B, C, D$ , які виходять у результаті перетину прямої  $AD$  з дисперсійними кривими електромагнітних хвиль, характеризують частоти і хвильові числа електромагнітних хвиль, які можуть брати участь у параметрично-резонансній взаємодії хвиль у досліджуваній системі. Таким чином, у розглянутому ППСЛВЕ може бути реалізовано чотири типи резонансних хвильових взаємодій, які позначи-

мо  $A, B, C, D$  відповідно до точок  $A, B, C, D$  на рис. 3.2. Основна відмінність досліджуваної моделі від розглянутої в роботі [39] з погляду рис. 3.2 — близькість точок  $O$  і  $A$ . Причому при незначній зміні параметрів ППСЛВЕ можливий і збіг цих точок. Тому що відстань  $OA$  на рис. 3.2 чисельно дорівнює хвильовому числу  $k_2$  магнітного поля накачки, то період ондуляції поля накачки в режимі  $A$   $\Lambda_A = 2\pi/k_2$  буде істотно більше, ніж у режимах  $B, C$  і  $D$ . При співпадінні точок  $O$  і  $A$  в режимі  $A$  реалізується додатковий резонанс.

Слід зазначити, що режими  $A$  і  $B$  характеризуються рядом принципових відмінностей у порівнянні з режимами  $C$  і  $D$ . По-перше, у цих режимах має місце циклотронна нестійкість, що повинна приводити до збільшення темпів підсилення. По-друге, у цих режимах повинна бути більш сильна взаємодія електронів пучка з електромагнітною хвилею, що повинно приводити до збільшення рівня насичення. З розрахункової точки зору ці режими описувати складніше, тому що в цьому випадку має місце циклотронний резонанс — частота обертання електронів у магнітному полі приблизно дорівнює частоті обертання вектора напруженості електричного поля сигналу. Тому при розрахунку режимів у рамках методу усереднених характеристик з'являється додаткова повільна комбінаційна фаза, похідна за часом якої приблизно дорівнює нулю:

$$\omega_1 - k_1 \bar{v}_{bz} + \eta_1 \omega_{H,b} / \bar{\gamma}_b \approx 0.$$

У цьому співвідношенні, для випадку швидкої циклотронної хвилі  $\eta_1 = +1$  (режим  $B$ ), а для повільної циклотронної хвилі  $\eta_1 = -1$  (режим  $A$ ).

Для ППСЛВЕ, параметри якого наведені вище, довжина хвилі сигналу у вакуумі дорівнює 1,8 мм. Вирішуючи систему рівнянь (3.1), (2.14), (2.16) неважко знайти для кожного режиму роботи період ондулятора магнітного поля накачки:  $\Lambda_A = 45,6$  см;  $\Lambda_B = 3,3$  см;  $\Lambda_C = 0,16$  см;  $\Lambda_D = 0,14$  см (індекс відповідає відповідному режиму взаємодії). Як бачимо, найбільш оптимальним, з точки зору практич-

ної реалізації компактного ППСЛВЕ, є режим взаємодії *B*. Режими *C* і *D* вимагають використання мікроондуляторів. У режимі *A* система стає громіздкою.

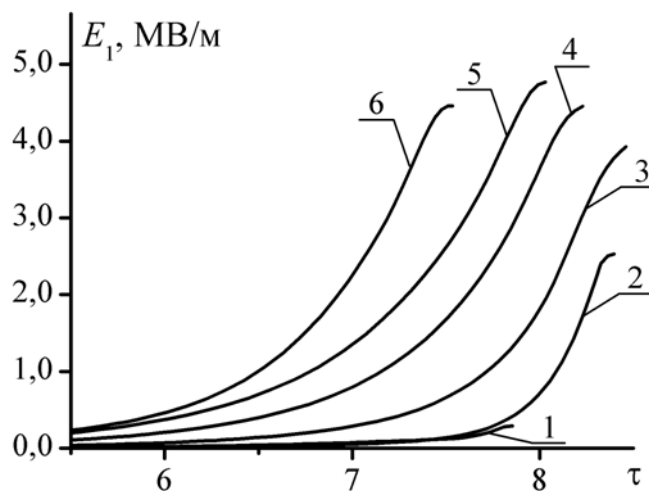


Рисунок 3.3 — Залежності амплітуд напруженості електричного поля сигналу від нормованого часу для різних кутів вльоту електронного пучка для режиму взаємодії *B* (рис. 3.2)

На рис. 3.3 представлені залежності амплітуд перших гармонік напруженості електричного поля електромагнітного сигналу  $E_1 = \sqrt{|E_{1x}|^2 + |E_{1y}|^2}$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для різних кутів  $\beta$  вльоту електронного пучка для режиму взаємодії *B* (рис. 3.2). Крива 1 відповідає  $\beta = 0^\circ$ , крива 2 —  $\beta = 10^\circ$ , крива 3 —  $\beta = 20^\circ$ , крива 4 —  $\beta = 30^\circ$ , крива 5 —  $\beta = 40^\circ$ ,  $\beta = 50^\circ$ . З рис. 3.3 видно, що зі збільшенням кута вльоту пучка  $\beta$  рівень насичення збільшується, досягаючи максимуму при  $\beta \approx 40^\circ$ . При цьому рівень насичення електромагнітної хвилі сигналу  $\sim 5$  МВ/м є досить високим. Для режиму *A* має місце аналогічна залежність рівня насичення від кута вльоту електронного пучка  $\beta$ , але рівні насичення в цьому випадку виявляються набагато нижче, ніж для режиму *B*. Як було сказано вище, хвильовому числу магнітного поля накачки  $k_2$  на рис. 3.2 відповідає відстань від точки *O* до точки *A*. Тому що ця відстань *OA* є найменшим серед чотирьох режимів роботи (*OA*, *OB*, *OC*, *OD*), то-



му і період ондуляції магнітного поля для цього режиму виявляється найбільшим  $\Lambda_A = 45,6$  см. У зв'язку із цим практична реалізація режиму  $A$  є складною.

