

УДК 539.62:621.891

КП

№ держреєстрації 0116U006818

Інв. №

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Сумський державний університет (СумДУ)

40007, м. Суми, вул. Р.-Корсакова, 2: тел. (0542) 33-41-08, факс (0542) 33-40-49

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з наукової роботи

д-р фіз.-мат. наук, проф.

_____ А.М. Чорноус

ЗВІТ

ПРО НАУКОВО-ДОСЛІДНУ РОБОТУ

**Термодинамічна теорія фазових переходів між структурними станами
межового мастила із урахуванням просторової неоднорідності
ПОБУДОВА ФАЗОВИХ ДІАГРАМ З ОБЛАСТЯМИ РІЗНИХ РЕЖИМІВ
ПЛАВЛЕННЯ. ОПИС АПЕРІОДИЧНОГО РЕЖИМУ ПЛАВЛЕННЯ/ТВЕРДНЕННЯ
МАСТИЛА
(остаточний)**

Начальник НДЧ

канд.фіз.-мат.наук., с.н.с.

Д.І. Курбатов

Керівник НДР

д-р.фіз.-мат.наук, доцент

Я.О. Ляшенко

2018

Рукопис закінчено 17 липня 2018 р.

Результати цієї роботи розглянуті науковою радою СумДУ,

27.06.2018 № 9

СПИСОК АВТОРІВ

Керівник НДР, старший науковий співробітник д-р.фіз.-мат.наук, доцент (17.07.2018)	Я.О. Ляшенко (реферат, вступ, розд. 1,2)
Відповідальний виконавець, Старший науковий співробітник, канд.фіз.-мат.наук, ст. викладач (17.07.2018)	А.М. Заскока (реферат, вступ, розд. 3)
Старший науковий співробітник канд.фіз.-мат.наук, ст. викладач. (17.07.2018)	У.С. Швець (розд. 1,2)
Аспірант Молодший науковий співробітник. (17.07.2018)	Ю.Ю. Волк (розд. 1)

РЕФЕРАТ

Звіт про НДР: 42 с., 10 рис., 30 джерела.

МЕЖОВЕ МАСТИЛО, ПАРАМЕТР ПОРЯДКУ, ПЕРЕРИВЧАСТИЙ РУХ, ПРУЖНІ НАПРУЖЕННЯ, ДЕФОРМАЦІЇ, ТРИБОЛОГІЯ, ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ.

Об'єкт дослідження – процеси зсувного плавлення, що спостерігаються в тонких твердоподібних плівках мастила при межовому терті.

Метою проекту є вивчення поведінки мультиконтактної трибологічної системи, яка працює в режимі межового тертя. Також метою є дослідження на основі побудованої теорії впливу зовнішніх факторів й властивостей контактуючих матеріалів на процеси, що відбуваються при плавленні, та вироблення, на основі отриманих результатів, рекомендацій щодо оптимальних параметрів мастил, за яких тертя зменшується. Дослідження проведені для різних мультиконтактних трибосистем, які у своєму складі мають 4 або 10 блоків.

Методи дослідження – в роботі використовувались методики дослідження фазових переходів.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1 Термодинамічна модель фазового переходу другого роду	8
1.1 Модуляція щільності як параметр порядку	8
1.2 Надлишковий об'єм як параметр порядку.....	11
1.3 Зв'язок між параметрами порядку модуляції густини та надлишкового об'єму	15
1.4 Перехід від надлишкового об'єму до модуляції густини	15
1.5 Перехід від модуляції густини до надлишкового об'єму	19
1.6 Вплив зовнішнього навантаження.....	22
2 Кінетика трибологічної системи.....	26
2.1 Основні рівняння.....	26
2.2 Надлишковий об'єм як параметр порядку.....	28
2.3 Модуляція густини як параметр порядку	31
3 Аперіодичний переривчастий режим.....	33
3.1 Мультиконтактна трибологічна система	33
3.2 Неперіодичний режим ковзання	34
ВИСНОВКИ.....	38
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....	39

ВСТУП

В останні роки в різних галузях науки і техніки знаходять широке застосування різні мікромеханічні системи. Вони використовуються в біомедицині, при побудові нових джерел енергії, в системах позиціонування в мікро- і наноелектроніці і т.д. При функціонуванні таких систем між контактуючими частинами виникає сила тертя, яка повинна бути строго контрольованою, оскільки при перевищенні допустимих значень дорогі механізми можуть передчасно вийти з ладу. Для зменшення тертя використовуються мастильні матеріали, що знаходяться в зоні контакту поверхонь [1, 2]. З огляду на малий розмір систем товщина мастильного шару, як правило, не перевищує кілька атомарних діаметрів, а поверхні тертя атомарно-гладкі [3, 4]. Багато експериментів показали, що в такому межовому режимі тертя властивості мастильних матеріалів істотно відрізняються від властивостей об'ємних мастил. Було з'ясовано, що в межовому режимі існує ряд ефектів, які не спостережувалися у випадку об'ємних мастил. Це ефект зсувного плавлення; наявність різних типів переривчастого руху, викликаного періодичними фазовими переходами між структурними станами мастильного матеріалу; аномальне збільшення в'язкості мастильного шару зі зменшенням його товщини; відмінність температур плавлення і тверднення мастила від аналогічних температур для тих же речовин в об'ємних системах; ефекти пам'яті; наявність декількох типів кінетичних режимів тертя; складні залежності в'язкості від температури, товщини шару, тиску і градієнта швидкості; багаторазове збільшення (іноді до 10 порядків) часів релаксації в тонких шарах [3, 4]. На сьогоднішній день, незважаючи на велику кількість експериментальних [2, 3, 5] і теоретичних [6-9] робіт, а також результатів комп'ютерного моделювання [4, 10-14], не існує єдиного підходу, який дозволив би описати всі ці спостережувані особливості. Тому вивчення процесів межового тертя має високу актуальність, зокрема в рамках розглянутого в пропонованій роботі термодинамічної уявлення, яке дозволило

описати велику кількість експериментально спостережуваних ефектів в рамках єдиного підходу [15].

У роботах [9, 16, 17] розроблена феноменологічна теорія граничного тертя, заснована на теорії фазових переходів Ландау другого роду. Для опису мастильного матеріалу введений параметр порядку φ , який представляє періодичну частину мікроскопічної функції густини середовища (модуляція щільності). У рідиноподібному стані мастильного матеріалу модуляція щільності зникає, і введений таким чином параметр порядку приймає нульове значення $\varphi = 0$. Якщо мастильний матеріал знаходиться в твердоподібному стані, параметр порядку $\varphi > 0$. Варто відзначити, що в об'ємних матеріалах плавлення може здійснюватися виключно згідно з механізмом фазового переходу першого роду, як це показав Ландау [18]. Однак, на симетрію фазового стану межового змащення істотно впливає атомарний рельєф поверхонь, що труться, які після плавлення мастильного шару залишаються твердими. Тому в режимі межового тертя часто спостерігаються фазові переходи другого роду між рідиноподібними і твердоподібними станами мастильного матеріалу. Це показано в експериментах [3], в ході комп'ютерного моделювання [10-14], а також теоретично [9]. Таким чином, хоча в якості параметра порядку вибирається модуляція щільності, яка приймає нульове значення тільки коли в матеріалі існує дальній порядок чергування атомів, що дозволяє описувати плавлення кристалічної мастила (в об'ємних системах це завжди фазовий перехід першого роду), тут може спостерігатися фазовий перехід другого роду. Більш того, існують роботи, в яких автори взагалі заперечують можливість існування фазового переходу першого роду [19]. Однак, тип фазового переходу залежить від форми молекул мастильного матеріалу. Наприклад, для полімерних молекул фазовий перехід першого роду відбувається, про що говорить комп'ютерне моделювання [4]. Особливості фазового переходу першого роду в рамках ідеології, запропонованої в роботах [9, 16, 17], вивчені нами в [20-22].

Нами був розроблений підхід, в якому як параметр порядку використовується надлишковий об'єм f , що виникає при плавленні мастильного матеріалу за рахунок хаотизації структури твердого тіла [23-25]. Перевагою такого підходу є те, що він явно враховує вплив зовнішнього навантаження на поверхні тертя, яке вводиться через нормальні зовнішні напруження $-n$. З ростом абсолютної величини n надлишковий об'єм f зменшується за рахунок здавлювання мастильного шару обмежувальними стінками. Були розглянуті дві ситуації: несиметричне розкладання термодинамічного потенціалу [24, 25] і симетричне [23]. У першому випадку описується фазовий перехід між двома ненульовими значеннями надлишкового об'єму f . Друга ситуація відповідає системам, в яких впорядкований твердоподібний стан мастильного матеріалу відповідає нульовому значенням надлишкового об'єму, який стає ненульовим при підвищенні температури за рахунок плавлення. В обох випадках переходи між фазовими станами мастильного шару описані як стрибкоподібні фазові переходи першого роду.

Оскільки обидва підходи, хоча і оперують параметрами порядку, в які вкладається різний фізичний зміст, описують один і той же процес граничного тертя, корисно буде встановити зв'язок між параметрами порядку φ і f . Варто розуміти, що такий зв'язок може бути встановлений не завжди. Наприклад, в разі реалізації переходу склування [19] можлива ситуація, коли величина надлишкового об'єму f при плавленні змінюється, і тому він може служити параметром порядку. У той же час підхід, оперує параметром порядку модуляції щільності φ , в цьому випадку стає непридатним, оскільки модуляція щільності при переході стеклования приймає нульове значення (відсутній дальній порядок чергування атомів) в обох фазах. Частково зв'язок між параметрами порядку модуляції щільності φ і надлишкового об'єму f була знайдена в недавній дисертаційній роботі [15]. Однак, питання зв'язку між параметрами порядку ще далекий від повного розуміння, і вимагає ширшого розгляду. Метою цієї роботи є визначення такого зв'язку в разі реалізації фазового переходу другого роду.

1 Термодинамічна модель фазового переходу другого роду

1.1 Модуляція щільності як параметр порядку

У випадку фазового переходу другого роду розкладання густини вільної енергії Φ_φ у ряд за степенями параметра порядку модуляції густини φ має вигляд [9, 16, 17]

$$\Phi_\varphi = \alpha(T - T_c)\varphi^2 + \frac{a}{2}\varphi^2\varepsilon_{el}^2 + \frac{b}{4}\varphi^4, \quad (1.1)$$

де введені температура мастильного шару T , критична температура T_c , зсувна компонента пружної деформації ε_{el} , а також додатні сталі α , a і b . Параметр порядку φ є амплітудою періодичної частини мікроскопічної функції густини середовища (модуляція густини). У твердоподібній фазі $\varphi \neq 0$, у рідинноподібній $\varphi = 0$, як це докладно описано у вступі.

