

ДИВЕРГЕНЦИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПАНЕЛИ, ОБТЕКАЕМОЙ ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

THE DIVERGENCE OF CYLINDRICAL PANEL IN VISCOUS INCOMPRESSIBLE LIQUID FLOW

Каринцев И.Б., профессор, Фишер В.В. студент, СумГУ, Сумы

Karintsev I.B., professor, Fisher V.V., student, SumSU, Sumy

Рассматривается случай статической потери устойчивости цилиндрической панели под влиянием гидродинамических сил, действующих на стенку со стороны потока вязкой несжимаемой жидкости.

Дифференциальное уравнение изгиба пластины для этого случая принимает вид

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + p(x) = 0,$$

где: $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu)}$ - цилиндрическая жесткость панели;

$$p(x) = \frac{k_p}{1} \frac{dw}{dx} - \text{гидродинамическое давление, действующее на панель;}$$

$$k_p = \frac{Dp_1}{2} - \text{коэффициент жесткости от осевого перепада давления } Dp_1.$$

В безразмерном виде это уравнение примет вид

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + k^3 \frac{dw}{dx} = 0, \text{ где } k^3 = \frac{k_p l^3}{D}.$$

Граничные условия: при $x = 0$; $\frac{d^2 w}{dx^2} = \frac{d^3 w}{dx^3} = 0$, при $x = 1$; $w = \frac{dw}{dx} = 0$.

Общее решение дифференциального уравнения

$$w = c_1 + c_2 e^{-kx} + e^{\frac{kx}{2}} \left(c_3 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} kx + c_4 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} kx \right).$$

Используя граничные условия, получим систему 4-х алгебраических уравнений. Приравняв определитель этой системы нулю, получим трансцендентное уравнение

$$\cos \frac{\sqrt{3}}{2} k = -\frac{1}{2} e^{-\frac{3}{2}k},$$

в результате решения которого, получим $k = 1,85$. Тогда критический перепад давления, вызывающий дивергенцию, определится следующей

формулой
$$Dp = \frac{2k_p}{1} = 12,66 \frac{D}{l^3}.$$