Також слід зазначити, що залежність рівня насичення від кута вльоту електронного пучка  $\beta$  у режимі  $B$  принципово відрізняється від аналогічної залежності для режимів  $C$  і  $D$ . Так на рис. 3.4 представлені залежності амплітуд напруженості електричного поля сигналу від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для різних кутів вльоту електронного пучка  $\beta$  для режиму взаємодії  $C$  (рис. 3.2). Крива 1 відповідає  $\beta = 0^\circ$ , крива 2 —  $\beta = 10^\circ$ , крива 3 —  $\beta = 20^\circ$ , крива 4 —  $\beta = 30^\circ$ . Бачимо, що в режимі  $C$  максимальний рівень насичення реалізується при осьовому вльоті електронного пучка  $\beta = 0^\circ$ , тоді як у режимі  $B$  максимальний рівень насичення досягається при куті вльоту пучка  $\beta = 40^\circ$ . Зі збільшенням кута вльоту пучка  $\beta$  у режимі  $C$  рівень насичення несуттєво зменшується, тоді як у режимі  $B$  збільшується. Рівень насичення електромагнітної хвилі сигналу в режимі  $C$  (рис. 3.4) майже у два рази менше, ніж у режимі  $B$ . Для режиму  $D$  залежності амплітуд електромагнітного сигналу аналогічні, як і у випадку режиму  $C$ .

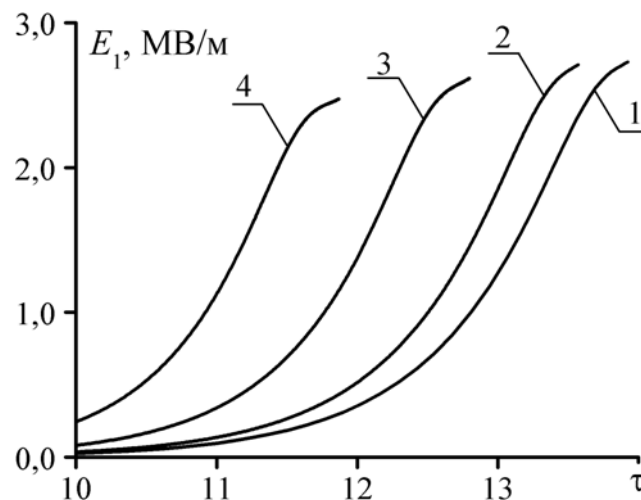


Рисунок 3.4 — Залежності амплітуд напруженості електричного поля сигналу від нормованого часу для різних кутів вльоту електронного пучка для режиму взаємодії  $C$  (рис. 3.2)

Збільшення рівня насичення сигналу в режимі  $B$  при збільшенні кута вльоту електронного пучка  $\beta$  пов'язане з посиленням взаємодії електромагнітної хвилі сигналу з електронами пучка, які обертаються в поздовжньому магнітному полі. Має місце резонансна взаємодія електромагнітної хвилі сигналу з обертовим електронним потоком. Ця взаємодія підсилюється зі зростанням поперечної швидкості електронів пучка  $\bar{v}_{b\perp}$ , що, у свою чергу, визначається кутом вльоту  $\beta$ . При цьому збільшується перекачування енергії від електронів пучка до електромагнітної хвилі. Одночасно із цим відбувається і зворотний процес — хвиля просторового заряду придушується електромагнітною хвилею. Це виражається в тому, що рівень насичення хвилі ХПЗ (рис. 3.5) зі збільшенням кута  $\beta$  вльоту електронного пучка стає менше. Відмітемо, що найбільше придушення хвилі ХПЗ відбувається при  $\beta = 40^\circ$  (крива 5 на рис. 3.5). При цьому ж куті має місце найбільше насичення хвилі сигналу (рис. 3.3). Тобто завдяки досить сильному параметричному зв'язку між хвилею ХПЗ і електромагнітним сигналом у режимі  $B$  має місце конкуренція між хвилею ХПЗ і електромагнітною хвилею сигналу. Саме ця конкуренція і визначає максимум насичення при куті  $\beta = 40^\circ$ .