Пружні напруження, що виникають у змащувальному шарі, визначаються як $\sigma_{el} = \partial\Phi_\varphi / \partial\varepsilon_{el}$ [9, 26]:

$$\sigma_{el} = a\varphi^2\varepsilon_{el} = \mu_s\varepsilon_{el}, \quad (1.2)$$

де модуль зсуву мастила μ_s дорівнює нулю у рідинноподібному стані та приймає ненульові значення у твердоподібному. Стаціонарні значення параметра порядку φ_0 і модуля зсуву $\mu_{s,0}$ визначаються з умови $\partial\Phi_\varphi / \partial\varphi = 0$ [9]:

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{2a(T - T_c)}{b} - \frac{a}{b}\varepsilon_{el}^2}, \quad (1.3)$$

$$\mu_{s,0} = a\varphi_0^2 = \frac{\alpha[2a(T - T_c) - a\varepsilon_{el}^2]}{b}. \quad (1.4)$$

Вирази (1.3) і (1.4) дають критичні значення для пружної деформації і температури

$$\varepsilon_{el,c0} = \sqrt{\frac{2\alpha(T - T_c)}{\alpha}}, \quad (1.5)$$

$$T_{c0} = T_c - \frac{\alpha\varepsilon_{el}^2}{2\alpha}, \quad (1.6)$$

під час перевищення яких мастило плавиться.

Незважаючи на те, що мікроскопічна густина речовини може бути виміряна чисельно [10–14], а значення параметра порядку φ знайдені безпосередньо з експерименту, для універсальності його набагато зручніше подати в безрозмірному вигляді. Будемо вважати, що параметр порядку φ нормований на максимальну величину, за рахунок чого приймає значення від 0 до 1. Значення $\varphi = 1$ відповідає максимально впорядкованому мастилу, що згідно з (1.3) відповідає нульовим температурам $T = 0$ і пружним деформаціям $\varepsilon_{el} = 0$. Рівняння (1.3) разом з умовою $\varphi_{max} = 1$ за $T = 0$ і $V = 0$ приводить до зв'язку параметрів розкладання у вигляді [15]

$$b - 2\alpha T_c = 0, \quad (1.7)$$

тобто на них накладаються додаткові обмеження. Відзначимо, що за наявності точно вимірних критичних величин (1.5) і (1.6) усі параметри розкладання $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1.1) також визначаються точно. Але для цього необхідний відсутній на сьогодні у літературі специфічний набір експериментальних даних для конкретної системи. Більш того, нашою метою є якісний рівень опису процесу межового тертя. Тому не будемо прив'язуватися до конкретної системи, а виберемо параметри таким чином, щоб значення критичних температур і швидкостей знаходилися в експериментально спостережуваному діапазоні [3].

Однак, при цьому будемо вибирати параметри розкладання таким чином, щоб вони задовольняли співвідношенню (1.7).

На рис. 1 наведені залежності стаціонарних значень параметра порядку φ_0 і модуля зсуву $\mu_{s,0}$ від пружних деформацій ε_{el} для різних значень температури мастильного матеріалу T .

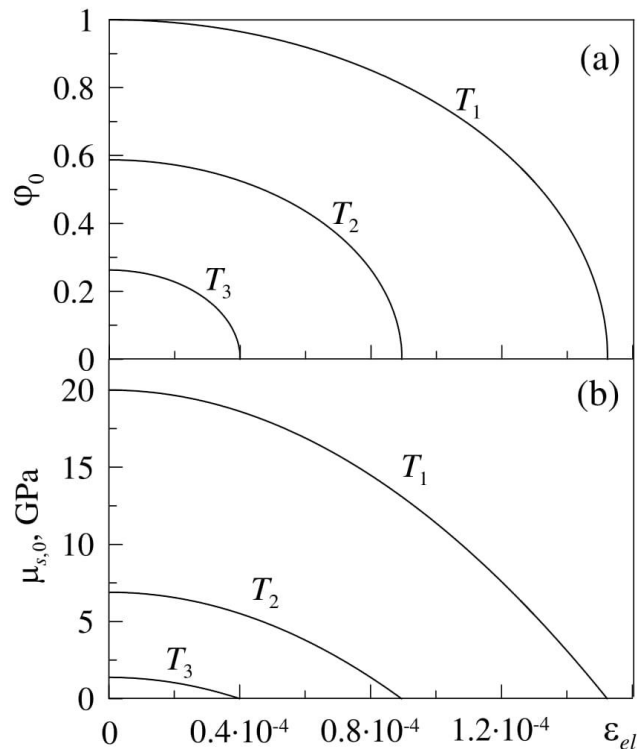


Рисунок 1.1 – Зв’язок між параметрами порядку модуляції щільності і надлишкового об’єму для опису структурних станів. (а) залежності стаціонарного значення параметра порядку φ_0 від пружних деформацій ε_{el} (1.3) при параметрах розкладання $T_c = 290$ К, $\alpha = 0.8$ Дж·К⁻¹/м³, $a = 2 \cdot 10^{10}$ Па, $b = 464$ Дж/м³ і фіксованих температурах $T_{1-3} = 0, 190, 270$ К; (б) залежності стаціонарного значення модуля зсуву $\mu_{0,s}$ від пружних деформацій ε_{el} (1.4) при параметрах рис. 1.1, а.

Із рисунка видно, за нульової температури $T_1 = 0$ К у відсутності зсуву ($\varepsilon_{el} = 0$) реалізуються максимальні значення параметра порядку φ_0 і модуля зсуву $\mu_{s,0}$, що у зазначеному випадку чисельно збігається зі значенням константи a у розкладанні $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1.1). Таким чином, параметр розкладання a задає максимальне значення модуля зсуву μ_s за відсутності теплових

флуктуацій ($T = 0$) і зовнішнього збурення системи ($\varepsilon_{el} = 0$). Також рисунок демонструє зменшення значень параметра порядку і модуля зсуву зі зростанням деформації ε_{el} і температури мастильного матеріалу T , оскільки розкладання (1.1) враховує термодинамічне та зсувне плавлення [9]. Враховуючи, що зі збільшенням зазначених величин параметр порядку ϕ_0 зменшується до нульового значення безперервно, у відповідності до ідеології теорії фазових переходів Ландау реалізується фазовий перехід другого роду [18].

1.2 Надлишкови об'єм як параметр порядку

Розкладання вільної енергії для опису фазового переходу другого роду за степенями параметра порядку надлишкового об'єму f , базується на ідеології, що запропонована в роботах [23–25], має вигляд [15, 27]

$$\Phi_f = \frac{1}{2} \lambda (\varepsilon_{ii}^{el})^2 + \mu (\varepsilon_{ij}^{el})^2 + \left[\phi_0^* - \frac{1}{2} \bar{\lambda} (\varepsilon_{ii}^{el})^2 - \bar{\mu} (\varepsilon_{ij}^{el})^2 - \alpha' T \right] f^2 + \frac{1}{4} \phi_1 f^4, \quad (1.8)$$

з додатними сталими розкладання λ , μ , ϕ_0^* , $\bar{\lambda}$, $\bar{\mu}$, α' і ϕ_1 . У виразі (8) перший і другий інваріанти тензора деформації задаються співвідношеннями [15, 24, 28]

$$\varepsilon_{ii}^{el} = \frac{n}{\lambda_{eff} + \mu_{eff}}, \quad (1.9)$$

$$(\varepsilon_{ij}^{el})^2 = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\tau}{\mu_{eff}} \right)^2 + (\varepsilon_{ii}^{el})^2 \right], \quad (1.10)$$

в яких зовнішні нормальні напруження n визначають навантаження на поверхні, які піддаються тертю, τ – напруження зсуву, а μ_{eff} і λ_{eff} – параметри пружності. Відзначимо, що коефіцієнт за f^2 у виразі (1.8) змінює знак на від'ємний під час підвищення температури T або пружних деформацій ε_{el} , що приводить до плавлення, оскільки стаціонарне значення параметра порядку f_0 стає при цьому відмінним від нуля.

Пружні напруги σ_{ij}^{el} , які виникають у змащувальному шарі, відповідно до (1.8) визначаються як [15, 23–25]

$$\sigma_{ij}^{el} = 2\mu_{eff}\varepsilon_{ij}^{el} + \lambda_{eff}\varepsilon_{ii}^{el}\delta_{ij}, \quad (1.11)$$

де введені ефективні параметри пружності

$$\mu_{eff} = \mu - \bar{\mu}f^2, \quad (1.12)$$

$$\lambda_{eff} = \lambda - \bar{\lambda}f^2, \quad (1.13)$$

зменшуються з плавленням під час збільшення величини надлишкового об'єму f . З виразу (11) випливає співвідношення для визначення зсувної компоненти пружних напружень [27, 28]

$$\tau = \mu_{eff}\varepsilon_{el}, \quad (1.14)$$

де ε_{el} – пружна компонента деформації зсуву.

Оскільки модель, в якій параметром порядку є модуляція густини ϕ , явно не містить зовнішнє навантаження, для встановлення зв'язку між параметрами порядку модуляції густини ϕ і надлишкового об'єму f спочатку розглянемо спрощений випадок відсутності зовнішнього навантаження $n = 0$. У цьому разі перший інваріант (1.9) $\varepsilon_{ij}^{el} \equiv 0$, а другий інваріант (1.10) з точністю до сталої зводиться до квадрату деформації зсуву $(\varepsilon_{ij}^{el})^2 \equiv \varepsilon_{el}^2 / 2$. При цьому потенціал (1.8) набуває більш простого вигляду

$$\Phi_f = \frac{\mu}{2}\varepsilon_{el}^2 + \left[\phi_0^* - \frac{\bar{\mu}}{2}\varepsilon_{el}^2 - \alpha'T \right] f^2 + \frac{1}{4}\phi_1 f^4, \quad (1.15)$$

Умова $\partial\Phi f / \partial f = 0$ приводить до стаціонарних значень параметра порядку f_0 і модуля зсуву $\mu_{eff,0}$

$$f_0 = \sqrt{\frac{\bar{\mu}\varepsilon_{el}^2 + 2\alpha'T - 2\phi_0^*}{\phi_1}}, \quad (16)$$

$$\mu_{eff,0} = \mu - \frac{\bar{\mu}(\bar{\mu}\varepsilon_{el}^2 + 2\alpha'T - 2\phi_0^*)}{\phi_1} H(\bar{\mu}\varepsilon_{el}^2 + 2\alpha'T - 2\phi_0^*), \quad (1.17)$$

де введена функція Хевісайда $H(x)$.

Залежності (1.16), (1.17) за фіксованих параметрів моделі наведені на рис. 2.

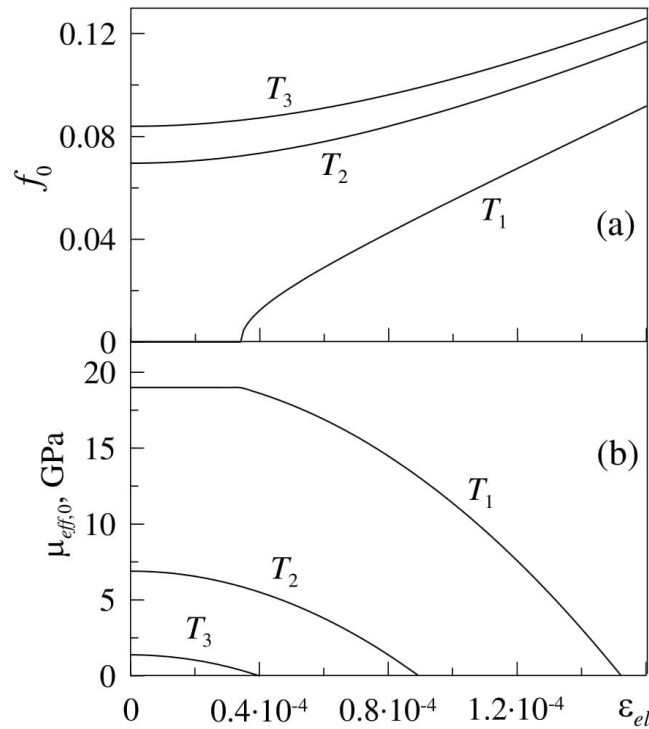


Рисунок 1.2 – (а) залежності стаціонарного значення параметра порядку f_0 від пружних деформацій ε_{el} (1.16) при параметрах розкладання $\phi_0^* = 1450$ Дж/м³, $\phi_1 = 7.25 \cdot 10^6$ Дж/м³, $\alpha' = 100$ Дж·К⁻¹/м³, $\mu = 1.9 \cdot 10^{10}$ Па, $\bar{\mu} = 2.5 \cdot 10^{12}$ Па і фіксованих температурах $T_{1-3} = 0, 190, 270$ К; (б) залежності стаціонарного значення ефективного модуля зсуву $\mu_{eff,0}$ від пружних деформацій ε_{el} (1.12) при параметрах рис. 1.2, а.