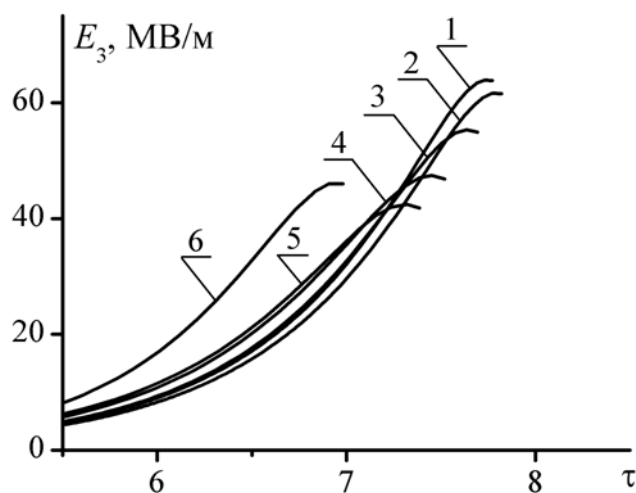


Рисунок 3.5 — Залежності амплітуд напруженості електричного поля хвилі ХПЗ від нормованого часу для різних кутів вльоту електронного пучка для режиму взаємодії  $B$  (рис. 3.2)

У режимах  $C$  і  $D$  залежності амплітуд напруженості електричного поля хвилі ХПЗ від нормованого часу при різних кутах вльоту електронного пучка інші. Рівень насичення ХПЗ у цих режимах при різних кутах вльоту має практично те саме значення. Динаміка ХПЗ у цьому випадку визначає динаміку електромагнітної хвилі.

З рис. 3.3 і рис. 3.5 випливає, що зі збільшенням кута  $\beta$  зростає темп підсилення як хвилі ХПЗ (рис. 3.5), так і хвилі сигналу (рис. 3.3). Така поведінка обумовлене тою обставиною, що зі збільшенням кута вльоту пучка  $\beta$  поздовжня швидкість електронів зменшується, і зменшується поздовжній релятивістський фактор  $\gamma_{b\parallel} = (1 - v_b^2 \cos^2 \beta / c^2)^{-1/2}$ , в результаті збільшується інкремент плазмово-пучкової нестійкості [19].

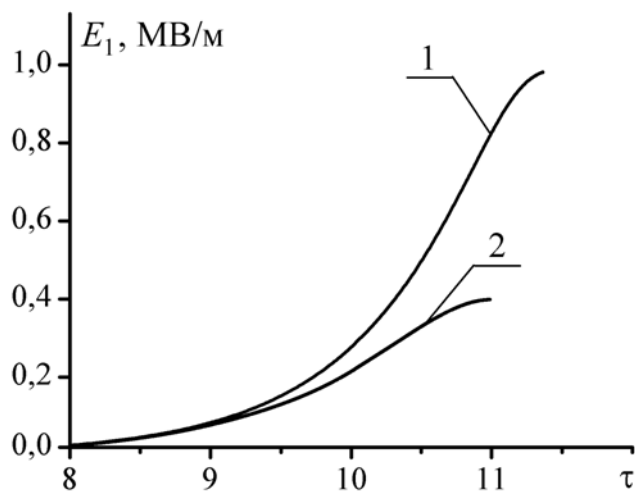


Рисунок 3.6 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу від нормованого часу для режиму взаємодії  $C$  (рис. 3.2)

З'ясуємо, як впливають множинні трихвильові параметричні резонансні взаємодії гармонік ХПЗ на динаміку високочастотної електромагнітної хвилі сигналу. На рис. 3.6 подані залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля хвилі сигналу  $E_1$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$ . Розрахунки проводи-

лись для режиму взаємодії  $C$ ,  $\beta = 30^\circ$ . На рис. 3.6 крива 1 подає результат розрахунку, коли врахована взаємодія хвиль тільки перших гармонік. Крива 2 отримана у результаті розрахунків, коли врахований вплив множинних трихвильових резонансних взаємодій перших десяти гармонік ХПЗ.

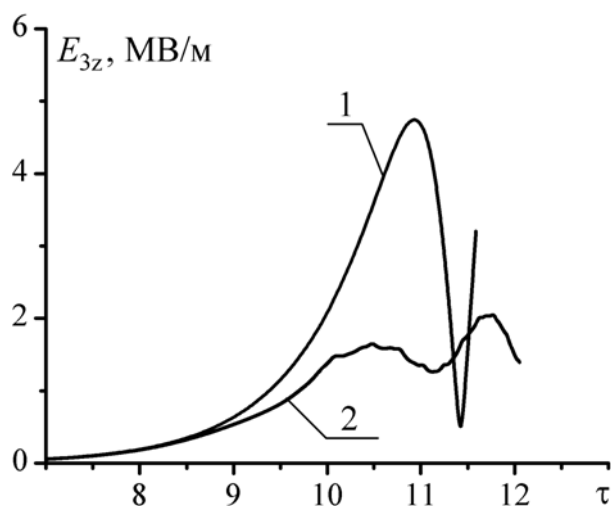


Рисунок 3.7 — Залежності амплітуди першої гармоніки напруженості електричного поля ХПЗ від нормованого часу для режиму роботи  $C$  (рис. 3.2)

Порівнюючи криві 1 та 2 на рис. 3.6 бачимо, що вплив вищих гармонік ХПЗ приводить до зменшення рівня насичення хвилі сигналу більш ніж у два рази (крива 2). Це означає, що множинні резонансні взаємодії між гармоніками ХПЗ істотно впливають на нелінійні процеси в плазмово-пучкових СЛВЕ. Також відзначимо, що з урахуванням множинних резонансів ХПЗ (рис. 3.6, крива 2) в області насичення напруженість електричного поля сигналу досягає значень  $\sim 0,4$  МВ/м за умови достатньо невисокої накачки  $B_{2,1} = 0,01$  Тл. Довжина хвилі сигналу в вакуумі для цього режиму  $\lambda_1 = 2\pi c / \omega_1 \approx 1,9$  мм. Таким чином, плазмово-пучковий СЛВЕ може використовуватися як потужне джерело електромагнітного випромінювання в міліметровому діапазоні довжин хвиль. Аналогічний вплив множинних резонансних взаємодій на рівень насичення має місце і в режимах роботи  $A$ ,  $B$  та  $D$ . Тому такі взає-

модії обов'язково необхідно враховувати при аналізі динаміки хвиль у плазмово-пучкових СЛВЕ.

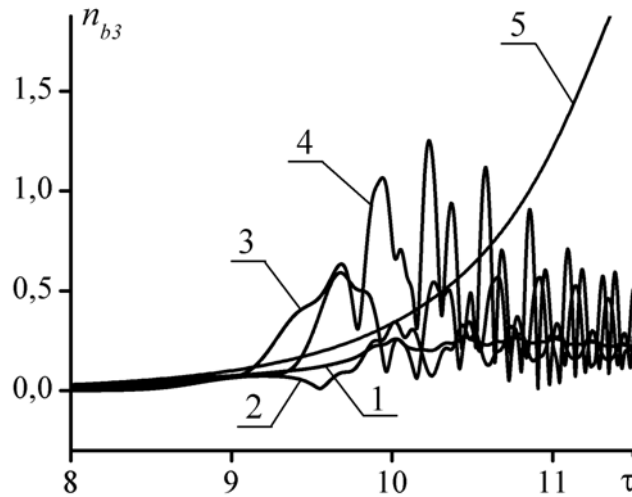


Рисунок 3.8 — Залежності амплітуд гармонік концентрації пучка нормовані на постійну складову концентрації пучка від нормованого часу з урахуванням і без урахування множинних параметричних резонансних взаємодій ХПЗ

Далі розглянемо динаміку амплітуд першої гармоніки напруженості електричного поля ХПЗ, що збуджується в наслідок трихвильового параметричного резонансу (3.1) у плазмово-пучковій системі. На рис. 3.7 подані залежності амплітуд першої гармоніки напруженості електричного поля ХПЗ  $E_{3z}$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  для режиму роботи  $C$  при куті вльоту електронного пучка  $\beta = 30^\circ$ . Тут, крива 1 побудована з урахуванням тільки перших гармонік хвиль, що беруть участь у параметричному резонансі, крива 2 враховує вплив мультигармонічних резонансів перших 10 гармонік ХПЗ. Рис. 3.7 показує, що насичення хвилі  $E_{3z}$  при врахуванні перших десяти гармонік ХПЗ (крива 2) зменшується більш ніж у два рази порівняно з кривою 1. Вплив множинних параметричних резонансних взаємодій між вищими гармоніками хвилі ХПЗ призводить до зменшення рівня насичення і напруженості електричного поля ХПЗ  $E_{3z}$ . Саме через зменшення напруженості електричного по-

ля ХПЗ відбувається зменшення і амплітуди електричного поля сигналу  $E_1$  (рис. 3.2), який пов'язаний з ХПЗ через параметричну резонансну взаємодію.

На рис. 3.8 подані залежності амплітуд гармонік концентрації пучка  $n_{b3}$  нормовані на постійну складову концентрації пучка  $n_{b3} / \bar{n}_b$  від нормованого часу  $\tau = t \cdot \delta\omega_0$  з урахуванням (криві 1-4) і без урахування (крива 5) множинних параметричних взаємодій ХПЗ. Крива 1 відповідає першій гармоніці концентрації пучка  $n_{b3,1}$ , крива 2 відповідає другій гармоніці  $n_{b3,2}$ , крива 3 відповідає третій гармоніці  $n_{b3,3}$ , крива 4 відповідає четвертій гармоніці  $n_{b3,4}$ , крива 5 відповідає першій гармоніці  $n_{b3,1}$ , розрахунок якої проводився без урахування мультигармонічних взаємодій ХПЗ. З рис. 3.8 випливає, коли не приймати до уваги взаємодію вищих гармонік ХПЗ, то насичення амплітуди першої гармоніки концентрації пучка  $n_{b3}$  відсутнє (крива 5). Тобто саме множинні взаємодії вищих гармонік ХПЗ відповідають за якісну динаміку гармонік концентрації пучка. Кардинально змінюється динаміка амплітуд гармонік концентрації пучка за умови врахування множинних взаємодій вищих гармонік хвилі ХПЗ (криві 1-4). Бачимо, що в цьому випадку амплітуди вищих гармонік концентрації пучка не тільки мають сумірні значення з амплітудою першої гармоніки, а навіть перевищують її. Слід зазначити, що електричне поле хвилі ХПЗ створюється як зарядами плазми, так і електронами пучка. Як показують дослідження амплітуди вищих гармонік концентрації плазми є набагато меншими за амплітуду першої гармоніки. Через те, що концентрація плазми суттєво більша за концентрацію пучка, то саме коливання плазми вносить основний вклад в формування електричного поля ХПЗ. Однак не зважаючи на це, коливання електронів пучка призводить до зменшення амплітуди електричного поля ХПЗ більш ніж у два рази, а також створює незначні осциляції амплітуди першої гармоніки електричного поля ХПЗ (крива 2, рис. 3.7). Таким чином, для проведення аналізу динаміки хвиль у плазмово-пучковому СЛВЕ потрібно обов'язково враховувати множинні параметричні взаємодії гармонік хвилі ХПЗ.