Видно, що зі збільшенням пружних деформацій ε_{el} і температури T надлишковий об'єм f_0 збільшується, що приводить до зменшення модуля зсуву $\mu_{eff,0}$. Розглянемо більш детально криву, побудовану за температури T_1 . У порівнянні з поведінкою, що демонструє рис. 1.1, тут є суттєва відмінність. На рис. 1.1, b модуль зсуву зі збільшенням деформацій (або температури) монотонно зменшується, а точка фазового переходу другого роду на залежностях $\mu_{s,0}$ знаходиться при значенні $\mu_{s,0} = 0$. На залежності, що відповідає температурі T_1 на рис. 1.2, b, зі збільшенням зазначених керуючих параметрів модуль зсуву спочатку залишається сталим (набуває максимального значення за $f_0 = 0$), а потім, після точки фазового переходу, починає зменшуватися.

Таким чином, потенціали $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1) і $\Phi_f(f)$ (15) описують системи, фізична поведінка яких відрізняється. У випадку, що демонструє крива для T_1 на рис. 1.2, здійснюється фазовий перехід між «ідеальним» кристалом і рідинноподібною структурою, що має ознаки твердого тіла (сталий ненульовий модуль зсуву, що з підвищенням температури вище точки фазового переходу починає зменшуватися й у результаті стає нульовим). На рис. 1.1 показана ситуація, в якій твердоподібна структура мастила має дефекти, кількість яких зростає зі збільшенням температури, оскільки модуль зсуву відразу починає зменшуватися, а після точки фазового переходу мастильний шар стає «ідеальною» рідиною, оскільки у розплавленому стані модуль зсуву $\mu = 0$. Таким чином, потенціал $\Phi_f(f)$ (15) у точці фазового переходу описує перехід між «ідеальним» кристалом і в'язко-пружним мастилом, а вираз $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1) – перехід між в'язко-пружним мастилом і «ідеальною» рідиною. Однак, обидва підходи показують аналогічну кінетику трибологічних системи [20, 24]. У зв'язку з цим можна зробити висновок, що для визначення фазового стану мастильного матеріалу інформації про макроскопічну поведінку системи (залежності від часу сили тертя, напружень, натягу пружини, що рухається, тощо) недостатньо, оскільки системи з фізично різною поведінкою можуть демонструвати аналогічні кінетичні залежності. Криві для температур T_2 і T_3 на обох рисунках відображають якісно однакову поведінку, причини цього наведені нижче.

1.3 Зв'язок між параметрами порядку модуляції густини та надлишкового об'єму

Як наведено вище, дві розглянуті в роботі моделі межового тертя описують фізично різні ситуації, тому однозначний зв'язок між ними не завжди може бути встановлений. Зокрема, у ситуації, коли здійснюється перехід склування, модуляція густини φ набуває нульових значень в обох фазах, тому не може виступати в якості параметра порядку, у той час як модель, що оперує як параметром порядку надлишковим об'ємом f , залишається прийнятною. Тому в загальному випадку параметр порядку повинен бути двокомпонентним (функцією модуляції густини і надлишкового об'єму). Тоді термодинамічний потенціал $\Phi(\varphi, f)$ у просторі параметра порядку буде мати вигляд тривимірної залежності. Такий підхід дозволить описати широкий клас систем, оскільки він зводиться до моделей, розглянутих вище, у разі, коли один із параметрів порядку змінюється слабо, або є сталою величиною (як, наприклад, нульове значення φ під час переходу склування). Більш того, від такого тривимірного подання вільної енергії можна перейти до ситуацій, які розглядаються в цій роботі, якщо знати зв'язок між параметрами порядку φ і f , що в кожному конкретному випадку може бути визначений експериментальним шляхом. Встановимо такий зв'язок, вважаючи, що модулі зсуву μ_s і μ_{eff} у цих моделях представляють одну і ту саму величину. Це є наближенням, оскільки, як ми продемонстрували вище, обидві моделі можуть показувати фізично різну поведінку. Однак, використання такого наближення дозволяє перейти від опису процесу межового тертя за допомогою модуляції густини до еквівалентного опису з використанням надлишкового об'єму, і навпаки. Проблема побудови єдиного підходу, в якому вільна енергія є функцією двокомпонентного параметра порядку, при цьому залишається відкритою.

1.4 Перехід від надлишкового об'єму до модуляції густини

Умова рівності модулів зсуву $\mu_s = \mu_{eff}$ (див. вирази (1.2) і (1.12)) приводить до співвідношення

$$f^2 = \frac{\mu}{\bar{\mu}} - \frac{a}{\bar{\mu}} \varphi^2. \quad (1.18)$$

Під час підстановки зв'язку (1.18) до виразу вільної енергії $\Phi_f(f)$ (1.15) одержимо еквівалентний потенціал у вигляді

$$\Phi_{f \rightarrow \varphi} = \left[\frac{\phi_0^* \mu}{\bar{\mu}} - \frac{\alpha' T \mu}{\bar{\mu}} + \frac{\phi_1 \mu^2}{4 \bar{\mu}^2} \right] + \left(\frac{a}{2} \varepsilon_{el}^2 + \frac{\alpha' T a}{\bar{\mu}} - \frac{\phi_0^* a}{\bar{\mu}} - \frac{\phi_1 a \mu}{2 \bar{\mu}^2} \right) + \left(\frac{\phi_1 a^2}{4 \bar{\mu}^2} \right) \varphi^4. \quad (1.19)$$

Зі зіставлення виразів (1.19) і $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1.1) випиває зв'язок між параметрами розкладання

$$b = \frac{\phi_1 a^2}{\bar{\mu}^2}; \quad \alpha = \frac{\alpha' a}{\bar{\mu}}; \quad T_c = \frac{\phi_0^*}{\alpha'} + \frac{\phi_1 \mu}{2 \alpha' \bar{\mu}^2}, \quad (1.20)$$

при цьому умова нормування параметра порядку φ (1.7) набуває вигляду

$$\bar{\mu} = \frac{\phi_1 (a - \mu)}{2 \phi_0^*}. \quad (1.21)$$

Із виразу (1.21) випиває одна важлива властивість. Оскільки параметри a і μ згідно з (1.2) і (1.12) задають максимальні значення модуля зсуву, для опису однієї і тієї самої системи за допомогою двох моделей ці параметри повинні приймати однакові значення, що з урахуванням виразу (1.21) приводить до величини $\bar{\mu} = 0$. Останнє не має фізичного сенсу, оскільки у такому випадку відповідно до виразу (1.12) ефективний модуль зсуву μ_{eff} не змінюється зі збільшенням надлишкового об'єму f . Зазначений факт дозволяє зробити висновок, що моделі межового тертя, які розглядаються у роботі, не можуть бути зведені одна до одної абсолютно точно у всьому діапазоні керуючих

параметрів, а умова додатності параметра μ приводить до необхідності виконання нерівності $a > \mu$. Саме тому параметри на рис. 1.1 і рис. 1.2 обрані таким чином.

Для подальшого дослідження параметри потенціалу $\Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi)$ (1.19) доцільно вибрати такими, щоб вони максимально відповідали параметрам розкладання $\Phi_{\varphi}(\varphi)$ (1.1), оскільки метою роботи є встановлення зв'язку між двома підходами опису межового режиму тертя. У системі рівнянь (1.20) нам уже відомі величини a , b , α і T_c (див. параметри у підписах до рис. 1.1). Оскільки ми знаємо, що $\mu < a$, виберемо значення $\mu = 1,9 \cdot 10^{10}$ Па. Тепер система (1.20) має 3 рівняння з 4-ма невідомими, що свідчить про її надлишковість. Нехай $\phi_0^* = 1450$ Дж/м³, що під час розв'язання цієї системи дозволить знайти всі параметри розкладання (1.19) (шукані значення наведені в підписах до рис. 1.2).

Оскільки потенціал (1.19) повністю відповідає виразу (1.15), стаціонарні значення модуля зсуву $\mu_{eff,0}$, які їм задаються, збігаються зі залежностями, наведеними на рис. 1.2. На рис. 1.3 суцільними лініями показані залежності, які відповідають потенціалу $\Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi)$ (19), що так само наведені на рис. 1.2, b, а символами позначені криві, які відповідають потенціалу $\Phi_{\varphi}(\varphi)$ (1), розміщені на рис. 1.1, b.

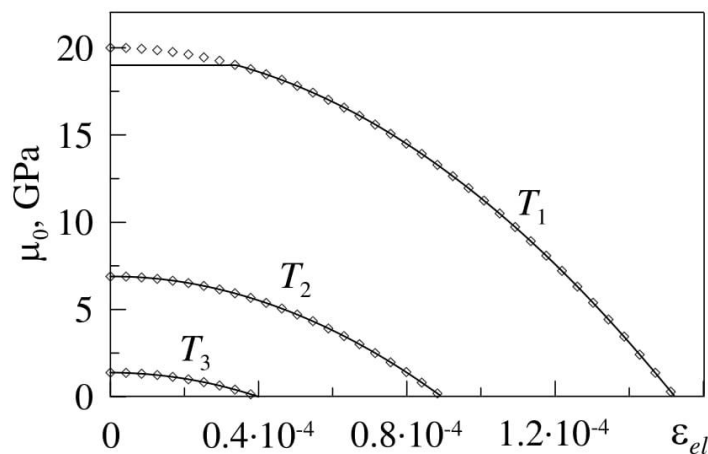


Рисунок 1.3 – Залежності стаціонарного значення модуля зсуву μ_0 від пружних деформацій ε_{el} . Суцільними лініями показані залежності, які наведені на рис. 1.1, b, символами показані залежності на рис. 1.2, b.