Аналізуючи динаміку амплітуди першої гармоніки електричного поля ХПЗ (рис. 3.7) та динаміку амплітуд концентрації пучка (рис. 3.8) бачимо, що частота ос-

циляцій амплітуд концентрації пучка  $n_{b3}$  в декілька разів більша за частоту осциляцій амплітуди електричного поля  $E_{3z}$ . Така ситуація стає можливою за умови захвату електричним полем ХПЗ електронів пучка [19]. Електрони відбиваються від стінок квазіпотенціальної ями, яку утворює електричне поле ХПЗ і тому частота осциляцій амплітуди концентрації пучка у декілька разів вища за частоту осциляцій електричного поля ХПЗ. Також слід звернути увагу на те, що амплітуда коливань концентрації пучка нормованих на його постійну складову в умовах насичення приблизно дорівнює одиниці. Це означає, що електронний пучок під час насичення є повністю промодульованим, розбитим на згустки. Таким чином, насичення підсилення плазмово-пучкових СЛВЕ Н-убітронного типу з гвинтовими електронними пучками відбувається через механізм захоплення електронів пучка плазмовою хвилею.

## ВИСНОВКИ

У звіті проведена модернізація методу усереднених характеристик у частині побудови схеми асимптотичного інтегрування систем нелінійних диференціальних рівнянь, з урахуванням специфіки мультигармонічних резонансних взаємодій у пристроях потужнострумової електроніки. Отримано схеми асимптотичного інтегрування, які поєднують процедури прямого й зворотного переходів. У роботі подані кубічно-нелінійні рівняння, що описують таку процедуру асимптотичного інтегрування, як для випадку однієї швидкої фази, так і для випадку багатьох швидких фаз. Ця модернізація дозволяє істотно збільшити ефективність методу усереднених характеристик. Тому варто очікувати, що використання модернізованого методу усереднених характеристик буде ефективним не тільки в задачах потужнострумової електроніки, але також і в задачах традиційної нелінійної електродинаміки плазми й у ряді інших областей нелінійної фізики. У тому числі з'являється можливість створення комплексу комп'ютерних програм для чисельно-аналітичних розрахунків багаторезонансних нелінійних завдань.

Побудована кубічна нелінійна теорія мультигармонічних взаємодій хвиль у плазмово-пучковому СЛВЕ доплетронного типу із гвинтовим електронним пучком. Здійснено врахування множинних параметричних резонансних взаємодій гармонік хвилі просторового заряду. З'ясовано, що такі резонансні взаємодії відіграють істотну роль, зокрема, призводять до зменшення рівня насичення сигналу у два та більше рази. Для чотирьох режимів роботи приладу визначені рівні насичення. Показано, що найбільш високим рівнем насичення електромагнітного сигналу володіє режим роботи, при якому відбувається підсилення незвичайної циркулярно поляризованої електромагнітної хвилі сигналу. Рівень насичення сигналу в цьому режимі роботи перевищує рівні насичення в інших режимах у два та більше рази.

Побудована кубічно-нелінійна теорія взаємодії хвиль у плазмово-пучковому супергетеродинному ЛВЕ з Н-убітронною накачкою. З'ясовано, що рівень насичення для режиму, в якому використовується швидка циклотронна електромагнітна хвиля, істотно більше, ніж в інших режимах роботи ППСЛВЕ. Отримано, що в цьому ре-



жимі при збільшенні кута вльоту пучка  $\beta$  збільшується рівень насичення сигнальної хвилі, досягаючи максимуму при куті  $\beta=40^\circ$ . При цьому період ондуляції магнітного поля накачування дорівнює  $\Lambda = 3,3$  см, що із практичної точки зору легко реалізувати. Продемонстровано, що при порівняно слабкій накачці (100 Гс) можливе створення потужної електромагнітної хвилі сигналу з напруженістю електричного поля  $\sim 5$  МВ/м у міліметровому діапазоні довжин хвиль. Таким чином, ППСЛІВЕ Н-убітронного типу із гвинтовим електронним пучком може бути використаним в якості потужного джерела електромагнітного випромінювання міліметрового діапазону.

**ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ**

1. Kulish V.V. Hierarchic electrodynamics and free electron lasers / V.V. Kulish. – Boca Raton, London, New York : CRC Press, 2011. – 697 p.
2. Kulish V.V. Hierarchical methods: Hierarchy and hierarchic asymptotic methods in electrodynamics, Vol. 1 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 380 p.
3. Kulish V.V. Hierarchical methods: Undulative electrodynamic system, Vol. 2 / V.V. Kulish. – Dordrecht, Boston, London : Kluwer Academic Publishers, 2002. – 396 p.
4. Kulish V.V. Methods of averaging in nonlinear problems of relativistic electrodynamics / V.V. Kulish. – Atlanta : World Federation Published Company, 1998. – 263 p.
5. Коцаренко Н.Я. О возможности супергетеродинного усиления электромагнитных волн в электронных потоках / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // ЖТФ. – 1980. – Т. 50, № 2. – С. 220–222.
6. Коцаренко Н.Я. Об эффекте супергетеродинного усиления электромагнитных волн в системе плазма-пучок / Н.Я. Коцаренко, В.В. Кулиш // Радиотехника и электроника. – 1980. – Т. 25, № 11. – С. 2470–2471.
7. Bekefi G. Two-stream, free-electron lasers / G. Bekefi, K.D. Jacobs // J. Appl. Phys. – 1982. – Vol. 53, No. 6. – P. 4113–4121.
8. Болонин О.Н. Супергетеродинное усиление электромагнитных волн в системе двух релятивистских электронных потоков / О.Н. Болонин, В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // УФЖ. – Т. 33, № 10. – 1988. – С. 1465–1468.
9. Botton M. Two-stream instability in free electron lasers / M. Botton, A. Ron // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1990. – Vol.18, No. 3. – P. 416–423.
10. Botton M. Gain enhancement in a free electron laser by two-stream instability / M. Botton, A. Ron // J. Appl. Phys. – 1990. – Vol. 67, No. 10. – P. 6583–6585.

11. Кулиш В.В. К теории супергетеродинных лазеров на свободных электронах клистронного типа / В.В. Кулиш // УФЖ. – 1991. – Т. 36, № 1. – С. 28–33.
12. Кулиш В.В. К теории релятивистских параметрических электронно-волновых лазеров на свободных электронах / В.В. Кулиш // УФЖ. – Т. 36, № 5. – 1991. – С. 686–693.
13. Кулиш В.В. К теории эффекта супергетеродинного усиления электромагнитных волн в плазме двухпучковой релятивистской электронной системы / В.В. Кулиш, В.П. Пугачев // Физика плазмы. – 1991. – Т. 17, № 6. – С. 696–705.
14. Кулиш В.В. Физика двухпучкового лазера на свободных электронах / В.В. Кулиш // Вестник МГУ. Серия: Физика и астрономия. – 1992. – Т. 33, № 3. – С. 64–78.
15. Kulish V.V. Superheterodyne electron-wave free-electron lasers / V.V. Kulish // International journal of infrared and millimeter waves. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 415–450.
16. Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of superheterodyne and parametric electron laser / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // The International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 1993. – Vol. 14, No. 3. – P. 451–567.
17. Kulish V.V. Nonlinear self-consistent theory of two-stream superheterodyne free electron lasers / V.V. Kulish, S.A. Kuleshov, A.V. Lysenko // The international journal of infrared and millimeter waves. – 1994. – Vol. 15, No. 1. – P.77–120.
18. Generation of high-power sub-THz waves in magnetized turbulent electron Beam Plasmas / M. K. A. Thumm, A. V. Arzhannikov, V. T. Astrelin, [et al] // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. – 2014. –Vol. 35, No 1. – P. 81-90.
19. Кузелев М.В. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2002. – 544 с.
20. Timofeev I.V. Exact kinetic theory for the instability of an electron beam in a hot magnetized plasma / I.V. Timofeev, V.V. Annenkov // Phys. Plasmas – 2013.- Vol. 20, No. 9. – 092123

21. Bret A. Multidimensional electron beam-plasma instabilities in the relativistic regime / A. Bret, L. Gremillet, M. E. Dieckmann // *Phys. Plasmas* – 2010.- Vol. 17, No. 12. – 120501
22. Tripathi V.K. Plasma effects in a free electron laser / V.K. Tripathi, C.S. Liu // *IEEE Transactions on Plasma Science*. – 1990. – Vol. 18, No. 3. – P. 466–471.
23. Liu C.S. Interaction of electromagnetic waves with electron beams and Plasmas / C.S. Liu, V.K. Tripathi. – Singapore : World Scientific, 1994. – 300 p.
24. Kartashov I.N. Electromagnetic beam-plasma interactions in a magnetic field / I.N. Kartashov, M.V. Kuzelev, A.A. Rukhadze // *Plasma Physics Reports*. – 2009. – Vol. 35, № 2. – P. 169–176.
25. Бобылев Ю.В. К нелинейной теории коллективного черенковского взаимодействия плотного релятивистского пучка с плазмой / Ю.В. Бобылев, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // *Физика плазмы*. – 2009. – Т. 35, № 6. – С. 533–541.
26. Бобылев Ю.В. Нелинейная теория релятивистских пучково-плазменных неустойчивостей в режиме коллективного эффекта Черенкова / Ю.В. Бобылев, М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // *Физика плазмы*. – 2008. – Т. 34, № 2. – С. 122–139.
27. Кузелев М.В. Спонтанное и вынужденное излучение электрона, электронного сгустка и электронного пучка в плазме / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе // *УФН*. – 2008. – Т. 178, № 10. – С. 1025–1055.
28. Progress in theory of instabilities in a rotating plasma / [ A.B. Mikhailovskii, J.G. Lominadze, A.P. Churikov, V.D. Pustovitov ] // *Plasma Physics Reports*. – 2009. – Vol. 35, № 4. – P. 273–314.
29. Bret A. Electromagnetic instabilities for relativistic beam-plasma interaction in whole  $k$  space: Nonrelativistic beam and plasma temperature effects / A. Bret, M.C. Firpo, C. Deutsch // *Phys. Rev. E*. – 2005. – Vol. 72, N1. – P. 695–709.
30. Mohsenpour T. Instability of wave modes in a free-electron laser with a helical wiggler and ion-channel guiding / T. Mohsenpour, B. Maraghechi // *Phys. Plasmas* – 2008. – Vol. 15, N4. – P. 113101.1–113101.10.