Як видно, криві для температур T_2 і T_3 ідеально збігаються, це говорить про можливість чисельно точного еквівалентного опису стаціонарних станів межового мастила під час використання обох моделей. Проте поведінка, що описується кривою за T_1 , істотно відрізняється. Це відбувається за рахунок того, що потенціал $\Phi_f(f)$ (1.15) описує фазовий перехід другого роду між нульовим і ненульовим значеннями надлишкового об'єму f . Під час збільшення температури T або деформацій ε_{el} від нульового значення до точки фазового переходу відповідно до виразу (1.12) значення модуля зсуву зберігається сталим ($\mu_{eff} = \mu$), оскільки стаціонарне значення $f_0 = 0$ (див. криву для температури T_1 на рис. 1.2). Після того, як температура або деформація перевищують критичні значення, надлишковий об'єм стає відмінним від нуля, і модуль зсуву μ_{eff} з подальшим збільшенням керуючих параметрів зменшується. Однак, криві для температур T_2 і T_3 на рис. 1.3 демонструють зменшення модуля зсуву в усьому діапазоні керуючих параметрів. Це відбувається за рахунок того, що в цьому випадку надлишковий об'єм $f_0 \neq 0$ навіть за нульових температур T і деформацій ε_{el} (див. рис. 1.2, а). І при цьому зі збільшенням керуючих параметрів у всьому їх діапазоні відповідно до виразу (1.12) модуль зсуву μ_{eff} зменшується. Таким чином, у ситуації, коли за нульових температур і деформацій надлишковий об'єм має відмінне від нуля значення, обидві моделі абсолютно однаково описують стаціонарні стани мастильного матеріалу, і між ними може бути встановлена однозначна відповідність. Повернемося до залежностей за температури T_1 на рис. 1.3. У цьому випадку параметри $\mu = 1,9 \cdot 10^{10}$ Па і $a = 2 \cdot 10^{10}$ Па задають максимальні значення модуля зсуву. З рисунку випливає, що діапазон керуючих параметрів, у якому існує однозначна відповідність між моделями буде тим ширше, чим ближче знаходяться значення μ і a . Як ми продемонстрували вище, завжди виконується нерівність $a > \mu$. Тому, для відповідності моделей необхідно вибрати $\mu \rightarrow a$, з обов'язковим виконанням нерівності $a > \mu$. Тоді, як це видно з рис. 1.3, відмінність між моделями буде спостерігатися лише за температур, близьких до нульового значення, що не мають практичного значення. Більш того, зазвичай

розкладання вільної енергії записується для температур поблизу точки фазового переходу, і під час віддалення від критичної температури T_c похибка такого опису суттєво збільшується.

Щоб уникнути непорозумінь відзначимо таке. Оскільки завжди $a > \mu$, то у разі, коли потенціал $\Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi)$ (1.19) дає стаціонарні значення параметра порядку φ , близькі до 1 (за низьких температур T), вираз (1.18) приводить до значень $f^2 < 1$, що відповідає від'ємному значенню у підкореному виразі у (1.16). Однак, додатково до стаціонарного значення (1.16) завжди існує додаткове стаціонарне значення $f_0 = 0$, яке і реалізується в цьому випадку, йому відповідає стала величина модуля зсуву $\mu_{eff} = \mu$ (див. вираз (1.12)). Стаціонарне значення модуля зсуву μ_s , визначене безпосередньо з виразу (1.19), при цьому зі збільшенням керуючих параметрів буде зменшуватися, як це показано на рис. 1. Тому в цьому діапазоні температур потенціали (1.19) і (1.15) показують різну поведінку. Однак, якщо використовуючи потенціал (1.19) завжди перевіряти зв'язок (1.18), і за $f_2 < 1$ приймати $f_0 = 0$, і відповідно $\varphi_0 = \sqrt{\mu/a}$, під час використання (1.19) і (1.15) в обох випадках ми одержимо однакову поведінку. Описане протиріччя викликано тим, що під час підстановки виразу (1.18) у вільну енергію (15) частина потенціалу, що визначається останнім доданком при f^4 завжди додатня, незалежно від значення f^2 у виразі (1.18). Більш того, якщо потенціал (1.15) дає постійне збільшення надлишкового об'єму зі збільшенням керуючих параметрів, тоді потенціал (1.19) при перевищенні критичних значень керуючих параметрів, після яких реалізується стаціонарне значення $\varphi_0 = 0$, відповідно до (1.18) дає стале значення надлишкового об'єму $f_0 = \sqrt{\mu/a}$.

1.5 Перехід від модуляції густини до надлишкового об'єму

Вище ми знайшли вираз для вільної енергії $\Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi)$ (1.19), що відповідає потенціалу $\Phi_f(f)$ (1.15), використовуючи зв'язок між параметрами порядку $f(\varphi)$ (1.18). Визначений у такий спосіб потенціал хоча і зводиться до форми $\Phi_\varphi(\varphi)$

(1.1), все таки у деякому діапазоні параметрів (для низьких температур T) описує принципово інші властивості мастильного матеріалу. Тому важливим є знаходження потенціалу, як функції надлишкового об'єму f , виходячи з початкового розкладання $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1). Для цього використовуємо співвідношення (1.18), переписане у формі

$$\varphi^2 = \frac{\mu}{\alpha} - \frac{\bar{\mu}}{\alpha} f^2. \quad (1.22)$$

Під час підстановки (1.22) до (1.1), одержимо потенціал вигляду

$$\Phi_{\varphi \rightarrow f} = \left[\frac{\alpha\mu(T - T_c)}{\alpha} + \frac{b\mu^2}{4\alpha^2} \right] + \frac{\mu}{2} \varepsilon_{el}^2 + \left(\frac{\alpha\bar{\mu}(T_c - T)}{\alpha} - \frac{\bar{\mu}}{2} \varepsilon_{el}^2 - \frac{b\mu\bar{\mu}}{2\alpha^2} \right) f^2 + \frac{b\bar{\mu}^2}{4\alpha^2} f^4, \quad (1.23)$$

еквівалентний виразу $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1.1). Вільна енергія (1.23) з точністю до сталої зводиться до потенціалу $\Phi_f(f)$ (1.15) під час заміни змінних

$$\phi_0^* = \frac{\bar{\mu}}{\alpha} \left(\alpha T_c - \frac{b\mu}{2\alpha} \right); \quad \phi_1 = \frac{b\bar{\mu}^2}{\alpha^2}; \quad \alpha' = \frac{\alpha\bar{\mu}}{\alpha}, \quad (1.24)$$

причому розв'язок системи рівнянь (1.24) вже представлено параметрами, зазначеними у підписах до рис. 1.1 і рис. 1.2, оскільки вони були знайдені під час розв'язування повністю еквівалентної системи рівнянь (1.20).

Потенціал (1.23) приводить до стаціонарного значення параметра порядку

$$f_0 = \sqrt{\frac{\alpha^2 \varepsilon_{el}^2 + 2\alpha\alpha(T - T_c) + b\mu}{\bar{\mu}b}}, \quad (1.25)$$

що з урахуванням зв'язків (1.20) або (1.24) зрозуміло збігається з виразом (1.16). Більш того, із (1.25) з використанням зв'язку між параметрами порядку (1.18) (або еквівалентного (1.22)) впливає (1.3). Зазначимо, що зі збільшенням температури T від нульового значення в деякому діапазоні можлива ситуація,

коли підкореневий вираз у (1.25) від'ємний. При цьому потенціал (1.23) має нульовий мінімум, а стаціонарне значення $f_0 = 0$, що згідно з (1.22) приводить до сталого значення модуляції густини φ_0 (див. криву за T_1 , що наведена суцільною лінією на рис. 1.3). При цьому протиріч, подібних описаним у підрозділі 1.4 статті, не виникає.

Оскільки потенціал $\Phi_{\varphi \rightarrow f}(f)$ (1.23) з точністю до сталої величини еквівалентний виразу $\Phi_f(f)$ (1.15), він задає аналогічну поведінку системи, наведену на рис. 1.2. З іншого боку, цей потенціал збігається з виразом $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1.1), тому він так само дозволить одержати результати, показані на рис. 1.1. Таким чином, вирази для вільної енергії $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1.1), $\Phi_f(f)$ (1.15), $\Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi)$ (1.19) і $\Phi_{\varphi \rightarrow f}(f)$ (1.23) є еквівалентними, а відмінність у поведінці, як це продемонстровано на рис. 1.3, реалізується лише за низьких температур, що викликано різними значеннями параметрів розкладів a і μ , оскільки завжди $a > \mu$ (див. формулу (1.21) і пояснення до неї). Більш того, можна легко визначити температуру мастильного матеріалу T , за перевищення якої обидві розглянуті моделі повністю еквівалентні. Для цього необхідне виконання умови додатності підкореневого виразу в (1.16) і (1.25) за відсутності деформації $\varepsilon_{el} = 0$. Зазначені вирази додатні, якщо температура мастила T перевищує критичне значення

$$T > T^* = \frac{\phi_0^*}{\alpha'}, \quad (1.26)$$

За умови виконання нерівності (1.26) обидві розглянуті у роботі моделі продемонстрували однакові результати в усьому діапазоні керуючих параметрів. Це твердження згідно з останнім виразом у (1.20) (за фіксованого значення T_c) узгоджується з тим, що для збільшення ширини діапазону, в якому моделі дають однакові результати, необхідно, щоб параметр μ за значенням був якомога ближче до a . Для параметрів розкладання, які використовувалися, ми маємо значення $T^* = 14,5$ К.

1.6 Вплив зовнішнього навантаження

Проведене вище дослідження свідчить про те, що використовуючи як параметри порядку модуляцію густини φ , або надлишковий об'єм f , можна однаково описати процес межового тертя. Більш витонченою є перша модель (вираз $\Phi_\varphi(\varphi)$ (1.1)), оскільки вона справедлива у всьому діапазоні керуючих параметрів, і в ній не потрібно вводити додаткові умови. Однак, суттєвим недоліком цієї моделі є те, що вона не враховує вплив зовнішнього навантаження, а це дуже важливо в розглянутій задачі, оскільки зовнішнє навантаження може змінювати поведінку трібологічної системи критичним чином [3]. Той факт, що за відсутності зовнішнього навантаження ($n = 0$) можна однаково описати процес граничного тертя за допомогою обох моделей, нашою думкою про існування відповідності між підходами, що дозволяє модифікувати модель, задану потенціалом $\Phi_\varphi(\varphi)$ таким чином, щоб вона враховувала вплив зовнішнього навантаження на поверхні тертя. Знайдемо таку відповідність. Спочатку напишемо потенціал $\Phi_f(f)$ (1.8) для $n \neq 0$ у більш простому вигляді. Згідно з виразами (1.10) і (1.14) другий інваріант тензора деформації може бути виражений через перший інваріант як

$$\left(\varepsilon_{ij}^{el}\right)^2 = \frac{\varepsilon_{el}^2 + \left(\varepsilon_{ii}^{el}\right)^2}{2}, \quad (1.27)$$

де ε_{el} – пружна компонента деформації, що є в моделі керуючим параметром. Після підстановки виразу (1.27) до вільної енергії (1.8) одержимо вираз

$$\Phi_f = \frac{\mu}{2} \varepsilon_{el}^2 + \frac{\lambda + \mu}{2} \left(\varepsilon_{ii}^{el}\right)^2 + \left[\phi_0^* - \frac{\bar{\mu}}{2} \varepsilon_{el}^2 - \frac{\bar{\lambda} + \bar{\mu}}{2} \left(\varepsilon_{ii}^{el}\right)^2 - \alpha' T \right] f^2 + \frac{1}{4} \phi_1 f^4, \quad (1.28)$$

Розглянемо на прикладі потенціалу (1.28) перехід від параметра порядку f до параметру порядку φ у випадку, коли зовнішні нормальні напруження n не дорівнюють нулю.