31. Kulish V.V. Multiharmonic cubic-nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne free-electron lasers of the dopplertron type / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Plasma Physics Reports*. - 2010. - V. 36, No. 13. - P. 1185.
32. Кулиш В.В. К теории плазма-пучковых супергетеродинных лазеров на свободных электронах с H-убитронной накачкой / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, В.В. Коваль // *Письма в ЖТФ*. – 2009. – Т. 35, вып. 15. – С.25–32.
33. Kulish V.V. Cubic-nonlinear theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with H-ubitron pumping / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Telecommunications and Radio Engineering*. - 2010. - V. 69, No. 20. - P. 1859.
34. Mohsenpour T. Instability of wave modes in a two-stream free-electron laser with a helical wiggler and an axial magnetic field / T. Mohsenpour, N. Mehrabi // *Physics of Plasmas*. - 2013. - V. 20, No. 8. - P. 082133.
35. Liu W. Instability of Two-stream Free-electron Laser with an Axial Guiding Magnetic Field / W. Liu, Z. Yang, Z. Liang // *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*. – 2006. – Vol. 27, No. 8. – P. 1073–1085.
36. Saviz S. Gain enhancement in two-stream free electron laser with a planar wiggler and an axial guide magnetic field / S. Saviz, Z. Rezaei, Z. Farzin, M. Aghamir // *Chinese Physics B*. - 2012. - V. 21, No. 9. - P. 094103.
37. Ginzburg N.S. Nonlinear theory of a free electron laser with a helical wiggler and an axial guide magnetic field / N.S. Ginzburg, N.Yu. Peskov // *Phys. Rev. ST Accel. Beams*. - 2013. - V. 16, No. 9. - P. 090701.
38. Кузелев М.В. Методы теории волн в средах с дисперсией / М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 272 с.
39. Kulish V.V. On the theory of a plasma-beam superheterodyne free electron laser with H-ubitron pumping / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, V.V. Koval // *Technical Physics Letters*. – 2009. – Vol. 35, No. 8. – P. 696–699.
40. N.A. Krall, and A.W. Trivelpiece, *Principles of Plasma Physics* (San Francisco Press, New York, 1986)
41. Bellan P. M. *Fundamentals of plasma physics* / P. M. Bellan. — Cambridge; New York : Cambridge University Press, 2008. — 628 p.

42. Kulish V.V. Hierarchical asymptotic methods in the theory of cluster free electron lasers / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, A.Ju. Brusnik // *Journal of Infrared, Millimeter and Terahertz Waves.* – 2012. – Vol. 33, No. 2. – P. 149–173.
43. Крылов Н.М. Введение в нелинейную механику / Н.М.Крылов, Н.Н. Боголюбов. – Москва-Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2004. – 352 с.
44. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский - М.: Наука, 1974. - 504 с.
45. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики / Н.Н. Моисеев - М.:Наука, 1969. – 380 с.
46. Гребенников Е.А. Метод усреднения в прикладных задачах / Е.А. Гребенников. - М.:Наука, 1986. – 256 с.
47. Mohsenpour T. The gain equation of a helical wiggler free electron laser with ion-channel guiding and/or an axial magnetic field / T. Mohsenpour, H. E. Amri // *Chinese Physics Letters.* — 2013. — Vol. 30, No. 3. — P. 034102.
48. Sprangle P. Stimulated collective scattering from a magnetized relativistic electron beam / P. Sprangle, V.L. Granatstein, L. Baker // *Phys. Rev. A.* – 1975. – Vol. 12, No. 4. – P. 1697–1701.
49. Miroshnichenko V. I. Forced coherent scattering of electromagnetic waves by a relativistic beam of oscillators / V. I. Miroshnichenko // *Radiophysics and Quantum Electronics.* — 1980. — Vol. 23, No. 3. — P. 252–259.
50. Bekefi G. Double-stream cyclotron maser / G. Bekefi // *Journal of Applied Physics.* — 1992. — Vol. 71, No. 9. — P. 4128–4131.
51. Saviz S. The effect of beam and plasma parameters on the four modes of plasma-loaded traveling-wave tube with tape helix / S. Saviz // *Journal of Theoretical and Applied Physics.* — 2014. — Vol. 8, No. 3. — P. 1–35.
52. Meydanloo S. Dispersion relation and growth rate in two-stream thermal plasma-loaded free-electron laser with helical wiggler / S. Meydanloo, S. Saviz // *Journal of Theoretical and Applied Physics.* — 2014. — Vol. 9, No. 1. — P. 39–43.

53. Nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne free electron laser of dopplertron type with non-axial injection of electron beam / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, V.V. Koval and M.Yu. Rombovsky // *Acta Physica Polonica A.* – 2014. – Vol. 126, No. 6. – P. 1263–1268.
54. Супергетеродинные плазменно-пучковые ЛСЭ с винтовыми электронными пучками / В. В. Кулиш, А. В. Лысенко, Г. А. Алексеенко, В.В. Коваль, М.Ю. Ромбовский // *Прикладная физика.* – 2014. – № 5. – С. 24–28.
55. Kulish V. V. Nonlinear interaction of waves in plasma-beam superheterodyne FEL of the dopplertron type with helical electron beam / V. V. Kulish, A. V. Lysenko, G. A. Oleksiienko // *Problems of Atomic Science and Technology.* — 2015. — No. 6(100). — P. 83-89.
56. Модернізований метод усереднених характеристик для розв'язування задач мультигармонічних резонансних взаємодій у пристроях сильнострумової електроніки / В.В. Куліш, О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко, Г.В. Биченко, О.О. Колоскова // *Ж. нано- електрон. фіз.* – 2015. – Т. 7, № 2. – С. 02015.
57. Plural interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, M.Y. Rombovsky, V.V. Koval, I.I. Volk // *Chinese Physics B.* — 2015. — Vol. 24, No 9. — P. 095201.
58. Лисенко О.В. Застосування модернізованого методу усереднених характеристик в задачах теорії плазмово-пучкових супергетеродинних лазерів на вільних електронах / О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко, М.О. Феденко // *Ж. нано- електрон. фіз.* – 2015. – Т. 7, № 4. – С. 04083.
59. Кулиш В. В. Мультигармонические взаимодействия волн в плазменно-пучковых супергетеродинных ЛСЭ с винтовыми электронными пучками / В.В. Кулиш, А.В. Лысенко, Г.А. Алексеенко // *Успехи прикладной физика.* – 2015. – Т. 3. – №5. – С. 438–446.
60. Лысенко А.В. Плазменно-пучковый супергетеродинный ЛСЭ с Н-убитронной накачкой с неосевой инжекцией электронного пучка // А.В. Лысенко, Г.А. Алексеенко / *Радиофизика и электроника.* — 2016. — Т. 7(21), № 1. — С. 48–54.