Підстановка співвідношень (1.18), (1.9), (1.12) і (1.13) до потенціалу (1.28) приводить до виразу

$$\Phi_{f \rightarrow \varphi, n} = \Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi) + \frac{n^2 \bar{\mu} / 2}{\bar{\mu} \lambda - \bar{\lambda} \mu + \alpha \varphi^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu})}, \quad (1.28)$$

де $\Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi)$ визначається формулою (1.19). За відсутності зовнішнього навантаження ($n = 0$) з використанням зв'язків (1.20) потенціал (1.29) з точністю до сталої зводиться до $\Phi_{\varphi}(\varphi)$ (1.1). Таким чином, вираз (1.29) узагальнює запропоновану в роботах [9, 16, 17] модель межового тертя, оскільки додатково враховує зовнішнє навантаження, прикладене до поверхонь тертя. Причому, під час знаходження стаціонарних значень параметра порядку і модуля зсуву безпосередньо з виразу (1.29), будемо мати криві, наведені символами на рис. 3, у всьому діапазоні керуючих параметрів, без необхідності введення додаткових умов і обмежень.

На рис. 1.4, а показані залежності потенціалу $\Phi_{f \rightarrow \varphi, n}$ (1.29) від параметра порядку φ для різних значень зовнішнього навантаження, рівень якого збільшується від n_1 до n_5 . Причому значення навантаження $n_1 = 0$, а потенціал (1.29) у цьому випадку зводиться до $\Phi_{f \rightarrow \varphi}(\varphi)$ (1.19). Із рисунка випливає, що зі збільшенням зовнішнього навантаження збільшується стаціонарне значення параметра порядку φ_0 , що відповідає мінімуму потенціалу $\Phi_{f \rightarrow \varphi, n}$ (1.29) (див. так само рис. 1.4, б), що відповідно до виразу (1.4) приводить до збільшення модуля зсуву мастильного матеріалу $\mu_{s,0}$, тобто мастило стає більш твердоподібним. Фізично це обумовлено тим, що зростання зовнішнього навантаження приводить до вимушеного впорядкування молекул мастильного шару [3]. Необхідно відзначити, що для параметрів кривих, побудованих за значень температур T_4 і T_5 на рис. 1.4, б зі збільшенням абсолютного значення зовнішніх нормальних напружень n спостерігається фазовий перехід другого роду між нульовим (рідиноподібна структура) і ненульовим (твердоподібна структура) стаціонарними значеннями параметра порядку φ_0 .

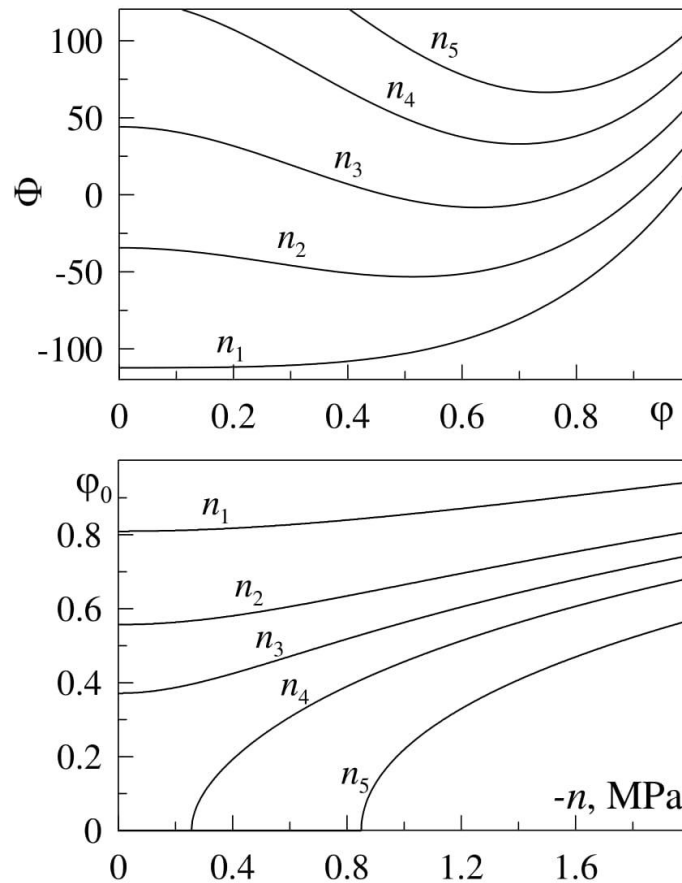


Рисунок 1.4 – (а) залежності вільної енергії $\Phi_{f \rightarrow \varphi, n}$ (1.29) від параметра порядку φ при параметрах рис. 1.1 та рис. 1.2, а також $\lambda = 10^{10}$ Па, $\bar{\lambda} = 10^{11}$ Па, пружних деформаціях $\varepsilon_{el} = 0$ і температурі мастильного матеріалу $T = 300$ К. Криві n_1 - n_5 відповідають значенням нормальних напружень $n = 0, -1.2, -1.7, -2.1, -2.4$ МПа; (б) залежності стаціонарних значено параметра порядку φ_0 від зовнішніх нормальних навантажень $-n$, які відповідають потенціалу (1.29), при параметрах рис. 1.4, а. Криві $T_1 - T_5$ відповідають температурам $T = 100, 200, 250, 300$ і 400 К відповідно.

У той час як для температур T_1, T_2 і T_3 вже за нульового навантаження $n = 0$ мастильний матеріал знаходиться у твердоподібному стані, оскільки $\varphi_0 \neq 0$ для $n = 0$. Таким чином, модель (1.29) враховує вплив температури T , пружних деформацій ε_{el} і зовнішнього навантаження n , набір значень яких визначає фазовий стан мастильного матеріалу. Необхідно відзначити, що в роботах [20, 21, 23–25] одержане співвідношення, що зв'язує пружну деформацію, виникаючу в змащувальному шарі, з відносною швидкістю руху поверхонь, що

труктяться. Таким чином, нами були враховані основні керуючі параметри, які задають режими межового тертя.

Зазначимо, що потенціал (1.29) може бути зведений до поліноміального вигляду, якщо розкласти доданок, враховуючий зовнішнє навантаження, у ряд:

$$\frac{n^2 \bar{\mu} / 2}{\bar{\mu} \lambda - \bar{\lambda} \mu + \alpha \varphi^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu})} = \frac{n^2 \bar{\mu}}{2(\bar{\mu} \lambda - \bar{\lambda} \mu)} \sum_{m=0}^{\infty} \left[\frac{-\alpha (\bar{\lambda} + \bar{\mu}) \varphi^2}{(\bar{\mu} \lambda - \bar{\lambda} \mu)} \right]^m. \quad (1.30)$$

Однак, при цьому необхідно пам'ятати, що ряд (1.30) є збіжним лише якщо виконується умова

$$\varphi < \varphi_c = \sqrt{\frac{\bar{\mu} \lambda - \bar{\lambda} \mu}{\alpha (\bar{\lambda} + \bar{\mu})}}, \quad (1.31)$$

де для вибраних параметрів моделі критичне значення параметра порядку $\varphi_c = \sqrt{30030} / 260 \approx 0,667$. Відзначимо, що згідно з (1.31) можливо підібрати параметри таким чином, щоб діапазон збіжності був значно ширшим (наприклад, збільшивши значення параметра λ). Хоча, оскільки у нас є точний вираз для потенціалу $\Phi_{f \rightarrow \varphi, n}(\varphi)$ (1.29), використання (1.30) не є необхідним.

2 Кінетика трибологічної системи

2.1 Основні рівняння

Розглянемо механічний аналог трибологічної системи, наведений на рис. 2.1. Тут пружина з жорсткістю K зв'язана з блоком масою M .

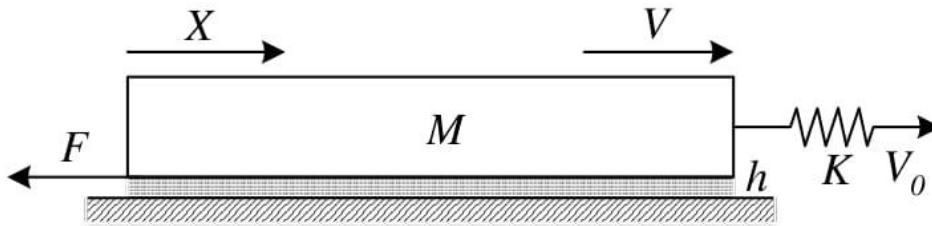


Рисунок 2.1 – Механічний аналог простої трибологічної системи.

Блок розміщений на гладкій поверхні, від якої відділений шаром мастила товщиною h . Вільний кінець пружини приводиться до руху з фіксованою швидкістю V_0 . Під час руху блоку виникає сила тертя F , що чинить опір його пересуванню. Позначимо поточну координату верхнього блоку X , тоді відповідне рівняння руху має вигляд [3, 9]

$$M\ddot{X} = K(V_0 t - X) - F. \quad (2.1)$$

Сила тертя F , що фігурує в рівнянні (2.1), може бути знайдена з використанням описаних вище моделей. Для цього спочатку встановимо зв'язок між швидкістю зсуву V і виникаючими у шарі мастила пружними деформаціями. Skorистаємося дебаєвським наближенням, що зв'язує пружну компоненту деформації ε_{el} з пластичною ε_{pl} [9]:

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \frac{\varepsilon_{el}}{\tau_\varepsilon}, \quad (2.2)$$

де введено час релаксації τ_ε . Повна деформація у змащувальному шарі складається із пружної та пластичної компонент

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}, \quad (2.3)$$

і визначає швидкість руху верхнього блоку V відповідно до зв'язку [29]

$$V = h\dot{\varepsilon} = h(\dot{\varepsilon}_{el} + \dot{\varepsilon}_{pl}). \quad (2.4)$$

З трьох останніх співвідношень випливає вираз для пружної компоненти деформації зсуву у вигляді

$$\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{el} = -\varepsilon_{el} + \frac{V\tau_\varepsilon}{h}. \quad (2.5)$$

Як правило, час релаксації τ_ε дуже малий, це дозволяє у межах наближення $\tau_\varepsilon \dot{\varepsilon}_{el} \approx 0$ з достатньою точністю використовувати стаціонарне значення пружної деформації

$$\varepsilon_{el} = \frac{V\tau_\varepsilon}{h}. \quad (2.6)$$

Вираз (2.6) свідчить про те, що пружні деформації ε_{el} у мастильному шарі зі сталою товщиною h задаються відносною швидкістю руху блоків V , що труться. У стані спокою ($V = 0$) пружні деформації дорівнюють нулю, оскільки відсутнє зовнішнє збурення системи. Сила тертя, що діє в системі, показаної на рис. 5, визначається як добуток повних напружень на площу контакту поверхонь A , що труться:

$$F = (\sigma_{el} + \sigma_v)A, \quad (2.7)$$

де в'язкі напруження σ_v описуються згідно з формулою [29]

$$\sigma_v = \frac{n_{eff}V}{h}, \quad (2.8)$$

а ефективна в'язкість мастильного матеріалу η_{eff} визначається експериментально отриманою залежністю [29]

$$n_{eff} = k(\dot{\epsilon})^\gamma. \quad (2.9)$$

У виразі (2.9) введено коефіцієнт пропорційності k (Па · с ^{$\gamma+1$}). Для псевдопластичних рідин $\gamma < 0$, ділатантні характеризуються показником $\gamma > 0$, а у випадку ньютонівських рідин $\gamma = 0$, оскільки відповідно до (2.9) і (2.4) при цьому в'язкість не залежить від градієнта швидкості.