61. Лысенко А.В. Метод усредненных характеристик для решения мультигармонических задач в сильноточной электронике / А.В. Лысенко, Г.А. Алексеенко // Труды 17 международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2015): Труды конференции, (Харьков-Сумы, Украины, 8-13 июня, 2015).- Сумы, 2015. – С. 142-146.
62. Lysenko A.V. To the theory of superheterodyne plasma-beam free electron laser of the dopplertron type with non-axial electron beam entry / A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko // 24th International Crimean Conference Microwave and Telecommunication Technology (CriMiCo 2014): Conference Proceedings, (Sevastopol, Ukraine, 7-13, September, 2014). – Sevastopol, 2014. – P. 841-842.
63. Lysenko A.V. To the theory of plasma-beam superheterodyne free electron laser of the dopplertron type with a helical electron beam / A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko, V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky // 10<sup>th</sup> International Conference «Electronics and Applied Physics» (APHYS 2014): Conference Proceedings, (Kiev, Ukraine, 22-25, October, 2014). – Kiev, 2014. – P. 138-139.
64. Lysenko A.V. Multiharmonic interactions of space charge wave harmonics during the development of two-stream instability / A.V. Lysenko, Yu.Yu. Volk, V.V. Koval, M.Yu. Rombovsky // 10<sup>th</sup> International Conference «Electronics and Applied Physics» (APHYS 2014): Conference Proceedings, (Kiev, Ukraine, 22- 25, October, 2014). – Kiev, 2014. – P. 140-141.
65. Oleksiienko G.A. Influence of injection angle of electron beam on dynamics of waves in plasma-beam superheterodyne free electron laser of dopplertron type / G.A. Oleksiienko, V.V. Kulish, A.V. Lysenko // 15<sup>th</sup> International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science (SPO 2014): Scientific Works, (Kiev, Ukraine, 23-26, October, 2014). – Kiev, 2014. – P. 143.
66. Лисенко О.В. Кубічна нелінійна теорія плазмово-пучкового супергетеродинного ЛВЕ доплертронного типу з неосьовою інжекцією електронного пучка / О.В. Лисенко, Г.А. Олексієнко // Міжнародна конференція молодих учених и аспірантів (ІЕФ-2015): Матеріали конференції, (Ужгород, Україна, 18-22 травня, 2015).- Ужгород, 2015. – С. 65.



67. Lysenko A.V. Ultrashort Electromagnetic Clusters Formation in Two-Stream Superheterodyne Free Electron Lasers / A.V. Lysenko, M.Yu. Rombovsky, V.V. Koval, Yu.Yu. Volk // International Conference of Young Scientists and Postgraduates (IEP-2015): Proceedings of the Conference, (Uzhhorod, Ukraine, 18-22 May, 2015).- Uzhhorod, 2015. – P. 117.
68. Lysenko A.V. Cubic-nonlinear theory of plasma-beam superheterodyne FEL of the dopplertron type with a non-axial electron beam entry / A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko // 25th International Crimean Conference Microwave and Telecommunication Technology (CriMiCo 2015): Conference Proceedings, (Sevastopol, Ukraine, 6-12, September, 2015). – Sevastopol, 2015. – P. 801-802.
69. Lysenko A.V. Cubic-nonlinear theory of the plasma-beam superheterodyne FEL dopplertron type with non-axial injection of electron beam / A.V. Lysenko, G.A. Oleksiienko // 11<sup>th</sup> International Conference «Electronics and Applied Physics» (APHYS 2015): Conference Proceedings, (Kiev, Ukraine, 21-24, October, 2015). – Kiev, 2015. – P. 145-146.
70. Oleksiienko G.A. Nonlinear wave interaction in plasma-beam superheterodyne FEL of H-ubitron type with a helical electron beam / G.A. Oleksiienko, V.V. Kulish, A.V. Lysenko // 16<sup>th</sup> International Young Scientists Conference Optics and High Technology Material Science (SPO 2015): Scientific Works, (Kiev, Ukraine, 22-25, October, 2015). – Kiev, 2015. – P. 155.
71. Kulish V.V. Two-Stream Superheterodyne Free Electron Lasers as Formers of Ultrashort Electromagnetic Clusters / V.V. Kulish, A.V. Lysenko, I.I. Volk. // 9<sup>th</sup> International Kharkiv Symposium on Physics and Engineering of Microwaves, Millimeter and Submillimeter Waves (MSMW 2016): Symposium Proceedings, (Kharkiv, Ukraine, 20-24, June, 2016). — Kharkiv, 2016. — P. C-8.1