З урахуванням (2.4), (2.9) вираз для в'язких напружень (2.8) записується у вигляді:

$$\sigma_v = k \left(\frac{V}{h} \right)^{\gamma+1}. \quad (2.10)$$

Підставляючи (2.10) до (2.7), одержимо кінцевий вираз для сили тертя [20]¹⁾:

$$F = \left[\sigma_{el} + k \cdot \text{sgn}(V) \left(\frac{|V|}{h} \right)^{\gamma+1} \right] A, \quad (2.11)$$

де пружні напруження σ_{el} описуються виразами (1.2) або (1.14), в залежності від моделі.

2.2 Надлишковий об'єм як параметр порядку

Для опису поведінки мастила напишемо кінетичне релаксаційне рівняння типу Ландау-Халатникова [30]:

¹⁾ Тут введені знакова функція $\text{sgn}(x)$ і абсолютне значення швидкості зсуву $|V|$, оскільки вона може набувати від'ємних значень.

$$\frac{\partial x}{\partial t} = -\delta \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad (2.12)$$

де x – параметр порядку, а кінетичний коефіцієнт δ характеризує інерційні властивості системи. Розглянемо спочатку ситуацію, в якій в якості параметра порядку використовується надлишковий об'єм f . Після підстановки до (2.12) вільної енергії $\Phi_f(f)$ (1.28) рівняння для $x \equiv f$ запишеться у явному вигляді

$$\frac{1}{\delta} \frac{\partial f}{\partial t} = -f \left[2\phi_0^* - \bar{\mu} \left(\frac{V\tau_\varepsilon}{h} \right)^2 - 2\alpha'T \right] - \phi_1 f^3 - \frac{n^2 f (\bar{\lambda} + \bar{\mu})}{[\lambda + \mu - f^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu})]^2}, \quad (2.13)$$

де використаний зв'язок між відносною швидкістю зсуву поверхонь V , що труться, і пружною деформацією в змащувальному шарі ε_{el} (2.6). Рівняння (2.13) свідчить про те, що збільшення зовнішнього навантаження (абсолютного значення нормальних напружень n) приводить до вимушеного упорядкування мастильного матеріалу, оскільки вільний об'єм f за цих умов зменшується. Для розрахунку часової еволюції основних параметрів трибологічної системи, наведеної на рис. 2.1, будемо разом чисельно розв'язувати кінетичні рівняння (2.1) і (2.13), визначаючи силу тертя F з (2.11), а пружні напруги $\sigma_{el} \equiv \tau$ відповідно до виразу (1.14)²⁾. Також під час розв'язання рівнянь необхідно враховувати зв'язок $\dot{X} = V$. Для розв'язання зазначеної системи рівнянь нами використовувалися методи Ейлера і Рунге-Кута 4 порядку точності. Обидва методи дозволили одержати однакові результати.

На рис. 2.2 наведені чисельно розраховані залежності сили тертя F , швидкості руху верхнього блоку V , що треться, його координати X , натягнення

²⁾ Оскільки модель не обмежує значення надлишкового об'єму f , згідно з (1.12) при виконанні умови $f > \sqrt{\mu/\bar{\mu}}$ необхідно приймати $\mu_{eff} = 0$. При цьому параметри λ і $\bar{\lambda}$ необхідно вибирати таким чином, щоб для всіх значень параметра порядку f , які реалізуються, завжди виконувалася умова $\lambda_{eff} > 0$ [23].

пружини ΔX , а також пружних напружень τ , що виникають у змащувальному шарі.

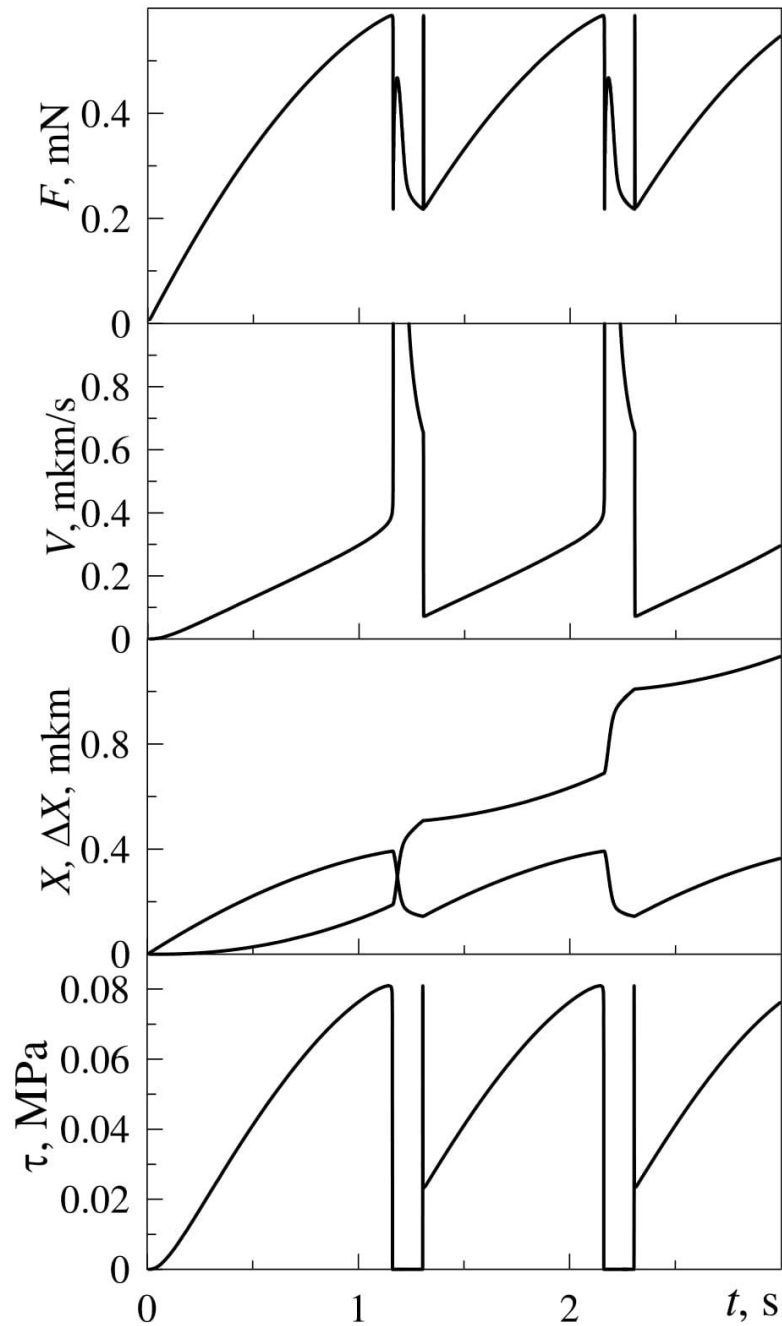


Рисунок 2.2 – Залежності сили тертя F (2.11), швидкості зсуву верхнього блока V , його координати X , довжини натягнення пружини $\Delta X = V_0 t - X$ і зсувних напружень σ_{el} від часу t при параметрах рис. 1.1, рис. 1.2, рис. 1.4 і $M = 0.4$ кг, $K = 1500$ Н/м, $\delta = 100$ $\text{Па}^{-1} \cdot \text{с}^{-1}$, $h = 10^{-9}$ м, $\tau_\varepsilon = 10^{-7}$ с, $A = 5 \cdot 10^{-9}$ м^2 , $\gamma = -2/3$, $k = 5 \cdot 10^3$ $\text{Па} \cdot \text{с}^{1/3}$, $T = 250$ К, $V_0 = 500$ нм/с і $n = -0.3$ МПа.

З рисунку видно, що в системі встановлюється переривчастий режим межового тертя, в якому здійснюються періодичні фазові переходи між твердоподібним і рідиноподібним структурними станами мастильного матеріалу. Детально особливості такого типу переривчастого режиму руху, а також причини, що приводять до нього, досліджені в роботі [20], де розглядалася модель фазового переходу першого роду.

На рис. 2.3 додатково наведені залежності від часу t параметрів порядку надлишкового об'єму f (залежність $f(t)$ обрізана зверху) і модуляції густини φ , які відповідають залежностям, показаним на рис. 2.2. З рисунка можна зробити висновок, що в системі дійсно реалізуються фазові переходи, причому зі збільшенням надлишкового об'єму модуляція густини зменшується.

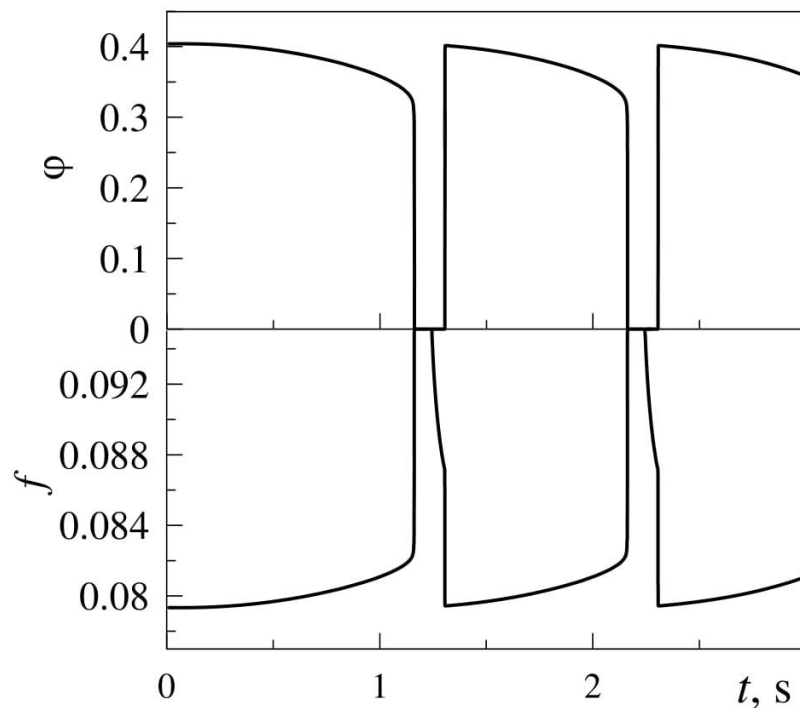


Рисунок 2.3 – Залежності параметрів порядку f і φ від часу t , що відповідають залежностям, наведеним на рис. 2.2.

2.3 Модуляція густини як параметр порядку

Підставляючи до рівняння (2.12) вільну енергію (1.29)³, отримаємо кінетичне рівняння в явному вигляді

$$\frac{1}{\delta} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\varphi \left[2\alpha(T - T_c) + a \left(\frac{V\tau_\varepsilon}{h} \right)^2 \right] - b\varphi^3 + \frac{n^2 \bar{\mu} \alpha \varphi (\bar{\lambda} + \bar{\mu})}{[\bar{\mu}\lambda - \bar{\lambda}\mu + \alpha\varphi^2 (\bar{\lambda} + \bar{\mu})]^2}. \quad (2.14)$$

Для моделювання процесу плавлення мастильного матеріалу необхідно діяти за схемою, аналогічною описаній у попередньому підрозділі, з тією відмінністю, що замість рівняння (2.13) необхідно використовувати (2.14). Пружні напруження σ_{el} , що входять у вираз для сили тертя F (2.11), при цьому визначаються виразом (1.2). Однак, при використанні рівняння (2.14) є одна важлива деталь. Справа в тому, що під час чисельного розв'язання (2.14) його корінь $\varphi = 0$ є стійким, навіть якщо відповідає максимуму потенціалу $\Phi_\varphi(\varphi)$. У роботі [20], щоб уникнути такої ситуації в рівняння (2.14) додатково вводився адитивний шум з малої інтенсивністю. Дія такого шуму приводить до того, що в описаній ситуації $\varphi = 0$ система з нестійкого стану перейде до стійкого, що відповідає мінімуму енергії. Таким чином, врахування флуктуацій є необхідним через особливості чисельного розрахунку. Під час розв'язання рівняння (2.13) таких проблем не виникає. У зв'язку з цим, незважаючи на те, що рівняння (2.13) і (2.14) еквівалентні, кінетичні залежності, наведені на рис. 2.2, одержані під час розв'язання зазначених рівнянь, можуть відрізнитися незначним чином. Однак, ця відмінність завжди несуттєва.

³⁾ Вираз (1.29) є вільною енергією Φ_φ (1.1), з урахуванням доданка, що описує зовнішнє навантаження, яке пропорційне величині n^2 .

3 Аперіодичний переривчастий режим

3.1 Мультиконтактна трибологічна система

Розглянемо механічний аналог мультиконтактної трибологічної системи, наведеної на рис. 3.1.

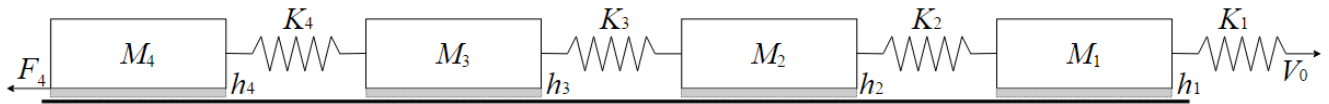


Рисунок 3.1 – Механічний аналог мультиконтактної трибологічної системи.

Система складається з підкладки, на якій розміщуються чотири блоки. Всі контактуючі поверхні тверді та атомарно гладкі. Нижній блок зафіксований, а верхні блоки ковзають на ньому. Поверхні розділені ультратонкою плівкою мастила h_{1-4} . Кожен блок має масу M_{1-4} і площу контакту A_{1-4} . Блоки з'єднані між собою пружинами з жорсткостями K_{2-4} та довжинами X_{2-4} . Перший блок приводиться в рух за допомогою пружини з жорсткістю K_1 , вільний кінець якого рухається зі сталою швидкістю V_0 . Оскільки між блоком і підкладкою виникає сила тертя, протягом руху пружина K_1 розтягується, тому швидкість першого блоку V_1 та V_0 у загальному випадку не збігаються. У свою чергу, швидкість V_1 задає швидкість пружини K_2 , що ініціює переміщення другого блоку. Він у свою чергу спричиняє зсув третього блоку і т. Д. Під час моделювання сили тертя F_{1-4} для кожного блоку оцінювали за допомогою рівняння (2.11). Після чого була знайдена загальна сума F .

Для плівки мастила запишемо розкладання вільно енергії за степенями параметра порядку φ

$$\Phi = -a\varphi + \alpha(T - T_c)\varphi^2 + \frac{b}{2}\varphi^2 \varepsilon_{el}^2 - \frac{c}{3}\varphi^3 + \frac{d}{4}\varphi^4. \quad (3.1)$$

В рівнянні (3.1) враховано доданок першого степеня. Для даного вигляду потенціалу з підвищенням температури повного плавлення мастила, якому відповідає значення $\varphi_0 = 0$, не відбувається. Реалізується часткове плавлення, після якого встановлюється стаціонарний режим, якому відповідає ненульовий мінімум потенціалу. Це дає нам можливість описати статичну компоненту тертя. При обраних параметрах моделі (див. підпис до рис. 3.2) в системі реалізуються фазові переходи другого роду.

3.2 Неперіодичний режим ковзання

Типова залежність сили тертя від часу показана на рис. 3.2. У початковий час блоки нерухомі, пружини не розширені, а мастила твердоподібні. У момент $t > 0$ вільний кінець першої пружини K_1 починає рух зі сталою швидкістю $V_0 = 1000$ нм/с. Пружина натягується, і блок починає рухатися. Між блоком і підкладкою виникає сила тертя F_1 (зображена на рис.3.2, а). Коли швидкість V_1 зростає, пружина K_2 видовжується, що, в свою чергу, викликає рух другого блоку. Рух другого блоку спричиняє за собою зсув третього блоку, а останній ініціює рух четвертого блоку

При температурі $T = 280$ К критична швидкість дорівнює $V_{c0} \approx 694,1$ нм/с. При розтягуванні першої пружини підвищується швидкість першого блоку V_1 . При цьому плівка мастила починає плавитися. Коли швидкість V_1 перевищує критичне значення V_c , мастило між першим блоком і підкладкою плавиться. Збільшується швидкість першого блоку, а сила тертя зменшується. Збільшення швидкості V_1 призводить до більшого розтягування другої пружини K_2 . На залежності $F_2(t)$, представлену на рис. 3.2, б. У цьому випадку круглий пік на залежності $F_2(t)$. Але це проковзування першого блоку має малий вплив на третій і четвертий блоки. Однак, на залежність загальної сили тертя спостерігається зменшення сили тертя. Після розплавлення мастила перша пружина починає стискуватися, і, нарешті, швидкість V_1 зменшується. На четвертому циклі плавлення плівки мастила між першим блоком і підкладкою швидкість другого блоку також перевищує критичне значення V_c .

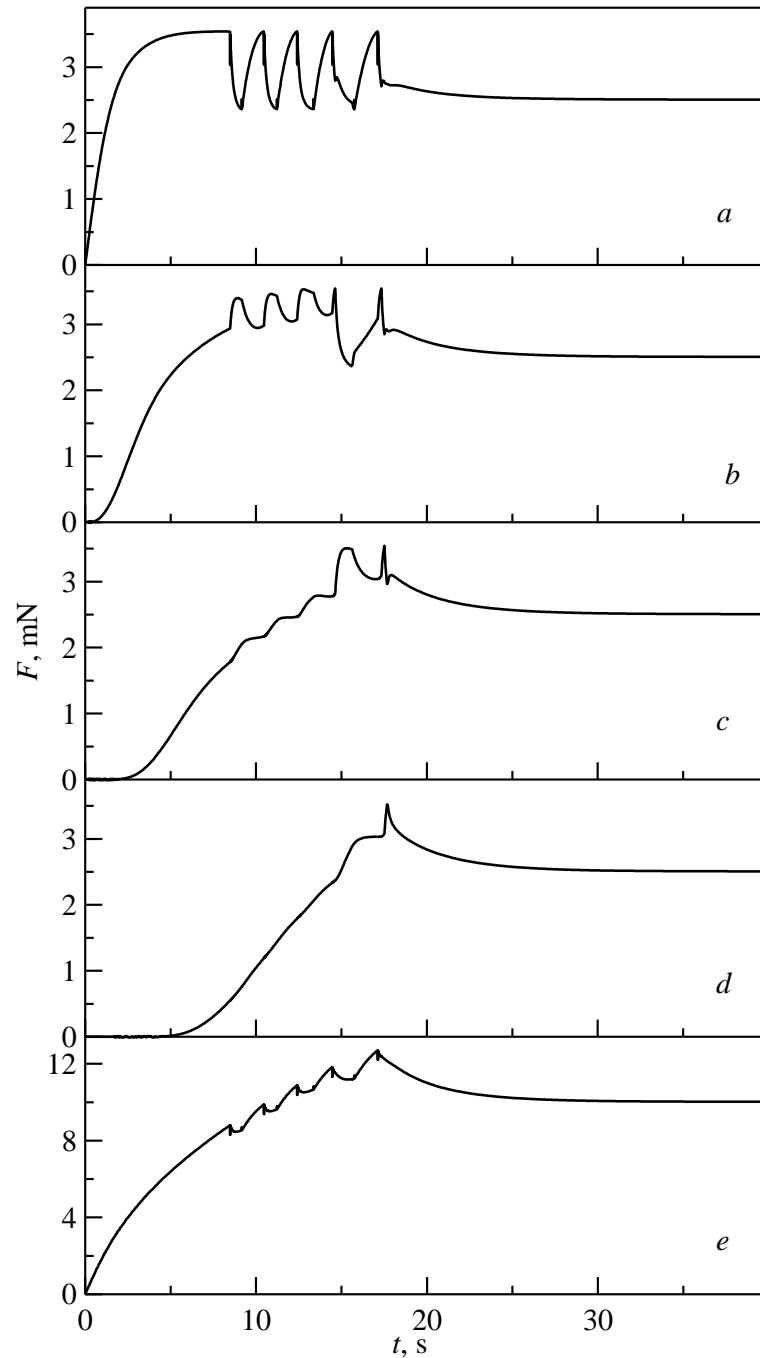


Рисунок 3.2 – Залежності сили тертя F від часу t при параметрах $\alpha = 1.2$ Дж/(К·м³), $a = 4$ Дж/м³, $b = 2 \cdot 10^{10}$ Па, $c = 800$ Дж/м³, $d = 1500$ Дж/м³, $T_c = 290.0$ К, $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = 0.4$ кг, $h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = 1$ нм, $K_1 = K_2 = K_3 = K_4 = 2000$ Н/м, $A_1 = A_2 = A_3 = A_4 = 5$ нм², $X_2 = X_3 = X_4 = 5$ мкм $\tau_\varphi = 0.1$ Дж·с/м³, $T = 280$ К, $k = 5 \cdot 10^4$ Па·с^{-1/3}, $\tau_\varepsilon = 10^{-7}$ с, $\gamma = -2/3$, $V_c = 1000$ нм/с. (a-d) представляють силу тертя блоків M_{1-4} , (e) представляє загальні силу тертя.

Це, у свою чергу, викликає збільшення швидкості третього та четвертого блоків, і їх значення перевищують критичне значення плавлення. У цьому випадку мастило плавиться між усіма блоками і підкладкою, тому в системі встановлюється режим рідинного тертя. На рис. 3.2, перехідний режим характеризується 5 піками, а стаціонарний стан – рідиноподібним тертям, який представлений на рисунку рівномірною горизонтальною залежністю сили тертя від часу.

Тепер розглянемо залежності сили тертя при різних швидкостях зовнішнього приводу. При швидкості $V_0 = 600$ нм/с, що менше критичної швидкості, в системі встановлюється режим сухого тертя (див. рис.3.3, а).

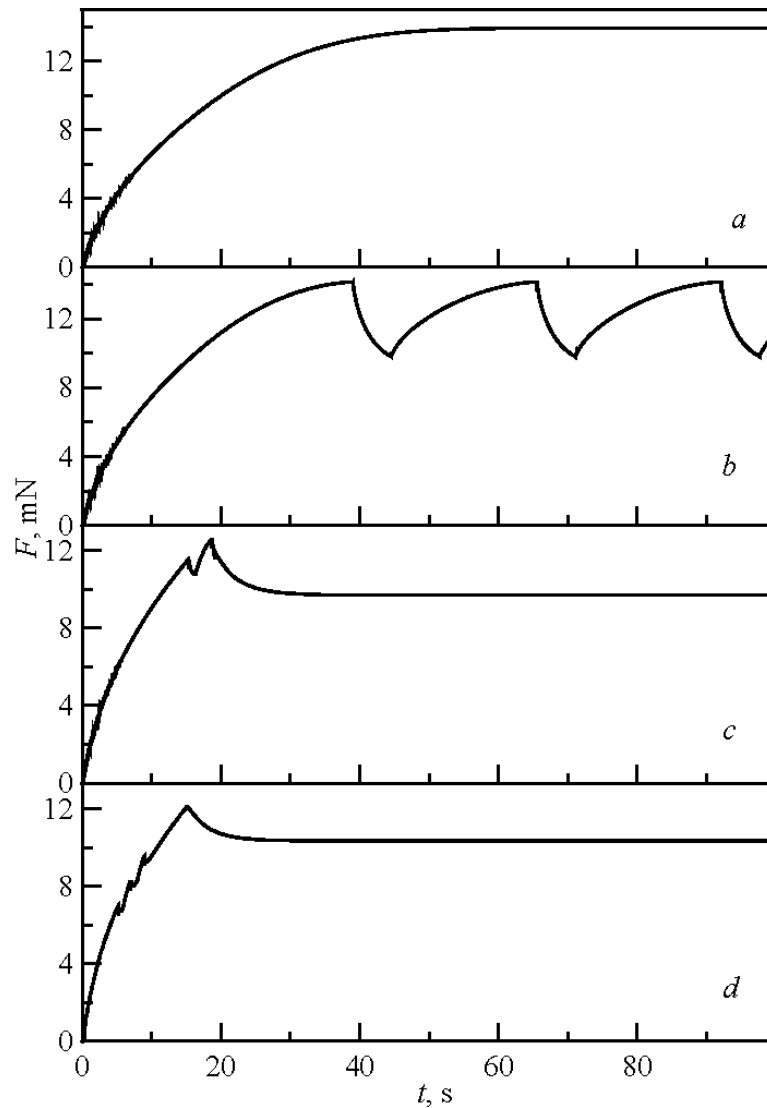


Рисунок 3.3 – Залежності сили тертя F від часу t при параметрах рис. 3.2 і швидкостях зовнішнього приводу (а-d) $V = 600, 700, 900, 1100$ нм/с відповідно.

Цей режим характеризується твердоподібною структурою плівки. Тут при $t > 0$ зовнішній привід починає рух зі сталою швидкістю, пружина K_1 розтягується і блок M_1 починає рух. Пружина K_2 слідує за цим блоком, що спричиняє зсув другого блоку і т.д. При цьому, ультратонке мастило твердим і чотири блоки рухаються як одне ціле. Якщо швидкість зовнішнього приводу перевищує критичну величину $V_{c0} \approx 694,1$ нм/с в системі встановлюється періодичний переривчастий режим. Такий випадок зображений на рис. 3.3, b при $V_0 = 700$ нм/с. У цьому випадку всі чотири блоки також рухаються як одне ціле.

З подальшим збільшенням швидкості зовнішнього швидкості переривчастий режим зникає і встановлюється режим рідиноподібного ковзання. Це відбувається при швидкості $V_0 \approx 809,9$ нм/с. На рис. 3.3, c сила тертя F представлена при швидкості, більшою від критичної V_{c0} , але при меншій, ніж на рис. 3.2. Тут спостерігаються два піки перед тим, як мастило стає рідиноподібним. Під час першого піку плавлення мастила відбувається між підкладкою та першим і другим блоками, але мастило залишається твердоподібним під третім та четвертим блоками. Під час другого проковзування ультратонка плівка плавиться під усіма блоками. Рис. 3.3, d був побудований при швидкості $V_0 = 1100$ нм/с вищою, ніж на рис. 3.2. У цьому випадку виникає чотири проковзування перш, ніж мастило залишається рідиноподібним. Тут максимальна сила тертя менша, ніж на рис. 3.2, e. З подальшим зростанням швидкості V_0 переривчастий режим зникає і встановлюється відразу режим рідиноподібного ковзання без піків.

ВИСНОВКИ

У роботі проведено узагальнення запропонованої В. Л. Поповим термодинамічної моделі структурних станів межового мастила. Узагальнення полягає в тому, що до моделі природним чином введене навантаження на поверхні, які труться, задається явно через величину зовнішніх нормальних напружень. Показано, що збільшення нормальних напружень приводить до збільшення стаціонарних значень параметра порядку модуляції густини і модуля зсуву мастильного матеріалу. Плавлення мастила може реалізовуватися за рахунок підвищення його температури, збільшення пружної компоненти деформації, що виникає в змащувальному шарі під час зсуві поверхонь, що труться, а також при зменшенні зовнішнього навантаження. Модель, описана в даній роботі, дозволить узагальнити отримані раніше результати під час дослідження кінетики трибологічних систем різних типів у разі відсутності зовнішнього навантаження. Оскільки в експериментах з межового тертя навантаження на поверхні часто має критичне вплив, а запропоноване нами узагальнення дозволяє описувати вплив навантаження, робота може бути підставою для проведення подальших теоретичних досліджень фізичних процесів, що відбуваються у режимі межового тертя.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Persson B. N. J. Sliding friction. Physical principles and applications / B. N. J. Persson. – Berlin : Springer-Verlag, 2000. – 515 p.
2. Zhang J. Boundary lubrication by adsorption film / J. Zhang, Y. Meng // Friction. – 2015. – Vol. 3, № 2. – P. 115–147.
3. Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules / H. Yoshizawa, J. Israelachvili // The Journal of Physical Chemistry. – 1993. – Vol. 97, № 43. – P. 11300–11313.
4. Braun O. M. Nanotribology: microscopic mechanisms of friction / O.M. Braun, A. G. Naumovets // Surface Science Reports. – 2006. – Vol. 60, № 6-7. – P. 79–158.
5. Israelachvili J. N. Intermolecular and surface forces, 3-rd edition / J. N. Israelachvili. – USA: Academic Press, 2011. – 674 p.
6. Persson B. N. J. Theory of friction: The role of elasticity in boundary lubrication / B. N. J. Persson // Physical Review B. – 1994. – Vol. 50, № 7. – P. 4771–4786.
7. Filippov A. E. Friction through dynamical formation and rupture of molecular bonds / A. E. Filippov, J. Klafter, M. Urbakh // Physical Review Letters.–2004. – Vol. 92, № 13. – P. 135503 (4 pp.).
8. Lyashenko I. A. Statistical analysis of self-similar behaviour in the shear induced melting model / I. A. Lyashenko, V. N. Borysiuk, N. N. Manko // Cond. Matt. Phys. – 2014. – Vol. 17. N 2. –P. 23003: 1-11.
9. Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами / В. Л. Попов // Журнал технической физики. – 2001. – Т. 71, № 5. – С. 100–110.
10. Structure and solvation forces in confined alkane films / [F. Porcheron, B. Rousseau, M. Schoen, A. H. Fuchs] // Physical Chemistry Chemical Physics. – 2001. – Vol. 3, № 7. – P. 1155–1159.

11. Schoen M. Collective dynamics near a phase transition in confined fluids / M. Schoen, F. Porcheron // *The European Physical Journal E*. – 2003. – Vol. 12, Supplement 1. – P. 5–7.
12. Schoen M. Collective dynamics near fluid phase transitions / M. Schoen, F. Porcheron // *Physical Review E*. – 2003. – Vol. 67, № 5. – P. 051202 (5pp.).
13. Depletion potentials near geometrically structured substrates / [P. Bryk, R. Roth, M. Schoen, S. Dietrich] // *Europhysics Letters*. – 2003. – Vol. 63, № 2. – P.233–239.
14. S. Sacquin. Fluid phase transitions at chemically heterogeneous, nonplanar solid substrates: Surface versus confinement effects / S. Sacquin, M. Schoen, A. H. Fuchs // *Journal of Chemical Physics*. – 2003. – Vol. 118, № 3. – P. 1453–1465.
15. Ляшенко Я.А., Фазовые переходы между кинетическими режимами граничного трения: дис. ... докт. физ.-мат. наук: 01.04.07 - физика твердого тела / Ляшенко Яков Александрович. Сумы, 2016. 325 с; <https://essuir.sumdu.edu.ua/handle/123456789/46497>
16. Остермайер Г. П. Описание индуцированных температурой и сдвигом переходов «твердое тело – жидкость» методом мезочастиц / Г. П. Остермайер, В. Л. Попов // *Физическая мезомеханика*. – 2000. – Т. 3, № 5. – С. 33–37.
17. Popov V. L. A theory of the transition from static to kinetic friction in boundary lubrication layers / V. L. Popov // *Solid State Communications*. – 2000. – Vol. 115, № 7. – P. 369–373.
18. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М., *Статистическая физика. Часть 1. Изд. 4. М.: Наука, 1995. 605~с.*
19. Kienle D. F. Density and phase state of a confined nonpolar fluid / D. F. Kienle, T. L. Kuhl // *Physical Review Letters*. – 2016. – Vol. 117, № 3. – P. 036101 (5 pp.).

20. Ляшенко Я. А. Фазовый переход первого рода между жидкоподобной и твердоподобной структурами граничной смазки / Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. – 2012. – Т. 82, № 1. – С. 19–28.
21. Ляшенко Я. А. Влияние температурной зависимости вязкости псевдопластических смазок на режим граничного трения / Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83, № 7. – С. 87–95.
22. Effect of stress nonhomogeneity on the shear melting of a thin boundary lubrication layer / [I. A. Lyashenko, A. E. Filippov, M. Popov, V. L. Popov] // Physical Review E. – 2016. – Vol. 94, № 5. – P. 053002.
23. Lyashenko I. A. Thermodynamics and kinetics of boundary friction / I. A. Lyashenko, A. V. Khomenko, L. S. Metlov // Tribology International. – 2011. – Vol. 44, № 4. – P. 476–482.
24. Ляшенко Я. А. Нелинейная термодинамическая модель граничного трения / Я. А. Ляшенко, А. В. Хоменко, Л. С. Метлов // Трение и износ. – 2011. – Т. 32, № 2. – С. 157–170.
25. Ляшенко Я. А. Феноменологическая теория плавления тонкой пленки смазки между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями / Я. А. Ляшенко, А. В. Хоменко, Л. С. Метлов // Журнал технической физики. – 2010. – Т. 80, № 8. – С. 120–126.
26. Эффект памяти формы и сверхэластичность сплавов никелида титана, имплантированных высокими дозами ионов / [А. Д. Погребняк, С. Н. Братушка, В. М. Береснев, N. Levintant-Zayonts] // Успехи химии. – 2013. – Т. 82, № 12. – С. 1135–1159.
27. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие: в 10 т. / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – Москва : УРСС, 2007. – Т. 7 : Теория упругости. Изд. 6. – 2007. – 264 с.
28. Качанов Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – Москва : Наука, 1969. – 420 с.

29. Luengo G. Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication / G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick // *Wear*. – 1996. – Vol. 200, № 1–2. – P. 328–335.
30. Ландау Л. Д. Об аномальном поглощении звука вблизи точек фазового перехода второго рода / Л. Д. Ландау, И. М. Халатников // *Доклады Академии наук СССР*. – 1954. – Т. 96, № 3–4. – С. 469–472.